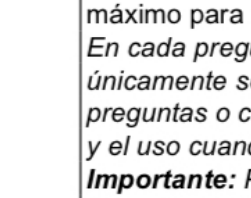


MODELO EXAMEN FÍSICA PAU

2025 CASTILLA LA MANCHA



Universidad de
Castilla-La Mancha

PAU-2025.- Examen ejemplo que podrá ser
modificado a resultados de las diferentes reuniones.

Materia: Física

INSTRUCCIONES: El examen de Física consta de 4 preguntas de 2,5 puntos cada una. Las tres primeras corresponden a problemas y la última consta de cuestiones. Dentro de cada pregunta hay tres apartados enumerados, a), b) y c). Se elegirán libremente DOS apartados de máximo para ser realizados en cada pregunta. Cada apartado tiene una puntuación máxima de 1,25 puntos.

En cada pregunta se debe indicar claramente cuáles son los apartados elegidos. En caso de que hubiese un exceso de apartados elegidos, únicamente se corregirán y calificarán aquellos que resulten por orden alfabético. En la resolución de los problemas y en la configuración de las preguntas o cuestiones se valorará prioritariamente la aplicación de los principios físicos pertinentes, la presentación ordenada de los cálculos y el uso cuando sea preciso de diagramas y/o esquemas apropiados para ilustrar la resolución.

Importante: Podrá utilizarse regla y cualquier calculadora que no permita el almacenamiento masivo de información ni comunicación inalámbrica (Tpo 1 y 2, ver información de las pruebas). En la escritura se puede utilizar cualquier color excepto el rojo.

PROBLEMA 1. (2,5 puntos) La Tierra tiene una masa de $5,98 \cdot 10^{24}$ kg, y La Luna $7,35 \cdot 10^{22}$ kg. La distancia entre los centros de ambos astros es $3,84 \cdot 10^8$ m. Una nave de $3 \cdot 10^4$ kg viaja entre ellos.

- (1,25 puntos) ¿Qué energía potencial tiene la Luna debida a la Tierra? ¿Cuáles su periodo (en días)?
- (1,25 puntos) Determina a qué distancia de la Tierra, en la línea que la une con la Luna, las fuerzas gravitatorias que ambos cuerpos ejercen sobre la nave se cancelan.
- (1,25 puntos) Si en el punto de equilibrio anterior le damos una velocidad de 1 km/s, cuanto valdrá su energía mecánica total?

Datos: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{Kg}^2$

$$1. M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$M_L = 7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$$

$$d(L-T) = 3,84 \cdot 10^8 \text{ m}$$

$$m(\text{nave}) = 3 \cdot 10^4 \text{ kg}$$

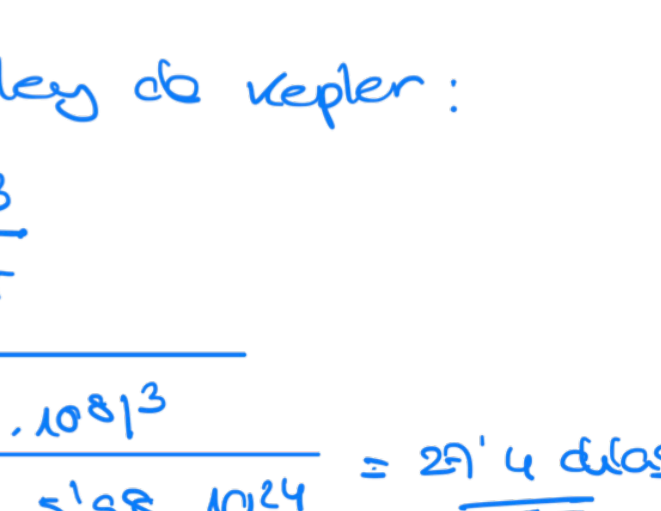
a) E_p (luna debida a la Tierra)?

T (luna)? en días

b) d_T ? fuerzas de ambos cuerpos se cancelan

c) $v = 1 \text{ km/s}$

E_{mec} ?



e)

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - G \cdot \frac{M_T \cdot m}{d}$$

$$E_p(\text{luna}) = -6,69 \cdot 10^{11} \text{ J}, \quad \frac{5,98 \cdot 10^{24} \cdot 7,35 \cdot 10^{22}}{3,84 \cdot 10^8} = 2,63 \cdot 10^{28} \text{ J}$$

El periodo orbital T de un cuerpo que orbita a lo largo de la Luna alrededor de la Tierra se puede calcular utilizando la tercera ley de Kepler:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{G M_T}$$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot (3,84 \cdot 10^8)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}} = 29,4 \text{ días}$$

$$b) F_{g(L)} = G \cdot \frac{M_T \cdot m_n}{d^2}$$

$$F_{g(L)} = G \cdot \frac{M_L \cdot m_n}{d^2}$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot m_n}{d^2} = G \cdot \frac{M_L \cdot m_n}{d^2}$$

$$d_1 = 3,84 \cdot 10^8 \text{ m}$$

$$d_2 = x$$

$$\frac{5,98 \cdot 10^{24}}{x^2} = \frac{7,35 \cdot 10^{22}}{(3,84 \cdot 10^8 - x)^2}$$

$$x = 3,46 \cdot 10^8 \text{ m}$$

la distancia desde la Tierra donde las fuerzas gravitatorias de la Tierra y la Luna sobre la nave se igualan.

$$a) v = 1 \text{ km/h}$$

E_{mec} ?

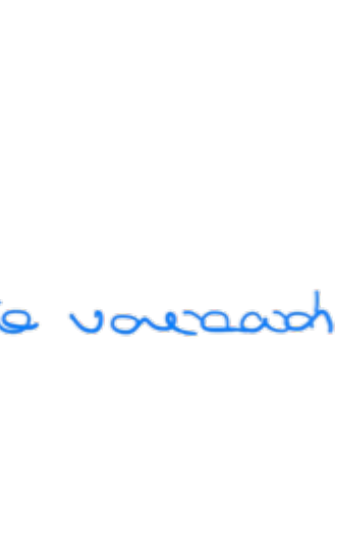
la energía mecánica total de la nave es la suma de la energía cinética y la energía potencial gravitatoria.

$$E_m = \frac{1}{2} G \cdot \frac{M_T \cdot m}{d}$$

$$E_m = \frac{1}{2} \cdot 6,69 \cdot 10^{11} \cdot \frac{5,98 \cdot 10^{24} \cdot 3 \cdot 10^4}{3,84 \cdot 10^8} = 2,35 \cdot 10^{15} \text{ J}$$

PROBLEMA 2. (2,5 puntos) Una espira cuadrada de lado $a = 2$ m se sitúa en el plano XY, y se activa un campo magnético en la dirección Z positiva. Este campo es variable en el tiempo, y su módulo en Tesla se expresa como $B(t) = 0,04 t$. Detectamos que aparece en la espira una corriente inducida de 200 mA cuando $t = 10$ s.

- (1,25 puntos) Determina razonadamente la resistencia de la espira e indica en un esquema el sentido que tendrá la corriente.
- (1,25 puntos) Razona cuánto valdrá la corriente inducida en los siguientes casos:
 - Se cambia la dirección del campo de modo que forme 60° con el eje Z.
 - La espira se coloca en el plano XZ.
 - La espira se coloca en el plano YZ.
- (1,25 puntos) Volviendo al caso en que está colocada en XY y el campo a lo largo de Z, ocurre que como la corriente que circula en presencia del mencionado campo externo, sobre cada tramo de la espira aparece una fuerza. Calcula en $t = 3$ s indicando módulo, dirección y sentido para cada tramo del cuadrado, y determina la fuerza total que sufrirá la espira.



$$B(t) = 0,04 t^2$$

$$I = 200 \text{ mA}$$

$$t = 10 \text{ s}$$

a) resistencia de la espira?

sentido de la corriente?

b) corriente inducida?

$$I = ? \quad t = 3 \text{ s}$$

indicando módulo, dirección y sentido

lado de la espira cuadrada: $a = 2 \text{ m}$

$$B(t) = 0,04 t^2 \text{ T}$$

$$\text{corriente inducida en } t = 10 \text{ s} \Rightarrow I = 200 \text{ mA} = 0,2 \text{ A}$$

c) la corriente inducida en la espira se debe a la variación de flujo magnético. Usamos la ley de Faraday:

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Entonces tenemos que el flujo magnético a través de la espira:

$$\Phi_B = B(t) \cdot A$$

$$\Phi_B = (0,04 t^2) \cdot (2^2) = 0,16 t^2 \text{ Wb}$$

la fuerza electromotriz inducida es la derivada del flujo magnético respecto al tiempo:

$$\mathcal{E} = - \frac{d}{dt} (0,16 t^2) = -0,32 t \text{ V}$$

$$\text{En } t = 10 \text{ s} \Rightarrow \mathcal{E} = -0,32 \cdot 10 = -3,2 \text{ V}$$

Ahora utilizamos la ley de Ohm para el cálculo de la resistencia de la espira:

$$\mathcal{E} = I \cdot R \quad ; \quad R = \frac{\mathcal{E}}{I}$$

$$\left[R = \frac{\mathcal{E}}{I} = \frac{3,2}{0,2} = 16 \, \Omega \right]$$

El sentido de la corriente según la regla de Lenz, la corriente genera un campo magnético que se opone a la variación del flujo magnético. Como el campo magnético está creciendo en la dirección $+z$, la corriente inducida circulará en sentido antihorario (visto desde arriba) por generar un campo en la dirección opuesta a $+z$.

b) Caso 1: El campo forma un ángulo de 60° con el eje z

El flujo magnético en este caso será:

$$\Phi_B = B(t) \cdot A \cdot \cos 60^\circ$$

Como $\cos 60^\circ = 0,5$, el flujo será la mitad del caso anterior. Por lo tanto, la fuerza electromotriz inducida será también la mitad.

$$\mathcal{E}_{60^\circ} = \frac{1}{2} (-0,32 t) = -0,16 t \text{ V}$$

la corriente inducida será:

$$I_{60^\circ} = \frac{\mathcal{E}_{60^\circ}}{R} = \frac{-0,16 t}{16}$$

En $t = 10 \text{ s}$

$$I_{60^\circ} = \frac{\mathcal{E}_{60^\circ}}{R} = \frac{-0,16 \cdot 10}{16} = -0,1 \text{ A}$$

Caso 2: la espira se coloca en el plano XZ

En este caso, el área proyectada sobre el plano perpendicular al campo magnético es cero, ya que el campo es paralelo al plano de la espira. Por lo tanto, el flujo magnético es cero y no hay corriente inducida:

$$I_{XZ} = 0 \text{ A}$$

Caso 3: la espira se coloca en el plano YZ

Al igual que en el caso del plano XZ, el área proyectada es cero, por lo que no habrá corriente inducida:

$$I_{YZ} = 0 \text{ A}$$

c) Fuerza sobre la espira en $t = 3 \text{ s}$

Sabemos que la corriente inducida genera una fuerza cuando interactúa con el campo magnético. La fuerza sobre un tramo de la espira se calcula con la ley de Lorentz:

$$\vec{F} = \pm I \times \vec{B}$$

Primero calculamos el campo magnético en $t = 3 \text{ s}$

$$B(t = 3) = 0,04 \cdot 3^2 = 0,36 \text{ T}$$

la corriente inducida en $t = 3 \text{ s}$ es

$$\mathcal{E}(t = 3) = -0,32 \cdot 3 = -0,96 \text{ V}$$

$$I(t = 3) = \frac{-0,96}{16} = -0,06 \text{ A}$$

la fuerza sobre cada tramo de la espira. Calculando la fuerza por cada tramo:

$$F = -0,06 \cdot 2 \cdot 0,36 = -0,0432 \text{ N}$$

Esta fuerza actúa en sentido opuesto al campo magnético en cada lado de la espira. La fuerza se puede sumar vectorialmente, pero debido a la simetría, las fuerzas laterales se cancelan y solo queda una fuerza neta en el eje X, cuya magnitud es $0,0432 \text{ N}$ por cada tramo.

la fuerza total será $4 \times 0,0432 = 0,1728 \text{ N}$ en la dirección $+x$.

PROBLEMA 3. (2,5 puntos) Una onda electromagnética se propaga por el agua y tiene la siguiente función de onda:

$$E(x,t) = 100 \sin(1,2 \cdot 10^7 x - 2,72 \cdot 10^{15} t) \text{ V/m}, \text{ donde } x \text{ se expresa en metros y } t \text{ en segundos.}$$

- (1,25 puntos) Determina su longitud de onda, su frecuencia y el sentido en que se propaga.
- (1,25 puntos) Calcula la velocidad con que se propaga y el índice de refracción del agua.
- (1,25 puntos) Calcula la diferencia de fase (en radianes) que habrá para un punto del medio, entre un instante dado y 1 femtosegundo después ($1 \text{ fs} = 10^{-15} \text{ s}$). Calcula también qué desfase inicial tendríamos que darle a la onda para que un punto en $x = 30 \text{ nm}$ tenga en $t = 0$ un valor de $E = 50 \text{ V/m}$.

Datos: $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

$$3 - E(x,t) = 100 \sin(1,2 \cdot 10^7 x - 2,72 \cdot 10^{15} t)$$

a) Calculamos la longitud de onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$E(x,t) = A \sin(kx - \omega t)$$

$$1,2 \cdot 10^7 = \frac{2\pi}{\lambda} \quad ; \quad \lambda = \frac{2\pi}{1,2 \cdot 10^7} = 5,23 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

Calculamos la frecuencia:

$$\omega = 2\pi f$$

$$2,72 \cdot 10^{15} = 2\pi \cdot f \quad ; \quad f = \frac{2,72 \cdot 10^{15}}{2\pi} = 4,32 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$$

El sentido de la propagación tiene la forma $kx - \omega t$, lo que indica que la onda se propaga en el sentido positivo del eje x.

b) la velocidad de propagación de la onda v está relacionada con la longitud de onda y la frecuencia:

$$v = \lambda \cdot f$$

$$v = 5,23 \cdot 10^{-9} \cdot 4,32 \cdot 10^{14} = 2,26 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

y el índice de refracción:

$$n = \frac{c}{v} = \frac{3 \cdot 10^8}{2,26 \cdot 10^6} = 1,32$$

c) la diferencia de fase entre dos instantes de tiempo t_1 y t_2 :

$$\Delta\phi = \omega \cdot \Delta t = \omega \cdot 1 \cdot 10^{-5} \text{ rad}$$

$$\Delta\phi = 2,72 \cdot 10^{15} \cdot 1 \cdot 10^{-5} = 2,72 \text{ rad}$$

el desfase inicial, para $t = 0$

$$E(30,0) = 100 \sin(1,2 \cdot 10^7 \cdot 30 + \phi_0) = 50$$

$$\sin(1,2 \cdot 10^7 \cdot 30 + \phi_0) = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$$

$$\arcsin \frac{1}{2} = \pi/6$$

$$1,2 \cdot 10^7 \cdot 30 + \phi_0 = \pi/6$$

QUESTIONES (2,5 puntos) De las siguientes cuestiones elegir dos:

- (1,25 puntos) El yodo radiactivo $^{131}_{53}\text{I}$ es un isótopo usado en radioterapia para tratar algunos cánceres de tiroides mientras que el isótopo $^{19}_{9}\text{F}$ tiene características que permiten su uso en técnicas de RMN (Resonancia magnética nuclear). Las masas respectivas de los dos núcleos son $130,9061 \text{ uma}$ y $18,9984 \text{ uma}$. Indique, de forma razonada, cuál de los dos núcleos tiene mayor estabilidad.
- (1,25 puntos) Podría utilizarse regla y cualquier calculadora que no permita el almacenamiento masivo de información ni comunicación inalámbrica (Tpo 1 y 2, ver información de las pruebas). En la escritura se puede utilizar cualquier color excepto el rojo.

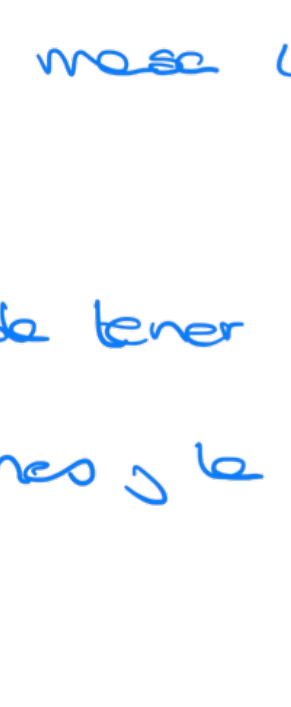
Datos: $m_p = 1,007276 \text{ uma}$; $m_n = 1,008665 \text{ uma}$; $1 \text{ uma} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

Universidad de
Castilla-La Mancha

PAU-2025.- Examen ejemplo que podrá ser
modificado a resultados de las diferentes reuniones.

- (1,25 puntos) Las partículas α son núcleos de helio, de masa cuatro veces la del protón. Consideramos una partícula α y un protón que poseen la misma energía cinética, moviéndose ambos a velocidades mucho más pequeñas que la luz. ¿Qué relación existe entre las longitudes de onda de De Broglie correspondientes a las dos partículas?
- (1,25 puntos) Un alumno en el laboratorio elabora la siguiente tabla al estudiar un vidrio Flint (material utilizado en óptica). En el experimento, hace incidir un haz de luz en la parte curva de un prisma cilíndrico, que entra sin desviarse y llega a la parte plana con un cierto ángulo de incidencia, emergiendo en el aire luego con un ángulo refractado. Calcula el índice de refracción del vidrio y razona si podrá darse el fenómeno de reflexión total cuando el rayo emerge.

Ángulo incidente (θ_i)	Sen (θ_i)	Ángulo Refractado (θ_r)	Sen (θ_r)
12°	0,21	20°	0,34
18°	0,31	30°	0,50
25°	0,42	42°	0,67
30°	0,50	48°	0,79



QUESTIONES

a) Para comparar la estabilidad de los núcleos $^{131}_{53}\text{I}$ y $^{19}_9\text{F}$, debemos analizar la relación entre el número de protones, el número de electrones y el número de masa (que es la suma de protones + neutrones).

la estabilidad de un núcleo depende de tener una relación equilibrada entre protones, neutrones y la energía de enlace por nucleón.

$$\bullet \text{ Isótopo } ^{131}_{53}\text{I} \quad \begin{cases} \text{protones} = 53 \\ \text{neutrones} = 131 - 53 = 78 \end{cases}$$

$$\bullet \text{ Isótopo } ^{19}_9\text{F} \quad \begin{cases} \text{protones} = 9 \\ \text{neutrones} = 19 - 9 = 10 \end{cases}$$

la relación N/Z :

$$\frac{N}{Z} (^{131}_{53}\text{I}) = 1,49$$

$$\frac{N}{Z} (^{19}_9\text{F}) = 1,11$$

Cuanto más cercano a 1 más estable $\Rightarrow$ el flúor es más estable que el yodo debido a su menor masa y su mejor proporción entre protones y neutrones.

b) Dado que ambos portadores tienen la misma energía cinética, pero diferentes masas podemos usar la fórmula de De Broglie:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{h}{\sqrt{2mE_k}}$$

Si ponemos la relación de las longitudes de onda de ambos portadores:

$$\frac{\lambda_\alpha}{\lambda_p} = \sqrt{\frac{m_p}{m_\alpha}}$$

Como la masa de la partícula α es cuatro veces la del protón:

$$\frac{\lambda_\alpha}{\lambda_p} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \lambda_\alpha = \frac{\lambda_p}{2}$$

la longitud de onda del protón será 2 veces más grande que la longitud de onda de la partícula α .

a) Para calcular el índice de refracción del vidrio Flint, usamos la ley de Snell:

$$n = \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r}$$

Si sustituimos los datos en la fórmula:

$$n(\text{cristal}) = \frac{\sin 12^\circ}{\sin 20^\circ} = \frac{0,21}{0,34} = 0,62$$

Para calcular el ángulo crítico de reflexión total:

$$\sin \theta_c = \frac{n(\text{aire})}{n(\text{cristal})}$$

$$\sin \theta_c = \frac{1}{1,5} = 0,6667$$

$$\left[\theta_c = \arcsin(0,6667) = 41,8^\circ \right]$$

la luz sufrirá reflexión total y no saldrá al aire.

Documento elaborado por Susana Vallejo Domínguez