

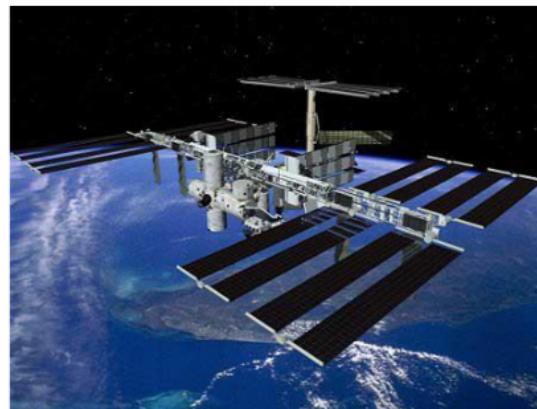
Problema 1: Órbita de la Estación Espacial Internacional (ISS)

- La Estación Espacial Internacional (ISS) orbita la Tierra a una altitud media de 400 km sobre la superficie. La masa de la Tierra es $5.97 \cdot 10^{24}$ kg y su radio es $6.37 \cdot 10^6$ m.

a) Calcula la fuerza gravitatoria que ejerce la Tierra sobre la ISS, sabiendo que la masa de la ISS es de aproximadamente $4.2 \cdot 10^5$ kg.

b) Calcula la velocidad orbital de la ISS.

c) Determina el periodo orbital de la ISS (en horas).



Datos:

$$M_T = 5.97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$R_T = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}$$

e) F_g ?

$$m(\text{ISS}) = 4.2 \cdot 10^5 \text{ kg}$$

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \quad (1)$$

$$\text{o}^\circ \text{ } g = 9.8 \text{ m/s}^2 \quad (2)$$

En el caso de que nos den el dato de la constante de gravitación universal sustituiremos en la fórmula de Newton:

$$\begin{aligned} F_g &= G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)^2} = G \cdot \frac{5.97 \cdot 10^{24} \cdot 4.2 \cdot 10^5}{(6.37 \cdot 10^6 + 400 \cdot 10^3)^2} = \\ &= 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5.97 \cdot 10^{24} \cdot 4.2 \cdot 10^5}{4.583 \cdot 10^{13}} = 3.648 \cdot 10^6 \text{ N} \end{aligned}$$

En el caso de que no nos den el dato de la constante de gravitación universal, nos dan el valor de la gravedad, entonces:

$$F_g = m \cdot g = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2} \rightarrow G = \frac{g \cdot R_T^2}{M_T}$$

$$F_g = \frac{g \cdot R_T^2}{M_T} \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)^2} = \frac{9.81 \cdot (6.37 \cdot 10^6)^2 \cdot 4.2 \cdot 10^5}{(6.37 \cdot 10^6 + 400 \cdot 10^3)^2} = 3.647 \cdot 10^6 \text{ N}$$

b) velocidad orbital?

Igualemos la fuerza gravitatoria a la fuerza centrípeta, ya que el satélite está orbitando alrededor de la Tierra.

$$\begin{aligned} F_g &= F_c \\ G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)^2} &= m \cdot \frac{v_o^2}{(R_T + h)} \\ v_o &= \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{(R_T + h)}} = \sqrt{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5.97 \cdot 10^{24}}{(6.37 \cdot 10^6 + 400 \cdot 10^3)}} = 7669.30 \text{ m/s} \end{aligned}$$

c) periodo orbital?

Como el planeta tiene una velocidad orbital, podemos utilizar las ecuaciones del movimiento circular:

$$\begin{aligned} v &= \omega \cdot R \\ \omega &= 2\pi / T \end{aligned} \Rightarrow v = \frac{2\pi \cdot R}{T}$$
$$v_o = \frac{2\pi \cdot (R_T + h)}{T} \quad ; \quad T = \frac{2\pi \cdot (R_T + h)}{v_o}$$

$$T = \frac{2\pi \cdot (6.37 \cdot 10^6 + 400 \cdot 10^3)}{7669.30} = 5546.42 \text{ s} = 1.54 \text{ horas}$$