

Resumen explicado de Campo Gravitatorio.-

1. Campo gravitatorio

El campo gravitatorio es un campo vectorial y conservativo (el trabajo que se realiza por una partícula a través de una trayectoria cerrada es cero).

El campo es la perturbación que se crea en la región del espacio.



La fuerza de atracción entre ambas partículas se define por la Fuerza de atracción gravitatoria:

$$\vec{F} = -G \frac{M \cdot m}{R^2} \cdot \vec{u}$$

constante de gravitación universal
 $6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$

2. Intensidad de campo gravitatorio

Sabemos que la 2ª ley de Newton es: $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$, y derivada de ésta, se pasa: $\vec{p} = m \cdot \vec{g}$

$$\vec{p} = \vec{F}$$

$$m \cdot g = +G \cdot \frac{M \cdot m}{R^2}$$

$$\boxed{g = +G \cdot \frac{M}{R^2}}$$

Vectorialmente: $\vec{g} = -G \cdot \frac{M}{R^2} \vec{u}$, independiente de la masa secundaria.

Recordar que la intensidad de campo varía con la altitud, si ésta es mayor, g disminuye.

3. Trabajo

El trabajo se define:

$$W = \int F \cdot dr$$

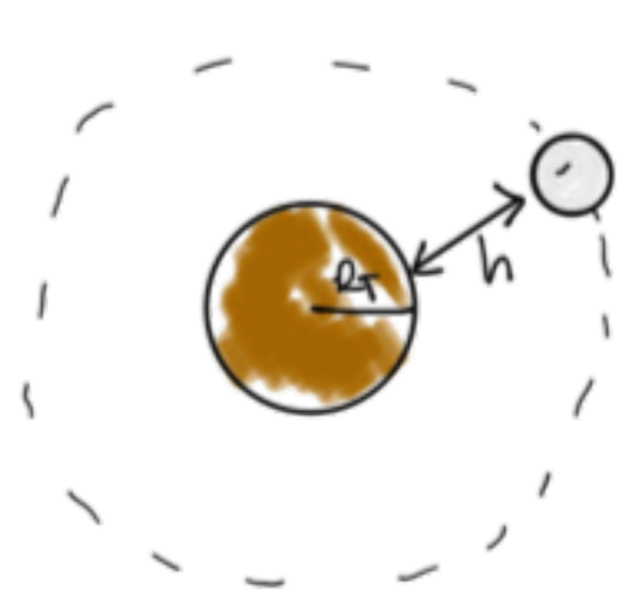
Si sustituimos F por su valor e integramos:

$$\left[W = \int_{R_0}^R G \frac{M \cdot m}{R^2} dr = G M m \int_{R_0}^R \frac{1}{R^2} dr = \right.$$

$$\left. = G M m \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_0} \right) \right]$$

Este sería el trabajo que necesitamos para, por ejemplo, subir un satélite a una determinada altura.

4. Velocidad orbital



Un satélite, astronave ... describe una trayectoria circular al redor de un planeta, por lo que va a tener fuerza centrípeta.

Como están dos cuerpos con masa en un campo, va a tener F_g .

$$F_c = F_g$$

$$m \cdot \frac{v^2}{R} = G \cdot \frac{M \cdot m}{R^2}$$

$$v^2 = G \cdot \frac{M}{R} \rightarrow \boxed{v_{\text{orbital}} = \sqrt{G \cdot \frac{M}{R}}}$$

Velocidad que describe el cuerpo en su órbita, en este caso, alrededor de la Tierra.

5. Energía mecánica

Se cumple el Principio de Conservación de la Energía Mecánica:

$$E_m = E_c + E_p$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Si sustituimos por el valor de v orb

$$\boxed{E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot G \cdot \frac{M}{R} = \frac{1}{2} \cdot G \cdot \frac{M \cdot m}{R}}$$

La energía potencial, que también es una magnitud escalar:

$$\boxed{E_p = -G \cdot \frac{M \cdot m}{R}}$$

$$\boxed{E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} \cdot G \cdot \frac{M}{R} - G \cdot \frac{M \cdot m}{R} = -\frac{1}{2} \cdot G \cdot \frac{M \cdot m}{R}}$$

6. Potencial gravitatorio

Lo conseguimos dividiendo la energía potencial entre la masa, es que es la cantidad de energía por unidad de m .

$$\boxed{E_p/m = V = -G \cdot \frac{M}{R}}$$

REPASO mec

$$\omega = 2\pi/T = 2\pi f \Rightarrow \text{velocidad angular}$$

$$v = \omega \cdot R \Rightarrow \text{velocidad lineal}$$

$$T = 1/f \text{ o } f = 1/T$$

Si queremos calcular tiempos, tenemos que calcular el período, y como nuestras trayectorias son circulares.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi \cdot R}{v_{\text{orb}}} = \frac{2\pi R}{\sqrt{G \cdot \frac{M}{R}}}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2 R^2}{G \cdot \frac{M}{R}} = \frac{4\pi^2 R^3}{G M}$$

$$\boxed{\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G M} = \text{cte}} \quad \text{Tercera ley de Kepler donde se relacionan los períodos con los radios.}$$

7. Velocidad de escape

Es la velocidad que necesitamos para enviar un satélite al infinito.

Aplicamos el Principio de Conservación de la Energía:

$$E_m(\text{abajo}) = E_m(\text{ao})$$

$$E_c(\text{abajo}) + E_p(\text{abajo}) = E_c(\text{ao}) + E_p(\text{ao})$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_e^2 - G \cdot \frac{M \cdot m}{R} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{ao}}^2 - G \cdot \frac{M \cdot m}{R_{\text{ao}}}$$

Por definición, la velocidad en el ao es cero y si razonamos matemáticamente $1/R_{\text{ao}} = 0 \Rightarrow E_p(\text{ao}) = 0$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_e^2 - G \cdot \frac{M \cdot m}{R} = 0$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_e^2 = G \cdot \frac{M \cdot m}{R}$$

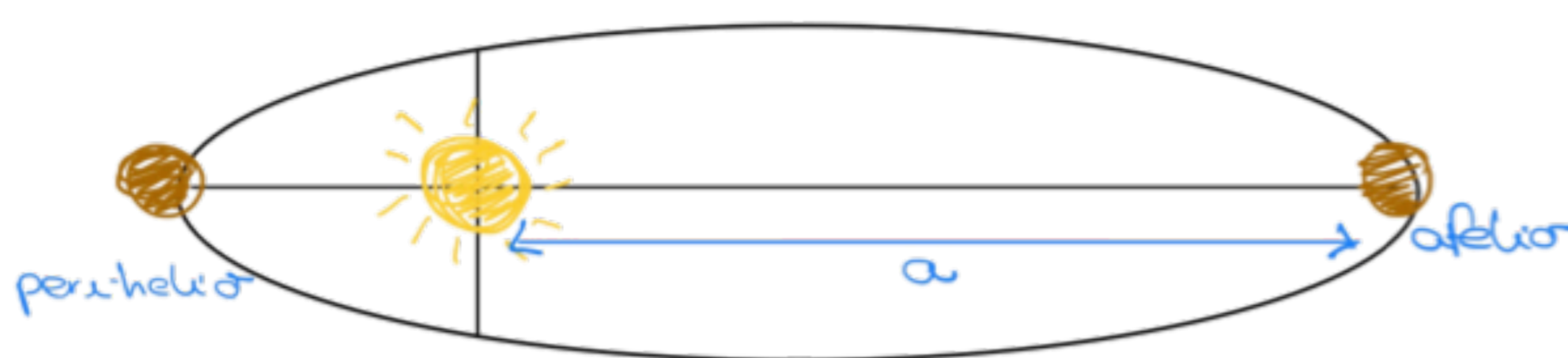
$$v_e^2 = 2 \cdot G \cdot \frac{M}{R} \rightarrow \boxed{v_e = \sqrt{2 \cdot G \cdot \frac{M}{R}}}$$

8. Momento angular

Al describir trayectorias circulares no tenemos momento lineal (p), sino momento angular (L).

$$\boxed{\vec{L} = \vec{p} \times \vec{r} = m \cdot \vec{v} \times \vec{r} = m v r \sin \alpha}$$

* Esto lo vamos a utilizar en ejercicios donde se calcula la velocidad orbital, que indica el área barrida por un cuerpo en una unidad de tiempo.



$$L(\text{afelio}) = L(\text{perihelio})$$

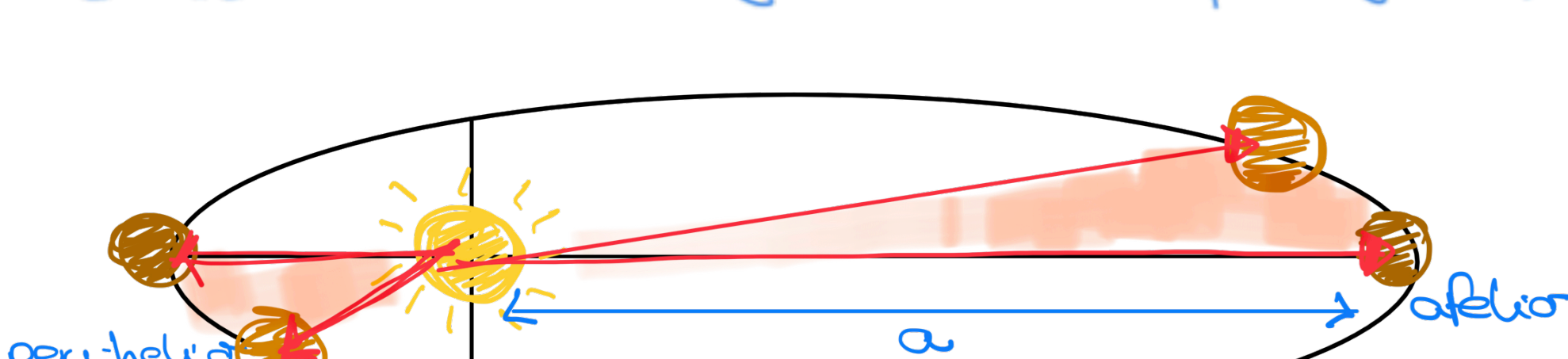
$$m \cdot r(\text{afelio}) \cdot v(\text{afelio}) = m \cdot r(\text{perihelio}) \cdot v(\text{perihelio})$$

$$\boxed{\vec{v}_{\text{orbital}} = \frac{1}{2} \vec{r} \wedge \vec{v}}$$

9. Leyes de Kepler

1. Los planetas se mueven alrededor del Sol describiendo órbitas elípticas, colocando al Sol en una de las focas.

2. El movimiento alrededor del Sol de los planetas, éstas hacen dos giros en tiempos iguales.



3. El cubo de la distancia promedio entre el planeta y el Sol, es proporcional al cuadrado del período.

$$\boxed{T^2/a^3 = \text{cte}}$$