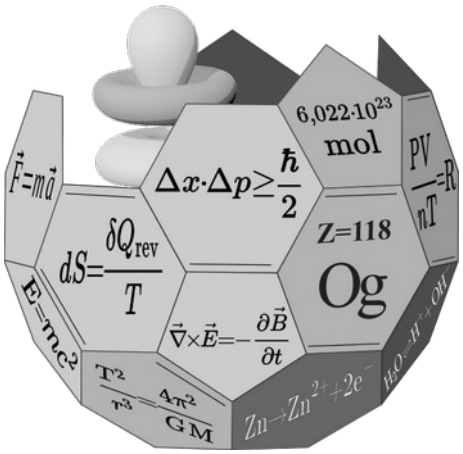


Problemas resueltos oposiciones Física y Química

Recopilación revisada 4 septiembre 2025

enrique@fiquipedia.es

CC BY SA

Se incluyen los problemas resueltos que se pueden consultar en

http://www.fiquipedia.es/home/recursos/recursos-para-oposiciones

https://www.fiquipedia.es/home/recursos/recursos-para-oposiciones/recursos-para-oposiciones-problemas-por-comunidad/

Esta documento simplemente agrupa los ficheros individuales: en caso de revisión siempre se revisa primero en el fichero individual, y cada cierto tiempo esta recopilación

Buy me a coffee

https://ko-fi.com/fiquipedia

Los problemas se incluyen organizados en bloques (aproximados, pueden combinar varios bloques o haberse dividido por apartados en varios "problemas" distintos de varios bloques) y en orden cronológico inverso (aproximado, puede repetirse en varios años). No se incluye numeración en las páginas (algunos problemas la tienen internamente) pero se incluyen el orden de esta tabla y se indica el número de páginas de cada bloque (sin portadas). Este documento no tiene índice al ser una unión de ficheros individuales: se puede buscar en formato electrónico.

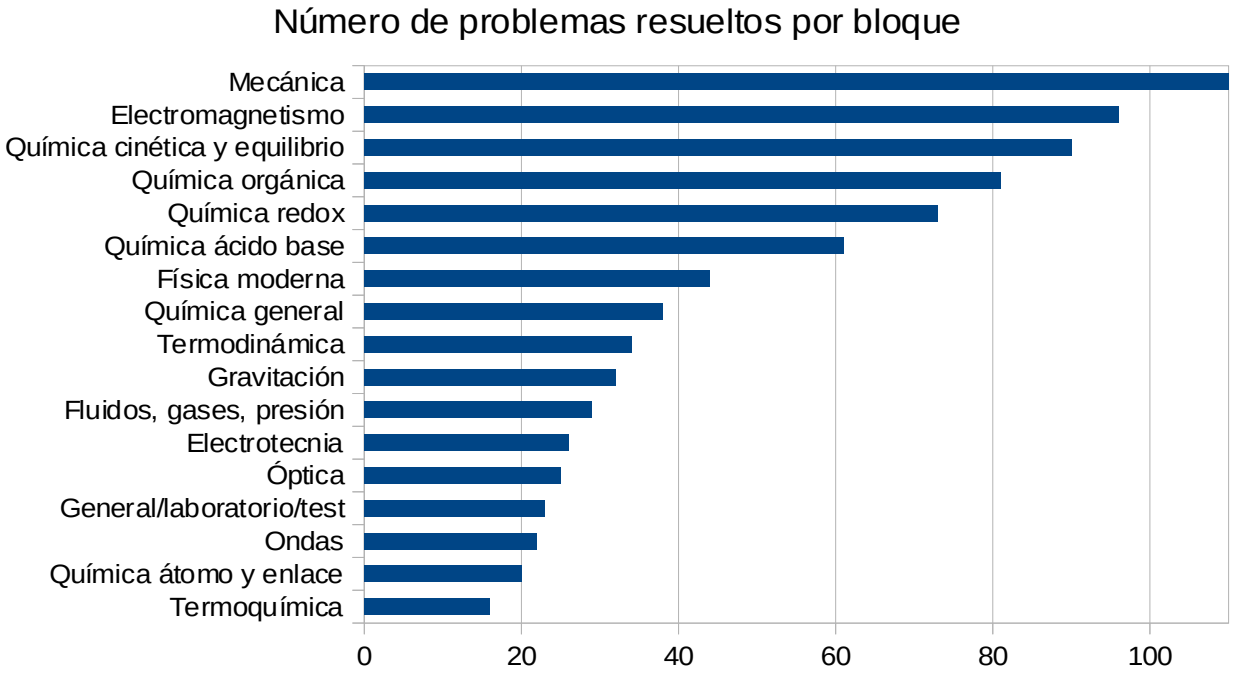
Por ejemplo si un problema combina mecánica y electromagnetismo, se pone en el bloque de electromagnetismo, si combina electromagnetismo y física moderna, se incluye en física moderna, si incluye redox y ácido-base se incluye en redox. Cada problema tiene "algo" del bloque en el que está clasificado.

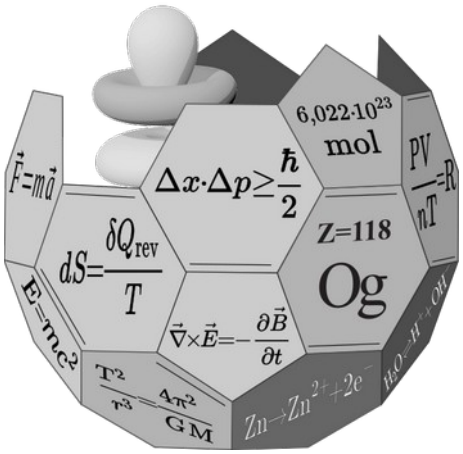
El bloque general/laboratorio incluye problemas globales (por ejemplo tests de física / química), problemas centrados en laboratorio o supuestos didácticos. Si un problema combina otros bloques y laboratorio/supuesto didáctico se suele poner en el bloque correspondiente.

No se reflejan aquí los problemas con resoluciones que no sean de elaboración propia: en la página se enlazan algunas soluciones publicadas por los tribunales y elaboradas por otros.

Bloque	Problemas	Páginas
Mecánica	110	213
Gravitación	32	48
Electromagnetismo	96	163
Electrotecnia	26	34
Fluidos, gases, presión	29	54
Termodinámica	34	75
Ondas	22	30
Óptica	25	47
Física moderna	44	72
Química general	38	52
Termoquímica	16	26
Química átomo y enlace	20	37
Química cinética y equilibrio	90	143
Química ácido base	61	97
Química redox	73	118
Química orgánica	81	147
General/laboratorio	23	73
	820	1429

Se incluye en modo gráfico la tabla anterior con la cantidad de problemas resueltos por bloque: es orientativo, porque en general en el planteamiento de las oposiciones suele ser 50% Física y 50% Química, pero aquí resueltos hay 418 de Física frente a 379 de Química (hay además 23 problemas generales / laboratorio / test). Además en algunas CCAA aparecen poco ciertos bloques, mientras que en otras son habituales, y a veces un problema se repite en varias CCAA pero solo se indica una vez (hay unas 50 repeticiones). Además algunos exámenes tienen pocos problemas largos, y otros tienen muchos problemas/apartados cortos (por ejemplo algunas convocatorias extraordinarias en Ceuta y Melilla), hay exámenes que no tienen problemas sino supuestos didácticos (por ejemplo Canarias), hay exámenes que tienen parte tipo test, por lo que algunos números pueden no reflejar cosas totalmente equivalentes.





Problemas resueltos oposiciones Física y Química

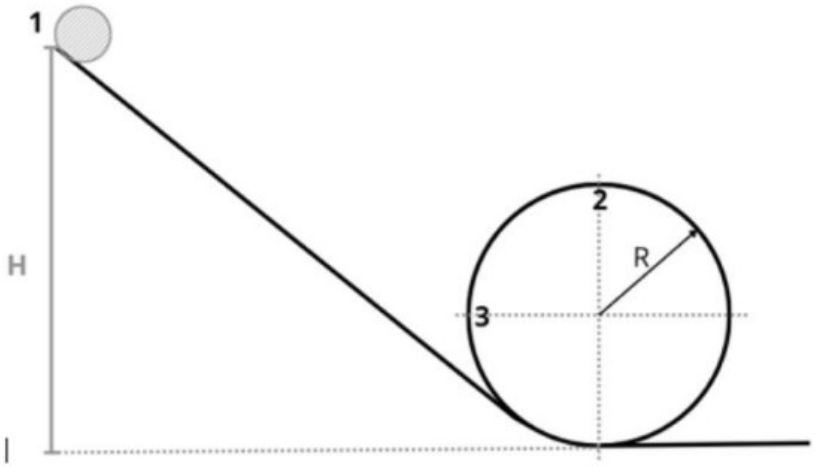
Recopilación revisada 4 septiembre 2025

Mecánica

enrique@fiquipedia.es

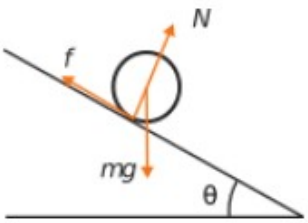
CC BY SA

PROBLEMA 4 (1,25 puntos)
Un cuerpo cilíndrico macizo de masa m = 5 kg y radio r = 0,1 m se desplaza sin deslizarse a lo largo de una pista que incluye un rizo circular (looping) de radio R = 5 m, como muestra la figura. Desde un punto elevado (1), el cilindro se lanza con una velocidad inicial de 10 m/s.
a) Determina el ángulo de inclinación máximo que puede tener la rampa por la que se lanza el cilindro, de forma que no haya deslizamiento, considerando que el coeficiente de fricción estático entre la superficie y el cilindro es μ = 0,5.
b) Plantea la expresión que representa la energía mecánica del cilindro en función de su altura y su velocidad al moverse por la pista.
c) Calcula cuál debe ser la altura mínima desde el punto de partida (1) para que el cilindro logre pasar por el punto más alto del looping (punto 2) sin perder contacto con la pista.
d) Utilizando la altura obtenida en el apartado anterior, determina las aceleraciones tangencial y centrípeta, así como la fuerza normal y la fuerza de fricción que actúan sobre el cilindro cuando pasa por el punto 3 del recorrido.



Ver 2018 Madrid 2
https://lalgfisica.readthedocs.io/es/latest/Mechanics/145_Rotation_Kinetic_Static_Coeff.html
No es dato y tomamos g=9,81 m/s²

a) Usando la segunda ley de Newton para traslación tomando eje x paralelo a la pista y en sentido descendente, llamamos θ al ángulo que forma la pista con la horizontal
Eje y: $N-P_y=0 \rightarrow N=P_y=mg\cos(\theta)$
Eje x: $P_x-F_{roz}=ma \rightarrow mg\,sen(\theta)-\mu mg\cos(\theta)=ma \rightarrow g\,sen(\theta)-\mu g\cos(\theta)=a$
A nivel de rotación podemos plantear, teniendo en cuenta que para que no haya deslizamiento a=αr



$$F_{roz}\cdot r = I\,\alpha \Rightarrow \mu mg\cos(\theta)r=\frac{1}{2}mr^2\frac{a}{r}\Rightarrow \mu g\cos(\theta)=\frac{1}{2}a$$

Igualando las expresiones de aceleración

$$2\mu g\cos(\theta)=g\,sen(\theta)-\mu g\cos(\theta)$$
$$3\mu\cos(\theta)=sen(\theta)$$
$$\tan(\theta)=3\mu$$

Numéricamente $\theta=\arctan(3\cdot 0,5)=56,3^o$

b) Calculamos la energía mecánica asumiendo que no desliza (v=ωr) en función de la altura h
El momento de inercia de un cilindro macizo es I=½mr²
Tomamos h=0 en la base del looping

$$E_m = mgh + \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 = mgh + \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{2} m r^2 \omega^2 = mgh + \frac{+1}{2} m v^2 + \frac{1}{4} m v^2 = mgh + \frac{3}{4} m v^2$$

c) Si pasa por el punto 2 sin perder el contacto con la pista y es la situación límite, no hay normal del looping y la única fuerza centrípeta es el peso.
$mg = mv_2^2/R \rightarrow v_2^2 = gR$ [1]
Planteamos la conservación de energía mecánica en el descenso del cilindro igualando al punto inicial 1 en el que el cilindro no rota pero sí tiene cierta velocidad y relacionamos la velocidad que tendrá en función de la altura

$$E_m = mgH + \frac{1}{2} m v_1^2 = mgh + \frac{3}{4} m v^2$$

$$g(H-h) = \frac{3}{4} v^2 - \frac{1}{2} v_1^2$$

En el punto 2 tenemos que h=2R. Combinando con expresión [1]

$$g(H-2R) = \frac{3}{4} gR - \frac{1}{2} v_1^2$$

$$g\left(H - 2R - \frac{3}{4}R\right) = \frac{-1}{2} v_1^2$$

$$H = \frac{11}{4} R - \frac{1}{2}\frac{v_1^2}{g}$$

Numéricamente

$$H = \frac{11}{4}\cdot 5 - \frac{1}{2}\frac{10^2}{9{,}81} = 8{,}65\, m$$

d) Utilizando la altura del apartado anterior y que en el punto 3 el valor es h=R

$$v^2 = \frac{4}{3}\left(g(H-h) + \frac{1}{2} v_1^2\right)$$

$$v^2 = \frac{4}{3}\left(g\left(\frac{11}{4}R - \frac{1}{2}\frac{v_1^2}{g} - R\right) + \frac{1}{2} v_1^2\right)$$

$$v^2 = \frac{4}{3}\left(\frac{7}{4} gR - \frac{1}{2} v_1^2 + \frac{1}{2} v_1^2\right)$$

$$v^2 = \frac{7}{3} gR$$

Sustituyendo $a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{7}{3} g = \frac{7}{3} 9{,}81 = 22{,}89\, m/s^2$

También se puede calcular la velocidad en el punto 3 $v_3 = \sqrt{\frac{7}{3} gR} = \sqrt{\frac{7}{3} 9{,}81 \cdot 5} = 10{,}7\, m/s$

y calcular $a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{10{,}7^2}{5} = 22{,}9\, m/s^2$

La única fuerza que actúa en sentido centrípeto en el punto 3 es la normal, por lo que

$$N = m \cdot a_c = m\frac{7}{3} g = 5\frac{7}{3} 9{,}81 = 114\, N$$

La aceleración tangencial está asociada a las fuerzas tangenciales, que son el peso hacia abajo y el rozamiento hacia arriba.

$$P - F_{roz} = m\,a_t$$

A nivel de rotación y teniendo en cuenta que no hay deslizamiento a=αr

$$F_{roz} \cdot r = I\,\alpha = \frac{1}{2} m r^2 \frac{a_t}{r}$$

$$F_{roz} = \frac{1}{2} m\,a_t$$

Combinando expresiones

$$mg - \frac{1}{2} m\,a_t = m\,a_t$$

$$a_t = \frac{g}{1+\frac{1}{2}} = \frac{2}{3} g$$

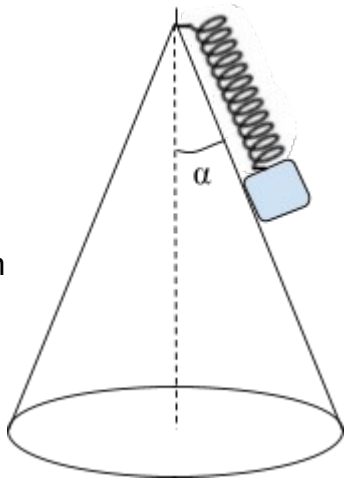
Numéricamente

$$a_t = \frac{2}{3} 9,81 = 6,54\, m/s^2$$

$$F_{roz} = \frac{1}{2} 5 \frac{2}{3} 9,81 = 16,35\, N$$

Castellano

4. (2 puntos) Un cuerpo, de 6 kg de masa, gira apoyado sobre la cara exterior de una superficie cónica y lisa (se desprecia el rozamiento). A su vez, el cuerpo está unido a un resorte de masa despreciable. El ángulo que forma la superficie cónica con su eje es α = 30º, y el cuerpo gira a una velocidad angular uniforme de 10 r.p.m. Calcule:



a) La fuerza que ejerce la superficie cónica sobre el cuerpo y la elongación del resorte. (0,75 puntos)

b) La velocidad angular mínima a la que debe girar el cuerpo para perder el contacto con la superficie cónica. (0,5 puntos)

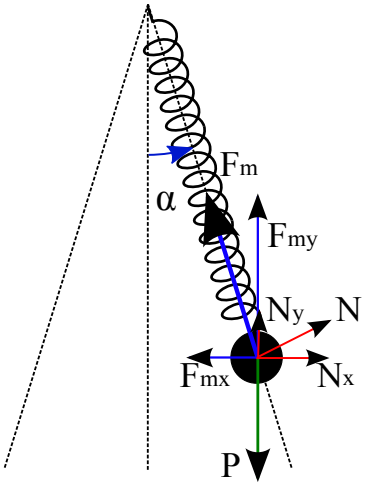
c) Calcule la elongación del resorte y el ángulo que forma éste con la vertical, en el caso de que el cuerpo girase a una velocidad angular de 15 r.p.m. (0,75 puntos)

DATOS: g = 9,8 $m \cdot s^{-2}$.

Características del resorte: K= 100 $N \cdot m^{-1}$; longitud natural L_0 = 5 m.

Ver 2000 Cataluña B1, 1999 Cataluña 3.1

a) Realizamos un diagrama de fuerzas sobre el cuerpo, y usamos α al ángulo que forma el muelle con el eje del cono como en enunciado. Tomamos eje y vertical y eje x horizontal, y planteamos 2ª ley de Newton en cada eje



$$N_x = N \cdot \cos(\alpha); N_y = N \cdot sen(\alpha)$$

Eje y: $F_{my} + N_y - P = 0 \Rightarrow k\,\Delta l \cdot \cos(\alpha) + N \cdot sen(\alpha) - mg = 0$

Eje x: $F_{mx} - N_x = m\,a_n \Rightarrow k\,\Delta l \cdot sen(\alpha) - N \cdot \cos(\alpha) = m\,\omega^2 R$

Cuando está girando, $R = (L_0 + \Delta l)\,sen(\alpha)$

$$\frac{10\,\cancel{rev}}{1\,\cancel{min}} \cdot \frac{2\,\pi\,rad}{1\,\cancel{rev}} \cdot \frac{1\,\cancel{min}}{60\,s} = \frac{\pi}{3}\,rad/s \approx 1{,}04\,rad/s$$

Tenemos dos ecuaciones con dos incógnitas: N y Δl

Despejamos para averiguar primero Δl

De la primera $N \cdot sen(\alpha) = mg - k\,\Delta l \cdot \cos(\alpha)$

De la segunda $N \cdot \cos(\alpha) = k\,\Delta l \cdot sen(\alpha) - m\,\omega^2 (L_0 + \Delta l)\,sen(\alpha)$

Si dividimos primera entre segunda

$$\tan(\alpha) = \frac{mg - k\,\Delta l \cdot \cos(\alpha)}{k\,\Delta l \cdot sen(\alpha) - m\,\omega^2 (L_0 + \Delta l)\,sen(\alpha)}$$

$$\tan(\alpha)\,k\,\Delta l \cdot sen(\alpha) - \tan(\alpha)\,m\,\omega^2\,sen(\alpha)(L_0 + \Delta l) = mg - k\,\Delta l \cdot \cos(\alpha)$$

$$\tan(\alpha)\,k\,\Delta l \cdot sen(\alpha) - \tan(\alpha)\,m\,\omega^2\,sen(\alpha)\,L_0 - \tan(\alpha)\,m\,\omega^2\,sen(\alpha)\,\Delta l = mg - k\,\Delta l \cdot \cos(\alpha)$$

$$\tan(\alpha)\,k\,\Delta l \cdot sen(\alpha) - \tan(\alpha)\,m\,\omega^2\,sen(\alpha)\,\Delta l + k\,\Delta l \cdot \cos(\alpha) = mg + \tan(\alpha)\,m\,\omega^2\,sen(\alpha)\,L_0$$

$$\Delta l = \frac{mg + \tan(\alpha)\,m\,\omega^2\,sen(\alpha)\,L_0}{\tan(\alpha)\,k \cdot sen(\alpha) - \tan(\alpha)\,m\,\omega^2\,sen(\alpha) + k\cos(\alpha)}$$

Numéricamente

$$\Delta l = \frac{6 \cdot 9{,}8 + \tan(30^o)\,6\,(\pi/3)^2\,sen(30^o)\,5}{\tan(30^o)\,100 \cdot sen(30^o) - \tan(30^o)\,6\,(\pi/3)^2\,sen(30^o) + 100\cos(30^o)} = 0{,}60\,m$$

De la primera $N=\frac{6\cdot 9{,}8-100\cdot 0{,}60\cdot\cos(30^o)}{sen(30^o)}=137\,N$

b) Si queremos que pierda el contacto, entonces la normal es cero. La fuerza elástica es mayor y la componente horizontal es la única que tiene efecto centrípeta y la vertical es la que compensa el pso.

Las ecuaciones dinámicas pasan a ser

Eje y: $F_{my}-P=0\Rightarrow k\,\Delta l\cdot\cos(\alpha)=mg$

Eje x: $F_{mx}=m\,a_n\Rightarrow k\,\Delta l\cdot sen(\alpha)=m\,\omega^2(L_0+\Delta l)\,sen(\alpha)$

Tenemos dos ecuaciones con dos incógnitas: ω y Δl

Despejamos de la primera $\Delta l=\frac{mg}{k\cos(\alpha)}$

Sustituyendo en la segunda

$$\cancel{k}\frac{\cancel{m}\,g}{\cancel{k}\cos(\alpha)}\cdot\cancel{sen(\alpha)}=\cancel{m}\,\omega^2\left(L_0+\frac{mg}{k\cos(\alpha)}\right)\cancel{sen(\alpha)}$$

$$\omega=\sqrt{\frac{g}{\cos(\alpha)\left(L_0+\frac{mg}{k\cos(\alpha)}\right)}}$$

Numéricamente

$$\omega=\sqrt{\frac{9{,}8}{\cos(30^o)\left(5+\frac{6\cdot 9{,}8}{100\cos(30^o)}\right)}}=1{,}41\,rad/s$$

Tiene que ser una velocidad mayor que cuando sí había normal.

c) $\frac{15\,\cancel{rev}}{1\,\cancel{min}}\cdot\frac{2\pi\,rad}{1\,\cancel{rev}}\cdot\frac{1\,\cancel{min}}{60\,s}=\frac{\pi}{2}\,rad/s\approx 1{,}57\,rad/s$

No habría normal, y el muelle se elevará.

Reutilizamos el planteamiento y desarrollo de apartado b, pero en lugar de despejar la frecuencia angular ahora despejamos el ángulo

$$\frac{g}{\cos(\alpha)}=\omega^2\left(L_0+\frac{mg}{k\cos(\alpha)}\right)$$

$$g=\omega^2 L_0\cos(\alpha)+\omega^2\frac{mg}{k}$$

$$\cos(\alpha)=\frac{g-\omega^2\frac{mg}{k}}{\omega^2 L_0}$$

Numéricamente

$$\alpha=\arccos\left(\frac{9{,}8-(\pi/2)^2 6\cdot\frac{9{,}8}{100}}{(\pi/2)^2 5}\right)=47{,}4^o$$

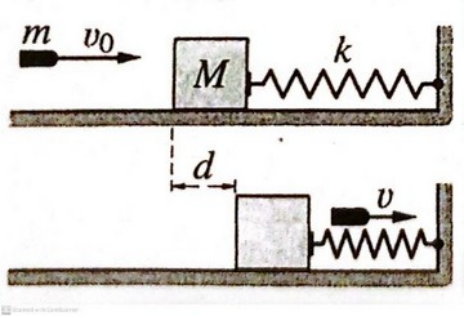
Tiene que ser un ángulo mayor de 30º para que no haya contacto.

Validamos que para la velocidad angular de apartado b el ángulo son 30º

$$\alpha=\arccos\left(\frac{9{,}8-(1{,}41)^2 6\cdot\frac{9{,}8}{100}}{(1{,}41)^2 5}\right)\approx 30^o$$

Euskera

F3. m=5 g-ko masa duen bala bat v0= 400 m/s-ko abiadurarekin higitzen da mahai leun horizontal baten gainean dagoen M=1kg-ko masa duen egur-bloke batekin talka egin aurretik. Blokea, hasieran, pausagunean aurkitzen da eta k=900 N/m-ko konstante berreskuratzailea duen malguki batera lotuta dago



Balak, blokea jo, zeharkatu eta v abiadura batez ateratzen da, talka aurretiko norabide eta noranzko berean. Talka horren ondorioz, blokea eskuinerantz desplazatzen da, haren desplazamendu maximoa d=5 cm-koa izanik. Kalkulatu:
a. Balaren abiadura bloketik irten denean.
b. Talkaren ondorioz sistemak galdu duen energia osoa.
c. Blokeak edukiko lukeen eskuineranzko desplazamendu maximoa, blokearen eta mahaiaren arteko marruskadura koefizientea 0,6 bada. Erabili a) atalean lortutako abiaduraren emaitzak

Una bala de masa m = 5 g se mueve a una velocidad v_0 = 400 m/s antes de colisionar con un bloque de madera de masa M = 1 kg, situado sobre una mesa horizontal lisa. El bloque está inicialmente en reposo y está unido a un resorte con una constante de recuperación k = 900 N/m. La bala impacta el bloque, lo atraviesa y sale con una velocidad v en la misma dirección que antes de la colisión. Como resultado de esta colisión, el bloque se desplaza hacia la derecha, con un desplazamiento máximo de d = 5 cm. Calcular:
a. La velocidad de la bala al salir del bloque.
b. La energía total perdida por el sistema como resultado de la colisión.
c. El desplazamiento máximo hacia la derecha que tendría el bloque si el coeficiente de fricción entre el bloque y la mesa fuera de 0,6. Utilizar los resultados de la velocidad obtenidos en el inciso a).

a) Planteamos la conservación del momento lineal entre la bala y el bloque en la colisión de bala y bloque. En ese choque la bala atraviesa el bloque y lleva nueva velocidad constante, pero el bloque tiene nueva velocidad y por eso avanza comprimiento el muelle. Tomamos eje x en sentido del movimiento de la bala.

$$m \cdot v_0 + M \cdot 0 = m \cdot v + M \cdot v_{bloquedespués}$$

Para calcular la velocidad del bloque planteamos la conservación de la energía entre situación A (bloque con cierta velocidad y muelle sin comprimir) y situación B (bloque parado y muelle comprimido una distancia d)

$$\frac{1}{2} M \cdot v_{bloquedespués}^2 = \frac{1}{2} k\, d^2 \Rightarrow v_{bloquedespués} = d\sqrt{\frac{k}{M}}$$

Sustituyendo $m \cdot v_0 = m \cdot v + M \cdot d\sqrt{\frac{k}{M}} \Rightarrow v = v_0 - \frac{M}{m} d\sqrt{\frac{k}{M}}$

Numéricamente $v = 400 - \frac{1}{0{,}005} 0{,}05 \sqrt{\frac{900}{1}} = 100\, m/s$

b) La energía antes del choque era solo cinética de la bala

$E_c = ½mv_0^2 = 0{,}5 \cdot 0{,}005 \cdot 400^2 = 400$ J

La energía tras el choque es cinética de bala y cinética del bloque

La velocidad del bloque después es $v_{bloquedespués} = 0{,}05 \sqrt{\frac{900}{1}} = 1{,}5\, m/s$

$E = ½mv_0^2 + ½Mv^2 = 0{,}5 \cdot 0{,}005 \cdot 100^2 + 0{,}5 \cdot 1 \cdot 1{,}5^2 = 25 + 1{,}125 = 26{,}125$ J

La energía perdida en el choque es 400-26,125=373,875 J

c) Si el coeficiente de rozamiento del bloque con la mesa fuese μ=0,6, habría una fuerza de frenado constante, que sería F=μN, y al ser horizontal sería F=μMg

Planteamos la disipación de la energía entre situación A (bloque con cierta velocidad y muelle sin comprimir) y situación B (bloque parado y muelle comprimido una distancia D)

La energía disipada en el desplazamiento D sería F·D·cos(180º)=-μMgD

$$\Delta E_m = W_{FNC}$$

$$\frac{1}{2} k D^2 - \frac{1}{2} M v^2 = -\mu MgD$$

Numéricamente usando la velocidad del apartado a (realmene de apartado b, en apartado a se pedía la velocidad de la bala, no la del bloque)

$$\frac{1}{2} \cdot 900 \cdot D^2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1{,}5^2 = -0{,}6 \cdot 1 \cdot 9{,}8 \cdot D$$

$$450 D^2 + 5{,}88 D - 1{,}125 = 0$$

$$D = \frac{-5{,}88 \pm \sqrt{5{,}88^2 - 4 \cdot 450 \cdot (-1{,}125)}}{2 \cdot 450} = \frac{-5{,}88 \pm 45{,}38}{900} = \begin{matrix} \sout{negativo} \\ 0{,}0439\, m \end{matrix}$$

El desplazamiento máximo sería de 4,29 cm (menor de los 5 cm en caso sin rozamiento)

Resuelva los siguientes ejercicios. Se pueden utilizar los valores de constantes que se consideren necesarios.

Ejercicio 1. (10 puntos) Una esfera sólida uniforme de masa 1 kg y radio 0,05 m, se lanza con velocidad inicial del centro de masas de 3 $m \cdot s^{-1}$ y velocidad 10 $rad \cdot s^{-1}$ sobre una superficie horizontal con coeficiente de rozamiento cinético μ_c=0,2. La esfera inicialmente desliza. Responda a los siguientes apartados:

a) Dibuje las fuerzas que actúan sobre la esfera. (1 punto)

b) Escriba las ecuaciones del movimiento de traslación y rotación. (5 puntos)

c) Determine el tiempo que tarda la esfera en rodar si deslizar, y averigüe la velocidad del centro de masas y la velocidad angular en ese instante. (4 puntos)

Ver 2016 Andalucía 1

No se da como dato y se asume g=9,81 m/s^2

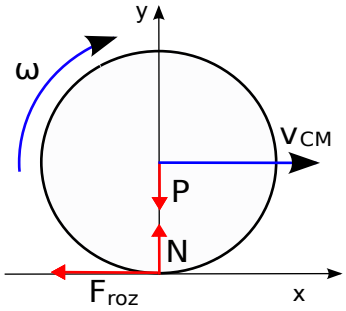
Por simplicidad asumimos que la velocidad angular es sobre un eje perpendicular a la velocidad lineal: la velocidad lineal está en el sentido de eje x positivo y velocidad angular en sentido eje -z (en http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/solido/mov_general/equilibrio2/equilibrio2.htm se resuelve de manera general: la velocidad del centro de masas y la velocidad angular de rotación pueden tener cualquier valor y orientación en el plano)

a) Realizamos un diagrama donde se respresenta la velocidad lineal y los ejes. Hay 3 fuerzas:

-Peso: aplicado en el centro de masas y sentido -y.

-Normal: aplicando en punto de contacto con el suelo y sentido +y.

-Rozamiento: aplicada en el punto de contacto y **opuesta al movimiento de deslizamiento (no necesariamente opuesto al movimiento del centro de masas).** Si desliza $|v_{CM}| \neq |\omega R|$.



En este caso $|v_{CM}| > |\omega R|$ (3>0·0,05=0,5), la esfera se mueve hacia x positivas más deprisa que la velocidad del punto de contacto hacia atrás, el punto de contacto se mueve hacia delante respecto al suelo y la fuerza de rozamiento va hacia atrás, haciendo que la esfera gire más deprisa. Se puede hacer la analogía de arrastra la esfera muy deprisa con velocidad inicial nula y la fuerza de rozamiento es la que hace que empiece a girar.

Si fuese $|v_{CM}| < |\omega R|$ la esfera se mueve hacia x positivas más despacio que la velocidad del punto de contacto hacia atrás, el punto de contacto se mueve hacia atrás respecto al suelo y la fuerza de rozamiento va hacia delante. El algo parecido a soltar un carrete girando muy deprisa en el suelo y que tras delizar empiece a avanzar por la fuerza del rozamiento.

b) Ecuaciones de traslación:

Eje y: N-P=0 → N=P=mg

Eje x: $-F_{roz}=ma \rightarrow a=-\mu_c \cdot N/m=-\mu_c \cdot mg/m=-\mu_c \cdot g=-0,2 \cdot 9,81=-1,962\ m/s^2$ (negativa)

Ecuaciones de rotación (respecto centro de masas)

M=Iα, donde I es el momento de inercia de una esfera respecto de su centro es $I=\frac{2}{5}mR^2$

$$-F_{roz} \cdot R=\frac{2}{5}mR^2\alpha \Rightarrow \alpha=\frac{-5\mu_c g}{2R}$$

Numéricamente $\alpha=\frac{-5 \cdot 0,2 \cdot 9,81}{2 \cdot 0,05}=-98,1\ rad/s^2$

La aceleración angular es negativa, acelera el giro de la esfera ya que la esfera inicialmente para deslizar giraba en el sentido de las agujas de reloj (vector velocidad angular hacia -z)

c) Si rueda sin deslizar $|v_{CM}|=|\omega R|$, y como antes $|v_{CM}|>|\omega R|$ para que no deslice ω tiene que aumentar y/o v_{CM} disminuir.
A la hora de igualar en el punto de contacto sin usar módulos debemos usar signo menos

$$v_{CM}\,\vec{i}=\vec{\omega}\times\vec{r}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & 0 & -\omega\\ 0 & -R & 0\end{vmatrix}$$

$$v_{CM}=-\omega\cdot R$$

$$v_0+a\,t=-(\omega_0+\alpha\,t)\,R$$

$$v_0-\mu_c\,g\,t=-(\omega_0\,R-\frac{5\,\mu_c\,g}{2}\,t)$$

$$(\frac{5\,\mu_c\,g}{2}+\mu_c\,g)\,t=v_0+\omega_0\,R$$

$$t=\frac{\omega_0\,R+v_0}{\mu_c\,g(\frac{5}{2}+1)}=\frac{2(\omega_0\,R+v_0)}{7\,\mu_c\,g}$$

Numéricamente

$$t=\frac{2(-10\cdot 0{,}05+3)}{7\cdot 0{,}2\cdot 9{,}81}=0{,}364\,s$$

En ese instante

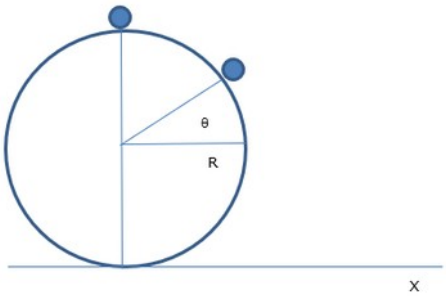
$$\vec{v_{CM}}=(3-1{,}962\cdot 0{,}364)\,\vec{i}=2{,}296\,\vec{i}\;m/s$$

$$\vec{\omega}=(-10-98{,}1\cdot 0{,}364)\,\vec{k}=45{,}71\,\vec{k}\;rad/s$$

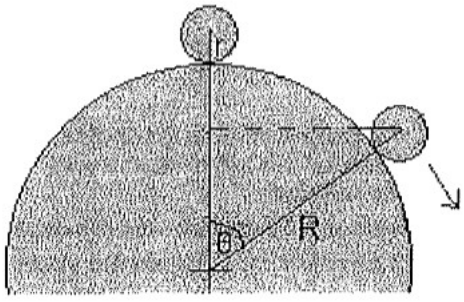
Podemos validar numéricamente que en ese instante salvo redondeos $|v_{CM}|=|\omega R|$
$45{,}71\cdot 0{,}05=2{,}2855\approx 2{,}296$

2025 Valencia 3. Un punto material de masa M se mueve sin rozamiento y abajo la acción de la gravedad sobre una esfera de radio R. La esfera está apoyada sin posibilidad de desplazarse, sobre un plano horizontal. Suponemos que el punto material inicia su movimiento sin velocidad inicial desde un punto infinitesimalmente próximo en su punto más alto de la esfera.
a. Calcule el módulo de la velocidad de la masa en función de la altura a tierra h y del ángulo que forma su posición con la vertical (antes de que deje de hacer contacto con la esfera) (20%).
b. Calcule el módulo del momento angular (15%).
c. Si para un determinado ángulo la masa pierde el contacto con la superficie de la esfera, calcule el valor del ángulo (25%).
d. ¿Si hubiera rozamiento, el valor del ángulo sería más grande o pequeño? (10%).
e. Calcule la distancia entre el punto en que la partícula hará contacto con el plano, horizontal y el punto de contacto de la esfera con este plano si R=3 m (20%).
f. ¿Cómo cambiarían los resultados c y e si la masa puntual fuera una esfera de radio r=0,1 m? (recuerde que el momento de inercia de una esfera es I=2/5 M r^2) (10%)

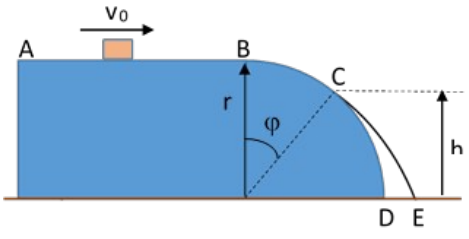
2022 Baleares Menorca A2 (original en catalán) *Sobre una esfera rígida y fija se coloca un cuerpo de 2 kg de masa que puede deslizar sobre la esfera sin rozamiento. El radio de la esfera es de 1 metro y el cuerpo se deja ir desde arriba de la esfera (ver figura). En su movimiento el cuerpo se llega de "desherrar" de la esfera y cae al suelo.*
a.- Calcula la velocidad con la que llegará al suelo. (3p)
b.- Calcula la distancia a la que caerá considerando 0, el punto donde reposa la esfera. (7p)



2019 Baleares Mallorca B5 (original en catalán) *Una esfera maciza de masa m y radio r, rueda sin deslizarse a lo largo de una cúpula de radio R. Tal y como puede verse en la figura. Se desplaza la esfera de la posición de equilibrio inestable, empezando a rodar a lo largo de la cúpula y deja de tener contacto con ella para un determinado ángulo θ con la vertical.*
a) Deducir que la expresión del momento de inercia de una esfera maciza es $I=\frac{2}{5}\cdot M\cdot R^2$ *(0,4 puntos)*
b) Calcular el ángulo θ. (1,0 puntos)
c) Indicar una experiencia que se podría realizar para que el alumnado entienda el concepto de momento de inercia. (0,6 puntos)

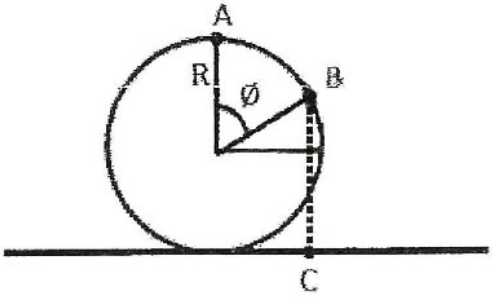


2018 Castilla y León. Acceso 5. 1. Un pequeño bloque desliza sin rozamiento con velocidad v_0 sobre una superficie horizontal AB, según la figura. Si $v_0=½\sqrt{g\cdot r}$:
a) Exprésese en función de r la altura del punto C donde el bloque abandona la superficie cilíndrica BD. (0,6 ptos.)



b) Determínese la distancia d entre el punto D y el punto de impacto en el suelo, E. (0,5 ptos.)
c) ¿Para qué valor de v_0 la altura h es mínima y cuál es su valor? (0,2 ptos.)
d) Si r=0,8 m, determínese el menor valor de v_0 para que se pierda el contacto en el punto B. (0,2 ptos.)

2016 Galicia 2. En el punto más alto de una esfera lisa de radio R hay una bola de dimensiones despreciables. Se le comunica una velocidad inicial, observando que la bola pierde el contacto con la esfera para Ø =37º. Se pide:
a) Velocidad inicial de la bola.
b) Punto de impacto en el suelo (medida la distancia respecto al punto C)
(1,25 puntos)



2001 Baleares 3 (original en catalán) *En la parte más alta de una esfera de radio R, la cual descansa en el suelo, se coloca una moneda de masa m. Si a la moneda le damos un pequeño empujón horizontal y esta se desliza a lo largo de la superficie de la esfera sin fricción, calcula: el punto en el que abandona la superficie de la esfera, la velocidad de la moneda en este punto y la velocidad con la que llega al suelo.*

1994 Cataluña B3 (original en catalán) *Un punto material de masa m se mueve sin fricción y bajo la acción de la gravedad sobre una esfera de 3 m de radio y con centro en el punto O. La esfera se apoya sin posibilidad de desplazarse sobre un plano horizontal. Supongamos que el punto material inicia el movimiento, sin velocidad inicial, desde un punto infinitesimalmente próximo al punto más alto de la esfera. La partícula deja de hacer contacto con la esfera en el punto P. Calcular:*
a- El ángulo que forma la línea OP con la vertical que pasa por el centro de la esfera.
b- La distancia entre el punto en que la partícula hará contacto con el plano horizontal y el punto de contacto de la esfera con este plano.

Similares a fase local olimpiadas física Madrid , Problema 1 2015 y cuestión 6 2012.
Referencia: http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/dinamica/trabajo/cupula/cupula.htm
Mecánica Clásica multiplicador de Lagrange partícula que desliza sobre una esfera, LAB1
https://www.youtube.com/watch?v=f_ZLvPZOi6A
En algunos casos se piden valores numéricos. El valor de g no es dato, usamos $g=9,81\ m/s^2$ y utilizamos 3 cifras significativas: asumimos datos con tres cifras significativas, R=3,00 m, R=1,00 m, Φ=37,0º.

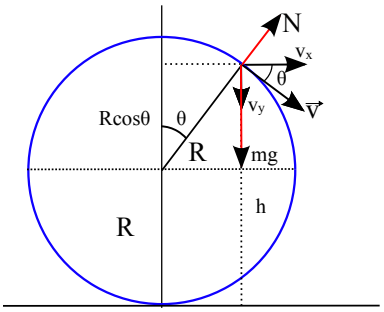
Resolución conjunta de problemas similares que evita duplicidad, visualiza mejor lo común y las variantes del mismo tipo de problema (que en el momento de revisar esta resolución ha salido en 6 oposiciones distintas) aunque cueste seguir cada ejercicio individual, se incuye índice.

Índice

1. Módulo de la velocidad con la que se pierde contacto en función h y del ángulo.....3
2. Momento angular.....3
3. Relación entre θ con el que se pierde contacto y v_0.....4

4. Valor de θ y/o h con el que se pierde el contacto conocida v_0....4
5. Valor de v_0 conocido ángulo ángulo y/o altura con el que se pierde el contacto....4
6. Valor de v_0 para altura h mínima....4
7. Valor de v_0 para perder contacto en punto superior....5
8. Razonar cómo variaría el ángulo si hubiera rozamiento....5
9. Velocidad con la que sale de la esfera....5
10. Tiempo que tarda en caer desde que pierde contacto....6
11. Velocidad con la que llega al suelo....6
12. Distancia a la que impacta en el plano....7
13. Resultados con esfera sobre esfera....7

1. Módulo de la velocidad con la que se pierde contacto en función h y del ángulo.



La partícula que cae deja de estar en contacto cuando tiene cierta velocidad y la componente de la fuerza de la gravedad que curva la trayectoria no es lo suficientemente grande y deja de haber normal. Enunciado indica partícula puntual; no se gasta energía en hacerla rodar sobre su eje mientras cae sobre la esfera. Enunciado indica que $v_0=0$ salvo en 2016 Galicia, por lo que planteamos de manera general con v_0.
Si realizamos un diagrama cuando no ha perdido el contacto, la partícula lleva cierta v y hay normal, y ha recorrido un ángulo desde la vertical θ, y descendido hasta una altura h respecto a la base de la esfera. En cualquier momento la altura respecto al plano horizontal es h=R+Rcosθ =R(1+cosθ)
Utilizamos la conservación de energía mecánica entre el punto superior y el punto a altura h, cuando ha descendido una altura 2R-h.

$$\cancel{m}\, g\, 2R+\frac{1}{2}m v_0^2=\cancel{m}\, g\, h+\frac{1}{2}\cancel{m}\, v^2 \Rightarrow 2g(2R-h)=v^2-v_0^2$$

Sustituyendo h=R(1+cosθ)

$$v^2=v_0^2+2g(2R-R(1+\cos\theta))=v_0^2+2gR(1-\cos\theta)$$

$$v=\sqrt{v_0^2+2gR(1-\cos\theta)}$$ (expresión general con $v_0\neq 0$; paso intermedio en **Galicia 2016-a y Castilla y León 2018-a**)

En el caso de Castilla y León, es semiesfera (el tramo AB sin rozamiento es irrelevante) y tomando referencia a mitad de altura se puede comprobar que se llega a la misma expresión.

$$v=\sqrt{2gR(1-\cos\theta)}$$ (respuesta para $v_0=0$ para **Valencia 2025-a**)

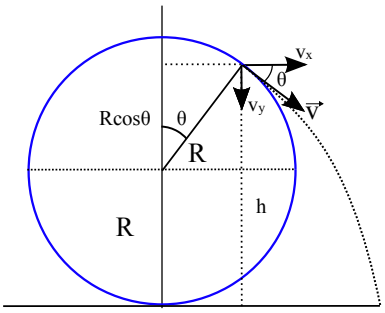
(En expresión con $v_0=0$ podemos validar que si θ=0 la velocidad es cero)
En la imagen que se incluye en enunciado Baleares 2022 se indica ángulo θ con la horizontal, pero aquí se plantea de manera distinta.
En la imagen que se incluye en enunciado Castilla y León 2018 Acceso 5 se indica ángulo φ.

2. Momento angular

El módulo del momento angular respecto al centro de la esfera sería

$$L=Rmv=Rm\sqrt{2gR(1-\cos\theta)}$$ (respuesta **Valencia 2005-b**)

3. Relación entre θ con el que se pierde contacto y v_0



Si realizamos un diagrama del instante en el que se pierde el contacto, la partícula lleva cierta v, está "en contacto pero sin normal"
Se puede razonar que justo en ese instante la componente radial de la fuerza de la gravedad es la fuerza centrípeta, y que esa componente radial es F=mg·cosθ
Si igualamos a la fuerza centrípeta

$$F_c = F_{g\,radial} \Rightarrow \cancel{m}\frac{v^2}{R} = \cancel{m}\,g\cos\theta \Rightarrow \frac{v^2}{gR} = \cos\theta$$

Para calcular la relación entre h y v, utilizamos la conservación de energía mecánica entre el punto superior y el punto a altura h, cuando ha descendido una altura 2R-h.

$$\cancel{m}\,g\,2R + \frac{1}{2}m\,v_0^2 = \cancel{m}\,g\,h + \frac{1}{2}\cancel{m}\,v^2 \Rightarrow 2g(2R-h) = v^2 - v_0^2$$

Igualando para despejar el ángulo $\cos\theta = \frac{2g(2R-h)+v_0^2}{gR} = \frac{4gR-2gh+v_0^2}{gR} = 4 - 2\frac{h}{R} + \frac{v_0^2}{gR}$

Aplicando que $h = R(1+\cos\theta) \Rightarrow \frac{h}{R} = 1+\cos\theta$

$$\cos\theta = 4 - 2(1+\cos\theta) + \frac{v_0^2}{gR} \Rightarrow \cos\theta = 2 - 2\cos\theta + \frac{v_0^2}{gR} \Rightarrow 3\cos\theta = 2 + \frac{v_0^2}{gR} \Rightarrow \theta = arcos\left(\frac{2}{3} + \frac{v_0^2}{3gR}\right)$$

(paso intermedio para **Valencia 2025-c, Castilla y León 2018-a, Galicia 2016-c, Baleares 2001, Cataluña 1994-a**)

4. Valor de θ y/o h con el que se pierde el contacto conocida v_0

Si v_0=0, $\theta = arcos\left(\frac{2}{3}\right) = 48{,}2^o$

La altura a la que la bola abandona la esfera es h=R(1+cosθ)=R(1+2/3)=R(5/3)
θ=48,2º (respuesta **Valencia 2025-c, Baleares 2001, Cataluña 1994-a**) *Como en Baleares se indica "el punto en el que abandona" también sería válido indicar h=R(5/3) en lugar de ángulo.*

Si $v_0 = ½\sqrt{g \cdot r}$, $\theta = arcos\left(\frac{2}{3} + \frac{1/4\,gR}{3gR}\right) = \arccos\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{12}\right) = \arccos\left(\frac{9}{12}\right) = 41{,}4^o$

h=9R/12 (respuesta **Castilla y León 2018-a**)

5. Valor de v_0 conocido ángulo ángulo y/o altura con el que se pierde el contacto

Si $v_0 \neq 0$, θ=37º

$$3\cos(37^o) = 2 + \frac{v_0^2}{9{,}81 \cdot R} \Rightarrow v_0^2 = 3{,}88\,R \Rightarrow v_0 = 1{,}97 \cdot R$$ (respuesta **Galicia 2016-a**)

6. Valor de v_0 para altura h mínima

(Solo se pide en **Castilla y León 2018 c**)

Hemos calculado antes la relación entre θ y v_0 con el que se pierde contacto $\cos\theta=\frac{2}{3}+\frac{v_0^2}{3gR}$

En este caso de semiesfera h=R·cos(θ) y podemos plantear $h=\frac{2}{3}R+\frac{v_0^2}{3g}$

Para buscar un mínimo respecto de v_0, derivamos respecto v_0 e igualamos a cero.

$\frac{dh}{dv_0}=2\frac{v_0}{3g}=0\Rightarrow v_0=0$ No hacemos la segunda derivada para comprobar que es un mínimo.

Vemos con los valores calculados que para v0=0 se tienen 48,2º y para v_0 mayor el ángulo es menor y por lo tanto la altura es mayor.

7. Valor de v_0 para perder contacto en punto superior

(Solo se pide en **Castilla y León 2018 d**)
Se indica "Si r=0,8 m, determínese el menor valor de v_0 para que se pierda el contacto en el punto B." y el punto B en diagrama es el punto superior de la semiesfera, en el que θ=0º

Hemos calculado antes la relación entre θ y v_0 con el que se pierde contacto $\cos\theta=\frac{2}{3}+\frac{v_0^2}{3gR}$

$\cos 0^o=\frac{2}{3}+\frac{v_0^2}{3gR}\Rightarrow 1-\frac{2}{3}=\frac{v_0^2}{3gR}\Rightarrow v_0=\sqrt{gR}=\sqrt{9,81\cdot 0,8}=2,8\,m/s$

8. Razonar cómo variaría el ángulo si hubiera rozamiento

(Respuesta a **Valencia 2025-d**) Si hubiera rozamiento el ángulo sería menor, ya que el rozamiento es una fuerza no conservativa, la partícula perdería energía mecánica en calor y tendría menor velocidad para el mismo ángulo. En el punto en el que deja de haber contacto $\cos\theta=\frac{v^2}{gR}$ y si la velocidad es menor el coseno del ángulo debe ser menor, lo que ocurre para ángulos mayores (el coseno es máximo para ángulo cero).
Si hubiera rozamiento, el valor del ángulo para el que se pierde el contacto con la superficie de la esfera sería más grande.

9. Velocidad con la que sale de la esfera

Conocida la altura, calcular la distancia a la base o borde de la esfera del punto en el que impacta en el plano horizontal es realizar los cálculos asociados a un tiro parabólico, con velocidad inicial dirigida hacia abajo con cierto ángulo. El cálculo de la velocidad con la que sale de la esfera es necesario para calcular luego la distancia a la que impacta en el plano. Tomamos referencia z=0 en el plano horizontal.
El módulo de velocidad inicial
Galicia 2016 $v_0\neq 0$, θ=37º

$v=\sqrt{v_0^2+2gR(1-\cos\theta)}=\sqrt{3,88\cdot+2\cdot 9,81\cdot R\cdot(1-\cos(37^o))}=\sqrt{7,83R}$

Castilla y León 2018 $v_0=½\sqrt{g\cdot r}$

$v=\sqrt{v_0^2+2gR(1-\cos\theta)}=\sqrt{\frac{1}{4}9,81R+2\cdot 9,81\cdot R\cdot(1-\frac{9}{12})}=\sqrt{7,35R}$

Valencia 2025, Baleares 2022, Cataluña 1994 (v_0=0)

$$v=\sqrt{gR(1-\cos\theta)}=\sqrt{9{,}81\,R(1-\frac{2}{3})}=\sqrt{3{,}27\,R}$$

>Esa expresión es válida como resolución en **Baleares 2001** (se pide velocidad y es un vector, pero se indica módulo, dirección (ángulo) y sentido en diagrama)

En el caso de Baleares 2022 y Cataluña 1994 damos valores numéricos

Baleares 2022 (R= 1 m) $v=\sqrt{3{,}27\cdot 1}=1{,}81\,m/s$

Cataluña 1994 (R= 3 m) $v=\sqrt{3{,}27\cdot 3}=3{,}13\,m/s$

10. Tiempo que tarda en caer desde que pierde contacto

El tiempo es necesario para calcular distancia a la que impacta en el plano.

Valencia 2025, Baleares 2022, Cataluña 1994 (v_0=0),

$$\cos(\theta)=\frac{2}{3}\qquad \cos\theta=\frac{2}{3}\Rightarrow sen\,\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}=\sqrt{1-\frac{4}{9}}=\frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$z=z_0+v_{0z}\cdot t+\frac{1}{2}\cdot a\cdot t^2\Rightarrow 0=\frac{5}{3}R-\sqrt{g\,R\,\frac{2}{3}\,\frac{\sqrt{5}}{3}}\cdot t+\frac{1}{2}(-g)\cdot t^2\Rightarrow -\frac{g}{2}t^2-\sqrt{g\,R\,\frac{10}{27}}t+\frac{5}{3}R=0$$

$$t=\frac{\sqrt{g\,R\,\frac{10}{27}}\pm\sqrt{\left(\sqrt{g\,R\,\frac{10}{27}}\right)^2-4\cdot(\frac{-g}{2})\cdot\frac{5}{3}R}}{2\cdot(\frac{-g}{2})}=\frac{\sqrt{g\,R\,\frac{10}{27}}\pm\sqrt{gR\frac{10}{27}+gR\frac{10}{3}}}{-g}$$

$$t=\sqrt{gR\,10}\,\frac{\sqrt{\frac{1}{27}}\pm\sqrt{\frac{1}{27}+\frac{1}{3}}}{-g}=\sqrt{\frac{R}{g}10}\left(-\sqrt{\frac{1}{27}}\mp\sqrt{\frac{10}{27}}\right)=\sqrt{\frac{R}{g}10}\left(\sqrt{\frac{10}{27}}-\sqrt{\frac{1}{27}}\right)$$ ~~negativo~~

Galicia 2016 $v_0\neq 0$ $\quad v=\sqrt{7{,}83\,R}$ y $v_{0z}=\sqrt{7{,}83\,R}\,sen(37^o)=1{,}68\sqrt{R}$

$$z=z_0+v_{0z}\cdot t+\frac{1}{2}\cdot a\cdot t^2\Rightarrow 0=R(1+\cos(37^o))-1{,}68\sqrt{R}\cdot t-4{,}9\cdot t^2\Rightarrow -4{,}9t^2-1{,}68\sqrt{R}t+1{,}6\,R=0$$

$$t=\frac{1{,}68\sqrt{R}\pm\sqrt{1{,}68^2R-4\cdot(-4{,}9)\cdot 1{,}6\,R}}{-9{,}8}=\frac{1{,}68\sqrt{R}\pm 5{,}85\sqrt{R}}{-9{,}8}\Rightarrow t=\frac{\text{~~negativo~~}}{0{,}43\sqrt{R}}$$

Castilla y León 2018 $v_0=½\sqrt{g\cdot r}\qquad v=\sqrt{7{,}35\,R}\qquad v_{0z}=\sqrt{7{,}35\,R}\,sen(41{,}4^o)=1{,}79\sqrt{R}$

Además solo es una semiesfera, no una esfera como el resto de casos.

$$z=z_0+v_{0z}\cdot t+\frac{1}{2}\cdot a\cdot t^2\Rightarrow 0=R\cos(41{,}4^o)-1{,}79\sqrt{R}\cdot t-4{,}9\cdot t^2\Rightarrow -4{,}9t^2-1{,}79\sqrt{R}t+0{,}75\,R=0$$

$$t=\frac{1{,}79\sqrt{R}\pm\sqrt{1{,}79^2R-4\cdot(-4{,}9)\cdot 0{,}75\,R}}{-9{,}8}=\frac{1{,}79\sqrt{R}\pm 4{,}23\sqrt{R}}{-9{,}8}\Rightarrow t=\frac{\text{~~negativo~~}}{0{,}25\sqrt{R}}$$

En el caso de Baleares 2022 y Cataluña 1994 damos valores numéricos

Baleares 2022 (R = 1 m) $\quad t=\sqrt{\frac{1}{9{,}81}\cdot 10}\left(\sqrt{\frac{10}{27}}-\sqrt{\frac{1}{27}}\right)=0{,}420\,s$

Cataluña 1994 (R = 3 m) $\quad t=\sqrt{\frac{3}{9{,}81}\cdot 10}\left(\sqrt{\frac{10}{27}}-\sqrt{\frac{1}{27}}\right)=0{,}728\,s$

11. Velocidad con la que llega al suelo

Utilizamos el tiempo de caída calculado antes.

Cuando llega al suelo la componente horizontal de la velocidad se mantiene, la calculamos verticalmente

Valencia 2025, Baleares 2022, Cataluña 1994 ($v_0=0$):

$$v_z=v_{0z}-g\cdot t=-\sqrt{g\,R\,\frac{2}{3}\frac{\sqrt{5}}{3}}-g\cdot\sqrt{\frac{R}{g}10}\left(\sqrt{\frac{10}{27}}-\sqrt{\frac{1}{27}}\right)$$

Galicia 2016 $v_0\neq0$ $v=1{,}68\sqrt{R}-9{,}81\cdot0{,}43\sqrt{R}=-2{,}54\,R$

Castilla y León 2018 $v_0=½\sqrt{g\cdot r}$ $v=1{,}79\sqrt{R}-9{,}81\cdot0{,}25\sqrt{R}=-0{,}66\,R$

Dando las componentes horizontal y vertical de la velocidad en el suelo se da por respondido: se puede calcular módulo y dirección y sentido (ángulo que forma con la horizontal), no se hace porque es una expresión farragosa y no aporta nada.

Baleares 2022 (R = 1 m) $v_z=-1{,}81\frac{\sqrt{5}}{3}-9{,}81\cdot0{,}420=-1{,}35-4{,}12=-2{,}77\,m/s$

Cataluña 1994 (R = 3 m) $v_z=-3{,}13\frac{\sqrt{5}}{3}-9{,}81\cdot0{,}728=-2{,}33-7{,}14=-9{,}47\,m/s$

12. Distancia a la que impacta en el plano

Se pide distancia del punto de impacto, en Baleares 2022 y Cataluña 1994 valores númericos, en Galicia 2016 y en Castilla y León 2018 en función de R.

Horizontalmente habrá recorrido: x=v·t

Baleares 2022: x=1,81·(2/3)·0,420=0,51 m

Castilla y León 2018: x= $x=\sqrt{7{,}35\,R}\cos(41{,}4^o)\cdot0{,}25\sqrt{R}=0{,}51\,R$

Galicia 2016: $x=\sqrt{7{,}83\,R}\cos(37^o)\cdot0{,}43\sqrt{R}=0{,}96\,R$

Cataluña 1994: x=3,13·(2/3)·0,728=1,42 m

Como se pide la distancia al centro de la esfera en Baleares 2002 y Cataluña 1994 y al borde de la semiesfera en Castilla y León 2018, calculamos cual era la distancia inicial:

Baleares 2022: x=1·sen(48,2º)=0,745 m

Castilla y León 2018: x=R·sen(41,4º)=0,55R

Cataluña 1994: x=3·sen(48,2º)=2,24 m

La distancia total al centro de la semiesfera sería

Baleares 2022: 0,745+0,51=1,26 m.

Castilla y León 2018: 0,55R+0,51R=1,06R

Cataluña 1994: 2,24+1,42=3,66 m.

Cualitativamente podemos validar que debe ser un punto cercano al borde con una distancia algo mayor que su radio

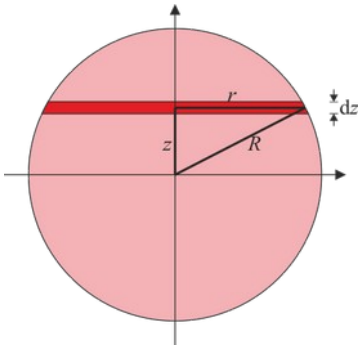
13. Resultados con esfera sobre esfera

En **Mallorca 2019 B5-a** se pide calcular el momento de inercia de la esfera.

http://tesla.us.es/wiki/index.php/Momento_de_inercia_de_s%C3%B3lidos_esf%C3%A9ricos#Esfera_maciza

$$dI=\frac{1}{2}dm\,r^2 \qquad \rho=\frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}=\frac{3M}{4\pi R^3}\Rightarrow dm=\frac{3M}{4R^3}r^2dz$$

$$dm=\rho\,dV=\rho\,\pi\,r^2\,dz$$



$$I=\int_M dI=\int_{-R}^{R}\frac{3M}{8R^3}r^4\,dz \quad r^2+z^2=R^2$$

$$I=\frac{3M}{8R^3}\int_{-R}^{R}(R^2-z^2)^2\,dz$$ Al ser la integral simétrica

$$I=2\frac{3M}{8R^3}\int_0^R(R^2-z^2)^2\,dz=\frac{3M}{4R^3}\left[R^4z-2R^2\frac{z^3}{3}+\frac{z^5}{5}\right]_0^R$$

$$I=\frac{3M}{4R^3}\left(R^5-\frac{2}{3}R^5+\frac{R^5}{5}\right)=\frac{3M}{4}R^2\frac{(15-10+3)}{15}=\frac{2}{5}MR^2$$

En **Mallorca 2019-b** se pide ángulo para esfera r y semiesfera R, de manera general.
Si la masa fuese una esfera de radio r en lugar de masa puntual, el radio del centro de giro sería ligeramente mayor R+r
Asumimos que la esfera rueda sin deslizar por lo que v=ωr. Ahora se cae desde más arriba y parte de la energía se convierte en energía cinética de rotación. Ahora h=R+(R+r)cosθ =R(1+cosθ) + rcosθ
Ahora el planteamiento cuando se pierde el contacto es

Dinámico $$\frac{v^2}{g(R+r)}=\cos\theta$$

Energía
$$\cancel{m}\,g(2R+r)=\cancel{m}\,gh+\frac{1}{2}\cancel{m}\,v^2+\frac{1}{2}\frac{2}{5}\cancel{m}\,r^2\omega^2$$

$$g(2R+r)=g(R+(R+r)\cos\theta)+\frac{1}{2}v^2+\frac{1}{5}v^2$$

$$\cancel{g}(2R+r)=\cancel{g}(R+(R+r)\cos\theta)+\frac{7}{10}\cancel{g}(R+r)\cos\theta$$

Combinando ambos
$$(2R+r)=R+\frac{17}{10}(R+r)\cos\theta$$

$$\cos\theta=\frac{R+r}{\frac{17}{10}(R+r)}=\frac{10}{17}\Rightarrow\theta=54{,}0^o$$

En **Valencia 2025-f** se pide efecto en resultado c (ángulo cuando se pierde el contacto) si es una esfera de r=0,1 m: el ángulo no depende de r.
El ángulo aumenta. Cualitativamente se puede ver que cae de un poco más arriba y podría llevar algo más de velocidad, y al tiempo una parte de la energía se va en rotación y tarda más tiempo y más ángulo en tener la velocidad necesaria para perder el contacto.
El resultado de apartado c con una esfera de radio r=0,1 m tendría un ángulo mayor repecto al caso de una masa puntual [f Valencia 2025]
Efecto en resultado e (punto de impacto en el suelo):
Ahora el módulo de la velocidad cuando se separa de la esfera no tiene misma expresión, sería

$$g(2R+r)=g(R+(R+r)\cos\theta)+\frac{7}{10}v^2$$

$$v^2=\frac{10}{7}(g(2R+r-R-(R+r)\cos\theta))$$

$$v=\sqrt{\frac{10}{7}(g(R+r)(1-\cos\theta))}$$

Numéricamente

$$v=\sqrt{\frac{10}{7}(9{,}81\cdot(3+0{,}1)(1-\cos(42{,}5^o)))}=3{,}38\,m/s$$

La velocidad es mayor de los 3,13 m/s calculados cuando la masa era puntual, se separa de la esfera desde una altura menor (mayor ángulo), por lo que tardará menos tiempo en caer pero la distancia recorrida horizontalmente combina ángulo y componente horizontal de la velocidad. Ejercicio solo pide indicar cómo cambiaría, no el valor, pero necesitamos el valor para validar si prevalece ángulo o velocidad.

$$z=z_0+v_{0z}\cdot t+\frac{1}{2}\cdot a\cdot t^2\Rightarrow 0=3(1+\cos(54^o))-3{,}38\cdot sen(54^o)t-4{,}9\cdot t^2\Rightarrow -4{,}9t^2-2{,}73t+4{,}76=0$$

$$t=\frac{2{,}73\pm\sqrt{2{,}73^2-4\cdot(-4{,}9)\cdot 4{,}76}}{-9{,}8}=\frac{2{,}73\pm 10{,}0}{-9{,}8}\Rightarrow t=\frac{\cancel{negativo}}{0{,}74}$$

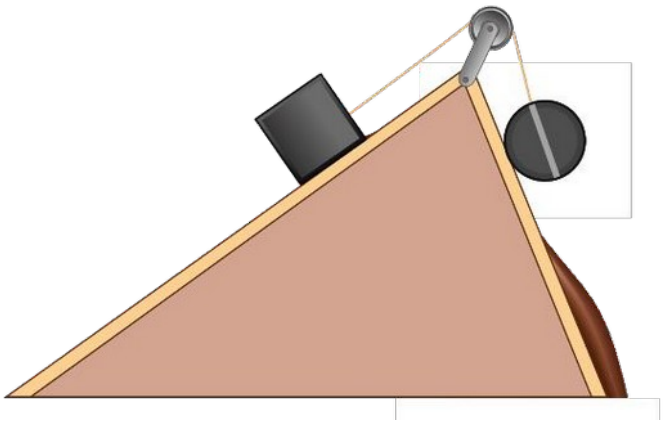
Horizontalmente habrá recorrido: x=v·t
x=3,38·cos(54º)·0,74=1,47 m (mayor que los 1,42 m calculados antes)
El resultado de apartado e con una esfera de radio r=0,1 m tendría un alcance mayor repecto al caso de una masa puntual [f Valencia 2025]

En **Mallorca 2019-c** se pide indicar una experiencia que se podría realizar para que el alumnado entienda el concepto de momento de inercia: se podría plantear dejar caer rodando por un plano inclinado distintos objetos de misma masa pero distinta distribución de masa: una esfera y un cilindro. Se podría tomar varios cilindro de plástico iguales con el mismo relleno de papel de burbujas en el que se colocaran la misma cantidad de objetos metálicos en su interior (misma masa) a distintas distancias del eje (distinto momento de inercia).

enrique@fiquipedia.es Revisado 23 junio 2025

Ejercicio práctico
Han de resolverse los SEIS PROBLEMAS, cada uno de los cuales se calificará de 0 a 10 puntos. En caso de tener varios apartados, la calificación de cada uno de ellos será la que figure en el texto y de no figurar ninguna se entenderá el mismo valor para todos. La calificación del ejercicio será la correspondiente a la media de las puntuaciones obtenidas en cada uno de los problemas.
Se aplicarán los criterios de corrección generales y específicos de evaluación que ya han sido publicados

4. Un bloque de 2 kg y un cilindro de 8 kg están unidos por un hilo inextensible y sin masa, que descansa sobre una polea situada en la unión de dos planos inclinados de 30º y 60º respectivamente. Considere la polea sin masa. El coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano es $\mu=\frac{2}{\sqrt{3}}$



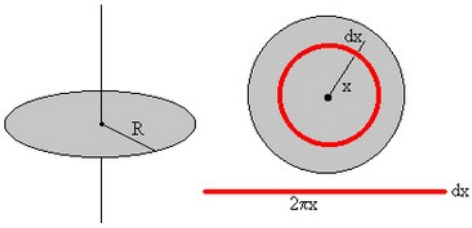
El cilindro parte del reposo y rueda sin deslizar con rozamiento despreciable recorriendo 1 m desde el inicio.
a) Determine el momento de inercia del cilindro respecto a su eje central suponiendo que su radio es R, longitud L y su densidad es uniforme. (3 puntos)
b) Calcule la velocidad del bloque tras haber recorrido 1 m por su plano. (3 puntos)
c) En ese instante, el cilindro penetra en una zona embarrada. Sin suponer fricción con el barro, calcula la distancia que recorre el bloque hasta parar. (4 puntos)
Dato: aceleración de la gravedad: 9,8 m/s².

Referencias
Cálculos de momentos de inercia, Curso Interactivo de Física en Internet, Angel Franco García,
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica3/solido/inercia/inercia.html
ARTURO BUSSO, Area de Física Aplicada - Dpto. de Física - FaCENA - UNNE
https://www.exa.unne.edu.ar/fisica/electymagne/TEORIA/examenes/solido/solido_05/solido_05.htm
Problemas rresueltos Movimiento general de un sólido rígido Ejercicio 5
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica3/problemas/solido/general/general.html

a) Se pide "determine el momento de inercia": no se pide deducir la expresión I= ½MR², pero la deducimos usando la definición de momento de inercia para una distribución continua de masa

$$I=\int x^2\,dm$$

Tomamos un dm como un cilindro de espesor dx a un distancia x del radio. Como la densidad es uniforme, dm=ρdV, y dV=h·dS=L·2πx·dx



$$I=\int_0^R x^2\,\rho\,L\,2\pi\,x\,dx=2\,\rho\,L\,\pi\left[\frac{x^4}{4}\right]_0^R=\frac{1}{2}\rho\,L\,\pi\,R^4$$

Al ser la densidad uniforme ρ=M/V=M/(LπR²)

$$I=\frac{1}{2}\frac{M}{L\,\pi\,R^2}L\,\pi\,R^4=\frac{1}{2}M\,R^2$$

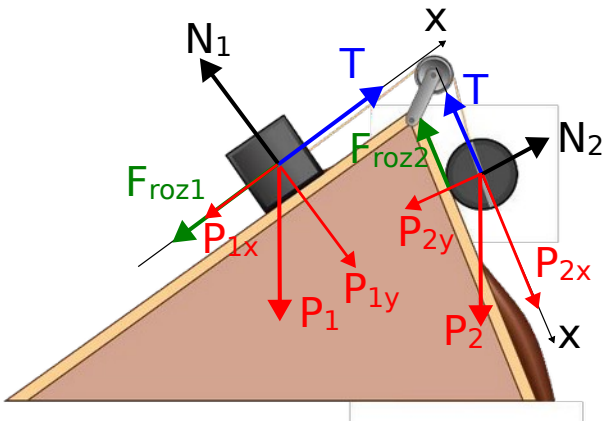
Numéricamente I= ½8R² = 4R² [I en kg·m², R en m] (el radio no es dato)
b) No se pide calcular aceleración pero realizamos un diagrama representando las fuerzas, elegimos sistema de referencia y descomponemos las fuerzas.

Se indica “El cilindro parte del reposo y rueda sin deslizar con rozamiento despreciable” pero rodar implica necesariamente fuerza de rozamiento. Enunciado debería indicar “rueda sin deslizar sin pérdida de energía por fricción”
Planteamos la conservación de la energía asumiendo que todas las pérdidas están asociadas a la fuerza de rozamiento del bloque.
Planteando la 2ª ley de Newton en el eje y para bloque

$$N_1 - P_{1y} = 0$$

$$N_1 = P_{1y} = m_1 \cdot g \cdot cos(30^o) = 2 \cdot 9{,}8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 9{,}8 \cdot \sqrt{3}\, N$$

$$F_{roz1} = \mu \cdot N_1 = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot 9{,}8 \cdot \sqrt{3} = 19{,}6\, N$$



Si el cilindro recorre 1 m por su plano, el bloque también recorre 1 m por el suyo, y el trabajo de la fuerza de rozamiento sobre el bloque como única fuerza no conservativa que realiza trabajo (la fuerza de rozamiento del cilindro no realiza trabajo ya que no hay desplazamiento relativo) es
$W_{froz1}=F_{roz1}\cdot\Delta x\cdot\cos(180º)=19{,}6\cdot1\cdot(-1)=-19{,}6$ J
Planteamos $\Delta Em=W_{FNC}$,

$$E_m(fin) - E_m(inic) = W_{FNC}$$

$$m_1 g h_1 + \frac{1}{2} m_1 v^2 + m_2 g h_2 + \frac{1}{2} m_2 v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 - 0 = -19{,}6$$

Tomamos h=0 en la posición inicial del bloque y la del cilindro (se podría añadir una diferencia de alturas inicial entre ambos pero no varía la diferencia de energías potenciales)
Usando la geometría, si recorren 1 m:
$h_1=1\cdot\text{sen}(30º)$ (positivo, asciende)
$h_2=-1\cdot\text{sen}(60º)$ (negativo, desciende)
Al rodar sin deslizar $v=\omega R$ y $\omega=v/R$

$$m_1 g \cdot 1 \cdot sen(30^o) + \frac{1}{2} m_1 v^2 + m_2 g(-1 \cdot sen(60^o)) + \frac{1}{2} m_2 v^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{2} m_2 \cancel{R^2} \frac{v^2}{\cancel{R^2}} - 0 = -19{,}6$$

$$2 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}5 + \frac{1}{2} 2 v^2 - 8 \cdot 9{,}8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} 8 v^2 + \frac{1}{4} 8 v^2 = -19{,}6$$

$$v^2(1+4+2) = -19{,}6 - 9{,}8 + 4 \cdot 9{,}8 \cdot \sqrt{3}$$

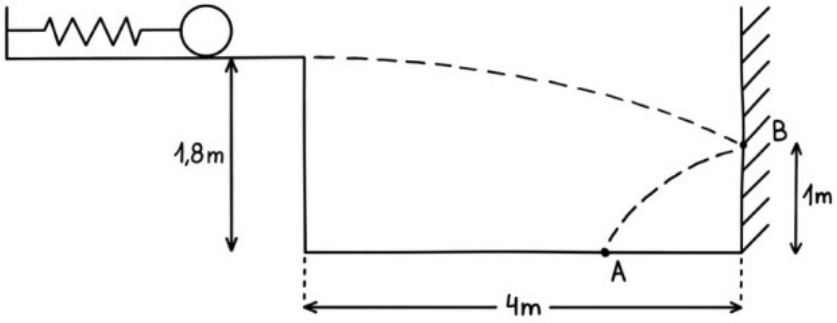
$$v = \sqrt{\frac{-19{,}6 - 9{,}8 + 4 \cdot 9{,}8 \cdot \sqrt{3}}{7}} = 2{,}35\, m/s$$

c) Al no haber fricción en el barro (enunciado indicaba que rodaba sin deslizar con rozamiento despreciable) ya no rueda “más”: sin rozamiento seguiría manteniendo su velocidad de giro sobre un material sin rozamiento. El cilindro seguiría avanzando pero solo por su peso, pero enunciado pide “la distancia que recorre el bloque hasta parar”, luego el cilindro deja de avanzar, y se trata de plantear solo el movimiento del bloque subiendo sin que exista la tensión asociada al avance del cilindro.
Aplicando la 2ª ley de Newton
$-F_{roz1}-P_{1x}=m_1\cdot a$
$-19{,}6-2\cdot9{,}8\cdot\text{sen}(30º)=2\cdot a \rightarrow a=(-19{,}6-19{,}6\cdot0{,}5)/2=-14{,}7$ m/s^2 (mayor que g, pero μ es alto)
Planteamos para MRUA
$v^2-v_0^2=2as \rightarrow s=(0-2{,}35^2)/(2\cdot(-14{,}7))=0{,}19$ m

Elija una opción completa de problemas, A o B (máximo 8 puntos).
- Elija una opción completa de ejercicios, C o D (máximo 2 puntos).
- No se pueden mezclar problemas ni ejercicios de diferentes opciones. En caso de hacerlo, se corregirá el que aparezca presentado en primer lugar.

EJERCICIOS: opción B

1) Presionamos 30cm un muelle en cuyo extremo hay una esfera de 2kg de masa y 10cm de radio. Suponiendo nulo el rozamiento con la superficie horizontal y teniendo en cuenta los puntos de impacto y las distancias señaladas en el dibujo:
a) Determine la contante k del muelle. (0.5 puntos)
b) Deduzca la ecuación general de la trayectoria de la esfera en su caída hasta B. (0.5 puntos)
c) Determine el punto A en el que la esfera llega al suelo, si el coeficiente de restitución del choque de la esfera con la pared es de 0.5. (1 punto)



La unidad debe estar separada del valor numérico: debería ser 30 cm, 2 kg, 10 cm
Real Decreto 2032/2009, de 30 de diciembre, por el que se establecen las unidades legales de medida.
Capítulo III. Reglas de escritura de los símbolos y nombres de las unidades, de expresión de los valores de las magnitudes y para la formación de los múltiplos y submúltiplos decimales de las unidades del SI
2.6. El valor numérico precede siempre a la unidad y siempre se deja un espacio entre el número y la unidad

Coeficiente de restitución en problemas mecánica Cataluña 2001 A1, Murcia 2000 B2, Extremadura 1998 Física 2, Galicia 1994 F1

Problema similar ($h_{inicial}$=1,8 m; h_{pared}=1 m; d=4 m; e=0,5; L_0=30 cm , m=2 kg son iguales pero R=2 cm), resuelto en https://personales.unican.es/junqueraj/javierjunquera_files/fisica-1/Septiembre-2014-Final-Problemas.pdf

Datos de enunciado tienen 1 y 2 cifras significativas: damos resultados con 2 cifras significativas. Tomamos g=9,8 m/s^2 que no es dato

a) Al no haber rozamiento y variación de energía potencial en la superficie horizontal toda la energía potencial elástica se convierte en energía cinética de la salida de la esfera. En este tramo no tenemos en cuenta el radio de la esfera, que equivale a suponer que la compresión se mide desde el centro de masas de la esfera.

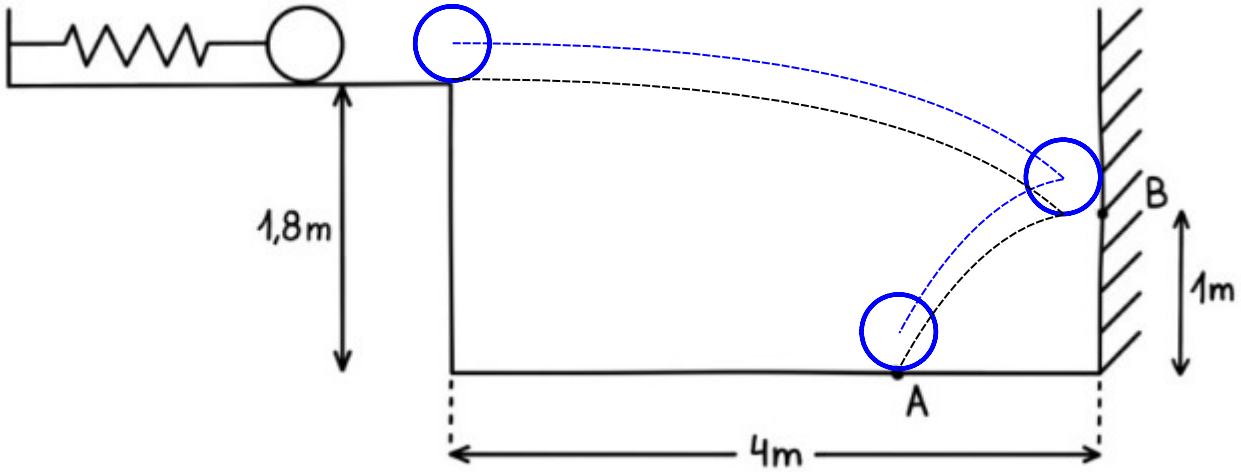
$$\frac{1}{2}k\,x^2=\frac{1}{2}m\,v^2\Rightarrow k=\frac{m\,v^2}{x^2}$$

Al salir de la superficie horizontal describe un movimiento parabólico: no se indica como dato la aceleración de la gravedad pero tomamos g=9,8 m/s^2

No se indica claramente si el punto B está asociado al centro de masas o a la parte inferior de la esfera, tal y como sugiere la línea discontinua del diagrama. Aunque asumamos que la línea del diagrama del enunciado hace referencia al centro de masas, no influye el radio de la esfera (no calculamos el momento de inercia asociado a que la esfera ruede empujada por el muelle, ya que se indica que no hay rozamiento), ya que desciende 1,8+0,1-(1+0,1)=0,8 m en ambos casos (se muetra un diagrama con la línea negra en la base de la esfera "como en el diagrama" (el tema de que la línea negra sí llegue a la pared en el diagrama del enunciado pero no en este diagrama se comenta más adelante) y una línea azul alternativa visualizando cómo varía la posición del centro de masas).

La esfera al salir del tramo horizontal describe en el eje vertical un MRUA con velocidad inicial vertical nula, tomamos x=0 en el inicio y x positivas hacia abajo un tiempo

$x=x_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2 \rightarrow 0,8=\frac{1}{2}9,8\cdot t^2 \rightarrow t=0,4041$ s



En ese tiempo ha recorrido horizontalmente 4-0,1=3,9 m (ya que es una esfera que impacta cuando está a una distancia igual al radio de la pared: que el diagrama del enunciado tenga la línea que representa la trayectoria llegando a la pared es confuso, ya que no es la trayectoria de un móvil puntual), con lo que podemos calcular la velocidad horizontal que es la misma que la de salida:

$v=3,9/0,4041 \rightarrow v=9,651$ m/s

Sustituyendo $k=\frac{2\cdot 9,651^2}{0,3^2}=2,07\cdot 10^3\,N/m$

Con dos cifras significativas **k=2,1·10^3 N/m**

b) Tomando x=0 en el punto de salida e y=0 en el suelo, y utilizando las coordenadas del centro de la esfera

x=9,651·t [x en m, t en s]

y=1,9-4,9·t^2 [y en m, t en s]

c) El coeficiente de restitución nos indica a qué velocidad sale la esfera de la pared respecto a la velocidad con la que llega. Lo planteamos con módulo de velocidad, no se plantea que solo varía la componente horizontal y que no varía la vertical, se plantea que ángulo de incidencia y de salida respecto a la pared es el mismo

En el momento del choque $v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{9,651^2+(9,8\cdot 0,4041)^2}=10,432\,m/s$

El ángulo con la horizontal es $\alpha = \arctan\left(\frac{9,8 \cdot 0,4041}{9,775}\right) = 22,3^{o}$

$$Coeficiente\ restitución = \frac{v_{relativa\ alejamiento\ tras\ choque}}{v_{relativa\ acercamiento\ antes\ choque}} = \frac{v_{salida}}{v_{llegada}}$$

En este caso solo afecta a la velocidad en el eje x, que es la única asociada al acercamiento y alejamiento relativo de la pared

$$0,5 = \frac{v_{xsalida}}{v_{xllegada}} \Rightarrow 0,5 = \frac{v_{xsalida}}{9,651} \Rightarrow v_{xsalida} = 0,5 \cdot 9,651 = 4,83\ m/s$$

Las nuevas velocidades horizontales y verticales de salida son (v_y no varía)

$$v_x = 4,83\ m/s$$

$$v_y = 9,8 \cdot 0,4041 = 3,96\ m/s$$

Lo que tarda en llegar al suelo de B a A considerando el MRUA vertical (tomando referencia en B y sentido positivo hacia A) es $1=3,96t+4,9t^2$

Desciende 1 m sin que influya el radio de la esfera, ya que si consideramos centro de masas sería 1+0,1-(0+0,1)=1 m

$$4,9t^2+3,96t-1=0 \rightarrow \quad t = \frac{-3,96 \pm \sqrt{3,96^2 - 4 \cdot 4,9 \cdot (-1)}}{2 \cdot 4,9} = \frac{-3,96 \pm 5,94}{9,8} = \frac{negativa}{0,202\ s}$$

Horizontalmente recorre 4,83·0,202=0,98 m, por lo que estará a 4-0,98=**3,0 m del punto de salida del tramo horizontal.**

Cas 1. Qüestions prèvies 1. Cap al tard, cansats d'atraccions enèrgiques, alguns alumnes decideixen pujar als cavallets. Com a docent penses que en tornar a l'aula hauran de resoldre un exercici com aquest.

Uns cavallets de fira giren en MCU. Hi ha 10 cavalls a una distància a l'eix central de 10 m. Cada 10 segons cada cavall ocupa la posició de l'anterior.
a) (1,25p) Calculeu la velocitat angular en què gira. Té acceleració? En cas afirmatiu, calculeu-la.
b) (1,25p) Abans de començar a girar, sobre un dels cavalls hi ha un nen que tira el xumet amb un angle de 30° i a una velocitat aproximada de 2m/s. Considerant que la mare es troba a 3 m del nen i que l'alçada en què es troba el nen és de 85 cm; la mare podrà recollir el xumet instants abans que arribi al terra, sense desplaçar-se? (1,5p)

Al atardecer, cansados de atracciones enérgicas, algunos alumnos deciden subir a los caballitos. Como docente piensas que al volver al aula tendrán que resolver un ejercicio como éste. Unos caballitos de feria giran en MCU. Hay 10 caballos a una distancia en el eje central de 10 m. Cada 10 segundos cada caballo ocupa la posición del anterior.
a) (1,25p) Calcule la velocidad angular en la que gira. ¿Tiene aceleración? En caso afirmativo, calcúlala.
b) (1,25p) Antes de empezar a girar, sobre uno de los caballos hay un niño que echa el chupete con un ángulo de 30° ya una velocidad aproximada de 2m/s. Considerando que la madre se encuentra a 3 m del niño y que la altura en la que se encuentra el niño es de 85 cm; ¿la madre podrá recoger el chupete instantes antes de que llegue al suelo, sin desplazarse? (1,5p)

El valor debe ir separado de la unidad: serían 2 m/s

a) T=10·10=100 s; $\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{100}=\frac{\pi}{50}rad/s$

No tiene aceleración tangencial al ser el módulo de la velocidad lineal constante.La aceleración centrípeta será un vector radial hacia el centro con módulo $a_n=\omega^2 R=\frac{\pi^2}{50^2}10=\frac{\pi^2}{250}m/s^2$

b) Como es antes de empezar a girar, el niño está en reposo. Asumimos que el ángulo es 30º sobre la horizontal, no 30º hacia abajo. Se trata de un tiro parabólico, tomamos x=0 en la posición del niño e y=0 en el suelo, eje x en el sentido del lanzamiento. Tomamos g=9,81 m/s^2

Eje x (MRU): $x=x_0+v_{0x}\cdot t$ $x=2\cdot\cos(30º)\cdot t$

Eje y (MRUA): $y=y_0+v_{0y}\cdot t+\frac{1}{2}at^2$ $y=0,85+2\cdot\text{sen}(30º)\cdot t-0,5\cdot 9,81\cdot t^2$

Cuando a la posición de la madre x=3 → t=3/(2·cos(30º))=1,73 s

En ese instante la posición vertical es $y=0,85+2\cdot\text{sen}(30º)\cdot 1,73-0,5\cdot 9,81\cdot 1,73^2=-12,1$ m

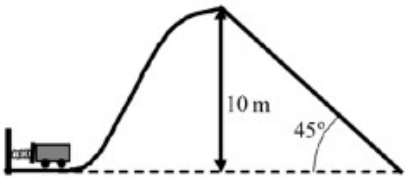
Eso quiere decir que llega antes al suelo que a la posición de la madre y no podrá recogerlo.

Otra manera de plantear es el tiempo que tarda en llegar al suelo: $0=0,85+t-4,905\cdot t^2$

$$t=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\cdot(-4,905)\cdot 0,85}}{-9,81}=\frac{-1\pm 4,2}{-9,81}=\begin{matrix}\sout{negativo}\\ 0,53\,s\end{matrix}$$

En ese instante la posición horizontal es x=2·cos(30º)·0,53=0,92 m, la madre a 3 m no lo cogería.

Cas 2. Qüestions prèvies 1. Una de les atraccions que te més èxit és pujar a una vagoneta que, a partir del repòs, és impulsada una distància de 100 cm per un ressort horitzontal inicialment comprimit. La vagoneta puja fins a una altura de 10 m i, a partir d'aquí, baixa per un pla inclinat de 45° en què una força de fricció constant fa que arribi a 1,5m/s just quan arriba a l'altura zero. La vagoneta té una massa total de 1.000 kg, la constant elàstica del ressort és $2{,}50 \cdot 10^5$ N/m i, suposem que sobre la vagoneta no hi actuen forces de fricció, ni mentre és impulsada ni mentre puja. La vagoneta va a parar a una piscina.
Calculeu:
a) (1,25p) La velocitat de la vagoneta just després que la molla la impulsi.
b) (1,25p) El mòdul de la força de fricció que fa que la vagoneta s'aturi.



Una de las atracciones que más éxito tiene es subir a una vagoneta que, a partir del reposo, es impulsada una distancia de 100 cm por un resorte horizontal inicialmente comprimido. La vagoneta sube hasta una altura de 10 m y, a partir de ahí, baja por un plano inclinado de 45° en el que una fuerza de fricción constante hace que llegue a 1,5m/s justo cuando llega a la altura cero. La vagoneta tiene una masa total de 1.000 kg, la constante elástica del resorte es $2{,}50 \cdot 10^5$ N/m y, supongamos que sobre la vagoneta no actúan fuerzas de fricción, ni mientras es impulsada ni mientras sube. La vagoneta va a parar a una piscina. Calcule:
a) (1,25p) La velocidad de la vagoneta justo después de que el muelle la impulse.
b) (1,25p) El módulo de la fuerza de fricción que hace que la vagoneta se detenga.

El valor y la unidad deben ir separados: debe ser 1,5 m/s

a) Planteamos la conservación de la energía mecánica entre el punto con el resorte comprimido y la situación final con cierta velocidad. Tomamos h=0 en el lanzamiento

$$\frac{1}{2}k(\Delta x)^2=\frac{1}{2}m v^2 \Rightarrow v=\Delta x\sqrt{\frac{k}{m}}$$

Numéricamente $v=1\sqrt{\frac{2{,}5\cdot 10^5}{1000}}=15{,}8\,m/s$

b) Planteamos la velocidad con la que llega a la cima de 10 m de altura asumiendo no hay fricción en la subida. $\frac{1}{2}m v^2=mgh+\frac{1}{2}m v_{cima}^2 \Rightarrow v_{cima}=\sqrt{v^2-2gh}$

Numéricamente $v_{cima}=\sqrt{15{,}8^2-2\cdot 9{,}81\cdot 10}=7{,}31\,m/s$

Realmente el valor no lo necesitamos, pero nos permite ver que $\frac{1}{2}(15{,}8)^2=9{,}81\cdot 10+\frac{1}{2}(7{,}31)^2$

Entre la cima y el punto inferior no se conserva la energía mecánica al actuar la fuerza de rozamiento. $F_{roz}=\mu N=\mu mg\cdot\cos(45^o)$. La distancia recorrida es 10/sen(45º)

$$\Delta E_m=W_{FNC}\Rightarrow\frac{1}{2}m v_{final}^2-\left(mgh+\frac{1}{2}m v_{cima}^2\right)=\mu m g\cos(45^o)\cdot\frac{10}{sen(45^o)}\cdot\cos(180^o)$$

Numéricamente $\frac{1}{2}(1{,}5)^2-\frac{1}{2}(15{,}8)^2=-\mu 9{,}81\cdot 10\Rightarrow\mu=1{,}26$

Deberá realizar tres ejercicios de entre los seis propuestos. Cada ejercicio se califica sobre 10 según la ponderación indicada en cada apartado. La calificación total de la prueba será la que resulte de dividir la puntuación total obtenida entre tres.

3. Tenemos una noria de radio R = 10 m , y el motor que la acciona tiene una potencia P = 2 kW). Se desprecian todos los rozamientos.
a) ¿Cuál es la masa móvil, M, de la noria, suponiendo que toda ella se encuentra en la periferia, si tarda un tiempo t_1 = 10 s en adquirir una velocidad angular ω_1 = 0,2 rad/s? (2,5 puntos)
b) Cuando un pasajero pasa por la posición más alta, se le cae una moneda del bolsillo. ¿Qué tiempo, t_2, tardará en llegar al suelo? ¿A qué distancia, d, cae, medida desde la vertical del punto más alto? (2,5 puntos)
c) ¿Qué velocidad angular, ω_2, debería tener la noria para que el pasajero se sintiera ingrávida, y en qué posición le ocurriría esto? (2,5 puntos)
d) En un momento en que el motor está desconectado y la noria girando a una velocidad ω_3 = 0,1 rad/s, un pasajero sube a la noria en marcha dando un pequeño salto lateral desde el andén. Si pesa 50 kg, ¿cuál es la variación de velocidad angular de la noria debida al salto? (2,5 puntos)

Referencias
https://rsef.es/images/Problemas/OEF2005/P1-OEF-2005.pdf, salvo que tiene 5 apartados y este problema tiene 4: se omite el apartado d del problema de olimpiadas.

a) Como se indica la potencia y el tiempo utilizado, asumimos que durante ese tiempo está funcionado con esa potencia, de modo que la energía empleada es $E=P\cdot t=2\cdot 10^3\cdot 10=2\cdot 10^4$ W
Usando el teorema de las fuerzas vivas, el trabajo a aportar por el motor es la diferencia de energía cinética. No hay energía cinética de traslación, solo de rotación. El momento de inercia al estar toda la masa en la periferia es $I=M\cdot R^2$

$$W=\Delta E_c=\frac{1}{2}I\,\omega_1^2-0=\frac{1}{2}\cdot M\cdot R^2\cdot\omega_1^2$$

Numéricamente $M=\frac{2\cdot W}{R^2\cdot\omega_1^2}=\frac{2\cdot 2\cdot 10^4}{10^2\cdot 0{,}2^2}=10^4\,kg$

b) Se trata de un movimiento parabólico en el que la moneda tiene en el instante inicial una velocidad horizontal igual a la velocidad del extremo de la noria, que es $v_0=\omega_1\cdot R=0{,}2\cdot 10=2$ m/s
El tiempo que tarda en caer lo podemos calcular planteando el MRUA en la componente vertical. Tomamos eje y vertical con sentido positivo hacia arriba

$$y=y_0+v_{0y}t+\frac{1}{2}a\,t^2\Rightarrow y=2R-\frac{1}{2}g\,t^2$$

Cuando llega al suelo y=0 y tenemos $t_2=\sqrt{4\frac{R}{g}}\sqrt{\frac{40}{9{,}8}}=2{,}02\,s$
En ese momento horizontalmente ha recorrido $d=v_0\cdot t_2=2\cdot 2{,}02=4{,}04$ m
c) El pasajero se sentiría ingrávido en su sistema no inercial si en el punto más alto el peso fuese igual a la fuerza centrípeta para describir ese MCU.

$$\cancel{m}\,\omega_2^2R=\cancel{m}\,g\Rightarrow\omega_2=\sqrt{\frac{g}{R}}=\sqrt{\frac{9{,}8}{10}}=0{,}99\,rad/s$$

d) Al estar desconectado el motor se conserva el momento angular, pero la velocidad de giro disminuirá al incorporar más masa.

$$L_{inicial}=L_{final}\Rightarrow I\cdot\omega_3=I_{final}\cdot\omega_{final}$$

El momento de inercia inicial ya lo hemos calculado en apartado a, y el nuevo momento angular si

la masa del pasajero sigue estando en la periferia es (M+m)·R^2

Numéricamente $M \cancel{R^2} \omega_3 = (M+m) \cancel{R^2} \omega_{final} \Rightarrow \omega_{final} = \frac{M}{M+m} \omega_3$

Al incorporar masa la velocidad angular disminuye.

Numéricamente

$$\omega_{final} = \frac{10^4}{10^4+50} \cdot 0,1 = 9,95 \cdot 10^{-2} rad/s$$

La variación de velocidad angular es $\omega_{final} - \omega_3 = 9,95 \cdot 10^{-2} - 0,1 = -5 \cdot 10^{-4} rad/s$

2.- Se quiere hacer subir un objeto de 100 kg una altura de 20 m. Para ello se usa una rampa que forma un ángulo de 30º con la horizontal, a velocidad constante. Determine:
a) El trabajo necesario para subir el objeto si no hay rozamiento.
b) El trabajo necesario para subir el objeto si el coeficiente de rozamiento es 0'2.
g = 9,8 m · s^{-2} (2,5 puntos)

El separador decimal debe ir sobre la línea de escritura: debería ser 0,2.
https://gitlab.com/fiquipedia/drive.fiquipedia/-/raw/main/content/home/recursos/recursos-notacion-cientifica/Separador%20decimal.pdf

a) Si no hay rozamiento y la velocidad es constante, el trabajo a realizar solo depende de la variación de energía potencial entre los puntos inicial y final, es indistinta la trayectoria.
Asumimos que se indica el trabajo a realizar externo al campo.
Llamamos punto A al inicial abajo y punto B al final arriba, y tomamos referencia h=0 en A.

$$W_{externo}=\Delta E_p=E_p(B)-E_p(A)=m{\cdot}g{\cdot}h=100\cdot 9{,}8\cdot 20=1{,}96\cdot 10^4\,J$$

b) Si sí hay rozamiento y la velocidad es constante, podemos plantear que la variación de energía mecánica, que es de la misma variación de energía potencial que en el apartado anterior, es igual al trabajo de las fuerzas no conservativas.

$$\Delta E_m=W_{FNC}$$

Las fuerzas no conservativas son el rozamiento y la fuerza aplicada para hacer subir el objeto
La distancia recorrida por la rampa es 20/sen(30º)
La fuerza de rozamiento es $\mu{\cdot}N=\mu{\cdot}P_y=\mu{\cdot}m{\cdot}g{\cdot}\cos(30º)$

$$1{,}96\cdot 10^4=W_{externo}+W_{rozamiento}\Rightarrow W_{externo}=1{,}96\cdot 10^4-F_{\vec{rozamiento}}\cdot\vec{\Delta x}=1{,}96\cdot 10^4-P_y\cdot\Delta x\cdot\cos(\alpha)$$

$$W_{externo}=1{,}96\cdot 10^4-0{,}2\cdot 100\cdot 9{,}8\cdot\cos(30^o)\cdot\frac{20}{sen(30^o)}\cdot(-1)=2{,}64\cdot 10^4\,J$$

El trabajo a aportar habiendo rozamiento debe ser mayor que sin rozamiento.

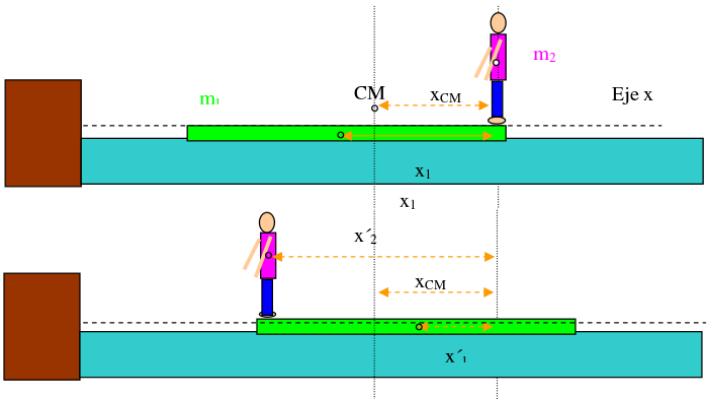
enrique@fiquipedia.es Revisado 3 julio 2023
CC BY SA

Prueba B2 ejercicio práctico
Han de resolverse los SEIS PROBLEMAS, cada uno de los cuales se calificará de 0 a 10 puntos. En caso de tener varios apartados, la calificación de cada uno de ellos será la que figure en el texto y de no figurar ninguna se entenderá el mismo valor para todos. La calificación del ejercicio será la correspondiente a la media de las puntuaciones obtenidas en cada uno de los problemas.
Se aplicarán los criterios de corrección generales y específicos de evaluación que ya han sido publicados.

5. Un lagarto de masa $M_{Lagarto}$ se encuentra dormido tomando el sol en el Embalse de Santillana, sobre el extremo de una tabla rectangular y homogénea de masa M_{Tabla} y longitud L. El lagarto se asusta y se mueve hasta el otro extremo de la tabla. Se considera al lagarto como una masa puntual, por lo que todo rozamiento es despreciable.
a. Realiza un dibujo de la situación inicial y final, indicando el centro de masas del sistema. (2 puntos)
b. ¿Cuánto ha avanzado el lagarto con respecto al agua? (3 puntos)
c. Justifica de manera razonada el retroceso de la tabla y deduce su expresión algebraica. (5 puntos)

Referencias:
Problema VIII-36 de Física General. Problemas. Burbano.
Cataluña 1994-A2 con hombre sobre tronco, muy similar
Castilla-La Mancha 1994 Física 1 con rana sobre tabla

a) Se pide dibujo de situación inicial y final por lo que hay que incluirlos, aunque se realice también descripción. Se incluye un diagrama en el que aparece una persona en lugar de un lagarto, se indica m_1 para M_{Tabla} y m_2 para $M_{Lagarto}$.
En la situación inicial el lagarto está en un extremo de la tabla, y en la situación final en el otro extremo. Tomamos como sistema de referencia eje x en la dirección de la tabla, y origen en la posición inicial de ese extremo de la tabla respecto del agua.



Proyecto Newton, cc-by-nc-sa, Mª Josefa Grima y Javier Soriano

$$x_{CM}=\frac{m_1 \cdot x_{CM\,1}+m_2 \cdot x_{CM\,2}}{M_{total}}$$

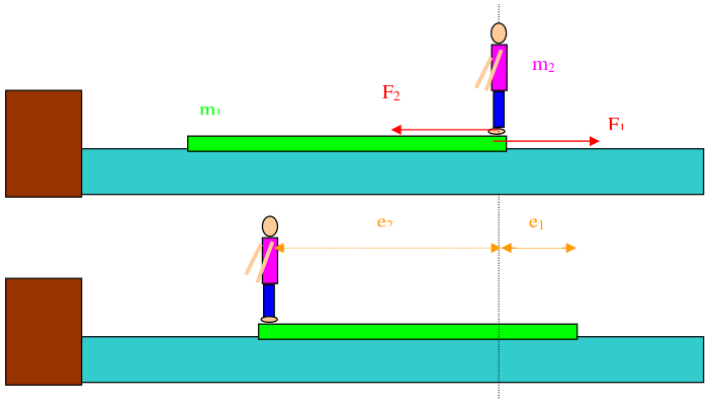
Inicialmente, expresando usando notación de masas de este enunciado

$$x_{CMi}=\frac{M_{Lagarto} \cdot x_{CML}+M_{Tabla} \cdot x_{CMT}}{M_{Lagarto}+M_{Tabla}}=\frac{M_{Lagarto} \cdot 0+M_{Tabla} \cdot \frac{L}{2}}{M_{Lagarto}+M_{Tabla}}=\frac{M_{Tabla} L}{2\left(M_{Lagarto}+M_{tabla}\right)}$$

Enunciado indica "centro de masas del sistema", no se indica si en situación inicial o final, porque en la situación final el centro de masas está en la misma posición: al ser un sistema aislado se conserva el momento lineal del sistema, y como la velocidad del centro de masas inicialmente es cero, la posición del centro de masas del sistema permanece constante aunque se muevan sus partes.
b) La deducción de lo que ha avanzado el lagarto respecto del agua se puede hacer de dos maneras: con un planteamiento cinemático y con un planteamiento dinámico.
Planteamiento dinámico. Al desplazarse sobre la tabla, el lagarto realiza fuerza sobre la tabla, y es la fuerza que ejerce la tabla sobre el lagarto la que hace que el lagarto se desplace. Usando de nuevo en diagrama m_1 para tabla y m_2 para lagarto, F_1=-F_2, y $m_1 a_1 = m_2 a_2$
Necesitamos obtener espacio a partir de aceleración, pero no podemos asumir fuerzas constantes que supondría MRUA, por lo que integramos.
Usamos para la tabla e_T (e_1 en diagrama) y para el lagarto e_L (e_2 en diagrama), ambos positivos.

$$m_1\int_0^t a_1 dt = m_2\int_0^t a_2 dt$$
$$m_1 v_1 = m_2 v_2$$
$$m_1\int_0^t v_1 dt = m_2\int_0^t v_2 dt$$
$$m_1 e_1 = m_2 e_2$$
$$M_{Tabla} e_T = M_{Lagarto} e_L$$

Si el lagarto se desplaza una distancia L sobre la tabla, es porque él ha recorrido cierta distancia sobre la tabla, y la tabla tronco se ha desplazado otra distancia en sentido opuesto, sumando ambas L.



Proyecto Newton, cc-by-nc-sa, Mª Josefa Grima y Javier Soriano

$$e_1 + e_2 = L \Rightarrow e_T + e_L = L$$
$$e_L \cdot \frac{M_{Lagarto}}{M_{Tabla}} + e_L = L \Rightarrow e_L = \frac{L}{1+\frac{M_{Lagarto}}{M_{Tabla}}}$$

Planteamiento cinemático. Al desplazarse el lagarto una distancia L sobre la tabla, la tabla retrocede en sentido opuesto para que no varíe la posición del centro de masas. Usando el mismo sistema de referencia ligado al agua:
Si la tabla se ha desplazado una distancia e_T (x'$_1$ en diagrama), su centro de masas está a una distancia $x'_{CMT}=x_{CMT}+e_T$
Si el lagarto se ha desplazado una distancia e_L (x'$_2$ en diagrama), su centro de masas está a una distancia $x'_{CML}=x_{CML}-e_L$
Tenemos que $e_T+e_L=L$

$$x_{CMf} = \frac{M_{Lagarto}\cdot x'_{CML} + M_{Tabla}\cdot x'_{CML}}{M_{Lagarto}+M_{Tabla}} = \frac{M_{Lagarto}\cdot(x_{CML}-e_L)+M_{Tabla}\cdot(x_{CMT}+e_T)}{M_{Lagarto}+M_{Tabla}}$$

Igualamos $x_{CMi}=x_{CMf}$

$$M_{Lagarto}\cdot x_{CML} + M_{Tabla}\cdot x_{CMT} = M_{Lagarto}\cdot(x_{CML}-e_L)+M_{Tabla}\cdot(x_{CMT}+e_T)$$
$$M_{Lagarto}\cdot e_L = M_{Tabla}\cdot e_T$$
$$M_{Lagarto}\cdot e_L = M_{Tabla}\cdot(L-e_L)$$
$$M_{Lagarto}\cdot e_L + M_{Tabla}\cdot e_L = M_{Tabla}\cdot L$$
$$e_L = \frac{M_{Tabla}}{M_{Tabla}+M_{Lagarto}}\cdot L = \frac{L}{1+\frac{M_{Lagarto}}{M_{Tabla}}}$$

Con ambos planteamientos el resultado coincide.
c) Lo que ha retrocedido la tabla es e_T, por lo que utilizando el razonamiento de b, se llega a

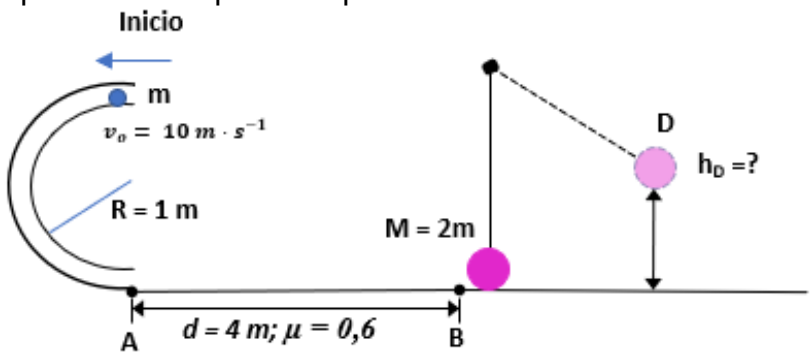
$$e_T + e_L = L$$
$$e_T + e_T\frac{M_{Tabla}}{M_{Lagarto}} = L \Rightarrow e_T = \frac{L}{1+\frac{M_{Tabla}}{M_{Lagarto}}}$$

El retroceso de la tabla se puede razonar de dos maneras:
- El centro de masas es constante al ser un sistema aislado sin fuerzas externas: si el lagarto avanza desplazando su centro de masas, la tabla debe desplazarse en sentido opuesto para que la posición del centro de masas del sistema formado por ambas masas no varíe de posición.
- Aplicando el principio de conservación del momento lineal, al ser un sistema aislado sin fuerzas externas: el lagarto para avanzar ejerce una fuerza sobre la tabla, que retrocede, y que ejerce una fuerza de reacción sobre el lagarto que lo hace avanzar.

Física y Química Primera prueba parte A
Han de resolverse los seis problemas, cada uno de los cuales se calificará de 0 a 10 puntos. En caso de tener varios apartados, la calificación de cada uno de ellos será la que figure en el texto y de no figurar ninguna se entenderá el mismo valor para todos. La calificación del ejercicio será la correspondiente a la media de las puntuaciones obtenidas en cada uno de los problemas.
Se aplicarán los criterios de corrección generales y específicos de evaluación que ya han sido publicados. En el problema de Química ogánica se admitirá tanto la nomenclatura actual como la de 1993.

6. En un efecto mariposa una bolita de masa m y dimensiones despreciables se lanza por un carril circular sin rozamiento con una velocidad de 10 m/s. A la salida, pasa por un tramo horizontal de longitud 4 m con un coeficiente de rozamiento, μ= 0,6 hasta impactar contra una bola de masa M = 2m que está en reposo suspendida de una cuerda.

a) (2 puntos) Determine el valor de la velocidad en el punto A
b) (2 puntos) Calcule el valor de la velocidad en el punto B
c) (4 puntos) Obtenga la velocidad de la masa M después del choque, suponiendo que es elástico.
d) (2 puntos) Halle la altura que alcanza



Tomamos $g=9,8\ m/s^2$

a) Entre el punto de lanzamiento y el punto A se conserva la energía mecánica. Tomamos referencia h=0 en el tramo horizontal. En el lanzamiento h=2R

$$\cancel{m}\, g\, 2R+\frac{1}{2}\cancel{m}\, v_0^2=\frac{1}{2}\cancel{m}\, v_A^2 \Rightarrow v_A=\sqrt{4gR+v_0^2}$$

Numéricamente $v=\sqrt{4\cdot 9,8\cdot 1+10^2}=11,8\,m/s$

b) Entre el punto A y B se pierde energía por rozamiento

$$\Delta E_m = W_{FNC}$$

$$\frac{1}{2}m v_B^2-\frac{1}{2}m v_A^2=F_{roz}\cdot d\cdot\cos(180^o)$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}\, v_B^2-\frac{1}{2}\cancel{m}\, v_A^2=-\mu\cancel{m}\, g\cdot d$$

$$v_B=\sqrt{v_A^2-2\mu g d}$$

Numéricamente $v=\sqrt{11,8^2-2\cdot 0,6\cdot 9,8\cdot 4}=9,6\,m/s$

c) Planteamos conservación del momento lineal $\cancel{m}\cdot v_B=\cancel{m}\cdot v_m+2\cancel{m}\cdot v_M \Rightarrow v_B=v_m+v_M$

Al ser un choque elástico $\frac{1}{2}\cancel{m}\cdot v_B^2=\frac{1}{2}\cancel{m}\cdot v_m^2+\frac{1}{2}2\cancel{m}\cdot v_M^2 \Rightarrow v_B^2=v_m^2+2v_M^2$

Sustituyendo

$$v_B^2=(v_B-v_M)^2+2v_M^2 \Rightarrow v_B^2=v_B^2-2v_Bv_M+v_M^2+2v_M^2 \Rightarrow 2v_Bv_M=3v_M^2$$

$$2v_B=3v_M \Rightarrow v_M=\frac{2}{3}v_B \Rightarrow v_m=v_B-\frac{2}{3}v_B=\frac{1}{3}v_B$$

Numéricamente $v_M=(2/3)\cdot 9,6=6,4$ m/s; $v_m=(1/3)\cdot 9,6=3,2$ m/s

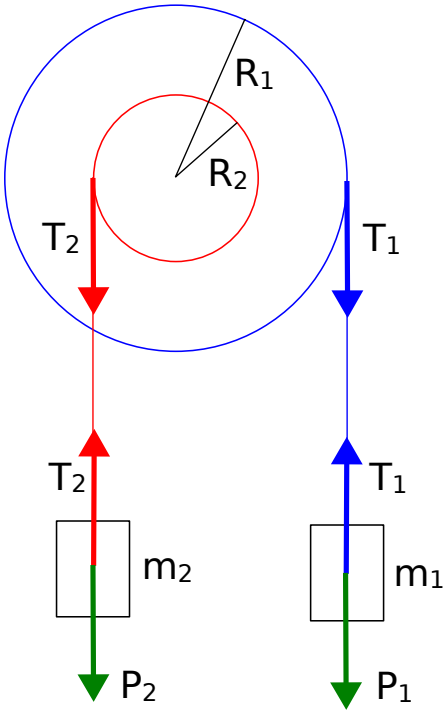
d) Planteamos conservación de la energía mecánica de la masa M=2m tras el choque y el punto D

$$\frac{1}{2}\cancel{m}\, v_M^2=\cancel{m}\, g\, h_D \Rightarrow h_D=\frac{v_M^2}{2g}$$ Numéricamente $h_D=\frac{3,2^2}{2\cdot 9,8}=0,52\,m$

1.- Dos poleas cuyos radios son 0,4 m y 1 m están pegadas la una a la otra, formando un bloque que gira alrededor de su eje central.
De la garganta de la polea pequeña cuelga una masa de 100 kg y de la polea grande otra masa de 25 kg, que tiende a hacer girar el conjunto en sentido contrario al anterior. El momento de inercia del sistema formado por las dos poleas acopladas es I = 15 kg·m^2. Al dejar el sistema en libertad, éste se pone en movimiento instantáneamente. Se pide:
a) ¿En qué sentido se mueven las poleas?
b) Valor de la aceleración con la que se mueve cada masa.
c) Valor de la aceleración angular de las poleas.
d) Valor de las tensiones de las cuerdas que sujetan cada una de las masas.

Ver Extremadura 2006-4

a) Consideramos que el cilindro grande (R_1=1 m) tiene la masa (m_1=25 kg) colgando por su lado derecho y tiende a hacerlo girar girar en el sentido de las agujas del reloj, lo que supone momento negativo hacia -z. El cilindro menor (R_2=0,4 m) tiene la masa (m_2=100 kg) colgando por su lado izquierdo y un momento positivo hacia +z.



Realizamos un diagrama: es importante no pensar que peso es igual a tensión, ya que eso solo ocurre en equilibrio.
Planteamos la dinámica de rotación respecto al eje

$$\Sigma \vec{M}_0 = I\,\vec{\alpha}$$

Asumimos que gira en el sentido de las agujas del reloj y la aceleración angular saldrá negativa (aunque usamos módulos para tensiones)

$$T_2 \cdot R_2 - T_1 \cdot R_1 = I\,\alpha$$

Planteamos dinámica traslación
Masa 1: $m_1 \cdot g - T_1 = m_1 \cdot a_1$
Masa 2: $T_2 - m_2 \cdot g = m_2 \cdot a_2$
Sustituyendo $a_1 = \alpha R_1$ y $a_2 = \alpha R_2$ y despejando tensiones en ecuaciones de traslación
$T_1 = m_1 \cdot g - m_1 \cdot \alpha R_1$
$T_2 = m_2 \cdot g + m_2 \cdot \alpha R_2$
Sustituyendo en la ecuación de rotación

$$(m_2 g + m_2 \alpha R_2)\cdot R_2 - (m_1 g - m_1 \alpha R_1)\cdot R_1 = I\,\alpha$$

$$m_2 g R_2 + m_2 \alpha R_2^2 - m_1 g R_1 + m_1 \alpha R_1^2 = I\,\alpha$$

$$\alpha = -g\,\frac{m_1 R_1 - m_2 R_2}{I + m_2 R_2^2 + m_1 R_1^2}$$

El momento de inercia en este caso de ambos cilindros no usa expresión sino valor directo 15 kg·m^2

$$\alpha = -9{,}81\,\frac{25\cdot 1 - 100\cdot 0{,}4}{15 + 100\cdot 0{,}4^2 + 25\cdot 1^2} = 2{,}63\,rad/s^2$$

El resultado es positivo, luego no gira en el sentido indicado sino en el contrario (en el sentido contrario a las agujas del reloj hacia el diagrama, la masa grande cae)
Lo podemos validar repitiendo el planteamiento pero ahora m_2 baja y m_1 sube, y tomando eje x en sentido de movimiento.

Masa 1: $T_1-m_1 \cdot g=m_1 \cdot a_1$
Masa 2: $m_2 \cdot g-T_2=m_2 \cdot a_2$
$T_1=m_1 \cdot g+m_1 \cdot \alpha R_1$
$T_2=m_2 \cdot g-m_2 \cdot \alpha R_2$

$$(m_2 g-m_2 \alpha R_2) \cdot R_2-(m_1 g+m_1 \alpha R_1) \cdot R_1=I \alpha$$

$$m_2 g R_2-m_2 \alpha R_2^2-m_1 g R_1-m_1 \alpha R_1^2=I \alpha$$

$$\alpha=g \frac{m_2 R_2-m_1 R_1}{I+m_2 R_2^2+m_1 R_1^2}$$

$$\alpha=9,81 \frac{100 \cdot 0,4-25 \cdot 1}{15+100 \cdot 0,4^2+25 \cdot 1^2}=2,63\, rad/s^2$$

b y c) $\alpha=2,63\, rad/s^2$

$$v_1=v_{01}+a_1 \cdot t=\alpha \cdot R_1 t=2,63 \cdot 1 \cdot t=2,63 t\,[t\ en\ s\,;\, v_1\ en\ m/s]$$

$$v_2=v_{02}+a_2 \cdot t=\alpha \cdot R_2 t=2,63 \cdot 0,4 \cdot t=1,05 t\,[t\ en\ s\,;\, v_2\ en\ m/s]$$

d) Necesitamos calcular tensiones. Ahora usamos a_1 y a_2 positivas.
$T_1=m_1 \cdot g-m_1 \cdot \alpha R_1=25 \cdot 9,81-25 \cdot 2,63 \cdot 1=179,5$ N
$T_2=m_2 \cdot g+m_2 \cdot \alpha R_2=100 \cdot 9,81+100 \cdot 2,63 \cdot 0,4=1086$ N

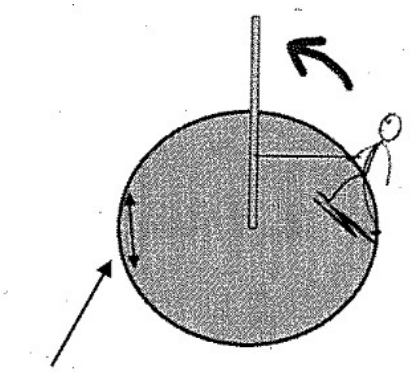
F1. Un patinador de masa 52 kg recorre una circunferencia de 2,0 m de radio a una velocidad de 3,0 m/s. Para mantener su movimiento, se agarra a una cuerda sujetada en un poste situado en el centro de la circunferencia, siendo la tensión de la cuerda la fuerza centrípeta necesaria para efectuar el movimiento circular, considerando que en el hielo el rozamiento es nulo. Posteriormente llega a una zona de arena de 48 cm de longitud, en la que el coeficiente de fricción es de 0,1.

a) ¿Qué tensión habrá en la cuerda antes de llegar a la zona arenosa?

b) ¿Qué velocidad tendría al salir de esa zona?

c) ¿Cómo debería cambiar la tensión para que al salir de la zona el patinador siguiera el mismo recorrido circular de antes?

d) Hacer un planteamiento didáctico, de manera concreta y esquemática, de este problema para un determinado nivel: contextualización de la actividad, justificación de su importancia para el aprendizaje, justificación curricular (competencias clave, saberes básicos), metodología, temporalización.



a) Como no hay rozamiento con el hielo, la fuerza centrípeta la realiza la tensión.

$$T = m\frac{v^2}{R} = 52 \cdot \frac{3^2}{2} = 234\,N$$

b) El rozamiento en la zona arenosa hace que pierda energía cinética. Asumimos que son 48 cm de desplazamiento asociados a 48 cm de arco.

$$\Delta E_m = W_{FNC}$$

$$\frac{1}{2} m v_{fin}^2 - \frac{1}{2} m v_{inic}^2 = F_{roz} \cdot \Delta x \cdot \cos(180^o)$$

$$\frac{1}{2} m v_{fin}^2 - \frac{1}{2} m v_{inic}^2 = -\mu m g \cdot \Delta x$$

$$v_{fin} = \sqrt{v_{inic}^2 - 2\mu g \Delta x}$$

Numéricamente $v_{fin} = \sqrt{3^2 - 2 \cdot 0{,}1 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}48} = 2{,}84\,m/s$

c) La velocidad es menor, por lo que la fuerza centrípeta para el mismo radio debe ser menor, y por lo tanto la tensión debe ser menor $T = m\frac{v^2}{R} = 52 \cdot \frac{2{,}84^2}{2} = 210\,N$

d) La dinámica del movimiento circular se trata en Física y Química de 1º Bachillerato, tras introducir la cinemática del movimiento circular en Física y Química de 4ºESO
https://www.fiquipedia.es/home/materias/bachillerato/fisicayquimica-1bachillerato/curriculo-fisica-y-quimica-1-bachillerato-lomloe/

E. Estática y dinámica.

- Predicción, a partir de la composición vectorial, del comportamiento estático o dinámico de una partícula y un sólido rígido bajo la acción de un par de fuerzas.
  • Composición vectorial de un sistema de fuerzas. Fuerza resultante.
  • La fuerza peso y la fuerza normal. Centro de gravedad de los cuerpos. La fuerza de rozamiento. La fuerza tensión. Determinación experimental de fuerzas en relación con sus efectos.
  ...
  • La fuerza centrípeta. Dinámica del movimiento circular.

Justificación de su importancia para el aprendizaje:
- Contextualiza en una situación concreta varios conceptos teóricos de forma conjunta: peso, normal, fuerza de rozamiento, movimiento circular, fuerza centrípeta, trabajo y energía.
- Desarrolla habilidades para resolver problemas analizando cómo cambian condiciones físicas.

Justificación curricular:
Competencias clave:
-Competencia matemática y competencia en ciencia, tecnología e ingeniería (asociado al planteamiento y resolucion matemática del problema físico)
Saberes básicos:
D. Cinemática.
Clasificación de los movimientos y análisis de las variables que influyen en un movimiento rectilíneo y circular: magnitudes y unidades empleadas. Movimientos cotidianos que presentan estos tipos de trayectoria.
• Estudio de los movimientos ...circular uniforme.
E. Estática y dinámica.
• Composición vectorial de un sistema de fuerzas. Fuerza resultante.
• La fuerza peso y la fuerza normal. La fuerza de rozamiento. La fuerza tensión.
• La fuerza centrípeta. Dinámica del movimiento circular.
F. Energía.
• La fuerza de rozamiento: una fuerza no conservativa.
• Principio de conservación de la energía mecánica en sistemas conservativos y no conservativos. Principio trabajo-energía

Metodología y temporalización
Se trata durante una sesión (55 min), con una introducción inicial del docente y dejando tiempo a los alumnos para trabajar el problema y poner en común soluciones y resolución.
- 20 min: presentación del problema y discusión inicial. Si es posible se puede realiza runa experiencia rápida en clase: coger un vaso de plástico/lata con peso y un hilo de aproximadamente de 1 m y hacerlo girar sobre el suelo liso haciendo que realice aproximadamente en MCU (se puede usar un cronómetro) y luego poner un material rugoso (lija) en la trayectoria del vaso viendo lo que ocurre.
- 5 min: resolución individual de apartado a)
- 10 min: planteamiento de apartado b) y resolución individual por los alumnos, con una puesta en común de resultados y validación del resultado.
- 10 min: discusión del apartado c) resolución en grupos, con una puesta en común de resultados y validación del resultado.
- 5 min: reflexión y relación con otros fenómenos físicos similares

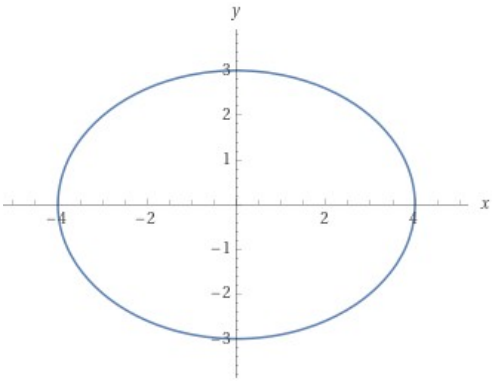
enrique@fiquipedia.es Revisado 21 octubre 2023

1) Una partícula está sometida a dos movimientos vibratorios armónicos perpendiculares de ecuaciones x = 4 cos(0,5πt) e y= 3 cos(0,5πt-0,5π).
a) Calcule la ecuación de la trayectoria de la partícula y dibújela. (5 puntos)
b) Obtenga el instante y la posición en que la velocidad de la partícula forma un ángulo de +45º con el semieje OX positivo. (5 puntos)

Resuelto por koler
http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?p=40337#p40337

a) Reorganizamos las ecuaciones:
x = 4 cos(0,5πt) → x/4 = cos(0,5πt)
y= 3 cos(0,5πt-0,5π) → y/3 = sen(0,5πt)
Usamos la igualdad $\cos^2 x+\text{sen}^2 x=1$

$$\frac{x^2}{4^2}+\frac{y^2}{3^2}=1$$



Es la ecuación de una elipse centrada en el origen de semieje mayor 4 y semieje menor 3. (Enunciado no indica unidades)
https://www.wolframalpha.com/input?i=plot+x%5E2%2F4%5E2+%2B+y%5E2%2F3%5E2+%3D+1&lang=es
b) Planteamos y en función de x para poder derivar

$$y=\pm 3\sqrt{1-\frac{x^2}{4^2}} \Rightarrow \frac{dy}{dx}=\pm 3\cdot\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{1-\frac{x^2}{4^2}}}\cdot\left(\frac{-1}{4^2}\right)2x$$

El ± refleja que hay dos valores de y en los que la derivada de la tangente es 1: en segundo y cuarto cuadrante.
Si el vector velocidad, tangente a la trayectoria, forma 45º con el semieje OX positivo, su derivada es 1 y está en el cuarto cuadrante, por lo que el valor de x es positivo.

$$1=\frac{3}{16}\frac{x}{\sqrt{1-\frac{x^2}{4^2}}} \Rightarrow 16\sqrt{1-\frac{x^2}{4^2}}=3x$$

$$256\left(1-\frac{x^2}{16}\right)=9x^2 \Rightarrow 256-16x^2=9x^2 \Rightarrow x=\sqrt{\frac{256}{25}}=3{,}2$$

$$y=3\sqrt{1-\frac{3{,}2^2}{4^2}}=1{,}8$$

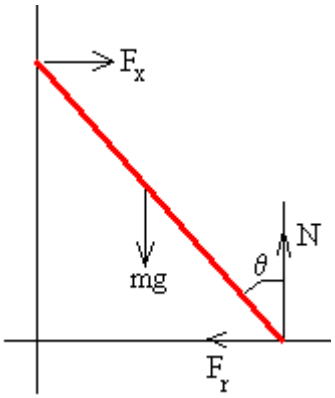
La posición es (3,2; 1,8)
Calculamos el instante, teniendo en cuenta que en t=0 la partícula está en (4,0) y que recorre la elipse en sentido antihorario, completando una vuelta en 4 s. T=2π/0,5π=4 s
3,2=4·cos(0,5πt) → t=arcos (3,2/4)/(0,5π)=±0,41 s.
El instante es -0,41 s +n·4: -0,41 s: 3,59 s; 7,59 s; ...

enrique@fiquipedia.es Revisado 11 agosto 2025
CC BY SA

1. Una escalera de mano de 3 m de longitud se apoya sin rozamientos sobre una pared vertical y el suelo horizontal, formando un ángulo de 60° con el suelo. La escalera tiene cinco travesaños equidistantes y pesa en total 40 kg, que pueden considerarse homogéneamente repartidos. (Considerar el centro de masas en el centro de la escalera). El último travesaño coincide, además, con el extremo superior de la escalera. Calcúlese la fuerza que habrá que ejercer horizontalmente sobre la base de la escalera, para que esta no resbale, en los casos siguientes:
a) La escalera sola. (3 puntos)
b) Con un hombre de 80 kg subido, en posición vertical, al primer travesaño. (3 puntos)
c) Con un hombre de 80 kg subido, en posición vertical, al cuarto travesaño. (4 puntos)

Ver País Vasco 2018-F2, Aragón 2018-A2, Galicia 1999-1
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica3/solido/escalera/escalera_1.html

a) Realizamos diagrama de cuerpo libre (en diagrama se usa m para masa de la escalera y hay rozamiento, que en este caso no hay sino una fuerza horizontal aplicada en la base que es la que se pide)
- Peso escalera en el centro de masas. $P_{esc}=mg$
- Normal en ambos contactos con superficie, perpendicular a la superficie (en diagrama se indica Fx en pared vertical)
- Fuerza aplicada en horizontal
El ángulo θ del diagrama es 90º menos el ángulo con horizontal, por lo que sen(90-θ)=cos(θ).
Si planteamos el equilibrio de traslación:
Eje y: N-mg=0 → N=mg
Eje x: $F_x-F_{ap}=0 \rightarrow F_x=F_{ap}$
Si planteamos el equilibrio de rotación respecto al punto inferior
$-L\cdot F_{ap}\cdot\cos(\theta)+(L/2)\cdot mg\cdot sen(\theta)=0$
$F_{ap}\cdot\cos(\theta)= ½\cdot mg\cdot sen(\theta) \rightarrow F_{ap}= ½\cdot mg\cdot\tan(\theta)$
Numéricamente $F_{ap}= ½\cdot 40\cdot 9{,}8\cdot\tan(30º)=$**113,2 N**



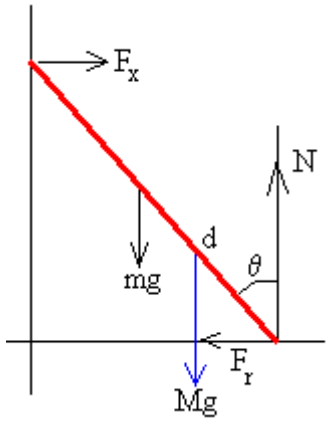
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/solido/din_rotacion/escalera1/escalera1.htm

b y c)Realizamos diagrama de cuerpo libre (en diagrama se usa M para la masa del hombre). Ahora hay una nueva fuerza
- Peso del hombre a una distancia d. $P_{hom}=Mg$
Si planteamos el equilibrio de traslación:
Eje y: N-mg-Mg=0 → N=(m+M)g
Eje x: $F_x-F_{ap}=0 \rightarrow F_x=F_{ap}$
Si planteamos el equilibrio de rotación respecto al punto inferior
$-L\cdot F_{ap}\cdot\cos(\theta)+(L/2)\cdot mg\cdot sen(\theta)+d\cdot Mg\cdot sen(\theta)=0$
$L\cdot F_{ap}\cdot\cos(\theta)=(L/2)\cdot m\cdot sen(\theta)+d\cdot M\cdot sen(\theta)$

$$F_{ap}=\frac{(L/2)\cdot mg\cdot sen(\theta)+d\cdot Mg\cdot sen(\theta)}{L\cdot\cos(\theta)}$$

Si d=0, es expresión anterior.

$$F_{ap}=\frac{1}{2}mg\tan(\theta)+\frac{d}{L}Mg\tan(\theta)$$



http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/solido/din_rotacion/escalera1/escalera1.htm

Si tiene 5 travesaños equidistantes y uno está en un extremo, son 4 huecos de tamaño cada uno 3/4=0,75 m.
b) d=0,75 m ("Primero no en suelo"). $F_{ap}=0{,}5\cdot 40\cdot 9{,}8\cdot\tan(30º)+(0{,}75/3)\cdot 80\cdot 9{,}8\cdot\tan(30º)=$**226 N**
c) d=3·0,75=2,25 m. $F_{ap}=0{,}5\cdot 40\cdot 9{,}8\cdot\tan(30º)+(2{,}25/3)\cdot 80\cdot 9{,}8\cdot\tan(30º)=$**453 N**

1. Una esfera maciza de masa m y un tubo cilíndrico de espesor despreciable y masa 3m, ambos con el mismo radio, ruedan sin deslizar por una superficie horizontal. En un determinado momento, ambos cuerpos se encuentran con un plano inclinado ascendente y suben por él. Un observador situado en el punto más bajo del plano inclinado comprueba que las velocidades angulares de los dos cuerpos en ese punto son iguales. Teniendo en cuenta que el tubo cilíndrico tiene el mismo momento de inercia que un aro y que el sistema es conservativo, se pide:
a. Calcular la altura a la que ascenderán dichos cuerpos. (1 punto)
b. Si los cuerpos no tuviesen el mismo radio y se mantuviesen el resto de condiciones del enunciado, ¿cuál debería ser la relación entre los radios de ambos para que los dos ascendiesen la misma altura? (0,5 puntos)
c. ¿Cuál sería en este último caso la relación entre las velocidades de sus centros de masa? (0,5 puntos)

Ver Castilla-La Mancha 2015 Discapacidad-2, Extremadura 2002-1B
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/solido/plano_inclinado/plano_inclinado.htm

a) Asumimos que ambos ruedan sin deslizar.
Ambos tienen misma velocidad angular y al tener mismo radio también la misma velocidad lineal
Planteamos conservación energía:

$$\Delta E_m = 0 \Rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m v_{CM}^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$$

Planteamos condición de rodadura $v_{CM} = \omega \cdot R$

$$\frac{1}{2} m v_{CM}^2 + \frac{1}{2} I \frac{v_{CM}^2}{R^2} = m \cdot g \cdot h$$

Los momentos de inercia son: cilindro hueco (aro) $I=mR^2$, esfera $I=2/5\ mR^2$

$$\frac{1}{2} \cancel{m} v_{CM\ cilindro}^2 + \frac{1}{2} \cancel{m} \cancel{R^2} \frac{v_{CM\ cilindro}^2}{\cancel{R^2}} = \cancel{m} \cdot g \cdot h_{cilindro} \Rightarrow h_{cilindro} = \frac{v_{CM\ cilindro}^2}{g}$$

$$\frac{1}{2} \cancel{3m} v_{CM\ esfera}^2 + \frac{1}{2} \frac{2}{5} \cancel{3m} \cancel{R^2} \frac{v_{CM\ esfera}^2}{\cancel{R^2}} = \cancel{3m} \cdot g \cdot h_{esfera} \Rightarrow h_{esfera} = \frac{7}{10} \frac{v_{CM\ esfera}^2}{g}$$

Como ambas velocidades iniciales son iguales, la esfera alcanza una altura menor.
b) Asumimos que al indicar “se mantienen resto de condiciones del enunciado”, se mantiene que las velocidades angulares son iguales. Si repetimos el planteamiento, no depende de los radios, e igualando alturas

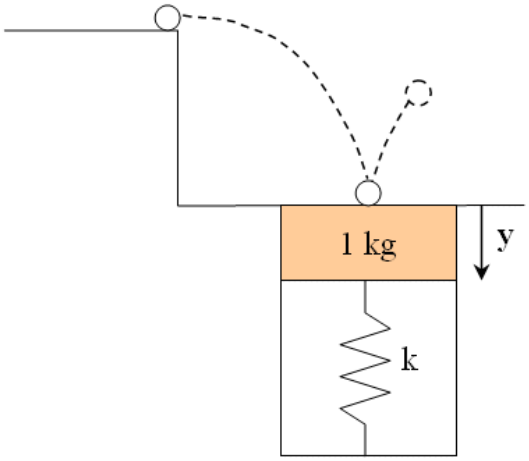
$$\frac{v_{CM\ cilindro}^2}{g} = \frac{7}{10} \frac{v_{CM\ esfera}^2}{g}$$

$$\omega^2 R_{cilindro}^2 = \frac{7}{10} \omega^2 R_{esfera}^2$$

$$R_{cilindro} = \sqrt{\frac{7}{10}} R_{esfera}$$

c) $$\frac{v_{CM\ cilindro}}{v_{CM\ esfera}} = \frac{\omega R_{cilindro}}{\omega R_{esfera}} = \sqrt{\frac{7}{10}}$$

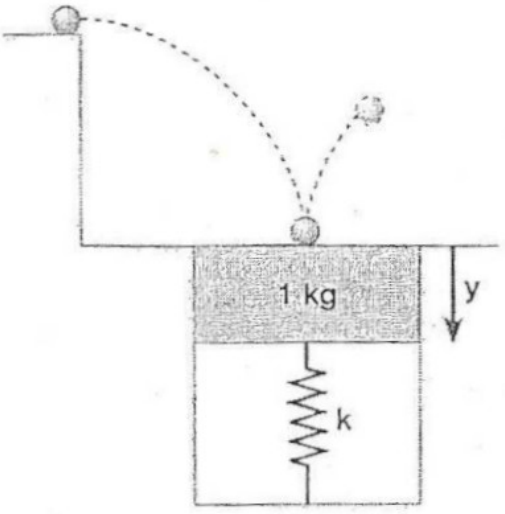
Baleares 2021 Mallorca A
Exercici número 2 (20/120 punts)
L'èmbol i la pilota
Un èmbol d'1 kg es troba en repòs en una guia vertical sense fricció. Sobre l'èmbol cau una pilota de 500 g que es troba inicialment a una altura de 5 m sobre l'èmbol i rebota elàsticament, segons es mostra a la figura. Si la constant de la molla és k = 400 N/m, troba la posició «y» en funció del temps a partir de l'instant del rebot. Dades: g = 10 m/s^2



El émbolo y la pelota
Un émbolo de 1 kg se encuentra en reposo en una guía vertical sin fricción. Sobre el émbolo cae una pelota de 500 g que se encuentra inicialmente a una altura de 5 m sobre el émbolo y rebota elásticamente, según se muestra en la figura. Si la constante de la muelle es k = 400 N/m, encuentra la posición «y» en función del tiempo a partir del instante del rebote. Datos: g = 10 m/s^2

Castilla-La Mancha 2015
2. Un émbolo de 1 kg se encuentra en reposo en una guía vertical sin rozamiento. Sobre él cae una pelota de 500 g que se encontraba inicialmente a 5 m de altura sobre el émbolo y rebota elásticamente en él, según se indica en la figura. Si la constante del resorte es k = 400 N/m, hállese la posición "y" en función del tiempo a partir del rebote.

INSTRUCCIONES DE REALIZACIÓN DEL EJERCICIO:
-CADA PROBLEMA SE REALIZARÁ EN UN FOLIO INDEPENDIENTE
-SE ENTREGARÁN TODOS LOS FOLIOS, INCLUIDO EL EXAMEN
-SE PUEDE UTILIZAR CALCULADORA CIENTÍFICA NO PROGRAMABLE
CRITERIOS DE CALIFICACIÓN: Cada problema tiene una puntuación de 2,5 puntos
Problema 2 Principios aplicados y tipo de movimiento del émbolo: 3 x 0,2 = 0,6 p; Posición y en función del tiempo: 1,9 p
Total 0,6 + 1,9 = 2,5 puntos



Referencias:
Resuelto y comentado por sleepylavoisier, Álvaro y Perchelera
http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?p=15998#p15998

Como se pide la posición "y" hay que fijar claramente la posición de qué y el sistema de referencia: Según la figura la posición "y" hace referencia al émbolo, no a la pelota, por lo que no necesitamos

fijar referencia en eje x a no ser que queramos dar posición de la pelota, que no se pide explícitamente.
Tomamos eje y tal y como está en el diagrama inicial, con y=0 en la posición inicial del émbolo.
Si queremos calcular la posición de la pelota tomamos eje x horizontal y hacia la derecha en el diagrama, con x=0 en la posición del impacto en el émbolo cuando y=0. No se dan datos de distancia entre la posición inicial y el punto del émbolo en el que impacta; podría ser una caída vertical, pero planteamos de manera genérica que hay cierta velocidad, ya que en el diagrama se representa una trayectoria parabólica.
Aunque formalmente enunciado utiliza solo una cifra significativa, damos resultados con 3 cifras significativas, asumiendo 400. N/m, 1,00 kg, 500. g y 5,00 m

Es esencial que se indica que **rebota elásticamente** en el émbolo: no es un choque inelástico en el que la pelota quede pegada al émbolo y lo comprime (esta segunda situación es la más habitual en problemas de resortes), sino que la pelota solo está en contacto con el émbolo durante el choque, la pelota impulsa el émbolo y que se conserva la energía mecánica.
Al ser un émbolo vertical solo nos importa la componente vertical de la velocidad de la pelota.

Planteamos inicialmente con qué velocidad vertical llega la pelota al émbolo.
Lo planteamos energéticamente usando la conservación de la energía mecánica, sin considerar rozamiento por el aire. Al indicarse que la pelota cae tomamos $v_{0y}=0$. Tomamos h=0 en y=0.

$$E_m(arriba)=E_m(abajo)\Rightarrow mgh+\frac{1}{2}m\,v_{ox}^2=\frac{1}{2}m\left(v_y\right)^2 \;+\; \frac{1}{2}m\,v_{ox}^2\Rightarrow {v_y}^2=2gh$$

Conocida la velocidad con la que llega, planteamos la conservación del momento lineal asociado al choque y la conservación de de energía cinética asociada al choque elástico.

$$m\cdot v_y+M\cdot 0=m\cdot v_{pel}+M\cdot v_{émb}$$

$$\frac{1}{2}m\cdot v_y^2+\frac{1}{2}M\cdot 0^2=\frac{1}{2}m\cdot v_{pel}^2+\frac{1}{2}M\cdot v_{émb}^2$$

Numéricamente

$$0{,}5\cdot\sqrt{2\cdot 9{,}8\cdot 5}=0{,}5\cdot v_{pel}+1\cdot v_{émb}\Rightarrow v_{émb}=4{,}95-0{,}5\cdot v_{pel}$$

$$0{,}5\cdot 2\cdot 9{,}8\cdot 5=0{,}5\cdot v_{pel}^2+1\cdot v_{émb}^2\Rightarrow 49=0{,}5\cdot v_{pel}^2+v_{émb}^2$$

Sustituyendo $49=0{,}5\cdot v_{pel}^2+\left(4{,}95-0{,}5\,v_{pel}\right)^2$

Resolviendo $0{,}75\,v_{pel}^2-4{,}95\,v_{pel}-24{,}4975=0$

v_{pel}=-3,30 m/s (negativa, hacia arriba en el diagrama)
$v_{émb}$=4,95-0,5·(-3,30)=6,60 m/s (positiva, hacia abajo en el diagrama)

Sabemos la velocidad con la que salen la pelota y el émbolo tras el choque, pero no sabemos desde qué posición y ocurre, y se nos pide el valor. El choque no es instantáneo y durante el choque el émbolo habrá descendido cierta distancia; asumimos que hay rozamiento en el émbolo y que la pelota no desliza sobre su superficie, por lo que está siempre en la misma posición sobre el émbolo; solo la componente vertical se emplea en el choque en impulsar verticalmente y comprimir el émbolo. No podemos plantear a nivel nivel dinámico qué distancia avanzan pelota y émbolo juntos durante lo que dura el choque hasta que el émbolo tiene la velocidad de salida que hemos calculado antes, ya que en ese momento la pelota habría avanzado junto al émbolo y tendría la misma velocidad.
Lo que planteamos es que avanzan una distancia p hasta que la fuerza que hace la pelota, su peso, se igualan con la fuerza que hace el resorte respecto a la posición de equilibrio (en la que ya realizaba

la fuerza para que el émbolo estuviese en reposo), momento en el que émbolo y resorte no van a recibir más fuerza de la pelota ni la pelota de émbolo y resorte.
mg=kp → p=mg/k=0,5·9,8/400=0,01225 m
Asumimos que el choque es "instantáneo" pero eso no implica que esa posición se alcance en t=0, ya ya que supondría velocidad infinita. Para calcular el tiempo empleado en recorrer esa distancia no podemos planear MRUA, ya que aunque la fuerza que hace la pelota es constante (su peso), la fuerza que hace el resorte no lo es, y tampoco conocemos la velocidad final de ambos unidos durante el choque elástico, solo las velocidades tras el choque. Planteamos que durante ese tiempo el émbolo sigue aproximadamente el mismo movimiento MAS que el resto del tiempo.
A partir de esa momento la pelota sale en sentido vertical y hacia la derecha (el movimiento descrito sería parabólico tal y como representa el diagrama), y el émbolo continuaría su movimiento hacia abajo hasta detenerse cuando la energía cinética, potencial gravitatoria y potencial elástica se convierte en energía potencial elástica. Planteamos la conservación de energía mecánica tomando h=0 en el punto más bajo y llamamos q a la altura respecto a esa referencia en la se inicia este movimiento del émbolo sin la pelota

$$E_m(arriba)=E_m(abajo)\Rightarrow Mgq+\frac{1}{2}m\,v_{émb}^2+\frac{1}{2}k\,p^2=\frac{1}{2}k\,q^2$$

$$1\cdot 9,8\cdot q+\frac{1}{2}0,5\cdot 6,6^2+\frac{1}{2}400\cdot 0,01225^2=\frac{1}{2}400\,q^2$$

$$200\,q^2-9,8\,q-10,9=0$$

$$q=\frac{9,8\pm\sqrt{9,8^2-4\cdot 200\cdot(-10,9)}}{2\cdot 200}=\frac{9,8\pm 93,9}{400}=\begin{matrix}-0,210\,m\\0,259\,m\end{matrix}$$

Tomamos solo la solución positiva y la posición final del émbolo sería 0,01225+0,259=0,271 m
Durante el descenso del émbolo describe un MAS con amplitud A, por lo que la ecuación del movimiento será $y=A\cos(\omega t+\varphi_0)$

En t=0 y=0, luego $0=A\cos(\varphi_0)\Rightarrow\varphi_0=\begin{matrix}\frac{\pi}{2}\,rad\\\frac{-\pi}{2}\,rad\end{matrix}$

En t=0 la velocidad es positiva $v=\frac{dy}{dt}=-A\,\omega\,sen(\omega t+\varphi_0)\Rightarrow si\,t=0\,v=-A\,\omega\,sen(\varphi_0)$

Tomamos $\varphi_0=\frac{-\pi}{2}\,rad$ para que la velocidad sea positiva.

Para calcular la frecuencia angular planteamos la ley de Hooke y la segunda ley de Newton. Se mueve solo el émbolo y la única masa a considerar es M.

$$F=-kx\,,F=M\cdot a\Rightarrow -kx=M\cdot a\Rightarrow a=\frac{-k}{M}x$$

Dado que en un MAS $a=-\omega^2x$, tenemos que $\omega=\sqrt{\frac{k}{M}}=\sqrt{\frac{400}{1}}=20\,rad/s$

La ecuación de movimiento del émbolo sería

$$y=0,271\cos(20t-\frac{\pi}{2})[\,y\,en\,m\,,t\,en\,s\,]$$

Se puede estimar durante cuanto tiempo es una aproximación, viendo que $T=2\pi/\omega=2\pi/20=0,31$ s y calculando en qué instante del MAS $y=0,01225$ m

$$0{,}01225 = 0{,}271\cos\left(20\,t - \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow 20\,t - \frac{\pi}{2} = arcos\left(\frac{0{,}01225}{0{,}271}\right) = \begin{matrix} 1{,}53\,rad \\ -1{,}53\,rad \end{matrix}$$

$$t = \frac{1{,}53 + \frac{\pi}{2}}{20} = 0{,}155\,s \; y \; t = \frac{-1{,}53 + \frac{\pi}{2}}{20} = 2{,}04 \cdot 10^{-3}\,s$$

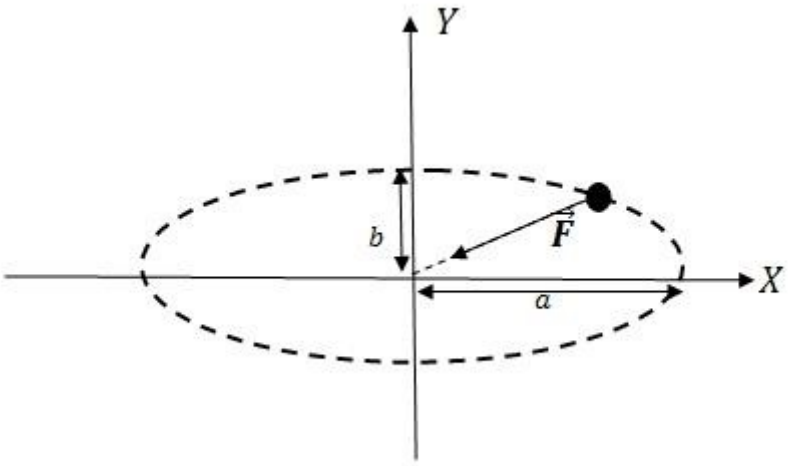
Aparecen dos valores: el mayor de los dos es próximo a medio periodo, se trata de la situación en la que el émbolo regresa subiendo y pasa por esa posición. Se puede comprobar que en ese caso la velocidad es negativa.
Si se plantea con el impulso al émbolo por la pelota, conocida la velocidad final del émbolo y el tiempo que dura el choque $F \cdot \Delta t = M \cdot \Delta v_{émb} \Rightarrow F = \frac{1 \cdot (6{,}6 - 0)}{2{,}04 \cdot 10^{-3}} = 2{,}75 \cdot 10^{3}\,N$ *Valida que las fuerzas del choque son mucho más elevadas que las externas que son el peso de la pelota 0,5·9,8=4,9 N y la fuerza elástica 400·0,01225=4,9 N*

enrique@fiquipedia.es Revisado 16 agosto 2025
CC BY SA

1. (Accesos 1, 2 y 3) Una partícula de masa está sometida a una fuerza central $\vec{F}$ de la forma:

$$\vec{F} = -k\,\vec{r}$$

siendo k una constante y $\vec{r}$ la posición de la partícula respecto de un punto fijo .
Sabiendo que la trayectoria de m es una elipse centrada en O, de semieje mayor a horizontal y semieje menor b, y el giro es antihorario determine:
a) ¿Se conserva el momento angular? ¿Por qué? (0,25 puntos)
b) ¿Es una fuerza conservativa? ¿Por qué? Si lo es, ¿cuál sería la energía potencial asociada? (0,25 puntos)
c) El momento angular de la partícula respecto de O y la energía total(1,00 punto)
d) El tiempo que tarda la partícula en dar una vuelta (0,25 puntos)
e) El radio de curvatura de la elipse en sus vértices (0,25 puntos)



a) Se conserva el momento angular al ser fuerzas centrales.
$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$ Como los vectores posición y fuerza son paralelos su producto vectorial es 0 y el momento angular se conserva.
b) Es una fuerza conservativa porque se puede definir una energía potencial que solo depende de la posición $\Delta E_p = -W_{AB} = -\int_{rA}^{rB} \vec{F}\,\vec{dr} = -\int_{rA}^{rB} -k\,r\,dr = k\left[\frac{1}{2}r^2\right]_{rA}^{rB} = \frac{1}{2}k\left(r_B^2 - r_A^2\right)$
Si tomamos Ep=0 cuando r=0, definimos $E_p = ½kr^2$
c) Como el momento angular se conserva, calculamos su módulo en varios puntos: cuando r=b y cuando r=a

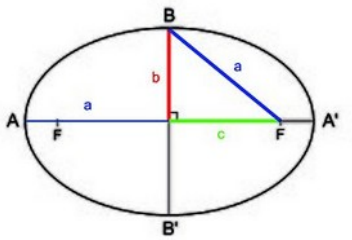
$$L = b \cdot m \cdot v_b = a \cdot m \cdot v_a \Rightarrow b \cdot v_b = a \cdot v_a \Rightarrow v_b = \frac{a}{b} v_a$$

Al no actuar fuerzas no conservativas, la energía mecánica se conserva. $\frac{1}{2}m v_a^2 + \frac{1}{2}k a^2 = \frac{1}{2}m v_b^2 + \frac{1}{2}k b^2$

$$m\left(v_b^2 - v_a^2\right) = k\left(a^2 - b^2\right)$$

Al ser una elipse, $a^2-b^2=c^2$, $\varepsilon = c/a \rightarrow \varepsilon^2 = (a^2-b^2)/a^2 = 1-b^2/a^2$

$$m v_a^2 \frac{\left(a^2 - b^2\right)}{b^2} = k\left(a^2 - b^2\right) \Rightarrow m v_a^2 = k b^2 \Rightarrow v_a = b\sqrt{\frac{k}{m}}$$



wikimedia, Moran-Tao

El momento angular es $L = a \cdot m \cdot b \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} = a \cdot b \cdot \sqrt{m \cdot k}$

Al girar en sentido antihorario, vectorialmente $\vec{L} = a \cdot b \cdot \sqrt{m \cdot k}\,\vec{k}$

La energía mecánica es $E_m = \frac{1}{2} \cancel{m} b^2 \frac{k}{\cancel{m}} + \frac{1}{2} k a^2 = \frac{1}{2} k \left(a^2 + b^2\right)$

d) Si teniendo F=-kr planteamos la segunda ley de Newton F=m· en cada eje

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -k x$$

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = -k y$$

Llegamos a que en cada componente hay un movimiento armónico simple con la misma frecuencia angular $k = m \omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

El periodo es $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$

e) En los vértices solo hay aceleración centrípeta, $a_c = v^2/R$ y en módulo $a_c = F/m = kr/m$

Para el vértice a $\frac{k \cdot a}{m} = \frac{v_a^2}{R} \Rightarrow R = \frac{v_a^2 m}{k \cdot a} = \frac{b^2}{a}$

Para el vértice a $\frac{k \cdot b}{m} = \frac{v_b^2}{R} \Rightarrow R = \frac{v_b^2 m}{k \cdot b} = \frac{a^2}{b}$

2. (Accesos 5) Una plataforma describe una trayectoria vertical entre el suelo (y= 0) y una altura y = 2 A, según la ecuación:
y =A – A cos (wt)
Sobre la plataforma se coloca una masa m. Calcule:
a) La frecuencia mínima para que despegue de la plataforma. (1 punto)
b) Si la frecuencia es: $w=2\sqrt{\frac{g}{A}}$ ¿qué altura alcanzará m respecto al suelo? (1 punto)

a) Para que despeque de la plataforma la normal debe ser cero, y eso puede ocurrir en el punto más alto de la trayectoria, cuando y=2A.
El planteamiento dinámico de la masa mientras se mueve junto a la plataforma en el eje y es
N-P=m·a

$$a=\frac{d^2y}{t^2}=A\omega^2\cos(\omega t)=\omega^2(A-y)$$

$$N-mg=m\omega^2(A-y)$$

Si N=0 e y=2A $-g=\omega^2(A-2A)\Rightarrow\omega^2=\sqrt{\frac{g}{A}}$

b) Si $\omega=2\sqrt{\frac{g}{A}}$ habrá una posición en el que la masa se despega de la plataforma

$$0-mg=m4\frac{g}{A}(A-y)\Rightarrow -A=4A-4y\Rightarrow 4y=5A\Rightarrow y=\frac{5}{4}A$$

En ese momento la velocidad es

$$v=\frac{dy}{dt}=A\omega\,sen(\omega t)$$

Lo expresamos en función de y

$$\cos(\omega t)=\frac{A-y}{A}=1-\frac{y}{A}$$

$$sen(\omega t)=\sqrt{1-(\cos(\omega t))^2}=\sqrt{1-(1-2\frac{y}{A}+\frac{y^2}{A^2})}=\sqrt{2\frac{y}{A}-\frac{y^2}{A^2}}$$

Si $y=\frac{5}{4}A$

$$sen(\omega t)=\sqrt{2\frac{5}{4}\frac{A}{A}-\frac{5^2}{4^2}\frac{A^2}{A^2}}=\sqrt{\frac{5}{2}-\frac{5^2}{4^2}}=0{,}968$$

La velocidad con la que sale la masa es $v=A\,2\sqrt{\frac{g}{A}}0{,}968=1{,}936\sqrt{gA}$

Una vez sale describe un MRUA

$$v^2-v_0^2=2as\Rightarrow 0-1{,}936^2gA=-2\cdot g\cdot s\Rightarrow s=1{,}874A$$

El punto de partida es $y=\frac{5}{4}A$

s=y-y_0 → $y=y_0+s=\frac{5}{4}A+1{,}874A=3{,}124A$

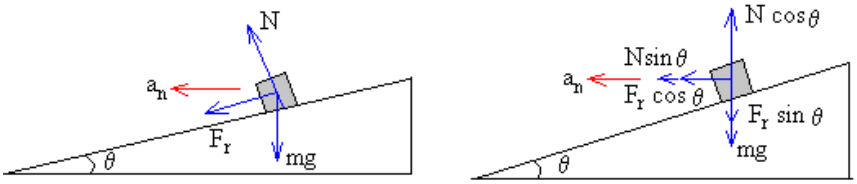
Model 2. Cas 1. Qüestions prèvies. En Pau condueix per l'autovia a una velocitat de 90 km/h quan en de cop, veu una roca al mig de la via, causada per un despreniment del talús. Es veu obligat a frenar bruscament el cotxe, però impacta amb la roca, fet que activa els airbags davanters.
…
a) A quina distància mínima ha d'estar la roca perquè en Pau no impacti amb ella, considerant que triga 3 segons en aturar el vehicle?
b) En un moment determinat la pista forestal té un peralt de 15°. A quina velocitat ha de circular-hi un motorista per aconseguir que la moto es mantingui perpendicular al terra, si el centre de gravetat del motorista descriu una trajectòria circular de 50m de radi?

Pablo conduce por la autovía a una velocidad de 90 km/h cuando de repente, ve una roca en medio de la vía, causada por un desprendimiento del talud. Se ve obligado a frenar bruscamente el coche, pero impacta con la roca, lo que activa los airbags delanteros.
…
a) ¿A qué distancia mínima debe estar la roca para que Pablo no impacte con ella, considerando que tarda 3 segundos en detener el vehículo?
b) En un momento determinado la pista forestal tiene un peralte de 15°. ¿A qué velocidad debe circular un motorista para conseguir que la moto se mantenga perpendicular al suelo, si el centro de gravedad del motorista describe una trayectoria circular de 50m de radio?

El valor debe ir separado de la unidad: serían 50 m.
Tomamos g=9,81 m/s²

a) $\frac{90\,\cancel{km}}{1\,\cancel{h}}\cdot\frac{1000\,m}{1\,\cancel{km}}\cdot\frac{1\,\cancel{h}}{3600\,s}=25\,m/s$
Si tarda 3 s en detenerse con aceleración de frenada constante, MRUA
$0=25-a\cdot 3\rightarrow a=\frac{-25}{3}\,m/s^2$
La distancia que recorre es $x=x_0+v_0\cdot t+\frac{1}{2}a\,t^2=25\cdot 3+0,5\cdot(\frac{-25}{3})\cdot 3^2=37,5\,m$

b) La indicación "que la moto se mantenga perpendicular al suelo" es que no derrape. Se trata de un peralte en el que no se indica que haya rozamiento. Realizamos un planteamiento dinámico



http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica_/dinamica/circular/circular/din_circular1.html

Eje x: N·sen(θ)=mv²/R
Eje y: N·cos(θ)=mg
Dividiendo la primera entre la segunda
$\tan(\theta)=\frac{v^2}{Rg}\Rightarrow v=\sqrt{R\,g\tan(\theta)}=\sqrt{50\cdot 9,81\cdot\tan(15^o)}=11,5\,m/s=41,4\,km/h$

Model 2. Cas 2. Qüestions prèvies.

a) Un got, inicialment en repòs en una taula, explota de manera espontània en tres trossos que es mouen horitzontalment sobre la taula. Dos d'ells, que tenen la mateixa massa, surten disparats amb la mateixa velocitat de 10 m/s, formant entre ells un angle de 37º. El tercer té triple de massa que els altres. Trobeu la velocitat del tercer tros i la direcció en què es mou.

a) Un vaso, inicialmente en reposo en una mesa, explota de forma espontánea en tres trozos que se mueven horizontalmente sobre la mesa. Dos de ellos, que tienen la misma masa, salen disparados con igual velocidad de 10 m/s, formando entre ellos un ángulo de 37º. El tercero tiene triple de masa que los demás. Encuentre la velocidad del tercer pedazo y la dirección en la que se mueve.

a) Tomamos eje x en el sentido de uno de los dos trozos pequeños de masa m
Planteamos conservación del momento lineal en ambos ejes
Eje x $0=m\cdot 10+m\cdot 10\cdot\cos(37^o)+2m\cdot v\cdot\cos(\alpha)\Rightarrow -17,99=2v\cdot\cos(\alpha)$
Eje y $0=m\cdot 0+m\cdot 10\cdot sen(37^o)+2m\cdot v\cdot sen(\alpha)\Rightarrow -6,02=v\cdot sen(\alpha)$
Dividiendo la segunda entre la primera

$$\tan(\alpha)=\frac{6,02}{17,99}\Rightarrow\alpha=\begin{matrix}\sout{18},5^o\\198,5^o\end{matrix}$$

La positiva no tiene sentido: los tres trozos saldrían hacia el mismo lado y no se podría conservar el momento lineal.
Sustituyendo en una de las anteriores

$$v=\frac{-6,02}{sen(198,5^o)}=18,97\,m/s$$

CC BY SA

Model 1. Cas 3. Qüestions prèvies.

a) Una jugadora de basquetbol vol fer una esmatxada. Per fer-ho cal que arribi a tocar la cistella que està situada a 3,05m, i sabem que la seva alçada amb els braços estirats és de 2,10m. Si fem un símil entre els cames de la jugadora de bàsquet i unes molles, trobeu la constant de la molla per aquesta jugadora que té una massa de 66 kg i que quan la compressió és de 40 cm, és capaç de fer l'esmatxada. Suposarem que no hi ha pèrdua d'energia per fricció, per tant, es conserva l'energia.

b) En una segona jugada una jugadora fa un tap en el moment d'encistellar a 3,05m d'alçada i la pilota surt obliquament cap amunt amb una velocitat que forma un angle respecte de l'horitzontal tal que el sin α=0,6, i en el mateix moment un segon jugador situat a 6m de la cistella es dirigeix cap a la pilota a una velocitat constant de 4m/s i l'agafa a 0,5m del terra. A quina velocitat ha estat llançada la pilota?

a) Una jugadora de baloncesto quiere realizar un mate. Para ello es necesario que llegue a tocar la cesta que está situada a 3,05m, y sabemos que su altura con los brazos estirados es de 2,10m. Si hacemos un símil entre las piernas de la jugadora de baloncesto y unos muelles, encuentra la constante del muelle por esta jugadora que tiene una masa de 66 kg y que cuando la compresión es de 40 cm, es capaz de hacer el mate. Supondremos que no hay pérdida de energía por fricción, por tanto, se conserva la energía.

b) En una segunda jugada una jugadora hace un tapón en el momento de encestar a 3,05m de altura y la pelota sale oblicuamente hacia arriba con una velocidad que forma un ángulo respecto de la horizontal tal que el seno α=0,6, y en el mismo momento un segundo jugador situado a 6m de la canasta se dirige hacia la pelota a una velocidad constante de 4 m/s la coge a 0,5m del suelo. ¿A qué velocidad ha sido lanzada la pelota?

El valor debe ir separado de la unidad: serían 3,05 m; 2,10 m: 6 m; 0,5 m
Tomamos $g=9{,}81\ m/s^2$

a) Planteamos la conservación de la energía mecánica
Sin plantear el centro de masas de la jugadora, tomamos h=0 en la posición del extremo de los brazos estirados. En la situación inicial está 40 cm por debajo de 2,10 m: a 1,70 m.
En la situación final está a 3,05 m, que son 3,05-1,70=1,35 m por encima de la inicial.

$$\frac{1}{2}K(\Delta x)^2=mgh \Rightarrow \frac{1}{2}K\,0{,}4^2=66\cdot 9{,}81\cdot 1{,}35 \Rightarrow K=\frac{2\cdot 66\cdot 9{,}81\cdot 1{,}35}{0{,}4^2}=1{,}09\cdot 10^4\ N/m$$

b) Es un movimiento parabólico. Tomamos x=0 en la canasta y sentido al jugador, y=0 en el suelo.

$$\cos(\alpha)=\sqrt{1-(sen(\alpha))^2}=\sqrt{1-0{,}6^2}=0{,}8$$

Eje x pelota (MRU): $x=v\cdot\cos(\alpha)\cdot t$ $\quad x=0{,}8v\cdot t$
Eje y pelota (MRUA): $y=3{,}05+ v\cdot sen(\alpha)\cdot t-0{,}5\cdot 9{,}81\cdot t^2$ $\quad y=3{,}05+0{,}6v\cdot t-4{,}905t^2$
Eje x jugador (MRU): x=6-4t
Igualamos x de ambos movimientos: $0{,}8v\cdot t=6-4t \rightarrow v\cdot t=7{,}5-5t$
En el alcance y=0,5 m → $0{,}5=3{,}05+0{,}6(7{,}5-5t)-4{,}905t^2 \rightarrow -4{,}905t^2-3t+7{,}05=0$

$$t=\frac{3\pm\sqrt{3^2-4\cdot(-4{,}905)\cdot 7{,}05}}{-2\cdot 4{,}905}=\frac{3\pm 12{,}1}{-9{,}81}=\frac{\sout{negativo}}{0{,}93\ s}$$

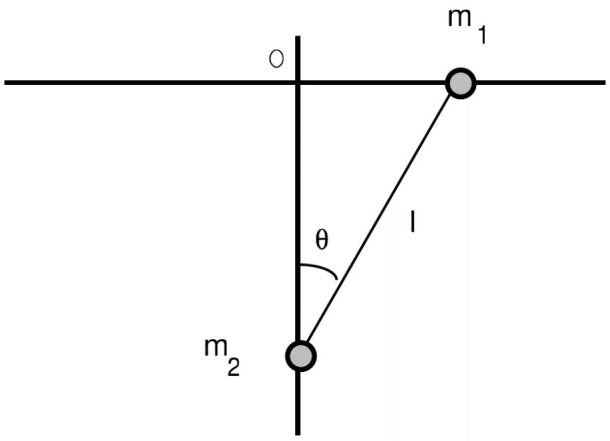
$$v=\frac{7{,}5-5\cdot 0{,}93}{0{,}93}=3{,}06\ m/s$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 10 octubre 2023
CC BY SA

OPCIÓN A

1. Dúas bolas de igual masa m_1e m_2 ($m_1 = m_2 = m$) conectadas entre si por unha corda inextensible de lonxitude L e masa desprezable móvense nun plano vertical de tal xeito que m_1 esvara sen rozamento ensartada nun arame horizontal mentres que m_2 faino, tamén sen rozamento, nun arame vertical.
Considerando que inicialmente m_2 está no punto (x=0, y=0) do plano XY e m_2 en (L,0), con velocidades nulas, obter:
a) A ecuación do movemento das masas en función del ángulo θ. [0,50 pts]
b) A ecuación da tensión da corda en función de θ e o seu valor cando $\theta=\frac{\pi}{4}$. [0,375 pts]
c) A ecuación das forzas de reacción dos arames en función de θ eo seu valor para $\theta=\frac{\pi}{4}$. [0,375 pts]
Dato: g = 9,8 m/s^2

1. Dos bolas de igual masa m_1 y m_2 ($m_1 = m_2 = m$) conectadas entre sí por una cuerda inextensible de longitud L y masa despreciable se mueven en un plano vertical de tal manera que m_1 se desliza sin fricción sobre un alambre horizontal mientras m_2 lo hace, también sin fricción, sobre un alambre vertical. Considerando que inicialmente m_2 está en el punto (x=0, y=0) del plano XY y m_2 en (L,0), con velocidades cero, obtener:
a) La ecuación del movimiento de las masas en función del ángulo θ. [0,50 puntos]
b) La ecuación de la tensión de la cuerda en función de θ y su valor cuando $\theta=\frac{\pi}{4}$. [0,375 puntos]
c) La ecuación de las fuerzas de reacción de los alambres en función de θ y su valor para $\theta=\frac{\pi}{4}$. [0,375 puntos]
Dato: g = 9,8 m/s^2



Resuelto por Sleepylavoisier en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?p=39632#p39632
Referencias
https://www.youtube.com/watch?v=T43u3jfu6yc 1 - Mecánica Teórica [Principio de D'Alembert] Javier García
http://materias.df.uba.ar/mcaa2021c1/files/2021/04/2da_guia_resueltos_.pdf Mecánica Clásica − 2do. cuatrimestre de 2011. Algunos problemas resueltos de la Guía 2
http://materias.df.uba.ar/mcaa2021c1/files/2021/04/MC_2021_1c_A_ejemplo_multiplicadores_de_Lagrange.pdf Mecánica Clásica A – 1er.

cuatrimestre de 2021. Ejemplo del método de los multiplicadores de Lagrange.
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica3/solido/escalera/escalera_2.html

Las fuerzas que actúan son:
- La normal N_1 y el peso en la masa m_1.
- Las tensiones en ambos puntos de la cuerda inextensible.
- La normal N_2 y el peso en la masa m_2.

Tomamos sistema de referencia con x en horizontal hacia la derecha e y en vertical hacia arriba, para asignar signos.

Como m_1 se mueve solo horizontalmente, N_1 se cancela con la componente vertical de la tensión en m_1 y con su peso y solo actúa $-T\cdot sen\theta$

Como m_2 se mueve solo verticalmente, N_2 se cancela con la componente horizontal de la tensión en m_2, y solo actúa $T\cdot cos\theta$

Planteamos cinemáticamente para cualquier instante: Llamamos $\omega=d\theta/dt$ y $\alpha=d\omega/dt=d^2\theta/dt^2$

Movimiento m_1, que solo es en el eje x
$x_1=L\cdot sen\theta$
$v_{x1}=L\cdot\omega\cdot cos\theta$
$a_{x1}=L(\alpha\cdot cos\theta-\omega^2\cdot sen\theta)$

Movimiento m_2, que solo es en el eje y
$y_2=-L\cdot cos\theta$
$v_{y2}=L\cdot\omega\cdot sen\theta$
$a_{y2}=L(\alpha\cdot sen\theta+\omega^2\cdot cos\theta)$

Planteamos dinámicamente aplicando la segunda ley de Newton en m_1 y m_2
$-T\cdot sen\theta=m_1L(\alpha\cdot cos\theta-\omega^2\cdot sen\theta)$
$T\cdot cos\theta-m_2g= L(\alpha\cdot sen\theta+\omega^2\cdot cos\theta)$

Tenemos un sistema de ecuaciones del que queremos eliminar T, por lo que hacemos coincidir los términos. En el primero dividimos por senθ y en segundo por cosθ

$$-T=m_1\cdot L\left(\frac{\alpha\cdot cos\theta}{sen\theta}-\omega^2\right)$$

$$T-\frac{mg}{cos\theta}=m_2\cdot L\left(\frac{\alpha\cdot sen\theta}{cos\theta}+\omega^2\right)$$

Sumando y teniendo en cuenta que $m_1=m_2=m$

$$\frac{-g}{cos\theta}=L\cdot\alpha\left(\frac{cos\theta}{sen\theta}+\frac{cos\theta}{sen\theta}\right)$$

Multiplicamos por cosθ

$$-g=L\alpha\left(sen\theta+\frac{\cos^2\theta}{sen\theta}\right)$$

$$-g=L\cdot\alpha\left(\frac{\left(sen^2\theta+\cos^2\theta\right)}{sen\theta}\right)=\frac{L\alpha}{sen\theta}$$

La ecuación del movimiento es $\alpha=\frac{-g}{L}\cdot sen\theta$

b) Viendo las expresiones dinámicas donde aparece la tensión, vemos que dependen de α y ω, por lo que para despejarla tenemos una expresión para α pero no para ω: usamos planteamiento energético. Tomamos referencia h=0 en y=0, y planteamos conservación de la energía mecánica usando ya solo m al ser iguales ambas masas.

$0= ½mv_{1x}^2 + ½ mv_{2y}^2 -m·g·L·\cos\theta$

Sustituimos las expresiones cinemáticas de las velocidades obtenidas en apartado a)

$0=L^2·\omega^2·\cos^2\theta+L^2·\omega^2·\text{sen}^2\theta-2·g·L·\cos\theta$

$L^2·\omega^2=2·g·L·\cos\theta$

$$\omega^2=\frac{2·g·\cos\theta}{L}$$

Sustituyendo ahora en la expresión de T

$-T·\text{sen}\theta=mL(\alpha·\cos\theta-\omega^2·\text{sen}\theta)$

$$-T·sen\theta=m·L(\frac{-g}{L}·sen\theta·cos\theta-\frac{2·g·cos\theta}{L}·sen\theta)$$

$$T=m·g(g·cos\theta+2·g·cos\theta)=3·m·g·cos\theta$$

Se pide valor para $\theta=\frac{\pi}{4}$ *rad pero no se da valor de masa, luego no se puede dar valor sino otra expresión. Dado que solución oficial indica T=0,4162 N, se puede deducir*

m= 0,4162/(3·9,8·cos(π/4))=2,0·10^{-2} kg = 20 g

c) $N_1=T·cos\theta+mg=3·m·g·cos^2\theta+mg=mg(1+3·\cos^2\theta)$

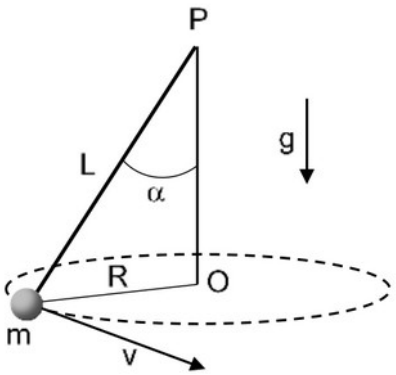
$N_2=T·sen\theta=3·m·g·sen\theta·cos\theta$

Se pide valor para $\theta=\frac{\pi}{4}$ *rad pero no se da valor de masa, luego no se puede dar valor sino otra expresión. Usando el valor de m comentado en b, obtenemos los mismos valores que los de la solución oficial.*

N_1=0,02·9,8·(1+3·cos^2(π/4))=0,49 N

N_2=3·0,02·9,8·sen(π/4)·cos(π/4)=0,294 N

6. Una partícula material de masa m, está sujeta el extremo libre de una cuerda inextensible y sin masa de longitud L, y gira describiendo una trayectoria circular en el plano horizontal de radio R con velocidad angular, ω, constante. El otro extremo del hilo permanece fijo en un punto P. (Péndulo cónico, ver figura). Se pide:



a) Determinar la tensión de la cuerda, T, en función de la velocidad angular, ω, la masa de la partícula, m, y la longitud de la cuerda, L. (3 puntos)

b) Expresar el ángulo α en función de ω, el radio de giro de la trayectoria circular, R, y la gravedad, g, y determinar la frecuencia, f, para un ángulo α = 60º. (4 puntos)

c) Determinar el módulo del momento angular o cinético, $|L_o|$, de la partícula respecto al punto O, centro de la circunferencia que describe la partícula. (3 puntos)

a) Planteamos la segunda ley de Newton en eje y vertical y eje x radial hacia el centro.

Eje y: $T_y-mg=0 \rightarrow T\cdot\cos(\alpha)=mg$

Eje x: $T_x=ma \rightarrow T\cdot sen(\alpha)=m\omega^2R=m\omega^2Lsen(\alpha)$

Despejando de la segunda expresión

$T=m\omega^2 L$ (se pide en función de ω, m y L)

b) Si dividimos la segunda expresión entre la primera

$$\tan(\alpha)=\omega^2\frac{R}{g}\Rightarrow\alpha=\arctan\left(\omega^2\frac{R}{g}\right)$$

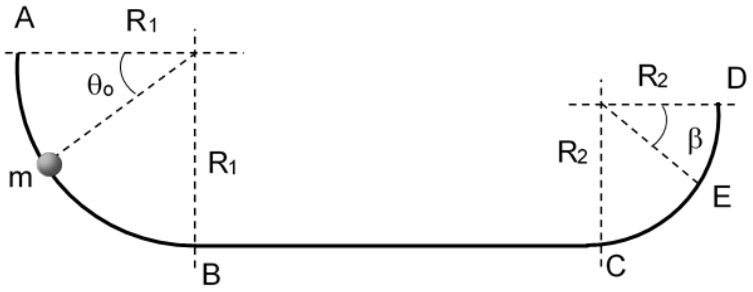
La frecuencia es $f=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\tan(\alpha)g}{R}}$

Si α=60º $f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\sqrt{3}g}{R}}$

c) La velocidad es perpendicular al vector posición respecto al punto O, y su módulo es v=ωR,ya que depende del radio de giro. Usando R=Lsen(α)

$$|L_0|=|r\,m\,v|=R\cdot m\cdot\omega\cdot R=L^2\cdot(sen(\alpha))^2\cdot m\cdot\omega$$

5. Una partícula de masa m, se traslada por una pista representada en la figura. Parte del reposo, y el ángulo θ_o indica su posición inicial.
a) Si en el tramo AB formado por un cuarto de circunferencia, de radio R_1, no hay rozamiento, determina la energía de la partícula en el punto B. (2 puntos)
b) Si la longitud del tramo BC es L y el coeficiente de rozamiento dinámico es μ, determinar la energía en el punto C. (2 puntos)
c) Si en el tramo CD formado por un cuarto de circunferencia, de radio R_2, no hay rozamiento determina el ángulo β cuando llega al punto E. (3 puntos)
d) Explique qué condición se debe cumplir para que la partícula volviera a alcanzar el punto B. (3 puntos)



Ejercicio con similitudes a problema desarrollo D1 fase local olimpiada Física Madrid 2020. *http://www.fiquipedia.es/home/recursos/fisica/olimpiadas-de-fisica/oef-local-madrid-soluc.pdf?attredirects=0*
Localizado gracias a usuario H2O2 en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?p=38663#p38663 como Problema 1 de G1003FÍSICA GENERAL I (Grado en Ing. Química) Examen de julio 2016-06-23, Enunciado http://faii.etsii.upm.es/docencia/enunciados/enunciados_FG1_GIQ/FG1Q_2016-06-23_Conv-jul_SP.pdf, Resolución http://faii.etsii.upm.es/docencia/enunciados/enunciados_FG1_GIQ/FG1Q_2016-06-23_Conv-jul_SP_RES.pdf

a) Si no hay rozamiento se conserva la energía mecánica. $\Delta E_m = 0$
Tomamos como referencia de energía potencial el suelo, de modo que

$$E_m(\theta_0) = E_m(B) \Rightarrow E_p(\theta_0) = E_c(B) \Rightarrow mg(R_1 - R_1 \cdot sen(\theta_0)) = E_c(B) \Rightarrow E_c(B) = mgR_1(1 - sen(\theta_0))$$

b) Dado que hay rozamiento, no se conserva la energía mecánica $\Delta E_m = W_{F\,no\,conservativas}$
La fuerza no conservativa que realiza trabajo es la fuerza de rozamiento, que es opuesta al desplazamiento. La fuerza de rozamiento es $F_{roz}=\mu \cdot N$, siendo N=P=mg.

$$E_m(C) - E_m(B) = F_{roz} \cdot \Delta x \cdot \cos(180^o)$$

$$E_m(C) = E_c(B) - \mu \cdot m \cdot g \cdot L = mg(R_1(1 - sen(\theta_0)) - \mu \cdot L)$$

c) Si no hay rozamiento se conserva la energía mecánica entre punto C y E. Se indica "llega al punto E" y asumimos es con velocidad cero; si tuviese velocidad diría "pasa por el punto E".

$$E_m(C) = E_m(E) \Rightarrow \cancel{mg}(R_1(1 - sen(\theta_0)) - \mu \cdot L) = \cancel{mg}(R_2(1 - sen(\beta)))$$

$$\beta = arcsen\left(1 - \frac{R_1(1 - sen(\theta_0)) - \mu \cdot L}{R_2}\right)$$

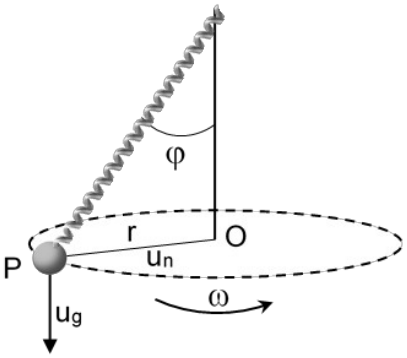
d) Para que vuelva a alcanzar el punto B regresando desde punto E, el rozamiento tiene que ser lo suficientemente pequeño para que no se detenga antes; tenga una energía cinética en C no nula. Como solo hay rozamiento en tramo recto, la energía perdida en C→ B es la misma que B → C

$$E_m(C) - \mu mgL > 0 \Rightarrow mg(R_1(1 - sen(\theta_0)) - \mu \cdot L) - \mu mgL > 0 \Rightarrow R_1(1 - sen(\theta_0)) - 2 \cdot \mu \cdot L > 0$$

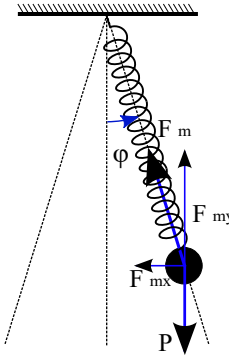
Se pide "qué condición se debe cumplir" y bastaría indicar la desigualdad. Se puede expresar de varias maneras $\mu < \frac{R_1(1 - sen(\theta_0))}{2L}$; $L < \frac{R_1(1 - sen(\theta_0))}{2\mu}$ que validan se cumple si μ=0 ó L=0.

Nota: los puntos A y D de diagrama no se usan en la resolución, solo para nombrar tramos.

6. Una partícula de masa m está unida a un muelle de masa despreciable de longitud natural l_o, constante recuperadora k y sujeto en el otro extremo al techo. Se hace girar la partícula en un plano horizontal con una velocidad angular ω constante en sentido contrario a las agujas del reloj, formando un péndulo cónico, como se indica en la figura.
a) Representar todas las fuerzas que actúan y expresarlas en el plano (P, u_g, u_n) (2 puntos)
b) Teniendo en cuenta que debido al movimiento del muelle r es r = r(φ), determinar la aceleración tangencial y la aceleración normal de la partícula en función de φ ,ω, Δl y l_o. (2 puntos)
c) Aplicando la ecuación fundamental de la dinámica y utilizando la componente en la dirección de u_n, determinar el alargamiento, Δl, del muelle, en función de los datos del enunciado m, ω, l_o, k. (3 puntos)
d) Utilizando la componente en la dirección u_g, determinar el ángulo φ en función de los datos del enunciado y la aceleración de la gravedad g. (3 puntos)



Otros problemas de oposición con péndulos cónicos con muelles
http://www.fiquipedia.es/home/recursos/recursos-para-oposiciones/1999-Catalu%C3%B1a-Problema3-1.pdf?attredirects=0
http://www.fiquipedia.es/home/recursos/recursos-para-oposiciones/2000-Catalu%C3%B1a-ProblemaB1.pdf?attredirects=0



a) Las fuerzas que actúan son dos: el peso y la fuerza elástica del muelle. Las representamos en el plano vertical indicado.
Tomamos eje y vertical y eje x horizontal, por lo que $\vec{u}_n=\vec{i}\,,\vec{u}_g=-\vec{j}$
Dado que en módulo $F_m=k\Delta l$
$\vec{F}_{my}=k\Delta l\cdot\cos(\varphi)\vec{j}$
$\vec{F}_{mx}=k\Delta l\cdot sen(\varphi)\vec{i}$
b) Dado que la velocidad angular es constante según enunciado, la aceleración tangencial es nula.
El radio es $r=L\cdot sen(\varphi)$
Planteamos $a_n=\omega^2 r=\omega^2\cdot L\cdot sen(\varphi)=\omega^2\cdot(l_0+\Delta l)\cdot sen(\varphi)$
Es la expresión pedida en función de φ, ω, Δl y l_o.
c) Planteamos la 2ª ley de Newton, ecuación fundamental de la dinámica, en eje x
Eje x: $F_{mx}=ma_n\Rightarrow k\Delta l\cdot sen(\varphi)=ma_n$
Enunciado pide expresar Δl en función de m, ω, l_o, k.
Sustituyendo la expresión obtenida en b)

$$k\Delta l\cdot \cancel{sen(\varphi)}=m\cdot\omega^2\cdot(l_0+\Delta l)\cdot \cancel{sen(\varphi)}\Rightarrow k\Delta l-m\cdot\omega^2\Delta l=m\cdot\omega^2\cdot l_0\Rightarrow\Delta l=\frac{m\cdot\omega^2\cdot l_0}{k-m\cdot\omega^2}$$

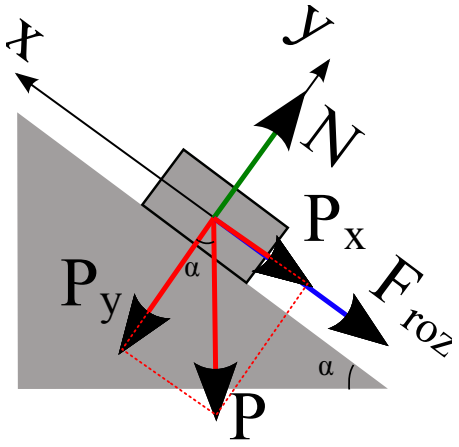
d) Planteamos la 2ª ley de Newton en eje y
Eje y: $F_{my}-P=0$ (0 ya que en el péndulo cónico la masa se mantiene a altura constante)
Sustituyendo llegamos a $k\Delta l\cdot\cos(\varphi)=mg$
Como se pide ángulo φ en función de los datos del enunciado y la aceleración de la gravedad g, sustituimos (no es dato de enunciado Δl, por lo que sustituimos expresión obtenida en c)

$$\varphi=\arccos\left(\frac{mg}{k\Delta l}\right)=\arccos\left(\frac{mg}{k\frac{m\cdot\omega^2\cdot l_0}{k-m\cdot\omega^2}}\right)=\arccos\left(\frac{g(k-m\cdot\omega^2)}{k\omega^2\cdot l_0}\right)$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 17 agosto 2025
CC BY SA

2. Por un plano inclinado que forma un ángulo de 30º con la horizontal se lanza hacia arriba un bloque de 10 kg con una velocidad inicial de 5 $m \cdot s^{-1}$. El coeficiente de rozamiento entre el plano y el bloque es 0,1. A partir del balance de energías, determine:
a) La altura máxima que alcanzará en su ascenso.
b) La velocidad al regresar al punto de partida.
g=10 $m \cdot s^{-2}$
(2,5 puntos)

a) Toamos referencia h=0 en la parte inferior y eje x en sentido del movimiento.
h=d·sen(α) → d=h/sen(α)
N=mg·cos(α)



$$\Delta E_m = W_{FNC}$$
$$E_m(arriba) - E_m(abajo) = F_{roz} \cdot d \cdot \cos(180^o)$$
$$mgh - \frac{1}{2} m v^2 = -\mu mg \cos(\alpha) \cdot d$$
$$gh - \frac{1}{2} v^2 = -\mu g \frac{h}{\tan(\alpha)}$$
$$hg\left(1 + \frac{\mu}{\tan(\alpha)}\right) = \frac{1}{2} v^2$$
$$h = \frac{v^2}{2g\left(1 + \frac{\mu}{\tan(\alpha)}\right)}$$

Validamos que si μ=0 se llega a la expresión conocida $v^2=2gh$
Si α=90º la tangente es infinto y no hay normal ni rozamiento, se llega también a $v^2=2gh$

Numéricamente $h = \frac{5^2}{2 \cdot 10 \cdot \left(1 + \frac{0,1}{\tan(30^o)}\right)} = 1,07\, m$

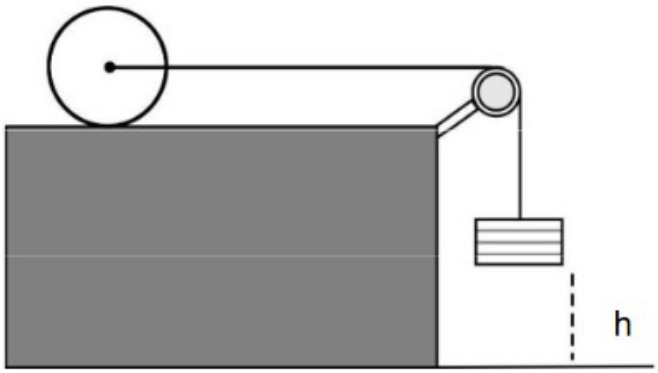
b) Al regresar al punto de partida vuelve a perderse energía mecánica por el rozamiento
Tomamos eje x en el sentido del movimiento que ahora es bajada.

$$\Delta E_m = W_{FNC}$$
$$E_m(abajo) - E_m(arriba) = F_{roz} \cdot d \cdot \cos(180^o)$$
$$\frac{1}{2} m v^2 - mgh = -\mu mg \cos(\alpha) \cdot d$$
$$\frac{1}{2} v^2 = gh\left(1 - \frac{\mu}{\tan(\alpha)}\right)$$
$$v = \sqrt{2gh\left(1 - \frac{\mu}{\tan(\alpha)}\right)}$$

Numéricamente $v = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1,07 \cdot \left(1 - \frac{0,1}{\tan(30^o)}\right)} = 4,21\, m/s$

6. Una esfera sólida uniforme está atada mediante un yugo que la permite rotar en torno al centro de masas a una masa que cuelga mediante una polea, como se muestra en la imagen. (1,25p + 0,5p)
a) Calcúlese la velocidad de la caja en el momento del impacto, teniendo en cuenta que el sistema parte del reposo (1,25 p)

$Caja: masa\ M$
$Polea: masa\ M, radio\ R$
$I_{polea} = \frac{1}{2} m r^2$
$Esfera: masa\ 2M, radio\ 3R$
$I_{esfera} = \frac{2}{5} m r^2$



b) Planteamiento didáctico. Proponga una secuenciación de actividades a realizar en la calle en dos sesiones, donde se posibilite el aprendizaje de alguno de los concepto/s de este ejercicio. Especifique curso y asignatura. (0,5p)

a) Planteamos la conservación de energía mecánica.
Tomamos h=0 en el suelo.

$$M_{caja} \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} M_{esfera} \cdot v^2_{esfera} + \frac{1}{2} I_{esfera} \omega^2_{esfera} + \frac{1}{2} I_{polea} \omega^2_{polea} + \frac{1}{2} M_{caja} v^2_{caja}$$

La velocidad del centro de masas de la esfera, de la polea y de la caja es la misma al ser cuerda inextensible, $v_{esfera}=v_{polea}=v_{caja}=v$
Asumimos condición de rodadura.

$$\omega_{esfera} = \frac{v_{esfera}}{R_{esfera}} = \frac{v}{3R}$$

$$\omega_{polea} = \frac{v_{polea}}{R_{polea}} = \frac{v}{R}$$

Sustituimos masas y la expresión de momentos de inercia

$$M \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} 2M \cdot v^2 + \frac{1}{2}\frac{2}{5} 2M (3R)^2 \frac{v^2}{(3R)^2} + \frac{1}{2}\frac{1}{2} M R^2 \frac{v^2}{R^2} + \frac{1}{2} M v^2$$

$$M \cdot g \cdot h = M \cdot v^2 + \frac{2}{5} M v^2 + \frac{1}{4} M v^2 + \frac{1}{2} M v^2$$

$$gh = \frac{(20+8+5+10)}{20} v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{20}{43} gh}$$

b) En este ejercicio aparecen los conceptos de energía potencial, energía cinética de traslación y energía cinética de rotación junto a momento de inercia.
El momento de inercia no es un contenido de Bachillerato en LOMLOE. En 1º de Bachillerato de Física y Química se cita sólido rígido (en negrita lo añadido por Madrid)
https://www.fiquipedia.es/home/materias/bachillerato/fisicayquimica-1bachillerato/curriculo-fisica-y-quimica-1-bachillerato-lomloe/
Predicción, a partir de la composición vectorial, del comportamiento estático o dinámico de una partícula y un sólido rígido bajo la acción de un par de fuerzas.
Concepto de sólido rígido. Momentos y pares de fuerzas. Condiciones de equilibrio de rotación.

Una propuesta de actividades en "la calle"

Sesión 1: Observación de carreras en la que interviene la rotación en sólidos rígidos

Actividad 1. Carrera de objetos cuesta abajo

-Materiales: Balones y pelotas de diferentes tamaños y masas (balón medicinal, baloncesto, fútbol, voleibol, tenis), cinta métrica larga, cronómetro (se puede usar el del móvil). Si es posible utilizar también una tabla pulida que tenga poco rozamiento con el suelo.

-Actividad: En una calle con una pendiente suave y suelo uniforme y que no suponga peligro para los alumnos (peatonal, poco transitada, una rampa de garaje) ni para los elmentos de la calle (los balones y pelotas no pueden realizar roturas de cristales), los estudiantes hacen rodar en grupos los diferentes objetos cuesta abajo (y la tabla) desde una línea de salida marcada con tiza.

-Tarea: Medir el tiempo que tarda cada objeto en recorrer una distancia fija (por ejemplo 10 metros). Deben predecir primero qué objeto ganará la carrera y por qué.

El objetivo es introducir intuitivamente el concepto de hacer que el objeto gire necesita energía y que que la masa y su distribución (momento de inercia) afectan a la aceleración del centro de masas.

Actividad 2. Carrera de objetos en tirolina

-Materiales: Cuerda fuerte y gruesa (tender la ropa, escalada), una polea de ferretería, un cubo vacío (de fregona, de pintura), objetos para lastrar (piedras), cinta métrica larga.

-Actividad: Se ata la cuerda de forma segura entre dos puntos a distinta altura (postes, árboles). Se pasa la cuerda por la polea y se cuelga de la polea el cubo. Se suelta el cubo con velocidad inicial nula desde una altura fija.

-Tarea: Medir la velocidad de impacto del cubo contra el suelo (midiendo el tiempo de caída con varios ensayos o con una aplicación de análisis de vídeo). Se repite el experimento aumentando el momento de inercia de la polea (pegando con cinta adhesiva peso como tuercas o arandelas). Deben observar una diferencia en la velocidad de caída.

El objetivo es visualizar que hacer girar más masa gasta energía y frena la caída.

Sesión 2: Análisis y cálculo en carreras en la que interviene la rotación en sólidos rígidos

Actividad 1. Análisis y cálculo de carrera de objetos cuesta abajo

Utilizando los mismos materiales y datos de la primera sesión se calcula la velocidad teórica de cada balón y pelota utilizada con la expresión $mgh=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}I\omega^2$

Se introduce la condición de rodadura y las expresiones de momento de inercia para esfera maciza y para esfera hueca.

Se usa una balanza para medir la masa y para medir la altura se puede plantear por trigonometría utilizando el smartphone como inclinómetro.

Actividad 2. Carrera de objetos en tirolina

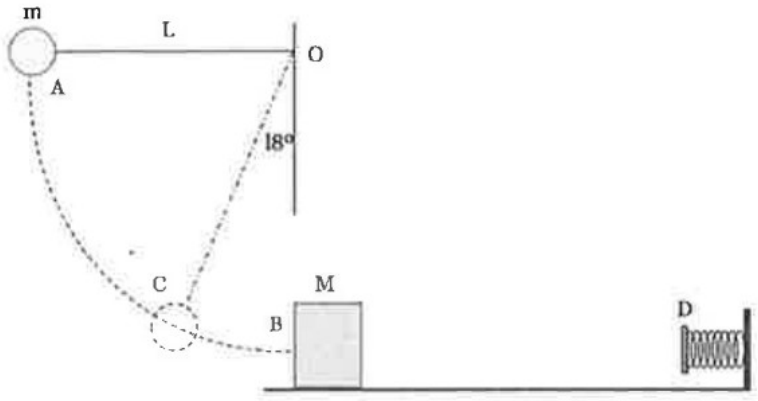
Utilizando los mismos materiales y datos de la primera sesión se plantea la velocidad teórica de de la polea y cubo con la expresión $mgh=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}I\omega^2$

Se introduce la condición de rodadura y las expresiones de momento de inercia para cilindro macizo.

Se plantea como reto a los alumnos intentar realizar modificaciones para que la velocidad final del cubo sea la mitad, que deben plantear primero por escrito y luego realizar, comparando resultados entre grupos.

enrique@fiquipedia.es Revisado 13 agosto 2025
CC BY SA

1. Del punto O de la figura hay colgado un péndulo de 1 m de longitud, cuya masa m = 1 kg está inicialmente en reposo en posición horizontal. Desde ahí se suelta, de tal modo que en el punto más bajo de su trayectoria (punto B) impacta con un bloque de masa M = 9 kg inicialmente en reposo sobre una superficie horizontal y rugosa de coeficiente de rozamiento 0,07. Como consecuencia del impacto, el péndulo rebota hasta el punto C y el bloque M recorre una distancia BD = 20 cm hasta que impacta con un resorte y lo comprime (K = 100 N/m). Determine:
a) La velocidad del péndulo en el punto B (justo antes del impacto). (0,5 puntos)
b) Velocidad de salida del bloque M tras el impacto. (1 punto)
c) La compresión del muelle. (1 punto)



Tomamos g=9,8 m/s²

a) Planteamos la conservación de energía mecánica entre A y B. Tomamos referencia h=0 en el punto B $mgh_A=\frac{1}{2}m v_B^2 \Rightarrow v_B=\sqrt{2gh_A}$

Numéricamente $v_B=\sqrt{2\cdot 9,8\cdot 1}=4,43\,m/s$

b) Planteamos la conservación del momento lineal

$$m v_B = m v'_B + M v \Rightarrow v=\frac{m(v_B - v'_B)}{M}$$

Para calcular la nueva velocidad del péndulo volvemos a plantear la conservación de energía mecánica entre B y C $v'_B=\sqrt{2\cdot 9,8\cdot(1-1\cdot\cos(18^o))}=0,98\,m/s$

Sustituyendo $v=\frac{1(4,43-0,98)}{9}=0,38\,m/s$

c) Suponemos que tras llegar a D y durante la compresión sigue habiendo rozamiento

$$\Delta E_m = W_{FNC}$$

$$\frac{1}{2}K(\Delta x)^2-\frac{1}{2}M v^2=\mu M g(BD+\Delta x)\cos(180^o)$$

Numéricamente

$$50(\Delta x)^2-\frac{1}{2}9\cdot 0,38^2=-0,07\cdot 9\cdot 9,8(0,2+\Delta x)\Rightarrow 50(\Delta x)^2+6,174\Delta x-0,585=0$$

$$\Delta x=\frac{-6,174\pm\sqrt{(6,174)^2-4\cdot 50\cdot(-0,585)}}{100}=\frac{-6,174\pm 12,455}{100}=\begin{matrix}\sout{negativo}\\ 0,063\,m\end{matrix}$$

OPCIÓN A

7. Un disco homogéneo de 40 cm de radio y 20 kg de masa gira a 150 rpm alrededor de un eje vertical, que pasa por su centro. Sobre el mismo eje y encima del anterior hay otro disco homogéneo de 20 cm de radio y 16 kg, inicialmente en reposo. Se deja caer el segundo disco sobre el primero de los discos y, por rozamiento, acaban girando juntos. Calcula:
a) Velocidad angular común. (0,625 ptos)
b) El trabajo de las fuerzas de rozamiento. (0,625 ptos)

Ver https://www.youtube.com/watch?v=DXyFvcwTw6g Conservación del Momento Lineal: Mecánica Clásica para Oposiciones Secundaria, Profe Luis Muñoz

a) Planteamos conservación del momento angular
El momento de inercia de un disco homogéneo es I=½MR^2
Usamos subíndice 1 para masa, radio, velocidad angular de disco de 20 kg y 2 para disco de 16 kg

$$\omega_{1\,antes}=\frac{150\,\cancel{rev}}{1\,\cancel{min}}\cdot\frac{2\pi\,rad}{1\,\cancel{rev}}\cdot\frac{1\,\cancel{min}}{60\,s}=5\pi\,rad/s$$

$$L_{antes}=L_{después}$$

$$I_1\cdot\omega_{1\,antes}+I_2\cdot\omega_{2\,antes}=(I_1+I_2)\,\omega_{después}$$

$$\frac{1}{2}m_1r_1^2\omega_1+0=(\frac{1}{2}m_1r_1^2+\frac{1}{2}m_2r_2)\,\omega_{después}$$

$$\omega_{después}=\frac{m_1r_1^2\omega_1}{m_1r_1^2+m_2r_2}$$

Numéricamente $\omega_{después}=\frac{20\cdot0,4^2\cdot5\pi}{20\cdot0,4^2+16\cdot0,2^2}=13,1\,rad/s$

$$\omega_{después}=\frac{13,1\,\cancel{rad}}{1\,\cancel{s}}\cdot\frac{60\,\cancel{s}}{1\,min}\cdot\frac{1\,rev}{2\pi\,\cancel{rev}}=125\,rpm$$

b) Planteamos la conservación de la energía

$$\Delta E_m=W_{FNC}$$

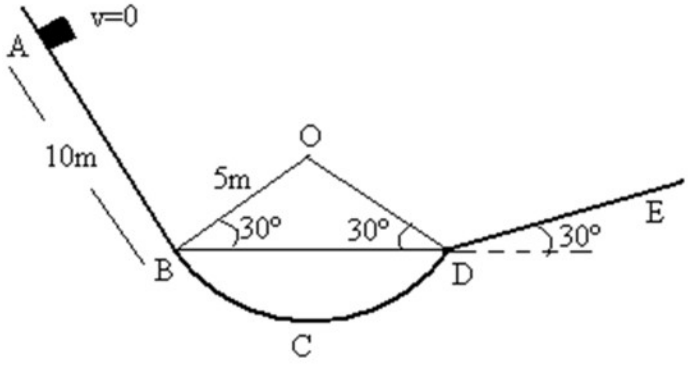
$$W_{Froz}=E_{final}-E_{inicial}=\frac{1}{2}(I_1+I_2)\,\omega_{después}^2-\frac{1}{2}I_1\omega_{1\,antes}^2$$

$$W_{Froz}=\frac{1}{2}(\frac{1}{2}20\cdot0,4^2+\frac{1}{2}16\cdot0,2^2)13,1^2-\frac{1}{2}\frac{1}{2}20\cdot0,4^2\cdot(5\pi)^2$$

$$W_{Fruz}=-32,65\,J$$

OPCIÓN B

5. Desde el extremo A de una rampa se deja caer una partícula de 250 g de masa, que desliza con rozamiento (coeficiente μ = 0,5) hasta llegar al punto B. En el punto B, continúa su movimiento describiendo el arco de circunferencia BCD, de 5 m de radio (en este tramo no hay rozamiento).
Sale por el punto D, describiendo un movimiento parabólico hasta que impacta en el punto E situado sobre un plano inclinado 30º respecto de la horizontal.
a) Calcular la velocidad de la partícula en el punto más bajo C de su trayectoria circular y la reacción en dicho punto. (0,65 ptos)
b) Determinar el punto de impacto del proyectil sobre el plano inclinado DE y las componentes de la velocidad en ese punto. (0,60 ptos)



Ejercicio 8 de http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica3/problemas/dinamica/energia/energia.html donde se incluye resolución.

a) Planteamos la conservación de energía en tramo AB. La inclinación de tramo B son 60º para ser tangente al tramo curvo BCD.

$$\Delta E_m = W_{FNC}$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m} v_B^2 - \cancel{m} gh = \mu \cancel{m} g \cos(60^o)\cdot \Delta x \cdot \cos(180^o) \Rightarrow v_B = \sqrt{2g(h - \mu \cdot \Delta x \cdot \cos(60^o))}$$

Numéricamente $v_B = \sqrt{2\cdot 9{,}8(10\cdot sen(60^o) - 0{,}5\cdot 10\cdot \cos(60^o))} = 10{,}99\, m/s$

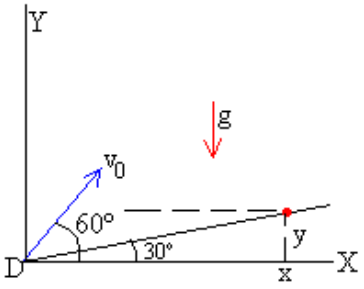
Como en el tramo BCD no hay rozamiento, planteamos la conservación de energía mecánica entre B y C

$\frac{1}{2}\cancel{m} v_B^2 = \frac{1}{2}\cancel{m} v_C^2 + \cancel{m} g(\frac{-R}{2}) \Rightarrow v_C = \sqrt{v_B^2 + gR}$ Numéricamente $v_C = \sqrt{10{,}99^2 + 9{,}8\cdot 5} = 13{,}03\, m/s$

Como es un movimiento circular, en el punto D

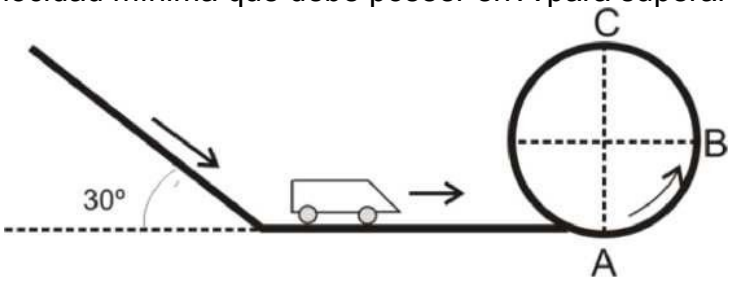
$N - mg = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow N = m(g + \frac{v^2}{R})$ Numéricamente $N = 0{,}25(9{,}8 + \frac{13{,}03^2}{5}) = 10{,}94\, N$

b) La velocidad en D es la misma en módulo que en B al estar a la misma altura y no haber rozamiento, y forma 60º con la horizontal.



Eje x (MRU): x=10,99·cos(60º)·t= 5,495t
Eje y (MRUA): y=10,99·sen(60º)·t-½·9,8·t²=9,518·t-4,9t²
Al impactar y/x=tan(30º)
9,518·t-4,9t²=3,173·t → t(4,9t-6,345)=0→ t=6,345/4,9=1,29 s
x=5,495·1,29=7,09 m
y=7,09·tan(30º)=4,09 m
v_x=5,50 m/s
v_y=9,518-9,8·1,29=-3,12 m/s

Física 1. El carrito de la figura de masa m=0,2 kg, se desliza por un plano inclinado 30° y al llegar a la base del mismo recorre la pista horizontal indicada. Si ambos tramos tienen la misma longitud y existe un coeficiente de rozamiento H=0,1 en el recorrido, determinar:
a) la longitud de cada parte si llega al final de dicha pista (punto A) con una velocidad de 10 m/s.
A continuación penetra en un bucle vertical de radio R en el cual ya no existe rozamiento. Se pide:
b) La velocidad que tiene al pasar por el punto B y la fuerza que ejerce el carrito en este punto sobre el suelo.
c)¿Logrará superar el punto C?, en caso afirmativo, ¿qué velocidad lleva?
d)Determinar la velocidad mínima que debe poseer en A para superar el punto C.



Problema 1 de la fase local de la Universidad de Jaen 7 marzo 2014
https://www.ujaen.es/departamentos/fisica/sites/departamento_fisica/files/uploads/Problemas%20con%20soluciones.pdf
Ni en problema de olimpiadas ni en este se da en enunciado valor R. Se puede entender por el diagrama de enunciado que la altura AC=2R=h, la altura inicial, y como se obtiene inicialmente en apartado a L=16,26 m, h=16,26·sen(30º)=8,13 m, lo que implica un radio R=4,065 m
Tomamos g=9,8 m/s²

a) Planteando la conservación de enegía entre el punto inicial y A y llamando L a lo longitud d ellos tramos.

$$mgL\,sen(\alpha)=\frac{1}{2}m v_A^2+\mu m g L\cos(\alpha)+\mu m g L$$

$$L=\frac{v_A^2}{2g(sen(\alpha)-\mu-\mu\cos(\alpha))}$$

Numéricamente $L=\frac{10^2}{2\cdot 9,8\cdot(sen(30^o)-0,1-0,1\cos(30^o))}=16,26\,m$

b) Planteando conservación de energía mecánica entre A y B

$$\frac{1}{2}m v_A^2=\frac{1}{2}m v_B^2+mgR$$

$$v_B=\sqrt{v_A^2-2gR}$$

Numéricamente para R=4,065 m $v_B=\sqrt{10^2-2\cdot 9,8\cdot 4,065}=4,5\,m/s$

La fuerza que ejerce el carrito sobre el suelo (sobre la pista) es la normal $N_B=m\frac{v_B^2}{R}$

Numéricamente $N_B=0,2\cdot\frac{4,5^2}{4,065}=0,996\,N$

c) Superará el punto C si en en ese punto la fuerza centrípeta mínima, que sería el peso sin normal,

es suficiente. Para ello la velocidad debe ser al menos $mg = m\frac{v_C^2}{R} \Rightarrow v_C = \sqrt{gR}$

La velocidad en el punto C sabiendo que tras el punto A no hay rozamiento la obtenemos planteando la conservación de energía mecánica entre A y C

$$\frac{1}{2} m v_A^2 = \frac{1}{2} m v_C^2 + mg\,2R$$

$$v_C = \sqrt{v_A^2 - 4gR}$$

Igualando

$$gR = v_A^2 - 4gR$$

$$5gR = v_A^2$$

$$R = \frac{v_A^2}{5g}$$

Numéricamente $R = \frac{10^2}{5 \cdot 9{,}8} = 2{,}0\,m$

Si R es menor de 2,0 m superará el punto C

Si asumimos R=4,065 m, no supera el punto C, por lo que no se puede calcular qué velocidad llevaría en C.

c) La velocidad mínima en A para superar el punto C debería ser $v_A = \sqrt{5gR}$

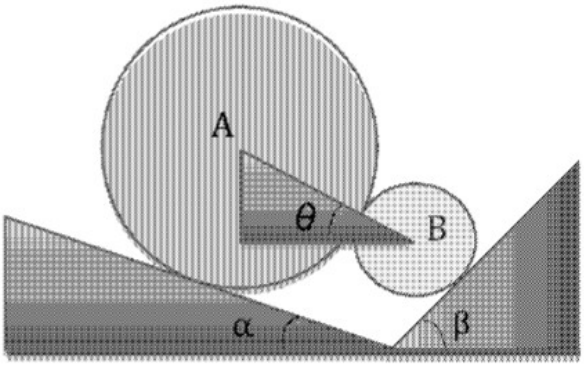
Numéricamente $v_A = \sqrt{5 \cdot 9{,}8 \cdot 4{,}065} = 14{,}1\,m/s$

Superior al valor anterior de 10 m/s, por eso no supera el punto C con 10 m/s.

enrique@fiquipedia.es Revisado 26 julio 2025

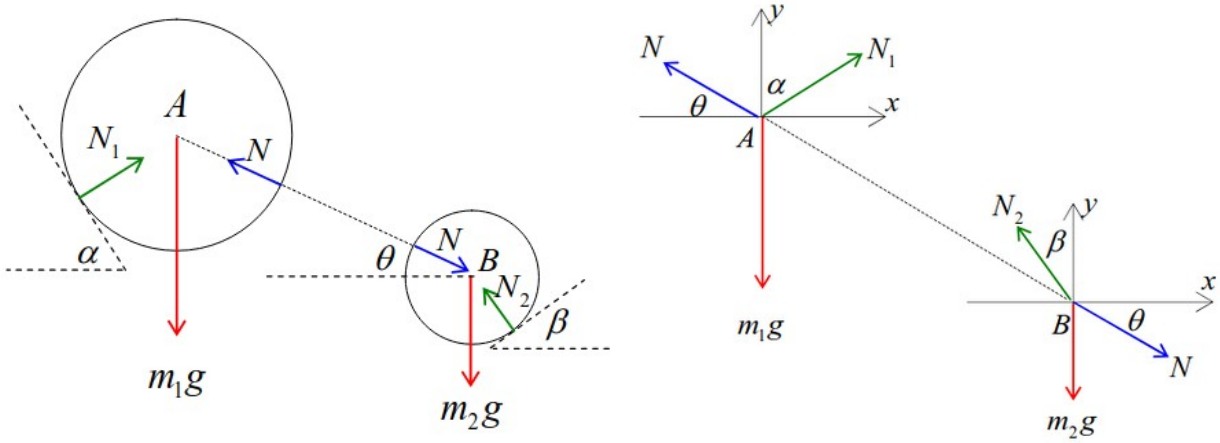
Deberá realizar tres ejercicios de entre los seis propuestos. Cada ejercicio se califica sobre 10 según la ponderación indicada en cada apartado. La calificación total de la prueba será la que resulte de dividir la puntuación total obtenida entre tres.

3. Dos cilindros homogéneos, A y B, de distinto radio y distinta masa, se encuentran en equilibrio, apoyados entre sí y apoyados sobre dos planos inclinados que forman ángulos α y β respecto a la horizontal, tal y como se muestra en la figura.
Suponiendo que el rozamiento es despreciable en todos los puntos de contacto, halle el ángulo θ que forma la línea AB que une los centros de los cilindros con la horizontal. (10 puntos)



Ejercicio 2.4 resuelto en http://sb.uta.cl/libros/MECANICA_CLASICA_E_LAZO.pdf#page=55
EJERCICIOS RESUELTOS DE MECÁNICA CLÁSICA, Versión electrónica, Edmundo Lazo, Departamento de Física, Facultad de Ciencias, Universidad de Tarapacá

Se realiza un diagrama de cuerpo libre y se plantean equilibrios de traslación para cada uno de los cuerpos. No planteamos equilibrios de rotación al no tener datos de radios ni distancia.



Cuerpo A
Eje x: $N_1 \cdot sen(\alpha) - N \cdot cos(\theta) = 0$
Eje y: $N \cdot sen(\theta) + N_1 \cdot cos(\alpha) - m_1 g = 0$
Cuerpo B
Eje x: $N \cdot cos(\theta) - N_2 \cdot sen(\beta) = 0$
Eje y: $N_2 \cdot cos(\beta) - N \cdot sen(\theta) - m_2 g = 0$

Operamos para eliminar N_1 en expresiones de A
$N_1 \cdot sen(\alpha) = N \cdot cos(\theta)$
$N_1 \cdot cos(\alpha) = m_1 g - N \cdot sen(\theta)$
Dividiendo primera entre segunda

$$\tan(\alpha) = \frac{N \cdot cos(\theta)}{m_1 g - N \cdot sen(\theta)}$$

Operamos para eliminar N_2 en expresiones de B

$N_2 \cdot sen(\beta)=N \cdot cos(\theta)$

$N_2 \cdot cos(\beta)=m_2 g+N \cdot sen(\theta)$

Dividiendo primera entre segunda $\tan(\beta)=\frac{N \cdot cos(\theta)}{m_2 g+N \cdot sen(\theta)}$

Operamos para despejar N en las expresiones anteriores e igualamos

$$\tan(\alpha) m_1 g-\tan(\alpha) N \cdot sen(\theta)=N \cdot cos(\theta)$$

A partir de A $$N=\frac{\tan(\alpha) m_1 g}{\cos(\theta)+\tan(\alpha) sen(\theta)}$$

$$\tan(\beta) m_2 g+\tan(\beta) N \cdot sen(\theta)=N \cdot cos(\theta)$$

A partir de B $$N=\frac{\tan(\beta) m_2 g}{\cos(\theta)-\tan(\beta) sen(\theta)}$$

Igualando N para hacerla desaparecer

$$\frac{\tan(\alpha) m_1 \cancel{g}}{\cos(\theta)+\tan(\alpha) sen(\theta)}=\frac{\tan(\beta) m_2 \cancel{g}}{\cos(\theta)-\tan(\beta) sen(\theta)}$$

Multiplicamos en cruz y dividimos ambos términos por cos(θ)

$$\tan(\alpha) m_1(1-\tan(\beta)\tan(\theta))=\tan(\beta) m_2(1+\tan(\alpha)\tan(\theta))$$

$$\tan(\alpha) m_1-m_1 \tan(\alpha)\tan(\beta)\tan(\theta)=\tan(\beta) m_2+m_2 \tan(\alpha)\tan(\beta)\tan(\theta)$$

$$(m_1+m_2)\tan(\alpha)\tan(\beta)\tan(\theta)=\tan(\alpha) m_1-\tan(\beta) m_2$$

$$\tan(\theta)=\frac{\tan(\alpha) m_1-\tan(\beta) m_2}{(m_1+m_2)\tan(\alpha)\tan(\beta)}$$

Aragón 2018

EL OPOSITOR REALIZARÁ UNA DE LAS DOS OPCIONES PROPUESTAS (A ó B)
La duración de este ejercicio será de 3 horas como máximo

A2. Una escalera uniforme de masa M y longitud L se apoya sobre una pared vertical por un extremo y sobre el suelo horizontal por el otro. El coeficiente estático de rozamiento con el suelo vale 0,3, siendo nulo el rozamiento con la pared.

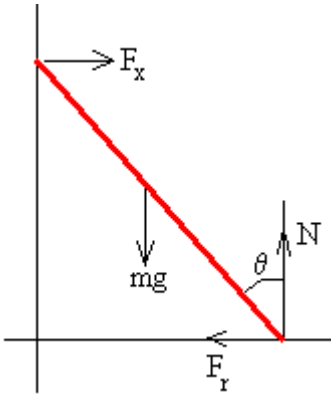
2.1) Determine el ángulo mínimo que puede estar inclinada la escalera respecto del suelo sin caer.

2.2) ¿Hasta que distancia d puede ascender una masa m por la escalera permaneciendo ésta en las condiciones de equilibrio calculadas en 2.1?

Ver País Vasco 2018-F2
Ver PAU Madrid 2006 Septiembre A1
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/solido/din_rotacion/escalera1/escalera1.htm

2.1) Realizamos diagrama de cuerpo libre (en diagrama se usa m para masa de la escalera pero en enunciado es M)
- Peso escalera en el centro de masas. $P_{esc}=Mg$
- Normal en ambos contactos con superficie, perpendicular a la superficie (en diagrama se indica Fx en pared vertical)
- Rozamiento en suelo, que se opone a que deslice.

El ángulo θ del diagrama es 90º menos el ángulo con horizontal, por lo que sen(90-θ)=cos(θ).
Si planteamos el equilibrio de traslación:
Eje y: N-Mg=0 → N=Mg
Eje x: $F_x-F_r=0$ → $F_x=\mu N=\mu Mg$
Si planteamos el equilibrio de rotación respecto al punto inferior
$-L\cdot\mu\cdot Mg\cdot\cos(\theta)+(L/2)\cdot Mg\cdot sen(\theta)=0$
$\mu\cdot\cos(\theta)= ½\cdot sen(\theta)$
$\tan(\theta)=2\mu$
$\theta=\arctan(2\mu)$
Numéricamente $\theta=\arctan(2\cdot 0,3)=$**30,96º**



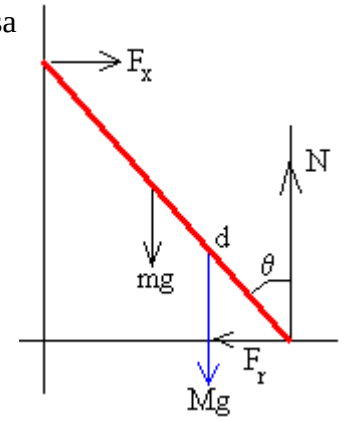
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/solido/din_rotacion/escalera1/escalera1.htm

2.2)Realizamos diagrama de cuerpo libre (en diagrama se usa m para masa de la escalera y M para la del hombre pero en enunciado es a la inversa)
Ahora hay una nueva fuerza
- Peso del hombre a una distancia d. $P_{hom}=mg$

Si planteamos el equilibrio de traslación:
Eje y: N-mg-Mg=0 → N=(m+M)g
Eje x: $F_x-F_r=0$ → $F_x=\mu N=\mu(m+M)g$
Si planteamos el equilibrio de rotación respecto al punto inferior
$-L\cdot\mu\cdot(m+M)g\cos(\theta)+(L/2)\cdot Mg\cdot sen(\theta)+d\cdot mg\cdot sen(\theta)=0$
$d\cdot m\cdot sen(\theta)=L\cdot\mu\cdot(m+M)\cdot\cos(\theta)-(L/2)\cdot M\cdot sen(\theta)$

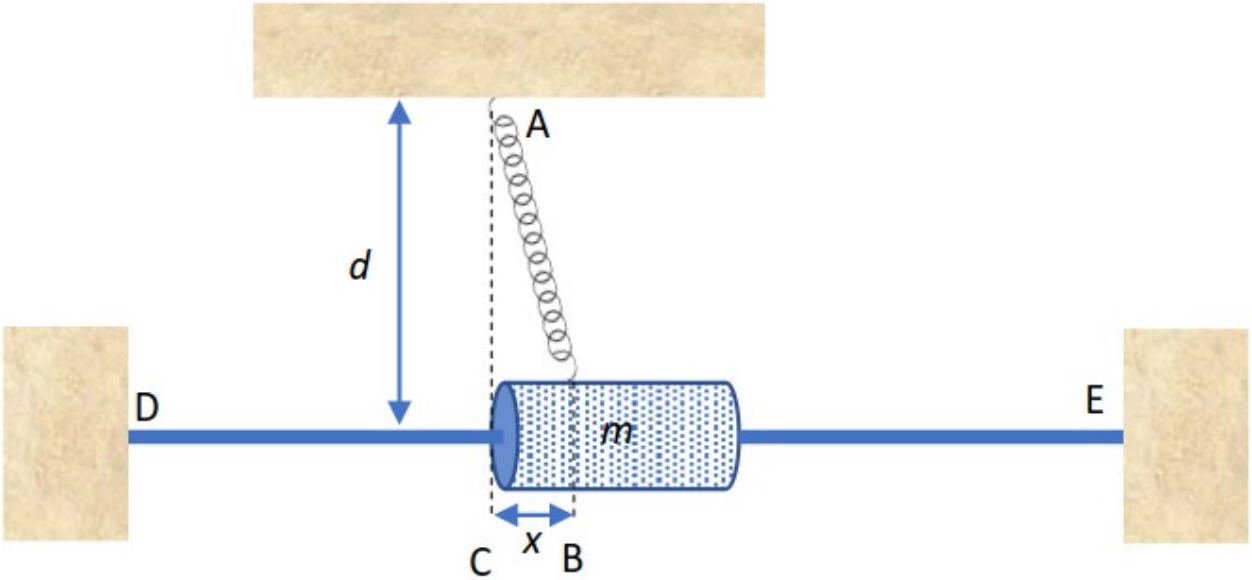
$$d=\frac{L\cdot\mu\cdot(m+M)\cdot\cos(\theta)+(L/2)\cdot M\cdot sen(\theta)}{m\cdot sen(\theta)}$$

$$d=\frac{L}{m}\left(\frac{\mu(m+M)}{\tan(\theta)}-\frac{M}{2}\right)$$



http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/solido/din_rotacion/escalera1/escalera1.htm

3. En la figura el resorte ideal es de constante k y de longitud natural l_0; el punto A es fijo, la distancia AC es d > l_0 y el cuerpo B de masa m puede moverse sin rozamiento a lo largo de la varilla horizontal DE.
a) Dejamos el cuerpo en libertad a partir del reposo en el punto B a una distancia x = a de C; determinar la velocidad de m cuando pasa por C. (0,6 puntos)
b) Demostrar que el movimiento para pequeños desplazamientos es armónico simple y obtener su frecuencia. (0,65 puntos)



Segunda Ley de Newton || Ej. 15 || Resorte ideal || Problema 12.27 Beer & Johnston 11ed
https://www.youtube.com/watch?v=dt-sdFkZOGM

a) Planteamos conservación de energía mecánica en B y C

B: $E_c=0$, $E_p=\frac{1}{2}k(\Delta x)^2=\frac{1}{2}k(\sqrt{a^2+d^2}-l_0)^2$

C: $E_c=\frac{1}{2}mv^2$, $E_p=\frac{1}{2}k(\Delta x)^2=\frac{1}{2}k(d-l_0)^2$

$$E_m(B)=E_m(C)$$

$$\frac{1}{2}k(\sqrt{a^2+d^2}-l_0)^2=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}k(d-l_0)^2$$

$$v^2=\frac{k}{m}\left(a^2+\cancel{d^2}-2l_0\sqrt{a^2+d^2}+\cancel{l_0^2}-\cancel{d^2}+2l_0d-\cancel{l_0^2}\right)$$

$$v^2=\frac{k}{m}\left(a^2-2l_0\sqrt{a^2+d^2}+2l_0d\right)$$

$$v=\pm\sqrt{\frac{k}{m}(a^2+2l_0(d-\sqrt{a^2+d^2}))}$$

Si a=0, v es 0. El punto C es un punto de equilibrio.

b) Si es un MAS la energía potencial tiene la expresión $E'_p=\frac{1}{2}Kx^2$, la fuerza es $F=-kx$, la aceleración $a=-\omega^2x$ y $v(x)=\pm\omega\sqrt{A^2-x^2}$

Realizamos el planteamiento similar pero ahora con un punto cualquiera de elongación x donde lleva cierta velocidad, y para x=A la velocidad es nula.

$$E_m(B)=E_m(x)$$

$$\frac{1}{2}k\left(\sqrt{A^2+d^2}-l_0\right)^2=\frac{1}{2}m v^2+\frac{1}{2}k\left(\sqrt{x^2+d^2}-l_0\right)^2$$

$$v^2=\frac{k}{m}\left(A^2+\cancel{d^2}-2l_0\sqrt{A^2+d^2}+\cancel{l_0^2}-x^2-\cancel{d^2}+2l_0\sqrt{x^2+d^2}-\cancel{l_0^2}\right)$$

$$v^2=\frac{k}{m}\left(A^2-x^2-2l_0\sqrt{A^2+d^2}+2l_0\sqrt{x^2+d^2}\right)$$

$$v=\pm\sqrt{\frac{k}{m}\left(A^2-x^2+2l_0\left(\sqrt{x^2+d^2}-\sqrt{A^2+d^2}\right)\right)}$$

Para desplazamientos pequeños x << d (que también supone A << d)
Realizamos la aproximación binomial $(1+z)^n\approx 1+nu$ (que es equivalente a tomar dos términos en el desarrollo en serie de Taylor)

$$\sqrt{x^2+d^2}=d\left(1+\frac{x^2}{d^2}\right)^{1/2}=d\left(1+\frac{1}{2}\frac{x^2}{d^2}\right)=d+\frac{x^2}{2d}$$

$$\sqrt{A^2+d^2}=A+\frac{x^2}{2A}$$

y la expresión se convierte en

$$v=\pm\sqrt{\frac{k}{m}\left(A^2-x^2+2l_0\left(d+\frac{x^2}{2d}-d-\frac{A^2}{2d}\right)\right)}$$

$$v=\pm\sqrt{\frac{k}{m}\left(A^2-x^2+\frac{l_0}{d}x^2-\frac{l_0}{d}A^2\right)}$$

$$v=\pm\sqrt{\frac{k}{m}\left(1-\frac{l_0}{d}\right)\left(A^2-x^2\right)}$$

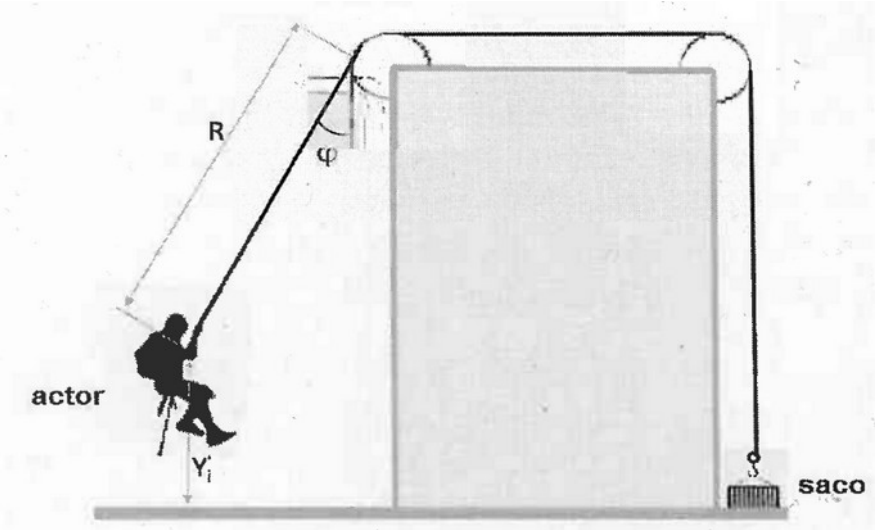
Coincide con la expresión de un movimiento armónico simple $v(x)=\pm\omega\sqrt{A^2-x^2}$

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}\left(1-\frac{l_0}{d}\right)}$$

$$f=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}\left(1-\frac{l_0}{d}\right)}$$

Enunciados originales obtenidos del Departament d'Ensenyament vía solicitud de acceso a información pública vía Ley de transparenciay posterior recurso al GAIP
http://www.gaip.cat/es/detall/normativa/2018-0174

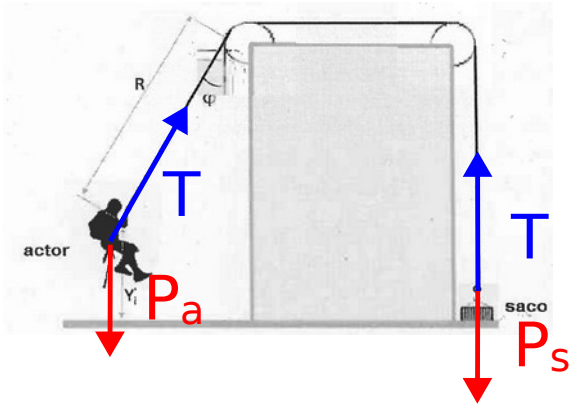
PROBLEMA 1.
Formamos parte del equipo técnico de la obra de teatro de Cyrano de Bergerac. Desde la dirección teatral se nos pide que, en una escena, Cyrano vuele hacia el escenario. Para conseguirlo tenemos que diseñar un aparato que permita sostener al actor de 75 kg de masa y hacer que vuele hacia el escenario durante la presentación. Así pues, proponemos sostener al actor con un saco de arena de 150 kg mediante un cable de acero ligero que corre de manera uniforme con dos poleas sin fricción, como muestra la figura.



Necesitamos 3 m de cable entre el arnés y la polea más cercana, de manera que quede escondida detrás de una cortina, para que el aparato funcione, el saco de arena no se puede levantar del suelo mientras el actor se balancea desde lo alto del escenario hasta el suelo. φ es el ángulo inicial que el cable que sostiene el actor forma con la vertical. Suponiendo insignificante la resistencia del aire, determine:
a) **(0,5 puntos)** Dibuje el diagrama de fuerzas que actúan sobre el actor en el fondo de la trayectoria circular y por el saco de arena, suponiendo que la fuerza normal desde el suelo tiende a cero. ¿En qué punto el saco de arena tiene más probabilidades de levantarse del suelo? Razona la respuesta.
b) **(0,75 puntos)** ¿Cuál es el valor máximo que ha de tener φ antes de que el saco de arena se levante?
c) **(0,5 puntos)** ¿Cuál es el valor de la fuerza resultante que actúa sobre el actor en el punto más bajo de su trayectoria?
d) **(0,75 puntos)** Los conceptos necesarios para resolver este problema se introducen en la Educación Secundaria Obligatoria. Diseñe una actividad experimental de laboratorio y el correspondiente modelo de informe, para cuarto curso de la ESO. Es necesario que se trabaje la competencia 4 del ámbito científico-tecnológico y el contenido clave 15:
CT4. Identificar y resolver problemas científicos investigables en el ámbito escolar, que impliquen el diseño, la realización y la comunicación de investigaciones experimentales. Resolver problemas prácticos, en el contexto de la vida cotidiana.
CC15. Fases de una investigación. Diseño de un proceso experimental.

En el diagrama se indica que el actor comienza con y_i pero no se usa. Enunciado indica que R=3 m pero tampoco se usa en la resolución.
Se usa g=9,81 m/s²

a) Realizamos un diagrama en el que no representamos la normal sobre el saco ya que se indica en el enunciado que tiende a cero.
Sobre el actor actúa la tensión y el peso del actor.
Sobre el saco actúa la tensioń y el peso del saco.
El punto del movimiento del actor en el que el saco de arena tiene más probabilidades de levantarse del suelo es en el que el ángulo φ=0º ya que en ese momento la fuerza tensión es la máxima, ya que en ese momento la velocidad del actor es máxima (por conservación de energía mecánica) y la fuerza centrípeta es máxima.



b) Realizamos un planteamiento energético entre el punto inicial del actor (donde la velocidad inicial es cero) y el punto más bajo de la trayectoria donde φ=0º
La altura que ha descendido es R-R·cosφ₀=R(1-cosφ₀)

$$\cancel{m_{actor}}\, gR(1-\cos\varphi_0)=\frac{1}{2}\cancel{m_{actor}}\, v^2 \Rightarrow v^2=2gR(1-\cos\varphi_0)$$

En la situación límite en la que el saco no tiene normal, $T=P_{saco}=m_{saco}\cdot g$

Al mismo tiempo en el punto más bajo $T-m_{actor}\cdot g=m_{actor}\frac{v^2}{R}$

$$m_{saco}\cdot \cancel{g}-m_{actor}\cdot \cancel{g}=m_{actor}\,2\cancel{g}(1-\cos\varphi_0)$$

Combinando expresiones

$$\cos\varphi_0=1-\frac{m_{saco}-m_{actor}}{2\,m_{actor}}$$

$$\varphi_0=\arccos\left(1-\frac{m_{saco}-m_{actor}}{2\,m_{actor}}\right)$$

Numéricamente $\varphi_0=\arccos\left(1-\frac{150-75}{2\cdot 75}\right)=60^o$

c) En el punto más bajo de la trayectoria la fuerza resultante es la centrípeta.
El valor depende desde qué altura ha iniciado el descenso / del valor inicial de φ₀

Si asumimos φ₀=60º $m_{actor}\frac{v^2}{R}=m_{actor}\,2g(1-\cos\varphi_0)=75\cdot 2\cdot 9{,}81\cdot(1-\cos 60^o)=736\,N$

d) Es un tema asociado a normativa usando terminología propia de Cataluña: "contenido clave" no existe en LOMCE ni LOMLOE y será algo propio de LEC.
https://www.fiquipedia.es/home/materias/eso/fisicayquimica-4eso/curriculo-fisica-y-quimica-4-eso-lomloe/
A nivel de 4º ESO enlaza con
Bloque D. La interacción
La fuerza como agente de cambios en los cuerpos: principio fundamental de la Física que se aplica a otros campos como el diseño, el deporte o la ingeniería.

> Carácter vectorial de las fuerzas: uso del álgebra vectorial básica para la realización gráfica y numérica de operaciones con fuerzas y su aplicación a la resolución de problemas relacionados con sistemas sometidos a conjuntos de fuerzas, valorando su importancia en situaciones cotidianas.

  - **• Naturaleza vectorial de las fuerzas.**
- Principales fuerzas del entorno cotidiano: reconocimiento del peso, la normal, el rozamiento, la tensión o el empuje, y su uso en la explicación de fenómenos físicos en distintos escenarios.
  - **• Fuerzas que actúan sobre los cuerpos.**
  - **• Cálculo de la resultante de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo en diferentes situaciones.**

Bloque E. La energía

- La energía: formulación y comprobación de hipótesis sobre las distintas formas y aplicaciones de la energía, a partir de sus propiedades y del principio de conservación, como base para la experimentación y la resolución de problemas relacionados con la energía mecánica en situaciones cotidianas.
  - **• Energía cinética y energía potencial.**
  - **• Energía mecánica. Conservación de la energía mecánica.**

Se podría plantear una práctica en la que se usan poleas de laboratorio, hilo y masas y se graba procesándolo después con Tracker para calcular la velocidad con la que pasa por el punto más bajo, midiendo la altura desde la que se suelta
https://opensourcephysics.github.io/tracker-website/
Ejemplo de práctica usando tracker
https://gitlab.com/fiquipedia/drive.fiquipedia/-/raw/main/content/home/recursos/practicas-experimentos-laboratorio/practicas-de-laboratorio-de-elaboracion-propia/PracticaLaboratorioMRUA-frenada-video-Alumno.pdf

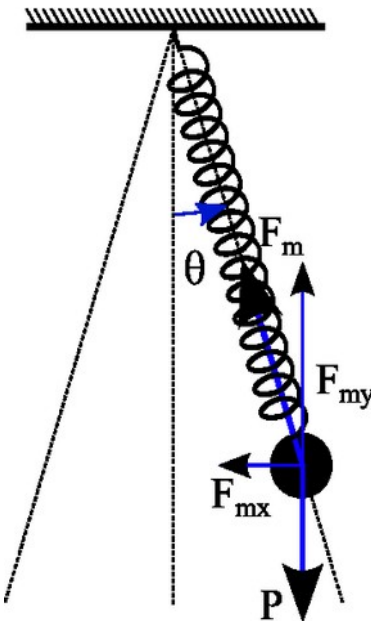
Galicia 2018
B1. Un cuerpo de 1 kg de masa y dimensiones pequeñas está unido a un muelle de masa despreciable que tiene una longitud natural de 48 cm y una constante elástica de 980 N/m. Hacemos girar el muelle y el cuerpo que sostiene, como un péndulo cónico; a una frecuencia de 60 rpm, manteniendo fijo el extremo que no está unido al cuerpo. (1,25 ptos)
a) Determine el alargamiento del muelle y el ángulo que forma el eje de rotación del sistema con la dirección del muelle, cuando está girando. (0,625 ptos)
b) Tomando como origen (o cero) de energía potencial gravitatoria el plano horizontal que contiene el punto fijo del muelle, calcular la energía mecánica total del sistema. (0,625 ptos

Cataluña 2000
B1. Un cos d'1 kg de massa i dimensions petites està unit a una molla de massa negligible que té una longitud natural de 48 cm i una constant elàstica de 980 N/m. Fem girar la molla i el cos que sosté, con un pèndol cònic, a una freqüència de 60 rpm, mantenint fix l'extrem que no és unit al cos.
a) Determineu l'allargament de la molla i l'angle que forma l'eix de rotació del sistema amb la direcció de la molla quant està rodant.
b) Prenent com origen (o zero) d'energia potencial gravitatoria el pla horitzontal que conté el punt fix de la molla, calculeu l'energia mecànica total del sistema.
c) Indiqueu qualitativament com canviarien els resultats anteriors (si és que canviaven) en el cas que l'interval d'elasticitat de la molla fos de 15 cm.

B1. Un cuerpo de 1 kg de masa y dimensiones pequeñas está unido a un muelle de masa despreciable que tiene una longitud natural de 48 cm y una constante elástica de 980 N/m. Hacemos girar el muelle y el cuerpo que sostiene, como un péndulo cónico, a una frecuencia de 60 rpm, manteniendo fijo el extremo que no está unido al cuerpo.
a) Determine el alargamiento del muelle y el ángulo que forma el eje de rotación del sistema con la dirección del muelle cuánto está girando.
b) Tomando como origen (o cero) de energía potencial gravitatoria el plano horizontal que contiene el punto fijo del muelle, calcular la energía mecánica total del sistema.
c) Indicar cualitativamente como cambiarían los resultados anteriores (si es que cambian) en caso de que el intervalo de elasticidad del muelle fuera de 15 cm.

Ver Madrid 2021-6, Cataluña 1999-3-1
Referencias:
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/examenes/dinamica/dinamica_18/dinamica_18.htm
(Incluso coinciden algunos datos: 48 cm, 60 rpm, 1 kg)

a) Realizamos un diagrama de fuerzas sobre el cuerpo, y llamamos θ al ángulo que forma el muelle con el eje del cono. Tomamos eje y vertical y eje x horizontal, y planteamos 2ª ley de Newton en cada eje
Eje y: $F_{my} - P = 0 \Rightarrow k\,\Delta l \cdot \cos(\theta) = mg$
Eje x: $F_{mx} = m a_n \Rightarrow k\,\Delta l \cdot sen(\theta) = m\omega^2 R$
Cuando está girando, $R = (L + \Delta l)\, sen(\theta)$
$k\,\Delta l \cdot \cancel{sen(\theta)} = m\omega^2 (L + \Delta l) \cdot \cancel{sen(\theta)}$



Despejamos el alargamiento y usamos la velocidad angular en rad/s (60 rpm suponen 1 vuelta por segundo, que son 2π rad/s)

$$\Delta l = \frac{m\omega^2 L}{k - m\omega^2} = \frac{1\cdot(2\pi)^2 0{,}48}{980 - 1\cdot(2\pi)^2} = 0{,}02\,m = 2\,cm$$

$$\theta = arcos\left(\frac{mg}{k\Delta l}\right) = arcos\left(\frac{1\cdot 9{,}8}{980\cdot 0{,}02}\right) = 60^o$$

b) La energía mecánica en este caso es la suma de 3 términos: la potencial gravitaria, la cinética, y la potencial elástica.

Energía potencial gravitatoria: si la referencia para la energía potencial está en el punto fijo superior del muelle, la masa siempre está a una altura igual

$$h = -(L+\Delta l)\cos(\theta) = -(0{,}48+0{,}02)\cos(60^o) = -0{,}25\,m$$

$$E_{pg} = mgh = 1\cdot 9{,}8\cdot(-0{,}25) = -2{,}45\,J$$

El radio de giro es

$$R = (L+\Delta l)\,sen(\theta) = (0{,}48+0{,}02)\,sen(60^o) = 0{,}5\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}m$$

Energía cinética:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(\omega R)^2 = \frac{1}{2}\cdot 1\cdot\left(2\pi\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^2 = \frac{1}{2}4\pi^2\frac{3}{16} = \frac{3}{8}\pi^2 \approx 3{,}7\,J$$

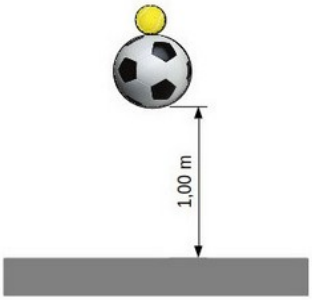
Energía potencial elástica: $E_{pe} = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}980(0{,}02)^2 = 0{,}196\,J$

Energía mecánica total: $E_m = E_p + E_c = -2{,}45 + 3{,}7 + 0{,}196 = 1{,}446\,J$

c) Si el intervalo de elasticidad fuera de 15 cm, implica que mientras que el alargamiento sea inferior a 15 cm el muelle se comporta de forma elástica y se cumple la ley de Hooke. Como el alargamiento es inferior, no hay variación en los resultados, ya que hemos asumido que el muelle era elástico en su intervalo de alargamiento.

En caso de que el muelle se alargase más allá de su intervalo de elasticidad, podría producirse una rotura.

A1. Un experimento sencillo y que suele sorprender al alumnado consiste en dejar caer un balón con una pelota encima: después de la colisión contra el suelo la pelota se eleva bastante más que su posición inicial de partida.
Con el propósito de hacer algunos cálculos al respecto, considere la siguiente situación: una pelota de masa M y 5,0 cm de radio se sitúa encima de un balón de masa 10 M y 20 cm de radio. Ambos se dejan caer simultáneamente, partiendo del reposo y con la pelota justo encima del balón, desde una altura de 1,00 m sobre el suelo, medida desde la parte inferior del balón, como se indica en la figura.



Supondremos que la influencia del aire es despreciable, que la colisión entre el balón y el suelo es perfectamente elástica y que los movimientos son estrictamente verticales. Asimismo, supondremos que las colisiones son de duración despreciable, produciéndose la del balón con el suelo antes que la del balón con la pelota, pero con una separación temporal que también es despreciable. (1,25 ptos)
a) ¿Qué velocidad poseerá la pelota en el instante en el que el balón toque el suelo? (0,15 ptos)
b) Si la colisión del balón con la pelota es perfectamente elástica, ¿qué altura máxima alcanzará el centro de la pelota respecto de su posición de partida? (0,55 ptos)
c) Si la colisión del balón con la pelota no es perfectamente elástica, de manera que la altura máxima que alcanza es 2,00 m inferior a la determinada en el apartado anterior, ¿cuánta energía se disipó en esa colisión? (exprese el resultado en función de M; recuerde que el choque contra el suelo sigue considerándose elástico). (0,55 ptos)
Dato: g = 9,8 $m \cdot s^{-1}$

https://forum.lawebdefisica.com/forum/el-aula/mec%C3%A1nica-newtoniana/41350-choque-de-pelota-bal%C3%B3n-y-suelo escribe el que propuso el ejercicio, e incluye una imagen con más resolución que el enunciado publicado. Incluye solución, no resolución.

a) Se trata de una caída vertical, planteando cinemáticamente como MRUA o por conservación de energía se llega a $v=\sqrt{2gh}$
Numéricamente $v=\sqrt{2\cdot 9,8\cdot 1}=4,43\,m/s$
Tal y como está realizado el diagrama, los radios no importan en el resultado.
b) Planteamos la conservación del momento lineal. Tomamos eje x positivo en sentido de la caida.
Choque del balón con el suelo, si es elástica se mantiene la energía cinética, y el balón sale con la misma velocidad hacia arriba.
Choque del balón con la pelota.

Conservación de momento lineal: $$\cancel{M}\cdot 4,43+10\cancel{M}\cdot(-4,43)=\cancel{M}\cdot v_1+10\cancel{M}\cdot v_2$$
$$-39,87=v_1+10\,v_2$$

Conservación de energía cinética: $$\frac{1}{\cancel{2}}(11\cancel{M})\,4,43^2=\frac{1}{\cancel{2}}\cancel{M}\,v_1^2+\frac{1}{\cancel{2}}10\cancel{M}\,v_2^2$$
$$215,8739=v_1^2+10\,v_2^2$$

Sustituimos v_1=-39,87-10v_2

$$215,8739=(-39,87-10\,v_2)^2+10\,v_2^2$$
$$215,8739=1589,6169+797,4\,v_2+100\,v_2^2+10\,v_2^2$$
$$110\,v_2^2+797,4\,v_2+1373,743=0$$
$$v_2=\frac{-797,4\pm\sqrt{797,4^2-4\cdot110\cdot1373,743}}{2\cdot110}=\frac{-797,4\pm177,2}{220}=\begin{matrix}-2,82\,m/s\\-4,43\,m/s\end{matrix}$$

Se frena, tomamos la que es menor que la inicial
v_1=-39,87-10·(-2,82)=-11,67 m/s
La distancia que recorrerá verticalmente
$v^2-v_0^2=2as \rightarrow s=-v_0^2/2g=-11,67^2/(2\cdot(-9,8))=6,95$ m
Se pregunta "altura máxima alcanzará el centro de la pelota respecto de su posición de partida", y ahora sí que hay que tener en cuenta que inicialmente el centri de la pelota estaba a 1+0,2·2+0,05=1,45 m de altura respecto al suelo.
Cuando se produce la colisión, se encuentra a 0,2·2+0,05=0,45 m de altura respecto al suelo
Por lo tanto hay una diferencia de 1 m, y la altura máxima alcanzará el centro de la pelota respecto de su posición de partida es de 5,95 m.
c) Si la altura ahora es 2 m inferior, son 4,95 m respecto al punto de choque.
La velocidad de la pelota tras el choque
$-v_0^2=2gs \rightarrow \quad v_0=\sqrt{2\cdot9,8\cdot4,95}=-9,85\,m/s$
Planteando ahora la conservación de momento lineal:

$$\cancel{M}\cdot4,43+10\cancel{M}\cdot(-4,43)=\cancel{M}\cdot v_1+10\cancel{M}\cdot v_2$$
$$-39,87=-9,85+10\,v_2$$
$$v_2=-3,00\,m/s$$

La energía cinética tras el choque es

$$E_c\,después=\frac{1}{2}\cancel{M}\,9,85^2+\frac{1}{2}10\,M\,3^2=93,51\,M$$
$$E_c\,antes=\frac{1}{2}11\,M\,4,43^2=107,94\,M$$
$$E_{dispada}=93,51\,M-107,94\,M=-14,43\,M\,[E\,en\,J\,,M\,en\,kg]$$

B2. Un proyectil de plomo de 10 g choca horizontalmente, con una velocidad de 250 m/s, con una esfera también de plomo de 450 g en la cual se incrusta. (1,25 ptos)
a) Estando al principio la esfera de plomo inmovilizada, calcúlese el calentamiento que resultará del choque. (0,625 ptos)
b) En una segunda experiencia la esfera de plomo se pende de un hilo, como un péndulo y se comprueba que después del choque se eleva 2 m. Calcúlese la nueva velocidad inicial del proyectil y el calentamiento resultante. (0,625 ptos)
Dato: Calor específico del plomo: 0,03 cal/g·ºC.

a) La energía cinética del proyectil pasa a energía calorífica y a energía cinética (se indica que la esfera está inmovilizada solo al principio)
Tras el choque, planteando conservación de momento lineal

$$0,01 \cdot 250 = 0,46 \cdot v \Rightarrow v = \frac{2,5}{0,46} = 5,43\, m/s$$

La energía disipada en calor es la diferencia de energías.
Inicialmente $E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} 0,010 \cdot 250^2 = 312,5\, J$

Tras el choque $E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} 0,460 \cdot 5,43^2 = 6,78\, J$

Asumimos que proyectil y esfera están iniciamente a la misma temperatura, se calientan ambos.

$$Q = m \cdot c_e \cdot \Delta T$$

$$\Delta T = \frac{312,5 - 6,78}{460 \cdot 0,03 \cdot 4,18} = 5,3\, ºC$$

b) Tras el choque gana energía potencial Ep=mgh=0,46·9,8·2=9,016 J, que es la energía cinética que tiene tras el choque.

$$v = \sqrt{2 \frac{E_c}{m}} = \sqrt{2 \cdot \frac{9,016}{0},46} = 6,26\, m/s$$

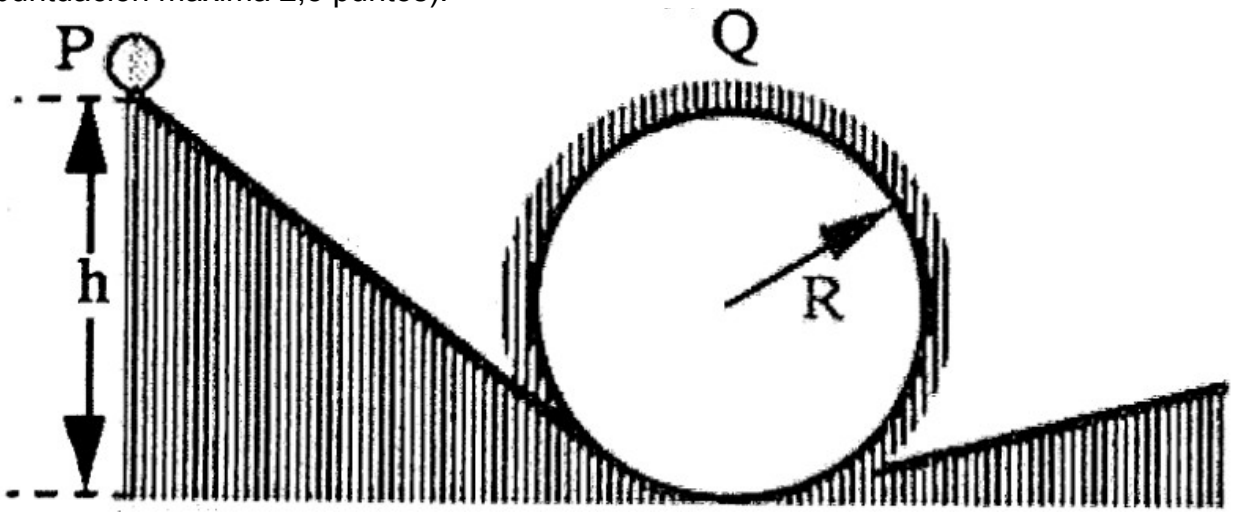
Planteando conservación de momento lineal

$$0,01 \cdot v = 0,46 \cdot 6,26 \Rightarrow v = \frac{0,46 \cdot 6,26}{0,01} = 288\, m/s$$

Inicialmente $E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} 0,010 \cdot 288^2 = 414,7\, J$

$$\Delta T = \frac{414,7 - 9,016}{460 \cdot 0,03 \cdot 4,18} = 7,03\, ºC$$

PROBLEMA 2
Un cilindro homogéneo de radio r y masa m rueda sin deslizar siguiendo una via en forma de lazo circular de radio R, como indica la figura. El cilindro parte del reposo en el punto P, a una altura h por encima de la parte inferior del lazo. Calcular:
a) Su energía cinética cuando alcanza el punto Q
(puntuación máxima 2,5 puntos).
b) Su aceleración centrípeta en dicho punto admitiendo que no se sale de la vía
(puntuación máxima 2,5 puntos).
c) El mínimo valor de h para que el cilindro llegue a Q sin salirse de la vía
(puntuación máxima 2,5 puntos).
Suponiendo que h es es mayor que ese valor mínimo:
d) Obtener una expresión para la fuerza normal ejercida por la vía sobre el cilindro en el punto Q
(puntuación máxima 2,5 puntos).



Comentado por invitado en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=6506&p=29336#p29337
Referencias
http://forum.lawebdefisica.com/threads/17554-Problemilla-complicado-solido-rigido
http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/Waves/powstr.html
http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/Waves/powstr.html#c2
Resuelto en https://fisiquimicamente.com/recursos-fisica-quimica/formacion-profesorado/oposiciones/fisica/madrid-2018-E2/
Resuelto en https://www.cede.es/examenes2018/fisicamadrid2018.pdf
Ver http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=6506&p=29336#p29284

a) No se indica que haya rozamiento por lo que planteamos la conservación de energía mecánica entre punto P y punto Q

$$E_m(P)=E_m(Q)$$

$$m\cdot g\cdot h_{\mathrm{P\,CM}}=m\cdot g\cdot h_{\mathrm{Q\,CM}}+E_c(Q)$$

$$E_c(Q)=m\cdot g\cdot(h_{\mathrm{P\,CM}}-h_{\mathrm{Q\,CM}})=m\cdot g\cdot(h+r-(2R-r))=m\cdot g\cdot(h+2r-2R)$$

b) $a_c(Q)=\frac{v_Q^2}{R_{\text{giro CM}}}=\frac{v_Q^2}{R-r}$

Relacionamos la velocidad con la energía cinética calculada en apartado a.

Al rodar sin deslizar, $v_Q=\omega_Q \cdot r$

$$E_c(Q)=\frac{1}{2}m v_Q^2+\frac{1}{2}I\omega_Q^2=\frac{1}{2}m v_Q^2+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}m r^2\frac{v_Q^2}{r^2}=\frac{3}{4}m v_Q^2 \Rightarrow v_Q^2=\frac{4E_c(Q)}{3\cdot m}$$

$$a_c(Q)=\frac{4\cdot \cancel{m}\cdot g\cdot(h+2r-2R)}{3\cdot \cancel{m}\cdot(R-r)}=\frac{4}{3}\frac{g(h+2r-2R)}{R-r}$$

c) Para que llegue a Q sin salirse de la vía, la normal que realiza la vía debe ser la mínima posible que es cero, de modo que la única fuerza normal sea la centrípeta: con más velocidad sí habría normal, y con menos velocidad no estaría pegado a la vía en el punto Q.

$P=m\cdot a_c$

$$\cancel{m\cdot g}=\cancel{m}\cdot\frac{4}{3}\frac{\cancel{g}(h_{mín}+2r-2R)}{R-r}\Rightarrow h_{mín}=\frac{3}{4}(R-r)-2r+2R=\frac{11}{4}(R-r)$$

d) Ahora $h>h_{mín}$, $P+N=m\cdot a_c \rightarrow N=m\cdot a_c - P$

$$N=m\cdot\frac{4}{3}\frac{g(h+2r-2R)}{R-r}-m\cdot g=m\cdot g\left(\frac{4}{3}\frac{(h+2r-2R)}{(R-r)}-1\right)$$

Escoja únicamente 3 problemas de los 6 propuestos.

3.a) Una bola de billar, de masa m y radio R, se encuentra en reposo sobre una mesa horizontal con la que presenta un coeficiente de rozamiento μ. Se le golpea con un taco, en dirección horizontal que pasa por el centro de la bola, comunicándole una velocidad inicial v_0. Determine la distancia recorrida por la bola antes de empezar a rodar sin deslizar.

Ver País Vasco 2012-F1
https://www.acienciasgalilei.com/alum/fis/dinamica-rotacion.pdf problema 3.2

Si realizamos el diagrama de fuerzas con la bola una vez que tiene velocidad, tendremos peso, normal, y fuerza de rozamiento opuesta al movimiento. La bola inicialmente desliza.
A nivel de traslación

$$-F_{roz}=m\,a$$

$$a=\frac{-\mu N}{m}=-\mu g$$

La aceleración lineal es constante de frenado y se trata de un MRUA
A nivel de rotación

$$M=I\,\alpha$$

$$\mu mg\,R=\frac{2}{5}m\,R^2\alpha$$

$$\alpha=\frac{5\mu g}{2R}$$

La aceleración angular es constante y se trata de un MCUA
La condición de rodar sin deslizar implica que v=ωR. Igualamos

$$v_0-\mu g\,t=\frac{5\mu g}{2R}t$$

$$t=\frac{2v_0}{7\mu g}$$

La distancia recorrida $s=x-x_0$ es

$$s=v_0\,t+\frac{1}{2}a\,t^2$$

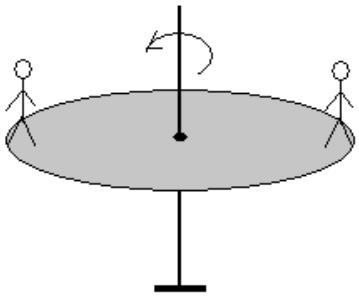
$$s=v_0\frac{2v_0}{7\mu g}-\frac{1}{2}\mu g\frac{4v_0^2}{7^2\mu^2 g^2}$$

$$s=2\frac{v_0^2}{7\mu g}-2\frac{v_0^2}{49\mu g}$$

$$s=\frac{12v_0^2}{49\mu g}$$

Euskera

2. 10 kg-ko masa eta 2,6 metrotako diametroa duen disko baten ertzetan 25 kg.ko bi haur kokatzen dira. Diskoa 5 bira minutuko abiadurarekin biratzen ari da erditik modu perpendikularrean pasatzen den ardatzarekiko.
a) Zein izango da multzo osoaren abiadura angeluarra, haur bakoitza diskoaren zentrorantz 60 cm desplazatzen bada?.
b) kalkulatu sistemaren errotaziozko energia zinetikoaren aldaketa.



Dos niños de 25 kg se colocan en los bordes de un disco con una masa de 10 kg y un diámetro de 2,6 metros. El disco gira a una velocidad de 5 revoluciones por minuto alrededor de un eje que pasa perpendicularmente por el centro.
a) ¿Cuál será la velocidad angular de todo el grupo si cada niño se mueve 60 cm hacia el centro del disco?
b) Calcule la variación en la energía cinética rotacional del sistema.

http://www.sc.ehu.es/sbweb/ocw-fisica/problemas/solido/conservacion/problemas/conservacion_problemas.xhtml

a) El momento angular se conserva.
El momento de inercia del disco es I=½MR²

$$I_{antes}=\frac{1}{2}10\cdot 1,3^2+2\cdot 25\cdot 1,3^2=92,95\,kg\cdot m^2$$

$$\omega_{antes}=\frac{5\,\cancel{rev}}{1\,\cancel{min}}\cdot\frac{2\pi\,rad}{1\,\cancel{rev}}\cdot\frac{1\,\cancel{min}}{60\,s}=\frac{\pi}{6}\,rad/s$$

$$I_{después}=\frac{1}{2}10\cdot 1,3^2+2\cdot 25\cdot 0,7^2=32,95\,kg\cdot m^2$$

$$I_{antes}\cdot\omega_{antes}=I_{después}\cdot\omega_{después}\Rightarrow\omega_{después}=\frac{92,95}{32,95}\cdot\frac{\pi}{6}=1,48\,rad/s$$

b)
$$\Delta E_c=E_{cdespués}-E_{cantes}=\frac{1}{2}I_{despues}\,\omega^2_{después}-\frac{1}{2}I_{antes}\,\omega^2_{antes}$$

$$\Delta E_c=\frac{1}{2}32,95\cdot 1,48^2-\frac{1}{2}92,95\cdot\left(\frac{\pi}{6}\right)^2=23,3\,J$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 5 julio 2016
CC BY

Deberá responder a las cuestiones de un máximo de tres ejercicios de entre los seis propuestos. Cada ejercicio se califica sobre 10 según la ponderación indicada en cada apartado. La calificación total de la prueba será la que resulte de dividir la puntuación total obtenida entre tres.

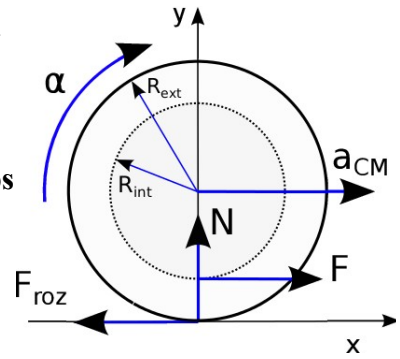
1. Un carrete metálico está formado por tres cuerpos cilindros de 3 cm de altura, soldados entre sí de forma que coinciden sus ejes de simetría. En el tambor interior, que tiene un radio de 9 cm, se enrolla una cinta inextensible de espesor despreciable de la que se tira con una fuerza de 120 N, como se muestra en la figura. Sabiendo que el material del que está fabricado el carrete tiene una densidad de 7850 kg/m^3 y que el radio de los cilindros exteriores es de 12 cm, calcule:

a. Su masa total y su momento de inercia total con respecto al eje que pasa por el centro de masas. (2,5 puntos)
b. El valor mínimo del coeficiente de rozamiento para que el carrete ruede sin deslizar. (0,5 puntos)
c. La aceleración con la que se desplazará el centro de gravedad del carrete. (2,5 puntos)

Referencias:
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/solido/din_rotacion/inercia/inercia.htm
https://www.uclm.es/profesorado/ajbarbero/S_SolidoRigido/Rodadura_Ejemplos_Seleccionados_10.pdf Ejemplo 2
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/examenes/solido/solido_22/solido_22.htm

Asumimos g=9,8 m/s² . La densidad es razonable: el hierro tiene una densidad de 7874 kg/m³

a) La masa del carrete es la suma de las masas de los tres cilindros que lo forman, dos de ellos iguales $m=\rho v=\rho \pi r^2 h$
Sustituyendo valores numéricos usando unidades del Sistema Internacional como la densidad y con 4 cifras significativas como la densidad (asumimos espesor 3,000 y radios 12,00 y 9,000)
Para cada uno de los dos cilindros exteriores de radio 12 cm
$m=7850\cdot\pi\cdot 0,12^2 0,03=10,653769\,kg$
Para el cilindro interior de radio 9 cm $m=7850\cdot\pi\cdot 0,09^2 0,03=5,992745\,kg$
La masa total del carrete es 2·10,653769+5,992745=27,300283 kg
Expresada con 4 cifras significativas **m=27,30 kg**
Por simetría el centro de masas está en el centro del carrete. El momento de inercia del carrete respecto a su eje es la suma de los tres momentos de inercia, ya que mide la oposición a hacer girar respecto al eje y se suman los tres. La expresión para cada uno se puede deducir fácilmente integrando o recordar la expresión del momento de inercia de un cilindro respecto a su eje, que es
$I=\frac{1}{2}M R^2$
Para cada uno de los dos cilindros exteriores de radio 12 cm
$I=\frac{1}{2}\cdot 10,653769\cdot 0,12^2=0,0767071368\,kg\,m^2$
Para el cilindro interior de radio 9 cm $I=\frac{1}{2}\cdot 5,992745\cdot 0,09^2=0,02427061725\,kg\,m^2$
El momento de inercia total del carrete es 2·0,0767071368+0,02427061725=0,17768489085 kg m²
Expresada con 4 cifras significativas **I=0,1777 kg m²**
(podemos plantear que equivale al momento de inercia de un cilindro de la misma masa y cierto radio equivalente $I=\frac{1}{2}M R^2_{equivalente} \Rightarrow R_{equivalente}=\sqrt{2\frac{I}{M}}=\sqrt{2\cdot\frac{0,1777}{27,30}}=0,1141\,m$ *)*



b) Si el carrete rueda sin deslizar, se cumple la condición de rodadura $a_x=\alpha R_{ext}$ donde R es el radio exterior, ya que es el que está en contacto con la superficie.
Siendo el plano en horizontal y tomando eje x en el sentido del movimiento, aplicamos segunda ley de Newton a cada eje. **Asumimos inicialmente que la fuerza de rozamiento es opuesta a la aplicada,**
Eje y $N-P=0\Rightarrow N=P=mg$
Eje x $F-F_{roz}=m\,a_x\Rightarrow F-\mu mg=m\alpha R_{ext}$
Al estar girando respecto a un eje principal de inercia, podemos plantear $M=I\alpha\Rightarrow\alpha=\frac{M}{I}$, lo que se cumple también en este caso vectorialmente: vector momento y vector aceleración angular tienen misma dirección y sentido. El momento tiene dos contribuciones: la fuerza de rozamiento aplicada en el exterior del carrete, y la fuerza aplicada sobre la cuerda unida al carrete central. En este caso cada fuerza hace girar el carrete en un sentido, por lo que los módulos de sus momentos se restan. Según diagrama fuerza rozamiento hace girar en el sentido de las agujas del reloj; tomando x e y en el plano del dibujo, el vector M asociado a la fuerza de rozamiento de estaría dirigido hacia z negativas y lo tomamos negativo, y el vector M asociado a la fuerza aplicada (en la parte inferior del cilindro) estaría dirigido hacia z positivas y lo tomamos positivo.
$M=-R_{ext}F_{roz}+R_{int}F$ M podrá ser negativo (si $R_{ext}\cdot F_{roz} > R_{int}\cdot F$) y el signo indica que girará en el sentido de las agujas del reloj, fijado por la fuerza de rozamiento, o positivo (si $R_{ext}\cdot F_{roz} < R_{int}\cdot F$) y el signo indica que girará en el sentido opuesto a las agujas del reloj.
Combinamos las expresiones, teniendo en cuenta que **asumimos en diagrama a_{CM} positiva, $F>F_{roz}$** y α negativa (gira en el sentido de las agujas del reloj en el diagrama), por lo que introducimos un signo menos ya que realmente con signos y la referencia usada $a_{CM}=-\alpha R_{ext}$, aunque no lo hemos puesto inicialmente (es habitual plantear directamente $R_{ext}F_{roz}-R_{int}F=I\alpha$)

$$F-\mu mg=m\,R_{ext}\frac{\left(-\left(-R_{ext}\mu m g+R_{int}F\right)\right)}{I}=\frac{\mu m^2 R_{ext}^2 g}{I}-\frac{m R_{ext}R_{int}F}{I}$$

$$\mu=\frac{F}{mg}\frac{\left(1+\frac{m R_{ext}R_{int}}{I}\right)}{\left(1+\frac{m R_{ext}^2}{I}\right)}=\frac{F}{mg}\frac{\left(I+m R_{ext}R_{int}\right)}{\left(I+m R_{ext}^2\right)}$$

La expresión es distinta a la que se ve en referencias: allí la fuerza está aplicada por encima del eje.
Sustituyendo numéricamente y expresando con 4 cifras significativas

$$\mu=\frac{120}{27{,}30\cdot 9{,}8}\left(\frac{0{,}1777+27{,}4\cdot 0{,}12\cdot 0{,}09}{0{,}1777+27{,}30\cdot 0{,}12^2}\right)=0{,}3713$$

c) La aceleración del centro de masas del disco (que coincide con centro de gravedad que es término que usa enunciado) la podemos expresar en función del coeficiente de rozamiento y la fuerza, usando la situación en la que fuerza de rozamiento y fuerza aplicada tienen sentido opuesto, que es con la que se ha obtenido el coeficiente de rozamiento.

$$F-F_{roz}=m\,a_x\Rightarrow a_x=\frac{F-\mu mg}{m}$$

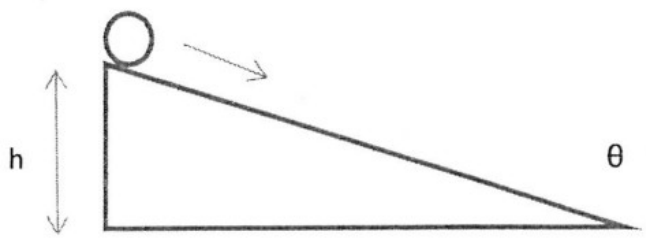
Sustituyendo numéricamente

$$a_x=\frac{120-0{,}3713\cdot 27{,}30\cdot 9{,}8}{27{,}30}=0{,}7569\,m/s^2$$

La aceleración sería un vector, dirección y sentido del movimiento, indicado en figura, como la fuerza aplicada

enrique@fiquipedia.es Revisado 7 mayo 2025
CC BY SA

PROBLEMA 1.
Una esfera de radio 20 cm se encuentra situada en lo alto de un plano inclinado a una altura h de 1 m respecto del suelo. Se conoce el coeficiente de rozamiento cinético entre la esfera y el plano μ=0,2. El plano está articulado con una bisagra para permitir variar el ángulo de caída de la esfera. Si se abandona la esfera desde lo alto, se pide, (justificando con rigor cada respuesta con referencia a los correspondientes diagramas de fuerzas):
a. Justificar y calcular el ángulo crítico θ_c a partir del cual la esfera rueda y desliza. (puntuación máxima 4 puntos)
b. Justificar y calcular el valor del trabajo de la fuerza de rozamiento sobre el cuerpo si el ángulo es de 30º, al cabo de 1 m de recorrido sobre el plano (puntuación máxima 2 puntos)
c. Justificar y calcular el valor del trabajo de la fuerza de rozamiento sobre la esfera si el ángulo es de 60º, cuando ha recorrido 1 m sobre el plano. Justificar desde un punto de vista energético la diferencia de valores con el caso anterior. (puntuación máxima 2 puntos)
d. Justificar y calcular la energía cinética del cuerpo para el ángulo de 60º (puntuación máxima 2 puntos)



Referencias
Ver problema 2 de física de oposiciones Agregados de Física y Química, Junio 1990.
https://gitlab.com/fiquipedia/drive.fiquipedia/-/raw/main/content/home/recursos/recursos-para-oposiciones/1990-Valencia-ProblemaF2.pdf
Movimiento de rodar en un plano inclinado, Ángel Franco
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/solido/plano_inclinado/plano_inclinado.htm
Estrategias para resolver problemas de sólidos en rotación, jrodriguez@cervera.uned.es
http://www.unedcervera.com/c3900038/estrategias/estrategias_rotacion.html Problema R11

Se indica "coeficiente de rozamiento cinético": sin más información no podemos diferenciar entre coeficiente de rozamiento dinámico y estático planteamos un único coeficiente de rozamiento.
Existe un único coeficiente de fricción de rodamiento pero no lo podemos asociar a él.
Fisica Universitaria 12va. Edicion Sears, Zemansky Vol. 1, Sears, Zemansky; 5.3 Fuerzas de fricción, fricción cinética y estática, fricción de rodamiento
Sergio Fernández Aedo http://www.jfinternational.com/mf/fuerzas-friccion.html

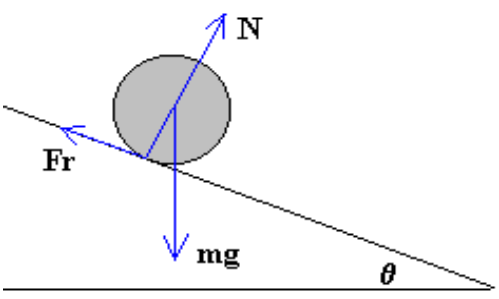
a) Representamos las fuerzas en un diagrama, elegimos eje x en sentido de movimiento.
Aplicamos segunda ley de Newton a cada eje

Eje y: $N - P_y = 0 \Rightarrow N = P_y = mg\cos\theta$

Eje x: $P_x - F_{roz} = m\,a_x \Rightarrow \cancel{m}\,g\,sen\theta - \mu\,\cancel{m}\,g\cos\theta = \cancel{m}\,a_x$

$$a_x = g(sen\theta - \mu\cos\theta)$$

Al estar girando respecto un eje principal de inercia



Física con ordenador, Ángel Franco (c)

podemos plantear $M = I\,\alpha$ siendo I el momento de inercia, que para una esfera respecto a un eje que pasa por su centro es $I = \frac{2}{5} m R^2$

Al mismo tiempo podemos calcular el momento respecto al centro de la esfera, que en módulo es $M = R\,F_{roz} = R\,\mu\,mg\cos\theta$

Si aplicamos la condición de rodadura (no está deslizando) $a_x = \alpha\,R$

Combinando lo anterior

$$g\,sen\theta - \mu\,g\cos\theta = \frac{R\,\mu\,m\,g\cos\theta}{\frac{2}{5}m R^2} R \Rightarrow sen\theta - \mu\cos\theta = \frac{5}{2}\mu\cos\theta$$

$$sen\theta = \frac{7}{2}\mu\cos\theta \Rightarrow \tan\theta = \frac{7}{2}\mu \Rightarrow \theta = \arctan\left(\frac{7}{2}\mu\right)$$

Numéricamente $\theta = \arctan\left(\frac{7}{2}0{,}2\right) \approx 35^o$

Para ángulos mayores deslizará, para ángulos menores rodará sin deslizar.

b) Como el ángulo es menor del calculado en a), rueda sin deslizar. La fuerza de rozamiento no realiza trabajo, solamente hace girar la esfera. (El punto sobre el que actúa la fuerza de rozamiento está en contacto con el suelo y tiene desplazamiento nulo)

Por lo tanto el trabajo de la fuerza de rozamiento en este caso es nulo. No se usa el dato de 1 m de distancia recorrida.

c) Como el ángulo es mayor del calculado en a), ya no rueda sin deslizar.

Si la fuerza de rozamiento es constante en todo momento

$W = \int \vec{F}\,\vec{dx} = -F\,\Delta x = -\mu\,m\,g\cos\theta\,\Delta x$

Visión simplificada:

Asumimos desplazamiento 1 m, sustituyendo valores numéricos (no son datos m ni g, los dejamos en función de ellos)

$W = -0{,}2\,m\,g\cos 60^o\,1 = -0{,}1\,mg\,[W\,en\,J, m\,en\,kg, g\,en\,m/s^2]$

Visión detallada:

Como el objeto rueda y desliza, aunque enunciado indica que recorre 1 m, eso hace referencia al centro de masas, pero el punto de contacto ha recorrido menos de 1 m. Parte de la fuerza que se ejerce está asociada a rodar y parte a rozamiento, y el trabajo de la fuerza de rozamiento será ligeramente inferior al calculado en la visión simple.

La distancia recorrida por el punto de contacto en el plano será $d=d_t-d_r$, siendo d_t la distancia de traslación del centro de masas de la esfera, d_t=1 m, y d_r la de rotación del punto de contacto.

>Si d_r=0, no rueda y tendríamos $d=d_t$ que es el caso anterior.

>Si dt=1 m, estaría rodando sin traslación, pero también supondría 1 m y sería el mismo desplazamiento relativo del punto de contacto y el mismo trabajo y disipación.

Se trata de un MRUA y MCUA: el peso, la fuerza de rozamiento y la fuerza de rotación son constantes. Tomamos eje x en el sentido del movimiento del centro de masas de la esfera y llamamox a_x a la aceleración de su centro de masas, y α a la aceleración angular.

MRUA $d_t = \frac{1}{2} a_x t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\,d_t}{a_x}}$

MCUA $d_r = \theta_r\,R = \frac{1}{2}\alpha\,R\,t^2$

Combinando ambas expresiones para el instante en el que se ha recorrido d_t

$$d = d_t - d_r = d_t - \frac{1}{2}\alpha\,R\,\frac{2\,d_t}{a_x} = d_t\left(1 - \frac{\alpha\,R}{a_x}\right)$$

Se puede validar que si rueda sin deslizar ($a_x = \alpha R$) se tendría que d=0.

Planteamiento dinámico:

El trabajo de la fuerza de rozamiento es

$$W_{roz}=-\mu m g\cos\theta d=-\mu m g\cos\theta d_t(1-\frac{\alpha R}{a_x}) \quad [1]$$

Sustituimos las expresiones de aceleración angular y del centro de masas

$$a_x=g(sen\theta-\mu\cos\theta)$$

$$\alpha=\frac{M}{I}=\frac{R\cdot F_{rotación}}{I}=\frac{R\cdot F_{rozamiento}}{I}=\frac{\cancel{R}\mu\cancel{m}g\cos\theta}{\frac{2}{5}\cancel{m}R^2}=\frac{5}{2}\frac{\mu g}{R}\cos\theta$$

Sustityendo

$$W_{roz}=-\mu m g\cos\theta d_t(1-\frac{\frac{5}{2}\frac{\mu\cancel{g}}{\cancel{R}}\cos\theta\cancel{R}}{\cancel{g}(sen\theta-\mu\cos\theta)})=-\mu m g d_t\cos\theta(\frac{sen\theta-\mu\cos\theta-\frac{5}{2}\mu\cos\theta}{sen\theta-\mu\cos\theta})$$

$$W_{roz}=-\mu m g d_t\cos\theta(\frac{\tan\theta-\frac{7}{2}\mu}{\tan\theta-\mu})$$

Planteamiento energético:

La variación de energía mecánica es igual al trabajo realizado por las fuerzas no conservativas, que en este caso es el rozamiento.

A: punto inicial a una altura h

$$E(A)=E_p(A)=mgh$$

B: punto final tras haber recorrido una distancia d_t

$$E(B)=E_p(B)+E_c(B)=mg(h-d_t sen\theta)+\frac{1}{2}m v^2+\frac{1}{2}I\omega^2$$

$$W_{roz}=\Delta E=E(B)-E(A)=\cancel{mgh}-mg d_t sen\theta+\frac{1}{2}m v^2+\frac{1}{2}I\omega^2+\cancel{mgh}$$

MRUA $v=a_x t$ Para la distancia d_t $v=a_x\sqrt{\frac{2d_t}{a_x}}\Rightarrow v^2=\sqrt{2a_x d_t}$

MCUA $\omega=\alpha t\Rightarrow\omega^2=\alpha^2 t^2$ Para la distancia d_t $\omega^2=\alpha^2\frac{2d_t}{a_x}$

$$\alpha=\frac{M}{I}=\frac{R\cdot F_{roz}}{I}\Rightarrow\alpha^2=\frac{R^2F_{roz}^2}{I^2}$$

Sustituyendo

$$W_{roz}=mghsen\theta+\frac{1}{\cancel{2}}m\cancel{2}a_x d_t+\frac{1}{\cancel{2}}\cancel{I}\frac{R^2F_{roz}^2}{I^{\cancel{2}}}\cancel{2}\frac{d_t}{a_x}$$

Sustiyendo expresiones de aceleración del centro de masas y de fuerza de rozamiento de a)

$$W_{roz}=mg d_t sen\theta+m g(sen\theta-\mu\cos\theta)d_t+\frac{\cancel{R^2}(\mu mg\cos\theta)^2}{\frac{2}{5}m\cancel{R^2}}\frac{d_t}{g(sen\theta-\mu\cos\theta)}$$

$$W_{roz}=-\mu mg d_t\cos\theta+\frac{5}{2}\frac{\mu^2 mg d_t(\cos\theta)^2}{sen\theta-\mu\cos\theta}=-\mu mg d_t\cos\theta(1+\frac{\frac{5}{2}\mu\cos\theta}{sen\theta-\mu\cos\theta})$$

$$W_{roz}=-\mu m g d_t\cos\theta(\frac{\tan\theta-\frac{7}{2}\mu}{\tan\theta-\mu})$$

Validación del resultado:

Con la condición vista en apartado a se ve que si $\theta = \arctan(\frac{7}{2}\mu)$ el trabajo de la fuerza de rozamiento es nulo. Para valores mayores el trabajo es negativo, porque la esfera rueda y desliza. Para valores menores el trabajo de la fuerza de rozamiento aparentemente es positivo, pero realmente en rodadura la fuerza de rozamiento no realiza trabajo, validado en expresión [1].
En el apartado b la energía mecánica se conserva: a medida que va descendiendo la energía potencial pasa a energía cinética de traslación y energía cinética de rotación.
En el apartado c la energía mecánica no se conserva, parte de la energía se pierde: el trabajo de la fuerza de rozamiento es negativo en este caso ya que enunciado indica un ángulo de 60º mayor al valor obtenido en apartado a.
d) Aplicamos que $\Delta E_m = W_{fuerzas no conservativas}$ expresión a la que se puede llegar combinando el teorema de las fuerzas vivas $\Delta E_c = W_{total}$ y la definición de energía potencial $\Delta E_p = -W_{fuerzas conservativas}$
Si llamamos A al punto superior, y B al punto inferior, que por trigonometría al descender 1 m por la rampa estará 1·sen(60º) más abajo, y tomamos referencia de energía potencial en el punto superior, podemos calcular la energía cinética total

$$\Delta E_m = E_m(B) - \cancel{E_m(A)} = E_p(B) + E_c(B) = mg(-1)sen(60^o) + E_c(B) = W_{fuerzas no conservativas}$$

$$E_c(B) = W_{fuerzas no conservativas} + mg\,sen(60^o)$$

Visión simplificada:

$$E_c(B) = -0{,}1mg + mg\,sen(60^o) = mg(sen\,60^o - 0{,}1) \approx 0{,}77\,mg \quad [E_c\,en\,J, m\,en\,kg, g\,en\,m/s^2]$$

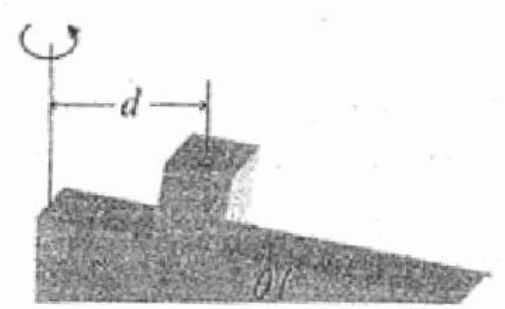
Visión detallada:

$$E_c(B) = -0{,}2mg\,1\cos(60^o)\frac{\tan(60^o) - \frac{7}{2}0{,}2}{\tan(60^o) - 0{,}2} + mg\,sen(60^o) \approx 0{,}799\,mg \quad [E_c\,en\,J, m\,en\,kg, g\,en\,m/s^2]$$

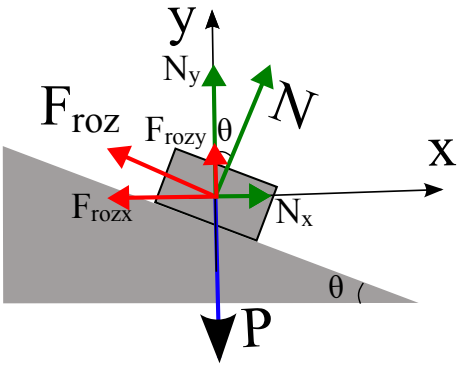
Comentarios:
-El dato del radio de la esfera no se usa
-El dato de la altura de la rampa no se usa

Física

1. Sobre una plataforma inclinada que puede girar en torno a un eje vertical hay un pequeño dado cuyo centro de masas está situado a una distancia d=20 cm del eje.
Si la plataforma gira a razón de 30 rpm y su ángulo de inclinación es θ=5º, determina el coeficiente de rozamiento mínimo necesario para que el dado se mantenga en su lugar sin deslizarse.



Planteamos un diagrama de fuerzas sobre el bloque tomando sistema de referencia inercial
Peso: vertical y hacia abajo, P=mg
Normal: perpendicular a la superficie
Fuerza de rozamiento: se opone a que el cuerpo descienda, hacia arriba paralelo a la plataforma.
Tomamos sistema de referencia con eje x horizontal y eje y vertical



Eje x: $F_{rozx}-N_x=m\omega^2R$
Eje y: $F_{rozy}+N_y-P=0$
$F_{roz}=\mu N$ P=mg
$N_x=N\cdot sen\theta$; $N_y=N\cdot cos\theta$
$F_{rozx}=\mu N cos\theta$; $F_{rozy}=\mu N sen\theta$
Sustituyendo
Eje x: $\mu N cos\theta-N\cdot sen\theta=m\omega^2R \rightarrow N(\mu cos\theta-sen\theta)=m\omega^2R$
Eje y: $\mu N sen\theta+N cos\theta=mg \rightarrow N(\mu sen\theta+cos\theta)=mg$
Dividimos la primera expresión entre la segunda

$$\frac{\mu\cos\theta-sen\theta}{\mu\, sen\theta+\cos\theta}=\omega^2\frac{R}{g}$$

$$\mu\cos\theta-sen\theta=\mu\,\omega^2\frac{R}{g}sen\theta+\omega^2\frac{R}{g}\cos\theta$$

$$\mu=\frac{g\, sen\theta+\omega^2 R\cos\theta}{g\cos\theta-\omega^2 R\, sen\theta}$$

Numéricamente (tomamos g=9,81 m/s² que no es dato)

$$\frac{30\,\cancel{rev}}{1\,\cancel{min}}\cdot\frac{2\pi\, rad}{1\,\cancel{rev}}\cdot\frac{1\,\cancel{min}}{60\,s}=\pi\, rad/s$$

$$\mu=\frac{9{,}81\cdot sen(5^o)+\pi^2 0{,}20\cos(5^o)}{9{,}81\cdot\cos(5^o)-\pi^2 0{,}20\, sen(5^o)}=0{,}29$$

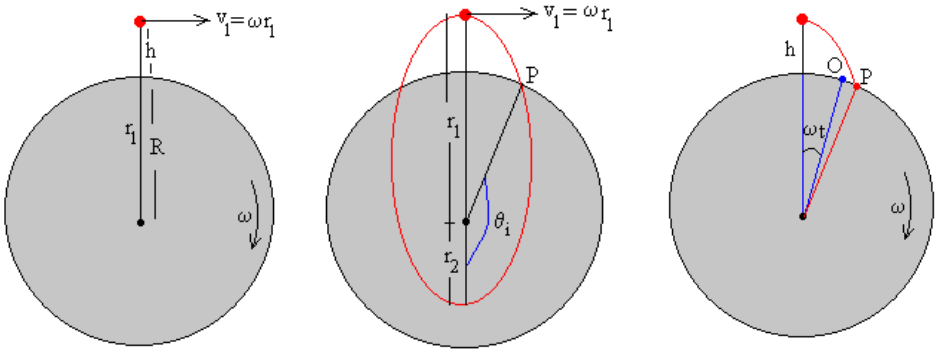
El examen eran dos modelos A y B a elegir uno de los dos, cada uno con 6 preguntas, y el tiempo de realización 3 horas.

FÍSICA Y QUÍMICA. MODELO A

3.- Supongamos una torre de altura h, situada en un punto del ecuador terrestre. Desde su cima se deja caer un objeto que impacta en el suelo. Calcular el lugar del impacto desde el punto de vista de un observador inercial situado en el exterior de la Tierra. ¿Cómo resuelve el problema un observador situado en la base de la torre? Justificar la discrepancia observada. Considerar g constante en módulo y dirección.
(1,5 puntos)

Desviación hacia el este de un cuerpo que cae
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica3/celeste/desviacion/desviacion.html
Desviación hacia el este y hacia el sur de un cuerpo que cae
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica3/celeste/desviacion/desviacion_1.html

Desde el punto de vista de un observador inercial el cuerpo se mueve solo bajo la influencia de la fuerza de la gravedad y por lo tanto describe una "órbita elíptica" que acaba colisionando con la superficie. Pero eso implica no considerar gravedad constante en módulo ni dirección como pide enunciado.



Si g es constante, describe una parábola que colisiona con la superficie.
Si g es constante, entonces h<<R (para un error del 1% tiene que ser un 1% del radio de la Tierra) y asumimos que el tramo de Tierra es aproximadamente horizontal (no planteamos la ecuación de una circunferencia).

El tiempo que tarda en caer en MRUA asumiendo superficie plana es $t=\sqrt{2\frac{h}{g}}$

En ese tiempo el objeto ha recorrido cierta distancia pero la Tierra también: como el punto superior tiene más velocidad, recorre más que la superficie de la Tierra. v=ωR

$$\Delta x = x_{objeto} - x_{Tierra} = v_{objeto}\cdot t_{caída} - v_{Tierra}\cdot t_{caída} = (\omega(R+h)-\omega R)\sqrt{2\frac{h}{g}} = \omega h\sqrt{2\frac{h}{g}}$$

Si se toma de altura 60 m (aproximadamente la de la torre de Pisa), R=6378 km, g=9,81 m/s^2

$$t=\sqrt{2\cdot\frac{60}{9,81}}=3,497\,s \quad \omega=\frac{2\pi}{24\cdot 3600}=7,27\cdot 10^{-5}$$

$$x_{objeto}=7,27\cdot 10^{-5}\cdot(6380\cdot 10^3+60)\cdot 3,497=463,8\cdot 3,497=1,62\cdot 10^3\,m$$

La Tierra gira en su superficie "rápido" y recorre "mucha distancia" en poco tiempo, pero 1,6 km es lo suficientemente pequeño comparado con el perímetro de la Tierra para que la aproximación de suelo plano sea válida.

$$\Delta x = 7,27\cdot 10^{-5}\cdot 60\cdot 3,497 = 1,53\cdot 10^{-2}\,m = 1,53\,cm$$

Si el sistema de referencia no es inercial, en la base de la Torre, hay que incluir fuerzas ficticias además del peso.

- Fuerza centrífuga: en el plano ecuatorial tiene un sentido opuesto a la gravedad, y su módulo es $mv^2/r=m\omega^2 r$ (la fuerza centrífuga varía con el radio, no tiene el mismo valor en el punto inicial r=R+h que en el final r=R)
- Fuerza de Coriolis: asociada a movimiento sobre un sistema de referencia esté girando.
  $\vec{F}_c=-2m(\vec{\omega}\times\vec{v})$
  Como el vector ω apunta hacia el norte (que tomamos como eje z y tomamos plano ecuatorial como xy) si la velocidad respecto al sistema de referencia es la de caída vertical (que podemos decir que es hacia eje y), la fuerza de Coriolis tiene sentido hacia x (que sería hacia el este)
  $$\vec{F}_c=-2m\begin{bmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & 0 & \omega\\ 0 & v_y & 0\end{bmatrix}=2m\omega v_y\vec{i}$$

Verticalmente si planteamos las ecuaciones, tenemos una fuerza g constante y una fuera centrífuga no constante opuesta a la gravedad
$y=r_1-\frac{1}{2}(g-\omega^2 y)t^2$
$v_y=-(g-\omega^2 y)t$
Pero simplificamos porque podemos asumir $g-\omega^2 y \approx g$ constante si h<<R
$$g-\omega^2 r_1=9{,}81-(7{,}27\cdot10^{-5})^2\cdot(6380\cdot10^3+60)=9{,}81-3{,}37\cdot10^{-2}=9{,}78\,m/s^2$$
Planteamos con g, aunque se podría plantear "$g_{efectiva}= g-\omega^2 y$", podemos ver que la variación de tiempo es mínima $t=\sqrt{2\frac{h}{g_{efectiva}}}=\sqrt{2\cdot\frac{60}{9{,}78}}=3{,}503\,s$

$y=r_1-\frac{1}{2}gt^2$
$v_y=-gt$
Ahora en el eje x también tiene aceleración debida a la fuerza de Coriolis
$$2m\omega v_y=m\frac{dv_x}{dt}\Rightarrow 2\omega g t=\frac{dv_x}{dt}\Rightarrow\int_0^t 2\omega g t\,dt=\int_0^v dv_x\Rightarrow\omega g t^2=v_x$$
Integrando de nuevo
$$\omega g t^2=\frac{dx}{dt}\Rightarrow\int_0^t\omega g t^2 dt=\int_0^x dx\Rightarrow\frac{1}{3}\omega g t^3=x$$
Sustituyendo $t=\sqrt{2\frac{h}{g}}$ tenemos $x=\frac{2}{3}\omega h\sqrt{2\frac{h}{g}}$

Justificar la discrepancia observada

La discrepancia observada que es un factor de ⅔. podemos ver $\Delta x_{no\,inercial}=\frac{2}{3}\Delta x_{inercial}$

El resultado debe ser el mismo independientemente del sistema de referencia, y la discrepancia debe surgir de las simplificaciones realizadas. En ambos casos hemos supuesto el suelo plano. El factor ⅔ proviene numéricamente de la integración de la fuerza de Coriolis, y en el caso inercial hemos asumido una parábola en lugar de una elipse. La elipse sería lo real y proviene de plantear la conservación del momento angular con una fuerza central. Si el momento angular de módulo $L=r\cdot m\cdot v_T$ es constante (v_T es la componente tangencial de la velocidad: la velocidad la podemos descomponer en componente radial, que no genera momento y componente tangencial), por lo que cuando el cuerpo baja r es menor y la velocidad tangencial es mayor, lo que implica que la velocidad horizontal es algo mayor y el objeto se desvía realmente más.

Si planteamos la conservación del momento angular, igualando el módulo a su valor inicial

$$r \cdot m \cdot v_T = r_1 \cdot m \cdot \omega r_1 \Rightarrow v_T = \frac{\omega (R+h)^2}{R+h-\frac{1}{2} g t^2}$$

Si planteamos la variación angular entre el punto superior e inferior de la torre

$$\Delta \theta_{objeto} = \int_0^t \omega_{objeto} \cdot dt = \int_0^t \frac{v_T}{r} \cdot dt = \int_0^t \frac{\omega (R+h)^2}{\left(R+h-\frac{1}{2} g t^2\right)^2} \cdot dt = \omega (R+h)^2 \int_0^t \frac{1}{\left(R+h-\frac{1}{2} g t^2\right)^2} dt$$

Es una integral compleja, planteamos una expresión del denominador donde usar R+h >> ½gt^2

$$\left(R+h-\frac{1}{2} g t^2\right)^2 = (R+h)^2 \left(1-\frac{\frac{1}{2} g t^2}{R+h}\right)^2$$

Sustituyendo queda

$$\Delta \theta_{objeto} = \omega \int_0^t \left(1-\frac{\frac{1}{2} g t^2}{R+h}\right)^{-2} dt$$

Si usamos el desarrollo de Taylor y tomamos solo los dos primeros términos
https://www.wolframalpha.com/input?i=taylor+series+%281%2Bx%29%5E%28-2%29&lang=es

$$(1+x)^{-2} = 1-2x+3x-4x \ldots$$

$$\Delta \theta_{objeto} \approx \omega \int_0^t \left(1+\frac{g t^2}{R+h}\right) dt = \omega \left(t-\frac{1}{3} \frac{g}{R+h} t^3\right)$$

$$\Delta \theta_{Tierra} = \omega t$$

Si aproximamos R >>h de modo que $x_{objeto} \approx R \Delta \theta_{objeto}$ y $x_{Tierra} \approx R \Delta \theta_{Tierra}$ y

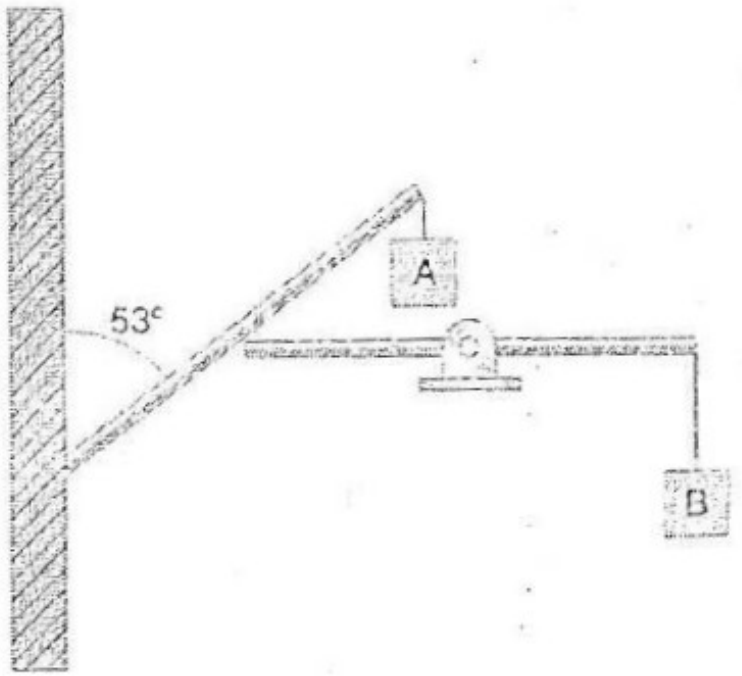
$$\Delta \theta_{objeto} \approx \omega t - \frac{1}{3} \omega \frac{g}{R} t^3 \text{ ¿}$$

$$\Delta x \approx R \left(\Delta \theta_{objeto} - \Delta \theta_{Tierra}\right) = R \left(\omega t - \frac{1}{3} \omega \frac{g}{R} t^3 - \omega t\right) = \frac{1}{3} \omega g t^3$$

Sustituyendo $t = \sqrt{2 \frac{h}{g}}$ tenemos $\Delta x = \frac{2}{3} \omega h \sqrt{2 \frac{h}{g}}$ y ahora ambos planteamientos coinciden.

enrique@fiquipedia.es Revisado 27 agosto 2024.

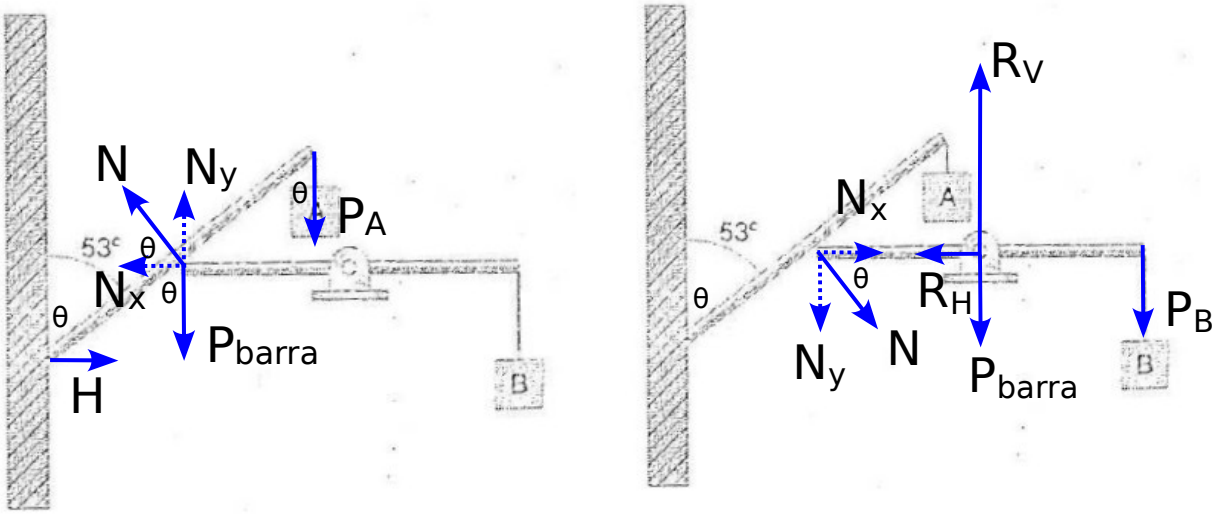
1. El sistema de la figura está constituido por dos barras homogéneas de igual peso y longitud que se encuentran en equilibrio en la posición indicada. El apoyo y el pasador están situados en los puntos medios de las barras respectivas. El peso del bloque A es de 16 kp. No existe rozamiento. Hállese el peso del bloque B que permite el equilibrio y las reacciones en la pared y en el punto de contacto con las dos barras.
(Constrúyase el diagrama de fuerzas del sólido libre en cada una de las barras)



INSTRUCCIONES DE REALIZACIÓN DEL EJERCICIO:
-CADA PROBLEMA SE REALIZARÁ EN UN FOLIO INDEPENDIENTE
-SE ENTREGARÁN TODOS LOS FOLIOS, INCLUIDO EL EXAMEN
-SE PUEDE UTILIZAR CALCULADORA CIENTÍFICA NO PROGRAMABLE
CRITERIOS DE CALIFICACIÓN: Cada problema tiene una puntuación de 2,5 puntos
Problema 1: Diagrama de fuerza: 2 x 0,2 = 0,4 p; peso y reacciones: 3 x 0,7 = 2,1 p.
Total 0,4 + 2,1 = 2,5 puntos

Referencias:
Resuelto y comentado por sleepylavoisier con otros valores y cambiando A y B
http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=3533#p15851
Resuelto por koler en http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?p=40403#p40403

Comenzamos realizando los diagramas de cuerpo libre de cada una de las barras como se pide. Se representa con θ aunque en diagrama de enunciado θ=53º.



En la barra inclinada no se indica fuerza vertical en el punto de apoyo en la pared, solo fuerza H, ya que se indica que no hay rozamiento.
En la barra horizontal ponemos reacciones en el pasador R_V y R_H asignando un sentido arbitrario: si el módulo es negativo indicará que el sentido real es el contrario al asignado inicialmente.
Usamos mismo N en ambas barras: se tratan de fuerzas de acción y reacción entre ambas barras.

Planteamos los equilibrios de rotación y traslación en ambas barras. Usamos L para la longitud de ambas barras.
Expresamos resultados con dos cifras significativas como datos del enunciado (16 kp, 53º)
Aunque kilopondio es poco habitual, el valor de g no es dato del enunciado y no usamos newton; se puede estimar el valor de fuerza en N multiplicando por 9,8 m/s^2.

Barra inclinada. Equilibrio de rotación: tomamos como referencia el punto central lo que elimina la presencia de P_{barra}, desconocida.
$(L/2)H\cdot\cos(\theta)-(L/2)\cdot P_A\cdot\text{sen}(\theta)=0 \rightarrow H\cdot\cos(\theta)=P_A\cdot\text{sen}(\theta) \rightarrow H=P_A\cdot\tan(\theta)=16\cdot\tan(53º)=21{,}2$ kp →
H=21 kp (con 2 cs)

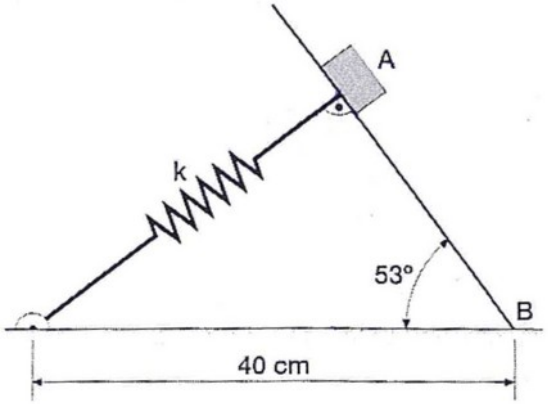
Barra inclinada. Equilibrio de traslación:
Eje x: $H - N\cdot\cos(\theta)=0 \rightarrow N=H/\cos(\theta)=16\cdot\tan(53º)/\cos(53º)=35{,}2$ kp
→ **N=35 kp** (con 2 cs)
Eje y: $N\cdot\text{sen}(\theta)-P_{barra}-P_A=0 \rightarrow P_{barra}=N\cdot\text{sen}(\theta)-P_A=16\cdot\tan(53º)/\cos(53º)-16=19{,}3$ kp
→ P_{barra} = 19,3 kp (con 2 cs, no se pide explícitamente)

Barra horizontal. Equilibrio de rotación: tomamos como referencia el pasador lo que elimina la presencia de R_H y R_V, desconocidas, además de P_{barra}.
$(L/2)\cdot N\cdot\text{sen}(\theta)-(L/2)P_B=0 \rightarrow N\cdot\text{sen}((\theta)-P_B=0 \rightarrow P_B=(16\cdot\tan(53º)/\cos(53º))\cdot\text{sen}(53º)=28{,}2$ kp
→ **P_B=28 kp** (con 2 cs)

Barra horizontal. Equilibrio de traslación:
Eje x: $N\cdot\cos(\theta) - R_H=0 \rightarrow R_H=N\cdot\cos(\theta)=(16\cdot\tan(53º)/\cos(53º))\cdot\cos(53º)=21{,}2$ kp.
→ **R_H=21 kp** (con 2 cs)
Eje y: $R_V-N\cdot\text{sen}(\theta)-P_{barra}- P_B=0 \rightarrow R_V=N\cdot\text{sen}(\theta)+P_B+P_{barra}= (16\cdot\tan(53º)/\cos(53º))\cdot\text{sen}(53º)$
$+19{,}3+28{,}2=75{,}7$ kp → **R_V=76 kp** (con 2 cs)

enrique@fiquipedia.es Revisado 12 julio 2025
CC BY SA

1. Según la figura adjunta, calcúlese la velocidad con la que el bloque de 5 kg de masa alcanza el punto B, si partió de A con velocidad de 10 m/s. El rozamiento se considera despreciable. En A el resorte está sin deformar, siendo su constante elástica k = 0,2 Kp/cm. Resuélvase el ejercicio por balance de energías.



INSTRUCCIONES DE REALIZACIÓN DEL EJERCICIO:
-CADA PROBLEMA SE REALIZARÁ EN UN FOLIO INDEPENDIENTE
-SE ENTREGARÁN TODOS LOS FOLIOS, INCLUIDO EL EXAMEN
-SE PUEDE UTILIZAR CALCULADORA CIENTÍFICA NO PROGRAMABLE
CRITERIOS DE CALIFICACIÓN: Cada problema tiene una puntuación de 2,5 puntos
Problema 1: 2,5 puntos

No es dato y usamos $g=9,81\ m/s^2$

En el diagrama la línea AB solo sirve para indicar la geometría indicando el ángulo recto en el punto A, pero no simboliza una rampa por la que el bloque deslice.

Al no haber rozamiento se conserva la energía mecánica.
En el punto A
$E_{pelástica}=0$
$E_{pgravitatoria}=mg\cdot AB\cdot sen(53º)=5\cdot 9,81\cdot 0,4\cdot cos(53º)\cdot sen(53º)=9,43$ J
$E_c=½mv_A^2=0,5\cdot 5\cdot 10^2=250$ J
En el punto B
$E_{pelástica}=½kx^2=0,5\cdot(0,2\cdot 9,81/0,01)\cdot(0,4-0,4\cdot sen(53º))^2=7,9$ J
$E_{pgravitatoria}=0$
$E_c=½mv_B^2=0,5\cdot 5\cdot v_B^2$
Igualando
$9,43+250=7,9+2,5\cdot v_B^2$

$$v_B=\sqrt{\frac{9,43+250-7,9}{2,5}}=10,08\,m/s$$

Castilla-La Mancha 2015 (reserva discapacidad)
2. Una esfera maciza y homogénea y un cilindro también macizo y homogéneo ruedan sin deslizar por un plano inclinado de 30 m de longitud. Suponiendo que ambos hayan iniciado simultáneamente su movimiento partiendo del reposo desde el punto más elevado del plano, calcúlese qué distancia habrá recorrido uno de ellos cuando el otro llegue al final del mismo.

-CADA PROBLEMA SE REALIZARÁ EN UN FOLIO INDEPENDIENTE
-SE ENTREGARÁN TODOS LOS FOLIOS, INCLUIDO EL EXAMEN
-SE PUEDE UTILIZAR CALCULADORA CIENTÍFICA NO PROGRAMABLE
CRITERIOS DE CALIFICACIÓN: Cada problema tiene una puntuación de 2,5 puntos
Problema 2: 2,5 puntos

Extremadura 2002
PARA LA INTEGRACIÓN POR PRIMERA VEZ EN LAS LISTAS DE ESPERA, se necesita el siguiente requisito:
-Obtener en la citada prueba una puntuación igual o superior a cinco
-O bien, obtener en el ejercicio 1 (1A y 1B) una puntuación igual o superior a cinco

1B.- Una esfera maciza y homogénea y un cilindro también macizo y homogéneo, ruedan, sin deslizar, por un plano inclinado de 10 m de longitud. Supuesto que ambos objetos hayan iniciado simultáneamente su movimiento desde el punto más elevado del plano ¿cuál llegará antes? Calcúlese qué distancia habrá recorrido uno de ellos cuando el otro llegue al final del plano. Despréciese el rozamiento de rodadura.

Parece ser que este problema se puso también en Agregados 1973 y Agregados 1989

http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/solido/plano_inclinado/plano_inclinado.htm

Llamamos h a la altura del plano inclinado.
Planteamos conservación energía:

$$\Delta E_m = 0 \Rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m v_{CM}^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$$

Planteamos condición de rodadura $v_{CM} = \omega \cdot R$

$$\frac{1}{2} m v_{CM}^2 + \frac{1}{2} I \frac{v_{CM}^2}{R^2} = m \cdot g \cdot h$$

Los momentos de inercia son: cilindro I= ½ mR^2 , esfera I=2/5 mR^2
Asumimos que la masa de esfera y de cilindro son iguales, y que los radios son iguales (no se indica explícitamente)

$$\frac{1}{2} \cancel{m} v_{CM\,cilindro}^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{2} \cancel{m} \cancel{R^2} \frac{v_{CM\,cilindro}^2}{\cancel{R^2}} = \cancel{m} \cdot g \cdot h$$

$$\frac{1}{2} \cancel{m} v_{CM\,esfera}^2 + \frac{1}{2} \frac{2}{5} \cancel{m} \cancel{R^2} \frac{v_{CM\,esfera}^2}{\cancel{R^2}} = \cancel{m} \cdot g \cdot h$$

Igualando

$$v^2_{CM\ cilindro}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)=v^2_{CM\ esfera}\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{5}\right)$$

$$v^2_{CM\ cilindro}=\frac{4}{3}\cdot\frac{7}{10}v^2_{CM\ esfera}=\frac{14}{15}v^2_{CM\ esfera}$$

La esfera llega con más velocidad.

Para calcular la distancia recorrida planteamos por dinámica para calcular la aceleración: el movimiento del centro de masas un MRUA

$$m\cdot g\cdot sen(\theta)-F_r=m\cdot a_{CM}$$

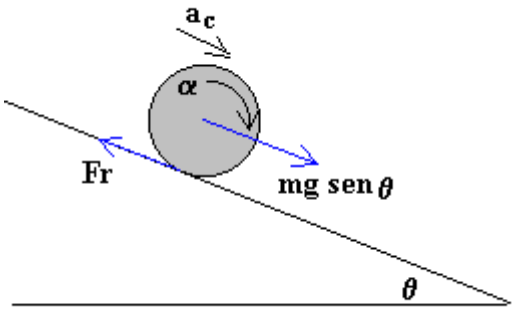
La fuerza de rozamiento es la que produce rodadura

$$M=F_r\cdot R=I\cdot\alpha\Rightarrow F_r=I\cdot\frac{\alpha}{R}$$

Condición de rodadura $a_{CM}=\alpha\cdot R$

Combinamos

$$m\cdot g\cdot sen(\theta)=I\frac{a_{CM}}{R^2}+m\cdot a_{CM}$$



Física con ordenador, Ángel Franco

Planteamos para cilindro y esfera con sus momentos de inercia

$$\cancel{m}\cdot g\cdot sen(\theta)=\frac{1}{2}\cancel{m}\cancel{R^2}\frac{a_{CM}}{\cancel{R^2}}+\cancel{m}\cdot a_{CM\ cilindro}\Rightarrow a_{CM\ cilindro}=\frac{2}{3}g\cdot sen(\theta)$$

$$\cancel{m}\cdot g\cdot sen(\theta)=\frac{2}{5}\cancel{m}\cancel{R^2}\frac{a_{CM}}{\cancel{R^2}}+\cancel{m}\cdot a_{CM\ esfera}\Rightarrow a_{CM\ esfera}=\frac{5}{7}g\cdot sen(\theta)$$

Como sabemos que la esfera llega antes, calculamos el tiempo que tarda al ser MRUA

$$s_{total}=\frac{1}{2}a_{CM\ esfera}t^2_{esfera}\Rightarrow t_{esfera}=\sqrt{\frac{2\,s_{total}}{\frac{5}{7}g\cdot sen(\theta)}}$$

Con ese tiempo calculamos lo que ha recorrido el cilindro

$$s_{cilindro}=\frac{1}{2}a_{CM\ cilindro}t^2_{esfera}=\frac{1}{2}\frac{2}{3}\cancel{g\cdot sen(\theta)}\cdot\frac{2\,s_{total}}{\frac{5}{7}\cancel{g\cdot sen(\theta)}}=\frac{1}{\cancel{2}}\cdot\frac{\cancel{2}}{3}\cdot\frac{7}{5}\cdot 2\cdot s_{total}=\frac{14}{15}s_{total}$$

Castilla-La Mancha 2015: $s_{cilindro}=14\cdot30/15=28$ m
Extremadura 2002: $s_{cilindro}=14\cdot10/15=9{,}33$ m

Enunciado no dice explícitamente una distancia, dice "distancia habrá recorrido uno de ellos cuando el otro llegue al final del plano", luego también tenemos que calcular la distancia recorrida por la esfera cuando el cilindro llega, que será más de los la longitud del plano inclinado.

De manera análoga, cuando el cilindro llega al final del plano, la esfera distancia recorrida por la esfera es

$$s_{esfera}=\frac{1}{2}a_{CM\ esfera}t^2_{cilindro}=\frac{1}{2}\frac{5}{7}\cancel{g\cdot sen(\theta)}\cdot\frac{2\,s_{total}}{\frac{2}{3}\cancel{g\cdot sen(\theta)}}=\frac{1}{2}\cdot\frac{5}{7}\cdot\frac{3}{2}\cdot 2\cdot s_{total}=\frac{15}{14}s_{total}$$

Castilla-La Mancha 2015: $s_{esfera}=16\cdot30/14=32{,}1$ m
Extremadura 2002: $s_{esfera}=15\cdot10/14=10{,}71$ m

enrique@fiquipedia.es Revisado 17 enero 2021
CC BY SA

PRUEBA DE CARÁCTER PRÁCTICO PARA INGRESO AL CUERPO DE PROFESORES DE ENSEÑANZA SECUNDARIA DE FÍSICA Y QUÍMICA. BADAJOZ, 20 DE JUNIO DE 2015

FÍSICA

1. Un depósito cilíndrico tiene una altura de 1,5 metros y el radio de su base es 0,85 metros. Su masa vacío es 3 kg. Este depósito vacío, en posición vertical, y abierto por su parte superior, se deslizaba sin rozamiento sobre una superficie horizontal, con movimiento rectilíneo y velocidad constante de 2,7 km/h. En cierto instante, empezó a caer una lluvia perpendicular a la superficie sobre la que el depósito se movía. De forma constante caían 2 litros de agua por m^2 cada hora, y el depósito durante su movimiento estuvo bajo esa lluvia.
Supongamos que en todo momento (antes de llover y durante la lluvia), en la dirección del movimiento del depósito no existiera fuerza alguna actuando sobre el depósito. En ese supuesto, realice usted los cálculos necesarios para contestar a las siguientes preguntas:
a. ¿Cuál sería la ecuación que expresaría la velocidad del depósito en función del tiempo, desde que empieza a llover hasta que se llena de agua, de forma que la velocidad quede expresada en m/s? (0,5 puntos)
b. ¿Cuál sería la ecuación de la posición en función del tiempo, desde que empieza a llover hasta que se llena de agua, de forma que la posición quede expresada en metros? (0,3 puntos)
c. ¿Cuál sería el valor de la velocidad del depósito, expresada en m/s, justo en el momento en que éste se llenó totalmente de agua? (0,2 puntos)
Datos: Π= 3,14 ; d_{agua} = 1 g/mL = 1 g/cm^3.

El dato del enunciado de π=3,14 (que hubiera sido más lógico como π≈3,14) lo interpretamos como considerar en los cálculos tres cifras significativas.
a) Como no actua ninguna fuerza en la dirección del movimiento, se frena por conservación de momento lineal, ya que se va incorporando masa que no lleva velocidad horizontal.
Llamamos M a la masa del cilindro, que inicialmente va a v_0=2,7 km/h=0,75 m/s
Como p=cte, $p_{inicial}=p_{final}$, y se puede plantear de dos maneras equivalentes:
--Inicialmente tenemos masa M a velocidad v_0 y ahí está todo el momento lineal inicial, por lo que llamando m a la masa en un instante t, podemos plantear directamente $M \cdot v_0 = m \cdot v$
--En un instante de tiempo cualquiera, tenemos una masa m a velocidad v, y al incorporarse una gota de agua de masa dm y velocidad horizontal 0, la velocidad horizontal variará en dv.
Planteamos dv como positivo, de modo que un valor negativo suponga que la velocidad disiminuye.
$m \cdot v = (m+dm)(v+dv)$

$$\cancel{m \cdot v} = \cancel{m \cdot v} + dm \cdot v + m \cdot dv + dm \cdot dv$$

(despreciando el término dmdv)

$$-dm \cdot v = m \cdot dv \Rightarrow -\frac{dm}{m} = \frac{dv}{v} \Rightarrow \int_M^m \frac{-dm}{m} = \int_{v_0}^v \frac{dv}{v} \Rightarrow \ln\left(\frac{M}{m}\right) = \ln\left(\frac{v}{v_0}\right) \Rightarrow \frac{M}{m} = \frac{v}{v_0} \Rightarrow M \cdot v_0 = m \cdot v$$

De ambas maneras se obtiene la misma expresión $M \cdot v_0 = m \cdot v$
Como se pide velocidad, tenemos $v = \frac{M \cdot v_0}{m}$
Necesitamos una expresión en función del tiempo; expresamos cómo varía la masa de agua en función del tiempo.
La superficie de la base del cilindro es $S=\pi \cdot r^2=\pi \cdot 0{,}85^2=2{,}27\ m^2$
La tasa de llenado que llamamos T es $T = \frac{2\cancel{L}}{\cancel{m^2} \cdot \cancel{h}} \cdot \frac{1\,kg}{\cancel{L}} \cdot \frac{1\,\cancel{h}}{3600\,s} \cdot 2{,}27\,\cancel{m^2} = 1{,}26 \cdot 10^{-3}\,kg/s$
Como la tasa de llenado es constante, la masa del cilindro a lo largo del tiempo es

$m_{total}=m_{inicial}+T\cdot t=3+1{,}26\cdot 10^{-3}\cdot t$

Sustituyendo

$$v=\frac{M\cdot v_0}{M+T\cdot t}[v\,en\,m/s,t\,en\,s]$$

Validación física:

Si t=0, v=v_0

Si t=∞, v=0.

Sustituyendo valores

$$v=\frac{2{,}25}{3+1{,}26\cdot 10^{-3}\cdot t}[v\,en\,m/s,t\,en\,s]$$

b) Como nos piden ecuación posición y tenemos ecuación de velocidad planteamos v=dx/dt

$$\frac{dx}{dt}=\frac{M\cdot v_0}{M+T\cdot t}\Rightarrow dx=\frac{M\cdot v_0}{M+T\cdot t}\,dt\Rightarrow\int_0^x dx=\int_0^t\frac{2{,}25}{3+1{,}26\cdot 10^{-3}\cdot t}\,dt$$

$$x=\frac{M\cdot v_0}{T}\ln\left(\frac{M+T\cdot t}{M}\right)=\frac{M\cdot v_0}{T}\ln\left(1+\frac{T}{M}t\right)$$

Validación física:

Si t=0, x=0

Si T=0, x=v_0·t (es una indeterminación, pero realizando aproximación series de Taylor, ln(1+x)≈x, luego $x\approx v_0\frac{M}{T}\left(\frac{T}{M}t\right)=v_0 t$)

Sustituyendo los valores tenemos

$$x=1{,}78\cdot 10^3\ln\left(1+4{,}2\cdot 10^{-4}t\right)[x\,en\,m,t\,en\,s]$$

c) Calculamos el tiempo que tarda en llenarse,

El volumen total del cilindro es S·h=2,27·1,5=3,41 m^3 y como se llena de agua, supone $3{,}41\cdot 10^3$ kg de agua un vez lleno.

Como sabemos la tasa de llenado

$$m_{agua}=T\cdot t\Rightarrow 3{,}41\cdot 10^3=1{,}26\cdot 10^{-3}\cdot t\Rightarrow t=\frac{3{,}41\cdot 10^3}{1{,}26}\cdot 10^{-3}=2{,}70\cdot 10^6\,s\approx 752\,h$$

Sustituyendo en la ecuación de velocidad

$$v\left(t=2{,}7\cdot 10^6\right)=\frac{2{,}25}{3+1{,}26\cdot 10^{-3}\cdot 2{,}7\cdot 10^6}=6{,}6\cdot 10^{-4}\,m/s$$

Disgresión final adicional: ¿sería válido un planteamiento de conservación de energía en lugar de con conservación de momento lineal?

Un problema se puede resolver con varios planteamientos, y si son completos y correctos deben llevar al mismo resultado, por lo que comento esta pregunta que considero interesante: si se plantea el "teorema de las fuerzas vivas", y que dado que las fuerzas externas no realizan trabajo, la variación de energía cinética es nula y no hay variación de energía cinética, lo que lleva a ½M·v_0^2=½m·v^2 y lleva a M·v_0^2=m·v^2, que es distinto a lo obtenido con momento lineal M·v_0=m·v, a cuando planteamientos distintos deben llevar a lo mismo, por lo que uno de los dos planteamientos no es completo y/o correcto.

La energía se conserva (es la definición de energía, no una propiedad), pero no se tiene por qué conservar la energía cinética. Quizá se puede pensar que el agua que va cayendo almacena energía potencial, pero la situación física no depende de la sección del recipiente y por lo tanto tampoco de la altura a la que está el agua; se podría pensar en que las gotas de agua están en el suelo y se "recogen" sin que ganen energía potencial.

La "incorporación" de la masa de las gotas a la masa del recipiente supone un choque, y se puede visualizar fácilmente que es inelástico si la gotas se incorporan "chocando frontalmente con el

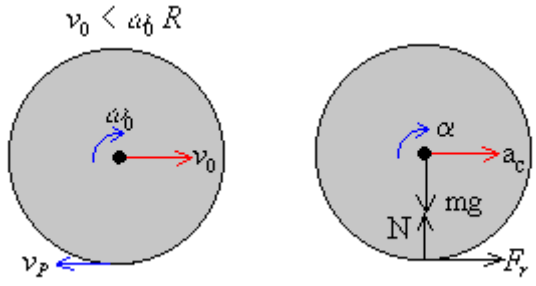
recipiente según avanza". Si las gotas chocan con el recipiente desde arriba, lateralmente a su trayectoria, parece un poco más raro de entender que supongan una fuerza que lo frene. Como no hay rozamiento se puede asimilar el movimiento rectilíneo del recipiente sobre el plano al movimiento en el vacío; si las gotas chocando lateralmente no lo desvían, además de la fuerza de cada gota en el impacto/incorporación hay fuerza del suelo sobre el recipiente para que no se desvíe. Se ve que hay más fuerzas externas que están actuando cuando las gotas se incorporan.
El resumen de esta disgresión es que es equivalente a que los choques de las gotas de agua sean inelásticos y no se conserve la Ec, por lo que no se puede usar conservación de Ec.
Una referencia de Ángel Franco
Dinámica de la partícula y de los sistemas de partículas. La lluvia que cae en un vagón de ferrocarril
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica3/dinamica/lluvia/lluvia.html
"Tenemos una situación equivalente, cuando un cuerpo de masa m_0 que lleva una velocidad inicial v_0 choca inelásticamente con pequeño cuerpo de masa Δm en reposo.
Se cita Lapidus I. R. Problem: the rain in the plain falls mainly on the train. Am. J. Phys. 53 (7) July 1985, Enunciado pág 644, solución pág 697.

2. Un cilindre massís, de massa i radi coneguts, que gira amb una velocitat angular ω_0, respecte a l'eix de simetria que passa pel centre de les seues bases, es deposita suaument sobre la superfície d'una carretera horitzontal. A partir d'aquest moment el cilindre recorre certa distància durant la qual s'escalfa el cilindre, la superfície i l'aire que els envolta, fins que comença a rodar sense lliscar.
Es demana:
a) Dibuixe les forces que s'exerceixen sobre el cilindre al llarg d'aquesta distància, identificant el parell acció-reacció de cadascuna d'elles.
b) Trobe l'expressió per calcular aquesta distància en funció de les dades conegudes i aplique-la per als següents valors:
Velocitat angular incial, ω_0= 1000 r.p.m. ; Radi del cilindre, R= 20 cm
Massa del cilindre, m = 2 kg ; Coeficient de fregament, μ=0,4
Considere que el coeficient de fregament de lliscament, μ, es conegut i roman constant al llarg d'aquesta distància.

2. Un cilindro macizo, de masa y radio conocidos, que gira con una velocidad angular ω_0, respecto al eje de simetría que pasa por el centro de sus bases, se deposita suavemente sobre la superficie de una carretera horizontal. A partir de este momento el cilindro recorre cierta distancia durante la cual se calienta el cilindro, la superficie y el aire que los rodea, hasta que empieza a rodar sin deslizar.
Se pide:
a) Dibuje las fuerzas que se ejercen sobre el cilindro a lo largo de esta distancia, identificando el par acción-reacción de cada una de ellas.
b) Encuentro la expresión para calcular esta distancia en función de los datos conocidos y aplíquela para los siguientes valores:
Velocidad angular inicial, ω_0 = 1000 r.p.m. ; Radio del cilindro, R = 20 cm
Masa del cilindro, m = 2 kg; Coeficiente de rozamiento, μ = 0,4
Considere que el coeficiente de rozamiento de deslizamiento, μ, es conocido y permanece constante a lo largo de esta distancia.

Referencias:
-Resuelto por sleepylavoisier en http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=3585
-Equilibro entre el movimiento de traslación y el movimiento de rotación (I)
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/solido/mov_general/equilibrio/equilibrio.htm

a) Una vez que está apoyado, las fuerzas que se ejercen sobre el cilindro y el par acción reacción son:
-Peso: ejercicio por la Tierra sobre el cilindro. Reacción: fuerza gravitatoria del cilindro sobre la Tierra.
-Normal: fuerza que el suelo ejerce sobre el cilindro. Reacción: fuerza que el cilindro ejerce sobre el suelo, y que en caso de que el suelo no fuese rígido lo deformaría.

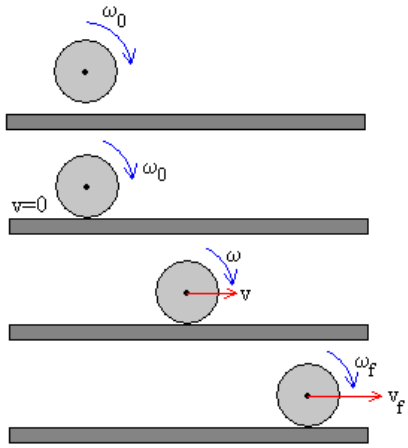


Física con ordenador, Ángel Franco

-Fuerza de rozamiento: ejercida por el suelo sobre el cilindro cilindro. Reacción: fuerza que el cilindro ejerce sobre el suelo. La fuerza de rozamiento es tal siempre se opone al movimiento del objeto en la zona de contacto, que en este caso es hacia la izquierda, por lo que la fuerza de rozamiento es hacia la derecha, lo que puede parecer contraituitivo, pero al mismo tiempo la intución nos dice que al dejar el cilindro se moverá hacia la derecha, y dado que la inercia no es una

fuerza y normal y peso no realizan trabajo, al mismo tiempo se puede ver intuitivamente que la fuerza de rozamiento debe ser hacia la derecha en el diagrama.
>Como enunciado dice que se caliente el aire, también podría considerarse que se ejerce por el aire y sobre el aire, que ignoramos, simplemente el aire se calienta tomando calor del cilindro y del suelo.

b) Se indica "se deposita suavemente", luego la velocidad inicial del centro de masas, $v_0=0$, y podemos razonar cualitativamente:
-Si no hubiera rozamiento, el cilindro giraría idefinidamente sobre el mismo sitio
-Con rozamiento y deslizamiento, el cilindro "patinará" y perderá energía por rozamiento, lo que hará que disminuya su velocidad de giro. La fuerza de rozamiento a nivel de traslación hace avanzar el cilindro hacia la derecha, y a nivel de rotación disminuye su velocidad de giro.
-"Con rozamiento sin deslizamiento", se puede considerar que hay rozamiento como tal sino fuerza de rodadura, el cilindro avanza a velocidad constante, tanto velocidad de traslación del centro de masas como velocidad de rotación, ya que ambas son constantes y están relacionadas con la condición de rodadura.



Física con ordenador, Ángel Franco

Planteamos la situación inicial, hay deslizamiento y no se cumple la condición de rodadura
Hay rozamiento y aplicando 2ª ley Newton en eje y $F_r=\mu N=\mu m g$

Traslación: $m\cdot a_{CM}=\mu m g \Rightarrow \frac{d v_{CM}}{dt}=\mu g \Rightarrow v_{CM}=\mu g t$

El centro de masas tiene aceleración constante, describe un MRUA con a>0.

Rotación: $M_{CM}=I_{CM}\cdot\alpha \Rightarrow -\mu \cancel{m} g\cdot \cancel{R}=\frac{1}{2}\cancel{m}R^{\cancel{2}}\frac{d\omega}{dt}\Rightarrow d\omega=-2\mu\frac{g}{R}dt\Rightarrow\omega=\omega_0-2\mu\frac{g}{R}t$

El cilindro describe un MCUA con α<0.
La velocidad del punto de contacto con la superficie es la suma de la velocidad de traslación, que va aumentando, y la velodidad de rotación, que es negativa y que va disminuyendo. $v_P=v_{CM}-\omega R$
Cuando se cumple la condición de rodadura, la velocidad de traslación del punto de contacto es igual a la velocidad de rotación, y la velocidad del punto de contacto es nula. Puede parecer contraituitivo pero la condición de rodadura sin deslizar implica que en cada vuelta completada se recorre una circunferencia $v_{CM}=\frac{2\pi R}{T}=\omega R$ que operando lleva a $0=v_{CM}-\omega R$

Como una aumenta y otra disminuye, llega un momento en el que se igualan, y a partir de ese momento comienza a rodar sin deslizar.
En el momento en el que se igualan

$$v_{CM}-\omega R=0\Rightarrow\mu g t-(\omega_0-2\mu\frac{g}{R}t)R=0\Rightarrow\mu g t+2\mu g t=\omega_0 R\Rightarrow t=\frac{\omega_0 R}{3\mu g}$$

Como se nos pide distancia recorrida y se trata d eun MRUA $s=\frac{1}{2}a_{CM}t^2=\frac{1}{2}\mu g\left(\frac{\omega_0 R}{3\mu g}\right)^2$

Con valores numéricos $s=\frac{1}{2}0{,}4\cdot 9{,}8\left(\frac{1000\frac{\cancel{rev}}{\cancel{min}}\frac{2\pi\, rad}{1\,\cancel{rev}}\frac{1\,\cancel{min}}{60\,s}0{,}20}{3\cdot 0{,}4\cdot 9{,}8}\right)^2=6{,}2\,m$

Usamos g=9,8 m/s² que no es dato, y expresamos resultado con 2 cifras significativas.

enrique@fiquipedia.es Revisado 4 marzo 2016
CC BY

(Se incluye el enunciado original tomado de las oposiciones, aunque en el año 2014 no dejaron sacar el enunciado a los opositores. Enunciado muy similar a Fisica Universitaria 12ª. Edicion Sears, Zemansky Vol. 1, Problema 6.102. Libro
https://archive.org/details/FisicaUniversitaria12va.EdicionSearsZemanskyVol.1
Creative Commons license: CC0 1.0 Universal
https://archive.org/stream/FisicaUniversitaria12va.EdicionSearsZemanskyVol.1/SearsZemanskyFisicaUniversitaria12va.Ed.Vol.1#page/n233/mode/2up/search/6.102)
>En la fase local de la olimpiada de física de 2016 hay un problema similar asociado a propagación de errores

FÍSICA Y QUÍMICA

Han de resolverse los cuatro problemas, cada uno delos cuales se calificará de 0 a 10 puntos. En caso de tener varios apartados la calificación de cada uno de ellos será la que figure en el texto y de no figurar se entenderá el mismo valor para todos. La calificación del ejercicio será la correspondiente a la media de las puntuaciones obtenidas en cada uno de los problemas.

CRITERIOS DE CORRECCIÓN

Por cada falta de ortografía se deducirá medio punto de la calificación del ejercicio, salvo en el caso de tildes en cuyo caso se reducirá 0,25. Cuando se repita la misma falta de ortografía, se contará como una sola.
En los problemas se valorará la adecuada estructuración y el rigor en el desarrollo de su resolución y la inclusión de pasos detallados así como la realización de diagramas, dibujos y esquemas. Se tendrá especial rigor en la identificación de los principios y leyes físicas involucradas, la corrección de los resultados numéricos, el uso correcto de unidades, así como con los errores en la formulación, nomenclatura y lenguaje químico.

3.- Un avión en vuelo está sujeto a una fuerza de rozamiento cuya magnitud puede expresarse así:

$$F=\alpha v^2+\beta/v^2$$

donde α y β son constantes características de cada avión y v la velocidad del avión respecto al aire. El primer término representa la resistencia parásita que aumenta con la velocidad y el segundo la resistencia inducida o de arrastre responsable de la sustentación del avión.
Para un pequeño avión de un solo motor en el que $\alpha = 0{,}28\ N\cdot s^2\cdot m^{-2}$ y $\beta = 3{,}1\cdot 10^5\ N\cdot m^2\cdot s^{-2}$, calcule para una cantidad dada de combustible y considerando velocidad de crucero constante:
a) (5 puntos) La rapidez en km/h a la que este avión consigue el alcance máximo.
b) (5 puntos) La rapidez en km/h con la que el avión permanecerá el mayor tiempo en vuelo.

Como enunciado indica velocidad constante, se tiene que la aceleración es cero; asumimos la situación ideal de que es constante en todo momento: el avión no acelera ni frena, arranca directamente con esa velocidad y se detiene bruscamente cuando se le agota el combustible.
Podemos plantear utilizando la segunda ley de Newton

$$F_{motor}-F_{rozamiento}=0\Rightarrow F_{motor}=\alpha v^2+\frac{\beta}{v^2}$$

Al ser velocidad es constante en todo momento, es un MRU, y podemos relacionar alcance y tiempo de vuelo x=v·t, pero no se puede pensar que el apartado b no tendría sentido ya que alcance máximo de apartado a implicaría tiempo de vuelo máximo en apartado b; en cada apartado son velocidades a priori distintas que dependerán de cómo se ha gastado en cada caso "una cantidad dada de combustible"
Para resolver los dos problemas, el objetivo a conseguir expresar la variable para la que se pide el máximo (distancia recorrida en apartado a y tiempo de permanencia en el aire) en función de la velocidad (sería expresar $x_{total\ recorrida}=f(v)$ y $t_{total\ vuelo}=f(v)$) quedando en función de la cantidad de combustible de partida, luego derivar respecto a v, y buscar el máximo. También es posible expresar una función f(x,t,v) y luego derivar respecto a v.
Una idea básica es cómo interviene "una cantidad dada de combustible", para la que no se indica a qué ritmo se gasta. Una cantidad de combustible (c) tiene asociada una cantidad fija de energía ($E_{combustible}$) (podríamos pensar en que es una cantidad fija en kg ó L y tiene una entalpía dada en en kJ/mol), que supone realizar una cantidad de trabajo de propulsión $c\propto E_{combustible}$ (podríamos usar una constante k para indicar la relación de proporcionalidad e indicar $k\cdot c=E_{combustible}$).
El trabajo realizado por el combustible será de manera general $E_{combustible}=W_{motor}=\int_0^{x_{máx}} F_{motor}\,dx$ ya que a priori podríamos no asumir que la fuerza del motor es constante.

La fuerza del motor debe igualar la fuerza de rozamiento siempre para que la aceleración sea cero y la velocidad sea constante, lo que implica que la fuerza del motor es constante, al ser la fuerza de rozamiento independiente de la masa y solamente depender de la velocidad.
Eso no implica que el combustible se gaste a un ritmo constante si la masa del avión varía; cualitativamente se puede ver que a medida que se gaste combustible la masa total (avión más combustible) será menor y se gastará el combustible a menor ritmo en la propulsión. Pero el hecho de que la masa del avión varíe o no no afecta al hecho de que la fuerza de motor sea constante (para la expresión de fuerza de rozamiento dada y asumiendo velocidad constante); solamente afectaría al ritmo al que se gasta el combustible, cosa que no se pide.
a) Prescindiendo según lo comentado de consideraciones sobre si la masa del avión es constante o varía según se va consumiendo combustible, realizamos el planteamiento sabiendo la fuerza que ejerce el motor es constante durante todo el vuelo, por lo que podemos expresar

$$E_{combustible} = W_{motor} = F_{motor} \cdot x_{máx}$$

Sustituyendo, tenemos

$$\frac{E_{combustible}}{x_{máx}} = \alpha v^2 + \frac{\beta}{v^2} \Rightarrow x_{máx} = \frac{k \cdot c}{\alpha v^2 + \frac{\beta}{v^2}}$$

$$\frac{d x_{máx}}{dv} = 0 = k \cdot c \cdot (-1) \left(\alpha v^2 + \frac{\beta}{v^2}\right)^{-2} \left(2\alpha v - 2\frac{\beta}{v^3}\right)$$

Para que el producto sea cero, uno de los dos términos o ambos deben ser cero, pero el primero no puede serlo. Igualamos el segundo

$$0 = 2\alpha v - 2\frac{\beta}{v^3} \Rightarrow v^4 = \frac{\beta}{\alpha} \Rightarrow v = \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\frac{1}{4}} = \left(\frac{3{,}1 \cdot 10^5}{0{,}28}\right)^{\frac{1}{4}} \approx 32{,}4\, m/s \approx 117\, km/h$$

Usamos dos cifras significativas en el resultado, como en el enunciado.
b) El planteamiento es similar, solamente que ahora, al ser MRU, x=v·t, luego planteamos

$$\frac{E_{combustible}}{v \cdot t_{máx}} = \alpha v^2 + \frac{\beta}{v^2} \Rightarrow t_{máx} = \frac{k \cdot c}{v\left(\alpha v^2 + \frac{\beta}{v^2}\right)}$$

$$\frac{d t_{máx}}{dv} = 0 = k \cdot c \cdot (-1) \left(v\left(\alpha v^2 + \frac{\beta}{v^2}\right)\right)^{-2} \left(\alpha v^2 + \frac{\beta}{v^2} + v\left(2\alpha v - 2\frac{\beta}{v^3}\right)\right)$$

Para que el producto sea cero, uno de los dos términos o ambos deben ser cero, pero el primero no puede serlo. Igualamos el segundo

$$\alpha v^2 + \frac{\beta}{v^2} = -2\alpha v^2 + 2\frac{\beta}{v^2} \Rightarrow 3\alpha v^2 = \frac{\beta}{v^2} \Rightarrow v^4 = \frac{\beta}{3\alpha} \Rightarrow v = \left(\frac{\beta}{3\alpha}\right)^{\frac{1}{4}} = \left(\frac{3{,}1 \cdot 10^5}{3 \cdot 0{,}28}\right)^{\frac{1}{4}} \approx 24{,}6\, m/s \approx 89\, km/h$$

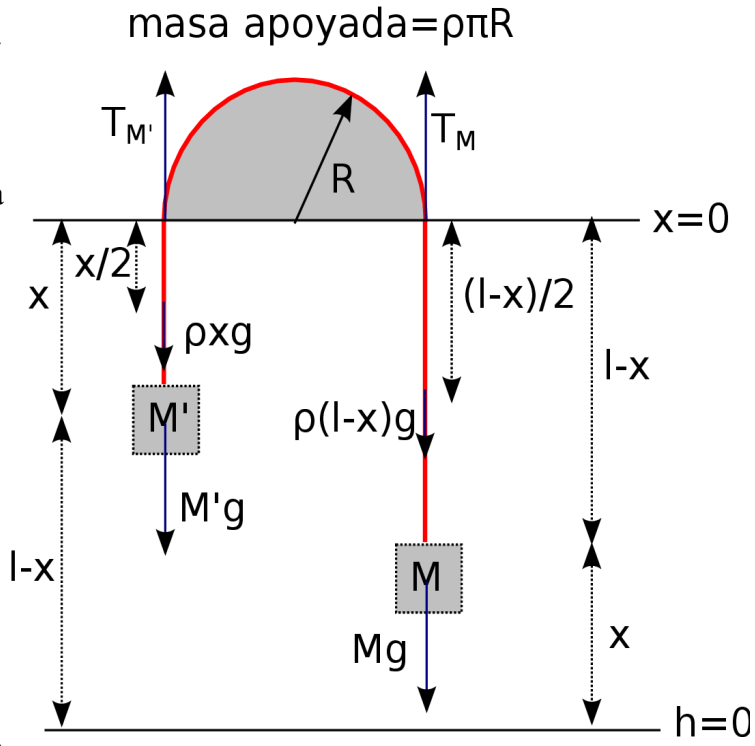
Validaciones:
No hemos comprobado explícitamente si son máximos o mínimos; siendo estrictos habría que hacer la segunda derivada y comprobar si es mayor o menor que cero.
A nivel dimensional con los datos dados, se puede ver que para obtener una velocidad debe haber una relación con la raíz cuarta del cociente entre beta y alfa.

enrique@fiquipedia.es Revisado 16 mayo 2016

1. Sobre la garganta de una polea de radio R se coloca un hilo flexible de longitud l+πR de densidad ρ. En los extremos del hilo cuelgan dos masas M y M'. La mayor de ellas M', se encuentra, al principio, en su posición más alta (x=0, medida desde el diámetro horizontal de la polea) y desciende hasta su posición más baja (x=l), a la que llega con una velocidad v. Calcular, en función de la posición de la masa M':
a) La aceleración suponiendo que la polea no tiene masa ni existe rozamiento en ella.
b) La velocidad y las tensiones del hilo en los puntos extremos A y B del diámetro horizontal de la polea. ¿Cuál es el valor de la velocidad v con que la masa M' llega a su posición más baja?

a) Calcular la aceleración en este caso se puede hacer con dos planteamientos:
Planteamiento dinámico: La polea no tiene masa, no tiene momento de inercia y no podemos relacionar aceleración angular de polea con aceleración lineal; puede que la polea gire y el hilo con ella ó que la polea esté inmóvil y el hilo deslice sobre la polea sin rozamiento, pero eso no aporta información a resolver el movimiento de las masas y el hilo. De hecho, es más práctico visualizarlo como que es media polea que no gira, y lo único que aporta al problema es curvatura al trozo de el hilo apoyado sobre esa media polea.

M'>M: gira en sentido contrario a agujas del reloj

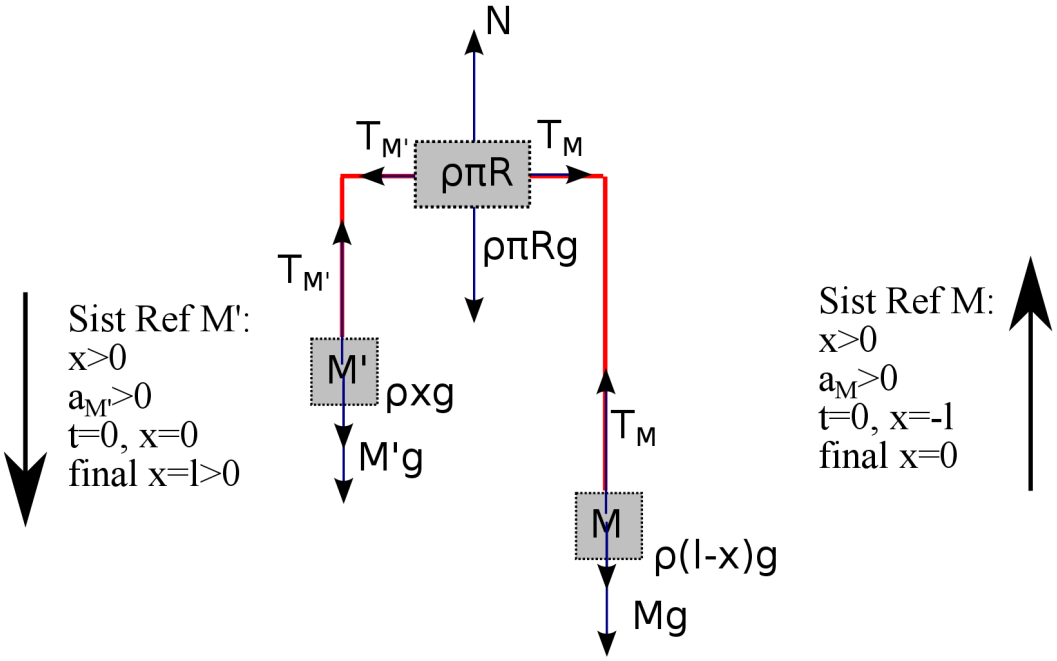


Sin embargo sí que hay que tener en cuenta que el hilo sí tiene masa, y sobre todo, que el tramo de hilo curvo y apoyado también tiene masa.
Se indica densidad ρ, pero asumimos que es densidad lineal.
No se indica explícitamente, pero asumimos grosor despreciable e indeformable – inextensible.
Tomamos en diagrama criterio de signos para M' y M, sabiendo que al ser el hilo indeformable $a_{M'}=a_M=a$
Como ρ=masa/longitud, masa de un trozo de hilo longitud x será ρ·x
El trozo de hilo de longitud πR apoyado sobre la polea:
-Sí contribuye a la masa total que hay que acelerar (si la R fuera infinito, habría que acelerar un trozo de hilo muy pesado y las masas no se moverían!).
No se puede "despreciar" totalmente la polea como si R fuese cero!
- No contribuye a que acelere más deprisa ya que está apoyado de manera simétrica y las partes que tiran hacia abajo se compensan con las partes que tiran hacia arriba. Si fuera una figura no simétrica, como un triángulo escaleno, sí habría que tenerlo en cuenta. En este caso se puede pensar que es equivalente a una cadena que está apoyada no sobre una polea sino sobre un trozo de mesa sin rozamiento de longitud πR; aporta masa que hay que acelerar.
Los trozos de hilo a cada lado verticales si tienen pesos que contribuyen a la aceleración.

enrique@fiquipedia.es Revisado 16 mayo 2016

Cuerda indeformable:
$a=a_{M'}=a_M$(según criterio signos diagrama)
Tensión igual en extremos cuerda, pero no $T_{M'}=T_M$

Sist Ref masa apoyada: a>0
Cuerpo "no varía posición" ya que desliza
aporta masa a tramo cuerda de M' y retira masa tramo cuerda M



Aplicamos 2ª ley de Newton a cada uno de los tres cuerpos, (consideramos hilo y tramo de hilo vertical hasta polea el mismo cuerpo)

*Para M' y su tramo de hilo vertical (1ª, la más elevada, eje x vertical, dirigido hacia abajo ya que es la masa mayor)

$$M'g+\rho xg-T_{M'}=(M'+\rho x)a$$

*Para M y su tramo de hilo vertical (2ª, la más baja, eje x vertical, dirigido hacia arriba ya que la masa es la menor):

$$T_M-Mg-\rho(l-x)g=(\rho(l-x)+M)a$$

*Para el tramo apoyado

$$T_{M'}-T_M=(\rho\pi R)a$$

Sumando las dos primeras expresiones y restando la tercera:

$$M'g+\rho xg-Mg-\rho(l-x)g=(M'+\rho l+M-\rho\pi R)a$$

$$a=g\frac{(M'+\rho x-M+\rho(l-x))}{M'+M+\rho(l+\pi R)}$$

$$a=g\frac{(M'+\rho x-M-\rho l+\rho x)}{M'+M+\rho(l+\pi R)}$$

$$a=g\frac{(M'-M+\rho(2x-l))}{M'+M+\rho(l+\pi R)}$$

Validaciones lógicas/físicas del resultado:

-Dependencias:

– a depende x; si x=0 y l=0, a>0 al ser M'>M

– a depende de R: si R=0 y l=0, a sería > 0 solamente debida a diferencia de masas

-Situaciones límite:
– Si masas iguales y colgando a misma distancia polea, no se mueven: M'=M y x=l/2 → a=0
– Si R=∞, a=0, ya que M' tendría que mover una masa apoyada infinita.
- Si ρ=0, la expresión se simplifica con la expresión "habitual" g(M'-M)/(M'+M)
-Cualitativamente "suma de todas las fuerzas en el sentido del movimiento", dividido entre "suma de todas las masas que hay que mover" (el tramo de hilo de longitud πR hay que moverlo y aparece en denominador, aunque su peso no es una fuerza que contribuya al movimiento y por eso no aparece en numerador)
Planteamiento energético: viendo que en apartado b) se pide velocidad, se puede calcular primero la velocidad del apartado b) energéticamente y luego calcular la aceleración como la derivada.
b) Las tensiones en ambos extremos no son iguales, o no se movería el tramo de hilo apoyado.
Se despejan de las expresiones dinámicas anteriores (calcular tensiones implica obligatoriamente planteamiento dinámico)
Sustituimos expresión de a directamente en 1ª

$$M'g+\rho x g-T_{M'}=(M'+\rho x)\cdot\left(\frac{g(M'-M+\rho(2x-l))}{M'+M+\rho(l+\pi R)}\right)$$

$$-T_{M'}=\frac{(-M'g-\rho x g)(M'+M+\rho(l+\pi R))+(M'+\rho x)\cdot g(M'-M+\rho(2x-l))}{M'+M+\rho(l+\pi R)}$$

$$-T_{M'}=g\,\frac{-(M'+\rho x)(M'+M+\rho(l+\pi R))+(M'+\rho x)(M'-M+\rho(2x-l))}{M'+M+\rho(l+\pi R)}$$

$$-T_{M'}=g(M'+\rho x)\frac{-M'-M-\rho l-\rho\pi R+M'-M+\rho(2x-l)}{M'+M+\rho(l+\pi R)}$$

$$-T_{M'}=2g(M'+\rho x)\frac{-M+\rho\left(x-l-\frac{\pi R}{2}\right)}{M'+M+\rho(l+\pi R)}$$

$$T_{M'}=2g(M'+\rho x)\frac{M+\rho\left(l-x+\frac{\pi R}{2}\right)}{M'+M+\rho(l+\pi R)}$$

Despejando de la tercera

$$T_M=T_{M'}-(\rho\pi R)a$$

$$T_M=2g(M'+\rho x)\frac{M+\rho\left(l-x+\frac{\pi R}{2}\right)}{M'+M+\rho(l+\pi R)}-(\rho\pi R)\left(\frac{g(M'-M+\rho(2x-l))}{M'+M+\rho(l+\pi R)}\right)$$

$$T_M=\frac{2g(M'+\rho x)\left(M+\rho\left(l-x+\frac{\pi R}{2}\right)\right)-\rho\pi R\,g(M'-M+\rho(2x-l))}{M'+M+\rho(l+\pi R)}$$

$$T_M=g\,\frac{2(M'+\rho x)\left(M+\rho l-\rho x+\frac{\rho\pi R}{2}\right)-\rho\pi R(M'-M-\rho l+2\rho x)}{M'+M+\rho(l+\pi R)}$$

$$T_M=g\,\frac{2(M'+\rho x)(M+\rho(l-x))+2(M'+\rho x)\left(\frac{\rho\pi R}{2}\right)-\rho\pi R(-M-\rho(l-x))-\rho\pi R(M'+\rho x)}{M'+M+\rho(l+\pi R)}$$

$$T_M=g\,\frac{(M+\rho(l-x))(2(M'+\rho x)+\rho\pi R)+\cancel{(M'+\rho x)(\rho\pi R)}-\cancel{\rho\pi R(M'+\rho x)}}{M'+M+\rho(l+\pi R)}$$

$$T_M=g(2(M'+\rho x)+\rho\pi R)\frac{(M+\rho(l-x))}{M'+M+\rho(l+\pi R)}$$

Para la velocidad se pueden realizar varios planteamientos:
- **Planteamiento dinámico (el lógico si en apartado a se utilizó el planteamiento dinámico)**: a=dv/dt, luego hallar v integrando a respecto de t. A priori parece no viable, ya que para integrar necesitaríamos conocer variación de x respecto de t, y esa variación es precisamente v que es lo que nos piden.
Se trata de ver que sí tenemos la expresión de la aceleración; la relacionamos con v

$$a=\frac{dv}{dt}=\frac{dv}{dx}\cdot\frac{dx}{dt}=\frac{dv}{dx}v\Rightarrow a\cdot dx=v\cdot dv\Rightarrow\left(\frac{g\left(M'-M+\rho\left(2\mathrm{x}-l\right)\right)}{M'+M+\rho\left(l+\pi R\right)}\right)dx=v\cdot dv$$

Integramos entre 0 y x

$$\int_0^x\left(g\frac{\left(M'-M+\rho\left(2\mathrm{x}-l\right)\right)}{M'+M+\rho\left(l+\pi R\right)}\right)dx=\int_0^x v\cdot dv$$

$$\frac{g\left(M'-M-\rho l\right)}{M'+M+\rho\left(l+\pi R\right)}x+\frac{g\rho}{M'+M+\rho\left(l+\pi R\right)}x^2=\frac{v^2}{2}$$

$$v=\sqrt{2\mathrm{g}\left(\frac{\rho x^2+\left(M'-M-\rho l\right)x}{M'+M+\rho\left(l+\pi R\right)}\right)}$$

Validaciones lógicas/físicas del resultado:
– Si R=∞, v=0, ya que M' tendría que mover una masa apoyada infinita.
En la posición más baja, x=l, sustituyendo

$$v=\sqrt{2\mathrm{g}\left(\frac{\rho l^2+\left(M'-M-\rho l\right)l}{M'+M+\rho\left(l+\pi R\right)}\right)}=\sqrt{2\mathrm{g}\left(\frac{\left(M'-M\right)l}{M'+M+\rho\left(l+\pi R\right)}\right)}$$

- **Planteamiento energético (sería el primer paso para realizar luego el apartado a sin planteamiento dinámico)**. El trozo de hilo apoyando en la polea tiene momento de inercia, ya no es equivalente a que estuviera apoyado en una mesa. En razonamiento dinámico el radio R del enunciado se utiliza solamente para calcular la masa del trozo de hilo apoyado.
Al no haber rozamiento, utilizamos la conservación de la energía
Tomamos h=0 en x=l.
Situación A (Inicial, bloque M' en x=0, h=l, v es nula):
Ec=0 (Bloques e hilo)
Ep=Ep bloques+Ep hilo=Ep(M')+Ep(M)+Ep(hilo tramo recto)+Ep(hilo tramo curvo)
Ep(M')=M'gl
Ep(M)=0
Ep(hilo tramo recto)= ρlg(l/2), tomamos h en su centro de masa, a mitad.
Ep(hilo tramo curvo); no la calculamos porque se cancela, se calcula como una integral.
(Hacemos el cálculo aunque no es necesario) Ep= ρπR·g·h_{CM};

$$y_{cm}=\frac{\int y\,dm}{\int dm}$$

$$m=\rho s\Rightarrow dm=\rho\,ds$$

$$Usamos\ polares\Rightarrow s=R\theta\Rightarrow ds=R\,d\theta$$

$$y_{cm}=\frac{\int_0^\pi R\,sen\theta\,\rho\,R\,d\theta}{\int_0^\pi\rho\,R\,d\theta}$$

Ep=ρπR·g·2R/π=2ρgR^2

$$y_{cm}=\frac{\rho R^2\left[-\cos\right]_0^\pi}{\rho R\pi}=R\frac{\left(-(-1)-(-1)\right)}{\pi}=\frac{2\mathrm{R}}{\pi}\approx 0{,}64\,R$$

Situación B(Bloque M' se ha desplazado, en posición x, h=l-x, v no es nula):
Ec medio aro de hilo = ½ I ω^2; Para un aro $I=MR^2$, aunque sea medio toda la masa está a distancia R y se llega a la misma expresión $I=MR^2$, siendo simplemente la masa la mitad del aro completo

enrique@fiquipedia.es Revisado 16 mayo 2016
CC BY

Ec medio aro de hilo = ½ (ρπR·R²)v²/R² = ½ ρπRv²
Los tramos de hilo rectos también tienen masa y energía cinética: en total es una longitud l a velocidad v.

$$E_c=\frac{1}{2}M'v^2+\frac{1}{2}Mv^2+\frac{1}{2}\rho l v^2+\frac{1}{2}I\omega^2=\frac{1}{2}(M'+M+\rho(l+\pi R))v^2$$

Ep=Ep bloques+Ep hilo=Ep(M')+Ep(M)+Ep(hilo tramos rectos)+Ep(hilo tramo curvo)
Ep(M')=M'g(l-x)
Ep(M)=Mgx
Ep(hilo tramos rectos)= ρ(l-x)g((x+(l-x)/2) + ρxg(l-x/2) ; tomamos h en su su centro de masa a mitad del tramo.
Ep(hilo tramo curvo) igual al caso anterior

Aplicando conservación:
Em(A)-Em(B)=0 ; la Ep (hilo tramo curvo) se anula

$$M'gl+\rho\frac{gl^2}{2}-M'g(l-x)-Mgx-\rho(l-x)g(\frac{2x+l-x}{2})-\rho xg(\frac{2l-x}{2})-\frac{1}{2}(M'+M+\rho(l+\pi R))v^2=0$$

$$M'gx-Mgx+\rho\frac{gl^2}{2}-\rho g\frac{(l^2-x^2)}{2}-\rho g(\frac{2lx-x^2}{2})=\frac{1}{2}(M'+M+\rho(l+\pi R))v^2$$

$$2gx(M'-M)+\rho g(x^2-2lx+x^2)=(M'+M+\rho\frac{\pi}{R})v^2$$

$$2gx(M'-M+\rho(x-l))=(M'+M+\frac{1}{2}\rho(l+\pi R))v^2$$

$$v=\sqrt{2g\frac{(\rho x^2+(M'-M-\rho l)x)}{(M'+M+\rho(l+\pi R))}}$$

Expresión idéntica a la obtenida dinámicamente
La aceleración se podría obtener derivando la velocidad.

$$a=\frac{dv}{dt}=\frac{dv}{dx}\cdot\frac{dx}{dt}=\frac{dv}{dx}\cdot v$$

$$a=\sqrt{\frac{2g}{(M'+M+\rho(l+\pi R))}}\frac{d}{dx}\sqrt{\rho x^2+(M'-M-\rho l)x}\cdot\sqrt{2g\frac{(\rho x^2+(M'-M-\rho l)x)}{(M'+M+\rho(l+\pi R))}}$$

$$a=2g\frac{\sqrt{(\rho x^2+(M'-M-\rho l)x)}}{(M'+M+\rho(l+\pi R))}\frac{1}{2}\frac{2\rho x+M'-M-\rho l}{\sqrt{\rho x^2+(M'-M-\rho l)x}}$$

$$a=g\frac{(M'-M+\rho(2x-l))}{M'+M+\rho(l+\pi R)}$$

Expresión idéntica a la obtenida dinámicamente.

Física

F-1.- Una fuerza F actúa sobre un rodillo de masa M produciendo un movimiento uniformemente acelerado. Si la fuerza F actúa sobre el centro de masas la fuerza de rozamiento que existe en la superficie de contacto entre el rodillo y el suelo está dirigida en sentido contrario a F. En el caso de que la fuerza F actúe en la periferia, mediante una cuerda enrollada, la fuerza de rozamiento está dirigida en el mismo sentido que F.
a) Determinar si son correctas estas afirmaciones y determinar en cada caso el valor de la aceleración del centro de masas
b) A qué distancia del centro de masas deberíamos aplicar la fuerza F para que al rodar sin deslizar la fuerza de rozamiento fuera nula
Datos: $I_0= ½MR^2$

Ver Andalucía 2016-F1, Castilla y León 1998 Física

a) Analizamos cada una de las dos afirmaciones, asumiendo que el cilindro no está girando inicialmente.
"Si la fuerza F actúa sobre el centro de masas la fuerza de rozamiento que existe en la superficie de contacto entre el rodillo y el suelo está dirigida en sentido contrario a F."
Planteamiento ecuaciones de traslación y de rotación asociada a aplicar la fuerza F horizontal en el centro del rodillo.
Traslación: $F-F_{roz}=M·a$ (en eje vertical normal y peso se cancelan, fuerza de rozamiento se opone al movimiento)
Rotación respecto al centro del rodillo: $R·F_{roz}=I·\alpha$
Considerando que solo hay aceleración tangencial, no hay deslizamiento $a=\alpha·R$, y usando $I= ½MR^2$
$R·F_{roz}= ½MR^2·a/R$
A partir de la ecuación de traslación: $a=(F-F_{roz})/M$
$R·F_{roz}= ½R^2·(F-F_{roz})/R$
$2R·F_{roz}=R·F-R·F_{roz}$
$3RF_{roz}=FR$
$F_{roz}=F/3$
Despejando $\frac{1}{3}FR=\frac{1}{2}M\,R\,a \Rightarrow a=\frac{2F}{3M}$
La primera afirmación es cierta siempre que no haya deslizamiento lo que implica
$F_{roz} \leq \mu N \Rightarrow \frac{F}{3} \leq \mu Mg \Rightarrow F \leq 3\mu Mg$
Si F aplicada es muy grande el rodillo deslizará.

"En el caso de que la fuerza F actúe en la periferia, mediante una cuerda enrollada, la fuerza de rozamiento está dirigida en el mismo sentido que F."
Planteamiento ecuaciones de traslación y de rotación asociada a aplicar la fuerza F horizontal en el centro del rodillo.
Traslación: $F+F_{roz}=M·a$ (en eje vertical normal y peso se cancelan, fuerza de rozamiento se opone al deslizamiento y tiene mismo sentido que F aplicada)
Rotación respecto al centro del rodillo: $RF-R·F_{roz}=I·\alpha$
Considerando que solo hay aceleración tangencial, no hay deslizamiento $a=\alpha·R$, y usando $I= ½MR^2$
$RF-R·F_{roz}= ½MR^2·a/R$
A partir de la ecuación de traslación: $a=(F+F_{roz})/M$

$RF-R\cdot F_{roz}= ½R^2\cdot(F+F_{roz})/R$
$RF - R\cdot F_{roz}= ½R\cdot F+ ½R\cdot F_{roz}$
$RF - ½RF = R\cdot F_{roz}+½R\cdot F_{roz}$
$½F=3/2Froz$
$F_{roz}=F/3$

Despejando $RF - R\frac{1}{3}F = \frac{1}{2}M\,R\,a \Rightarrow \frac{2}{3}F = \frac{1}{2}Ma \Rightarrow a = \frac{4F}{3M}$

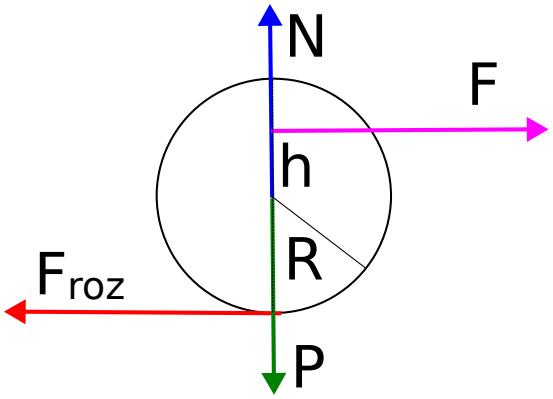
La segunda afirmación es cierta siempre que no haya deslizamiento lo que implica

$$F_{roz} \leq \mu N \Rightarrow \frac{F}{3} \leq \mu Mg \Rightarrow F \leq 3\mu Mg$$

Si F aplicada es muy grande el rodillo deslizará.

b) Idéntico a Castilla y León 1998 Física apartado 2

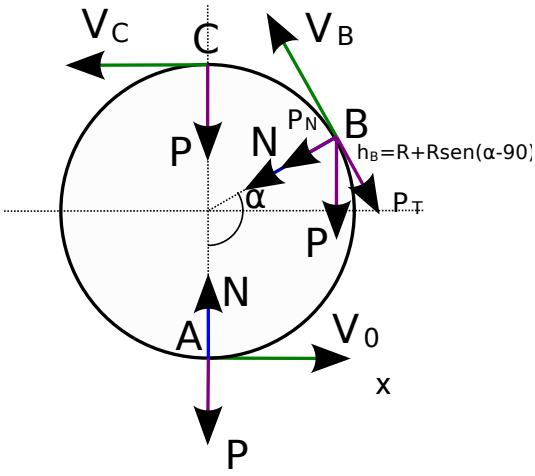
Planteamiento general de ecuaciones de traslación y de rotación asociada a aplicar la fuerza F horizontal a una altura h del centro del rodillo.
Traslación: $F-F_{roz}=M\cdot a$
Rotación respecto al centro del rodillo: $h\cdot F+R\cdot F_{roz}=I\cdot\alpha$
Considerando que solo hay aceleración tangencial y $a=\alpha\cdot R$, y usando $I= ½MR^2$
$h\cdot F+R\cdot F_{roz}= ½MR^2\cdot a/R$
A partir de la ecuación de traslación: $a=(F-F_{roz})/M$
$h\cdot F+R\cdot F_{roz}= ½R^2\cdot(F-F_{roz})/R$
$2hF +2R\cdot F_{roz}=R\cdot F-R\cdot F_{roz}$
$3RF_{roz}=F(R-2h)$
Si queremos que $F_{roz}=0 \rightarrow h=R/2$



2. Tenemos una pista vertical circular de 12 m de radio. Desde el punto más bajo lanzamos por la parte interna una masa puntual M con velocidad V_0. Calcular:
a) Valor mínimo de V_0 para que alcance un punto B describiendo un ángulo a (90º < alfa < 180º) sin desprenderse de la circunferencia.
b) Valor de V_0 para que pase por la vertical ejerciendo una fuerza igual a un tercio de su peso.

a) Asumimos que no hay rozamiento, por lo que se conserva la energía mecánica.
Llamamos punto A al punto más bajo, y tomamos h=0 en ese punto, por lo que la energía mecánica en A será solamente la cinética, asociada a V_0.
Cuando el cuerpo llega al punto B:
-Para α<90º no se desprende de la circunferencia ya que el peso empuja el cuerpo a la pista.
-Para α>90º se puede desprender de la circunferencia ya el peso empuja el cuerpo hacia fuera de la pista; la existencia de inercia hace que el cuerpo intente continuar en una trayectoria recta y se pegue la la pista, que ejerce una fuerza normal con efecto de fuerza centrípeta, asumiendo pista rígida.
Para que el cuerpo no se desprenda, tiene que ocurrir que la velocidad sea suficientemente alta para que, a la altura del punto B, sin fuerza normal, la componente radial del peso haga que la trayectoria tenga de radio el de la pista.
Eso implica que en el punto B el cuerpo no puede estar parado, ya que existirá cierta fuerza normal, y por lo tanto cierta velocidad al ser $a_n=v^2/R$, y lo que tenemos que plantear es el valor mínimo para que llegue a ese punto sin desprenderse.
En el punto más alto (C, α=180º) y en el caso límite la única fuerza centrípeta será la gravitatoria.

$$g=\frac{v_{arriba}^2}{R}\Rightarrow v_{arriba}^2=gR$$



Si hacemos un planteamiento energético

$$E_{mabajo}=E_{marriba}\Rightarrow \frac{1}{2}\cancel{M}V_0^2=\frac{1}{2}\cancel{M}v_{arriba}^2+\cancel{M}g2R$$

$$V_0^2=gR+4gR=5gR\Rightarrow V_0=\sqrt{5gR}$$

Numéricamente, R=12 m, g=9,8 m/s² (no es dato del enunciado pero lo asumimos). Con dos cifras significativas

$$V_0=\sqrt{5\cdot 9{,}8\cdot 12}=24\,m/s$$

Pero se pide para un punto B cualquiera, y en ese caso la fuerza centrípeta es solo una componente del peso.
Debemos obtener una solución en función de α y para α=180º se debe obtener la solución anterior

$$g\cdot sen(\alpha-90)=\frac{v_B^2}{R}\Rightarrow v_B^2=gR\,sen(\alpha-90)$$

Si hacemos un planteamiento energético

$$E_{mabajo}=E_{mB}\Rightarrow \frac{1}{2}\cancel{M}V_0^2=\frac{1}{2}\cancel{M}v_B^2+\cancel{M}g(R+Rsen(\alpha-90))$$

$$V_0^2=gRsen(\alpha-90)+2gR(1+sen(\alpha-90))$$

$$V_0^2=gR(2+3\,sen(\alpha-90))$$

$$V_0=\sqrt{gR(2+3\,sen(\alpha-90))}$$

Numéricamente, R=12 m, g=9,8 m/s² (no es dato del enunciado pero lo asumimos).

$$V_0=10{,}84\sqrt{(2+3\,sen(\alpha-90))}[m/s]$$

Podemos validar que si α=180º llegamos a la solución anterior.

b) La fuerza que se indica es la fuerza sobre la pista que ejerce M, luego la normal que ejerce la pista sobre la masa es la reacción y tiene el mismo módulo.

$$\cancel{M}\,g+\frac{1}{3}\cancel{M}\,g=\cancel{M}\,\frac{v_{arriba}^2}{R}\Rightarrow v_{arriba}^2=\frac{4}{3}gR$$

Con el mismo planteamiento energético

$$E_{mabajo}=E_{marriba}\Rightarrow\frac{1}{2}\cancel{M}\,V_0^2=\frac{1}{2}\cancel{M}\,V_{arriba}^2+\cancel{M}\,g\,2\,R$$

$$V_0^2=\frac{4}{3}gR+4\,gR=\frac{16}{3}gR\Rightarrow V_0=4\sqrt{\frac{gR}{3}}$$

Numéricamente, con dos cifras significativas $V_0=4\sqrt{\frac{9{,}8\cdot 12}{3}}=25\,m/s$

Validación: la velocidad en b) debe ser mayor que en a)

enrique@fiquipedia.es Revisado 31 octubre 2015
CC BY

Prueba B 3. Problemas de FÍSICA

Problema 1

Una varilla homogénea de masa m y longitud l, gira alrededor de un eje horizontal perpendicular a ella por uno de sus extremos. La varilla se suelta desde la posición horizontal.

1º. Obtenga la expresión del momento de inercia de una varilla con relación a un eje perpendicular situado en un extremo.

2º. Obtenga, en función del ángulo θ que la varilla forma con la vertical, las expresiones de:

a) la aceleración angular de la varilla

b) la aceleración instantánea de su centro de masa

3º. Determine la reacción que el eje de giro ejerce sobre la varilla

Referencias:
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/solido/din_rotacion/varilla/varilla.htm#Fuerzas%20Fx%20y%20Fy%20que%20se%20ejercen%20sobre%20la%20varilla%20en%20su%20eje%20de%20rotaci%C3%B3n sería caso concreto de θ_0=90º.

1º) De manera general $I=\int r^2\,dm$

Consideramos el grosor de la varilla despreciable y definimos $\lambda=\frac{m}{l}$

$m=\lambda l \Rightarrow dm=\lambda\,dl$

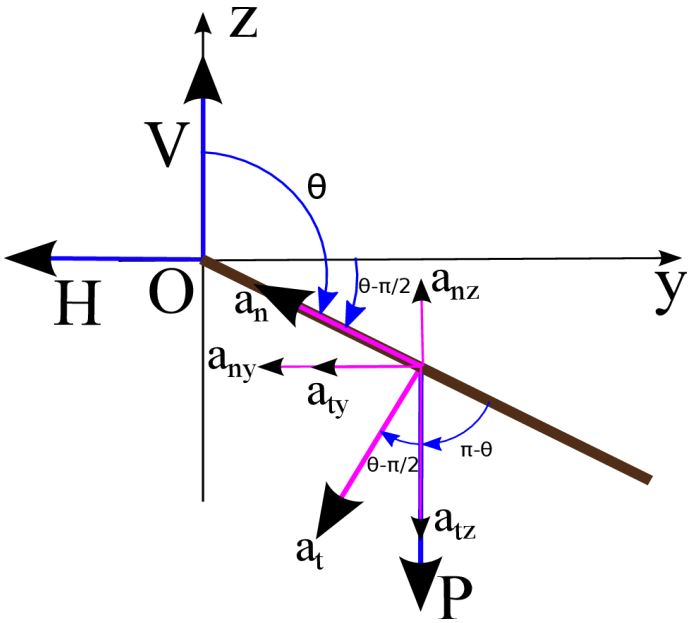
Para este apartado consideramos la varilla sobre el eje x, con un extremo en el origen.

$$I=\int_0^l x^2\lambda\,dx=\lambda\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^l=\lambda\frac{l^3}{3}=\frac{1}{3}ml^2$$

Nota: conocida la expresión para el momento de inercia de una varilla respecto su centro de masas, $I_{CM}=\frac{1}{12}ml^2$, se podría utilizar el teorema de Steiner $I_o=I_{CM}+md^2$

$$I_o=\frac{1}{12}ml^2+m\left(\frac{l}{2}\right)^2=\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{4}\right)ml^2=\frac{1}{3}ml^2$$

2º) Tomamos posición inicial varilla eje y, y como eje de giro el eje x.
Enunciado nos obliga a que usemos θ como ángulo formado por la varilla con el eje vertical (que tomamos como z), y lo tomamos como creciente, de modo que en t=0 → θ=90º, si t>0 → θ>90º
>Para simplificar expresiones usamos trigonometría: sen(θ- π/2)=-cosθ, cos(θ- π/2) = senθ



a) $M_o=I\,\alpha \Rightarrow \alpha=\frac{M_o}{I}$

El vector momento de la fuerza respecto de O (la única fuerza a contemplar sería el peso) estaría dirigido hacia x negativas (hacia dentro en el diagrama), y el ángulo formado por r respecto de O y por el peso sería π/2-(θ-π/2)=π-θ

$|\vec{M}_o|=|\vec{r}\,x\,\vec{F}|=|\vec{r}|\cdot|\vec{F}|\cdot sen\,\phi$

El ángulo formado φ=π-θ, y sen(π-θ)=sen(θ)

$$|\vec{M}_o| = \frac{l}{2} \cdot mg \cdot sen(\theta) \qquad \alpha = \frac{\frac{1}{2} \cancel{m} gl\, sen(\theta)}{\frac{1}{3} \cancel{m} l^2} = \frac{3}{2} \frac{g}{l} sen(\theta)$$

Consistente con que la aceleración angular con el convenio de signos tomado debe ser positiva si θ>90º

b) $a_t = \alpha \cdot R = \frac{3}{2} \frac{g}{l} \frac{l}{2} sen\,\theta = \frac{3}{4} g\, sen\,\theta$

Para calcular al aceleración normal: $a_n=\omega^2 \cdot R$, y calculamos ω energéticamente.
-Situación inicial, referencia varilla en horizontal, $E_p=0$, $E_c=0$
-Situación final, varilla girando y formando ángulo θ con el centro de masas (a distancia l/2 de O) a altura negativa $h=-(l/2)sen(\theta-\pi/2)=(l/2)\cos\theta$

$$mg \frac{l}{2} \cos\theta + \frac{1}{2} I \omega^2 = 0$$

$$\cancel{m} g \frac{l}{2} \cos\theta = \frac{-1}{2} \frac{1}{3} \cancel{m} l^2 \omega^2 \Rightarrow g \cos\theta = \frac{-l}{3} \omega^2 \Rightarrow \omega^2 = \frac{-3 g \cos\theta}{l}$$

$$a_n = \omega^2 R = \frac{-3 g \cos\theta}{l} \frac{l}{2} = \frac{-3}{2} g \cos\theta$$

Los valores indicados son módulos de aceleraciones, que están indicadas vectorialmente en diagrama, teniendo en cuenta que se pide aceleración instantánea total de la varilla y $\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$

>La expresión puede parecer confusa, como que un cuadrado da un número negativo, pero si θ está entre 90º y 180º, su coseno es negativo, la altura es negativa, y el módulo a_n es positivo.

3º) Según el enunciado, como no se indica explícitamente "en función θ" como en apartado 2º, se podría calcular la reacción solamente para t=0 (θ=90º).
Lo hacemos dinámicamente, para cualquier instante (y luego concretamos en t=0 (θ=90º)), tomando el giro en el plano yz, de modo que las coordenadas tendrán signo según el diagrama. Al indicar a_n y a_t usamos su módulo positivo.
La reacción del eje la descomponemos en dos componentes H y V, para las que no fijamos signo a priori, simplemente las representamos en diagrama y tomamos H y V como sus módulos, y el signo indicará sentido respecto a los sentidos positivo de ejes z e y utilizados.
La respuesta es la reacción total será $\vec{R} = \vec{H} + \vec{V}$
Eje z:

$V-P=m \cdot a_{nz} - m \cdot a_{tz}$

$V - mg = m \cdot a_n \cdot sen(\theta - \pi/2) - m \cdot a_t \cdot \cos(\theta - \pi/2)$

Eje y:

$-H = -m \cdot a_{ny} - m a_{ty}$

$H = m \cdot a_n \cdot \cos(\theta - \pi/2) + m \cdot a_t \cdot sen(\theta - \pi/2)$

Eje z: $V - mg = -m \cdot a_n \cdot \cos\theta - m \cdot a_t \cdot sen\theta$
Eje y: $H = m \cdot a_n \cdot sen\theta - m \cdot a_t \cdot \cos\theta$

Sustituyendo las expresiones obtenidas en apartado 2º: $a_t = \frac{3}{4} g\, sen\,\theta$ y $a_n = \frac{-3}{2} g \cos\theta$

$$V - mg = m \frac{3}{2} g \cos^2\theta - m \frac{3}{4} g\, sen^2\theta$$

$$V = mg\left(1 + \frac{3}{2}\cos^2\theta - \frac{3}{4} sen^2\theta\right) = mg\left(1 + \frac{3}{2}\cos^2\theta - \frac{3}{4}(1 - \cos^2\theta)\right) = \frac{1}{4} mg\left(1 + 9\cos^2\theta\right)$$

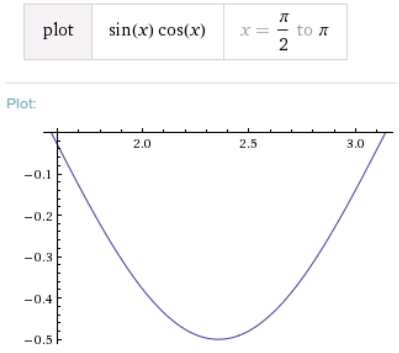
enrique@fiquipedia.es Revisado 31 octubre 2015
CC BY

$$H = -m\frac{3}{2}g\cos\theta\, sen\,\theta - m\frac{3}{4}g\, sen\,\theta\cos\theta$$

$$H = mg\, sen\,\theta\cos\theta\left(\frac{-3}{2}-\frac{3}{4}\right)=\frac{-9}{4}mg\, sen\,\theta\cos\theta$$

Comprobamos los valores para t = 0 (θ=90º) en la que las expresiones se simplifican y realizamos validación lógica/física:

H: La expresión cumple que si θ=90º, H=0, lo que parece correcto.
Para θ>90º y hasta 180º (cuando la varilla esté vertical) vemos (representando sen(x)·cos(x)) que el valor de H positivo, lo que supone que es una fuerza en el sentido representado; el pivote realiza fuerza hacia la izquierda en diagrama, lo que podemos asociar a generar aceleración normal asociada al giro, ya que la aceleración normal es radial y dirigida hacia el centro, aunque también podemos ver que V, proyectado sobre la varilla siempre que θ no sean 90º sí genera una componente normal y centrípeta.



wolframalpha

V: Para θ=90º,V=(1/4)mg, ya que a_T=3/4g.
Para θ>90º y hasta 180º (cuando la varilla esté vertical) tenemos V>0; el pivote debe compensar la tendencia de la barra a caer ejercida por el peso, que siempre tira hacia abajo en diagrama, además de contribuir en la fuerza centrípeta.
Viendo la expresión para V se puede comprobar no hay ningún valor en el que V sea 0 ni negativo para θ en el rango 0º a 180º.

1. Una gota de lluvia cae desde una nube con una velocidad inicial v_0. Suponga que el tamaño no varía y que la resistencia con el aire es $R=\beta v^2$. Determine la ecuación que nos relaciona la velocidad de la gota con la altura a la que se encuentra.

Referencias:
Resuelto por Antonio Abrisqueta García para www.eltemario.com
http://fyqwiki.wikispaces.com/file/view/Examen+Opos+CV+2008.doc
Enunciado similar a Extremadura 1996-Física 1 y Madrid 2004 Física 2

Comentario: En Extremadura 1996 también se usa "resistencia" y no es la fuerza total sino que hay que añadir masa, lo que allí se deduce de las unidades. Como aquí no se dan unidades, asumimos que $F=R=\beta v^2$, por lo que la resolución es distinta.

Tomamos sistema de referencia: eje x vertical, sentido positivo hacia abajo, x=0 y t=0 en instante inicial en el que $v=v_0$, con lo que x y v son positivas y aumentan, y la aceleración es positiva.
Se nos pide relacionar con la altura, pero podemos relacionar altura medida respecto al suelo con la x elegida en la expresión final.
Aplicamos la 2ª ley de Newton (despreciamos el empuje del aire frente al peso)

$$mg-\beta v^2=m\,a=m\frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt}=m\,v\frac{dv}{dx}$$

$$g-\frac{\beta}{m}v^2=\frac{vdv}{dx}\Rightarrow dx=\frac{vdv}{g-\frac{\beta}{m}v^2}\Rightarrow\int_0^x dx=\int_{v_0}^{v}\frac{vdv}{g-\frac{\beta}{m}v^2}$$

$$x=\frac{-m}{2\beta}\left[\ln\left(g-\frac{\beta}{m}v^2\right)\right]_{v_0}^{v}\Rightarrow -2\frac{\beta}{m}x=\ln\left(\frac{g-\frac{\beta}{m}v^2}{g-\frac{\beta}{m}v_0^2}\right)$$

$$\left(g-\frac{\beta}{m}v_0^2\right)e^{-2\frac{\beta}{m}x}=g-\frac{\beta}{m}v^2$$

$$v=\sqrt{\frac{m}{\beta}\left(g-\left(g-\frac{\beta}{m}v_0^2\right)e^{-2\frac{\beta}{m}x}\right)}$$

$$v=\sqrt{\frac{m}{\beta}\left(g+\left(\frac{\beta}{m}v_0^2-g\right)e^{-2\frac{\beta}{m}x}\right)}$$

Validaciones físicas:
-Si x=0 → $v=v_0$
-Si g mayor la velocidad es mayor
-Si β=0, sale una indeterminación 0/0, pero si se hace un desarrollo por Taylor en x=0 (lo hacemos de v2 en lugar de v por simplificar, buscando llegar a $v^2-v_0^2=2gx$)
http://www.wolframalpha.com/input/?i=taylor+series+a%2Fb*%28c%2B%28b%2Fa*d^2-c%29*e^%28-2b%2Fa*x%29%29
se tiene que todos los términos dependen de b y se anulan salvo los dos primeros, con lo que
$v^2=v_0^2+2g\,x$ que es una expresión de MRUA
-La velocidad aumenta según cae, pero tiene un límite, ya que si x=∞ (cae durante mucho tiempo), la velocidad es constante, velocidad terminal, y el valor es el del apartado a

$$v(x=\infty)=\sqrt{m\frac{g}{\beta}}$$

Modificamos la expresión para que sea en función de altura, tal y como se pide en enunciado. Si llamamos h a la variable altura, y H al valor de altura inicial.
x=0 implica h=H, y x=H implica h=0, x=H/4 implica h=3H/4, cuando x crece h decrece
La relación es **x=H-h**, y sustituyendo en la expresión para que quede en función de altura

$$v=\sqrt{\frac{m}{\beta}\left(g+\left(\frac{\beta}{m}v_0^2-g\right)e^{-2\frac{\beta}{m}(H-h)}\right)}$$

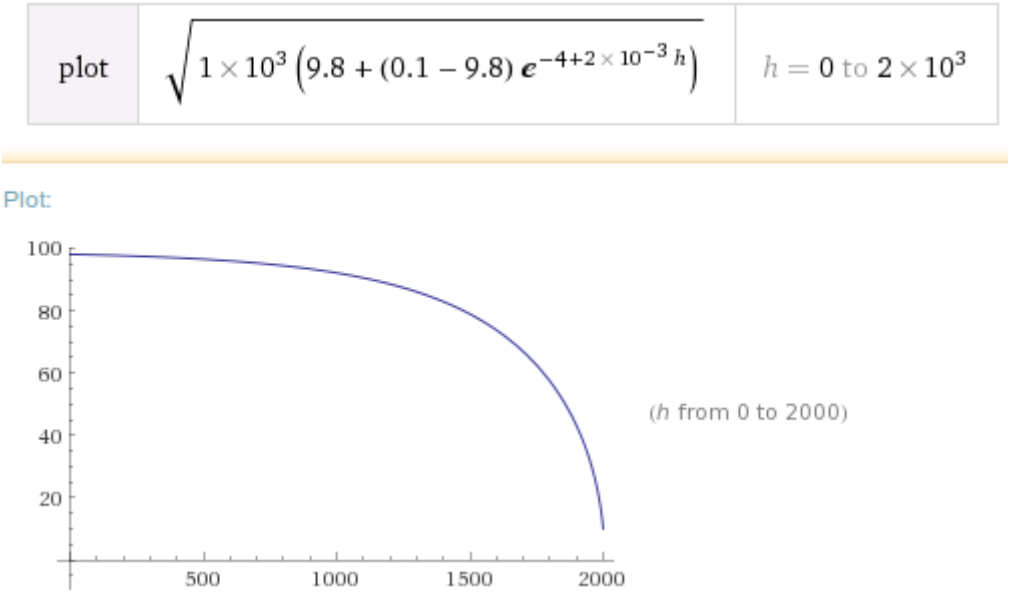
Representamos para unos valores arbitrarios (para masa gota y altura nube, valores típicos)
m=1/20 g = $5\cdot10^{-5}$ kg
g=9,8 m/s^2
v_0=10 m/s
H=2 km = $2\cdot10^3$ m
β=$5\cdot10^{-8}$ N·s^2/m²

$$v=\sqrt{\frac{5\cdot10^{-5}}{5\cdot10^{-8}}\left(9{,}8+\left(\frac{5\cdot10^{-8}}{5\cdot10^{-5}}10^2-9.8\right)e^{-2\frac{5\cdot10^{-8}}{5\cdot10^{-5}}(2\cdot10^3-h)}\right)}$$

$$v=\sqrt{10^3\left(9{,}8+(0{,}1-9{,}8)e^{-4+2\cdot10^{-3}h}\right)}$$

$$v(h=-\infty)=\sqrt{5\cdot10^{-5}\frac{9{,}8}{5\cdot10^{-8}}}=99\,m/s$$

Si lo representamos http://www.wolframalpha.com/input/?i=plot++sqrt+{+1e3*(9.8+%2B(0.1-9.8)e^{-4+%2B+2e(-3)+h})}+from+h%3D0+to+h%3D2e3

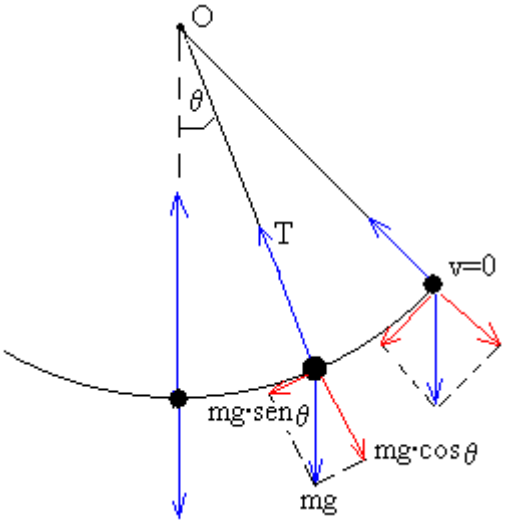


En eje x está la altura, en eje y la velocidad. Se ve como mientras desciende desde la altura inicial (sería de derecha a izquierda en la gráfica) la velocidad va aumentando pero llega a un valor límite que es el calculado.

3. Un péndulo simple, de masa m y longitud L, se desplaza 90º y a continuación se abandona partiendo del reposo. ¿Para qué ángulo con la vertical la tensión del hilo es igual al peso? Aplique, utilizando conceptos vectoriales, el principio de trabajo-energía.

http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/dinamica/trabajo/pendulo/pendulo.htm

El principio de trabajo-energía nos indica que el trabajo total es igual a la varición de energía cinética.



En la posición inicial la energía cinética es nula ya que se indica que parte del reposo, y en la posición que forma un ángulo θ con la vertical lleva cierta velocidad v.
La fuerza que realiza trabajo es solamente la componente tangencial de peso: la tensión no realiza trabajo ya que siempre es perpendicular a la trayectoria y al desplazamiento.
Se incluye un diagrama orientativo: en este caso en t=0 cuando v=0 el ángulo θ=90º
dl=R·dθ, en este caso dl=Ldθ

$$W=\int \vec{F}\,\vec{dl}=\int_{90^o}^{\theta} mg\,sen\,\theta\,L\,d\theta=mgL\left[-\cos\theta\right]_{90^o}^{\theta}$$

$$W=mgL\left[-0-(-\cos\theta)\right]=mgL\cos\theta$$

Validamos que si θ=90º, W=0 (no ha descendido) y que si θ=0º, W=mgL (asociado a la altura que ha descendido)
Aplicando el teorema de trabajo-energía

$$W=\Delta E_c \Rightarrow mgL\cos\theta=\frac{1}{2}m v^2 \Rightarrow v^2=2gLcos\theta$$

Si validamos usando la conservación de la energía mecánica, tomando h=0 arriba, llegamos al mismo resultado. Ep=Ec → mgh= ½mv² y h=Lcosθ
A nivel dinámico en sentido radial

$$\Sigma F=ma$$

$$T-mg\cos\theta=m\frac{v^2}{L}$$

Como se indica que T= mg

$$mg-mg\cos\theta=m\frac{v^2}{L}\Rightarrow g-g\cos\theta=\frac{v^2}{L}$$

Sustityendo la expresión para la velocidad obtenida calculando el trabajo

$$g-g\cos\theta=2g\cos\theta$$

$$1=3\cos\theta\Rightarrow\theta=arcos\left(\frac{1}{3}\right)=70,5^o$$

A5.
Trobar l'equació del moviment d'un cos llançat verticalment cap a dalt, des de la superficie terrestre, amb una velocitat igual a la d'escapement. Despreciau la resistència de l'aire.

Encontrar la ecuación del movimiento de un cuerpo lanzado verticalmente hacia arriba, desde la superficie terrestre, con una velocidad igual a la de escape. Desprecia la resistencia del aire.

La velocidad inicial es la de escape $v_e=\sqrt{2\frac{GM}{R}}$

La aceleración de frenado no es uniforme, y tiene módulo $a=G\frac{M}{x^2}$

Usamos $a=\frac{dv}{dt}=\frac{dv}{dx}\cdot\frac{dx}{dt}=v\cdot\frac{dv}{dx}$

$$v\frac{dv}{dx}=-G\frac{M}{x^2}$$

$$vdv=-GM\frac{dx}{x^2}$$

$$\int_{v_e}^{v} v\,dv=-GM\int_{R}^{x}\frac{dx}{x^2}$$

$$\left[\frac{1}{2}v^2\right]_{v_e}^{v}=-GM\left[\frac{-1}{x}\right]_{R}^{x}$$

$$\frac{1}{v^2}-\frac{1}{2}v_e^2=-GM\left(\frac{-1}{x}+\frac{1}{R}\right)$$

$$\frac{1}{2}v^2=\frac{1}{2}2\frac{GM}{R}-\frac{GM}{R}+\frac{GM}{x}$$

$$v^2=2\frac{GM}{x}\Rightarrow v=\sqrt{2\frac{GM}{x}}$$

Buscamos x(t), usamos v=dx/dt

$$\frac{dx}{dt}=\frac{\sqrt{2GM}}{\sqrt{x}}$$

$$\sqrt{x}\,dx=\sqrt{2GM}\cdot dt$$

$$\int_{R}^{x} x^{1/2}dx=\int_{0}^{t}\sqrt{2GM}\cdot dt$$

$$\left[\frac{2}{3}x^{3/2}\right]_{R}^{x}=\sqrt{2GM}\cdot t$$

$$x^{3/2}-R^{3/2}=\frac{3}{2}\sqrt{2GM}\cdot t$$

$$x^{3/2}=\frac{3}{2}\sqrt{2GM}\cdot t+R^{3/2}$$

$$x=\left(\frac{3}{2}\sqrt{2GM}\cdot t+R^{3/2}\right)^{2/3}$$

Validamos: si t=0, x=R, si t=∞, R=∞

B4.
Es llança verticalment i cap a dalt una massa sotmessa a la gravetat i a la força de fregament de l'aire que consideram proporcional a la velocitat de la massa amb constant de proporcionalitat mk.
a) Quin temps tarda en arribar al punt més alt?
b) Demostra que quan k és petita l'equació de la velocitat és la d'un moviment uniformement accelerat.

Se lanza verticalmente y hacia arriba una masa sometida a la gravedad y a la fuerza de rozamiento del aire que consideramos proporcional a la velocidad de la masa con constante de proporcionalidad mk.
a) ¿Qué tiempo tarda en llegar a su punto más alto?
b) Demuestra que cuando k es pequeña la ecuación de la velocidad es la de un movimiento uniformemente acelerado.

Ver Valencia 2008 1, Extremadura 1996 F1
Asumimos aceleración de la gravedad constante.
Asumimos que "mk" quiere decir una constante k multiplicada por la masa. Enunciado no cita m como masa y solamente indica que es proporcional a la velocidad, pero en apartado se habla solamente de k y no de "mk".

Tomamos sistema de referencia: eje x vertical, sentido positivo hacia arriba x=0 y t=0 en instante inicial en el que $v=v_0$, con lo que x y v son iniciamente positivas y disminuyen, y la aceleración es negativa.
Aplicamos la 2ª ley de Newton (despreciamos el empuje del aire frente al peso)
En subida frenado y peso tienen mismo sentido.
Planteamos v(t) para igualar v=0 y obtener el tiempo.

$$-mg-mk\cdot v=m\,a=m\frac{dv}{dt}$$

$$g+kv=\frac{-dv}{dt}$$

$$dt=\frac{-dv}{g+kv}$$

$$\int_0^t dt=\int_{v_0}^{v}\frac{-dv}{g+kv}$$

$$t=-[\frac{1}{k}\ln(g+kv)]_{v_0}^{v}$$

$$-k\,t=\ln(\frac{g+k\,v}{g+kv_0})$$

$$e^{-kt}=\frac{g+kv}{g+kv_0}\Rightarrow g+kv=(g+kv_0)e^{-kt}$$

$$kv=g(e^{-kt}-1)+kv_0e^{-kt}$$

$$v=\frac{g}{k}(e^{-kt}-1)+v_0e^{-kt}$$

También se puede expresar como $v=(v_0+\frac{g}{k})e^{-kt}-\frac{g}{k}$

Validaciones físicas: si t=0, v=v_0.
El punto más alto implica v=0

$$0=\frac{g}{k}(e^{-kt}-1)+v_0e^{-kt}\Rightarrow\frac{g}{k}v_0(e^{-kt}-1)=-e^{-kt}$$

$$\frac{-g}{kv_0}=-e^{-kt}-\frac{g}{kv_0}(e^{-kt})\Rightarrow\frac{g}{kv_0}=e^{-kt}(1+\frac{g}{kv_0})$$

$$e^{-kt}=\frac{\frac{g}{kv_0}}{1+\frac{g}{kv_0}}\Rightarrow-kt=\ln(\frac{1}{\frac{kv_0}{g}+1})\Rightarrow t=\frac{1}{k}\ln(\frac{kv_0}{g}+1)$$

b) Usamos la expresión $v=(v_0+\frac{g}{k})e^{-kt}-\frac{g}{k}$ y realizamos el desarrollo de Taylor de e^{-x}

$$e^x=1+x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{6}+...$$

En este caso, tmando solo los tres primeros términos

$$e^{-kt}\approx1-kt+\frac{1}{2}k^2t^2+...$$

$$v\approx(v_0+\frac{g}{k})(1-kt+\frac{1}{2}k^2t^2)-\frac{g}{k}$$

$$v\approx v_0-kv_0t+\frac{1}{2}v_0k^2t^2+\frac{g}{k}-gt+\frac{1}{2}gkt^2-\frac{g}{k}$$

$$v\approx v_0-gt-kv_0t+\frac{1}{2}v_0k^2t^2+\frac{1}{2}gkt^2$$

Si k es muy pequeña despreciamos los términos en los que aparece k multiplicando
$v\approx v_0-gt$ que es la expresión de MRUA

También podríamos plantear si k es muy pequeña como hemos asumido g es constante debe ser un MRUA $v=v_0-gt$, y para el punto más alto donde v=0 tenemos $t=v_0/g$

Usamos la expresión $t=\frac{1}{k}\ln(\frac{kv_0}{g}+1)$ *y realizamos el desarrollo de Taylor de ln(x+1)*

$$\ln(x+1)=x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}+...$$

En este caso, tmando solo los dos primeros términos

$$\ln(\frac{kv_0}{g}+1)\approx\frac{kv_0}{g}-k^2\frac{v_0^2}{2}$$

$$t\approx\frac{1}{k}(\frac{kv_0}{g}-k^2\frac{v_0^2}{2})=\frac{v_0}{g}-k\frac{v_0^2}{2}$$

Si k es muy pequeña despreciamos los términos en los que aparece k multiplicando

$t\approx\frac{v_0}{g}$ *que es la expresión de MRUA*

enrique@fiquipedia.es Revisado 4 octubre 2017
CC BY SA

FÍSICA

1.- Una partícula de masa m se mueve bajo la acción de una fuerza central que varía con la distancia según: $F=\frac{-k}{r^2}$. Si la trayectoria es una circunferencia de radio r y el origen de energías potenciales se encuentra en el infinito, calcula:
a) la energía total de la partícula; b) su velocidad; c) el momento cinético, $\vec{L}$, de la partícula respecto al centro de la trayectoria; d) la variación del momento cinético frente al tiempo. Significado.

a y b) Asumimos que enunciado $F=\frac{-k}{r^2}$ quiere decir $\vec{F}=\frac{-k}{r^2}\vec{u}_r$

Por definición de energía potencial

$$E_p=\int_{punto}^{referencia}\vec{F}\,\vec{dl}=\int_r^\infty \frac{k}{r^2}dr\cos(\alpha)=\int_r^\infty \frac{-k}{r^2}dr=[\frac{k}{r}]_r^\infty=\frac{-k}{r}$$

(fuerza y desplazamiento tienen sentido opuesto, su producto escalar introduce un signo menos)
Validación física: la energía potencial es 0 en infinito (tomado como referencia) y con el signo menos menor a distancias menores, una masa "cae" hacia potenciales menores.
Enunciado pide "energía total", por lo que hay que añadir la energía cinética asociada a la trayectoria circular, que sería una "órbita"
Para que tenga una órbita estable, la fuerza central es igual a la fuerza centrípeta

$\frac{k}{r^2}=m\frac{v^2}{r}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{k}{mr}}$ La velocidad es constante al ser órbita circular y ser r constante.

$$E_{total}=E_p+E_c=\frac{-k}{r}+\frac{1}{2}\cancel{m}\frac{k}{\cancel{m}r}=\frac{-1}{2}\frac{k}{r}$$

c) $\vec{L}=\vec{r}\,x\,\vec{p}$ Como la trayectoria es circular, el vector momento angular (tomando como origen el centro de giro) es perpendicular al plano de la trayectoria, el vector posición y el momento lineal siempre forman 90º, y el módulo es

L=rmv= $L=rmv=rm\sqrt{\frac{k}{mr}}=\sqrt{rmk}$

d) En apartado c se ha utilizado "momento cinético" aclarando explícitamente que hace referencia a momento angular, pero se podría plantear si en este apartado momento cinético hace referencia al momento lineal o al angular; resolvemos ambos casos:
-Si se interpreta como momento lineal:
Si planteamos la ley fundamental de la dinámica con impulso lineal

$\frac{d\vec{p}}{dt}=\vec{F}=\frac{-k}{r^2}\vec{u}_r$

En cuanto a significado, como es una trayectoria circular centrada en el origen de fuerzas, el módulo de la fuerza es constante, y vemos que el módulo de variación del momento lineal respecto al tiempo también: no varía la velocidad, pero la dirección cambia a ritmo constante.
-Si se interpreta como momento angular:
Si planteamos la ley fundamental de la dinámica rotación

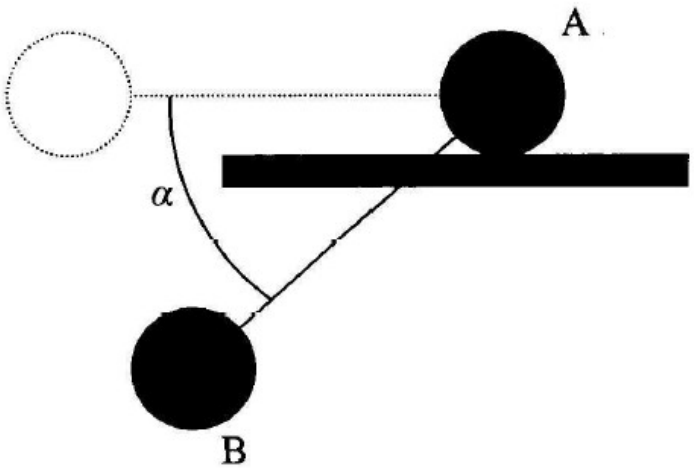
$\frac{d\vec{L}}{dt}=\vec{M}=\vec{r}\,x\,\vec{F}=\vec{r}\,x(\frac{-k}{r^2}\vec{u}_r)=0$

Se trata de un caso de fuerzas centrales, dado que el vector posición y el vector fuerza son paralelos, por lo que su producto vectorial es cero y el momento angular es constante.

PROCEDIMIENTOS SELECTIVOS PARA EL ACCESO E INGRESO EN EL CUERPO DE PROFESORES DE ENSEÑANZA SECUNDARIA. AÑO 2006

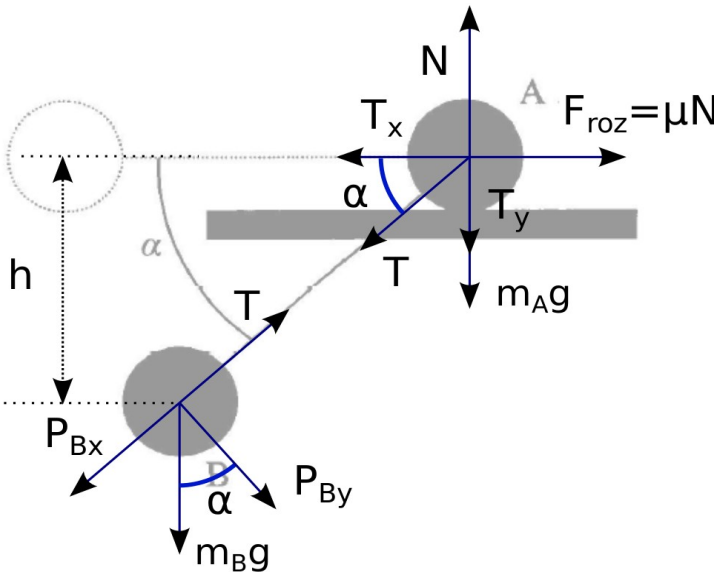
EJERCICIO PRÁCTICO CORRESPONDIENTE A LA PRIMERA PRUEBA:

1.- Dos cuerpos A y B de masa m están unidos por un hilo inextensible de longitud L y masa despreciable de tal manera que el cuerpo A puede deslizar por una superficie horizontal. Si en el instante inicial α=0. Hallar el coeficiente de rozamiento mínimo entre la superficie horizontal y el cuerpo A para que éste no se mueva.



Explíquense los fundamentos teóricos en los que se basa el procedimiento del ejercicio.

Realizamos una representación de todas las fuerzas que actúan sobre ambos cuerpos en una posición genérica teniendo el ángulo α un valor cualquiera, realizando una elección de sistema de referencia: eje x horizontal y eje y vertical en masa A, y eje x en dirección y sentido tensión y eje y perpendicular en masa B. Para fijar el sentido de la fuerza de rozamiento nos basamos en que siempre se opone al movimiento o al posible movimiento, que en el diagrama sería hacia la izquierda, debido a la componente de la tensión que tiraría del cuerpo A.



Al estar unidos por un hilo inextensible y sin masa la tensión en ambos extremos en la misma.

El objetivo es expresar el coeficiente de rozamiento en función del ángulo y luego derivar. Se podría plantear calcular el valor de T_x máxima y que éste fija por sí solo el valor de coeficiente de rozamiento mínimo para que esa tensión no desplace el cuerpo A, pero no es correcto, ya que la normal también depende de la T_y y del ángulo

Lo planteamos de manera general con m_A y m_B, aunque en este caso $m_A=m_B=m$

Por conservación de energía (sin pérdidas, tomamos h=0 arriba) $-\cancel{m_B} gh+\frac{1}{2}\cancel{m_B} v^2=0 \Rightarrow v^2=2gh$

Por trigonometría $h=L\cdot sen(\alpha)$

El cuerpo B tiene aceleración centrípeta, siendo la fuerza centrípeta la tensión. El radio de giro es L.

$$T-P_{Bx}=m_B a$$

$$T-m_B g\,sen(\alpha)=m_B\frac{v^2}{L}=m_B 2\frac{g}{\cancel{L}}\cancel{L}\,sen(\alpha)$$

$$T=3m_B g\,sen(\alpha)$$

Aplicamos la 2ª ley de Newton en el cuerpo A para relacionar el coeficiente de rozamiento con la tensión. Como el cuerpo A no se mueve, su aceleración es cero.

Eje y: $N-m_A g-T_y=0 \Rightarrow N=m_A g+T_y$

Eje x: $F_{roz}-T_x=0 \Rightarrow \mu(m_A g+T_y)=T_x$

$T_x=T\cos(\alpha)=3m_B g\,sen(\alpha)\cos(\alpha)$

Opción aplicando trigonometría $sen(2\alpha)=2\,sen(\alpha)\cos(\alpha)$ luego $T_x=\frac{3}{2}m_B g\,sen(2\alpha)$

Podemos relacionar $\frac{T_y}{T_x}=tg(\alpha)\Rightarrow T_y=T_x\,tg(\alpha)=3m_B g\,sen^2(\alpha)$

Sustituyendo $\mu=\frac{T_x}{m_A g+T_y}=\frac{3m_B\cancel{g}\,sen(\alpha)\cos(\alpha)}{m_A\cancel{g}+3m_B\cancel{g}\,sen^2(\alpha)}=\frac{3m_B\,sen(\alpha)\cos(\alpha)}{m_A+3m_B\,sen^2(\alpha)}$

Como la expresión es compleja simplificamos usando $m_A=m_B=m$ $\mu=\frac{3\,sen(\alpha)\cos(\alpha)}{1+3\,sen^2(\alpha)}$

Derivamos respecto a α e igualamos a cero.

$$\frac{d\mu}{d\alpha}=\frac{3(\cos^2(\alpha)-sen^2(\alpha))(1+3\,sen^2(\alpha))-3\,sen(\alpha)\cos(\alpha)(6\,sen(\alpha)\cos(\alpha))}{(1+3\,sen^2(\alpha))^2}=0$$

$$3\cos^2(\alpha)+9\,sen^2(\alpha)\cos^2(\alpha)-3\,sen^2(\alpha)-9\,sen^4(\alpha)-18\,sen^2(\alpha)\cos^2(\alpha)=0$$

$$3\cos^2(\alpha)-9\,sen^2(\alpha)\cos^2(\alpha)-3\,sen^2(\alpha)-9\,sen^4(\alpha)=0$$

Buscamos expresión solamente con sen, sustitimos $\cos^2(\alpha)=1-sen^2(\alpha)$

$$3-3\,sen^2(\alpha)-9\,sen^2(\alpha)-9\,sen^4(\alpha)-3\,sen^2(\alpha)-9\,sen^4(\alpha)=0$$

$$3-15\,sen^2(\alpha)=0\Rightarrow sen^2(\alpha)=\frac{3}{15}\Rightarrow sen(\alpha)=\frac{1}{\sqrt{5}}$$

"Sustituyendo" el valor del ángulo (usamos valor exacto del seno)

$$\mu(\alpha=arcsen(\frac{1}{\sqrt{5}}))=\frac{3\frac{1}{\sqrt{5}}\sqrt{1-\frac{1}{5}}}{1+3\frac{1}{5}}=\frac{3\cdot\frac{2}{5}}{\frac{8}{5}}=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}=0{,}75$$

Para comprobar que es un mínimo:

1. Apaño de andar por casa, comprobamos para un valor de ángulo próximo. Aproximadamente

$\alpha=arcsen(\frac{1}{\sqrt{5}})\approx 26{,}6^o$

$\mu(\alpha=26^o)=\frac{3\,sen(26^o)\cos(26^o)}{1+3\,sen^2(26^o)}=0{,}74977$

$\mu(\alpha=27^o)=\frac{3\,sen(27^o)\cos(27^o)}{1+3\,sen^2(27^o)}=0{,}7499$

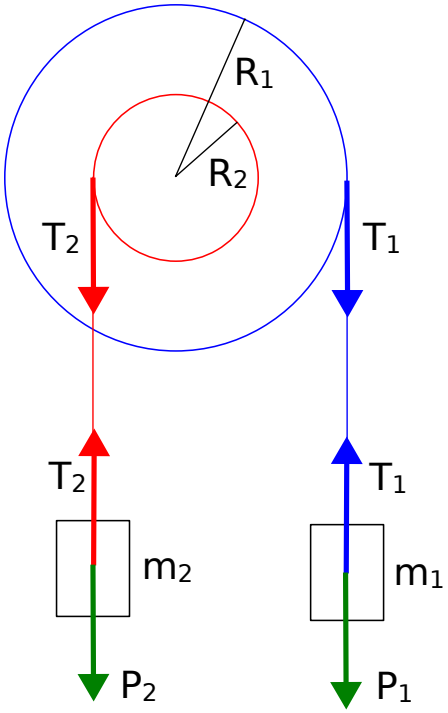
Los valores laterales son menores, luego es un máximo!
2. Hacemos la segunda derivada … muy largo e inviable en examen, pero a nivel de comprobación
http://www.wolframalpha.com/input/?i=second+derivate+%283*sin%28x%29*cos%28x%29%29%2F%281%2B3*sin^2%28x%29%29++for+x%3D1%2Fsqrt%285%29
El valor es negativo, luego es un máximo!
Coincide el cálculo de andar por casa y la comprobación ¿Cómo es posible?
Enunciado pide "*Hallar el coeficiente de rozamiento mínimo entre la superficie horizontal y el cuerpo A para que éste no se mueva.*", pero ese mínimo no es mínimo en el sentido de función siendo el valor más pequeño posible en función del ángulo, sino en el sentido de "al menos", ya que el coeficiente de rozamiento no puede tener un valor más pequeño que ese o el cuerpo A sí se movería.
Otra manera de verlo: μ es un máximo porque buscamos el caso peor, que es cuando T_x es máxima respecto a N. Obtenemos el valor mínimo que debe tener μ para que μ N≥Tx y no se mueva. Si μ baja, T_x>μ N y sí se movería.
Fundamentos teóricos:
-2ª Ley de Newton
-Conservación de la energía mecánica
-Aceleración centrípeta

De los ejercicios de Física: 2, 4, 6 y 8: elegir tres.

4.- Se tienen dos cilindros horizontales, coaxiales y solidarios de 10 kg cada uno y radios 12 cm y 36 cm, respectivamente. El de mayor radio tiene arrollado un hilo de masa despreciable del que pende una pesa de 2 kg y el de menor radio tiene arrollado, en sentido contrario al anterior, otro hilo de masa despreciable del que pende una pesa de 5 kg. Se deja libre el sistema y éste gira sin rozamientos alrededor de su eje fijo. Calcular:
a) La aceleración angular de los cilindros.
b) El par exterior de sentido contrario que habría que imprimir a los cilindros para que las pesas continuasen moviéndose con movimiento uniforme.

Ver Andalucía 2016 1
https://aletosblogdotcom.wordpress.com/wp-content/uploads/2013/03/problema-1-21-18.pdf
No es dato y usamos g=9,81 m/s² . No nos plantemos cómo se mantiene el cilindro en horizontal: podría estar colgado del techo o apoyado en unos soportes.

a) Consideramos que el cilindro de mayor (R_1=0,36 m) tiene la masa (m_1=2 kg) colgando por su lado derecho y le hace girar en el sentido de las agujas del reloj, lo que supone momento negativo hacia -z. El cilindro menor (R_2=0,12 m) tendría la masa (m_2=5 kg) colgando por su lado izquierdo y un momento positivo hacia +z.



Realizamos un diagrama: es importante no pensar que peso es igual a tensión, ya que eso solo ocurre en equilibrio.
Planteamos la dinámica de rotación respecto al eje

$$\Sigma \vec{M}_0 = I\,\vec{\alpha}$$

Asumimos que gira en el sentido de las agujas del reloj y la aceleración angular saldrá negativa (aunque usamos módulos para tensiones)

$$T_2 \cdot R_2 - T_1 \cdot R_1 = I\,\alpha$$

Planteamos dinámica traslación
Masa 1: $m_1 \cdot g - T_1 = m_1 \cdot a_1$
Masa 2: $T_2 - m_2 \cdot g = m_2 \cdot a_2$
Sustituyendo $a_1 = \alpha R_1$ y $a_2 = \alpha R_2$ y despejando tensiones en ecuaciones de traslación
$T_1 = m_1 \cdot g - m_1 \cdot \alpha R_1$
$T_2 = m_2 \cdot g + m_2 \cdot \alpha R_2$
Sustituyendo en la ecuación de rotación

$$(m_2 g + m_2 \alpha R_2)\cdot R_2 - (m_1 g - m_1 \alpha R_1)\cdot R_1 = I\,\alpha$$

$$m_2 g R_2 + m_2 \alpha R_2^2 - m_1 g R_1 + m_1 \alpha R_1^2 = I\,\alpha$$

$$\alpha = -g\,\frac{m_1 R_1 - m_2 R_2}{I + m_2 R_2^2 + m_1 R_1^2}$$

El momento de inercia de un cilindro es $I = \frac{1}{2} M R^2$
El momento de inercia de ambos cilindros será la suma de momentos de inercia.
La masa de cada uno es 10 kg
$I = \frac{1}{2} M \cdot R_1^2 + \frac{1}{2} M \cdot R_2^2 = 0{,}5 \cdot 10 \cdot (0{,}36^2 + 0{,}12^2) = 0{,}72\ kg \cdot m^2$

$$\alpha = -9,81\frac{2\cdot 0,36-5\cdot 0,12}{0,72+2\cdot 0,36^2+5\cdot 0,12^2} = -1,12\,rad/s^2$$

b) Si el movimiento es uniforme, la aceleración angular es cero y el momento total debe ser cero. El par a aplicar será el opuesto al resultante de ambos cilindros

$$\vec{M} = |T_2\cdot R_2 - T_1\cdot R_1|\vec{k}\ N\cdot m$$

Necesitamos calcular tensiones. Ahora usamos a_1 y a_2 positivas.

$T_1=m_1\cdot g-m_1\cdot \alpha R_1=2\cdot 9,81-2\cdot 1,12\cdot 0,36=18,81$ N

$T_2=m_2\cdot g+m_2\cdot \alpha R_2=5\cdot 9,81+5\cdot 1,12\cdot 0,12=49,72$ N

$$\vec{M} = |49,72\cdot 0,12-18,81\cdot 0,36|\vec{k}\ N\cdot m = 0,805\vec{k}\ N\cdot m$$

Ibiza 2022

Opción B, problema 1: enunciado 100% idéntico a Madrid 2006 Física 1

Madrid 2006

Física

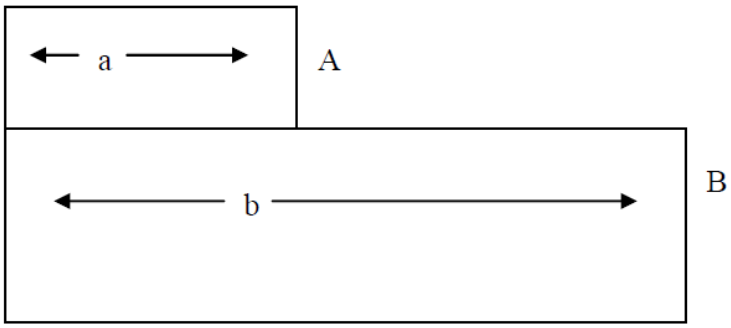
1.- Se tienen dos bloques A y B de masas 2 y 4 kg respectivamente. El coeficiente de rozamiento entre A y B es 0,6 y entre B y el suelo 0,1. Se dispara una bala de 100 g de masa sobre A comprobándose que entra con una velocidad de 22 m/s y sale con 2 m/s. Se supone instantáneo el tiempo en atravesarlo.

a) Estudie los movimientos de los bloques indicando todos los procesos con claridad.

b) Calcule el tiempo que invierten en cada etapa y su posición.

c) Determine la posición final de los bloques.

Datos a = 0,5 m y b= 2 m



Se hacen apartados a, b y c conjuntamente. Tras el impacto el bloque A se estará moviendo hacia la derecha, ya que la bala ha perdido momento lineal y por conservación lo ha ganado el bloque A. Como enunciado dice que es instantáneo, planteamos la conservación de momento lineal para calcular la velocidad del bloque

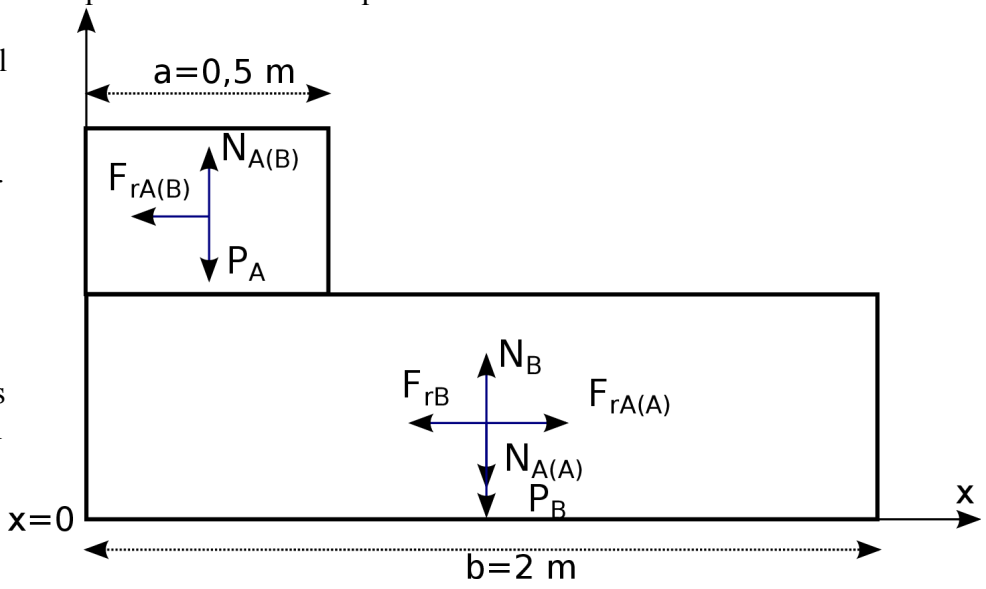
$$m_{bala}\cdot v_{bala\,inicial}+m_A\cdot v_{A\,inicial}=m_A\cdot v_{A\,final}+m_{bala}\cdot v_{bala\,final}$$

$$0{,}1\cdot 22+2\cdot 0=2\cdot v_{A\,final}+0{,}1\cdot 2\Rightarrow v_{A\,final}=\frac{0{,}1\cdot 22-0{,}1\cdot 2}{2}=1\,m/s$$

Esta velocidad es la final tras el choque, que es la inicial del movimiento del bloque.

Realizamos un diagrama de las fuerzas tras el choque, elegimos sistema de referencia, con x=0 en la posición inicial del extremo izquierdo de ambos bloques.

Sobre bloque A las fuerzas son peso, normal (que la ejerce bloque B) y fuerza de rozamiento (que la ejerce bloque B). Por lo tanto sobre bloque B además de peso, normal (que la ejerce el suelo) y fuerza rozamiento (que la ejerce el suelo), tenemos dos fuerzas que ejerce A como reacción a las que ejerce B.



Aplicamos la 2ª ley de Newton a cada eje y a cada bloque

A:

$$Eje\ y: N_A - P_A = 0 \Rightarrow N_A = m_A g$$
$$Eje\ x: -F_{rA} = m_A \cdot a_A \Rightarrow -\mu_{AB} \cdot N_A = m_A a_A \Rightarrow -\mu_{AB} \cancel{m_A} g = \cancel{m_A} a_A$$ El bloque A se va frenando
$$a_A = -\mu_{AB} g = -0{,}6 \cdot 9{,}8 = -5{,}88\ m/s^2$$
$$Eje\ y: N_B - N_A - P_B = 0 \Rightarrow N_B = m_A g + m_B g$$
$$Eje\ x: -F_{rB} + F_{rA} = m_B \cdot a_B \Rightarrow -\mu_{Bsuelo} N_B + \mu_{AB} \cdot N_A = m_B a_B$$
$$-\mu_{Bsuelo}(m_A + m_B) g + \mu_{AB} m_A g = m_B a_B$$

B:

$$a_B = (-\mu_{Bsuelo}(m_A + m_B) + \mu_{AB} m_A)\frac{g}{m_B}$$
$$a_B = (-0{,}1 \cdot (2+4) + 0{,}6 \cdot 2) \cdot \frac{9{,}8}{4} = 1{,}47\ m/s^2$$

El bloque B se mueve hacia la derecha (si hubiera salido negativa, hubiera implicado que no se mueve)

Ambos MRUA inicialmente, planteamos tramos / etapas:

1. A y B se mueven, la velocidad inicial de A no es nula, y velocidad inicial de B sí es nula.

$$x_A = x_{0A} + v_{0A} t + \frac{1}{2} a_A t^2 = 1 \cdot t - \frac{5{,}88}{2} t^2 = t - 2{,}94 t^2$$
$$v_A = v_{0A} + a_A t = 1 - 5{,}88 t$$
$$x_B = x_{0B} + v_{0B} t + \frac{1}{2} a_B t^2 = \frac{1{,}47}{2} t^2 = 0{,}735 t^2$$
$$v_B = v_{0B} + a_B t = 1{,}47 t$$

El bloque A se va frenando y el bloque B acelerando; en el momento en el que las velocidades se igualen (desde un sistema de referencia externo) el bloque A se parará respecto al bloque B y se moverá junto a él.

$$v_A = v_B \Rightarrow 1 - 5{,}88 t = 1{,}47 t \Rightarrow t = \frac{1}{1{,}47 + 5{,}88} = 0{,}136\ s$$

Comprobamos en ese momento la posición de cada bloque para saber si se han superado los 2 m del bloque B y el bloque A ha caído o no. Son posiciones respecto al origen del movimiento de ambos.

$$x_A = 0{,}136 - 2{,}94 \cdot 0{,}136^2 = 0{,}0816\ m$$
$$x_B = 0{,}735 \cdot 0{,}136^2 = 0{,}0136\ m$$

El bloque A no se ha caído, está sobre el bloque B, y su distancia al extremo izquierdo del bloque B es 0,0816-0,0136=0,068

La velocidad conjunta de ambos en ese momento es $v_B = 1{,}47 \cdot 0{,}136 \approx 0{,}2\ m/s$

2. A y B se mueven conjuntamente, hasta que ambos se paran. Se puede ver como un bloque único "AB" de $m_A+m_B=6$ kg, sobre el que únicamente actúa la fuerza de rozamiento del suelo.

Planteando la 2ª ley de Newton

$$Eje\ y: N_{AB} - P_{AB} = 0 \Rightarrow N_{AB} = m_{AB} g$$
$$Eje\ x: -F_{rAB} = m_{AB} \cdot a_{AB} \Rightarrow -\mu_{Bsuelo} \cdot \cancel{m_{AB}} g = \cancel{m_{AB}} a_{AB}$$
$$a_{AB} = -\mu_{Bsuelo} g = -0{,}1 \cdot 9{,}8 = -0{,}98\ m/s^2$$

Ahora tenemos un MRUA con ecuaciones (no consideramos posición inicial común)

$$x_{AB} = v_{0AB} t + \frac{1}{2} a_{AB} t^2 = 0{,}2 t - \frac{0{,}98}{2} t^2 = 0{,}2 t - 0{,}49 t^2$$
$$v_{AB} = v_{0AB} + a_{AB} t = 0{,}2 - 0{,}98 t$$

El instante en el que se paran es $v_{AB} = 0 \Rightarrow t = \frac{0{,}2}{0{,}98} = 0{,}204\ s$

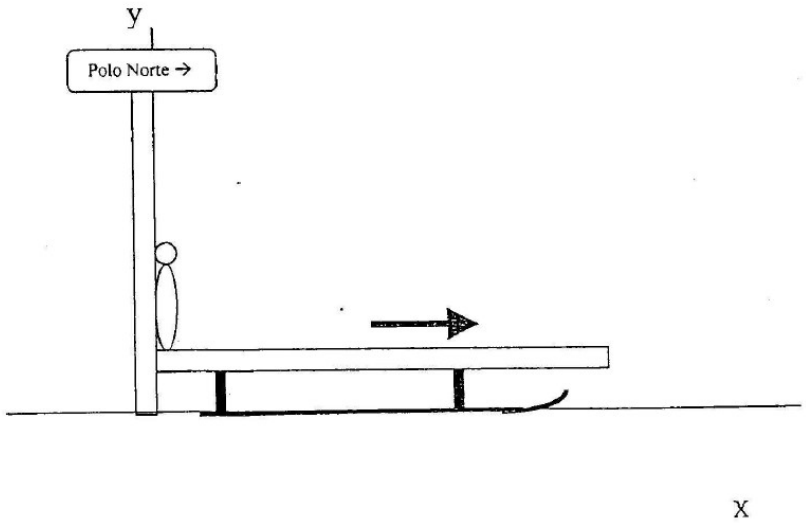
En ese instante la posición que ambos han recorrido desde el tramo anterior es

$$x_{AB} = 0{,}2 \cdot 0{,}204 - 0{,}49 \cdot 0{,}204^2 = 0{,}0204\ m$$

La posición de cada bloque es (respecto al origen de movimiento de ambos):
Bloque A: 0,0816+0,0204=0,102 m
Bloque B: 0,0136+ 0,0204=0,034 m
El bloque A sigue estando a 0,102-0,034=0,068 m del extremo izquierdo del bloque B.

1. Problemas relacionados con el temario de ingreso

3. Un trineo homogéneo de longitud L=6 m se mueve con velocidad constante v=10 m/s tal y como muestra la figura. La masa del trineo es m_T=50 kg y la de la persona que va montado m_P=70 kg. Tomemos como sistema de referencia para estudiar el movimiento el que se indica en la figura y el origen de tiempo en el instante en que la parte final del trineo coincide con el cartel. Calcule:
a) Posición del centro de masa del sistema formado por el trineo y la persona para cualquier instante y a los 10 s.
b) Demuestre que el centro de masa del trineo se mueve también a la velocidad v y con la misma dirección y sentido.
c) Cuando han pasado 10 s la persona comienza a caminar en la misma dirección del movimiento con velocidad 2 m/s respecto al trineo. Encuentre, despreciando el rozamiento la velocidad con que ahora se mueve el trineo.
d) Energías cinéticas del sistema formado por el trineo y la persona respecto al sistema de referencia situado en su centro de masa, cuando la persona se está moviendo.



Referencias
Cataluña 1994-A2
http://laplace.us.es/wiki/index.php/Definici%C3%B3n_y_propiedades_de_un_sistema_de_part%C3%ADculas#Energ.C3.ADa_cin.C3.A9tica

a) Tomamos eje x positivo hacia la derecha del diagrama (eje x ya está indicado en enunciado pero sin indicar explícitamente el sentido)
Al ser el trineo homogéneo y de 6 m de longitud su centro de masas está en el centro, por lo que en t=0 tenemos x_T=L/2 (expresada en m)
Consideramos a la persona una masa puntual situada en el borde del trineo, por lo que mientras no se desplace $x_P=x_T-L/2$. Como en diagrama inicialmente x_P=0 (persona en el borde y x_P=vt siendo x_P=0 para t=0), tomamos $x_T=x_P+L/2$.

La posición del centro de masas es $x_{CM}=\frac{x_T \cdot m_T + x_P \cdot m_P}{m_T+m_P}$

Como el trineo describe un MRU, $x_T=x_0+vt$, y en este caso x_0=0.

Sustituyendo $x_{CM}=\frac{(x_P+\frac{L}{2})\cdot m_T + x_P \cdot m_P}{m_T+m_P}=x_P+\frac{\frac{L}{2}m_T}{m_T+m_P}=vt+\frac{\frac{L}{2}m_T}{m_T+m_P}$

Numéricamente $x_{CM}=10t+\frac{3\cdot 50}{50+70}=10t+1{,}25[\,x\,en\,m,t\,en\,s]$

Para t=10 s $x_{CM}=10\cdot 10+1{,}25=101{,}25\,m$

b) Enunciado indica "centro de masa del trineo", no del sistema, por lo que planteamos que el dato del enunciado v sea la velocidad del extremo del trineo (extremo inicial que sí sabemos que tiene x=vt), y planteamos la posición del centro de masas del trineo aislado siendo homogéneo, con sección S y con longitud L que no varía (es rígido).

$$\rho=\frac{M}{S\cdot L}\Rightarrow dm=\rho\,S\,dx\Rightarrow x_{CM}=\int_{vt}^{vt+L}\frac{\rho}{M}x\,dx=\frac{1}{L}\left[\frac{x^2}{2}\right]_{vt}^{vt+L}=\frac{1}{2L}\left((vt+L)^2-(vt)^2\right)=\frac{1}{2L}\left(L^2+2vLt\right)$$

$$x_{CM}=\frac{1}{2}\left(L+2vt\right)=\frac{L}{2}+vt$$

Obtenemos la velocidad del centro de masas derivando $v_{CM}=\frac{dx_{CM}}{dt}=v$

c) Planteamos la conservación del momento lineal; considerando el sistema trineo-persona aislado, su momento lineal no varía, por lo que si la persona se desplaza hacia la derecha/aumenta su velocidad, el trineo se desplaza hacia la izquierda/disminuye su velocidad. El centro de masas del sistema sigue teniendo el mismo movimiento descrito en a).

Tomamos velocidades respecto sistema de referencia ligado al suelo.

$p_{antes}=m_{P.}\,v_P+m_T\cdot v_T=(m_P+m_T)\cdot v=(50+70)\cdot 10=1200\,kg\cdot m/s$

$p_{después}=m_{P.}\,v_P+m_T\cdot v_T=m_P\cdot v_P'+m_T\cdot v_T'\Rightarrow 1200=70\cdot v_P'+50\cdot v_T'$

Para relacionar velocidades usamos la frase del enunciado "velocidad 2 m/s respecto al trineo", que implica $v_P'=v_T'+2$

$$1200=70\cdot(v_T'+2)+50\cdot v_T'\Rightarrow 1200-70\cdot 2=(70+50)v_T'\Rightarrow v_T'=\frac{1200-140}{120}=\frac{53}{6}\approx 8{,}83\,m/s$$

Aunque no se pide explícitamente calculamos $v_P'=\frac{53}{6}+2=\frac{65}{6}\approx 10{,}83\,m/s$, lo que valida que la persona va más deprisa y el trineo más despacio que antes.

>No se necesita el dato de que el movimiento se inicia 10 s después, si acaso simplemente para saber que se ha recorrido poca distancia y se puede asumir movimiento rectilíneo; ya que enunciado cita Polo Norte, si fueran muchos kilómetros se estaría describiendo un movimiento curvilíneo sobre un meridiano.

d) La energía cinética respecto del centro de masa del sistema es la asociada a los movimientos de trineo y persona respecto del centro de masas, que usando adición de velocidades medidas respecto del sistema de referencia ligado al suelo y sabiendo que la velocidad del centro de masas es de 10 m/s son $v_{PCM}=\frac{65}{6}-10=\frac{5}{6}\approx 0{,}83\,m/s$ $v_{TCM}=\frac{53}{6}-10=\frac{-7}{6}\approx -1{,}17\,m/s$

$$E_{c\,total\,respecto\,CM}=E_{c\,TCM}+E_{c\,PCM}=\frac{1}{2}m_T\,v_{TCM}^2+\frac{1}{2}m_P\,v_{PCM}^2$$

$$E_{c\,total\,respecto\,CM}=\frac{1}{2}50\left(\frac{-7}{6}\right)^2+\frac{1}{2}70\left(\frac{5}{6}\right)^2=\frac{175}{3}\approx 58{,}3\,J$$

No se pide, pero planteamos la energía total, de dos maneras:

1. $E_{c\,total}=E_{c\,traslación}+E_{c\,rotación}$ *donde el término rotación (a veces se usa orbital) es el asociado al movimiento respecto al centro de masas* $E_{c\,traslación}=\frac{1}{2}M_{total}\,v_{CM}^2=\frac{1}{2}(50+70)10^2=6000\,J$

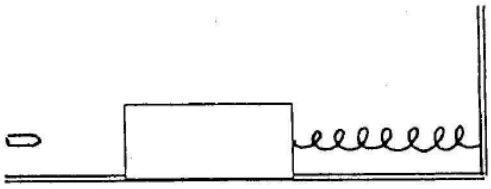
Por lo tanto $E_{c\,total}=6000+\frac{175}{3}=\frac{18175}{3}\approx 6058{,}3\,J$

2. $E_{c\,total}=E_{cT}+E_{c\,P}=\frac{1}{2}50\cdot\left(\frac{53}{6}\right)^2+\frac{1}{2}70\cdot\left(\frac{65}{6}\right)^2=\frac{18175}{3}\approx 6058{,}3\,J$

enrique@fiquipedia.es Revisado 22 agosto 2016
CC BY

1. Problemas relacionados con el currículo de la especialidad

1. ¿Qué velocidad máxima puede llevar la bala para que la pare el muelle? El suelo no es liso y el muelle tiene una masa despreciable.



Enunciado no lo dice explícitamente pero asumimos suelo y trayectoria horizontal según diagrama.
Enunciado no proporciona ningún dato, lo damos en función de parámetros que nombramos:
L_0=longitud del muelle en reposo
K=constante elástica del muelle
L_0'=longitud mínima del muelle asociada a su límite elástico, mayor compresión supondría deformación plástica y dejaría de aplicar la ley de Hooke.
>No podemos considerar el muelle elástico hasta L_0'=0, ya que eso supondrá que en ese punto la fuerza ejercida y la energía potencial almacenada es infinita. Asumimos que se está pidiendo "para que la pare el muelle [en una deformación elástica]"
μ=coeficiente de rozamiento entre el bloque y el suelo
m=masa de la bala
M=masa del bloque
v=velocidad de la bala
Planteamos inicialmente la conservación del momento lineal, asumiendo M en reposo

$$mv=(m+M)v' \Rightarrow v'=\frac{m}{m+M}v$$

Tras el choque, el sistema bala+muelle tiene solamente Ec asociada a m+M moviéndose a v', y no hay energía potencial elástica almacenada en el muelle, pero el muelle se comienza a comprimir, al tiempo que el rozamiento hace que se disipe energía, hasta que toda la energía cinética inicial ha pasado a energía disipada y potencial elástica, por lo que el muelle se habrá detenido con longitud L_0'.
Aplicando conservación de energía y como la fuerza de rozamiento es constante durante toda la compresión del muelle, $F_{roz}=\mu N=\mu(m+M)g$

$$\Delta E_m = W_{F\ no\ conservativas}$$

$$\frac{1}{2}K(L_0-L_0')^2-\frac{1}{2}(m+M)v'^2=-F_{roz}(L_0-L_0')$$

$$\frac{1}{2}(m+M)\left(\frac{m}{m+M}\right)^2 v^2=\mu(m+M)g(L_0-L_0')+\frac{1}{2}K(L_0-L_0')^2$$

$$v=\frac{\sqrt{(L-L_0')(m+M)(K(L-L_0')+2\mu g(m+M))}}{m}$$

Validaciones físicas:
-Si M aumenta, la velocidad máxima aumenta (la masa grande puede frenar más)
-Si m disminuye, la velocidad máxima aumenta (la masa pequeña es más fácil de frenar)
-Si K aumenta, la velocidad máxima aumenta (el muelle almacena más energía para misma distancia)
-Si ($L-L_0$') aumenta, la velocidad máxima aumenta (el muelle almacena más energía para la misma k)
-Si μ aumenta, la velocidad máxima aumenta (se disipa más energía pera la misma distancia ($L-L_0$')

(Se incluye el enunciado original asociado a este problema)

PROCEDIMIENTOS SELECTIVOS PARA EL ACCESO E INGRESO EN EL CUERPO DE PROFESORES DE ENSEÑANZA SECUNDARIA. AÑO 2004

EJERCICIO PRÁCTICO CORRESPONDIENTE A LA PRIMERA PRUEBA:

…

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

Cada apartado del problema debidamente justificado y razonado con la solución correcta se calificará con los puntos indicados a continuación:

…

Problema 2.- a) 1 b) 0,75 c) 0,75

…

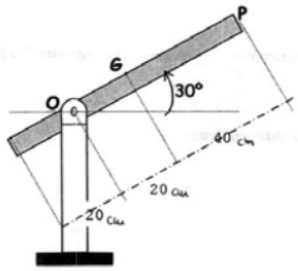
Cada problema se entregará en folio independiente

2.- Una barra uniforme de centro de gravedad G, como se expresa a en la figura, gira en sentido antihorario alrededor de un pasador liso O en un plano vertical. La masa de la barra es de 10 kg y en el instante mostrado tiene una velocidad angular de 8 rad/s en sentido antihorario. Calcular:

a) La aceleración angular de la barra

b) La reacción que el pasador O ejerce sobre la barra

c) La aceleración lineal del punto P de la barra.



a) Calculamos el momento de inercia de la barra respecto al eje de giro, utilizando el teorema de Steiner. Asumimos conocido y no calculamos el momento desde su centro G ó lateral P

$$I_O = I_G + M(\bar{OG})^2 = \frac{1}{12} M L^2 + M\left(\frac{L}{4}\right)^2 = \frac{4+3}{48} M L^2 = \frac{7}{48} M L^2$$

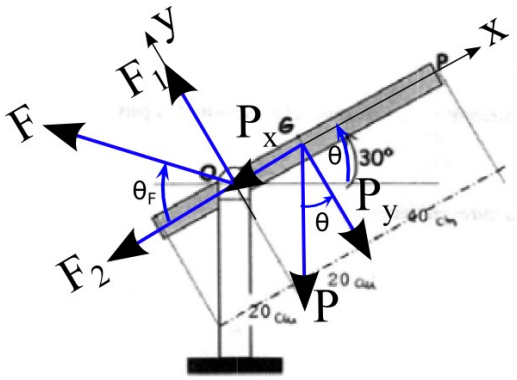
En el caso del punto lateral, el momento de inercia disminuye al acercarse a O que está más cerca del centro de gravedad.

$$I_O = I_P - M(\bar{OP})^2 = \frac{1}{3} M L^2 - M\left(L\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{16-9}{48} M L^2 = \frac{7}{48} M L^2$$

Planteamos dinámicamente, tomando momentos respecto punto O por lo que la única fuerza es el peso

$$\Sigma \vec{M} = I \vec{\alpha}$$

Elegimos sistema de referencia, tomamos convenio de signo para momento y prescindimos de vectores: M es negativo (dirigido hacia z negativas), por lo que la aceleración angular será negativa (cuadra con el sentido del ángulo 30º del diagrama; el ángulo θ tal y como se ha tomado la referencia (por cómo aparecía la flecha en el enunciado) disminuye, la velocidad angular que mide esa variación de ángulo también será negativa, gráficamente asociada a sentido horario en el diagrama que implica vector $\vec{\omega}$ dirigido hacia z negativas en diagrama, y la aceleración que mide la variación de esa velocidad, gráficamente asociada a sentido horario en el diagrama que implica vector $\vec{\alpha}$ dirigido hacia z negativas en diagrama)



Enunciado no proporciona el valor de g, por lo que utilizamos 9,8 m/s^2

$$-mg\frac{L}{4}\cos\theta=\frac{7}{48}mL^2\alpha$$

$$\alpha=\frac{-12}{7}\frac{g\cos\theta}{L}=\frac{-12}{7}\frac{9{,}8\cdot\cos(30^o)}{0{,}8}=-18{,}2\,rad/s^2$$

b) Diagrama, en el que ya asumimos signos de las fuerzas

Planteamos 2ª ley en dirección radial "x" y normal "y"; F_1 normal será positivo y F_2 radial será negativo. En estas expresiones los signos se toman del diagrama, los valores son absolutos.

Radial: $-mgsen\theta-F_2=-m\cdot a_c$

Transversal: $-mgcos\theta+F_1=-m\cdot a_t$

Calculamos por separado

$$a_c=-\omega^2R=-8^2\cdot\frac{0{,}8}{4}=-12{,}8\,m/s^2$$

$$a_t=\alpha R=-12{,}2\cdot\frac{0{,}8}{4}=-3{,}64\,m/s^2$$

El hecho de que la aceleración centrípeta sea negativa es consecuencia del sistema de referencia elegido, con x positivas dirigidas en la dirección que se aleja de la barra yendo de O a P.

La aceleración centrípeta es negativa independientemente del signo de la velocidad angular, que según el sistema de referencia elegido sería positiva ya que enunciado nos dice que es en sentido antihorario.

Sustituyendo:

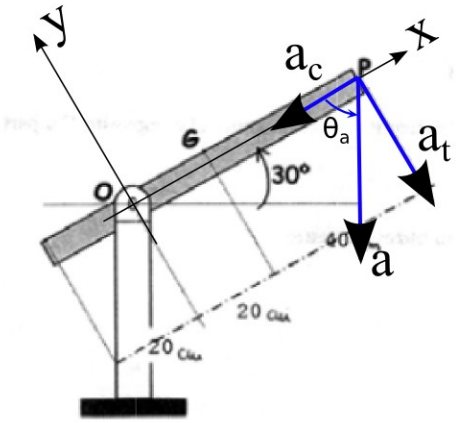
$$F_2=10\cdot12{,}8-10\cdot9{,}8\cdot sen(30^o)=79\,N$$

$$F_1=-10\cdot3{,}64+10\cdot9{,}8\cdot\cos(30^o)=48{,}5\,N$$

$$|F|=\sqrt{F_1^2+F_2^2}=\sqrt{79^2+48{,}5^2}=92{,}7\,N$$

El ángulo que formaría F con el eje de la barra tomado como eje x (medido en el sentido de las agujas del reloj desde F_2) sería

$\theta_F=arctg(\frac{45}{79})=31{,}5^o$, por lo que con la horizontal del plano del soporte serían 1,5º



$$a_t(P)=\alpha R(P)=-18{,}2\cdot0{,}6=-10{,}9\,m/s^2$$

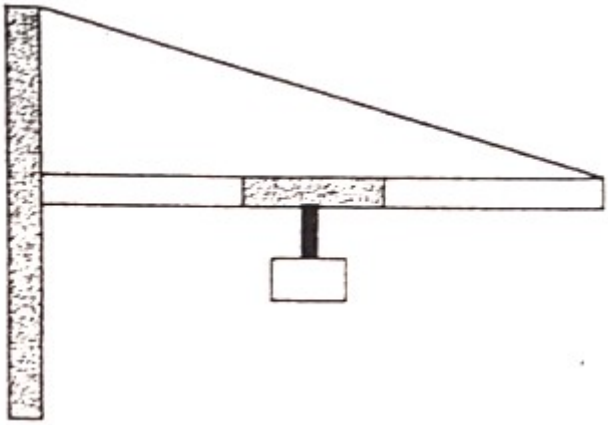
c) $$a_n(P)=-\omega^2R(P)=-8^2\cdot0{,}6=-38{,}4\,m/s^2$$

$$a=\sqrt{a_t^2+a_n^2}=\sqrt{10{,}9^2+38{,}4^2}=39{,}9\,m/s^2$$

El ángulo que formaría la aceleración total con el eje de la barra tomado como eje x (medido en el sentido contrario a las agujas del reloj) sería

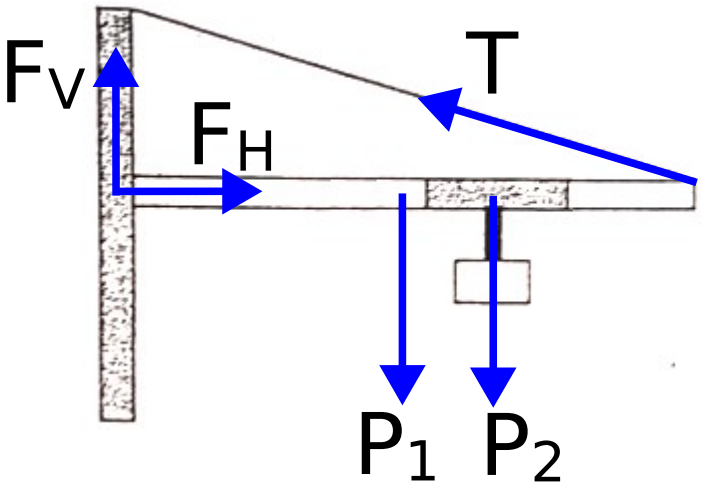
$$\theta_a=arctg(\frac{10{,}9}{38{,}4})=15{,}8^o$$

1.- La viga de la figura, que pesa 1000 kg y tiene 8 m de larga, hace de carril aéreo. Sobre ella desliza un colgador en el que colocamos 2000 kg de carga. Calcular: La tensión de cable de soporte, la fuerza ejercida por la pared sobre la viga y el ángulo que forma esta fuerza con la horizontal cuando la carga se encuentra a una distancia de 6 m de la pared. (Se desprecian los pesos de colgador y cable).



El enunciado es incompleto porque falta información de geometría
Es idéntico a problemas en los que se indica un ángulo de 60º del cable con la pared.
Problema 4.1 https://personales.unican.es/mierja/docencia/minas/problemas1/estatica.pdf
Problema 11 https://www.academiaados.com/wp-content/uploads/dlm_uploads/2018/05/6.-PR%C3%81CTICO-2-TECNOLOG%C3%8DA.pdf
No es dato y usamos g=9,81 m/s²

Realizamos el diagrama de cuerpo libre. Representamos F_V y F_H con sentidos arbitrarios: si el resultado es negativo tendrían sentido opuesto.



Planteamos equilibrio de rotación respecto al punto de contacto con la pared. Asumimos viga uniforme y ponemos centro de masas en su centro geométrico.

$8 \cdot T \cdot \text{sen}(30º) - P_1 \cdot 4 - P_2 \cdot 6 = 0$

$$T = \frac{1000 \cdot 9,81 \cdot 4 + 2000 \cdot 9,81 \cdot 6}{8 \cdot 0,5}$$

$$T = 3924\ N$$

Planteamos equilibrio de traslación:

Eje x: $F_H - T \cdot \text{sen}(60º) = 0$

$$F_H = 3924 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3398\ N$$

Eje y: $F_V + T \cdot \cos(60º) - P_1 - P_2 = 0$

$$F_V = -3924 \cdot 0,5 + 1000 \cdot 9,81 + 2000 \cdot 9,81 = 2747\ N$$

Al ángulo que forma la fuerza con la horizontal sería

$$\alpha = \arctan\left(\frac{F_V}{F_H}\right) = \arctan\left(\frac{2747}{3398}\right) = 35^o$$

Física
2.- Suponemos gotas de lluvia que caen desde una cierta altura h.
Calcular:
a) Si no hubiera fricción, la velocidad con la que llega a tierra.
b) Considerando que las gotas experimentan una fuerza de fricción $F=-amv^2$. Calcular v(h) y encontrar la velocidad límite.
c) Realizar los correspondientes cálculos numéricos con los datos: h=4 km y a=0,1 en las correspondientes unidades.

Referencias:
Valencia 2008-1 y Extremadura 1996-Física 1

Por claridad y evitar confusión entre la constante a del enunciado con la a asociada a aceleración, usamos "a" para la constante tal y como indica enunciado y "a_c" para aceleración.

a) Si no hay fricción, y despreciando el empuje, la única fuerza que actúa es el peso. Las gotas caen en la troposfera, en un margen de altura en que podemos considerar g constante, por lo que es un MRUA con $|a_c|=g$,y la velocidad a una altura h, si asumimos $v_0=0$.

$$v^2-v_0^2=2\cdot a_c\cdot s\Rightarrow v=\sqrt{2gh}$$

b) Tomamos sistema de referencia: eje x vertical, sentido positivo hacia abajo, x=0 y t=0 en el inicio del movimiento, con lo que x y v son positivas y aumentan.

Aplicamos la 2ª ley de Newton

$$\cancel{m}g-\cancel{m}av^2=\cancel{m}\cdot a_c$$
$$g-av^2=\frac{dv}{dt}$$

Necesitamos una expresión de v en función de x.

$$g-av^2=\frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt}=v\frac{dv}{dx}$$
$$dx=\frac{vdv}{g-av^2}\Rightarrow\int_0^x dx=\int_0^v\frac{vdv}{g-av^2}$$

La integral se puede ver directamente y se puede plantear un cambio de variable: $u=g-av^2 \rightarrow du=-2av\cdot du$, de modo que $\int\frac{vdv}{g-av^2}=\int\frac{-1}{2a}\frac{du}{u}=\frac{-1}{2a}\ln(u)=\frac{-1}{2a}\ln(g-av^2)$

$$x=\frac{-1}{2a}[\ln(g-av^2)]_0^v$$
$$-2ax=\ln\left(\frac{g-av^2}{g}\right)$$
$$e^{-2ax}=e^{\ln\left(\frac{g-av^2}{g}\right)}$$
$$e^{-2ax}=\frac{g-av^2}{g}$$
$$ge^{-2ax}=g-av^2$$
$$v=\sqrt{\frac{g}{a}\left(1-e^{-2ax}\right)}$$

Validaciones físicas:
- Si x=0, v=0
-Si g mayor la velocidad es mayor
-Si a=0, sale una indeterminación 0/0, pero si se hace un desarrollo por Taylor en x=0
http://www.wolframalpha.com/input/?i=taylor+series+sqrt%28a%2Fb*%281-e^%28-2bx

%29%29%29 todos los términos dependen de b y se anulan salvo el primero, con lo que
$v=\sqrt{2gx} \Rightarrow v^2=2gx$ que es una expresión de MRUA
-La velocidad aumenta según cae, pero tiene un límite, ya que si x=∞ (cae durante mucho tiempo), la velocidad es constante, velocidad terminal, y el valor es el que se pide

$$v(x=\infty)=\sqrt{\frac{g}{a}}$$

Modificamos la expresión para que sea en función de altura, tal y como se pide en enunciado. Si llamamos h a la variable altura, y H al valor de altura inicial.
x=0 implica h=H, y x=H implica h=0, x=H/4 implica h=3H/4, cuando x crece h decrece
La relación es **x=H-h**, y sustituyendo en la expresión para que quede en función de altura

$$v=\sqrt{\frac{g}{a}(1-e^{-2a(H-h)})}$$

b) Numéricamente para H=4000 m y a=0,1 (las unidades de la constante a en el Sistema Internacional serían m^{-1}, para que haya consistencia dimensional en las unidades)

$$v=\sqrt{\frac{9,8}{0,1}(1-e^{-2\cdot 0,1\cdot(4000-h)})}=\sqrt{98\cdot(1-e^{-800+0,2\cdot h})}$$

La velocidad límite sería $v=\sqrt{\frac{9,8}{0,1}}=10\,m/s$ (la expresamos con 1 cifra significativa)

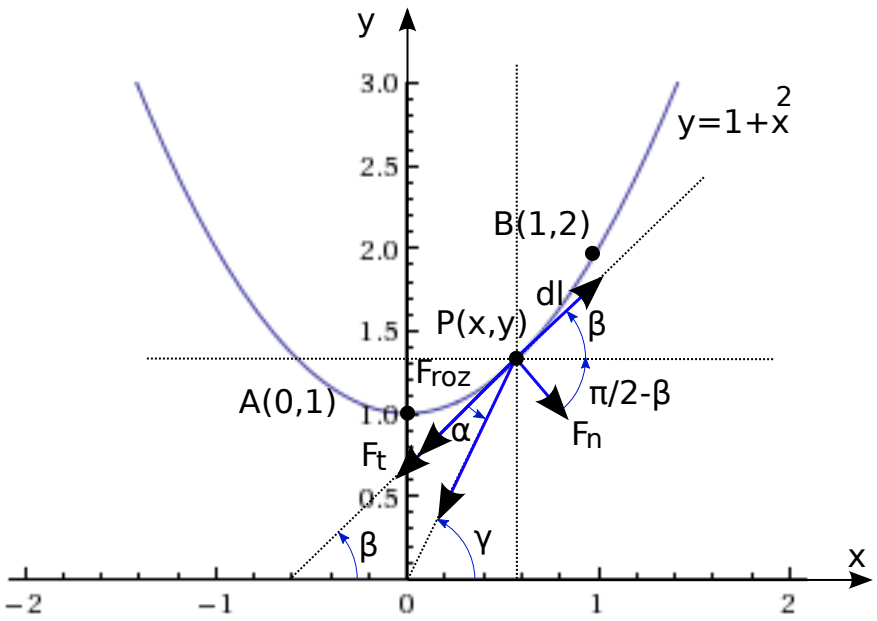
enrique@fiquipedia.es Revisado 14 octubre 2023
CC BY SA

1. Una partícula resulta atraída hacia el origen O (0,0) por una fuerza cuyo módulo es proporcional a la distancia r desde la partícula hasta el origen. Calcular el trabajo que se realiza al mover la partícula desde el punto A (0,1) hasta B (1,2) a lo largo de la trayectoria dada por $y = 1 + x^2$ si el rozamiento entre la partícula y la trayectoria es μ.

Resuelto por sleepylavoisier en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4018#p18044
Referencia:
Física. Curso teórico práctico de fundamentos físicos de la ingeniería; F.J. Gálvez, R.López, A.Llopis, C.Rubio, Universidad Politécnica de Valencia, ISBN 84-7360-187-4 https://books.google.es/books?id=AJA-GRmTzHEC&pg=PA209#v=onepage&q&f=false problema E-5-10 enunciado idéntico, incluye resolución. (La resolución usa trigonometría,aquí se plantea geometría y la relación de dl y de la fuerza normal con x, dx. y, dy)

Referencias:
Fuerzas centrales 2000 Murcia A2

Realizamos una representación: si el movimiento es de A hacia B, la fuerza de rozamiento es opuesta al movimiento. La normal es perpendicular a la tangente a la superficie. Utilizamos la definición de trabajo $W=\int_A^B \vec{F}\cdot\vec{dl}$ donde el diferencial de desplazamiento es tangente a la trayectoria. La fuerza aplicada debe vencer las dos fuerzas que indican: fuerza de atracción al origen y la fuerza de rozamiento, por lo que la fuerza aplicada tiene sentido opuesto.



$$\vec{F}=-\vec{F}_{atracción}-\vec{F}_{roz}$$

La fuerza normal es la componente normal a la trayectoria de la fuerza, y su valor influye en la fuerza de rozamiento que tiene como módulo μN. La fuerza normal no realiza trabajo ya que siempre es normal a la trayectoria; solamente realizan trabajo la componente tangencial y la fuerza de rozamiento.

$$W=\int_A^B(-\vec{F}_{atracción}-\vec{F}_{roz})\vec{dl}=-\int_A^B \vec{F}_{atracción}\vec{dl}-\int_A^B \vec{F}_{roz}\vec{dl}$$

Planteamos cada término por separado

-Término debido a la fuerza de atracción:

Llamamos K a la constante de proporcionalidad, por lo que F=Kr, siendo r la distancia del origen al punto P

$$\vec{F}_{atracción}=-K\,r\,\vec{u}_r=-K\,r\frac{\vec{r}}{r}=-K\,(x\,\vec{i}+y\,\vec{j})=-K\,(x\,\vec{i}+(1+x^2)\,\vec{j})$$

$$\vec{dl}=dx\,\vec{i}+dy\,\vec{j}\ \text{siendo}\ y=1+x^2\Rightarrow dy=2\,x\,dx\,;\ \vec{dl}=dx\,\vec{i}+2\,x\,dx\,\vec{j}$$

Combinando ambas

$$W_{atracción}=K\int_A^B (x\,\vec{i}+(1+x^2)\vec{j})(dx\,\vec{i}+2x\,dx\,\vec{j})=K\int_A^B (x\,dx+2\,x\,dx+2x^3\,dx)$$

$$W_{atracción}=K\int_{(0,1)}^{(1,2)} (3x+2x^3)\,dx=K\left[\frac{3}{2}x^2+\frac{2}{4}x^4\right]_{(0,1)}^{(1,2)}=K\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\right)=2K$$

El trabajo realizado por el campo será opuesto, negativo.

Sin usar la ecuación de trayectoria llegamos al mismo resultado:

$$W_{atracción}=K\int_A^B (x\cdot dx+y\cdot dy)=K\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^1+K\left[\frac{y^2}{2}\right]_1^2=2K-\frac{K}{2}+\frac{K}{2}=2K$$

Se puede ver que es una fuerza conservativa, el trabajo realizando por el campo solamente depende de punto inicial y final, no del trayecto por el que se ha llegado de un punto a otro.

-Término debido a la fuerza de rozamiento:

$$\vec{F}_{rozamiento}=-\mu\,N\,\vec{dl}$$

$$\vec{dl}=dx\,\vec{i}+dy\,\vec{j}\ siendo\ y=1+x^2\Rightarrow dy=2\,x\,dx\ ;\ \vec{dl}=dx\,\vec{i}+2\,x\,dx\,\vec{j}$$

El vector normal forma 90º con el vector tangente a la trayectoria (no con vector r que une origen con punto de la trayectoria), por lo que si giramos un vector tangente que tiene coordenadas $\vec{l}=\vec{i}+2x\,\vec{j}$ (tomamos signos del diagrama) tenemos $\vec{N}=2x\,\vec{i}-\vec{j}$, y al ser perpendiculares podemos comprobar que su producto escalar es 0.

El módulo de a normal será la proyección de la fuerza de atracción dirigida al origen sobre esa normal, lo que es el producto escalar, y el vector unitario sería

$$\vec{u}_n=\frac{2x\,\vec{i}-\vec{j}}{\sqrt{4x^2+1}}=\frac{2x}{\sqrt{4x^2+1}}\vec{i}-\frac{1}{\sqrt{4x^2+1}}\vec{j}$$

$$N=|\vec{N}|=\vec{F}_{atracción}\cdot\vec{u}_n=K\,(x\,\vec{i}+(1+x^2)\vec{j})\cdot\left(\frac{2x}{\sqrt{4x^2+1}}\vec{i}-\frac{1}{\sqrt{4x^2+1}}\vec{j}\right)=K\frac{(2x^2-1-x^2)}{\sqrt{4x^2+1}}=K\frac{x^2-1}{\sqrt{4x^2+1}}$$

$$W_{rozamiento}=-\mu\int_A^B N\,\vec{u}_l\,\vec{dl}$$

$$\vec{u}_l=\frac{\vec{i}+2x\,\vec{j}}{\sqrt{4x^2+1}}=\frac{1}{\sqrt{4x^2+1}}\vec{i}+\frac{2x}{\sqrt{4x^2+1}}\vec{j}$$

$$W_{rozamiento}=-\mu\int_A^B K\frac{x^2-1}{\sqrt{4x^2+1}}\left(\frac{1}{\sqrt{4x^2+1}}\vec{i}+\frac{2x}{\sqrt{4x^2+1}}\vec{j}\right)(dx\,\vec{i}+2x\,dx\,\vec{j})$$

$$W_{rozamiento}=-\mu\,K\int_A^B\frac{x^2-1+4x^4-4x^2}{4x^2+1}dx$$

$$W_{rozamiento}=-\mu\,K\int_A^B\frac{4x^4-3x^2-1}{4x^2+1}dx$$

Planteamos la integral racional, hacemos primero el cociente de polinomios

$4x^4-3x^2$	-1	$\underline{\lvert 4x^2+1}$
$4x^4+x^2$		x^2-1
$-4x^2$	-1	
$-4x^2$	-1	
	0	

$$\frac{4x^4-3x^2-1}{2x^2+1}=x^2-1$$

$$W_{rozamiento}=-\mu\,K\int_A^B(x^2-1)\,dx=-\mu\,K\left[\frac{x^3}{3}-x\right]_0^1=-\mu\,K\left(\frac{1}{3}-1\right)=\frac{2}{3}\mu\,K$$

$$W_{total\ A\to B}=2K+\frac{2}{3}\mu\,K=2K\left(1+\frac{\mu}{3}\right)$$

Resolución con planteamiento *Física. Curso teórico práctico de fundamentos físicos de la ingeniería; F.J. Gálvez, R.López, A.Llopis, C.Rubio, Universidad Politécnica de Valencia, ISBN 84-7360-187-4*
https://books.google.es/books?id=AJA-GRmTzHEC&pg=PA209#v=onepage&q&f=false problema E-5-10
(usa trigonometría y me parece más rebuscado, lo pongo por entender lo que se hace y validar que se llega al mismo resultado, nunca se me hubiera ocurrido plantearlo así)

$$\alpha+\beta+(180-\gamma)=180 \Rightarrow \alpha=\gamma-\beta$$

$$x=r\cos\gamma$$
$$y=r\,sen\,\gamma$$
$$dx=dl\cdot\cos\beta$$
$$dy=dl\cdot sen\beta$$

$$W=K\int_A^B(r\cos(\gamma-\beta)+\mu\, r\, sen(\gamma-\beta))\,dl$$

Usando el coseno y el seno de la diferencia

$$\cos(a-b)=sen(a)\cdot sen(b)+\cos(a)\cdot\cos(b)$$
$$sen(a-b)=sen(a)\cdot\cos(b)-\cos(a)\cdot sen(b)$$

$$W=K\int_A^B(r\,sen(\gamma)\cdot sen(\beta)+r\cos(\gamma)\cdot\cos(\beta)+\mu\, r\,sen(\gamma)\cdot\cos(\beta)-\mu\, r\cos(\gamma)\cdot sen(\beta))\,dl$$

$$W=K\int_A^B(r\,sen(\gamma)\cdot sen(\beta)+r\cos(\gamma)\cdot\cos(\beta))\,dl+K\int_A^B(\mu\, r\,sen(\gamma)\cdot\cos(\beta)-\mu\, r\cos(\gamma)\cdot sen(\beta))\,dl$$

Combinando relaciones anteriores para dejar en función de x e y

$$x=r\cos\gamma$$
$$y=r\,sen\,\gamma$$
$$dx=dl\cdot\cos\beta$$
$$dy=dl\cdot sen\beta$$

$$W=K\int_A^B(y\cdot dy+x\cdot dx)+K\mu\int_A^B(y\cdot dx-x\cdot dy)$$

$y=x^2+1$, luego $x^2=y-1$

$$W=K\left[\frac{y^2}{2}\right]_1^2+K\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^1+K\mu\int_A^B((x^2+1)\cdot dx+\sqrt{y-1}\cdot dy)$$

$$W=2K-\frac{K}{2}+\frac{K}{2}+K\mu\left[\frac{x^3}{3}+x\right]_0^1+\left[\frac{2}{3}(y-1)^{\frac{3}{2}}\right]_1^2$$

$$W=2K+K\mu\frac{2}{3}=2K\left(1+\frac{\mu}{3}\right)$$

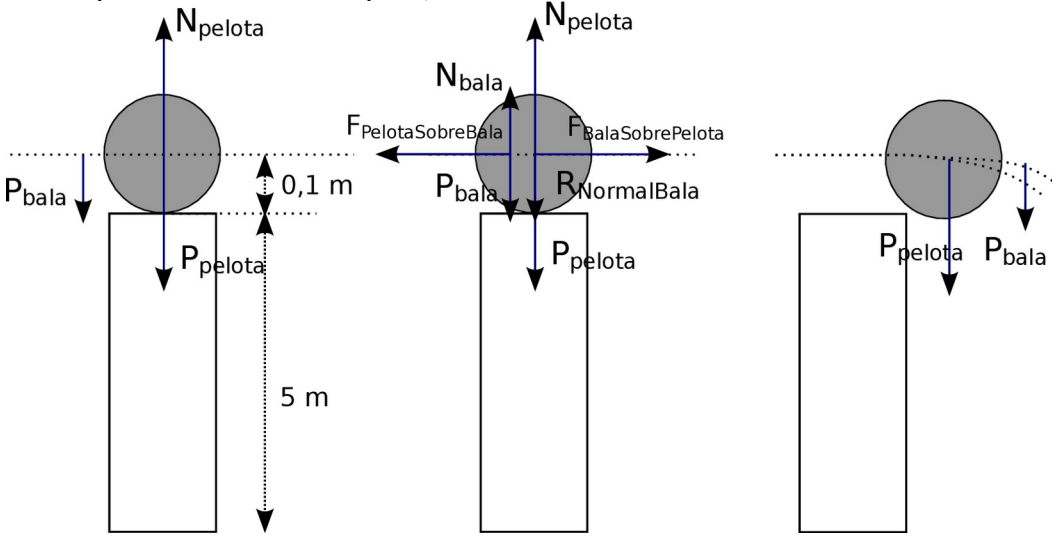
Siguiendo el desarrollo se puede ver el resultado como dos términos, el primero asociado a integrar la componente de la fuerza tangencial (en el resultado no interviene la trayectoria) y el segundo asociado a integrar la fuerza de rozamiento

3.- Una pelota maciza de 10 cm de radio y de masa 0,2 kg descansa sobre una columna vertical de altura de 5 m. Una bala de masa 10 g viaja a una velocidad de 500 m/s y atraviesa horizontalmente la pelota, pasando por su centro. La pelota cae al suelo a una distancia de 20 m de la base de la columna.
a) Realice un análisis de las fuerzas (con un dibujo en el que se muestren los vectores-fuerza correspondientes) que actúan sobre la bala y sobre la pelota en cada una de las tres situaciones siguientes: antes del choque, mientras la bala atraviesa la pelota y después de haberla atravesado.
b) ¿A qué distancia de la columna cae la bala?
c) ¿Cuánto vale en promedio cada una de las fuerzas que actúan en el sistema bala-pelota en la situación en la que la bala está atravesando la pelota?

a) Antes del choque:
- Sobre la bala: solamente su peso.
- Sobre la pelota: su peso y la normal, opuesta al peso de la pelota ya que está en reposo.

Mientras la bala atraviesa la pelota:
- Sobre la bala: peso, normal, fuerza de pelota sobre bala.
- Sobre la pelota: peso, normal, fuerza de bala sobre pelota y reacción de la bala sobre la pelota (la normal sobre la bala la hace la pelota)

Después de haberla atravesado:
- Sobre la bala: solamente su peso.
- Sobre la pelota: solamente su peso, abandona la columna.



b) Planteamos conservación de momento lineal

$$p_{antes} = p_{después}$$

$$m_{pelota} \cdot v_{pelota\ antes} + m_{bala} \cdot v_{bala\ antes} = m_{pelota} \cdot v_{pelota\ después} + m_{bala} \cdot v_{bala\ después}$$

$$0{,}2 \cdot 0 + 0{,}010 \cdot 500 = 0{,}2 \cdot v_{pelota\ después} + 0{,}010 \cdot v_{bala\ después}$$

La pelota describe un movimiento parabólico: horizontalmente MRU y verticalmente MRUA.
Tomamos g=9,8 m/s^2

$$y = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2$$

El centro de masas de la pelota pasa de una altura de 5,1 m apoyado en la columna a 0,1 m al impactar con el suelo: desciende 5 m.
Sin embargo la bala tiene dimensiones despreciables y sí desciende 5,1 m.

Pelota $y=5-4{,}9\,t^2$ En el suelo y=0 $t=\sqrt{\frac{5}{4{,}9}}=1{,}01\,s$

$x=x_0+v_{0x}t$ Si horizontalmente en 1,01 s ha recorrido 20 m $v_{0x}=\frac{20}{1{,}01}=19{,}8\,m/s$

Despejando

$v_{bala\ después}=\frac{0{,}010\cdot 500-0{,}2\cdot 19{,}8}{0{,}010}=104\,m/s$

La bala también describe un movimiento parabólico pero no tiene el mismo tiempo de caída

Bala $y=5+0{,}1-4{,}9\,t^2$ En el suelo y=0 $t=\sqrt{\frac{5{,}1}{4{,}9}}=1{,}02\,s$

En ese tiempo recorrerá $x=104\cdot 1{,}02=106{,}08\,m$

Se pregunta a qué distancia de la columna cae la bala, que sería la diferencia: 106,08-20=86,08 m

c) Mientras la bala atraviesa la pelota peso y normal tienen un valor fijo, no realizan trabajo.

La bala está atravesando la pelota por su centro y recorre un diámetro, por lo que la pelota ejerce una fuerza sobre la bala que modifica su velocidad. Utilizando el teorema de las fuerzas vivas

$W=\Delta E_c=\frac{1}{2}m_{bala}(v^2_{bala\,después}-v^2_{bala\,antes})=\frac{1}{2}0{,}010\cdot(104^2-500^2)=-1195{,}92\,J$

Si utilizamos la definición de trabajo $W=\int \vec{F}\cdot\vec{dx}$ pero si asumimos una fuerza promedio constante podemos plantear, llamando F a su módulo teniendo en cuenta que es opuesta al desplazamiento $W=-F\cdot\Delta x\Rightarrow F=\frac{-W}{\Delta x}=\frac{1195{,}92}{0{,}2}=5979{,}6\,N$

Prueba práctica de Física.

Se valorará tanto el planteamiento y justificación como el desarrollo operativo.

1. Una cuerda elástica fija a un puente de altura suficiente, se comporta como un resorte de constante k = 29,0 N/m, con una longitud normal l = 25,0 m. Una saltadora, cuya masa es m = 55,0 kg, se lanza desde el puente atado a la cuerda. Calcule la longitud máxima del descenso y la magnitud de la aceleración máxima a la que está sometida.

No es dato y tomamos g=9,81 m/s^2 con 3 cifras significativas como los datos de enunciado.

Planteamos la conservación de energía mecánica.
Tomamos referencia h=0 en el punto de lanzamiento, en el que se deja caer y su velocidad es nula, la cuerda no está estirada, por lo que su energía mecánica es cero.
En el punto más bajo la energía cinética también es cero, pero tiene energía potencial asociada a una longitud l+Δx pero negativa al haber puesto referencia 0 arriba, y energía potencial elástica asociada una longitud Δx.

$$0=-mg(l+\Delta x)+\frac{1}{2}k(\Delta x)^2$$

$$\frac{1}{2}k(\Delta x)^2-mg\Delta x-mgl=0$$

Numéricamente

$$\frac{1}{2}\cdot 29(\Delta x)^2-55\cdot 9{,}81\cdot\Delta x-55\cdot 9{,}81\cdot 25=0$$

$$24{,}5(\Delta x)^2-539{,}55\Delta x-13488{,}75=0$$

$$\Delta x=\frac{539{,}55\pm\sqrt{539{,}55^2-4\cdot 24{,}5\cdot(-13488{,}75)}}{2\cdot 24{,}5}=\begin{matrix}-14{,}9\,m\\36{,}9\,m\end{matrix}$$

Descartamos la solución negativa.
La longitud máxima del descenso es 25+36,9=61,9 m

La aceleración a la que está sometida es la suma de la gravitatoria y la de la cuerda elástica.
En la bajada la gravitatoria va hacia abajo y la de la cuerda elástica hacia arriba.
$a=a_{grav}-a_{elást}=g-F_{máx}/m=9{,}81-29\cdot\Delta x/55$
Vemos que la aceleración es 9,81 m/s2 inicialmente y decrece hasta cero cuando $9{,}81=29\Delta x/55$ → Δx=18,6 m y luego empieza a crecer en sentido opuesto, llegando a un valor $9{,}81-29\cdot 36{,}9/55=-9{,}64$ m/s^2
Por lo tanto la aceleración máxima [total] a la que está sometida es la inicial de módulo 9,81 m/s^2
(la aceleración máxima [elástica] a la que está sometida es en módulo 19,46 m/s^2)

enrique@fiquipedia.es Revisado 8 enero 2016

2001-A1. En una situació unidimensional, quan una partícula material de masa m que es mou a velocitat v xoca elàsticament contra una altra partícula de masa m' que està en repòs, li transfereix una fracció de la seva energia cinètica igual a $4m \cdot m'/(m+m')^2$.
a) Demosteu-ho.
b) Determineu l'expressió de la fracció d'energia transferida en el cas límit en què la massa m' sigui molt superior a la massa m.
c) Deduiu, de l'expressió de la fracció d'energia transferida en b), una llei aplicable al xoc elàstic de pilotes contra parets quan la trajectoria inicial de la pilota és perpendicular a la paret.
2001-B1. a) Per aplicació de principis fisics corresponents, deduïu la fórmula que dóna la quantitat d'energia cinètica que adquireix una partícula de masa m', que està en repòs, quan rep l'impacte d'una altra partícula de massa m que s'està movent amb una velocitat inicial v en el cas que el xoc sigui perfectament elàstic. Imagineu que la situació és estrictament unidimensional.
b) Indiqueu quina particularitat té la fórmula anterior en el cas de ser m = m'.
c) Deduïu, del resultat b), quina característica ha de tenir un bon moderador de neutrons en un reactor nuclear.

2001-A1. En una situación unidimensional, cuando una partícula material de masa m que se mueve a velocidad v choca elásticamente contra otra partícula de masa m' que está en reposo, le transfiere una fracción de su energía cinética igual a $4m \cdot m'/(m+m')^2$.
a) Demostrar esto.
b) Determinar la expresión de la fracción de energía transferida en el caso límite en el que la masa m' sea muy superior a la masa m.
c) Deducir, de la expresión de la fracción de energía transferida en b), una ley aplicable al choque elástico de pelotas contra paredes cuando la trayectoria inicial de la pelota es perpendicular a la pared.
2001-B1. a) Por aplicación de principios físicos correspondientes, deduzca la fórmula que da la cantidad de energía cinética que adquiere una partícula de masa m', que está en reposo, cuando recibe el impacto de otra partícula de masa m que se está moviendo con una velocidad inicial v en caso de que el choque sea perfectamente elástico. Imagínese que la situación es estrictamente unidimensional.
b) Indique qué particularidad tiene la fórmula anterior en el caso de ser m = m'.
c) Deducir, del resultado b), qué característica debe tener un buen moderador de neutrones en un reactor nuclear

Referencias:
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/dinamica/con_mlineal/choques/choques.htm
http://laplace.us.es/wiki/index.php/Colisiones_de_dos_part%C3%ADculas#Choques_unidimensionales

Los dos problemas son muy similares; se hace primero un tratamiento general para cualquier coeficiente de restitución, no solamente para e=1 asociado a choque elástico, tal y como aparece en la web de física con ordenador de Ángel Franco García.

A. Tomamos sistema de referencia externo a las partículas

Como es una situación unidimensional tomamos eje x en dirección movimiento y signo indicará sentido. Para distinguir velocidades antes y después, se utiliza u para indicar velocidad antes y v para indicar velocidad después, y subíndices 1 y 2 para indicar las dos partículas. Lo que enunciado indica como v, m y m' serán u_1, m_1 y m_2.
Por conservación del momento lineal:

$p_{antes}=m_1\cdot u_1+m_2\cdot u_2$

$p_{después}=m_1\cdot v_1+m_2\cdot v_2$

Igualando $m_1\cdot u_1+m_2\cdot u_2=m_1\cdot v_1+m_2\cdot v_2$

El coeficiente de restitución nos indica cuanta energía cinética se transmite en el choque / cuanta energía se pierde en el choque entre dos objetos.

Se puede definir como el cociente entre la velocidad relativa de alejamiento de los objetos tras el choque y la velocidad relativa de acercamiento de los objetos antes del choque:

- Si el cociente es 1, es una colisión perfectamente elástica, se conserva Ec.
- Si el cociente es 0 es perfectamente inelástica (los objetos se juntan y parte Ec se pierde en calor).

$$Coeficiente\,restitución=\frac{v_{relativa\,alejamiento\,tras\,choque}}{v_{relativa\,acercamiento\,antes\,choque}}=\frac{v_{2f}-v_{1f}}{-(v_{2i}-v_{1i})}$$

En este caso $e=\frac{v_2-v_1}{u_1-u_2}$

Como queremos las expresiones de las velocidades tras el choque, las despejamos en ambas expresiones

$v_2=v_1+e(u_1-u_2)$

$$v_1=\frac{m_1\cdot u_1+m_2\cdot u_2-m_2\cdot v_2}{m_1}=\frac{m_1\cdot u_1+m_2\cdot u_2-m_2\cdot v_1-m_2 e(u_1-u_2)}{m_1}$$

$$m_1\cdot v_1+m_2\cdot v_1=(m_1-e\,m_2)u_1+m_2(1+e)u_2$$

$$v_1=\frac{(m_1-e\,m_2)u_1+m_2(1+e)u_2}{m_1+m_2}$$

$v_1=v_2-e(u_1-u_2)$

$$v_2=\frac{m_1\cdot u_1+m_2\cdot u_2-m_1\cdot v_1}{m_2}=\frac{m_1\cdot u_1+m_2\cdot u_2-m_1\cdot v_2+m_1 e(u_1-u_2)}{m_2}$$

$$m_1\cdot v_2+m_2\cdot v_2=m_1(1+e)u_1+(-em_1+m_2)u_2$$

$$v_2=\frac{m_1(1+e)u_1+(m_2-e\,m_1)u_2}{m_1+m_2}$$

Como se trata de un choque, la velocidad del centro de masas del sistema permanece constante

$$v_{CM}=\frac{m_1\cdot u_1+m_2\cdot u_2}{m_1+m_2}=\frac{m_1\cdot v_1+m_2\cdot v_2}{m_1+m_2}$$

Se puede operar

$$v_1=\frac{(m_1-e\,m_2)u_1-m_1(1+e)u_1+m_1(1+e)u_1+m_2(1+e)u_2}{m_1+m_2}=(1+e)v_{CM}-e\,u_1$$

$$v_2=\frac{m_1(1+e)u_1+m_2(1+e)u_2-m_2(1+e)u_2+(m_2-e\,m_1)u_2}{m_1+m_2}=(1+e)v_{CM}-e\,u_2$$

B. Tomamos sistema de referencia en el centro de masas

$$u_{1CM}=u_1-v_{CM}=u_1-\frac{m_1\cdot u_1+m_2\cdot u_2}{m_1+m_2}=\frac{m_2\cdot(u_1-u_2)}{m_1+m_2}$$

$$u_{2CM}=u_2-v_{CM}=u_2-\frac{m_1\cdot u_1+m_2\cdot u_2}{m_1+m_2}=\frac{m_1\cdot(u_2-u_1)}{m_1+m_2}$$

$$v_{1CM}=v_1-v_{CM}=(1+e)\,v_{CM}-e\,u_1-v_{CM}=e\,v_{CM}-e\,u_1=-e(u_1-v_{CM})=-e\,u_{1CM}$$

$$v_{2CM}=v_2-v_{CM}=(1+e)\,v_{CM}-e\,u_2-v_{CM}=e\,v_{CM}-e\,u_2=-e(u_2-v_{CM})=-e\,u_{2CM}$$

Tenemos que expresar la fracción de energía cinética transferida, usamos las expresiones respecto centro de masas que son más sencillas

$$Fracción\,E_c\,perdida=\frac{E_c\,inicial-E_c\,final}{E_c\,inicial}$$

$$E_c\,inicial=\frac{1}{2}m_1u_{1CM}^2+\frac{1}{2}m_2u_{2CM}^2=\frac{1}{2}\left(m_1\left(\frac{m_2\cdot(u_1-u_2)}{m_1+m_2}\right)^2+m_2\left(\frac{m_1\cdot(u_2-u_1)}{m_1+m_2}\right)^2\right)$$

$$E_c\,inicial=\frac{(m_1m_2)}{2}\frac{(u_1-u_2)^2}{(m_1+m_2)^{\cancel{2}}}\cancel{(m_1+m_2)}$$

$$E_c\,final=\frac{1}{2}m_1v_{1CM}^2+\frac{1}{2}m_2v_{2CM}^2=\frac{1}{2}\left(m_1\left(\frac{-e\,m_2\cdot(u_1-u_2)}{m_1+m_2}\right)^2+m_2\left(\frac{-e\,m_1\cdot(u_2-u_1)}{m_1+m_2}\right)^2\right)$$

$$E_c\,inicial=\frac{(m_1m_2)}{2}e^2\frac{(u_1-u_2)^2}{(m_1+m_2)^{\cancel{2}}}\cancel{(m_1+m_2)}=e^2\cdot E_c\,inicial$$

$$Fracción\,E_c\,perdida=1-e^2$$

Validación física: si e=1, el choque es elástico y no se pierde energía cinética. Si e=0, el choque es inelástico y se pierde la energía cinética.

Tanto 2001-A1 como 2001-B1 son casos con u_2=0, u_1=v, m_1=m, m_2=m', e=1 (choque elástico)

$$v_1=(1+1)v_{CM}-1\cdot u_1=2\frac{m_1\cdot u_1}{m_1+m_2}-u_1=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}u_1$$

$$v_2=(1+1)v_{CM}-1\cdot 0=2\frac{m_1\cdot u_1}{m_1+m_2}$$

2001-A1

a) Enunciado indica "le transfiere una fracción de su energía cinética", luego hay que calcular la energía inicial de la primera bola, y la energía final de la segunda, que es la que se le transfiere ya que inicialmente estaba en reposo.

Las energías las planteamos respecto al sistema de referencia externo al sistema.

$$E_c\,inicial\,m_1=\frac{1}{2}m_1u_1^2 \qquad E_c\,final\,m_2=\frac{1}{2}m_2v_2^2=\frac{1}{2}m_2\left(2\frac{m_1\cdot u_1}{m_1+m_2}\right)^2$$

El cociente entre ambas es $$\frac{E_{transferida}\,m_2}{E_{inicial}\,m_1}=\frac{\frac{\cancel{1}}{\cancel{2}}\frac{2^2m_2m_1^{\cancel{2}}\cancel{u_1^2}}{(m_1+m_2)^2}}{\frac{1}{\cancel{2}}\cancel{m_1}\cancel{u_1^2}}=\frac{4\,m_1\cdot m_2}{(m_1+m_2)^2}$$

Si cambiamos u_1=v, m_1=m, m_2=m', se obtiene la expresión del enunciado

b) Si m' >> m ($m_2 >> m_1$), $m_1+m_2 \approx m_2$, $m_1/m_2 \approx 0$ $$\frac{E_{transferida}\,m_2}{E_{inicial}\,m_1}=\frac{4\,m_1\cdot m_2}{(m_1+m_2)^2}\approx\frac{4\,m_1\cdot m_2}{m_2^2}=4\frac{m_1}{m_2}\approx 0$$

No se transfiere energía, porque toda la energía la conserva la partícula inicial, que sale rebotada con misma velocidad pero sentido opuesto. $$v_1=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}u_1\approx\frac{-m_2}{m_2}u_1=-u_1$$

c) La ley deducida que cuando la pelota impacta sobre una pared, durante el choque la componente paralela a la pared no es alterada, y la componente perpendicular a la pared cambia de sentido en el choque, por lo que ángulo de incidencia es igual a ángulo reflejado.

2001-B1

a) Se ha realizado la deducción de manera general, en este caso se piede la energía cinética adquirida, por lo que la expresión solicitada es

$$E_c\,final\,m_2=\frac{1}{2}m_2v_2^2=\frac{1}{2}m_2\left(2\frac{m_1\cdot u_1}{m_1+m_2}\right)^2=\frac{2\,m_2m_1^2}{(m_1+m_2)^2}u_1^2$$

Si cambiamos u_1=v, m_1=m, m_2=m', se obtiene la expresión que pide el enunciado

$$E_c\, final\, m' = \frac{2\, m'\, m^2}{(m+m')^2} v^2$$

b) En el caso de m=m'

$$E_c\, final\, m' = \frac{2\, m^3}{(2\, m)^2} v^2 = \frac{2\, m^3}{4\, \cancel{m^2}} v^2 = \frac{1}{2} m\, v^2$$

La peculiaridad de este caso es que energía cinética adquirida es igual a la de la partícula incidente. La partícula que choca se queda en reposo, y la que recibe el choque sale con la misma velocidad; es algo que ocurre en billar y en la "cuna de Newton".

c) En un moderador nuclear el objetivo es frenar a los neutrones; los neutrones serían m y los átomos/núcleos del moderador m'. Como un buen moderador debe frenar mucho los electrones, el objetivo es que la energía cinética transferida sea alta, y eso implica que la masa atómico de los átomos sea baja, ya que si es alta rebotarán y no realizará frenado.

B3. Responeu, de forma breu però raonada, les següents qüestions:
b) Si tots els arbres caducifolis presentessin simultàniment la caiguda de la fulla, què passaria amb la velocitat de rotació de la Terra en torn d'ella mateixa? (Recordeu que hi ha molt més arbres – perquè hi ha molta més zona continental- a l'hemisferi nord que a l'hemisferi sud i que, per tant, la situació descrita es donaria, si fos el cas, en els mesos de tardor de l'hemisferi nord)

B3. Responda, de forma breve pero razonada, las siguientes cuestiones:
b) Si todos los árboles caducifolios presentaran simultáneamente la caída de la hoja, qué pasaría con la velocidad de rotación de la Tierra en torno de sí misma? (Recuerde que hay mucho más árboles - porque hay mucha más zona continental- en el hemisferio norte que en el hemisferio sur y que, por tanto, la situación descrita se daría, en su caso, en los meses de otoño del hemisferio norte)

Se trata de una situación de conservación del momento angular; la Tierra está girando sobre su eje y no se realiza ninguna fuerza externa que modifique esta velocidad de giro.
Por lo tanto, podemos plantear utilizando el principio fundamental de la dinámica de rotación

$$\frac{d\vec{L}}{dt}=\vec{M}=0\Rightarrow\vec{L}=cte$$

En el caso de un cuerpo girando en torno a un eje fijo, se puede plantear L=Iω, siendo I el momento de inercia respecto al eje de giro, que es una medida de la "inercia de rotación", la tendencia/resitencia al cuerpo a mantenerse ese estado de rotación. Matemáticamente $I=\int r^2\,dm$
Según esta expresión, con la misma masa pero más cerca al eje de giro, el momento de inercia disminuye.
Si las hojas de los árboles caen al suelo, supone acercar masa a la superficie del planeta y eso supone, salvo en los polos, acercar masa al eje de giro, por lo que el momento de inercia disminuye.
Como el momento angular es constante L=Iω, si I disminuye, ω debe aumentar, por lo que la Tierra giraría más deprisa respecto a su eje (despreciando otros efectos).
Como el enunciado cita hemisferio norte y época del año, lo citamos en la respuesta, aunque es algo forzado: en los meses de otoño del hemisferio norte se caerían hojas en la parte norte, y la Tierra giraría más deprisa en ese momento. Durante ese tiempo sería primavera en el hemisferio sur, por lo que los árboles caducifolios estarían formando las hojas y a través de la savia subiendo materia desde el suelo, lo que aumentaría el momento de inercia (realmente parte de la masa de las hojas proviene de la fijación de CO_2 mediante la fotosíntesis), lo que con la misma cantidad de árboles en hemisferio sur y norte se podrían compensar esos efectos. Si de manera simplificada asumimos que solamente hay árboles en el hemisferio norte, durante otoño la velocidad de rotación aumentaría, y durante la primavera se ralentizaría en la misma cantidad.

Se puede hacer una analogía con otros efectos en los que se aproxima masa al eje de giro: un patinador que pega los brazos al cuerpo para girar más deprisa, o un saltador de trampolín que dobla piernas y brazos para aumentar la velocidad de giro, abriéndolos para reducirla.

C1. Quan una partícula de massa m molt petita que es mou amb velocitat v fa un xoc elàstic (situació unidimensional) amb un altra de massa molt gran M que s'està dirigint cap a la primera amb una velocitat V, la particula de massa m rebota amb la seva pròpia celeritat més el doble de la celeritat de la massa gran. Com a conseqüencia d'això, la particula de massa m adquireix energia cinètica.
a) Demostreu que l'enunciat anterior s'ajusta a la realitat.
b) A partir d'ell, expliqueu el mecanisme microscòpic que permet entendre que al fer treball de compressió amb un èmbol sobre el gas contingut en un cilindre en circumstàncies adiabàtiques, augmentarà l'energia interna del gas.
c) Explique què passarà si, en la situació de l'enunciat inicial, el xoc es produeix quan la masa M s'està movent en el mateix sentit que la masa m, i descriviu les conseqüencies que se'n poden deduir sobre l'explicació microscòpica del que li passa a l'energia interna d'un gas quan, en condicions adiabàtiques, fa treball d'expansió contra les parets del recipient on és confinat.

C1. Cuando una partícula de masa m muy pequeña que se mueve con velocidad v hace un choque elástico (situación unidimensional) con otra de masa muy grande M que se está dirigiendo hacia la primera con una velocidad V, la partícula de masa m rebota con su propia celeridad más el doble de la celeridad de la masa grande. Como consecuencia de ello, la partícula de masa m adquiere energía cinética.
a) Demostrar que el enunciado anterior se ajusta a la realidad.
b) A partir de él, explique el mecanismo microscópico que permite entender que al hacer trabajo de compresión con un émbolo sobre el gas contenido en un cilindro en circunstancias adiabáticas, aumentará la energía interna del gas.
c) Explique qué pasará si, en la situación del enunciado inicial, el choque se produce cuando la masa M se está moviendo en el mismo sentido que la masa m, y describa las consecuencias que se pueden deducir sobre la explicación microscópica de lo que le pasa a la energía interna de un gas cuando, en condiciones adiabáticas, hace trabajo de expansión contra las paredes del recipiente donde está confinado.

a) Se reutiliza tratamiento general realizado en resolución de 2001-A1 y 2001-B1
En este caso u_1=v, u_2=-V, m_1=m, m_2=M, e=1 (choque elástico), y además al ser una masa muy grande $m_2 >> m_1$ (M>>m)

$$v_1 = (1+1)v_{CM} - 1 \cdot u_1 = 2\frac{m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2}{m_1 + m_2} - u_1 \approx \frac{2\,\cancel{m_2} \cdot u_2}{\cancel{m_2}} - u_1 = 2u_2 - u_1$$

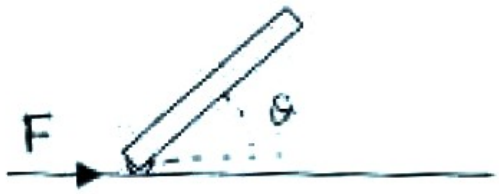
Sustituyendo $v_1 = -2V - v$
La masa m sale rebotada (la velocidad cambia de +v a -v) y se le añade el doble de celeridad de la masa grande (-2V), por lo que la masa m gana velocidad y energía cinética.
b) La energía interna del gas está asociada a la energía cinética media de las partículas que forman el gas, y la presión está asociada a los choques de las partículas contra las paredes. Si comprimimos con un émbolo, éste tomará el papel de la masa M del apartado a, y las partículas serán la masa m del apartado a, por lo que ganarán energía cinética y se moverán más deprisa. La indicación de circunstancias adiabáticas del enunciado simplemente aclaran que la energía cinética no aumenta por aporte de calor.
c) **En este caso u_1=v, u_2=+V, m_1=m, m_2=M, e=1 (choque elástico), y además al ser una masa muy grande $m_2 >> m_1$ (M>>m)**
Sustituyendo $v_1 = 2V - v$
La masa m sale rebotada (la velocidad cambia de +v a -v), pero se le resta el doble de celeridad de la masa grande (2V), por lo que la masa m pierde velocidad y energía cinética.

Si expandimos con un émbolo, éste tomará el papel de la masa M, y las partículas serán la masa m, por lo que perderán energía cinética y se moverán más despacio, por lo que disminuirá la energía interna. La indicación de circunstancias adiabáticas del enunciado simplemente aclaran que la energía cinética no disminuye por pérdida de calor.

OPOSICIONS AL COS DE PROFESSORS D'ENSENYEMENT SECUNDARI
JULIOL 2001
FÍSICA Y QUÍMICA

PROVA PRÁCTICA
FÍSICA

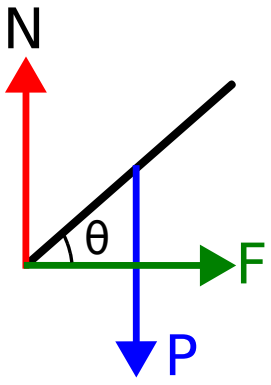
3. La figura mostra una barra prima homogènia de 4 kg de massa i 500 mm de longitut que esta damunt d'un suport pel qual pot girar lliurement. S'espenta al llarg d'una superficie horitzontal per mitjá d'una força també horitzontal F=60 N. Determinar:
a) L'angle θ durant el moviment i la aceleració correspondent.
b) Si en eixa posició subjectem el suport, de manera que pot girar lliurement, quina serà la velocitat angular quan arribe a tocar la superfície? (Moment d'inèrcia de la vareta respecte al seu centre de masses és 1/12 ml^2)



2. La figura muestra una barra delgada homogénea de 4 kg de masa y 500 mm de longitud que está encima de un soporte por el que puede girar libremente. Se empuja a lo largo de una superficie horizontal por medio de una fuerza también horizontal F = 60 N. Determinar:
a) El ángulo θ durante el movimiento y la aceleración correspondiente.
b) Si en esa posición sujetamos el apoyo, de modo que puede girar libremente, cuál será la velocidad angular cuando llegue a tocar la superficie? (Momento de inercia de la varilla respecto a su centro de masas es 1/12 ml^2)

a) Si realizamos el diagrama de cuerpo libre de la barra, las fuerzas que actúan son:

- F según el diagrama del enunciado
- El peso en el centro de masas
- Normal e el punto de contacto con el suelo

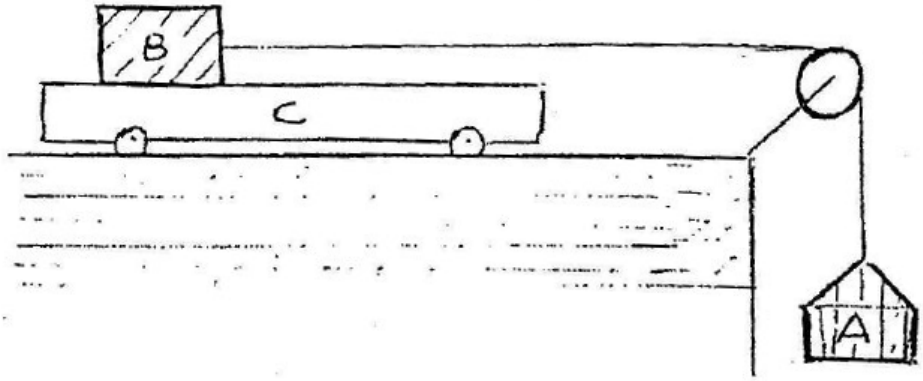


Como se indica "el ángulo θ durante el movimiento" el valor del ángulo es constante, y la aceleración en vertical es cero, solo hay en el eje horizonal
Planteamos la segunda ley de Newton en cada eje:
Eje x: $F=m\cdot a \rightarrow 60=4\cdot a \rightarrow a=15\ m/s^2$
Eje y: $N-P=0 \rightarrow N=4\cdot 9{,}8=39{,}2\ N$
Planteamos el equilibrio de rotación respecto al centro de masas
$-L/2\cdot N\cdot\cos(\theta)+L/2\cdot F\cdot sen(\theta)=0$
$\tan(\theta)=N/F \rightarrow \theta=\arctan(N/F)=\arctan(39{,}2/60)=33{,}2º$
b) Planteamos la conservación de la energía mecánica de la barra. En situación inicial solo energía potencial con altura $h=(L/2)\cdot sen(\theta)$ y en situación final solo cinética de rotación. Aplicamos el teorema de Steiner para calcular el momento de inercia de la barra respecto a su extremo: $I=1/12\ mL^2 + m(L/2)^2 = 1/3\ mL^2$

$$m\cdot g\cdot h_0=\frac{1}{2}I\,\omega^2 \Rightarrow \cancel{m}\cdot g\cdot\frac{L}{\cancel{2}}\cdot sen(\theta)=\frac{1}{\cancel{2}}\cdot\frac{1}{3}\cancel{m}L^2\omega^2$$

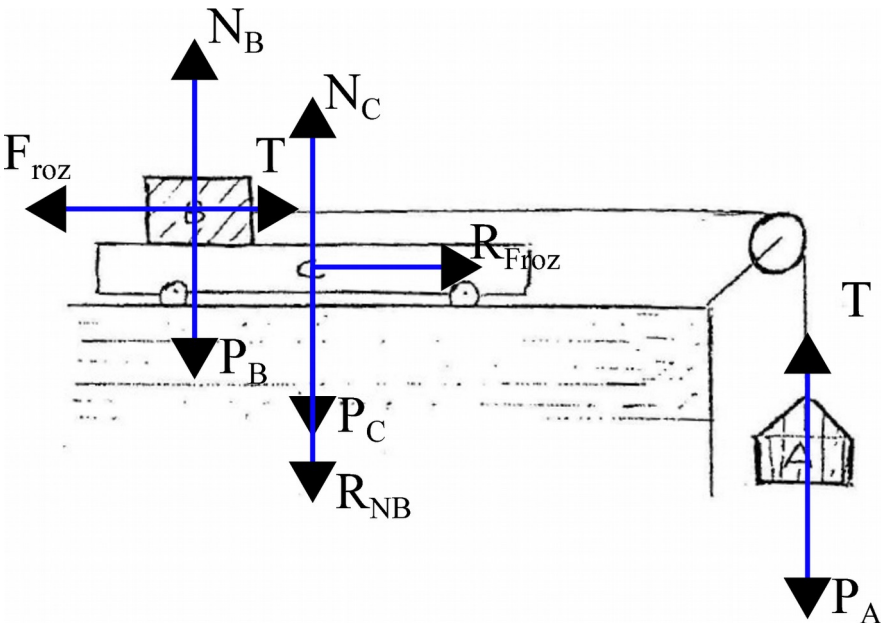
$$\omega=\sqrt{\frac{3\,g\,sen(\theta)}{L}}=\sqrt{\frac{3\cdot 9{,}8\cdot sen(33{,}2^o)}{0{,}5}}=5{,}67\,rad/s$$

A1. En la figura, el cos A te una massa m, el cos B una masa m/2 i el cos C una massa 3m/2. Ni a la politja ni al contacte entre C i la taula hi ha cap efecte de fricció que sigui dinàmicament apreciable. Entre B i C hi ha una fricció estàtica de coeficient μ_s=0,7 i una fricció dinàmica (en cas de moviment) de coeficient μ_d=0,6
a) Raoneu que, en deixar anar el sistema, B començarà a lliscar respecte de C.
b) Determineu les acceleracions d'A, B i C.
c) Calculeu la calor generada en el contacte entre B i C durant el primer segon del moviment, i digueu si la potència dissipada en la fricció es mantindrà constant o no en el decurs del temps, mentre no camviïn les circumstàncies fisiques de la situació.



A1. En la figura, el cuerpo A tiene una masa m, el cuerpo B una masa m/2 y el cuerpo C una masa 3m/2. Ni en la polea ni el contacto entre C y la mesa hay ningún efecto de fricción que sea dinámicamente apreciable. Entre B y C hay una fricción estática de coeficiente μ_s = 0,7 y una fricción dinámica (en caso de movimiento) de coeficiente μ_d = 0,6
a) Razone que, al soltar el sistema, B comenzará a deslizarse respecto de C.
b) Determinar las aceleraciones de A, B y C.
c) Calcular el calor generado en el contacto entre B y C durante el primer segundo del movimiento, y diga si la potencia disipada en la fricción se mantendrá constante o no en el transcurso del tiempo, mientras no cambiemos las circunstancias físicas de la situación.

a) Realizamos un diagrama representado todas las fuerzas.
En el cuerpo A hay peso y tensión.
En cuerpo B hay peso, tensión, normal y fuerza de rozamiento.
En el cuerpo C hay peso, normal, reacción a la fuerza de rozamiento de B, y reacción a la normal de B.



Sin calcular las aceleraciones que se hace en apartado b, razonamos que C desliza respecto a B: vemos que horizontalmente sobre C actúa una única fuerza, mientras que sobre B actúan 2 fuerzas opuestas, y una de ellas es igual a la que actúa sobre C, por lo que la aceleración de C y de B no es la misma, y deslizarán uno respecto del otro.

b) En cada cuerpo tomamos eje x en el entido del movimiento y eje y perpendicular.
Planteamos la 2ª ley de Newton para cada cuerpo y para cada eje.
Asumimos cuerda ideal sin masa e inextensible, por lo que A y B están ligados y tiene misma a.
A:

$$P_A - T = m_a \cdot a_A$$

B:
Eje y: $N_B - P_B = 0$
Eje x: $T - F_{roz} = m_B \cdot a_B$
C:
Eje y: $N_C - P_C - R_{NB} = 0$
Eje x: $R_{Froz} = m_C \cdot a_C$
Sustituimos en las expresiones; $m_A=m$, $m_B=m/2$, $m_C=3m/2$, $a_A=a_B$, $F_{roz}=\mu N$, $R_{NB}=N_B$, $R_{Froz}=F_{roz}$, y relacionamos los pesos con las masas.
A: $mg - T = m\,a$
B:
Eje y: $N_B = \frac{m}{2} g$
Eje x: $T - \mu \frac{m}{2} g = \frac{m}{2} a$
C:
Eje y: $N_C = \frac{3}{2} m\, g - \frac{m}{2} g = 2mg$
Eje x: $\mu \frac{m}{2} g = \frac{3}{2} m \cdot a_C$
Como la tensión es la misma en ambos extremos, combinamos A y B

$$mg - ma - \mu \frac{m}{2} g = \frac{m}{2} a \Rightarrow (1 - \frac{\mu}{2}) g = \frac{3}{2} a \Rightarrow a = \frac{2}{3} g (1 - \frac{\mu}{2})$$

En la situación estática usamos $\mu_e=0,7$ y tenemos $a = \frac{2}{3} 9,8 (1 - \frac{0,7}{2}) = 4,25\, m/s^2$ que es positivo, por lo que se inicia el movimiento y usamos $\mu_d=0,6$ y durante el movimiento

$$a = \frac{2}{3} 9,8 (1 - \frac{0,6}{2}) = 4,57\, m/s^2$$

La aceleración de C es $a_c = \frac{\mu_d g}{3} = \frac{0,6 \cdot 9,8}{3} = 1,96\, m/s^2$
c) El calor generado en el contacto entre B y C es el asociado al trabajo de la fuerza de rozamiento sobre B.
La fuerza de rozamiento es constante, por lo que hay que calcular la distancia recorrida por B sobre C durante el primer segundo, que será la diferencia de distancias recorrida por cada uno.
Como la aceleración es constante, es un MRUA que parte del reposo:
B: $x = ½\ a\ t^2 = 0,5 \cdot 4,57 \cdot 1 = 2,285$ m
C: $x = ½\ a_c\ t^2 = 0,5 \cdot 1,96 \cdot 1 = 0,98$ m
La distancia recorrida por B sobre C es 2,285-0,98=1,305 m
La energía disipada en un segundo será

$$W = F \cdot \Delta x \cdot \cos(180^o) = \mu \frac{m}{2} g \cdot \Delta x \cdot \cos(180^o) = 0,6 \cdot \frac{m}{2} \cdot 9,8 \cdot 1,305 \cdot (-1) = -3,8367 \cdot m [J, m en kg]$$

El valor calculado para un segundo depende de la masa, y se pregunta si se mantendrá constante con el tiempo; el valor de distancia recorrida sí depende del tiempo (se ha calculado cierto valor para un segundo, pero variará esa distancia y también la potencia disipada)

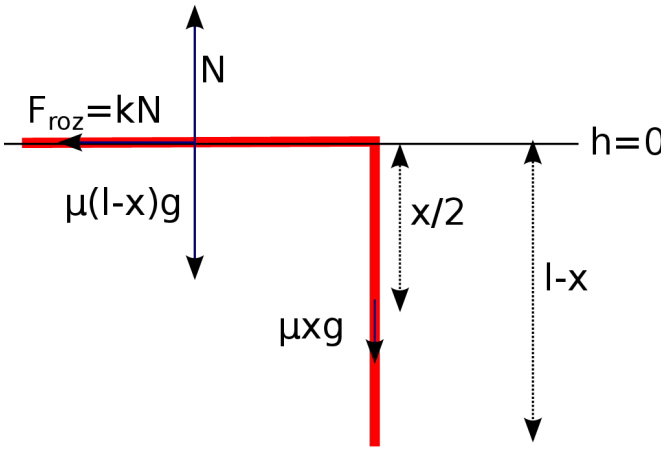
PROCESOS SELECTIVOS CUERPO PROFESORES DE SECUNDARIA AÑO 2000
PROBLEMAS DE FÍSICA (5 PUNTOS)

Una cuerda homogénea de longitud l y peso por unidad de longitud μ, está apoyada sobre una mesa horizontal rugosa de coeficiente de rozamiento k, de forma que una parte, de dicha cuerda, cuelga libremente por el extremo de la mesa. Determina:
a) (1 punto).- La posición de equilibrio de la cuerda sobre la mesa.
b) (3 puntos).- Si se deja caer la cuerda desde esa posición de equilibrio, ¿qué velocidad llevará la cuerda cuando el extremo que apoya sobre la mesa llegue al borde de la misma?, considerando nulas las pérdidas en forma de calor.
c) (1 punto).- Aplicación: Determina la velocidad para una longitud de cuerda l=1 m y un coeficiente de rozamiento entre cuerda y mesa de k=0,2.

Referencias:
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/dinamica/cuerda/cuerda.htm
1000 problemas de física general; J.A. Fidalgo, M.R. Fernández, problema 8.47
Cierta relación con Madrid 2012 Física 1

Comentario: enunciado usa μ como "peso" (asumimos que quiere decir masa y no peso) por unidad de longitud y k para coeficiente de rozamiento, cuando lo habitual es usar λ y μ respectivamente. Usamos las letras del enunciado.

a) Llamamos x a la longitud del tramo de cuerda que cuelga de la mesa, y realizamos un diagrama en el que representamos todas las fuerzas.



Globalmente la fuerza a favor del movimiento es la asociada al peso de la masa que cuelga, y la fuerza opuesta al movimiento es la asociada al rozamiento de la masa apoyada en la mesa.
Aplicando la 2ª ley de Newton en condición de equilibrio, con aceleración cero:
Perpendicularmente al sentido del movimiento

$$N-\mu(l-x)g=0\Rightarrow N=\mu(l-x)g$$

En el sentido del movimiento

$$-k\mu(l-x)g+\mu\cdot x\cdot g=0$$

$$-kl+kx+x=0$$

$$x=\frac{kl}{k+1}$$

b) Enunciado indica "considerando nulas las pérdidas en forma de calor" lo que resulta extraño, ya que el rozamiento supone pérdidas por calor, y se ha considerado en apartado a.
Como resulta raro que aquí no se considere rozamiento se hace de dos maneras:
-Sin rozamiento, que solamente aparece en la expresión de lo posición de equilibrio de apartado a).
-Con rozamiento.
Cada uno de los dos casos (sin y con rozamiento) lo resolvemos de dos maneras:
Sin rozamiento
Planteamiento dinámico, en el sentido del movimiento

$$\mu \cdot x \cdot g = \mu l a$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{g}{l} x \qquad \int_0^v v\,dv = \frac{g}{l}\int_{x_i}^{x_f} x\,dx$$

$$\frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt} = \frac{g}{l} x \qquad \frac{v^2}{2} = \frac{g}{l}\left[\frac{x^2}{2}\right]_{x_i}^{x_f}$$

$$v\,dv = \frac{g}{l} x\,dx$$

En este caso x_i es el valor de equilibrio del apartado a, y x_f=l. Sustituyendo

$$\frac{v^2}{2} = \frac{g}{2l}\left(l^2 - \frac{k^2 l^2}{(k+1)^2}\right)$$

$$v^2 = g l\left(1 - \frac{k^2}{(k+1)^2}\right) = gl\frac{(k+1)^2 - k^2}{(k+1)^2} = gl\frac{k^2+2k+1-k^2}{(k+1)^2} = gl\frac{(1+2k)}{(k+1)^2}$$

$$v = \frac{\sqrt{gl(1+2k)}}{(k+1)}$$

Planteamiento energético.
Al no haber rozamiento se conserva la energía mecánica. Llamamos A a la situación de partida y B a la situación final de la que queremos averiguar la velocidad.
Tomamos referencia de energía potencial en la superficie de la mesa

A: Ec=0, $E_p = m \cdot g \cdot h = \mu\, x_0 \cdot g \cdot \left(\frac{-x_0}{2}\right) = -\mu \frac{g}{2}\frac{k^2 l^2}{(k+1)^2}$

B: Ec= ½ mv² =½ μlv² , $E_p = m \cdot g \cdot h = \mu\, l \cdot g \cdot \left(\frac{-l}{2}\right) = -\mu \frac{g}{2} l^2$

Igualando

$$-\mu\frac{g}{2}\frac{k^2 l^2}{(k+1)^2} = \frac{1}{2}\mu l v^2 - \mu\frac{g}{2} l^2$$

Llegamos a la misma expresión

$$v^2 = \frac{g}{l}\left(l^2 - \frac{k^2 l^2}{(k+1)^2}\right)$$

Con rozamiento

Planteamiento dinámico

$$-k\mu(l-x)g + \mu \cdot x \cdot g = \mu l a$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{g}{l}(x - kl + kx) \qquad \int_0^v v\,dv = \frac{g}{l}\int_{x_i}^{x_f}(x(k+1) - kl)\,dx$$

$$\frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt} = \frac{g}{l}(x(k+1) - kl) \qquad \frac{v^2}{2} = \frac{g}{l}\left[\frac{x^2}{2}(k+1) - x\,kl\right]_{x_i}^{x_f}$$

$$v\,dv = \frac{g}{l}(x(k+1) - kl)\,dx$$

De nuevo x_i es el valor de equilibrio del apartado a, y x_f=l. Sustituyendo

$$\frac{v^2}{2} = \frac{g}{l}\left(\frac{l^2}{2}(k+1) - kl^2 - \left(\frac{k^2 l^2}{2(k+1)^2}(k+1) - \frac{kl}{(x+1)}kl\right)\right)$$

$$\frac{v^2}{2} = \frac{g}{l}\left(l^2\frac{(k+1-2k)}{2} + \frac{k^2 l^2}{2(k+1)}\right) \Rightarrow v^2 = gl\left(\frac{(1-k)(k+1)+k^2}{k+1}\right) = gl\left(\frac{1-k^2+k^2}{k+1}\right)$$

$$v^2 = \frac{gl}{k+1} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{gl}{k+1}}$$

Planteamiento energético.
Al haber rozamiento no se conserva la energía mecánica. Llamamos A a la situación de partida y B a la situación final de la que queremos averiguar la velocidad.
Con misma referencia, las energías en A y B son las mismas
Ahora debemos plantear el teorema de las fuerzas vivas o bien que la diferencia de energía potencial es igual al trabajo realizado por las fuerzas no conservativas, que acaban siendo equivalentes. La fuerza no conservativa es el rozamiento $F_{roz}=-k\mu(l-x)g$

$$\Delta E_m = W_{F\,no\,conservativas}$$

$$\frac{1}{2}\mu l v^2-\mu\frac{g}{2}l^2-\left(-\mu\frac{g}{2}\frac{k^2l^2}{(k+1)^2}\right)=\int_{x_i}^{x_f}-k\mu(l-x)g$$

$$\frac{l}{2}v^2=\frac{g}{2}l^2-\frac{g}{2}l^2\frac{k^2}{(k+1)^2}-gk\left[xl-\frac{x^2}{2}\right]_{x_i}^{x_f}$$

En este caso la integración cualitativamente se hace sobre la longitud de la cuerda apoyada, pero es el mismo recorrido que en la integración anterior en la que se hacía con la cuerda colgada, ya que la cuerda avanza lo mismo. Tomamos x_i como la posición de equilibrio de apartado a y x_f=l.
Sustituyendo

$$\frac{l}{2}v^2=\frac{g}{2}l^2-\frac{g}{2}l^2\frac{k^2}{(k+1)^2}-gk\left(l^2-\frac{l^2}{2}-\frac{kl^2}{k+1}+\frac{1}{2}\frac{k^2l^2}{(k+1)^2}\right)$$

$$v^2=gl-gl\frac{k^2}{(k+1)^2}-glk+2gl\frac{k^2}{k+1}-gl\frac{k^3}{(k+1)^2}$$

$$v^2=gl\frac{(k+1)^2-k^2-k(k+1)^2+2k^2(k+1)-k^3}{(k+1)^2}$$

Llegamos a la misma expresión

$$v^2=gl\frac{k^2+2k+1-k^2-k^3-2k^2-k+2k^3+2k^2-k^3}{(k+1)^2}$$

$$v^2=gl\frac{k+1}{(k+1)^2}=\frac{gl}{k+1}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{gl}{k+1}}$$

c) Sustituyendo valores (el valor de g no está en el enunciado, asumimos 9,8 m/s^2)
Sin rozamiento

$$v=\frac{\sqrt{9{,}8\cdot 1(1+2\cdot 0{,}2)}}{(0{,}2+1)}=3{,}09\,m/s$$

Con rozamiento

$$v=\sqrt{\frac{9{,}8\cdot 1}{0{,}2+1}}=2{,}86\,m/s$$

Validación física, con rozamiento la velocidad debe ser menor que sin rozamiento.

OPCIÓN A. PROBLEMA DE FÍSICA.

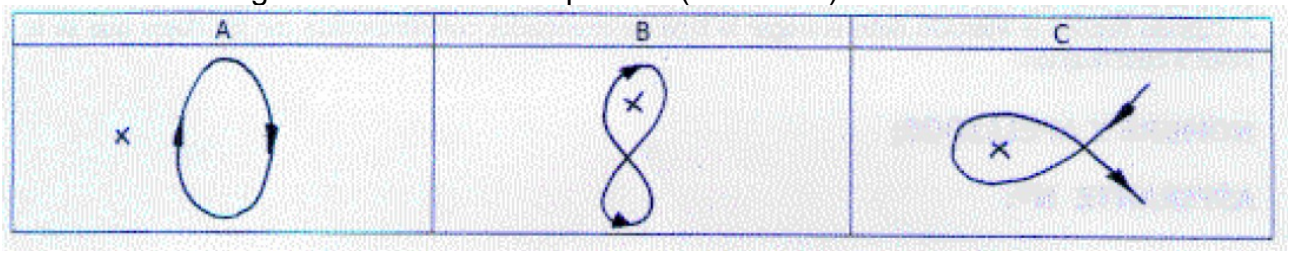
2. Un punto material P de masa 2 kg está situado sobre una superficie horizontal pulida a una distancia de 0,5 m de un punto fijo O, al que se encuentra unido por medio de un hilo elástico de constante K=490 N/m, y cuya longitud indeformada es de 1 m. Si se pone en movimiento el punto material imprimiéndole una velocidad v_0 perpendicular a la dirección definida por OP, determinar:

a.- El módulo de v_0 para que la distancia OP alcance el valor máximo de 1,5 m. (2,5 PUNTOS)

b.- El radio de curvatura de la trayectoria seguida por el punto material cuando OP valga 1,5 m (0,5 PUNTOS)

c.- ¿Se trata de una fuerza conservativa la que actúa sobre el punto material dentro de los límites de elasticidad del hilo elástico?. Fundamente la respuesta con las demostraciones pertinentes. (1 PUNTO)

d.- De entre las siguientes curvas planas ¿Cuáles pueden constituir la trayectoria descrita por un punto material sometido a una fuerza adecuada, del tipo a la que está sometido el punto material del problema, sabiendo que el centro de fuerzas está situado en el punto indicado en el diagrama? Razona la respuesta. (1 PUNTO)



Referencias:

- *Fuerzas centrales 2003 Galicia F1*
- *Fuerza central proporcional a la distancia http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica3/celeste/central/central.html*
- *FI-21A MECANICA. Luis Rodríguez Valencia. Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. Departamento de Física. Universidad de Chile.14 de agosto de 2008. 2.6. Campo Central de Fuerza https://www.u-cursos.cl/ingenieria/2008/2/FI2A1/3/material_docente/bajar?id_material=185160*
- *Movimiento Bajo la Acción de una Fuerza Central, Mario I. Caicedo, Departamento de Física, Universidad Simón Bolívar, http://www.fis.usb.ve/~mcaicedo/education/fisica2/mov-en-fuerzas-centrales.pdf*
- *Universidad de Córdoba, Manuel R. Ortega Girón, Lecciones de física (PDFs gratuitos) http://www.uco.es/~fa1orgim/fisica/archivos/Lecciones/LFM12.PDF*
- *Aeronaves y Vehículos Espaciales. Tema 8 – Mecánica Orbital. Ingeniería aeroespacial, Universidad de Sevilla http://www.aero.us.es/AVE/archivos/Y0910/Tema8.pdf*
- *Lectura relacionada http://eltercerprecog.blogspot.com.es/2014/03/y-si-la-fuerza-gravitatoria-aumentase.html*

Se incluyen diagramas y aportaciones de Roberto Palau Lage y Roberto Palau García.

a) Dado que se indica superficie pulida, podemos plantear conservación de la energía mecánica entre ambos puntos. La superficie es horizontal y no hay variación de energía potencial gravitatoria, pero sí de energía potencial elástica.

Sin embargo no sabemos exactamente el módulo de velocidad en el punto en el que se consiga esa distancia máxima; no podemos pensar que en ese instante la velocidad sea obligatoriamente 0, cosa que ocurriría si el lanzamiento fuera en la línea OP en lugar de perpendicular a ella.

Por la trayectoria que podemos razonar cualitativamente (comienza alejándose y con una trayectoria perpendicular a la línea que une el punto inicial con O) que será del estilo de A, podemos pensar que el punto más alejado de esa cónica tendría la misma velocidad, pero no puede ser así ya que está claro que la energía potencial elástica varía y la mecánica se mantiene constante, luego la cinética no puede ser la misma.
Lo que sí nos puede servir es para acotar el valor de velocidad mínima asociada a lanzarlo en el sentido de la línea OP: $\frac{1}{2} K \Delta x_{máx}^2 = \frac{1}{2} m v_0^2 \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{490 \cdot 0{,}5^2}{2}} = 7{,}68\, m/s$
En caso de velocidades en otra dirección como el enunciado será una velocidad mayor.

PLANTEAMIENTO DINÁMICO
Permite obtener la ecuación del movimiento general, y ello nos servirá para responder a siguientes apartados: b radio de curvatura y d trayectoria.
>Incluyo mi planteamiento inicial al ver una K, que luego comento y descarto
En un instante cualquiera, si tomamos r como la distancia respecto punto O a P,

$$F_e = K \cdot (r - r_0) = m \cdot a \rightarrow a = \frac{K}{m}(r - r_0)$$

>Se puede pensar si poner F=-Kr ó F=Kr por lo que validamos signo: inicialmente r_0=0,5 m y r=1 m, y la fuerza será positiva, alejando el punto P.
Pero esta expresión (que es la que me surge plantear inicialmente al ver una K) sería en todo momento en el caso de que fuera un muelle, que desde t=0 está empujando la masa, pero enunciado dice que se trata de un hilo elástico, no muelle.
Al ser un hilo se debe asumir que no hay fuerza elástica hasta que la longitud no es superior a la longitud indeformada del hilo, y hasta que eso ocurre la masa describe simplemente un MRU.
Cuando el hilo alcanza su longitud indeformada, verticalmente ha recorrido

$y = \sqrt{1^2 - 0{,}5^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} m$ de modo que el punto inicial del movimiento en el que está actuando la fuerza elástica es $x_0 = 0{,}5\, m\, ;\, y_0 = \frac{\sqrt{3}}{2} m$

La fuerza elástica ahora siempre está dirigida hacia O hasta que recupere la longitud indeformada y deje de actuar, por lo que ahora

$$F_e = -K \cdot (r - r_{0\,deform}) = m \cdot a \rightarrow a = \frac{-K}{m}(r - r_{0\,deform})$$

Queremos una expresión de r en función de otra variable, tiempo o ángulo, con lo que derivando obtendremos el máximo
Utilizando polares tomando referencia en punto O y ángulos medidos desde eje x que es la línea OP, se puede llegar a la expresión

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = [\ddot{r} - r\dot{\theta}^2]\vec{u}_r + [2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}]\vec{u}_\theta$$

Donde podemos identificar cualitativamente "$(a_{radial} - a_{normal})u_{radial} + (a_{coriolis} + a_{tangencial})u_{\mathbf{transversal}}$"
Aplicando la 2ª ley de Newton (asumimos masa del hilo despreciable), y teniendo en cuenta que la única fuerza es radial llegamos a

$$\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = \frac{-K}{m}(r - r_{0\,deform})$$

$$2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta} = 0$$

La segunda expresión se puede ver que lleva (se multiplican por "m·r" ambos términos) a

$\frac{d(m r^2 \dot{\theta})}{dt}=0$ que lleva a la idea de conservación de momento angular para el caso de fuerzas centrales, ya que $m r^2 \dot{\theta}=l=cte$.
Su valor es constante, por lo que podemos calcularlo en cualquier instante, como por ejemplo en el instante inicial, en el que posición y velocidad forman 90º, por lo que $|l|=rmv=|l_0|=r_0 \cdot m \cdot v_0$ Si lo hiciéramos para el instante inicial del movimiento en el que el hilo elástico ya realiza fuerza también tendría el mismo valor.
Si sustituimos en la primera $\dot{\theta}=\frac{l}{m r^2}$

$$\ddot{r}-r\frac{l^2}{m^2 r^4}=\frac{-K}{m}(r-r_{0\,deform})\Rightarrow \ddot{r}=\frac{l^2}{m^2}\frac{1}{r^3}-\frac{K}{m}(r-r_{0\,deform})$$

Se trata de una ecuación diferencial de segundo orden no lineal
Realizamos un cambio de variable; nos interesa igualar la derivada de r a 0 para buscar un máximo.

$$u=\dot{r}=\frac{dr}{dt}$$

$$\ddot{r}=\frac{d^2 r}{dt^2}=\frac{du}{dt}=\frac{du}{dr}\cdot\frac{dr}{dt}=\frac{du}{dr}\cdot u$$

Sustituyendo para buscar una ecuación diferencial en función de u separable

$$\frac{du}{dr}\cdot u=\frac{l^2}{m^2}\frac{1}{r^3}-\frac{K}{m}(r-r_{0\,deform})$$

$$u\,du=\left(\frac{l^2}{m^2}\frac{1}{r^3}-\frac{K}{m}r+\frac{K}{m}r_{0\,deform}\right)dr$$

$$\int_{u_0}^{u} u\,du=\int_{r_0}^{r}\left(\frac{l^2}{m^2}\frac{1}{r^3}-\frac{K}{m}r+\frac{K}{m}r_{0\,deform}\right)dr$$

$$\frac{u^2}{2}-\frac{u_0^2}{2}=\frac{l^2}{m^2}\left(\frac{-1}{2}\frac{1}{r^2}\right)-\frac{K}{m}\frac{r^2}{2}+\frac{K}{m}r_{0\,deform}\,r-\left(\frac{l^2}{m^2}\left(\frac{-1}{2}\frac{1}{r_{0\,deform}^2}\right)-\frac{K}{m}\frac{r_{0\,deform}^2}{2}+\frac{K}{m}r_{0\,deform}^2\right)$$

$$u^2-u_0^2=\frac{-l^2}{m^2}\frac{1}{r^2}-\frac{K}{m}r^2+2\frac{K}{m}r_{0\,deform}\,r+\frac{l^2}{m^2}\frac{1}{r_{0\,deform}^2}-\frac{K}{m}r_{0\,deform}^2$$

Sustituimos valores numéricos: K=490 N/m, m=2 kg, $r_{0deform}$=1 m,
$l=r_0 m v_0=0{,}5\cdot 2\cdot v_0=v_0$ (ó también $r_{0deform}\cdot m\cdot v_0=1\cdot 2\cdot v_0\cdot sen(30º)=v_0$)
u_0 es dr/dt, velocidad radial, v_{0r}, y no coincide cuando r_0=0,5 m, que es nula, y cuando $r_{0deform}$=1 m, ya que en ese caso el sentido radial forma 60º con la horizontal y 30º con la velocidad inicial, por lo que $u_0=v_{0r}=v_0\cdot sen(60^o)=\frac{\sqrt{3}}{2}v_0$
Sustituyendo en la expresión $\mathbf{l=v_0}$ y $\mathbf{u_0^2=(3/4)v_0^2}$

$$u^2=\frac{-v_0^2}{4}\frac{1}{r^2}-245\,r^2+490\,r+\frac{v_0^2}{4}-245+\frac{3}{4}v_0^2$$

$$u=\frac{dr}{dt}=\sqrt{\frac{-v_0^2}{4}\frac{1}{r^2}-245\,r^2+490\,r+v_0^2-245}$$

Como buscamos un máximo de r, igualamos a cero la derivada

$$\frac{-v_0^2-980\,r^4+1960\,r^3+4v_0^2 r^2-980\,r^2}{4r^2}=0$$

Surge una ecuación de cuarto grado, pero en este caso nos están dando el valor de r máximo, 1,5 m, y nos piden con qué v_0 ocurre, por lo que podemos plantear sustituir para obtener el valor de v_0.

$$v_0^2(4(1,5)^2-1)=980(1,5)^4-1960(1,5)^3+980(1,5)^2$$

$$v_0=\sqrt{\frac{551,25}{8}}\approx 8,3\ m/s$$

PLANTEAMIENTO ENERGÉTICO

Al ser una superficie pulida la energía mecánica se conserva $E_m=\frac{1}{2}m v^2+\frac{1}{2}K(r-r_{0\,deform})^2$ y la velocidad es la suma de velocidad radial y transversal $v^2=\dot{r}^2+(r\dot{\theta})^2$. La energía mecánica es la energía cinética inicial, asociada a v_0. Sustituimos utilizando la relación $\dot{\theta}=\frac{l}{m r^2}$

$$\frac{1}{2}m v_0^2=\frac{1}{2}m\dot{r}^2+\frac{1}{2}m\left(r\frac{l}{m r^2}\right)^2+\frac{1}{2}K(r-r_{0\,deform})^2 \Rightarrow m v_0^2=m\dot{r}^2+\frac{l^2}{m r^2}+K(r-r_{0\,deform})^2$$

$$\dot{r}=\sqrt{v_0^2-\frac{l^2}{m^2 r^2}-\frac{K}{m}(r-r_{0\,deform})^2}$$

Sustituyendo valores, la derivada es cero si r=1,5 m

De nuevo sustituyendo valores numéricos y usando lo comentado en planteamiento dinámico $l=v_0$

$$0=\sqrt{v_0^2-\frac{v_0^2}{2^2 1,5^2}-\frac{490}{2}(1,5-1)^2}\Rightarrow\frac{8}{9}v_0^2=490\cdot\frac{0,5^2}{2}\Rightarrow v_0=8,3\ m/s$$

b) Para calcular el radio de curvatura instantáneo simplemente usamos

$$a_c=\frac{v^2}{R}=\frac{r^2\omega^2}{R}\Rightarrow R=\frac{r^2\omega^2}{a_c}\quad\text{usando}\quad\omega=\dot{\theta}=\frac{l}{m r^2}\quad\text{y}\quad a_c=\frac{F_{elast}}{m}=\frac{|K\cdot\Delta r|}{m}$$

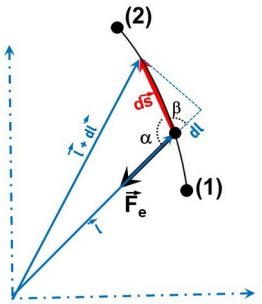
Donde R es radio de curvatura y r distancia al origen (módulo del vector posición desde el punto donde se mide momento angular):

$$R=r^2\frac{\left(\frac{l}{m r^2}\right)^2}{\frac{|K\cdot\Delta r|}{m}}\Rightarrow R=\frac{l^2}{r^2 m|K\cdot\Delta r|}=\frac{8,3^2}{1,5^2\cdot 2\cdot 490\cdot 0,5}=0,0625\,m$$

Vemos que está a 1,5 m del origen, pero el radio es menor, lo que sugiere una trayectoria elíptica siendo 1,5 m el semieje mayor de la elipse.

No es válido en general plantear que al estar a 1,5 m del origen (r=1,5 m) el radio de curvatura sea de 1,5 m (R=1,5 m); eso solamente sería válido si fuese una trayectoria circular. Tampoco es válido plantear $a_c=\frac{v^2}{R}=R\omega^2$ ya que $v=r\omega$ solamente se cumple si r es la distancia al centro de giro y en este caso es la distancia al centro de fuerzas.

c) Se trata de una fuerza conservativa ya que solamente depende de la distancia, no hay pérdidas, por lo que el trabajo que realiza para ir de un punto a otro solamente depende de la distancia radial entre ellos. El trabajo es la integral de la fuerza a lo largo de la trayectoria, y si la fuerza solamente depende de r, el trabajo solamente depende de r, y se puede definir un valor de energía potencial asociado a cada distancia r.



Como se indica “Fundamente la respuesta con las demostraciones pertinentes.”, planteamos la demostración de la expresión del trabajo realizado para ir de un punto a otro viendo que solo depende de la distancia y que lleva a la idea de energía potencial.

$$W_{12}=\int_1^2\vec{F}_e\cdot\vec{ds}=\int_1^2 F_e\cdot ds\cdot\cos\alpha$$

Donde $ds\cdot\cos\alpha=ds\cdot(-\cos\beta)=-dl$ según diagrama.

Sustituyendo

$$W_{12}=-\int_1^2 K(l-l_0)\cdot dl=-\frac{1}{2}K[(l-l_0)]_1^2=\frac{1}{2}K(l_1-l_0)^2-\frac{1}{2}K(l_2-l_0)^2$$

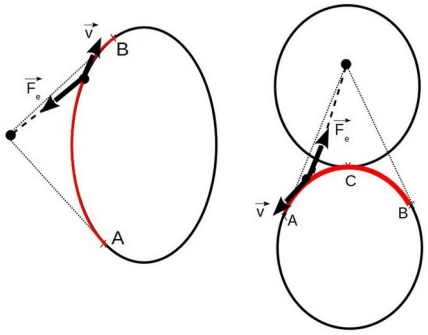
Se puede ver que la expresión depende solo del punto inicial y del punto final, no del camino recorrido que no se utilizó en el desarrollo.

d) En este apartado se está hablando de la fuerza central sin ninguna indicación de que exista un tramo de longitud indeformada de cierta distancia (1 m) en el enunciado. Se podría plantear que las trayectorias representadas están suficientemente alejadas del centro de fuerzas para que el hilo elástico siempre esté tenso y siempre exista fuerza elástica durante toda la trayectoria.

Cualitativamente podemos pensar:

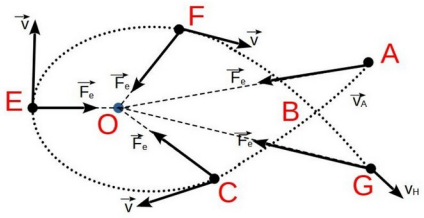
A se descarta porque son fuerzas centrales, y esa trayectoria cerrada con el punto de fuerzas fuera implicaría fuerzas repulsivas, que no aplican en este caso.

B se descarta porque son fuerzas centrales, y esa trayectoria, en la parte del lazo cerrado que tiene el punto de fuerzas fuera implicaría fuerzas repulsivas, que no aplican en este caso.



En las figuras adjuntas asociadas a trayectorias del enunciado A (la primera) y B (la segunda) se puede ver que para los tramos marcados en rojo la fuerza necesaria debe ser centrípeta a esos tramos de curva, siendo imposible que desde el centro de fuerza indicado se pueda aplicar ya que implicaría fuerzas repulsivas.

C en principio no se puede descartar porque aunque sean fuerzas centrales, esa trayectoria abierta alejándose del punto de fuerzas no implica necesariamente fuerzas repulsivas, sino simplemente una sección de trayectoria en la que se aleja por inercia, y que luego acabaría regresando ya que a medida que se aleje la fuerza elástica aumenta y siempre conseguirá frenar del todo la componente radial a cierta distancia.



Por ejemplo si en el punto A tuviese la velocidad adecuada, podría ocurrir que desde el centro de fuerza se aplicase una fuerza que, siendo centrípeta en todo momento, hiciese que recorriese los puntos A, C, E, F y G de la figura. Tras el punto G llegaría un momento en el que la trayectoria tendría componente radial nula como en E y volvería a girar.

Parece que ese movimiento puede cumplir requisitos para ser posible:

1. Tiene componente centrípeta de la resultante en todas las posiciones.
2. Puede existir conservación de la energía, siempre y cuando la velocidad del punto material aumente al aproximarse al centro de fuerzas (al acortarse la longitud del hilo elástico, se reduce la energía potencial elástica y aumenta la cinética), y la velocidad disminuya al alejarse, de acuerdo con la ecuación de la conservación de la energía.
3. Puede conservarse el momento angular o cinético, porque no cambia de sentido ni se anula en ningún punto.

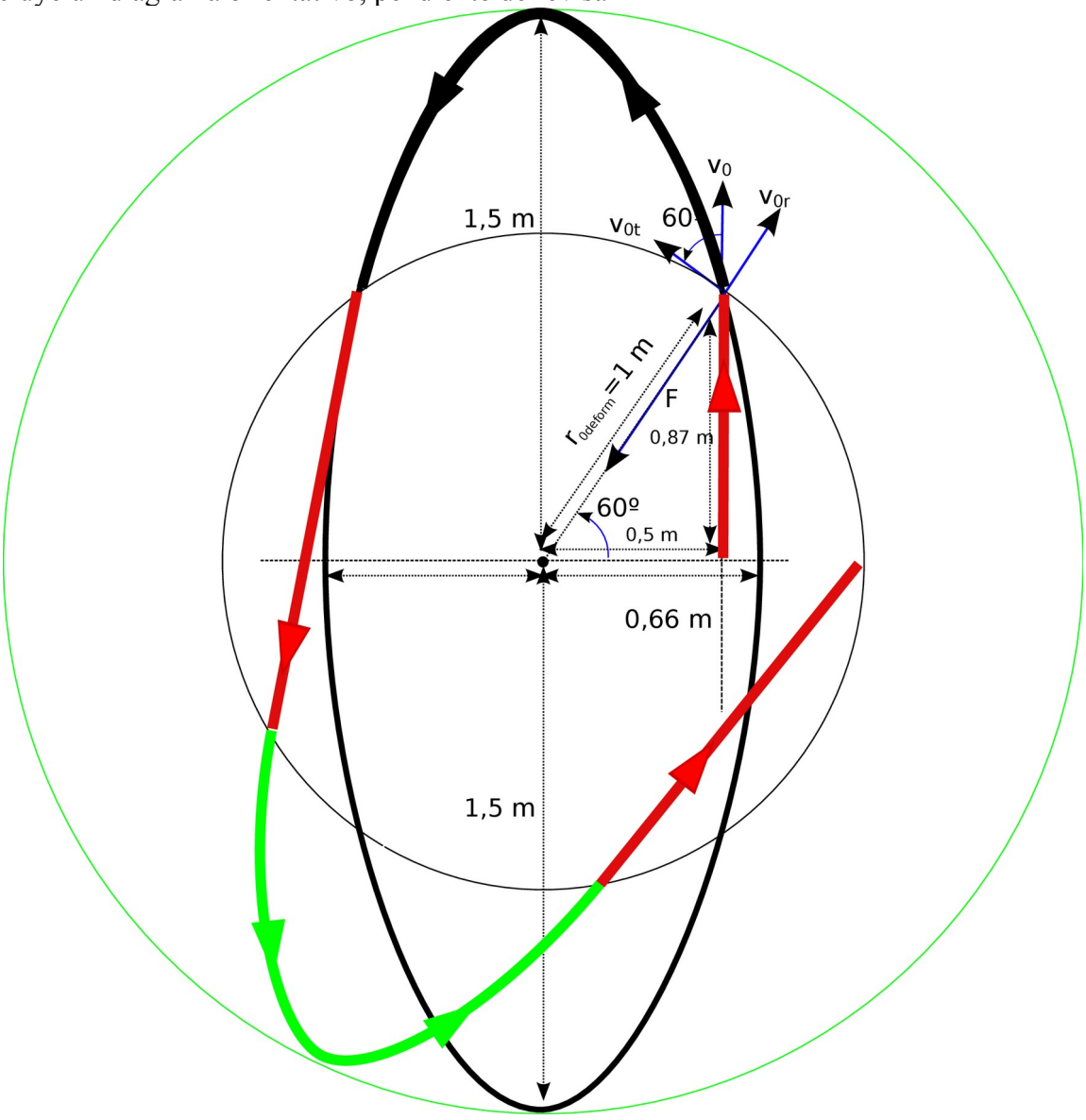
Sin embargo, se puede pensar que en el punto E el radio de curvatura y la distancia al centro de fuerza es menor que en F, al tiempo que en E por lo razonado en 2 la velocidad es mayor que en F, por lo que sería necesaria mayor fuerza en E que en F, cuando por el tipo de fuerza elástica que aumenta con la distancia es a la inversa, de modo que la trayectoria C tampoco es imposible.

Por lo tanto podemos deducir que no es ninguna de las 3, pero lo intentamos demostrar obteniendo la ecuación de la trayectoria.

Validamos en qué puntos en los que dr/dt=0, ahora que sabemos el valor de v_0.

$$-(8{,}3)^2-980\,r^4+1960\,r^3+4(8{,}3)^2\,r^2-980\,r^2=0$$
$$-980\,r^4+1960\,r^3-704{,}44\,r^2-68{,}89=0$$

Es una ecuación de 4º grado, resolviendo
http://www.wolframalpha.com/input/?i=solve+-980*x%5E4+%2B1960*x%5E3-704.44*x%5E2-68.89%3D0
tenemos r=0,66 m y r=1,5 m.
Esto parece encajar en que sea una elipse y esos sean sus dos semiejes (por demostrar: quizá podría ser un tramo de parábola o de hipérbola). Sin embargo hay puntos de esa trayectoria elíptica en los que la distancia al centro es menor que 1 m, por lo que no habría fuerza central al ser un hilo. Se puede plantear si una vez que llegue al vértice superior lo que describiría sería una circunferencia con radio 1,5 m; no puede ser una circunferencia porque el radio de curvatura es menor de 1,5 m en ese punto. Una vez que el hilo vuelve a medir 1 m, la situación es similar pero "girada" y describiría otro arco de trayectoria curvada, volviendo de nuevo al círculo de radio 1 m. Se representan unos tramos.
Si intentamos obtener la ecuación de la trayectoria, r(t), la resolución no es trivial. Se incluyen referencias, habría que plantearlo usando polares, separando tramos de trayectorias
Se incluye un diagrama orientativo, pendiente de revisar



enrique@fiquipedia.es Revisado 2 mayo 2024
CC BY SA

OPCIÓN B. PROBLEMA DE FÍSICA.
2. Un punto material de masa m_1=0,1 kg se mueve en un plano horizontal liso con velocidad constante v_1=10 m/s, en dirección perpendicular a una varilla homogénea de masa m_2=1 kg y longitud l=1 m, situada en el mismo plano horizontal, con la que choca a una distancia x=0,2 m de su punto medio.
Momento de inercia de la varilla respecto a un eje perpendicular en su punto medio: (1/12) ml^2
a.- Calcule las velocidades del punto material y del centro de masas de la varilla después del choque, en los casos siguientes:
*Choque inelástico (2 PUNTOS)
*Choque perfectamente elástico (2 PUNTOS)
b.- ¿Qué condición general tiene que cumplir un sólido rígido para que su momento angular L_0 y su velocidad angular ω tengan la misma dirección? (1 PUNTO)

Referencias
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica_//solido/conservacion/varilla/varilla.html
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/solido/teoria/teoria.htm
Problemas con choques/ coeficiente de restitución 2001 Cataluña A1

a) Planteamos la conservación del momento lineal y del momento angular.
Tomamos eje x en el sentido de movimiento de la varilla, y ángulos medidos respecto al centro de masas de la varilla, crecientes en el sentido contrario a las agujas del reloj.
***Choque inelástico:** la masa 1 queda pegada a la varilla
Conservación de momento lineal

$$p_{antes} = p_{después}$$

$$m_1 \cdot v_{1\,antes} + m_2 \cdot v_{CM\,2\,antes} = (m_1 + m_2)\, v_{CM\,1+2\,después}$$

$$0{,}1 \cdot 10 + \cancel{1 \cdot 0} = (0{,}1+1)\, v_{CM\,1+2\,después} \Rightarrow v_{CM\,1+2\,después} = \frac{1}{1{,}1} = \frac{10}{11}\, m/s \approx 0{,}91\, m/s$$

El centro de masas está ahora desplazado respecto al centro de la barra

$$x_{CM} = \frac{0{,}2 \cdot 0{,}1 + 0 \cdot 1}{0{,}1+1} = \frac{0{,}02}{1{,}1} = \frac{2}{110} = \frac{1}{55}\, m \approx 0{,}018\, m$$

Conservación de momento angular: tomamos momentos respecto al nuevo centro de masas que será el centro de giro.

$$L_{antes} = L_{después}$$

$$r_{CM\,1+2\,después} \cdot m_1 \cdot v_{1\,antes} + r_{CM\,1+2\,después} \cdot m_2 \cdot v_{CM\,2\,antes} = I_{1+2 respecto\, CM\,1+2} \cdot \omega \quad [1]$$

El momento de inercia del conjunto 1+2 (masa puntual+barra) respecto al centro de masas de la barra es la suma del momento de la barra más el momento de la masa puntual desplazada 0,2 m

$$I_{1+2\,respecto\,CM\,2} = I_{CM\,2} + I_{1 respecto\, CM\,2} = \frac{1}{12} m_2 l^2 + m_1 d^2_{1\,a\,CM\,2} = \frac{1}{12} \cdot 1 \cdot 1^2 + 0{,}1 \cdot 0{,}2^2 = \frac{131}{1500} \approx 0{,}087333\, kg\, m^2$$

El momento de inercia del conjunto 1+2 respecto al nuevo centro de masas, que es el nuevo eje de giro, lo calculamos utilizando el teorema de Steiner, haciéndolo como suma de barra y masa puntual (la masa puntual no está en el centro de rotación y contribuye al momento de inercia, y al ser masa puntual el momento de inercia es $m \cdot d^2$ siendo d la distancia al eje de giro; el teorema de Steiner en ese caso es lo mismo que calcular solo el nuevo momento de inercia, aunque ya tuviese momento de inercia respecto al punto anterior)

$$I_{1+2\,respecto\,CM\,1+2} = I_{2\,respecto\,CM\,1+2} + I_{1\,repecto\,CM\,1+2} = I_{2\,respecto\,CM\,2} + m_2\, d^2_{CM\,2\,a\,CM\,1+2} + m_1 d^2_{1\,a\,CM\,1+2}$$

$$I_{1+2\,respecto\,CM\,1+2}=\frac{1}{12}m_2 l^2+m_2 d^2_{CM\,2\,a\,CM\,1+2}+m_1 d^2_{1a\,CM\,1+2}$$

$$I_{1+2\,respecto\,CM\,1+2}=\frac{1}{12}\cdot 1\cdot 1^2+1\cdot\frac{1}{55^2}+0{,}1\cdot\left(0{,}2-\frac{1}{55}\right)^2=\frac{287}{3300}\approx 0{,}08697\,kg\,m^2$$

Otro planteamiento es usar el centro de masas del conjunto ya calculado antes, y usar el teorema de Steiner para el conjunto, teniendo en cuenta que el momento de inercia respecto al nuevo centro de masas debe ser menor que respecto al centro de masas de la barra, ya que la distribución de masa está más alejada del centro de masas

$$I_{1+2respecto\,CM\,2}=I_{1+2\,respecto\,CM\,1+2}+(m_1+m_2)\,d^2_{CM\,2\,a\,CM\,1+2}$$

$$I_{1+2\,respecto\,CM\,1+2}=I_{1+2\,respecto\,CM\,2}-(m_1+m_2)\,d^2_{CM\,2\,a\,CM\,1+2}$$

$$I_{1+2\,respecto\,CM\,1+2}=\frac{131}{1500}-(1+0{,}1)\left(\frac{1}{55}\right)^2=\frac{287}{3300}\approx 0{,}08697\,kg\,m^2$$

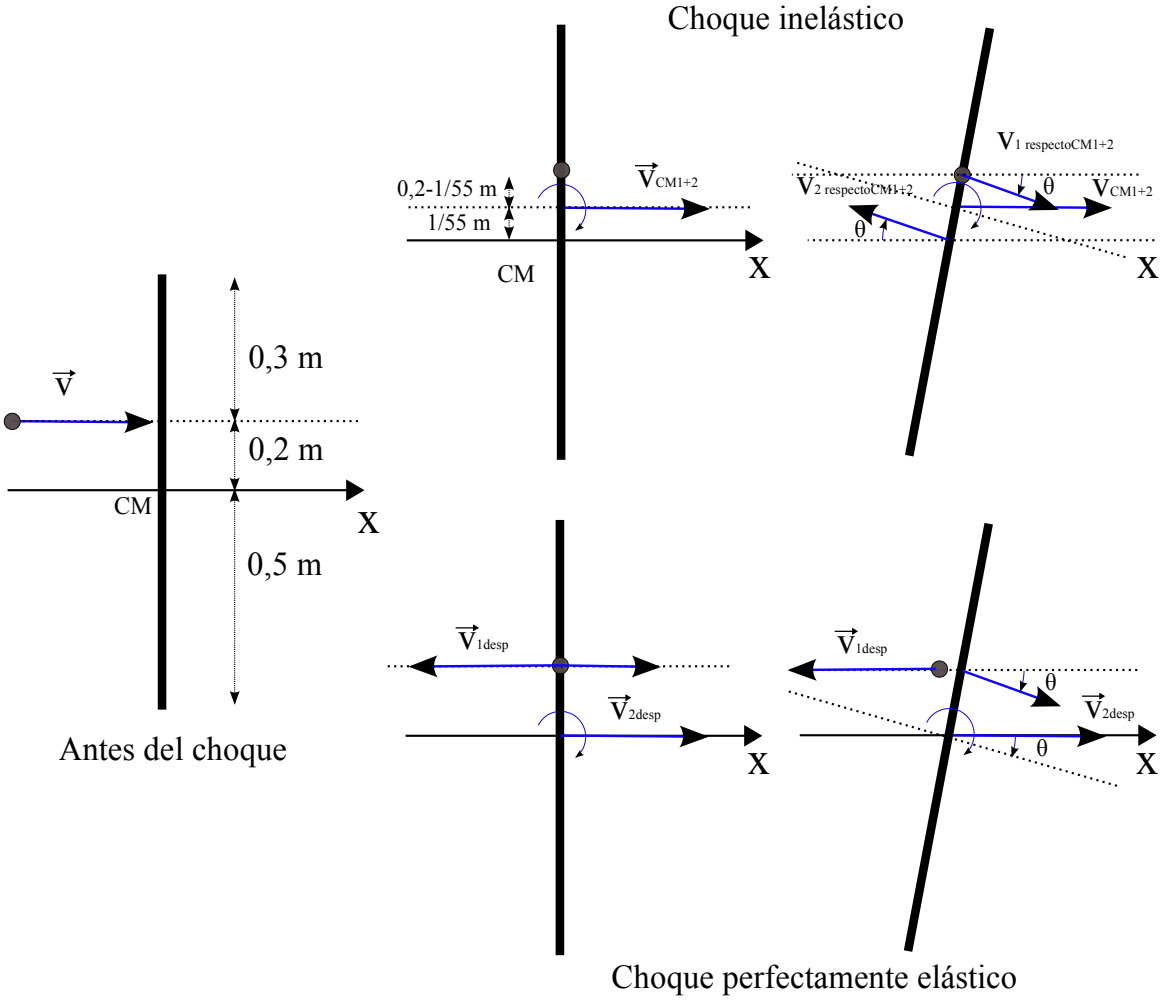
Una vez tenemos el momento de inercia respecto al nuevo centro de masas sustituimos en [1]

$$L_{antes}=L_{después}$$

$$\left(0{,}2-\frac{1}{55}\right)\cdot 0{,}1\cdot 10+\cancel{\frac{1}{55}\cdot 1\cdot 0}=\frac{287}{3300}\,\omega$$

$$\frac{11}{55}=\frac{287}{3300}\cdot\omega\Rightarrow\frac{1}{5}=\frac{287}{3300}\,\omega\Rightarrow\omega=\frac{3300}{5\cdot 287}=\frac{660}{287}\approx 25{,}296\,rad/s$$

Se pide el movimiento del punto material y del centro de masas de la varilla, que serán una composición de movimientos de traslación y rotación. El movimiento no será solamente en eje x, tendrá componente x y componente y.



La barra tiene una velocidad angular de giro constante, por lo que describe un MCU $\theta=\theta_0+\omega t$, y con nuestra referencia el ángulo inicial es 0 y el ángulo es creciente con el tiempo $\theta=\omega t$
Para la barra (la distancia al centro de masas es 1/55 m)

$$v_{x\,CM\,2\,después}=v_{x\,CM\,1+2\,después}+r_{2a\,CM\,1+2}\cdot\omega\cdot(-\cos(\theta))$$

$$v_{x\,CM\,1\,después}=\frac{10}{11}-\frac{1}{55}\cdot\frac{660}{287}\cdot\cos(\frac{660}{287}t)[v\,en\,m/s,t\,en\,s]$$

$$v_{y\,CM\,2\,después}=v_{y\,CM\,1+2\,después}+r_{2a\,CM\,1+2}\cdot\omega\cdot sen(\theta)$$

$$v_{y\,CM\,1\,después}=\frac{1}{55}\cdot\frac{660}{287}\cdot sen(\frac{660}{287}t)[v\,en\,m/s,t\,en\,s]$$

Validación física:
En t=0 la velocidad y es cero, e inicialmente $v_y>0$
En t=0 la velocidad x del CM de la barra es ligeramente inferior a la del CM global
Para el punto material (la distancia al centro de masas es 0,2-1/55 m)

$$v_{x\,CM\,1\,después}=v_{x\,CM\,1+2\,después}+r_{1a\,CM\,1+2}\cdot\omega\cdot\cos(\theta)$$

$$v_{x\,CM\,1\,después}=\frac{10}{11}+(0{,}2-\frac{1}{55})\cdot\frac{660}{287}\cdot\cos(\frac{660}{287}t)[v\,en\,m/s,t\,en\,s]$$

$$v_{y\,CM\,1\,después}=v_{y\,CM\,1+2\,después}+r_{1a\,CM\,1+2}\cdot\omega\cdot(-sen(\theta))$$

$$v_{y\,CM\,1\,después}=-(0{,}2-\frac{1}{55})\cdot\frac{660}{287}\cdot sen(\frac{660}{287}t)[v\,en\,m/s,t\,en\,s]$$

Validación física:
En t=0 la velocidad y es cero, e inicialmente $v_y<0$
En t=0 la velocidad x del CM de la bala es ligeramente superior a la del CM global
***Choque perfectamente elástico:** se conserva energía cinética, el coeficiente de restitución es 1, la velocidad relativa de acercamiento antes del choque es la misma que la velocidad relativa de alejamiento tras el choque. El acercamiento y alejamiento es entre la masa puntual y el punto de la barra en el que se produce el choque.
Conservación de momento lineal

$$p_{antes}=p_{después}$$

$$m_1\cdot v_{1\,antes}+m_2\cdot v_{CM\,2\,antes}=m_1\cdot v_{1\,después}+m_2\cdot v_{CM\,2\,después}$$

$$0{,}1\cdot 10+\cancel{1\cdot 0}=0{,}1\cdot v_{1\,después}+1\cdot v_{CM\,2\,después}$$

Conservación de momento angular: tomamos momentos respecto al centro de masas de la barra

$$L_{antes}=L_{después}$$

$$r_1\cdot m_1\cdot v_{1\,antes}+r_2\cdot m_2\cdot v_{CM\,2\,antes}=r_1\cdot m_1\cdot v_{1\,después}+I_{barra}\cdot\omega$$

$$0{,}2\cdot 0{,}1\cdot 10+\cancel{0\cdot 1\cdot 0}=0{,}2\cdot 0{,}1\cdot v_{1\,después}+\frac{1}{2}m_2 l^2\omega$$

Choque elástico y coeficiente de restitución:

$$velocidad\,relativa\,acercamiento: v_{1\,antes}-0$$

$$velocidad\,relativa\,alejamiento: v_{CM\,2\,después}+r_{1a\,CM}\cdot\omega-v_{1\,después}$$

Como el coeficiente de restitución es 1, tenemos

$$10=v_{CM\,2\,después}+0{,}2\cdot\omega-v_{1\,después}$$

Tenemos 3 ecuaciones con tres incógnitas

$$1=0{,}1\cdot v_{1\,después}+v_{CM\,2\,después}$$

$$0{,}2=0{,}02\cdot v_{1\,después}+0{,}5\,\omega$$

$$10=-v_{1\,después}+v_{CM\,2\,después}+0{,}2\cdot\omega$$

Sumamos la 2ª multiplicada por 2 y la 3ª multiplicada por -5 para eliminar omega

$$1=0{,}1\cdot v_{1\,después}+v_{CM\,2\,después}$$

$$-49{,}6=5{,}04\cdot v_{1\,después}-5\,v_{CM\,2\,después}$$

Sumamos multiplicando la primera por 5 para eliminar la velocidad del CM 2

$$-44,6=5,54\cdot v_{1\,después}\Rightarrow v_{1\,después}=\frac{-44,6}{5,54}\approx -8,05\,m/s$$

Sustituyendo en la primera

$$1=0,1\cdot\frac{(-44,6)}{5,54}+v_{CM\,2\,después}\Rightarrow v_{CM\,2\,después}=1+0,1\cdot\frac{44,6}{5,54}\approx 1,81\,m/s$$

Sustituyendo en la segunda

$$0,2=0,02\cdot\frac{(-44,6)}{5,54}+0,5\,\omega\Rightarrow \omega=\frac{0,2+0,02\cdot\frac{44,6}{5,54}}{0,5}\approx 0,72\,rad/s$$

b) La condición a cumplir por un sólido rígido para que su momento angular y su velocidad angular tengan la misma dirección es que el sólido gire respecto a un eje principal de inercia. Se puede demostrar que cualquier sólido rígido independientemente de su forma hay al menos tres ejes de inercia perpendiculares entre sí.

Model 2
1. Una corda homogènia i de secció constant, amb una massa per unitat de longitud λ = 100 g m^{-1}, es troba enrotllada a terra.
a) Calculeu el treball necessari per aixecar verticalment un tros de corda d'1 m de longitud.
b) Quina serà la variació d'energia potencial de la corda quan la longitud de la corda en suspensió passa d'1 m a 2 m?
c) Si s'aixeca l'extrem de la corda anterior, verticalment i a velocitat constant de 0,5 ms^{-1}, trobeu l'expressió que dóna la força necessaria en funció de la distància de l'extrem de la corda sobre la terra.

Modelo 2
1. Una cuerda homogénea y de sección constante, con una masa por unidad de longitud λ = 100 g m^{-1}, se encuentra enrollada en el suelo.
a) Calcule el trabajo necesario para levantar verticalmente un trozo de cuerda de 1 m de longitud.
b) ¿Cuál será la variación de energía potencial de la cuerda cuando la longitud de la cuerda en suspensión pasa de 1 m a 2 m?
c) Si se levanta el extremo de la cuerda anterior, verticalmente y a velocidad constante de 0,5 ms^{-1}, encuentra la expresión que da la fuerza necesaria en función de la distancia del extremo de la cuerda sobre la tierra.

Referencias:
- *Movimiento del extremo de una cadena bajo la acción de un fuerza constante* http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/dinamica/variable1/variable1.htm
- *Movimiento del extremo de una cadena bajo la acción de un fuerza constante* http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica3/dinamica/cadena_globo/cadena_globo.html
- https://es.wikipedia.org/wiki/Sistema_de_masa_variable
- *The work–energy theorem: the effect of varying mass. Ronald Newburgh* http://complex.gmu.edu/www-phys/phys705/notes/work%20energy%20theorem%20variable%20mass_phy%20edu%202001.pdf
- *Dynamics of Mechanical Systems with Variable Mass. International Centre for Mechanical Sciences Courses and Lectures Vol. 557* http://ndl.ethernet.edu.et/bitstream/123456789/22371/1/79.pdf
- *A MECÂNICA DE SISTEMAS DE MASSA VARIÁVEL. Prof. Dr. Celso P. Pesce. Escola Politécnica* https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/6209787/mod_folder/content/0/Sistemas_de_Massa_Variavel.pdf?forcedownload=1
  Se cita problema "The falling chain of Cayley": parece que el tema de dinámica de sistemas de masa variable con cadenas tiene mucha historia.

a) Se puede plantear de varias maneras:
1. Calculamos el diferencial de trabajo, que supone subir cada dx realizando una fuerza que depende de x, ya que cada dx que subimos la masa vertical y la fuerza a realizar aumenta

$$dW = F \cdot dx = m\,g \cdot dx = \lambda\, x\, g\, dx$$

También se puede llegar a la misma expresión viéndolo como subir cada diferencial de masa a una altura que varía entre el suelo y el punto más alto.

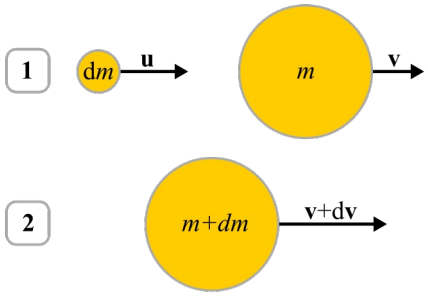
$$\lambda = \frac{dm}{dx} \Rightarrow dm = \lambda\, dx$$

$$dW = dF \cdot x = dm\, g\, x = \lambda\, g\, x\, dx$$

Integrando

$$W=\int_0^1 dW=\int_0^1 \lambda\, g\, x\, dx=\lambda\, g\,[\frac{x^2}{2}]_0^1=\lambda\,\frac{g}{2}=0{,}1\cdot\frac{9{,}8}{2}=0{,}49\,J$$

2. Calculamos la masa y el centro de masas del tramo de cuerda vertical, y calculamos el trabajo asumiendo toda la cuerda en ese punto.
La masa de 1 m de cuerda es 0,1 kg, y su centro de masas está a 0,5 m de altura.
El trabajo asociado a subir 0,1 kg una altura de 0,5 m es 0,1·9,8·0,5=0,49 J
b) Tomamos referencia de energía potencial en el suelo, por lo que el tramo vertical es el único que tiene energía potencial.
El valor de energía potencial de 1 m de cuerda vertical es el calculado en a (la energía potencial está asociada al trabajo externo al campo de llevar un cuerpo desde la referencia a ese punto) y para 2 m no tiene por qué ser el doble.
La masa de 2 m de cuerda es 0,2 kg, y su centro de masas está a 1 m de altura.
El trabajo asociado a subir 0,2 kg una altura de 1 m es 0,2·9,8·1=1,96 J
La diferencia será, tomando los 2 m como posición final, 1,96-0,49=1,47 J (positiva, gana energía)
c) Para aplicar la 2ª Ley de Newton a la cuerda hay que tener en cuenta la variación del momento asociado a la incorporación de masa a la cuerda, no solo la variación asociada a la fuerza aplicada.
Si planteamos que se va incorporando un dm que tiene una velocidad inicial u a un trozo de cuerda de masa m que tiene una velocidad v (es la velocidad de su centro de masas).



$$p_1=m\cdot v+u\cdot dm$$

Un dt de tiempo después cuando se ha incorporado

$$p_2=(m+dm)\cdot(v+dv)$$

$$dp=p_2-p_1=(m\cdot v+m\cdot dv+v\cdot dm)-m\cdot v-u\cdot dm$$

$$dp=m\cdot dv-(u-v)\cdot dm$$

Si aplicamos la 2º Ley de Newton

$$\frac{dp_{CM}}{dt}=F_{ext}$$

$$F_{ext}=m\cdot\frac{dv}{dt}-(u-v)\cdot\frac{dm}{dt}$$

Llamando u-v a la velocidad relativa de dm respecto a m (a su centro de masas), se puede expresar como

$$F_{ext}+v_{rel}\cdot\frac{dm}{dt}=m\cdot\frac{dv}{dt}\quad[1]$$

Llamando $F_{empuje}=v_{rel}\cdot\frac{dm}{dt}$ y $F_{neta}=F_{ext}+F_{empuje}$

Se llega a una expresión similar a habitual para la 2ª Ley de Newton $F_{neta}=m\cdot a_{CM}$
En este caso el dm de la masa de cuerda que se va incorporando tiene una velocidad relativa $v_{rel}=0-v_{CM}=-v_{CM}$
valor que supone un "empuje negativo" ya que si no hubiera fuerza aplicada y la cuerda se estuviera moviendo, la incorporación de masa estaría frenando la cuerda.
Las fuerzas externas que actúan son dos: la F aplicada y el peso en sentido contrario

$$F_{ext}=F-\lambda\, x\, g$$

Planteamos una expresión para dm/dt, teniendo en cuenta que x es la posición del extremo de la cuerda, por lo que dx/dt es la velocidad del extremo, no de su centro de masas.

$$dm=\lambda\, dx\Rightarrow\frac{dm}{dt}=\lambda\frac{dx}{dt}=\lambda\, v_{extremo}$$

Combinando estas expresiones de F_{ext} y de dm/dt con [1] y teniendo en cuenta que v=cte y dv/dt=0

$$F-\lambda x g-v_{CM}\cdot\lambda\cdot v_{extremo}=0$$

La velocidad del extremo de la cuerda no es la misma que la del centro de masas de la cuerda vertical: el centro de masas lleva la mitad de velocidad que el extremo, ya que cuando el extremo esté a una distancia x, el centro de masas ha recorrido x/2. Luego $v_{CM}=v_{extremo}/2$.
Sustituyendo

$$F=\lambda\left(x g+\frac{1}{2}v_{extremo}^2\right)$$

Esta es la expresión pedida, y se pueden plantear validaciones físicas:
-A medida que crece x aumenta la masa, aumenta el peso y aumenta F necesaria para que la velocidad sea constante.
-Si v=0, F=λxg, es la fuerza asociada al peso de la masa vertical. Es consistente con un tramo de cuerda vertical y una fuerza F para compensar el peso y que esté en reposo.
-Si g=0, F= ½$\lambda v_{extremo}^2$, en este caso la fuerza F sería de módulo sería constante (con g=0 la fuerza no depende de x, solo depende de la velocidad del extremo que se indica que es constante).
Parece inconsistente que con una masa creciente con el tiempo la fuerza sea constante para mantener la velocidad, pero es que el momento lineal crece con el tiempo, por lo que la fuerza a aplicar solo es necesaria para el incremento de momento de la masa que se incorpora, y puede ser constante, ya que el resto de masa se mueve por inercia.
Se puede ver como una expresión similar a de la energía cinética, pero cambiando m por λ; debe ser consistente con la idea de teorema de las fuerzas vivas / teorema del trabajo-energía asociado a que el trabajo total realizado sea igual a la variación de la energía cinética, si no hay rotación.
El trabajo asociado a una fuerza constante (en caso de g=0 no depende de x) realizado sobre un dm para que avance un dx es F·dx.
Como el trabajo está asociado a dar velocidad a la masa que se va incorporando, la velocidad que se le imprime es la misma de toda la cuerda, $v_{extremo}$, no v_{CM}, de modo que tiene que conseguir que ese dm vaya a esa velocidad.
Aplicando el teorema de las fuerzas vivas a ese dm (para sistemas de partículas el teorema trabajo energía parece que puede ser más complejo) $F\,\cancel{dx}=\frac{1}{2}\lambda\,\cancel{dx}\,v_{extremo}^2$ que es la misma expresión.
Respondemos explícitamente a la pregunta del enunciado sustituyendo los valores numéricos:

$$F=0{,}1\left(9{,}8\,x+\frac{1}{2}0{,}5^2\right)=0{,}0125+0{,}98\,x\,[F\,en\,N\,,x\,en\,m]$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 14 octubre 2023
CC BY SA

Model 3

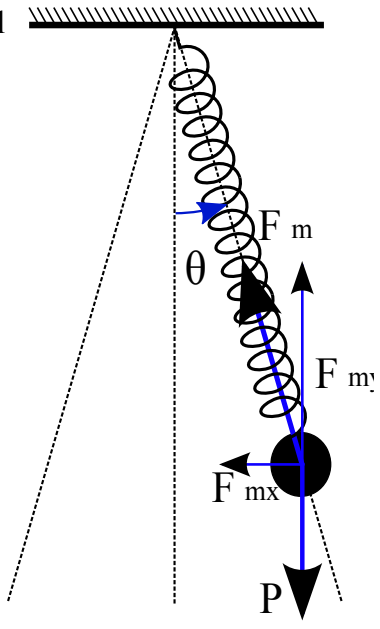
1. S'enganxa una bola d'1 kg a l'extrem d'una molla, de massa negligible, penjada del sostre, de 50 cm de longitud natural i constant recuperadora 1000 N m^{-1}. Es fa girar el sistema com un pèndol cònic amb una velocitat angular constant de 60 r.p.m. Calculeu:
a) L'allargament de la molla.
b) El radi de la circunferència que descriu la bola
c) L'angle que forma el sistema molla-bola amb l'eix del con
(Considereu la bola com una massa puntual)

Modelo 3

1.Se pega una bola de 1 kg en el extremo de un muelle, de masa despreciable, colgada del techo, de 50 cm de longitud natural y constante recuperadora 1000 N m^{-1}. Se hace girar el sistema como un péndulo cónico con una velocidad angular constante de 60 rpm Calcular:
a) El alargamiento del muelle.
b) El radio de la circunferencia que describe la bola
c) El ángulo que forma el sistema muelle-bola con el eje del cono
(Considere la bola como una masa puntual)

Problema similar a Cataluña 2000-B1
Referencias:
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/examenes/dinamica/dinamica_18/dinamica_18.htm
(Incluso coinciden algunos datos: 60 rpm, 1 kg)

a) Realizamos un diagrama de fuerzas sobre el cuerpo, y llamamos θ al ángulo que forma el muelle con el eje del cono. Tomamos eje y vertical y eje x horizontal, y planteamos 2ª ley de Newton en cada eje



Eje y: $F_{my} - P = 0 \Rightarrow k\Delta l \cdot \cos(\theta) = mg$

Eje x: $F_{mx} = m a_n \Rightarrow k\Delta l \cdot sen(\theta) = m\omega^2 R$

Cuando está girando, $R = (L + \Delta l)\, sen(\theta)$

$k\Delta l \cdot \cancel{sen(\theta)} = m\omega^2 (L + \Delta l) \cdot \cancel{sen(\theta)}$

Despejamos el alargamiento y usamos la velocidad angular en rad/s (60 rpm suponen 1 vuelta por segundo, que son 2π rad/s)

$$\Delta l = \frac{m\omega^2 L}{k - m\omega^2} = \frac{1 \cdot (2\pi)^2 0{,}5}{1000 - 1 \cdot (2\pi)^2} = 0{,}02\, m = 2\, cm$$

b y c)

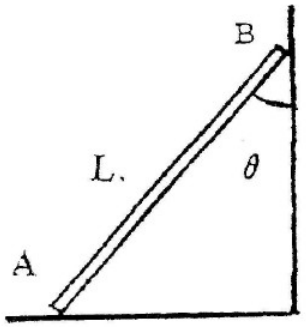
$$\theta = arcos\left(\frac{mg}{k\Delta l}\right) = arcos\left(\frac{1 \cdot 9{,}8}{1000 \cdot 0{,}02}\right) = 60{,}66^o$$

El radio de giro es

$$R = (L + \Delta l)\, sen(\theta) = (0{,}5 + 0{,}02)\, sen(60{,}66^o) = 0{,}45\, m$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 23 octubre 2023

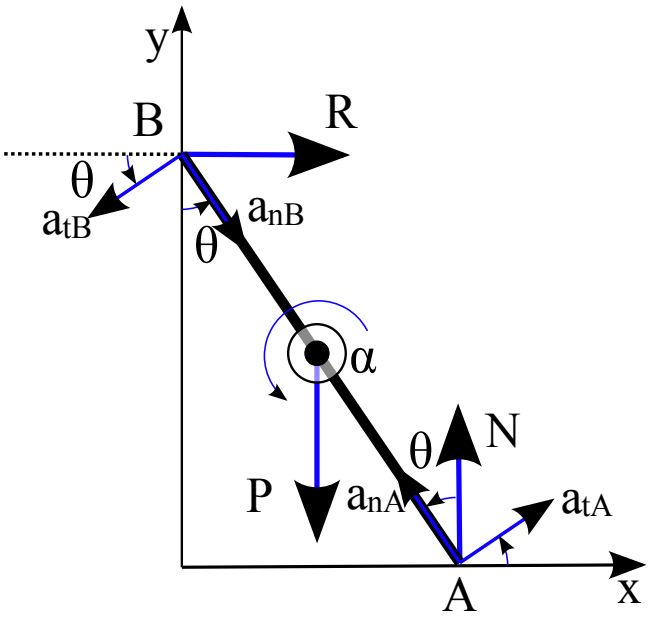
1. Una varilla uniforme de masa M y longitud L parte del reposo en la posición que se indica en la figura. Si el rozamiento con ambas superficies es despreciable, hallar la aceleración angular de la varilla con respecto al eje que pasa por su centro de masas.



Resuelto por sleepylavoisier en http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4018#p18725 (incluye resolución con mecánica clásica y con mecánica lagrangiana)

Referencias
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/solido/din_rotacion/escalera/escalera.htm
Mecánica para ingeniería: dinámica. Quinta Edición, Bedford y Fowler;Ejemplo activo 18.3

Planteamiento dinámico:
Si la varilla es homogénea su centro de masas está el el centro.
Las fuerzas que actúan sobre la varilla, si no hay rozamiento son:
-Peso, sobre su centro de masas
-Normal realizada por el suelo: N
-Fuerza realizada por la pared: R
Tomamos sistema de referencia: eje x en suelo, y en pared, x positivas en el sentido en el que desliza la varilla.



Planteamos ecuaciones de traslación y rotación
Traslación, por separado en cada eje

$$\Sigma F_x = R = M a_{CMx}$$

$$\Sigma F_y = N - M \cdot g = M a_{CMy}$$

Rotación. Tomamos momentos respecto al centro de la barra
El momento de inercia de la varilla respecto a su centro es (1/12)·M·L²

$$M = I \alpha$$

$$-R \cdot \frac{L}{2} \cdot \cos\theta + N \cdot \frac{L}{2} \cdot sen\,\theta = \frac{1}{12} M L^2 \alpha$$

Tenemos que relacionar α con las aceleraciones
Para el punto B, mientras haya contacto con la pared, $a_{Bx}=0$

$$a_{Bx} = a_{CMx} - a_{tBx} + a_{nBx} \Rightarrow a_{CMx} = \alpha \frac{L}{2} \cos\theta - \omega^2 \frac{L}{2} sen\,\theta = \frac{L}{2}(\alpha \cos\theta - \omega^2 sen\,\theta)$$

Para al punto A, mientras haya contacto con el suelo , $a_{Ay}=0$

$$a_{Ay} = a_{CMy} + a_{tBy} + a_{nBy} \Rightarrow a_{CMy} = -\alpha \frac{L}{2} sen\,\theta - \omega^2 \frac{L}{2} \cos\theta = \frac{-L}{2}(\alpha\, sen\,\theta + \omega^2 \cos\theta)$$

Combinamos las tres primeras para despejar α

$$\alpha = \frac{6}{ML}(-R\cos\theta + N\, sen\,\theta) = \frac{6}{\cancel{M} L}(-\cancel{M}\, a_{CMx} \cos\theta + \cancel{M}(g + a_{CMy})\, sen\,\theta)$$

Sustituimos las expresiones de a_{CMx} y de a_{CMy}

$$\alpha=\frac{6}{L}\left(\frac{-L}{2}\left(\alpha\cos\theta-\omega^2 sen\,\theta\right)\cos\theta+\left(g-\frac{L}{2}\left(\alpha\, sen\,\theta+\omega^2\cos\theta\right)\right) sen\,\theta\right)$$

$$\alpha=-3\,\alpha\cos^2\theta+3\,\omega^2\cos\theta\, sen\,\theta-\frac{6}{L}g\, sen\,\theta-3\,\alpha\, sen^2\theta-3\,\omega^2\cos\theta\, sen\,\theta$$

$$\alpha\left(1+3\cos^2\theta+3\, sen^2\theta\right)=\frac{6}{L}g\, sen\,\theta$$

$$\alpha\left(1+3\right)=\frac{6}{L}g\, sen\,\theta$$

$$\alpha=\frac{3}{2}\frac{g}{L}sen\,\theta$$

Planteamiento energético:

Planteamos la conservación de energía mecánica entre el instante inicial y cualquier instante

$$E_{m\,inicial\,\theta_0}=E_{m\,cualquier\,\theta}$$

$$M\,g\,h_0=M\,g\,h+\frac{1}{2}M\,v_{CM}^2+\frac{1}{2}I\,\omega^2$$

$$\cancel{M}\,g\,\frac{L}{2}\cos\theta_0=\cancel{M}\,g\,\frac{L}{2}\cos\theta+\frac{1}{2}\cancel{M}\,v_{CM}^2+\frac{1}{2}\frac{1}{12}\cancel{M}\,L^2\omega^2$$

α como segunda derivada de expresiones donde aparezca θ.

Necesitamos expresar v_{CM} en función de θ; podemos plantear la velocidad como suma de componentes v_x y v_y, que podemos relacionar con posiciones y ángulos.

$$v_{CM}^2=v_{CMx}^2+v_{CMy}^2=\left(\frac{L}{2}\omega\cos\theta\right)^2+\left(\frac{L}{2}\omega\, sen\,\theta\right)^2=\frac{L^2}{4}\omega^2\left(\cos^2\theta+sen^2\theta\right)=\frac{L^2}{4}\omega^2$$

Sustituyendo

$$g\,\frac{\cancel{L}}{\cancel{2}}\cos\theta_0=g\,\frac{\cancel{L}}{\cancel{2}}\cos\theta+\frac{\cancel{1}}{\cancel{2}}\frac{L^{\cancel{2}}}{4}\omega^2+\frac{\cancel{1}}{\cancel{2}}\frac{1}{12}L^{\cancel{2}}\omega^2$$

$$\omega^2 L\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{12}\right)=g\left(\cos\theta_0-\cos\theta\right)$$

$$\omega^2=3\frac{g}{L}\left(\cos\theta_0-\cos\theta\right)$$

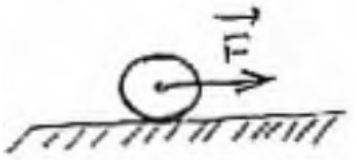
Derivando respecto al tiempo

$$2\,\cancel{\omega}\,\alpha=3\frac{g}{L}sen\,\theta\,\cancel{\omega}\Rightarrow\alpha=\frac{3}{2}\frac{g}{L}sen\,\theta$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 4 junio 2025
CC BY SA

ÁMBITO DE FÍSICA

PROBLEMA Sobre un rodillo homogéneo de forma cilindrica ($I=MR^2/2$), de masa M (kg) y radio R (m) situado en un plano horizontal, actúa una fuerza F de 10 (N) paralela al plano, como se indica en la figura. Si el cilindro avanza sobre el suelo, se pide:



a) Valor de la fuerza de rozamiento entre el rodillo y el suelo.
b) Valor de la fuerza de rozamiento cuando la fuerza aplicada actúe tangente al rodillo y paralela al suelo.

CUESTIONES:

Se elegirán tres, debiendo razonar las respuestas

1.- El momento de inercia de un rodillo girando alrededor del eje que pasa por el eje de sus bases es $I=MR^2/2$, pero ¿cuál será el momento de inercia si el cilindro gira alrededor de un eje paralelo al anterior y que pasa por puntos de las bases situados a R/2 del anterior eje?

2.- Si en el movimiento del rodillo se desea que la fuerza de rozamiento con el suelo sea cero, ¿dónde habrá que aplicar la fuerza F que sigue siendo paralela al suelo?

3.- Explique si en los casos del movimiento analizados en el problema, influyen los materiales de que estén hechos el rodillo y el suelo.

4.- Para el apartado b) del problema, dibuje las gráficas que representen la variación de la aceleración angular con el tiempo y la de la velocidad angular con el tiempo.

Aunque indique problema y cuestiones, están relacionados: de hecho algunas cuestiones preguntan sobre el problema (3 y 4)

Planteamiento general de ecuaciones de traslación y de rotación asociada a aplicar la fuerza F horizontal a una altura h del centro del rodillo.

Traslación: $F-F_{roz}=M\cdot a$

Rotación respecto al centro del rodillo: $h\cdot F+R\cdot F_{roz}=I\cdot \alpha$

Considerando que solo hay aceleración tangencial y $a=\alpha\cdot R$, y usando $I= \frac{1}{2}MR^2$

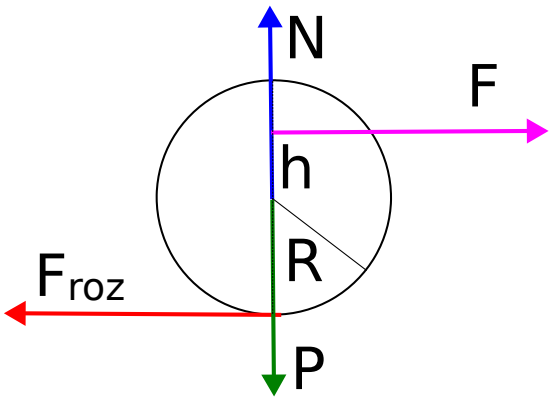
$h\cdot F+R\cdot F_{roz}= \frac{1}{2}MR^2\cdot a/R$

A partir de la ecuación de traslación: $a=(F-F_{roz})/M$

$h\cdot F+R\cdot F_{roz}= \frac{1}{2}R^2\cdot (F-F_{roz})/R$

$2hF +2R\cdot F_{roz}=R\cdot F-R\cdot F_{roz}$

$3RF_{roz}=F(R-2h)$



Problema

a) En este caso se aplica la fuerza F horizontal en el centro de masas del rodillo según el diagrama, por lo que h=0. Sustiyendo en la expresión general

$3RF_{roz}=FR$

$F_{roz}=F/3$

Numéricamente $F_{roz}=10/3=3,33$ N

b) En este caso se aplica la fuerza F horizontal tangente al rodillo, por lo que h=R. Sustiyendo en la expresión general

$3RF_{roz}=F(R-2R)$

$F_{roz}=-F/3$

Aparece un signo menos, que indica que la fuerza de rozamiento tiene sentido opuesto al que se había planteado inicialmente, que era opuesta al movimiento: fuerza de rozamiento tiene mismo sentido que la fuerza aplicada.

Numéricamente F_{roz}=-10/3=-3,33 N

Cuestiones

1. Utilizando el teorema de Steiner, si el momento de inercia respecto de un eje 1 es I, el momento de inercia respecto a un eje 2 que es paralelo al eje 1 y está a una distancia d es $I'=I+md^2$
En este caso d=R/2

$$I'=\frac{1}{2}MR^2+M\left(\frac{R}{2}\right)^2=\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)MR^2=\frac{3}{4}MR^2$$

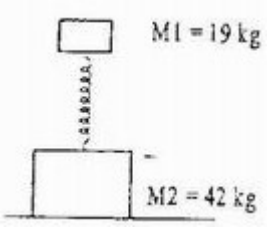
2. Sustiyendo en la expresión general para que la fuerza de rozamiento sea cero, entonces R-2h=0 → h=R/2

3. En los casos del movimiento analizados en el problema la fuerza de rozamiento depende solo de la fuerza aplicada y de la altura, no de los materiales de que estén hechos el rodillo y el suelo.
Si se calculase la fuerza de rozamiento como $F_{roz}=\mu N$ sí habría una dependencia de los materiales.

4. En el apartado b tenemos $\alpha=a/R=(F-F_{roz})/MR$, y como F y Froz son constantes, α es constante y la gráfica α vs t sería una línea horizontal.
Como α es constante, es un MCUA, y $\omega=\omega_0+\alpha t$, por lo que la gráfica ω vs t será una línea recta ascendente con pendiente α.

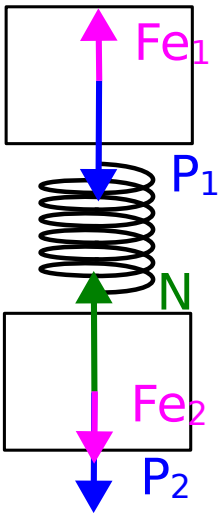
enrique@fiquipedia.es Revisado 1 junio 2025
CC BY SA

PROBLEMA X5. (Se desconoce el número) Una massa M_1 oscil·la verticalment amb una amplitud d'1,18 cm i una freqüència de 5 Hz, a causa de la molla que té unida a la massa M_2, tal y com indica la figura. La massa de la molla és negligible.
a) Representeu les forces que actuen sobre la massa M_1 i sobre la massa M_2 en el moment en què la molla té la longitud mínima.
b) Quina és la força màxima i mínima que ha d'aguantar el terra que soporta el conjunt format per les dues masses i la molla?
c) Quina ha de ser la mínima amplitud de les oscil·lacions perquè en certs moments el terra que soporta el conjunt no faci cap força?



Una masa M_1 oscila verticalmente con una amplitud de 1,18 cm y una frecuencia de 5 Hz, debido al muelle que tiene unido a la masa M_2, tal y como indica la figura. La masa del muelle es despreciable.
a) Representa las fuerzas que actúan sobre la masa M_1 y sobre la masa M_2 en el momento en que el muelle tiene la longitud mínima.
b) ¿Cuál es la fuerza máxima y mínima que debe aguantar el suelo que soporta el conjunto formado por las dos masas y el muelle?
c) ¿Cuál debe ser la mínima amplitud de las oscilaciones para que en ciertos momentos el suelo que soporta el conjunto no haga ninguna fuerza?

Tomamos $g=9{,}81\ m/s^2$ que no es dato



a) Sobre M_1 actúa su peso hacia abajo y la fuerza elástica del muelle hacia arriba: en el momento que el muelle tiene la longitud mínima la fuerza elástica es máxima.
Sobre M_2 actúa su peso hacia abajo y la normal hacia arriba, y la fuerza elástica del muelle hacia abajo: es módulo es el mismo que el de la fuerza elástica sobre M_1.
b) La fuerza que debe aguantar el suelo es la normal, ya que la normal es la fuerza realizada por el suelo sobre M_2 y por la 3ª ley de Newton el bloque M_2 realizará una fuerza de igual módulo sobre el suelo.
Planteamos la 2ª ley de Newton para ambos bloques (tomamos eje x con sentido positivo hacia arriba):
Bloque 1: tiene aceleración asociada al MAS.
$Fe_1-P_1=M_1\cdot a \rightarrow Fe_1=M_1\cdot(a+g)$
Bloque 2: está en reposo, la suma de fuerzas sobre él y la aceleración es 0.
$N-Fe_2-P_2=0$
Como $Fe_2=Fe_1$ en módulo, sustituyendo la ecuación del bloque 1
$N=M_1\cdot(a+g)+M_2\cdot g$
La normal es máxima cuando la aceleración es máxima y positiva (hacia arriba), que es cuando el bloque 1 está en la parte más baja y el muelle está con su máxima compresión.
En MAS $a_{máx}=A\cdot\omega^2$ y $\omega=2\pi f$
Numéricamente $N_{máx}=19\cdot(0{,}0118\cdot(2\cdot\pi\cdot5)^2+9{,}81)+42\cdot9{,}81=$**820 N**
La normal es máxima cuando la acelerción es máxima y negativa (hacia abajo)
Numéricamente $N_{mín}=19\cdot(-0{,}0118\cdot(2\cdot\pi\cdot5)^2+9{,}81)+42\cdot9{,}81=$**377 N**
c) Para que el suelo no haga ninguna fuerza, N=0 y la aceleración será negativa.Si despejamos manteniendo la frecuencia $0=-M_1A\cdot\omega^2+(M_1+M_2)\cdot g \rightarrow A=(M_1+M_2)\cdot g/(M_1\cdot\omega^2)$
Numéricamente $A=(19+42)\cdot9{,}81/(19\cdot(2\cdot\pi\cdot5)^2)=3{,}19\cdot10^{-2}$ m =**3,19 cm**

enrique@fiquipedia.es Revisado 25 febrero 2016
CC BY

FÍSICA

1.- a) Un proyectil explota en vuelo. Razonar si sufren variación su momento cinético y su energía cinética con motivo de la explosión.
(1 punto)

Se trata de una pregunta que se puede decir que tiene el nivel de 4º ESO / 1º de Bachillerato y se puede contestar de manera muy simple, pero siendo una oposición hay que intentar detallar la respuesta.

La variación del momento lineal de un sistema es igual a la fuerza externa total que se aplica sobre el sistema $\frac{d\vec{P}}{dt}=\vec{F}_{ext\ total}$ También se puede plantear usando impulso $\Delta\vec{P}=\int \vec{F}_{ext\ total}\,dt=\vec{I}$
En general una explosión en el aire se considera una situación violenta y de muy corta duración, por lo que se asume que en ese intervalo las fuerzas internas son mucho más relevantes que las externas (que en el aire se limita a la fuerza de la gravedad), considerando que el impulso es nulo y el momento lineal se conserva.
Con la idea de responder algo más se puede comentar que aunque en general su momento lineal varía de manera despreciable, enunciado indica explícitamente "si sufren variación … con motivo de la explosión" así que se está indicando que no se consideren más fuerzas que las internas de la explosión, y esas fuerzas sí que no producen variación alguna del momento lineal.
La variación de la energía cinética del proyectil como sistema (que pasa de ser un sistema único a un sistema formado por los fragmentos y los gases tras la explosión) por el teorema de las fuerzas vivas es igual al trabajo total realizado por todas las fuerzas $\Delta E_c=W_{total}$. Durante la explosión sí que las fuerzas realizan trabajo para acelerar los fragmentos, por lo que la energía cinética aumenta. Se puede visualizar como que la explosión está liberando una energía química que pasa a energía térmica y a energía cinética.

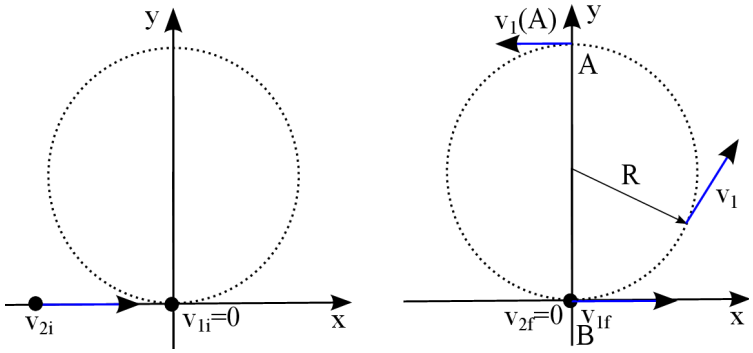
enrique@fiquipedia.es Revisado 16 febrero 2016

FÍSICA

2.- Una pequeña esfera, de 100 g de masa, cuelga de un hilo inextensible y de masa despreciable, de 2 m de longitud, que está sujeta por el otro extremo. Se lanza horizontalmente otra pequeña esfera, de modo que realiza un choque frontal con la primera. Calcular la masa y la velocidad mínima de la segunda esfera para que, después del choque, la esfera que cuelga del hilo describa una circunferencia completa en el plano vertical y la esfera que fue lanzada horizontalmente, caiga verticalmente.
Coeficiente de restitución = 1/4.
Considerar las esferas como masas puntuales
(2 puntos)

El coeficiente de restitución nos indica cuanta energía cinética se transmite en el choque / cuanta energía se pierde en el choque entre dos objetos.
Se puede definir como el cociente entre la velocidad relativa de alejamiento de los objetos tras el choque y la velocidad relativa de acercamiento de los objetos antes del choque:
- Si el cociente es 1, es una colisión perfectamente elástica, la Ec se conserva
- Si el cociente es 0 es perfectamente inelástica (los objetos se juntan y parte Ec se pierde en calor).

Llamamos 1 a la esfera colgada de 100 g, y 2 a la esfera lanzada.
Realizamos un diagrama y tomamos x positivos en el sentido de lanzamiento de esfera 2 (izda a derecha)
La esfera 1 tiene velocidad inicial nula ($v_{1i}=0$), y su v_{1f} debe ser positiva tras el choque.
La esfera 2, tiene masa y velocidad inicial desconocida, pero su velocidad final es 0 para que caiga verticalmente ($v_{2f}=0$)
La velocidad relativa tras el choque es v_{1f}, (esfera 2 queda parada). La velocidad relativa antes del choque era V_{2i}, (esfera 1 estaba parada).



$$Coeficiente\,restitución = \frac{v_{relativa\,alejamiento\,tras\,choque}}{v_{relativa\,acercamiento\,antes\,choque}} = \frac{v_{2f}-v_{1f}}{-(v_{2i}-v_{1i})} = \frac{0-v_{1f}}{-(v_{2i}-0)} = \frac{v_{1f}}{v_{2i}} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{v_{1f}}{v_{2i}} \Rightarrow v_{2i} = 4\,v_{1f}$$

Para calcular los valores, planteamos:

Conservación de momento lineal

$$p_{antes} = p_{después} \Rightarrow m_1 \cdot v_{1i} + m_2 \cdot v_{2i} = m_1 \cdot v_{1f} + m_2 \cdot v_{2f} \Rightarrow m_2 \cdot v_{2i} = m_1 \cdot v_{1f} \Rightarrow v_{2i} = \frac{m_1}{m_2} V_{1f}$$

Combinando con la expresión anterior, y con el dato de m_1=100 g, tenemos

$$\frac{m_1}{m_2} = 4 \Rightarrow m_2 = \frac{m_1}{4} = \frac{100}{4} = 25\,g$$

Velocidad mínima necesaria para que complete una vuelta

Para que la bola 1 complete una vuelta de radio 2 m, en su punto más elevado la fuerza centrípeta será debida solamente al peso de la bola, sin que haya tensión de la cuerda (es la velocidad mínima porque velocidades mayores sí implicarían tensión en la cuerda). Si utilizamos g=9,8 m/s^2 y planteamos la conservación de energía mecánica entre el punto más alto (A) y el punto más bajo (B), tomando referencia de energía potencial 0 en el punto B, tenemos

$$E_m(A)=E_m(B)\Rightarrow \cancel{m_1} g\,2R+\frac{1}{2}\cancel{m_1} v_{1A}^2=\frac{1}{2}\cancel{m_1} v_{1B}^2$$

$$F_{centrípeta}(A)=Peso\Rightarrow \cancel{m_1}\cdot\frac{v_{1A}^2}{R}=\cancel{m_1} g\Rightarrow v_{1A}^2=gR$$

$$g\,2R+\frac{1}{2}gR=\frac{1}{2}v_{1B}^2\Rightarrow v_{1B}=\sqrt{\cancel{2}\cdot\frac{5}{\cancel{2}}gR}\Rightarrow v_2=4\sqrt{5\cdot 9{,}8\cdot 2}=39{,}6\,m/s$$

PROBLEMA X1 (Se desconoce el número). Una partícula de 2 kg de massa està situada en el punt A (1,2,3) d'un camp d'energia potencial E=3 x^3 y^2 z (J). Calcula:
a) l'acceleració que adquireix la partícula
b) una direcció de desplaçament en què la pèrdua d'energia sigui màxima

Una partícula de 2 kg de masa está ubicada en el punto A (1,2,3) de un campo de energía potencial E=3 x^3 y^2 z (J). Calcula:
a) la aceleración que adquiere la partícula
b) una dirección de desplazamiento en la que la pérdida de energía sea máxima

http://tesla.us.es/wiki/index.php/Energ%C3%ADa_potencial#C.C3.A1lculo_de_la_fuerza_a_partir_del_potencial

a) Calculamos la fuerza como el gradiente de la energía potencial

$$\vec{F} = -\nabla E_p$$

$$\vec{F} = -\left(\frac{\partial E}{\partial x}, \frac{\partial E}{\partial y}, \frac{\partial E}{\partial z}\right)$$

$$\vec{F} = -\left(\frac{\partial (3x^3y^2z)}{\partial x}, \frac{\partial (3x^3y^2z)}{\partial y}, \frac{\partial (3x^3y^2z)}{\partial z}\right)$$

$$\vec{F} = -(9x^2y^2z, 6x^3yz, 3x^3y^2)[x, y, z\ en\ m; F\ en\ N]$$

Para el punto A (1, 2, 3) $\vec{F}(A) = -(9 \cdot 1^2 \cdot 2^2 \cdot 3, 6 \cdot 1^3 \cdot 2 \cdot 3, 3 \cdot 1^3 \cdot 2^2) = (-108, -36, -12)\ N$

Aplicando la 2ª ley de Newton

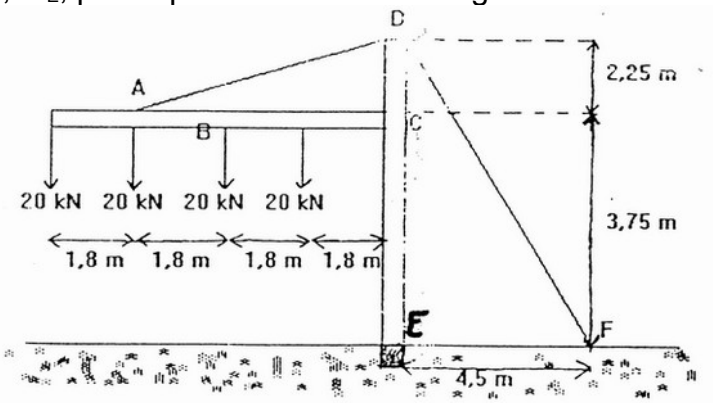
$$\vec{a} = \frac{\vec{F}(A)}{m} = \left(\frac{-108}{2}, -\frac{36}{2}, -\frac{12}{2}\right) = (-54, -18, -6)\ m/s^2$$

b) La dirección de máxima pérdida de energía potencial es la dirección del gradiente, perpendicular a las superficies equipoenciales, ya que $\Delta E_p = -W_{FC} = -\int \vec{F} \cdot \vec{dl}$ y el valores es máximo para un dl cuando F y dl son paralelos.

Se puede indicar cualitativamente o dar un vector unitario en dirección de la fuerza

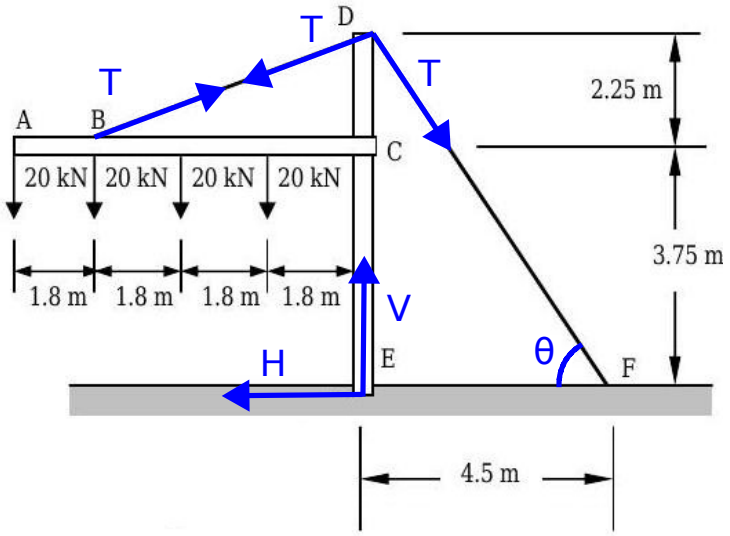
$$\vec{u} = \frac{(-54, -18, -6)}{\sqrt{54^2 + 18^2 + 6^2}} \approx (-0{,}943; -0{,}314; -0{,}105)$$

PROBLEMA X2 (Se desconoce el número). El dibuix mostra l'armadura que sosté part del terrat d'un edifici. Sabent que la tensió del cable és de 150 kN, calcula:
a) la reacció en l'extrem fix E.
b) el moment del par, M_E, per a que l'estructura no caigui.



El dibujo muestra la armadura que sostiene parte de la azotea de un edificio. Sabiendo que la tensión del cable es de 150 kN, calcula: a) la reacción en el extremo fijo E. b) el momento del par, M_E, para que la estructura no se caiga.

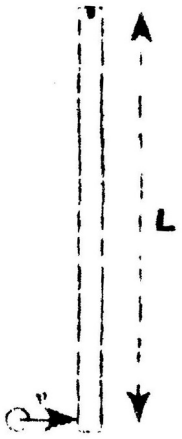
Problema 6.10
https://eng.libretexts.org/Bookshelves/Introductory_Engineering/Basic_Engineering_Science_-_A_Systems_Accounting_and_Modeling_Approach_(Richards)/06%3A_Conservation_of_Angular_Momentum/6.04%3A_Problems
Ejemplo 4.4 https://engineering.purdue.edu/~aprakas/CE297/CE297-Ch4.pdf donde aparece una imagen que indica que tiene derechos de autor de McGraw-Hill
Realizamos un diagrama de cuerpo libre del cuerpo ABCDE (enunciado tiene 4 fuerzas de 20 kN)
Asumimos que en D hay una polea ideal, no hay pérdidas y la tensión del cable en B, D y F es la misma.



Planteamos el equilibrios del sólido rígido ABCDE
a) Equilibrio de traslación:
Las tensiones entre B y D se cancelan
Eje x: $T \cdot \cos(\theta) - H = 0$
Eje y: $V - 4 \cdot 20 \cdot 10^3 - T \cdot \operatorname{sen}(\theta) = 0$
Llamamos θ al ángulo que forma el cable con el suelo, y
$\theta = \arctan((3{,}75+2{,}25)/4{,}5) = 53{,}13º$
Numéricamente
$H = 150 \cdot 10^3 \cdot \cos(51{,}13º)$ **$H = 9{,}41 \cdot 10^4$ N**
$V = 4 \cdot 20 \cdot 10^3 + 150 \cdot 10^3 \cdot \operatorname{sen}(51{,}13º)$
$V = 1{,}97 \cdot 10^5$ N
a) Equilibrio de rotación respecto E,
considerando M_E en el "punto de rotación" porque la inserción de la estructura realiza momento.
Los momento de las tensiones entre B y D se cancelan
$20 \cdot 10^3 \cdot 1{,}8 + 20 \cdot 10^3 \cdot 1{,}8 \cdot 2 + 20 \cdot 10^3 \cdot 1{,}8 \cdot 3 + 20 \cdot 10^3 \cdot 1{,}8 \cdot 4 - 150 \cdot 10^3 \cdot \operatorname{sen}(90-51{,}13º) \cdot (3{,}75+2{,}25) + M_E = 0$
$M_E = -3{,}60 \cdot 10^5 - 6{,}45 \cdot 10^5 = -9{,}25 \cdot 10^5$ N·m
Vectorialmente $\vec{M}_E = -9{,}25 \cdot 10^5 \vec{k}\ N \cdot m$

enrique@fiquipedia.es Revisado 14 octubre 2023
CC BY SA

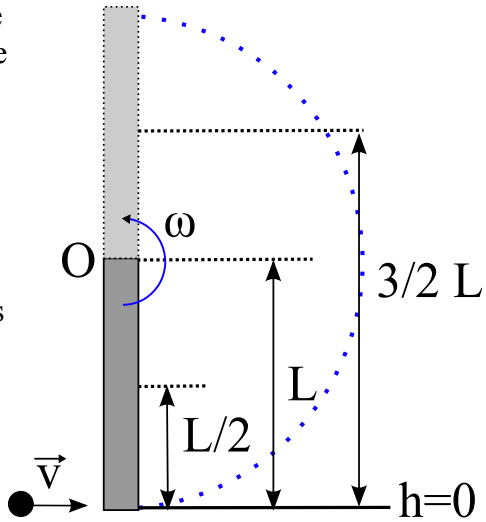
FÍSICA



1. Una barra homogénea de longitud L y masa M cuelga de un extremo de manera que puede girar alrededor de él.
a) Calcula la velocidad v mínima que debe llevar una pequeña esfera de masa m para que al chocar y incrustarse en el extremo inferior de la barra, haga que el sistema pueda dar una vuelta completa alrededor del punto de giro.
b) Si la esfera se mueve con velocidad v produciéndose también el choque en el mismo lugar, pero ahora siendo e el coeficiente de restitución, ¿cuál es la velocidad angular ω de la barra después del impacto?

Enunciado original indica "y incrustarse"

Referencias: http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/dinamica/con_mlineal/elastico/elastico.htm
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/solido/conservacion/disco_varilla/discoVarilla.htm
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/solido/conservacion/transferencia/transferencia.htm
Coeficiente de restitución en problema mecánica Extremadura 1998 Física 2



a) Se indica que la masa m se incrusta por lo que se trata de un choque inelástico, pero no todo se disipa en calor porque parte de la energía cinética mueve la barra junto con la esfera (el dato del enunciado de ser una esfera es irrelevante, la consideramos puntual)
Al ser choque inelástico no podemos plantear la conservación de energía mecánica en el choque, sino la conservación del momento angular, que tomamos respecto al punto de giro, el punto superior de la barra que llamamos O. Llamamos v_0 a la velocidad inicial de la esfera.
Como la barra es homogénea, su centro de masas está en el centro, a una distancia L/2 del eje de giro.
>Importante no confundir en desarrollo L de longitud con L de momento angular.
Antes choque:

$$L_{antes} = m \cdot v_0 \cdot L$$

Tras choque, sustituyendo la expresión del momento de inercia desde el extremo de una barra

$$L_{después} = m \cdot v \cdot L + I \cdot \omega = m \cdot v \cdot L + \frac{1}{3} \cdot M \cdot L^2 \cdot \frac{v}{L}$$

Igualando momento angular antes y después del choque

$$m \cdot v_0 \cdot L = m \cdot v \cdot L + \frac{1}{3} \cdot M \cdot L \cdot v \Rightarrow v = \frac{m \cdot v_0 \cdot L}{L\left(m + \frac{M}{3}\right)} \Rightarrow v = \frac{m \cdot v_0}{m + \frac{M}{3}}$$

Esa es la expresión de la v, velocidad inicial de barra + masa en función de masas y de la velocidad inicial de la esfera, pero necesitamos saber la velocidad asociada a que la barra gire 180º y quede en posición vertical con velocidad 0, que será la mínima velocidad que le permite completar una vuelta.
Para ello ahora, tras el choque, planteamos conservación de energía mecánica.
Para energía potencial tomamos referencia en la parte inferior de la barra.
Para energía cinética consideramos la de traslación y la de rotación.
En el punto inferior, A:

$$E_m(A)=E_m(esfera)+E_m(barra)=E_c(esfera)+E_c(barra)+E_p(barra)=\frac{1}{2}m v^2+\frac{1}{2}I\,\omega^2+Mg\frac{L}{2}$$

Puede surgir la duda de qué momento de inercia considerar en la expresión anterior, ya que no solamente está girando la barra, sino también la esfera unida a la barra. El tema es que como para la esfera se considera el modelo puntual, la expresión de su energía cinética es ½ mv² la consideremos como energía cinética de traslación o como energía cinética de rotación respecto O, ya que ω=v/L

$$E_c(\text{rotación esfera respecto } O)=\frac{1}{2}I\,\omega^2=\frac{1}{2}m\cancel{L^2}\frac{v^2}{\cancel{L^2}}=\frac{1}{2}m v^2$$

El momento de inercia de la esfera respecto de O es mL², ya que toda la masa está a una distancia L del eje de giro. También se podría llegar a esa expresión utilizando el teorema de Steiner, ya que el momento de inercia de la esfera puntual respecto de su centro de masas es 0, y respecto a O a una distancia L hay que sumarle mL².

En el punto superior B, barra y esfera en reposo:

$$E_m(B)=E_m(esfera)+E_m(barra)=mg\,2L+Mg\frac{3}{2}L$$

Si igualamos ambas y sustituimos ω=v/L y la expresión del momento de inercia.

$$\frac{1}{2}m v^2+\frac{1}{2}\frac{1}{3}M\cancel{L^2}\frac{v^2}{\cancel{L^2}}+\frac{MgL}{2}=mg\,2L+Mg\frac{3}{2}L$$

$$v^2\left(\frac{m}{2}+\frac{M}{6}\right)=gL\left(2m+\frac{3}{2}M-\frac{M}{2}\right)$$

$$v^2=2gL\frac{2m+M}{m+\frac{M}{3}}$$

Sustituyendo la expresión de v obtenida con la conservación del momento angular

$$\left(\frac{m\cdot v_0}{m+\frac{M}{3}}\right)^2=2gL\frac{2m+M}{m+\frac{M}{3}}\Rightarrow v_0=\frac{\sqrt{2gL(2m+M)\left(m+\frac{M}{3}\right)}}{m}$$

b) El coeficiente de restitución nos indica cuanta energía cinética se transmite en el choque / cuanta energía se pierde en el choque entre dos objetos.

Se puede definir como el cociente entre la velocidad relativa de alejamiento de los objetos tras el choque y la velocidad relativa de acercamiento de los objetos antes del choque:

- Si el cociente es 1, es una colisión perfectamente elástica, se conserva Ec.
- Si el cociente es 0 es perfectamente inelástica (los objetos se juntan y parte Ec se pierde en calor).

Llamamos 1 a la esfera y 2 a la barra, y tomamos velocidades positivas hacia derecha en diagrama.

$$Coeficiente\,restitución=\frac{v_{relativa\,alejamiento\,tras\,choque}}{v_{relativa\,acercamiento\,antes\,choque}}=\frac{v_{2f}-v_{1f}}{-(v_{2i}-v_{1i})}$$

No seguimos asumiendo que esfera y barra quedan unidas tras el choque, ya que eso implicaría que el coeficiente de restitución fuese 0 y no un valor genérico e.

Esfera velocidad inicial $v_{1i}=v_0$ y tras choque v_{1f} (no necesariamente igual a v)

Barra velocidad inicial $v_{2i}=0$ y tras choque $v_{2f}=v$ (es la velocidad con la que sale la barra)

>*Enunciado indica velocidad inicial esfera v, pero por claridad usamos aquí* v_0

$$e=\frac{v-v_{1f}}{v_0}$$

Planteamos conservación de momento angular

Antes choque:

$L_{antes} = m \cdot v_0 \cdot L$

Tras choque (mantenemos sin sustituir ω ya que queremos obtener una expresión para ella)

$$L_{después} = m \cdot v_{1f} \cdot L + I\,\omega = m \cdot v_{1f} \cdot L + \frac{1}{3} M L^2 \cdot \omega$$

Igualando antes y después del choque

$$m \cdot v_0 \cdot L = m \cdot v_{1f} \cdot L + \frac{1}{3} \cdot M \cdot L^2 \cdot \omega$$

$$\omega = m \frac{(v_0 - v_{1f})}{\frac{1}{3} M \cdot L^2}$$

$$\omega = 3 \frac{m}{ML} (v_0 - v_{1f})$$

Para dejarlo en función de e, operamos y usamos v=ωL

$$e = \frac{v - v_{1f}}{v_0} \Rightarrow e\,v_0 = v - v_{1f} \Rightarrow v_{1f} = v - e\,v_0 = \omega\,L - e\,v_0$$

Sustituyendo

$$\omega = 3 \frac{m}{ML} (v_0 - \omega\,L + e\,v_0)$$

$$\omega = -3 \frac{m}{M} \omega + 3 \frac{m v_0}{ML} (1+e)$$

$$\omega \left(1 + 3 \frac{m}{M}\right) = 3 \frac{m v_0}{ML} (1+e)$$

$$\omega = \frac{3 \frac{m v_0}{ML} (1+e)}{1 + 3 \frac{m}{M}}$$

$$\omega = \frac{v_0}{L} \frac{1+e}{\frac{M}{3m} + 1}$$

>Según enunciado la velocidad de la esfera que hemos llamado aquí v_0 sería v

Validaciones físicas:

- La velocidad angular es positiva (gira en el sentido contrario a las agujas del reloj en el diagrama),
- Si e=0, la expresión se convierte en la obtenida en el apartado a

$$\omega = \frac{v_0}{L} \frac{1}{\frac{M}{3m} + 1} \Rightarrow v = \omega\,L = \frac{v_0}{\frac{M}{3m} + 1} \Rightarrow v = \frac{m \cdot v_0}{m + \frac{M}{3}}$$

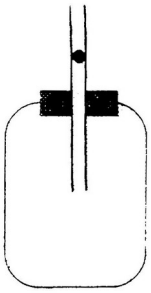
- Si M>>m y muy grande, la velocidad angular de la barra es 0 independientemente de e.
- *En la primera versión de resolución de este ejercicio (con una errata clara en el desarrollo) en la expresión final aparecía (1-e) en lugar de (1+e) y planteaba y se cumplía esta validación: "Si e=1, se tiene que la velocidad angular es 0 y la velocidad de la barra es 0, la bola sale rebotada con la misma velocidad." Tras revisarlo la expresión final no lo cumple; quizá haya un error en el planteamiento de la validación. Por revisar mejor.*

enrique@fiquipedia.es Revisado 14 octubre 2023
CC BY SA

EJERCICIO PRÁCTICO. SESIÓN Nº 1. FÍSICA
3.

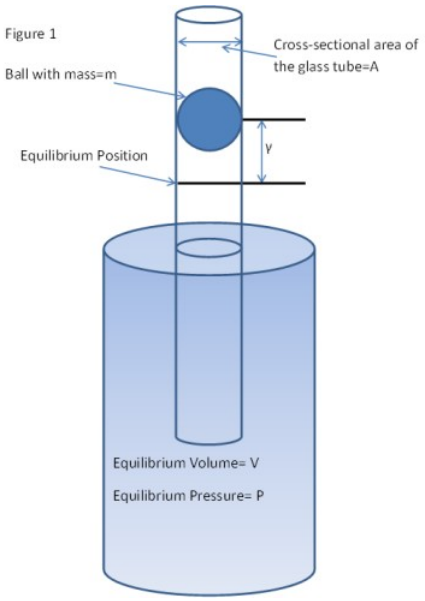
Una bola está en equilibrio en un tubo en el que se ajusta perfectamente sin rozamiento con las paredes como indica la figura.
Si se desplaza ligeramente la bola de su posición de equilibrio, y teniendo en cuenta que un proceso adiabático se rige por la ecuación

$$\gamma \frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta P}{P} = 0$$



Estudie el movimiento de la bola.

Se puede asociar el problema al método de Rüchardt y de Rinkel para medir coeficiente adiabático de un gas https://en.wikipedia.org/wiki/R%C3%BCchardt_experiment
por lo que a priori se puede saber que describe un movimiento armónico simple.



Experimento de Rüchardt, Scope creep, cc-by-sa

Como se pide estudio del movimiento y la bola solamente se puede mover a lo largo del tubo, tomamos como sistema de referencia eje y en el eje del tubo, siendo y=0 la posición de equilibrio inicial de la bola, y sentido positivo hacia afuera del tubo.
Como la expresión proporcionada en enunciado tiene V y P y necesitamos relacionar con y, llamamos A al área del tubo, con lo que podemos relacionar si la bola se aparta una distancia y del equilibrio:

$$\Delta V = A \cdot y$$

$$\Delta P = \frac{F}{A}$$

Si asumimos el tubo estrecho, bola pequeña y elongación de las oscilaciones pequeña, podemos asumir $\Delta V << V$ y que V es constante, y que $\Delta P << P$ y que P es constante.
Sustituyendo

$$\gamma \frac{A \cdot y}{V} + \frac{F}{P \cdot A} = 0 \Rightarrow F = \frac{-\gamma A^2 P}{V} \cdot y$$

Se ve que la expresión es que la fuerza es proporcional a la elongación pero cambiada de signo, F=-kx, que con la segunda ley de Newton equivale a $a = \frac{-k}{m} x$ que es lo que define un movimiento armónico simple $\frac{d^2 x}{dt^2} = -\omega^2 x$

La expresión para la frecuencia angular en este caso es $\omega^2 = \frac{\gamma A^2 P}{mV}$, que se puede asociar al periodo $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{mV}{\gamma A^2 P}}$

Experimentalmente midiendo T, m, V, A y P se puede determinar el coeficiente adiabático del gas.

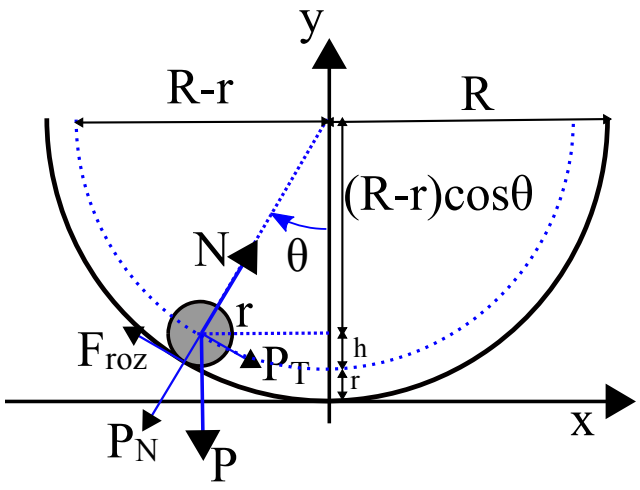
enrique@fiquipedia.es Revisado 29 octubre 2023
CC BY SA

B1. Un cilindre de radi r roda sense lliscar per l'interior d'una superficie cilíndrica de radi R.
a) Fer el balanç energètic del cilindre petit.
b) Trobar el periode de les petites oscillacions.

Un cilindro de radio r rueda sin deslizar por el interior de una superficie cilíndrica de radio R.
a) Hacer el balance energético del cilindro pequeño.
b) Encontrar el periodo de las pequeñas oscilaciones.

Referencias:
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/solido/mov_general/cicloide/cicliode.htm#Balance%20energ%C3%A9tico donde se considera una superficie cóncava general.
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica3/solido/cicloide/cicloide.html
http://core.ac.uk/download/files/334/11058206.pdf Notas de Clase: Física de Oscilaciones, Ondas y Óptica (Versión 02) 2013, NOTAS DE CLASE FISICA DE OSCILACIONES, ONDAS Y OPTICA Hernán Vivas C. Departamento de Física. Universidad Nacional de Colombia, Sede Manizales

a) Para hacer el balance energético llamamos A a la situación más elevada, en la que el cilindro se detiene, y B a otra situación inferior.
Llamamos m a la masa del cilindro pequeño.
Tomamos referencia de energía potencial a la altura que tiene el centro de masas del cilindro pequeño en la parte inferior del cilindro grande.
Representamos en el diagrama las fuerzas aunque se pide un balance energético (al final se hace un planteamiento dinámico pero no se pide). Hay fuerza de rozamiento que realmente es de rodadura: rueda sin deslizar, pero no implica pérdidas.



A: Altura h_0, $h_0=(R-r)-(R-r)\cdot\cos\theta_0=(R-r)(1-\cos\theta_0)$
(R-r)=Radio de giro del centro de masas del cilindro pequeño respecto al centro del cilindro grande.

$$E_p = mgh_0$$
$$E_{c\,rotación}=0$$
$$E_{c\,traslación}=0$$
$$E_m(A)=E_{p\,máx}=mg\,h_0=mg(R-r)(1-\cos\theta_0)$$

B: altura 0
Llamamos ω_r a la velocidad de giro del cilindro pequeño respecto del eje, y ω_R a la velocidad angular asociada a la variación de ángulo θ en el cilindro grande $\omega_R = d\theta/dt$

$$E_p=0$$
$$E_{c\,rotación}=\frac{1}{2}I\,\omega_r^2$$
$$E_{c\,traslación}=\frac{1}{2}m\,v^2$$

El momento de inercia del cilindro pequeño respecto de su eje es $I=\frac{1}{2}mr^2$

Aplicamos condiciones:
-Condición de rodadura del cilindro pequeño sobre la superficie del cilindro grande: $v=\omega_r\cdot r$
-Relación entre velocidad angular en cilindro grande y velocidad de traslación: $v=\omega_R\cdot(R-r)$
Combinando ambas expresiones tenemos $\omega_r r=\omega_R(R-r)$

$$E_m(B)=E_{m\,máx}=\frac{1}{2}I\,\omega_{r\,máx}^2+\frac{1}{2}m v_{máx}^2=\frac{1}{2}(\frac{1}{2}mr^2)\omega_{r\,máx}^2+\frac{1}{2}m(\omega_{r\,máx}r)^2$$

$$E_m(B)=(\frac{1}{4}+\frac{1}{2})m\,\omega_{r\,máx}^2 r^2=\frac{3}{4}m\,\omega_{r\,máx}^2 r^2=\frac{3}{4}m\,\omega_{R\,máx}^2(R-r)^2$$

Se pide balance energético, con esta expresión se ve que partiendo de una altura inicial h_0 asociada a un ángulo inicial θ_0, quedan fijados los valores de:

Energía mecánica $E_m=E_{máx}=mg(R-r)(1-\cos\theta_0)=\frac{3}{4}m\,\omega_{r\,máx}^2 r^2=\frac{3}{4}m\,\omega_{R\,máx}^2(R-r)^2$

Velocidad angular máxima en cilindro grande

$$\cancel{m}\,g\,\cancel{(R-r)}(1-\cos\theta_0)=\frac{3}{4}\cancel{m}\,\omega_{R\,máx}^2(R-r)^{\cancel{2}}$$

$$\omega_{R\,máx}=\sqrt{\frac{4}{3}g\frac{(1-\cos\theta_0)}{(R-r)}}$$

Velocidad angular máxima en cilindro pequeño

$$\cancel{m}\,g(R-r)(1-\cos\theta_0)=\frac{3}{4}\cancel{m}\,\omega_{r\,máx}^2 r^2$$

$$\omega_{r\,máx}=\sqrt{\frac{4}{3}g\frac{(R-r)(1-\cos\theta_0)}{r^2}}$$

b) Para calcular el periodo de oscilaciones primero demostramos que se trata de un movimiento armónico simple planteándolo en cualquier ángulo θ.

Lo realizamos con dos planteamientos, aunque bastaría uno.

1. Como la Em es constante, su derivada es cero:

La energía mecánica es una constante y su derivada es cero; podemos plantear expresar la energía mecánica en un punto cualquiera en función del ángulo para derivar respecto al tiempo y obtener una expresión donde identificar el MAS tras igualar a cero.

$$E_m=mgh+\frac{1}{2}I\,\omega_r^2+\frac{1}{2}m\,v^2=mg(R-r)(1-\cos\theta)+\frac{1}{2}(\frac{1}{2}mr^2)\omega_r^2+\frac{1}{2}m(\omega_r r)^2$$

$$E_m=mg(R-r)(1-\cos\theta)+(\frac{1}{4}+\frac{1}{2})m\,\omega_r^2 r^2=mg(R-r)(1-\cos\theta)+\frac{3}{4}m\,\omega_r^2 r^2$$

$$E_m=mg(R-r)(1-\cos\theta)+\frac{3}{4}m\,\omega_R^2(R-r)^2$$

Derivando respecto al tiempo y teniendo en cuenta que $\omega_R=\frac{d\theta}{dt}$

$$\frac{dE_m}{dt}=0\Rightarrow 0=mg(R-r)sen\,\theta\,\omega_R+\frac{3}{4}m(R-r)^2 2\,\omega_R\frac{d\omega_R}{dt}$$

$$-g\,sen\,\theta=\frac{3}{2}(R-r)\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

Para oscilaciones pequeñas θ<14º, senθ≈θ

$$\frac{d^2\theta}{dt^2}=\frac{-2g}{3(R-r)}\theta$$

Vemos que es una expresión asociada a un MAS del tipo $\frac{d^2x}{dt^2}=-\omega^2 x$ por lo que

$\omega^2=\frac{2g}{3(R-r)}$ en la que el periodo de oscilación será $T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{3(R-r)}{2g}}$

Validaciones físicas:

Si R=r, T=0 y no oscilará.

Cuanto mayor sea la diferencia de radios, menor será la constante recuperadora y mayor será el periodo.
Cuanto mayor sea g, mayor será la constante recuperadora y menor periodo tendrá.

2. Planteamiento dinámico:

La ecuación de MAS implica dinámicamente $F=-kx$ $\frac{d^2x}{dt^2}=-\omega^2 x$, con misma suposición sobre x realizada en el planteamiento energético.
Las fuerzas asociadas a la aceleración tangencial son la componente tangencial del peso y la fuerza de rozamiento. Usamos $a_T=\alpha \cdot r$

$$F=m\cdot a \Rightarrow -P_T+F_R=m\cdot a_T=m\cdot\alpha\cdot(R-r)$$

$$M=I\cdot\alpha\Rightarrow -F_R\cdot(R-r)=\frac{1}{2}m(R-r)^2\cdot\alpha$$

Dividimos por (R-r) la segunda expresión y sumamos

$$-m\cdot g\cdot sen\,\theta=m\cdot\alpha\cdot(R-r)+\frac{1}{2}m(R-r)\cdot\alpha$$

$$-g\cdot sen\,\theta=\frac{3}{2}\cdot(R-r)\cdot\alpha$$

Si $\theta<14º$, $sen\theta\approx\theta$ y en esa situación podemos utilizar arco y ángulo ya que $x=(R-r)\cdot sen\theta\approx(R-r)\cdot\theta=s$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2}(R-r)=\frac{-2}{3}mg\theta$$

Además de plantear con ángulo, lo podemos plantear con distancia

$$\frac{1}{\cancel{(R-r)}}\frac{d^2s}{dt^2}\cancel{(R-r)}=\frac{-2}{3}mg\frac{s}{(R-r)}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2}=\frac{-2}{3}\frac{mg}{(R-r)}x$$

Vemos que es una expresión d $\frac{d^2x}{dt^2}=-\omega^2 x$ onde la constante recuperadora es $k=\frac{2mg}{3(R-r)}$, igual que la obtenida energéticamente.

Comentamos un posible planteamiento con Energía potencia elástica

La ecuación de un MAS se le suele asociar energéticamente $E_{pe}=\frac{1}{2}kx^2$ *donde x podremos considerarlo como la distancia al eje vertical, aproximadamente igual a s para oscilaciones pequeñas, pero que se cumpla* ***esa ecuación no garantiza que sea un MAS.***
Si planteamos que la energía mecánica es constante y tendrá la forma

$$E_m=\frac{1}{2}Mv^2+\frac{1}{2}kx^2 \quad \text{donde } k=M\cdot\omega^2$$

Planteamos M y no con m porque no se trata de asociar la energía potencial elástica solo a la energía potencial gravitatoria como si fuera un péndulo simple; en este caso se puede visualizar cualitativamente que parte de la energía cinética (la de rotación del cilindro sobre su eje) está asociada a la posición y se podría considerar que forma parte de la "elástica asociada a la posición": según de alejado esté del eje, "se almacena energía" en forma de rotación del cilindro. Podemos intentar buscar una expresión similar, a partir de la ya obtenida:

$$E_m=mg(R-r)(1-\cos\theta)+\frac{3}{4}m\omega_R^2(R-r)^2$$

Usando relaciones trigonométricas $1-\cos\theta=2\,sen\left(\frac{\theta}{2}\right)^2$

Si aproximamos para oscilaciones pequeñas y $sen\left(\frac{\theta}{2}\right)\approx\frac{\theta}{2}$

Llegamos a la expresión $E_m=\frac{3}{4}m(R-r)^2\omega_R^2+\frac{1}{2}mg(R-r)\theta^2$

Comparando expresiones tenemos M=3/2·m(R-r)² y $K=mg(R-r)=\frac{2Mg}{3(R-r)}$

por lo que $\omega^2=\frac{K}{M}=\frac{2g}{3(R-r)}$ igual que la obtenida anteriormente.

PROBLEMA X3 (Se desconoce el número). Un cos de 5 kg lligat a una molla de 9,5 cm es separa de la vertical fins a formar un angle de 90º i es deixa anar. Quina serà la longitud de la molla en el moment de passar el cos pel punt d'equilibri?
Dades: Constant de la molla, K = 1 kp/cm

Un cuerpo de 5 kg unido a un muelle de 9,5 cm se separa de la vertical hasta formar un ángulo de 90º y se suelta. ¿Cuál será la longitud del muelle en el momento de pasar el cuerpo por el punto de equilibrio?
Datos: Constante del muelle, K = 1 kp/cm

Cierta analogía con 2000 Murcia A2 solo que aquí además de la fuerza elástica está la gravitatoria.

Asumimos g=9,81 m/s^2 y 1 kp = 9,81 N, por lo que K=981 N/m.
Asumimos que 9,5 cm es la longitud natural del muelle (L_0)
Asumimos que cuando se suelta desde los 90º ese ángulo se mide con la vertical, el muelle está horizontal y está con su longitud natural.
Asumimos masa del muelle despreciable.
Asumimos que "punto de equilibrio" quiere decir la vertical y es equilibrio dinámico: el muelle describirá un movimiento periódico en torno a la vertical, pasando por el "punto de equilibrio" pero con cierta velocidad. No se plantea que el punto de equilibrio sea estático asociado al punto en el que queda la masa en equilibrio estático tras colgarla verticalmente del muelle, porque el enunciado sería distinto, y con lo descrito en este enunciado en el movimiento de la masa tras caer no pasará por ese punto, ya que llevará cierta velocidad y el muelle se estirará menos que solo por el peso (longitud $L=L_0+\Delta L$) ya que habrá cierta fuerza centrípeta opuesta al peso.
En ese "punto de equilibrio" la velocidad es máxima porque en ese punto la aceleración tangencial es cero, y como $a_t=dv/dt$ (el módulo de la velocidad) quiere decir que v es máxima, ya que la aceleración tangencial cambia de signo. Antes de llegar a la vertical en la bajada la fuerza total tiene una componente tangencial dirigida en el sentido del movimiento y la aceleración tangencial es positiva, en la vertical no hay ninguna fuerza tangencial que modifique el módulo de la velocidad, y pasado el punto vertical la fuerza total tendrá una componente que intenta devolver la masa a la vertical ("recuperadora") y la aceleración tangencial disminuye.

Planteamos la conservación de la energía mecánica entre posición inicial y equilibrio.
Tomamos referencia de energía potencial gravitatoria h=0 arriba.
$0 = ½mv^2 - mgL + ½ K(L-L_0)^2$ [1]
Planteando la 2ª ley de Newton (tomamos sentido postivo radial)
$F_{elástica} - P_{radial} = m \cdot a_{centrípeta}$
$K(L-L_0)-mg=m \cdot v^2/R$
Donde R es el radio de curvatura, que no necesariamente tiene por qué ser L.
Sin embargo, si tomamos origen en el punto de sujeción del muelle, de modo que los ángulos se miden respecto a ese punto, podemos plantear usando polares (usamos L en lugar de r)

$$\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}=[\frac{d^2L}{dt^2}-L(\frac{d\theta}{dt})^2]\vec{u}_r+[2\frac{dL}{dt}\frac{d\theta}{dt}+L\frac{d^2\theta}{dt^2}]\vec{u}_\theta$$

Donde podemos identificar cualitativamente "$(a_{radial} - a_{normal})u_{radial} + (a_{coriolis} + a_{tangencial})u_{\mathbf{transversal}}$"
Radial es en el sentido del muelle y transversal horizontal (cuando el muelle está vertical)
En vertical la velocidad radial es cero (dL/dt) , lo que anula $a_{coriolis}$

En vertical la dirección transversal es horizontal, la aceleración tangencial es horizontal, y hemos razonado que la aceleración tangencial es cero, por lo que $a_{tangencial}=0$
En vertical la velocidad radial es cero (dL/dt) , por lo que d^2L/dt^2 también es cero, luego $a_{radial}=0$
Por lo tanto solo queda aceleración normal, que en módulo es
$a=L\ (d\theta/dt)^2$
En vertical la velocidad es horizontal y podemos plantear $v=(d\theta/dt)\cdot R$
Sabemos que $a_n=v^2/R=R^2\cdot(d\theta/dt)^2/R=R\cdot(d\theta/dt)^2$
Comparando expresiones vemos que en este caso L=R, y podemos plantear
$K(L-L_0)-mg=m\cdot v^2/L$ [2]
Tenemos un sistema con ecuaciones [1] y [2]
Despejamos mv^2 de [1]
$mv^2=2mgL-K(L-L_0)^2$
Sustituimos en [2]
$K(L-L_0)-mg=(2mgL-K(L-L_0)^2)/L$
$LK(L-L_0)-Lmg=2mgL-K(L-L_0)^2$
$KL^2-LL_0K-Lmg=2mgL-KL^2+2LL_0K-KL_0^2$
Reorganizamos para tener una ecuación de 2º grado con L, la única incógnita
$2KL^2+(-3KL_0-3mg)L+KL_0^2=0$
Numéricamente
$2\cdot981\cdot L^2+(-3\cdot981\cdot0,095-3\cdot5\cdot9,81)\cdot L+981\cdot0,095^2=0$
$1962\cdot L^2-426,735\cdot L+8,8535=0$

$$L=\frac{426,735\pm\sqrt{426,735^2-4\cdot1962\cdot8,8535}}{2\cdot1962}=\frac{426,735\pm335,59}{3924}=\begin{matrix}0,1943\,m\\0,02323\,m\end{matrix}$$

La longitud debe ser mayor que la longitud natural, luego la longitud expresada con dos cifras significativas sería **L=19,4 cm**

Física

1. Se deja caer un cuerpo en caída libre en el campo gravitatorio terrestre y en el seno de un fluido que ofrece una resistencia al movimiento proporcional al cuadrado de la velocidad. La constante de proporcionalidad toma el valor de $1{,}0 \cdot 10^{-3}$ m^{-1}.
a) Razonar si existe una velocidad máxima en la caída y en caso afirmativo, hallar su valor.
b) Obtener la velocidad final después de una caída desde 100 metros de altura.

Referencias:
Enunciado muy similar a Valencia 2008 1 y a Madrid 2004 Física 2

Lo primero interpretamos las unidades de la constante; si llamamos β a la constante de proporcionalidad se puede dudar si es $F=\beta v^2$ ó $F=m\beta v^2$
Lo analizamos dimensionalmente

$$[F=m\cdot a]=\frac{M\cdot L}{T^2}$$

$$[\beta v^2]=\frac{1}{L}\frac{L^2}{T^2}=\frac{L}{T^2}$$

$$[m\beta v^2]=M\frac{1}{L}\frac{L^2}{T^2}=\frac{M\cdot L}{T^2}$$

Por lo tanto la constante no incluye la masa y es $F=m\beta v^2$
No se proporciona g, asumimos 9,8 m/s^2, aunque con 10 m/s^2 los cálculos serían más redondos.
Como enunciado da un dato con 2 cifras significativas, expresamos resultados con esas 2 cifras.
a) Necesitamos una expresión de v en función de t.
Tomamos sistema de referencia: eje x vertical, sentido positivo hacia abajo, x=0 y t=0 en el inicio del movimiento, con lo que x y v son positivas y aumentan.
Aplicamos la 2ª ley de Newton (despreciamos el empuje del fluido frente al peso, asumimos que es aire)

$$\cancel{m}\,g-\cancel{m}\,\beta v^2=\cancel{m}\,a$$

$$g-\beta v^2=\frac{dv}{dt}$$

Como se pide velocidad máxima, necesitamos v(t) y derivar, pero ya lo tenemos

$$\frac{dv}{dt}=0\Rightarrow g-\beta v^2=0\Rightarrow v=\sqrt{\frac{g}{\beta}}=\sqrt{\frac{9{,}8}{10^{-3}}}=98{,}99=99\,m/s$$

Comprobamos que es un máximo

$$\frac{d^2v}{dt^2}=-2\beta v\Rightarrow \frac{d^2v}{dt^2}(v=99)<0\Rightarrow máximo$$

b) Necesitamos una expresión de v en función de x.

$$g-\beta v^2=\frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt}=v\frac{dv}{dx}$$

$$dx=\frac{vdv}{g-\beta v^2}\Rightarrow \int_0^x dx=\int_0^v \frac{vdv}{g-\beta v^2}$$

$$x=\frac{-1}{2\beta}\left[\ln\left(g-\beta v^2\right)\right]_0^v\Rightarrow -2\beta x=\ln\left(\frac{g-\beta v^2}{g}\right)$$

$$g e^{-2\beta x}=g-\beta v^2$$

$$v=\sqrt{\frac{g}{\beta}\left(1-e^{-2\beta x}\right)}$$

Validaciones físicas:
-Si x=0 → v=0
-Si g mayor la velocidad es mayor
-Si β=0, sale una indeterminación 0/0, pero si se hace un desarrollo por Taylor en x=0 http://www.wolframalpha.com/input/?i=taylor+series+sqrt%28a%2Fb*%281-e^%28-2bx%29%29%29 todos los términos dependen de b y se anulan salvo el primero, con lo que $v=\sqrt{2\,g\,x}\Rightarrow v^2=2\,gx$ que es una expresión de MRUA
-La velocidad aumenta según cae, pero tiene un límite, ya que si x=∞ (cae durante mucho tiempo), la velocidad es constante, velocidad terminal, y el valor es el del apartado a

$$v(x=\infty)=\sqrt{\frac{g}{\beta}}$$

Numéricamente para 100 m $v=\sqrt{\frac{9{,}8}{1{,}0\cdot 10^{-3}}\left(1-e^{-2\cdot 1{,}0\cdot 10^{-3}\cdot 100}\right)}=42\,m/s$
Podemos validar numéricamente que si fuese un MRUA, en 100 m la velocidad debe ser menor al no haber resistencia $v=\sqrt{2\cdot 9{,}8\cdot 100}=44\,m/s$

enrique@fiquipedia.es Revisado 14 octubre 2015
CC BY

Nota: El opositor deberá contestar obligatoriamente a los problemas 3,4 y 7.
De los problemas 1 y 2 optará por uno de ellos y de los problemas, 5 y 6 elegirá otro.

PROBLEMA 1. - Un cohete se mueve en el espacio con una velocidad de 2000 m/s, en un momento dado enciende los motores expulsando los gases de combustión con una velocidad de 3000 m/s. Calcule:
a) La velocidad del cohete cuando su masa se ha reducido a la mitad.
b) El empuje sobre el cohete si el combustible se quema con una rapidez de 50 kg/s.

Referencias:
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/dinamica/cohete1/cohete1.htm

a) La masa del cohete va variando, por lo que expulsar cierta cantidad de gas lo impulsa de manera distinta cuando está lleno que cuando está a mitad de carga.
PLANTEAMIENTO CON CONSERVACIÓN MOMENTO LINEAL
Lo hacemos con escalares ya que tenemos un único eje
Aclaramos sistema de referencia: inercial en "sistema referencia fijo", que es respecto al que se ha medido la velocidad inicial de 2000 m/s. Tomamos x positivas en el sentido del movimiento del cohete. El cohete no es un sistema de referencia inercial, está siendo acelerado.

$$P_{antes} = P_{después}$$

- Situación inicial (instante t) : cohete (usamos el término para la suma de nave y combustible) de masa total m_{cohete} (inicialmente será M_0), a una velocidad v (inicialmente será v_0=2000 m/s), pero masa y velocidad van variando con el tiempo

$$P_{antes} = m_{cohete} \cdot v_{cohete}$$

- Situación después (instante t+dt): cohete lanza una pequeña masa de gas (dm_{gas}) a una velocidad $v_{relativa\ gas}$=-3000 m/s medida desde el cohete; es una velocidad relativa al cohete (el signo será negativo al tener sentido opuesto al movimiento del cohete)
Ponemos subíndice a dm ya que no es lo mismo la masa de gas que de cohete; sabemos que $M_0 = m_{gas} + m_{cohete}$, por lo que derivando $0 = dm_{gas} + dm_{cohete}$ (un aumento de masa expulsada como gas es un descenso de masa en el cohete

La velocidad de los gases lanzados medida desde el sistema de referencia será (asumimos adición, no relativista) $v_{gas} = v_{cohete} + v_{relativa\ gas}$.(la velocidad relativa del gas incluirá el signo negativo)
El cohete queda con una masa igual a $m_{cohete} - dm_{gas} = m_{cohete} + dm_{cohete}$ (Ojo al signo!)
El cohete pasará a tener una velocidad algo mayor, $v'_{cohete} = v_{cohete} + dv$

$$P_{después} = dm_{gas} \cdot (v_{cohete} + v_{relativa\ gas}) + (M - dm_{gas})(v_{cohete} + dv)$$

Igualando

$$m_{cohete} \cdot v_{cohete} = dm_{gas} \cdot (v_{cohete} + v_{relativa\ gas}) + (m_{cohete} - dm_{gas})(v_{cohete} + dv)$$

$$0 = v_{relativa\ gas} \cdot dm_{gas} + m_{cohete} \cdot dv - dm_{gas}\, dv$$

Despreciamos dm·dv (realmente deberíamos haber tomado incrementos, y luego obtener infinitesimales al hacer el límite cuando el intervalo de tiempo tiende a 0, con lo que se ve más claro que el término dm·dv, que son infinitésimos de orden superior, no se tiene en cuenta)

$$m_{cohete}\, dv + v_{relativa\ gas}\, dm_{gas} = 0 \quad (1)$$

Cambiamos $dm_{gas} = -dm_{cohete}$ y separamos para integrar
Separamos para integrar

$$dv = v_{relativa\ gas} \frac{dm_{cohete}}{m_{cohete}}$$

Integramos

$$\int_{v_0}^{v} dv = v_{relativa\ gas} \int_{M_0}^{M_0/2} \frac{1}{m_{cohete}} dm_{cohete}$$

$$v = v_0 + v_{relativa\ gas} \ln \frac{M_0/2}{M_0} = v_0 - v_{relativa\ gas} \ln 2$$

Sustituyendo $v = 2000 - (-3000) \cdot \ln 2 = 4079\, m/s$

b) Si en la expresión intermedia (1) dividimos por dt se llega a la expresión

$$m_{cohete} \frac{dv}{dt} + v_{relativa\ gas} \frac{dm_{gas}}{dt} = 0$$

Que reinterpretando se puede ver como

$$-v_{relativa\ gas} \frac{dm_{gas}}{dt} = m_{cohete}\, a$$

F = m · a

Por lo que se puede interpretar como que el cohete es una partícula de masa variable m_{cohete} cuya aceleración a=dv/dt viene dada por una fuerza $F=v_{relativa\ gas} \cdot dm_{gas}/dt$

Si dm_{gas}/dt es constante e igual a 50 kg/s, la fuerza es constante y es el empuje que se pide

. $F = -v_{relativa\ gas} \frac{dm_{gas}}{dt} = -(-3000) \cdot 50 = 150000\, N$

enrique@fiquipedia.es Revisado 10 julio 2025

Una rana de 50 g está en el extremo de una tabla de madera de 5 kg de masa y 5 m de longitud. La tabla está flotando en la superficie de un lago. La rana salta con una velocidad v_0 que forma un ángulo de 30 grados con la horizontal.
1) Calcular v_0 para que la rana al saltar llegue al otro extremo de la tabla. Se supone que no hay rozamiento entre la tabla y el agua.
2) Explicar brevemente los fundamentos teóricos de la solución del problema. Analiza cualitativamente como influiría el rozamiento en la solución descrita en el problema.

Criterios para la evaluación y calificación de este problema:

El primer apartado es de resolución obligatoria lo que significa que de no resolverse no se calificarían los dos siguientes. Su puntuación máxima es de 0,7 puntos.
El apartado 2 tiene una puntuación máxima de 0,4 puntos y se debe resolver de forma breve y esquemática.

Referencias:
Física para las ciencias de la vida; David Jou, Josep Enric Lllebot, Carlos Pérez; Ejemplo 1.6
http://es.slideshare.net/ymilacha/m-a154-2007-02-s1-1-p-p-t Física para medicina, Página 25, ejercicio 3, Yuri Milachayç
Resuelto por Basileia en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=3533#p18108
Relacionado con Cataluña 1994-A2

1) Tomamos referencia eje x horizontal, con x=0 en la posición inicial de la rana.
Considerando el sistema rana-tabla durante el salto se conserva el momento lineal, por lo que si la rana salta con 30º, que suponen una $v_{xrana}=v_0 \cdot \cos(30º)$ y $v_{yrana}=v_0 \cdot sen(30º)$, el tablón tendrá un movimiento hacia la izquierda y hacia abajo. Ignoramos el movimiento hacia abajo (decribiría idealmente un movimiento armónico simple con cierto periodo, y habría que ver en qué punto de la oscilación impacta la rana en su trayectoria parabólica, ver Baleares 2001-2).
Como inicialmente el sistema está en reposo, tomando los valores de velocidad positivos

$$m_{tabla} \cdot (-v_{0x\,tabla}) + m_{rana} \cdot v_{0x\,rana} = 0$$

Tomamos el sistema de referencia externo a la tabla (no ligado a ella)
Como asumimos que no hay rozamiento (ni de la tabla con el agua que se indica ni de la rana con el aire), los movimientos de ambos horizontalmente tienen a=0, v=cte, y son MRU.
El espacio que recorre horizontalmente la rana durante el salto es $x = v_{x\,rana}\, t$
Como la rana parte de un extremo de la tabla y llega al otro extremo $L_{tabla} = x + v_{xtabla}\, t$
Combinamos las expresiones para tener una expresión solamente con la velocidad de la rana, expresando la velocidad de la tabla en función de la de la rana $v_{0\,xtabla} = \frac{m_{rana}}{m_{tabla}} v_{0x\,rana}$

$$L_{tabla} = v_{0x\,rana}\, t + \frac{m_{rana}}{m_{tabla}} v_{0\,xrana}\, t \Rightarrow t = \frac{L_{tabla}}{v_{0x\,rana}\left(1+\frac{m_{rana}}{m_{tabla}}\right)} = \frac{L_{tabla}}{v_0 \cos(\alpha)\left(1+\frac{m_{rana}}{m_{tabla}}\right)}$$

Como verticalmente es un movimiento parabólico, el tiempo de caída lo podemos obtener como el doble del tiempo asociado a la subida, que obtenemos como el tiempo en el que la velocidad vertical es nula

$$0 = v_{y\,rana} - \mathrm{g}t \Rightarrow t = \frac{v_{y\,rana}}{g} = \frac{v_0}{g} sen(\alpha)$$

Combinando

$$2\frac{v_0}{g}sen(\alpha)=\frac{L_{tabla}}{v_0\cos(\alpha)(1+\frac{m_{rana}}{m_{tabla}})}$$

$$v_0^2=\frac{g\,L_{tabla}}{2\,sen(\alpha)\cos(\alpha)(1+\frac{m_{rana}}{m_{tabla}})}\Rightarrow v_0=\sqrt{\frac{g\,L_{tabla}}{2\,sen(\alpha)\cos(\alpha)(1+\frac{m_{rana}}{m_{tabla}})}}$$

Sustituyendo valores (no se indica valor para g, asumimos 9,8 m/s^2)

$$v_0=\sqrt{\frac{9{,}8\cdot 5}{2\,sen(30^o)\cos(30^o)(1+\frac{0{,}05}{5})}}=7{,}48\,m/s$$

2) Para todo este apartado se indica " se debe resolver de forma breve y esquemática".
Los fundamentos teóricos aplicados en la solución del problema son, "brevemente":
-Conservación del momento lineal
-Composición de movimientos
Tal y como se indica, "cualitativamente" (sin un desarrollo contemplando por ejemplo que tenemos un valor de coeficiente de rozamiento concreto), la presencia del rozamiento (rana con aire/tabla con agua) influiría en la solución en el problema:
-Horizontalmente habría aceleración de frenado de la rana en su vuelo y de la tabla en su desplazamiento en sentido opuesto, y no describirían un MRU sino un MRUA, por lo que la velocidad de salto para llegar al otro extremo de la tabla debería ser mayor.
-Verticalmente la oscilación de la tabla sería amortiguada.

enrique@fiquipedia.es Revisado 3 julio 2023
CC BY SA

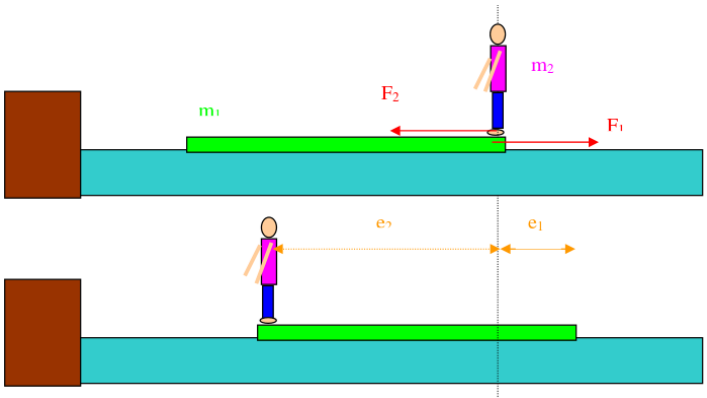
A2. Un home de 70 kg està dret sobre un tronc que es troba en repòs. El tronc, de 210 kg de massa, sura sobre un estany en calma en posició perpendicular a la vora de l'estany. Inicialment l'home es troba a 18 m de la vora i després es desplaça 3,5 m sobre el tronc. Determineu la distància de l'home a la vora en funció del sentit del moviment esmentat. No es tenen en compte les forces de fregament entre el tronc i l'aigua.

Un hombre de 70 kg está de pie sobre un tronco que se encuentra en reposo. El tronco, de 210 kg de masa, flota sobre un estanque tranquilo en posición perpendicular al borde del estanque. Inicialmente el hombre se encuentra a 18 m del borde y luego se desplaza 3,5 m sobre el tronco.
Determine la distancia del hombre al borde en función del sentido del movimiento mencionado. No se tienen en cuenta las fuerzas de rozamiento entre el tronco y el agua.

Referencias:
Problema VIII-36 de Física General. Problemas. Burbano.
Madrid 2023 Estabilización Problema 5 con lagarto sobre tabla, muy similar
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/dinamica/con_mlineal/aislados/aislados.htm#Sistema%20aislado%20formado%20por%20una%20barca%20y%20el%20barquero
http://newton.cnice.mec.es/materiales_didacticos/barca_barquero/index.html
Castilla-La Mancha 1994 Física 1 con rana sobre tabla

Enunciado no da información explícita de detalles:
-Posición del tronco respecto al borde y su tamaño, así que consideramos valores generales, no influye.
-Si tras desplazarse los 3,5 m el hombre se encuentra en reposo o en movimiento; no influye.
-Como no se indican datos de densidad del tronco no tratamos la flotabilidad y asumimos que el tronco está horizontal sobre el agua en todo momento independientemente de la posición del hombre sobre él.

Dado que no hay rozamiento, la fuerza resultante sobre el sistema hombre + tronco es nula, es un sistema aislado
Lo podemos plantear de dos maneras:
1. Al desplazarse sobre el tronco, el hombre realiza fuerza sobre el tronco, y es la fuerza que ejerce el tronco sobre el hombre la que hace que el hombre se desplace. Llamando m_1 al tronco y m_2 al hombre, F_1=-F_2, y $m_1 a_1 = m_2 a_2$
Necesitamos obtener espacio a partir de aceleración, pero no podemos asumir fuerzas constantes que supondría MRUA, por lo que integramos



Proyecto Newton, cc-by-nc-sa, Mª Josefa Grima y Javier Soriano

$$m_1 \int_0^t a_1 dt = m_2 \int_0^t a_2 dt$$
$$m_1 v_1 = m_2 v_2$$
$$m_1 \int_0^t v_1 dt = m_2 \int_0^t v_2 dt$$
$$m_1 e_1 = m_2 e_2$$

Si el hombre se desplaza una distancia D sobre el tronco, es porque él ha recorrido cierta distancia sobre él, y el tronco se ha desplazado otra distancia en sentido opuesto, sumando ambas D.

$$e_1+e_2=D \Rightarrow e_1+e_1\frac{m_1}{m_2}=D \Rightarrow e_1=\frac{D}{1+m_1/m_2}=\frac{3,5}{1+210/70}=0,875\,m$$

Por lo que e_2=3,5-0,875=2,625 m

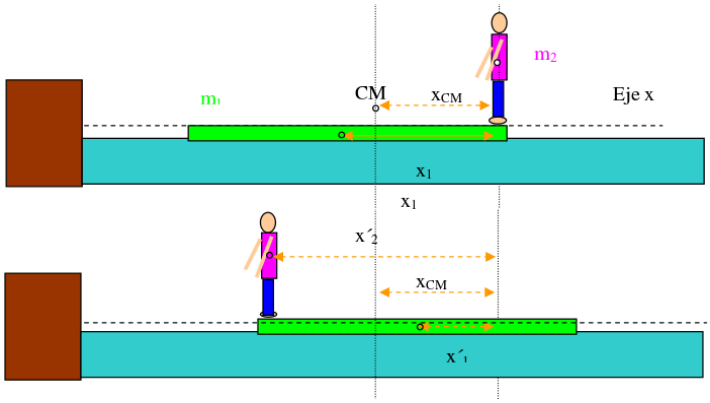
2. Al ser un sistema aislado se conserva el momento lineal del sistema, y como la velocidad del centro de masas es cero, la posición del centro de masas del sistema permanece constante.

Tomamos referencia x=0 en el borde, y x positivas hacia el agua

$$x_{CM}=\frac{m_1\cdot x_{CM1}+m_2\cdot x_{CM2}}{M_{total}}$$

Inicialmente cuando está a 18 m del borde

$$x_{CMi}=\frac{210\cdot x_{CM1}+70\cdot 18}{70+210}$$



Proyecto Newton, cc-by-nc-sa, Mª Josefa Grima y Javier Soriano

Al desplazarse una distancia D sobre el tronco(en diagrama se desplaza L que es la longitud total de la barca, aunque no tiene por qué partir del extremo del tronco ni tiene por qué ser toda la longitud del tronco) la posición del centro de masas no varía.

Planteamos la relación entre distancias, con referencia en la orilla (en el diagrama se toman posiciones respecto a posición inicial de hombre)

Si el tronco se ha desplazado una distancia e_1, su centro de masas está a una distancia $x'_{CM1}=x_{CM1}+e_1$

Si el hombre se ha desplazado una distancia e_2, su centro de masas está a una distancia $x'_{CM2}=x_{CM2}-e_2$

Como antes tenemos que $e_1+e_2=D$

$$x_{CMf}=\frac{210\cdot x'_{CM1}+70\cdot x'_{CM2}}{70+210}=\frac{210\cdot(x_{CM1}+e_1)+70\cdot(x_{CM2}-e_2)}{70+210}$$

Igualando

$$210\cdot x_{CM1}+70\cdot 18=210\cdot(x_{CM1}+e_1)+70\cdot(18-e_2)$$

$$\cancel{210\cdot x_{CM1}}+\cancel{70\cdot 18}=\cancel{210\cdot x_{CM1}}+\cancel{70\cdot 18}+210\cdot e_1-70\cdot e_2$$

$$0=210(3,5-e_2)-70\cdot e_2$$

$$210\cdot 3,5=e_2(210+70)$$

$$e_2=\frac{210\cdot 3,5}{210+70}=2,625\,m$$

Por lo que e_1=3,5-2,625=0,875 m, como en el caso anterior.

Como se pide **"la distancia del hombre al borde en función del sentido del movimiento mencionado"**, hay que contemplar dos casos:

-El hombre se acerca al borde del estanque: el tronco se ha desplazado 0,875 m a la derecha, por lo que el hombre se ha desplazado hacia la izquierda respecto a su posición inicial 2,625 m, por lo que el hombre estará a 18-2,625=15,375 m del borde del estanque.

-El hombre se aleja del borde del estanque: el tronco se ha desplazado 0,875 m a la izquierda, por lo que el hombre se ha desplazado hacia la derecha respecto a su posición inicial 2,625 m, y estará a 18+2,625=20,625 m

Aunque no se dan las dimensiones del tronco ni la distancia al borde, se puede ver que en el caso de que el hombre se aleje del borde del estanque hay un límite en 18 m para la suma de distancia recorrida por el tronco hacia la izquierda y parte del tronco que inicialmente está a la izquierda del hombre.

enrique@fiquipedia.es Revisado 15 mayo 2025

F1. Un montacargas está subiendo con una velocidad constante de 1,5 $m \cdot s^{-1}$, y un observador en reposo deja caer una pelota desde un punto que se encuentra a una altura de 6,3 m por encima de la plataforma. El coeficiente de restitución entre la pelota y la plataforma es 0,5. Calcular:
1. Cuánto se elevará la pelota por encima (o por debajo) del punto de partida después de su primer bote.
2. El tiempo transcurrido entre el primer y el segundo rebote.

Asumimos $g=9,81\ m/s^2$, que no es dato.
Problemas con coeficiente de restitución Cantabria 2024-B1, Cataluña 2001-A1, Murcia 2000-B2, Extremadura 1998-F2

1. Tomamos sistema de referencia con eje x vertical y x=0 en el suelo, x positivas hacia arriba, posición inicial de la plataforma, de modo que x_{0pla}=0 m y x_{0pel}=6,3 m.
La plataforma realiza un MRU, $x_{pla}=1,5 \cdot t$
La pelota realiza un MRUA, $x_{pel}=6,3-½9,81t^2$
En el encuentro $x_{pla}=x_{pel} \rightarrow 4,905t^2+1,5t-6,3=0$

$$t=\frac{-1,5 \pm \sqrt{1,5^2-4 \cdot 4,905 \cdot (-6,3)}}{2 \cdot 4,905}=\frac{-1,5 \pm 11,22}{9,81}=\begin{matrix} negativa \\ 0,99\ s \end{matrix}$$

En ese momento la posición es x=1,5·0,99=1,485 m, y la velocidad de la pelota es v_{pel}=-9,81·1,99=-9,71 m/s
La velocidad relativa de la pelota respecto a la plataforma es v_{relpel}=-9,71-1,5=-11,21 m/s (llevan velocidades opuestas y la velocidad relativa es mayor)
El coeficiente de restitución indica la relación entre las velocidades relativas después y antes

$$e=\frac{v_{relativa\ alejamiento\ tras\ choque}}{v_{relativa\ acercamiento\ antes\ choque}} \Rightarrow v_{relativa\ tras\ choque}=-e \cdot v_{relativa\ antes\ choque}=-0,5 \cdot (-11,21)=5,605\ m/s$$

Positiva, la pelota rebota hacia arriba.
Esa es la velocidad respecto a la plataforma: la velocidad respecto al sistema de referencia en el suelo es mayor, v_{pel}=5,605+1,5=7,105 m/s
Planteamos qué distancia recorre verticalmente hasta pararse
$v^2-v_0^2=2as \rightarrow 0-7,105^2=2 \cdot (-9,81) \cdot s \rightarrow s = 2,57$ m
También validamos que en el tiempo que tarda en subir y pararse no choca con la plataforma porque ésta llega antes que la pelota (y nos sirve para apartado b). $v=v_0+at \rightarrow 0=7,105-9,81 \cdot t \rightarrow t=7,105/9,81=0,72$ s En ese tiempo la pelota ha recorrido la distancia ya conocida de 2,57 m (que también podemos calcular como $v_0 \cdot t + ½at^2=7,105 \cdot 0,72+0,5 \cdot 9,81 \cdot 0,72^2=2,57$ m) y la plataforma ha recorrido 1,5·0,72=1,08 m, luego no choca.
La posición de la pelota será 1,485+2,57=4,055 m y eso supone 6,3-4,055=2,245 m por debajo de su punto de partida.
La pelota se elevará 2,245 m por debajo del punto de partida después de su primer bote.
b) Para el segundo rebote planteamos la caida desde los 4,055 m y el nuevo choque con la plataforma. Cuando la pelota ha llegado arriba tras el primer rebote t=0,99+0,72=1,71 s, y la posición de la plataforma es 1,5·1,71=2,565 m
La plataforma realiza un MRU, $x_{pla}=2,565+1,5 \cdot t$
La pelota realiza un MRUA, xpel=4,055- ½9,81t^2
En el encuentro $x_{pla}=x_{pel} \rightarrow 4,905t^2+1,5t-1.49=0$ que resolviendo da t=0,42 s
Tras el primer rebote tarde 0,72 s en subir y 0,42 s en bajar y chocar, en total 1,14 s.
El tiempo entre primer y segundo rebotes es de 1,14 s

enrique@fiquipedia.es Revisado 6 diciembre 2015
CC BY

CUESTIONES DE FÍSICA

De entre las cuestiones 1, 2, 3 y 4 que a continuación se proponen, el aspirante elegirá libremente y contestará a 3 de ellas.

3.- Se pretende que un cilindro de masa m y radio R descienda por un plano, inclinado un ángulo β sobre la horizontal, rodando sin deslizar. Calcular el mínimo valor de coeficiente estático de rozamiento por deslizamiento μ entre el cilindro y el plano para que esto no suceda.

Si el cilindro está apoyado en un plano inclinado un ángulo β sobre la horizontal, y tomamos eje ex paralelo al plano inclindo y con x positivas en el sentido de descenso, podemos plantear la 2ª ley de Newton en cada eje:

Eje x: $P_x-F_{roz}=m\cdot a_T$

Eje y: $N-P_y=0$

Dado que $P_x=mg\cdot sen(\beta)$, $P_y=mg\cdot cos(\beta)$, y $F_{roz}=\mu N$, sustituyendo

$$\cancel{m}\,g\cdot sen(\beta)-\mu\cancel{m}\,g\cdot cos(\beta)=\cancel{m}\cdot a_T$$

La condición de rodadura sin deslizar implica que $a_T=\alpha R$, para un cilindro el momento de inercia respecto a su eje es $I = ½\ m\ R^2$. También tenemos que $M=I\alpha$, y si tomamos momentos respecto al eje, la única fuerza a considerar para el cálculo del momento es la fuerza de rozamiento.

$$a_T=\alpha R=\frac{M}{I}R=\frac{\cancel{R}\cdot F_{roz}\cancel{R}}{\frac{1}{2}m\cancel{R^2}}=\frac{2\mu\cancel{m}g\cos(\beta)}{\cancel{m}}$$

Sustituyendo

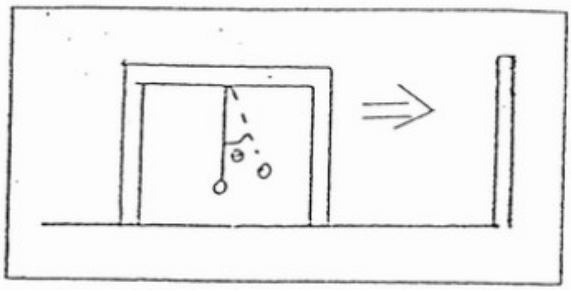
$$\cancel{g}\cdot sen(\beta)-\mu\cancel{g}\cdot\cos(\beta)=2\mu\cancel{g}\cos(\beta)$$

$$sen(\beta)=3\mu\cos(\beta)$$

$$\mu=\frac{1}{3}\frac{sen(\beta)}{\cos(\beta)}=\frac{tg(\beta)}{3}$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 11 mayo 2025

PROBLEMA X1 (Se desconoce el número).
Quan el marc de la figura es mou horizontalment amb una velocitat constant de 90 cm/s el pèndol, de 46 cm de longitud, penja en posicion vertical. En trobar un obstacle, el marc s'atura brucament. Determineu l'amplitud θ de les oscil.lacions que realitza el pèndol. Se suposa que les forces de fricció que s'opossen al moviment del pèndol són negligibles.



Cuando el marco de la figura se mueve horizontalmente con una velocidad constante de 90 cm/s el péndulo, de 46 cm de longitud, cuelga en posición vertical. Al encontrar un obstáculo, el marco se detiene brucamente. Determine la amplitud θ de las oscilaciones que realiza el péndulo. Se supone que las fuerzas de fricción que se oponen al movimiento del péndulo son despreciables.

Si se detiene bruscamente, la inercia hará que la velocidad inicial del péndulo en el punto más bajo sea la velocidad que llevaba antes junto con el marco. No planteamos que se produzca un MAS, sino simplemente la conservación de la energía mecánica entre el punto más bajo (donde tomamos referencia h=0) y el punto más elevado
Tomamos $g=9{,}81\ m/s^2$ que no es dato.
$½mv^2=mgh \rightarrow h= ½v^2/g=0{,}5\cdot 0{,}90^2/9{,}81=0{,}413\ m$
Como el hilo tiene 46 cm de longitud, podemos plantear
$0{,}46\cdot\cos\theta=0{,}413 \rightarrow \theta=\arccos(0{,}413/0{,}46)=26{,}1º$

PROBLEMA X2 (Se desconoce el número). Un cos de massa m_1 = 2,0 kg es mou sense fricció per damunt d'una taula amb una velocitat de 10 m/s. Davant d'ell hi ha un cos de massa m_2 = 5,0 kg que es mou en la mateixa direcció i sentit a raó de 3,0 m/s. Una molla sense massa i amb una constant K = 1120 N/m està fixada a la parte posterior de m_2. Quan els dos cossos xoquen, quina és la màxima compresió de la molla? Suposeu que la molla no es doblega i que segueix perfectament la llei de Hooke.

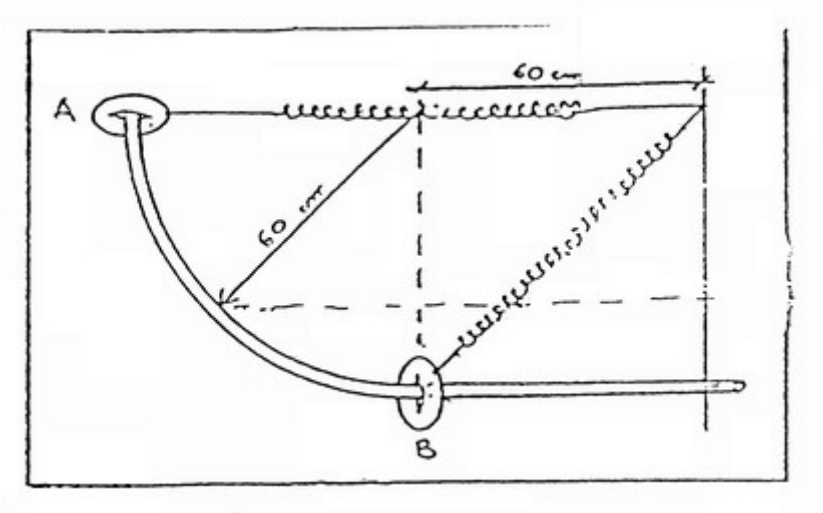
Un cuerpo de masa m_1 = 2,0 kg se mueve sin fricción por encima de una mesa con una velocidad de 10 m/s. Delante de él existe un cuerpo de masa m_2 = 5,0 kg que se mueve en la misma dirección y sentido a razón de 3,0 m/s. Un muelle sin masa y con una constante K = 1120 N/m está fijado en la parte posterior de m_2. ¿Cuando los dos cuerpos chocan, cuál es la máxima compresión del muelle? Suponga que el muelle no se dobla y que sigue perfectamente la ley de Hooke.

La máxima compresión del muelle se produce cuando la velocidad de ambos muelles se iguala: mientras el cuerpo 1 tenga más velocidad que el 2 seguirá comprimiento el muclle.
Planteamos la conservación del momento lineal, tomando eje x en el sentido del movimiento,
$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1+m_2) \cdot v$
$2 \cdot 10 + 5 \cdot 3 = (2+5) \cdot v \rightarrow v = 35/7 = 5$ m/s
Planteamos la conservación de energía mecánica en ese instante
$\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2 = \frac{1}{2}(m_1+m_2)v^2 + \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2$
$\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^2 + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 3^2 = \frac{1}{2}(2+5)5^2 + \frac{1}{2} \cdot 1120 \cdot x^2$
$100 + 22{,}5 - 87{,}5 = 560x^2$

$$x = \sqrt{\frac{35}{560}} = 0{,}25\, m$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 11 mayo 2025
CC BY SA

PROBLEMA X3 (Se desconoce el número). Una peça metálica de 3 kg té un orifici que li permet lliscar lliurement i sense fricció per la guía de la figura, que está collocada en un pla vertical. Està, a més, unida a una molla de 60 cm de longitud no deformada, la constant de la qual es de 4 N/cm. Determineu la velocitat que tindrà la peça en passar per la posició B si ha estat abandonada sense velocitat en la posició A.



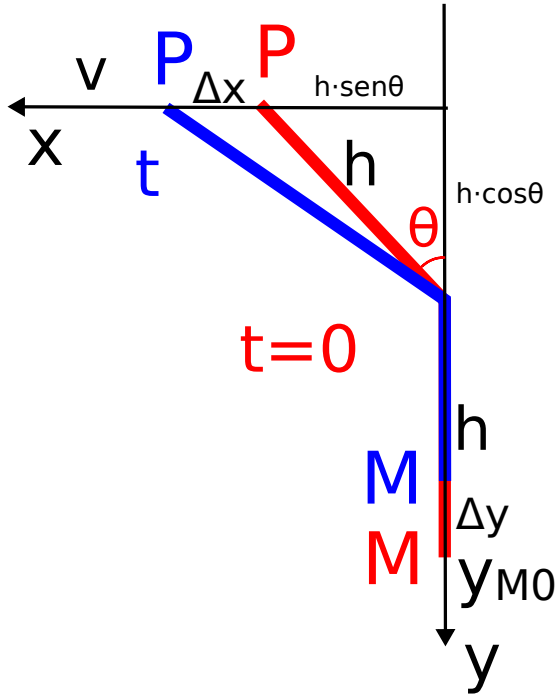
Una pieza metálica de 3 kg tiene un orificio que le permite deslizarse libremente y sin fricción por la guía de la figura, que está colocada en un plano vertical. Está, además, unida a un muelle de 60 cm de longitud no deformada, la constante del cual es de 4 N/cm. Determine la velocidad que tendrá la pieza al pasar por la posición B si ha sido abandonada sin velocidad en la posición A.

Dado que no hay rozamiento utilizamos la conservación de la energía mecánica:
Tomamos referencia de energía potencial en la posición del punto B.
4 N/cm =400 N/m
Situación A:
-Energía cinética 0 (parte del reposo)
-Energía potencial gravitatoria: $E_{pg}=mgh=3\cdot 9,8\cdot 0,6=17,64$ J
-Energía potencial elástica: $E_{pe}= ½\ kx^2 =0,5\cdot 400\cdot (0,6)^2=72$ J
Situación B:
-Energía cinética $Ec= ½\ mv^2 =0,5\cdot 3\cdot v^2$
-Energía potencial gravitatoria: $E_{pg}=0$
-Energía potencial elástica: $E_{pe}= ½\ kx^2 =0,5\cdot 400\cdot (\sqrt{2}\cdot 0,6-0,6)^2=12,35$ J
Igualando energías mecánicas en puntos A y B
$0+17,64+72=1,5v^2 + 0 + 12,35$

$$v=\sqrt{\frac{17,64+72-12,35}{1,5}}=7,18\,m/s$$

PROBLEMAS DE FÍSICA

1.- Por una garganta de una pequeña polea fija (ideal) pasa un hilo inextensible cuyos extremos M y P están inicialmente a la misma distancia h de la polea. Al punto P se le obliga a realizar un movimiento rectilíneo horizontal con velocidad constante v, y en consecuencia el punto M asciende verticalmente. Calcular la velocidad y la aceleración del punto M en función de h, v y del camino recorrido x por el punto P.



Enunciado no incluye ningún diagrama; aunque sí se aclara que la masa M cuelga verticalmente y que polea y M están en la misma línea vertical, no se indica explícitamente que P y la polea estén en la misma línea horizontal. Solo se indica que el punto P se mueve a velocidad constante en horizontal.

El enunciado no incluye un sistema de referencia explícito:

- Tomamos eje x en sentido del movimiento P, con x=0 en la vertical de la polea (no se indica que tenga radio y lo consideramos despreciable), la posición del punto P es x y la posición inicial del punto P es h·senθ, siendo θ el ángulo inicial con la vertical, de modo que el camino recorrido es Δx=x-h·senθ (enunciado referencia camino recorrido por punto P como x)
- Tomamos eje y hacia abajo con y=0 en horizontal del movimiento del punto P (para el punto P el valor de y siempre es cero), la posición del punto M es y y la posición inicial del punto M es $y_{M0}=h+h\cdot\cos\theta=h(1+\cos\theta)$

Como la el hilo es inextensible, su longitud total L=2h no varía. Δx y Δy no son iguales pero están relacionados, Δx es positivo, Δy es negativo y $v=v_P=\Delta x/t$, y $v_M=\Delta y/t$

$y=y_{M0}+\Delta y=h(1+\cos\theta)+\Delta y$

En cualquier instante t la suma de distancias entre el punto P y la polea y la polea y el punto M debe ser la misma

$$L_{P\,a\,polea}+L_{polea\,a\,M}=2h$$
$$\sqrt{x^2+(h\cdot\cos\theta)^2}+y-h\cdot\cos\theta=2h$$
$$x^2+(h\cdot\cos\theta)^2=(2h-y+h\cdot\cos\theta)^2=(h(2+\cos\theta)-y)^2$$
$$x^2=(h(2+\cos\theta)-y)^2-(h\cdot\cos\theta)^2$$
$$x=\sqrt{(h(2+\cos\theta)-y)^2-(h\cdot\cos\theta)^2}$$

Lo podemos visualizar con a = h(2+cosθ) y b=h·cosθ que son constantes (θ es el ángulo inicial y es constante, no es el ángulo que forma según pasa el tiempo). Nuestro objetivo es tener la velocidad del punto M, despejamos y sustituimos

$$x=\sqrt{(a-y)^2-b^2}\Rightarrow\frac{dx}{dt}=\frac{\frac{1}{2}\cdot 2(a-y)\cdot(-y)}{\sqrt{(a-y)^2-b^2}}\cdot\frac{dy}{dt}$$
$$v=\frac{(y-a)}{\sqrt{(a-y)^2-b^2}}v_M\Rightarrow v_M=v\frac{\sqrt{(a-y)^2-b^2}}{y-a}$$

$$v_M = v\frac{\sqrt{(h(2+\cos\theta)-y)^2-(h\cdot cos\,\theta)^2}}{y-h(2+\cos\theta)}$$

Validamos que si θ=90º las velocidades deben ser iguales, solo cambia el signo debido al sistema de referencia elegido: $v_M = v\frac{\sqrt{(2h-y)^2}}{y-2h} = -v$

En enunciado se pide expresión en función de h y v, lo que la expresión sí lo cumple, y de la distancia recorrida x (que en nuestro planteamiento hemos llamado Δx) y la expresión no lo cumple porque está en función de θ.

Usando Δx =x-h·senθ $sen\theta = \frac{x-\Delta x}{h} \Rightarrow \cos\theta = \sqrt{1-(sen\,\theta)^2} = \sqrt{1-(\frac{x-\Delta x}{h})^2}$

Quedaría una expresión compleja en función de Δx (lo que enunciado llama x), pero también en función de x (la posición del punto P en este planteamiento).

Parece razonable que la expresión depende de la posición inicial, aunque enunciado no lo indique explícitamente, y usando y_{M0}=h+h·cosθ se visualiza que depende de la posición inicial (el valor de yM0 y de h combinados indican indirectamente el valor del ángulo inicial)

$$v_M = v\frac{\sqrt{(h+y_{M0}-y)^2-(y_{M0}-h)^2}}{y-h-y_{M0}}$$

Si planteamos la aceleración

$$a_M = \frac{dv_M}{dt} = \frac{dv}{dt}\cdot\frac{\sqrt{(a-y)^2-b^2}}{y-a} + v\cdot(\frac{\frac{1}{2}\cdot(-2)(a-y)}{\sqrt{(a-y)^2-b^2}} - \frac{\sqrt{(a-y)^2-b^2}}{(y-a)^2})$$

Como la velocidad v del punto es constante, dv/dt=0

$$a_M = v\cdot(\frac{h(2+\cos\theta)-y}{\sqrt{(h(2+\cos\theta)-y)^2-(h\cdot cos\,\theta)^2}} - \frac{\sqrt{(h(2+\cos\theta)-y)^2-(h\cdot cos\,\theta)^2}}{(y-h(2+\cos\theta))^2})$$

Validamos que si θ=90º, como las velocidades son iguales, ambas son uniformes y la aceleración del punto M es debe ser cero

$$a_M = v\cdot(\frac{2h-y}{\sqrt{(2h-y)^2}} - \frac{\sqrt{(2h-y)^2}}{(y-2h)^2}) = 0$$

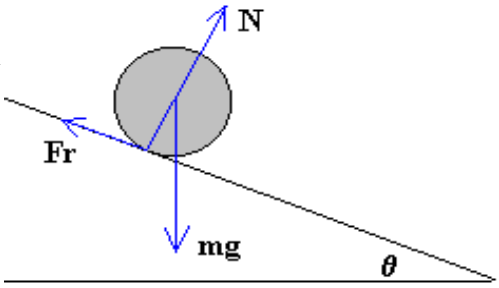
enrique@fiquipedia.es Revisado 7 mayo 2025

PROBLEMAS DE FÍSICA

2.- Una esfera maciza está sobre un plano inclinado de angulo β.
a) ¿Qué relación hay entre β y el coeficiente de rozamiento μ para que la esfera baje rodando sin deslizar?
b) ¿Cuál será la aceleración del centro de masas?
c) ¿Qué velocidad llevará cuando haya recorrido una longitud "l"?

Ver problema 1 de oposiciones Madrid 2016
https://gitlab.com/fiquipedia/drive.fiquipedia/-/raw/main/content/home/recursos/recursos-para-oposiciones/2016-06-18-Madrid-Problema1.pdf

a) Representamos las fuerzas en un diagrama, elegimos eje x en sentido de movimiento (en diagrama aparece θ pero en este problema se nombra como β)



Física con ordenador, Ángel Franco (c)

Aplicamos segunda ley de Newton a cada eje

Eje y: $N-P_y=0 \Rightarrow N=P_y=mg\cos\beta$

Eje x: $P_x-F_{roz}=m\,a_x \Rightarrow \cancel{m}\,g\,sen\beta-\mu\,\cancel{m}\,g\cos\beta=\cancel{m}\,a_x$

$$a_x=g\left(sen\beta-\mu\cos\beta\right)$$

Al estar girando respecto un eje principal de inercia podemos plantear $M=I\,\alpha$ siendo I el momento de inercia, que para una esfera respecto a un eje que pasa por su centro es $I=\frac{2}{5}mR^2$

Al mismo tiempo podemos calcular el momento respecto al centro de la esfera, que en módulo es $M=R\,F_{roz}=R\,\mu\,mg\cos\beta$

Si aplicamos la condición de rodadura (no está deslizando) $a_x=\alpha\,R$

Combinando lo anterior

$$\cancel{g}\,sen\beta-\mu\,\cancel{g}\cos\beta=\frac{\cancel{R}\,\mu\,\cancel{m}\,\cancel{g}\cos\beta}{\frac{2}{5}\cancel{m}\,\cancel{R}^2}\cancel{R} \Rightarrow sen\beta-\mu\cos\beta=\frac{5}{2}\mu\cos\beta$$

$$sen\beta=\frac{7}{2}\mu\cos\beta \Rightarrow \tan\beta=\frac{7}{2}\mu$$

La relación pedida entre β y el coeficiente de rozamiento μ $\beta=\arctan\left(\frac{7}{2}\mu\right)$ ó $\mu=\frac{2}{7}\tan\beta$

Para ángulos mayores deslizará, para ángulos menores rodará sin deslizar.

b) Tomando momento de fuerzas desde el centro de la esfera

$$a_x=\alpha\,R=\frac{MR}{I}=\frac{R\cdot R\cdot F_{rotación}}{I}=\frac{R^2\cdot F_{rozamiento}}{I}=\frac{\cancel{R}^2\,\mu\,\cancel{m}\,g\cos\beta}{\frac{2}{5}\cancel{m}\,\cancel{R}^2}=\frac{5}{2}\mu\,g\cos\beta$$

Como $\mu=\frac{2}{7}\tan\beta$ también se puede expresar como $a_x=\frac{5}{7}g\,sen\beta$

c) Si recorre una distancia l partiendo con velocidad inicial 0, al ser un MRUA

$$v^2-v_0^2=2\,a_x\,s \Rightarrow v^2=2\frac{5}{7}g\,sen\beta\,l \Rightarrow v=\sqrt{\frac{10}{7}g\,l\,sen\beta}$$

PROBLEMAS DE FÍSICA

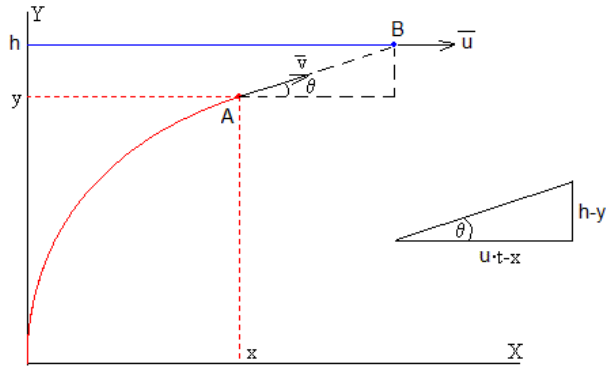
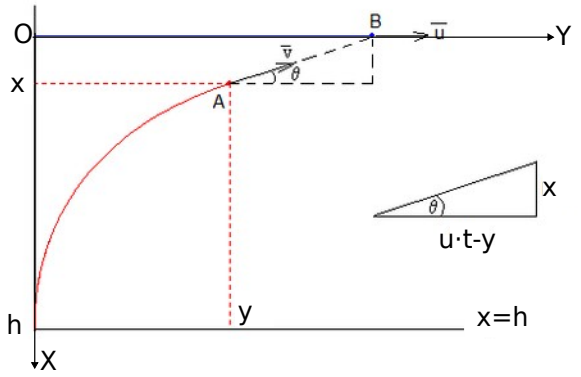
1. Un hombre que parte de un origen de coordenadas siguiendo la parte positiva del eje OY con velocidad constante de 2 m/s. Un perro, situado en el instante inicial a 27 m sobre la parte positiva del eje X, le persigue con velocidad constante de 3 m/s siguiendo en cada momento la dirección que le marca el hombre en su movimiento. Hallar:
a) Ecuación de la trayectoria del perro.
b) Punto del eje OY en el que alcanza al hombre.

Referencias
Este tipo de problemas se ha tratado durante mucho tiempo y enlaza con "curvas de persecución", hay numerosas referencias que a veces tienen más enfoque matemático que físico.

- https://en.wikipedia.org/wiki/Pursuit_curve
- https://en.wikipedia.org/wiki/Radiodrome
- Angel Franco García, Curso Interactivo de Física en Internet, Trayectorias de persecución (I). 2016 http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica3/cinematica/torpedo/torpedo.html
- C.E. Mungan, A classic chase problem solved from a physics perspective, Eur. J. Phys. 26, 985 (2005). https://www.usna.edu/Users/physics/mungan/_files/documents/Publications/EJP2.pdf
- Ivan Mancev, Ljiljana.T. Kostic, Various methods for solving the pursuit problem with two objects on a plane, March 2023, European Journal of Physics 44(3) https://www.researchgate.net/publication/368978238_Various_methods_for_solving_the_pursuit_problem_with_two_objects_on_a_plane Tiene 4 maneras de resolverlo.
- Felipe Costa Melo Cunha, Rudini Sampaio. Revisitando dois problemas clássicos do Irodov sobre curvas de perseguição. Revista Brasileira de Ensino de Física, vol. 46, e20230307 (2024) https://www.scielo.br/j/rbef/a/ZcyGggwrpZkY5MhMXKzgJVD/?format=pdf&lang=pt 3. Perseguição Sobre Uma Reta (Problema 1.13)
- O. I. Chashchina, Z. K.Silagadze, The dog-and-rabbit chase problem as an exercise in introductory kinematics, Lat. Am. J. Phys. Educ. Vol. 3, No. 3, Sept. 2009, https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/3694095.pdf
- https://mathworld.wolfram.com/PursuitCurve.html
- The dog-and-rabbit chase problem as an exercise in introductory kinematics https://arxiv.org/pdf/0711.3293
- The Curve of Pursuit, The Mathematical Gazette , Volume 37 , Issue 322 , December 1953 , pp. 256 – 260, https://doi.org/10.2307/3610038

Aplicar a este caso las distintas referencias implica tener en cuenta que en el enunciado de este caso se plantea con el perseguido (A) moviéndose en eje y en setido positivo y posición inicial y=0 y v_A=2 m/s, y el perseguidor (B) en el eje x, posición inicial x=27 m y velocidad inicial hacia x negativas, v_B=3 m/s.

Es equivalente a la referencia C.E. Mungan, implementada por Angel Franco García con una simulación si "se rota" y el perseguido se mueve parapelo al eje x en una recta y=h=27 m con u=2 m/s, y el perseguidor se mueve inicialmente hacia eje y positivo con v=3 m/s.
(Adaptado diagrama por lo que eje y pasa a estar horizontal y eje x vertical y hacia abajo, ahora el ángulo θ ya no es con la horizontal)
Se pueden adaptar expresiones anteriores

Antes	**Ahora**
	
x	y
y	-x+h (se puede ver $x_{ahora}=h-y_{antes}$)
1-y/h	1-(-x+h)/h=1+x/h-1=x/h
v_x (positiva)	v_y (positiva)
v_y (positiva)	v_x (negativa)

Con lo anterior se podrían modificar expresiones finales, pero adaptamos el desarrollo (mantenemos ángulo aunque ya no es con la horizontal) intentando detallar algunos pasos

$$\tan\theta=\frac{v_x}{v_y}=\frac{x}{u\cdot t-y};v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}$$

$$u\cdot t-y=x\cdot\frac{v_y}{v_x}$$

Derivando ambos términos respecto al tiempo y usando $v_y=dy/dt$

$$u-v_y=v_x\cdot\frac{v_y}{v_x}-x\cdot\frac{d}{dt}\left(\frac{v_y}{v_x}\right)=-v_y+x\cdot\frac{d}{dt}\frac{\sqrt{v^2-v_x^2}}{v_x}$$

$$u=x\cdot\frac{d}{dt}\sqrt{\frac{v^2}{v_x^2}-1}=x\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{\frac{v^2}{v_x^2}-1}}\cdot(-2)\frac{v^2}{v_x^3}\frac{dv_x}{dt}=\frac{-x\cdot v^2}{v_x^2\sqrt{v^2-v_x^2}}\frac{dv_x}{dt}$$

Aplicamos la regla de la cadena $\frac{dv_x}{dt}=\frac{dv_x}{dx}\cdot\frac{dx}{dt}=v_x\cdot\frac{dv_x}{dx}$

$$\frac{u}{x}=\frac{-v^2}{v_x^2\sqrt{v^2-v_x^2}}\cancel{v_x}\cdot\frac{dv_x}{dx}$$

$$\frac{u}{x}dx=\frac{-v^2}{v_x\sqrt{v^2-v_x^2}}dv_x\Rightarrow u\int_h^x\frac{dx}{x}=-v^2\int_v^{v_x}\frac{dv_x}{v_x\sqrt{v^2-v_x^2}}$$

Para la integral de la derecha hacemos cambio de variable $z=1/v_x$

$$\int \frac{dz}{\sqrt{v^2 z^2-1}}=\frac{1}{v}\ln\left|vz+\sqrt{v^2 z^2+1}\right|+C$$

$$u\ln\left(\frac{x}{h}\right)=-v\ln\left(\frac{v+\sqrt{v^2-v_x^2}}{v_x}\right)$$

$$-\left(\frac{x}{h}\right)^{u/v}=\frac{v+\sqrt{v^2-v_x^2}}{v_x}$$

$$-v_x\left(\frac{x}{h}\right)^{u/v}-v=\sqrt{v^2-v_x^2}$$

$$v_x^2\left(\frac{x}{h}\right)^{2u/v}+\cancel{v^2}+2v_x\left(\frac{x}{h}\right)^{u/v}v=\cancel{v^2}-v_x^2$$

$$v_x\left(\frac{x}{h}\right)^{2u/v}+v_x=-2\left(\frac{x}{h}\right)^{u/v}v$$

$$v_x=\frac{-2v}{\left(\frac{x}{h}\right)^{u/v}+\left(\frac{x}{h}\right)^{-u/v}}$$

Es una ecuación diferencial. Planteamos cambio de variable z=x/h , dx=h·dz
En t=0 x=h y z=1.

$$\frac{dx}{dt}=\frac{-2v}{z^{u/v}+z^{-u/v}}$$

$$-h\left(z^{u/v}+z^{-u/v}\right)dz=2v\,dt\Rightarrow -h\int_1^z\left(z^{u/v}+z^{-u/v}\right)dz=\int_0^t 2v\,dt$$

$$-h\left[\frac{z^{1+u/v}}{1+u/v}+\frac{z^{1-u/v}}{1-u/v}\right]_1^z=2vt\Rightarrow -h\left(\frac{z^{1+u/v}}{1+u/v}-\frac{1}{1+u/v}+\frac{z^{1-u/v}}{1-u/v}-\frac{1}{1-u/v}\right)=2vt$$

$$\frac{-h}{2}\left(v\frac{z^{1+u/v}}{v+u}+v\frac{z^{1-u/v}}{v-u}-\frac{v}{v+u}-\frac{v}{v-u}\right)=vt\Rightarrow -\frac{h}{2}\left(\frac{z^{1+u/v}}{v+u}+\frac{z^{1-u/v}}{v-u}-\frac{(v-u)}{v^2-u^2}-\frac{(v+u)}{v^2-u^2}\right)=vt$$

$$t=\frac{-h}{2}\left(\frac{z^{1+u/v}}{v+u}+\frac{z^{1-u/v}}{v-u}-\frac{2v}{v^2-u^2}\right)$$

Se pide la ecuación de la trayectoria, y utilizamos la expresión inicial donde aparece y en la que sustituimos la expresión del tiempo obtenida y otras expresiones. En las referencias se da expresión final simplificada, se intenta aportar detalle ya que no es inmediato

$$u\cdot t-y=x\cdot\frac{v_y}{v_x};\ x=z\cdot h;\ v_x=\frac{2v}{z^{u/v}+z^{-u/v}}$$

$$v_y=\sqrt{v^2-v_x^2}=\sqrt{v^2-\frac{4v^2}{\left(z^{u/v}+z^{-u/v}\right)^2}}=v\frac{\sqrt{z^{2u/v}+z^{-2u/v}+2-4}}{\left(z^{u/v}+z^{-u/v}\right)}=v\frac{z^{u/v}-z^{-u/v}}{z^{u/v}+z^{-u/v}}=v\frac{1-z^{2u/v}}{1+z^{2u/v}}$$

$$y=u\cdot t-x\cdot\frac{v_y}{v_x}=u-\frac{h}{2}\left(\frac{z^{1+u/v}}{v+u}+\frac{z^{1-u/v}}{v-u}-\frac{2v}{v^2-u^2}\right)+z\cdot h\cdot v\frac{1-z^{2u/v}}{1+z^{2u/v}}\cdot\frac{z^{u/v}+z^{-u/v}}{2v}$$

$$\frac{y}{h}=\frac{-u}{2}\left(\frac{z^{1+u/v}}{v+u}+\frac{z^{1-u/v}}{v-u}+\frac{2v}{v^2-u^2}\right)+z\cdot\cancel{v}\frac{1-z^{2u/v}}{\cancel{1+z^{2u/v}}}\cdot\frac{\cancel{z^{2u/v}+1}}{2\cancel{v}z^{u/v}}$$

$$\frac{y}{h}=\frac{u}{2}\left(\frac{-z^{1+u/v}}{v+u}-\frac{z^{1-u/v}}{v-u}+\frac{2v}{v^2-u^2}\right)+z\cdot\frac{1-z^{2u/v}}{2z^{u/v}}$$

$$\frac{y}{h}=\frac{u}{2}\left(\frac{-z^{1+u/v}}{v+u}-\frac{z^{1-u/v}}{v-u}+\frac{2v}{v^2-u^2}\right)+\frac{1}{2}\left(z^{1-u/v}-z^{1+u/v}\right)$$

$$\frac{y}{h}=\frac{1}{2}\left(-z^{1+u/v}\left(\frac{u}{v+u}-1\right)-z^{1-u/v}\left(\frac{u}{v-u}+1\right)+\frac{2v}{v^2-u^2}\right)$$

$$\frac{y}{h}=\frac{1}{2}\left(z^{1+u/v}\left(\frac{v}{v+u}\right)+z^{1-u/v}\left(\frac{-v}{v-u}\right)+\frac{2v}{v^2-u^2}\right)$$

$$\frac{y}{h}=\frac{1}{2}\frac{z^{1+u/v}}{1+u/v}-\frac{1}{2}\frac{z^{1-u/v}}{1-u/v}+\frac{u/v}{1-u^2/v^2}$$

Que coincide con la expresión final

$$\frac{y}{h}=\frac{1}{2}\cdot\frac{z^{1+u/v}}{1+u/v}-\frac{1}{2}\cdot\frac{z^{1-u/v}}{1-u/v}+\frac{u/v}{1-u^2/v^2}$$

$$\frac{y}{h}=\frac{1}{2}\cdot\frac{(x/h)^{1+u/v}}{1+u/v}-\frac{1}{2}\cdot\frac{(x/h)^{1-u/v}}{1-u/v}+\frac{u/v}{1-u^2/v^2}$$

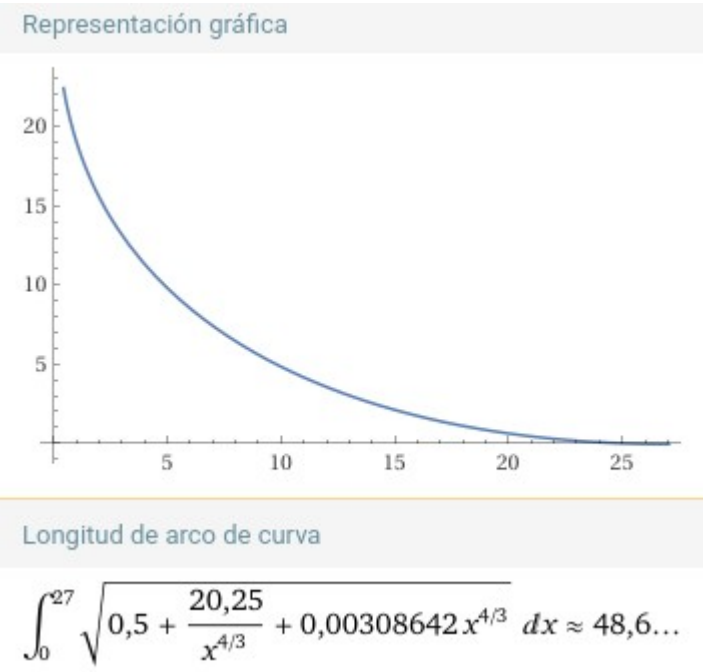
Numéricamente

$$y=27\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{(x/27)^{1+2/3}}{1+2/3}-\frac{1}{2}\cdot\frac{(x/27)^{1-2/3}}{1-2/3}+\frac{2/3}{1-2^2/3^2}\right)$$

El alcance se produce para x=0 → $y=h\frac{u/v}{1-u^2/v^2}$ y tiempo $t=\frac{y}{u}=h\frac{v}{1-u^2/v^2}$

Numéricamente $y=27\frac{2/3}{1-2^2/3^2}=32{,}4\,m$ $t=\frac{32{,}4}{2}=16{,}2\,s$

La representamos, debemos tener que para x=27 m se cumple y=0 (condición inicial) y para x=0 m se tiene y=32,4 m.
https://www.wolframalpha.com/input?i=plot+y+%3D+27*%28+0.5*%28x+%2F+27%29%5E%281%2B+2%2F3%29+%2F%28+1+%2B+2%2F3%29+-+0.5*%28x%2F27%29%5E%281-2%2F3%29%2F%281+-+2%2F3%29+%2B+%282%2F3%29%2F%281+-+2%5E2%2F3%5E2%29%29+from+x%3D0+to+x%3D27.000&lang=es

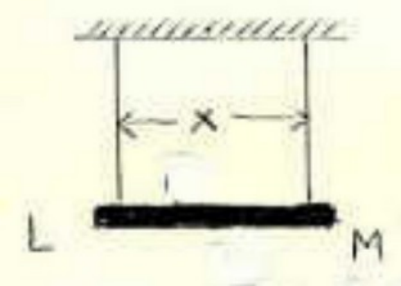


También se indica la longitud del arco de curva: lo podemos usar combinando con la velocidad del perseguidor (perro), que es constante: t=48,6/3=16,2 s, que coincide con lo calculado.

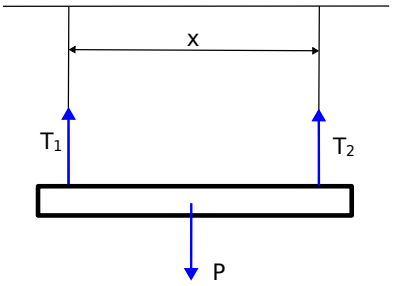
Se puede plantear como pregunta adicional cómo varía tiempo y distancia si el perro corriera a la misma velocidad en línea recta hacia el punto de encuentro. En este caso la distancia es $\sqrt{27^2+32{,}4^2}=42{,}2\,m$ La distancia sería 48,6-42,2=6,4 m inferior, y tardaría t=x/v=3/6,4=2,1 s menos.

PROBLEMAS DE FÍSICA

2. Hallar en el sistema de la figura:
a) El valor de x para que, al suprimir un cable, no cambie la tensión del otro con respecto a su valor en la situación de equilibrio.
b) Velocidad de cada extremo de la varilla cuando ésta alcanza la posición vertical.
Son datos la masa M y la longitud L de la varilla.



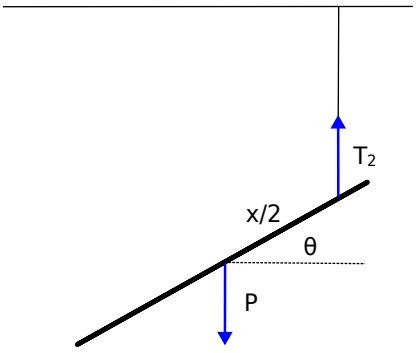
a) Planteamos el diagrama de fuerzas con los dos cables, llamando 1 al izquierdo y 2 al derecho.



Planteando el equilibrio de traslación
$P=T_1+T_2$
Planteando el equilibrio de rotación desde el centro de masas,
$x/2 \cdot T_1 = x/2 \cdot T_2 \rightarrow T_1=T_2=T \rightarrow T=P/2$
El valor de x no influye en ambas tensiones sean iguales. Al suprimir uno de los cables el otro debe realizar más tensión para mantener el equilibrio de traslación, aunque x=0 siempre que haya inicialmente los cables.
Por lo tanto la pregunta no tiene sentido: no hay ningún valor de x para que, al suprimir un cable, no cambie la tensión del otro con respecto a su valor en la situación de equilibrio.
b) Planteamos que se suprime el cable izquierdo y gira respecto al cable derecho.
Solo se nos pide cuando está en posición vertical, por lo que no planteamos la solución dinámica de rotación para calcular la velocidad el cualquier instante, solo en función del ángulo.
Calculamos el momento de inercia respecto al cable derecho utilizando el teorema de Steiner.

$$I=I_{CM}+M\cdot d^2=\frac{1}{12}M L^2+M\cdot\left(\frac{x}{2}\right)^2=\frac{M}{12}\left(L^2+3x^2\right)$$

Planteamos la conservación de energía, tomando referencia en el punto medio de la varilla cuando está vertical, de modo que en la situación inicial la altura es L/2. La varilla ha girado un ángulo θ.



$$E_p=E_c+E_p$$

$$Mg\frac{L}{2}=Mg\left(\frac{L}{2}-\frac{L}{2}sen\,\theta\right)+\frac{1}{2}I\,\omega^2$$

$$Mg\frac{L}{2}=Mg\left(\frac{L}{2}-\frac{L}{2}sen\,\theta\right)+\frac{1}{2}\frac{M}{12}\left(L^2+3x^2\right)\omega^2$$

$$\omega=\sqrt{g\frac{L}{2}sen\,\theta\frac{24}{\left(L^2+3x^2\right)}}$$

Cuando está vertical, θ=π/2

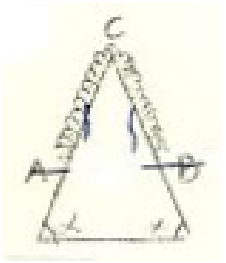
$$\omega=\sqrt{g\,L\frac{12}{\left(L^2+3x^2\right)}}$$

En el extremo junto a T_2, $v_2=\omega R_2=\sqrt{g\,L\frac{12}{\left(L^2+3x^2\right)}}\cdot\left(\frac{L}{2}-\frac{x}{2}\right)$ Dirigida hacia la izquierda

En el extremo junto a T_1, $v_1=\omega R_1=\sqrt{g\,L\frac{12}{\left(L^2+3x^2\right)}}\cdot\left(L-\frac{x}{2}\right)$ Dirigida hacia la derecha

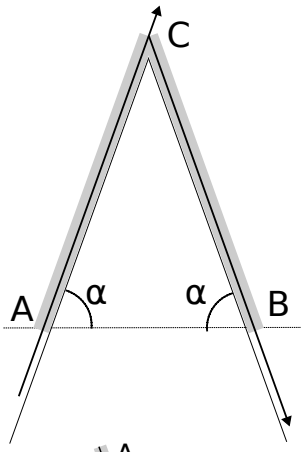
PROBLEMAS DE FÍSICA

4. Una cadena homogénea y perfectamente lisa, de longitud ABC = 2L, se colca sobre dos planos inclinados, como indica la figura. La cadena está inicialmente en equilibrio. Dándole una pequeña sacudida, la cadena resbala hacia abajo por uno de los planos inclinados.
Determinar, en ausencia de rozamientos, la velocidad de la cadena en el instante en que el extremo A llega a C. Aplicación numérica: α=30º; L = 2 m.



Asumimos movimiento de A hacia C y de C hacia B.

Llamamos $\lambda=\frac{m}{L}$ densidad lineal de masa

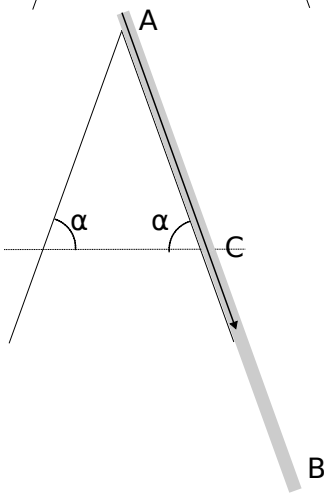


La fuerza que contribuye al movimiento es el peso del trozo de masa que cuelga, que debe arrastrar el resto de la cadena, por lo que toda la cadena tiene la misma velocidad y aceleración.
Resolvemos con planteamiento energético utilizando la conservación de la energía, como no hay rozamiento y en el momento inicial está en reposo, toda la energía potencial perdida en la caída se convierte en energía cinética de la cadena.
Tomamos referencia h; tomamos h=0 en línea AB.
Diagrama en situación inicial:

Colgando lado CB, CM_1=(L/2·sen(α), L/2·cos(α))
Colgando lado AC, CM_2=(L/2·sen(α), -L/2·cos(α))
Ec=0

$$Ep=mgh=\lambda\cdot L\cdot g\cdot L/2\cdot sen(\alpha)$$

Diagrama cuando el punto A llega a la posición inicial de C, y el punto C llega a la posición inicial de B.



Colgando lado CB, CM=(0, L·cos(α))
Nada colgando en lado AC.
Ec= ½ m v^2 = ½ λL v^2

$$Ep=mgh=0$$

Igualando energías mecánicas

$$\cancel{\lambda\cdot L}\cdot g\cdot\frac{L}{\cancel{2}}\cdot sen(\alpha)=\frac{1}{\cancel{2}}\cancel{\lambda L}v^2$$

$$v=\sqrt{g\,L\,sen(\alpha)}$$

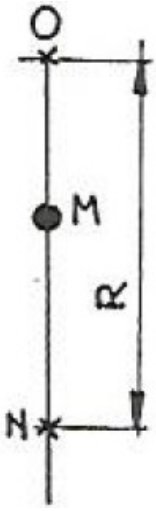
Validación física:
-Si L=0 , v= 0 (no caería nada independientemente de α, no habría cadena)
-Si α=0 v=0 (no caería nada independientemente de L, sería horizontal)
-Si α=90º, $v=\sqrt{g\,L}$, idéntico a la expresión de una caida libre $v=\sqrt{2\,gh}$ en la que h=L/2
Aplicación numérica (asumimos g=9,8 m/s^2 que no es dato):

$$v=\sqrt{9,8\cdot 2\cdot sen(30^o)}=3,13\,m/s$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 26 mayo 2016
CC BY

FÍSICA

1º. Se deja caer desde O un punto pesado M, sometido a una fuerza atractiva vertical proporcional a la distancia al punto O, e igual al peso cuando la distancia al centro O de atracción al punto vale R.
Calcular la velocidad máxima del punto M en su movimiento.



Tomamos como sistema de referencia eje x vertical con x positivas hacia abajo, con origen en O. Llamamos x a la distancia del punto O al punto M. Llamamos K a la constante de proporcionalidad de la fuerza atractiva y la distancia, por lo que F=-Kx (vemos que es una fuerza tipo Hooke)

Como si r=R se igual con peso $KR=Mg \Rightarrow K=\frac{Mg}{R} \Rightarrow F=-\frac{Mg}{R}x$

Aplicando la 2ª ley de Newton $-\frac{Mg}{R}x+Mg=Ma \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2}=\frac{-g}{R}x+g$

Se trata de una ecuación diferencial que podemos ver similar a la de un MAS $a=-\omega^2 x\,;\omega=\sqrt{\frac{g}{R}}$ pero tiene un término adicional constante. Para resolverlo hay dos planteamientos equivalentes

A. Realizar un cambio de variable z=x-R (cuando x=R, z=0) con lo que obtenemos como ecuación $\frac{d^2z}{dt^2}=-\omega^2 z$ que es la de un MAS de solución $z=c_1\cos(\omega t)$ y cambiando variable $x=c_1\cos(\omega t)+R$

B. Ver que es una ecuación diferencial ordinaria no homogénea x''+ax=b, y que tiene como solución particular es x=R. La ecuación homogénea es la ecuación asociada a un MAS que sabemos que tiene como solución homogénea $x=c_1\cos(\omega t);\omega=\sqrt{\frac{g}{R}}$ y general $x=c_1\cos(\omega t)+R$

Para ambos métodos aplicamos que en t=0 x=0: $0=c_1+R \Rightarrow c_1=-R$ y llegamos a que la solución es $x=-R\cos(\omega t)+R=R(1-\cos(\omega t))$

Podemos validar que es solución de la ecuación diferencial derivando dos veces y sustituyendo

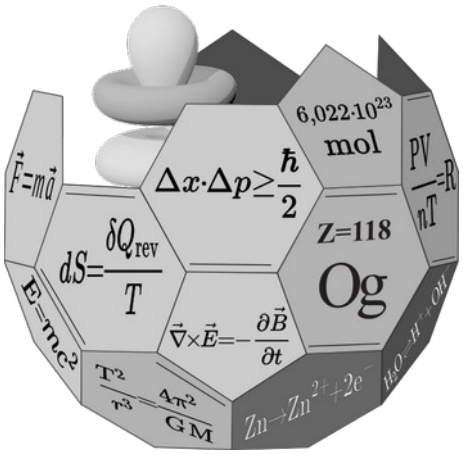
$$\cancel{R}\frac{g}{\cancel{R}}\cos(\omega t)=\frac{-g}{\cancel{R}}\cancel{R}(1-\cos(\omega t))+g$$

Vemos que el valor de la posición oscila entre 0 (cuando cos=1) y 2R (cuando cos=-1); se trata de un MAS que oscila respecto de la posición de equilibrio x=R con amplitud R, y podríamos indicar que $v_{máx}=A\omega=R\sqrt{\frac{g}{R}}=\sqrt{Rg}$

Llegamos al mismo resultado si obtenemos la expresión de la velocidad derivando

$$v=\frac{dx}{dt}=R\sqrt{\frac{g}{R}}sen(\sqrt{\frac{g}{R}}t)=\sqrt{Rg}\,sen(\sqrt{\frac{g}{R}}t)$$

Esa velocidad máxima se alcanza en el punto de equilibrio del MAS, que es x=R



Problemas resueltos oposiciones Física y Química

Recopilación revisada 4 septiembre 2025

Gravitación

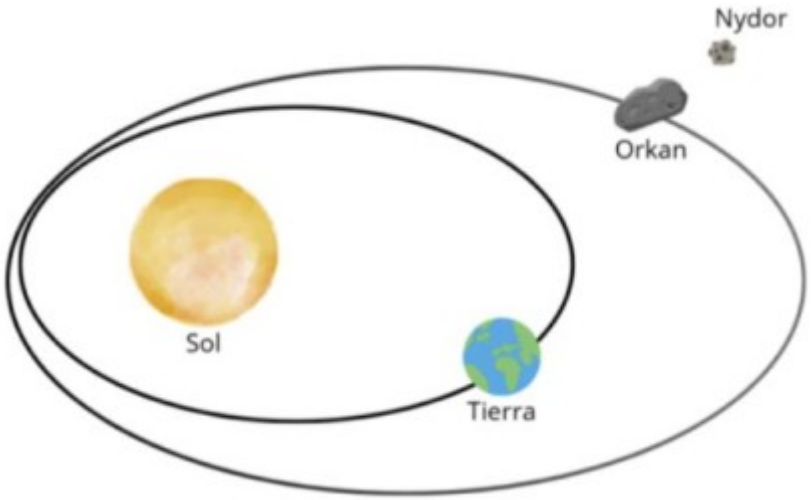
enrique@fiquipedia.es

CC BY SA

PROBLEMA 3 (1,25 puntos)
Con el fin de probar métodos de defensa planetaria, una agencia espacial llevó a cabo una misión experimental para desviar la trayectoria de un asteroide mediante impacto cinético. El objetivo fue el sistema formado por dos asteroides: Orkan, de 780 m de diámetro y masa 5,55 × 10^{11} kg, y su pequeño compañero orbital Nydor, de unos 150 m de diámetro y masa 0,05 × 10^{11} kg. Nydor orbita alrededor de Orkan con un radio de 1,2 km, y ambos siguen una órbita excéntrica alrededor del Sol, con un perihelio de 1,01 UA y un afelio de 2,28 UA.
Una nave no tripulada de 580 kg de masa fue dirigida en trayectoria frontal contra el asteroide Nydor, impactando a una velocidad de 6,2 km/s. Se supone que la colisión fue perfectamente inelástica y que el choque se produjo sobre el centro de masas del asteroide. En el momento del impacto, el sistema se encontraba a unos 11 millones de kilómetros de la Tierra.
a) ¿Cuántos años tarda el sistema formado por los asteroides Orkan y Nydor en completar una órbita alrededor del Sol? (Realice los cálculos suponiendo que su órbita es circular tomando el radio orbital medio).
b) Calcular la pérdida de velocidad (expresada en porcentaje) de Nydor como consecuencia del impacto por parte de la nave.
c) De acuerdo con el cambio de velocidad obtenido, ¿cuánto disminuiría el radio orbital de Nydor en torno a Orkan?
d) ¿Cuánto se acortaría su período orbital según el resultado anterior? Demuestre que dicho acortamiento viene dado por la expresión

$$\frac{\Delta T}{T_1} = 3\frac{\Delta v}{V_1}$$

Datos: G=6,67 × 10^{-11} N m^2 kg^{-2} ; 1 UA = 1,50 × 10^8 km.



Es una variante de P2. Defensa planetaria: la misión DART Fase nacional 2023 en Lugo cambiando Dimorphos por Nydor y Orkan por Didymos
Hay otros problemas de olimpiadas de Física sobre DART: fase local Comunidad Valenciana 2023, fase local Aragón 2022.
El dato 1 UA = 1,50 × 10^8 km no se usa en esta resolución

a) [apartado a de olimpiada 2023] Usando la tercera ley de Kepler para órbitas circulares

$T^2=\frac{4\pi^2}{GM}R^3$ pero no tenemos la masa del Sol, por lo que tenemos que plantear $\frac{T_1^2}{R_1^3}=\frac{T_2^2}{R_2^3}$ y usar que para la Tierra R_1=1 UA y T_1=1 año

Se indica usar el radio medio orbital medio $R_2=\frac{1,01+2,28}{2}=1,645\,UA$

$$T_2=T_1\sqrt{\frac{R_2^3}{R_1^3}}=1\cdot\sqrt{\frac{1,645^3}{1^3}}=2,11\,años$$

b) [apartado c de olimpiada 2023, que incluye implíctamente apartado b olimpiada 2023]
En la colisión se conserva el momento lineal
Se indica que la colisión fue frontal: tomamos x positivas en sentido de movimiento de Nydor

$$m_{Nydor}\cdot v_{Nydor}+m_{Nave}\cdot v_{Nave}=(m_{Nydor}+m_{Nave})\cdot v_{después}$$

La velocidad de Nydor la podemos calcular con la tercera ley de Kepler asumiendo que realiza una órbita circular sobre Orkan de la que se indica el radio

$$\frac{GMm}{R^2}=\frac{mv^2}{R}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{GM}{R}}=\sqrt{\frac{6,67\cdot10^{-11}\cdot5,55\cdot10^{11}}{1,2\cdot10^3}}=0,1756\,m/s$$

Como $m_{Nydor}=0,05\cdot10^{11}=5\cdot10^9$ kg es mucho mayor que la masa de la nave (580 kg)

$$m_{Nydor}\cdot v_{Nydor}-m_{Nave}\cdot v_{Nave}=m_{Nydor}\cdot v_{después}$$
$$5\cdot10^9\cdot0,1756+580\cdot6,2\cdot10^3=5\cdot10^9\cdot v_{después}$$
$$v_{después}=\frac{5\cdot10^9\cdot0,1756-580\cdot6,2\cdot10^3}{5\cdot10^9}=0,1749\,m/s$$
$$\Delta v=v_{después}-v_{antes}=0,1749-0,1756=-7\cdot10^{-4}\,m/s$$

Se pide expresada en porcentaje $\frac{-7\cdot10^{-4}}{0,1756}=-4\cdot10^{-3}=-0,4\,\%$

c) [apartado d de olimpiada 2023]
Como Nydor disminuye de velocidad, tiene menos energía mecánica y una órbita más baja
La diferencia de energía entre ambas órbitas es la pérdida de energía cinética que se ha empleado en la colisión (calor, deformación)

$$\Delta E=E_{c\,final}-E_{c\,inicial}=\frac{1}{2}m_{Nydor}v_{después}^2-\frac{1}{2}m_{Nydor}v_{antes}^2=\frac{1}{2}5\cdot10^9(0,1749^2-0,1756^2)=-6,13375\cdot10^5\,J$$

Asumiendo ambas órbitas circulares la energía mecánica es E_m=- ½GMm/R
En este caso la nueva órbita tiene una Em menor (valor negativo de mayor valor absoluto), y la variación es negativa,

$$\frac{-1}{2}G\frac{Mm}{R_{antes}}+\Delta E=\frac{-1}{2}G\frac{Mm}{R_{después}}$$
$$R_{después}=\frac{\frac{-1}{2}GMm}{\frac{-1}{2}G\frac{Mm}{R_{antes}}+\Delta E}$$
$$R_{después}=\frac{\frac{-6,67\cdot10^{-11}\cdot5,55\cdot10^{11}\cdot5\cdot10^9}{2}}{\frac{-6,67\cdot10^{-11}\cdot5,55\cdot10^{11}\cdot5\cdot10^9}{2\cdot1,2\cdot10^3}-6,13375\cdot10^5}=1190,5\,m$$

El radio orbital de Nydor en torno a Orkan disminuye 1190,5-1200=-9,5 m

d) [apartado f de olimpiada 2023]
Usando la tercera ley de Kepler

Antes $T=\sqrt{\frac{4\pi^2}{GM}R^3}=\sqrt{\frac{4\pi^2}{6{,}67\cdot10^{-11}\cdot5{,}55\cdot10^{11}}\cdot1200^3}=42928\,s$

Después $T=\sqrt{\frac{4\pi^2}{GM}R^3}=\sqrt{\frac{4\pi^2}{6{,}67\cdot10^{-11}\cdot5{,}55\cdot10^{11}}\cdot1190{,}5^3}=42419\,s$

Se acorta 42928-42419=509 s

Para demostrar que el acortamiento viene dado por la expresión indicada $\frac{\Delta T}{T_1}=3\frac{\Delta v}{v_1}$ (en enunciado original hay una V mayúscula pero sería v minúscula) hay que plantear el apartado c [apartado d de olimpiada 2023] de manera analítica

$$\Delta E=E_{c\,final}-E_{c\,inicial}=\frac{1}{2}m\,v^2_{después}-\frac{1}{2}m\,v^2_{antes}=\frac{1}{2}m\left(v^2_{después}-v^2_{antes}\right)$$

Como $v_{después}=v_{antes}+\Delta v$

$$\Delta E=\frac{1}{2}m\left(\left(v_{antes}+\Delta v\right)^2-v^2_{antes}\right)=\frac{1}{2}m\left(v^2_{antes}+2\Delta v\,v_{antes}+\Delta v^2-v^2_{antes}\right)\approx m\cdot v_{antes}\cdot\Delta v \quad [1]$$

$$\frac{-1}{2}G\frac{Mm}{R_{antes}}+\Delta E=\frac{-1}{2}G\frac{Mm}{R_{después}}$$

$$\Delta E=\frac{-1}{2}GMm\left(\frac{1}{R_{después}}-\frac{1}{R_{antes}}\right)=\frac{-1}{2}GMm\frac{\left(R_{antes}-R_{después}\right)}{R_{antes}\cdot R_{después}}$$

Como $R_{después}=R_{antes}+\Delta r$ y $R_{antes}>>\Delta r$

$$\Delta E=\frac{-1}{2}GMm\frac{\left(-\Delta r\right)}{R_{antes}\cdot\left(R_{antes}+\Delta r\right)}\approx\frac{1}{2}GMm\frac{\Delta r}{R^2_{antes}} \quad [2]$$

Igualando [1] y [2]

$$\cancel{m}\cdot v_{antes}\cdot\Delta v=\frac{1}{2}GM\,\cancel{m}\frac{\Delta r}{R^2_{antes}}$$

Usando que en una órbita circular $v^2_{antes}=\frac{GM}{R_{antes}}\Rightarrow GM=v^2_{antes}R_{antes}$

Sutituyendo

$$v_{antes}\cdot\Delta v=\frac{1}{2}v^2_{antes}R_{antes}\frac{\Delta r}{R^2_{antes}} \quad [3]$$

$$\frac{\Delta v}{v_{antes}}=\frac{1}{2}\frac{\Delta r}{R_{antes}}$$

Planteamos la tercera ley de Kepler $T^2=\frac{4\pi^2}{GM}R^3$ [4] y derivando $2T\,dT=\frac{4\pi^2}{GM}3R^2\,dR$ [5]

Si dividimos [5] entre [4] tenemos $2\frac{dT}{T}=\frac{3}{R}dR$

Cambiamos diferenciales por incrementos y usamos [3]

$$\frac{\Delta T}{T}=\frac{3}{2}\frac{\Delta r}{R_{antes}}=\frac{3}{\cancel{2}}\frac{\cancel{2}\Delta v}{v_{antes}}$$

$$\frac{\Delta T}{T}=3\frac{\Delta v}{v}$$

EJERCICIO 3 (1,5 PUNTOS)
En el planeta LV-426 se están realizando prospecciones con objeto de buscar determinados minerales. Por ello, se pretende calcular el campo gravitatorio en el interior de dicho planeta.
a) Determine de modo algebraico el valor del campo gravitatorio $\vec{g}$ en el interior del planeta en función de la masa, distancia al centro del planeta y densidad, suponiendo densidad constante. (Hasta 0,40 p)
b) Investigaciones posteriores demuestran que la densidad del planeta p responde a la expresión p=C·r, siendo C una constante y r la distancia al centro del planeta. Hallar el valor de C. (Hasta 0,70p)
c) Determine el valor de $\vec{g}$ en $r=\frac{R}{2}$, siendo R el radio del planeta y r la distancia al centro del mismo. (Hasta 0,40 p).
Datos: M=8,381·10^{25} kg ; R=22455 km ; G=6,67·10^{-11} N·m^{2}kg^{-2}

Ver Madrid 2010-1

a) Utilizando la ley de Gauss para el campo gravitatorio $\oint \vec{g}\,\vec{s}=-4\pi G\,M_{interna}$
Tomando como superficie gaussiana una esfera de radio r centrada en el centro del planeta, y debido a la simetría del problema el módulo del campo será constante en toda la superficie, podemos plantear $|\vec{g}|=\frac{4\pi G\,M_{interna}}{4\pi r^2}=G\frac{M_{interna}}{r^2}$
La masa interna de una esfera de radio r se obtiene a partir de la densidad, que se asume uniforme
$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho\cdot V$ Para la esfera $V=\frac{4}{3}\pi r^3$

$\vec{g}_{\text{int}}=-G\frac{\rho\frac{4}{3}\pi r^3}{r^2}\vec{u}_r=-G\rho\frac{4}{3}\pi r\,\vec{u}_r$ Como se pide en función de la masa $\vec{g}_{\text{int}}=-G\frac{M}{R^3}r\,\vec{u}_r$

Validamos que para r=0, el campo interno es nulo y que aumenta hasta llegar a r=R teniendo en superficie el mismo valor que el campo generado por una masa puntual M en el centro.
b) Ahora la densidad no es uniforme por lo que ρ=dm/dV, no podemos usar m=ρV, sino dm=ρdV
Plantear primero m=ρV y luego hacer el diferencial de dm como d(ρV) conjuntamente es erróneo.

$$dV=4\pi r^2\,dr$$
$$dm=C\,r\cdot 4\pi r^2\,dr=4C\pi r^3\,dr$$
$$M_{planeta}=\int_{Vplaneta} dm=4\int_0^R C\pi r^3\,dr=4C\pi\left[\frac{r^4}{4}\right]_0^R=C\pi R^4$$

Para dar el vapor de C pedido usamos los daatos de masa y radio del planeta
$C=\frac{M_{planeta}}{\pi R^4}=\frac{8{,}381\cdot 10^{25}}{(\pi\,22455\cdot 10^3)^4}=1{,}050\cdot 10^{-4}\frac{kg}{m^4}$
c) No podemos usar la expresión obtenida en apartado a porque asumía densidad uniforme
Ahora $|\vec{g}_{\text{int}}|=G\frac{C\pi r^4}{r^2}=GC\pi r^2$ $\vec{g}_{\text{int}}(r=\frac{R}{2})=-G\,C\,\pi(\frac{R}{2})^2\vec{u}_r$

Numéricamente $\vec{g}_{\text{int}}(r=\frac{R}{2})=-6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 1{,}050\cdot 10^{-4}\pi(\frac{22455\cdot 10^3}{2})^2\vec{u}_r=-2{,}773\,\vec{u}_r\,m/s^2$

SUPÒSIT 1. QÜESTIONS PRÈVIES 2. (2.5p) Un satèl·lit descriu una òrbita circular a 300 km de la superfície de la Terra a una velocitat de 7740 m/s
El radi de la Terra, R_T, és, aproximadament, 6400 km
La constant de gravitació universal, G, és $6,67 \cdot 10^{-11}$ $m^3/(Kg \cdot s^2)$
L'acceleració de la gravetat a la superfície de la Terra, g, és, aproximadament, 9,8 m/s^2
Nota: considereu només el camp gravitatori de la Terra.
a) (0.4p) Calculeu el temps que tarda en satèl·lit en completar una òrbita al voltant de la Terra.
b) (0.8p) Volem fer servir les dades conegudes de l'altura i la velocitat del satèl·lit per fer una mesura indirecta: el càlcul aproximat de la massa de la Terra. Feu el càlcul.
c) (0.5p) Calculeu l'acceleració de caiguda lliure cap a la Terra que experimenta un cos que es troba a la mateixa altura que el satèl·lit.
d) (0.8p) L'acceleració de la gravetat a la superfície de Mart, g_M, és, aproximadament, 3,7 m/s^2. A quina altura sobre la superfície de la Terra s'hauria de trobar un cos per experimentar la mateixa acceleració de caiguda lliure que experimentaria a la superfície de Mart?

Un satélite describe una órbita circular a 300 km de la superficie de la Tierra a una velocidad de 7740 m/s
El radio de la Tierra, R_T, es, aproximadamente, 6400 km
La constante de gravitación universal, G, es $6,67 \cdot 10^{-11}$ $m^3/(kg \cdot s^2)$
La aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra, g, es aproximadamente 9,8 m/s^2.
Nota: considere sólo el campo gravitatorio de la Tierra.
a) (0.4p) Calcule el tiempo que tarda en satélite en completar una órbita alrededor de la Tierra.
b) (0.8p) Queremos utilizar los datos conocidos de la altura y la velocidad del satélite para realizar una medida indirecta: el cálculo aproximado de la masa de la Tierra.
c) (0.5p) Calcule la aceleración de caída libre hacia la Tierra que experimenta un cuerpo que se encuentra a la misma altura que el satélite.
d) (0.8p) La aceleración de la gravedad en la superficie de Marte, g_M, es, aproximadamente, 3,7 m/s^2.¿A qué altura sobre la superficie de la Tierra debería encontrarse un cuerpo para experimentar la misma aceleración de caída libre que experimentaría en la superficie de Marte?

El símbolo para kilo es k minúscula, debería ser kg y no Kg.

a) Utilizando la tercera ley de Kepler

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} R^3$$

No tenemos la masa de la Tierra, pero sabemos que en superficie

$$g = G\frac{M}{R_T^2} \Rightarrow GM = g\,R_T^2$$

Numéricamente $GM = 9,8\left(6400 \cdot 10^3\right)^2 = 4,014 \cdot 10^{14}\, m^3/s^2$

También podemos plantear igualando fuera centrípeta y gravitatoria

$$G\frac{Mm}{R^2} = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow v^2 = \frac{GM}{R} \Rightarrow GM = v^2 R$$

Numéricamente $GM = 7740^2 \left(6400 \cdot 10^3 + 300 \cdot 10^3\right)^2 = 4{,}014 \cdot 10^{14}\, m^3/s^2$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2}{GM} R^3} = \sqrt{\frac{4\pi^2}{4{,}014 \cdot 10^{14}} \left(6400 \cdot 10^3 + 300 \cdot 10^3\right)^3} = 5{,}44 \cdot 10^3\, s$$

b) Como es dato G y hemos planteando antes $GM = v^2 R$

$$M = \frac{v^2 R}{G} = \frac{7740^2 \left(6400 \cdot 10^3 + 300 \cdot 10^3\right)^2}{6{,}67 \cdot 10^{-11}} = 6{,}02 \cdot 10^{24}\, kg$$

c) En ese punto la aceleración sería un vector radial dirigido hacia el centro de la Tierra y de módulo $g = G \frac{M}{R^2} = \frac{4{,}014 \cdot 10^{14}}{\left(6400 \cdot 10^3 + 300 \cdot 10^3\right)^2} = 8{,}94\, m/s^2$

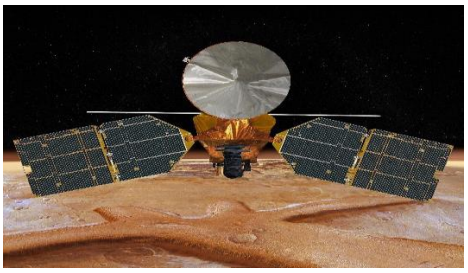
A medida que va cayendo la distancia al centro de la Tierra disminuye y la aceleración de la gravedad aumenta (en superficie es 9,8 m/s^2)

d) $g_M = G \frac{M_T}{R^2} \Rightarrow R = \sqrt{\frac{G M_T}{g_M}} = \sqrt{\frac{4{,}014 \cdot 10^{14}}{3{,}7}} = 1{,}04 \cdot 10^7\, m$

Como se pide la altura $h = R - R_T = 1{,}04 \cdot 10^7 - 6400 \cdot 10^3 = 4 \cdot 10^6$ m = 4000 km

enrique@fiquipedia.es Revisado 11 julio 2024
CC BY SA

B1. Des del seu llançament el 2005, la sonda Mars Reconnaissance Orbiter (MRO) ha estat una peça clau per a l'exploració de Mart, proporcionant dades científiques importants sobre la superfície, l'atmosfera i el clima del planeta. La sonda, de 1000 kg de massa, se situava originalment en una òrbita circular a una altitud de 400 km respecte a la superfície del planeta. Per tal de millorar la resolució dels seus instruments es va decidir, en el 2006, transferir la sonda a una òrbita circular més baixa, a una altitud de 300 km.
Determina:
a. La velocitat orbital i el període de la sonda en l'òrbita inicial a 400 km d'altitud (6 punts).
b. El treball associat al canvi d'òrbita experimentat per la sonda. Què implica aquest resultat? (6 punts)
c. La velocitat d'escapament de la sonda des de l'òrbita a 300 km de la superfície (4 punts).
d. Sobre l'orbita de Mart al voltant del Sol, completa la taula següent (4 punts):


Mars Reconnaissance Orbiter NASA

Paràmetre	Periheli	Afeli
Distància al Sol	206, 7 milions de km	249,2 milions de km
Velocitat orbital	26,50 km/s	-

(Dades: G = 6,674 × 10^{-11} N m^2 kg^{-2} ; M_M = 6,42 × 10^{23} kg; R_M = 3 390 km)

B1. Desde su lanzamiento en 2005, la sonda Mars Reconnaissance Orbiter (MRO) ha sido una pieza clave para la exploración de Marte, proporcionando datos científicos importantes sobre la superficie, la atmósfera y el clima del planeta. La sonda, de 1000 kg de masa, se ubicaba originalmente en una órbita circular a una altitud de 400 km respecto a la superficie del planeta. Para mejorar la resolución de sus instrumentos se decidió, en 2006, transferir la sonda a una órbita circular más baja, a una altitud de 300 km.
Determina:
a. La velocidad orbital y el período de la sonda en la órbita inicial a 400 km de altitud (6 puntos).
b. El trabajo asociado al cambio de órbita experimentado por la sonda. ¿Qué implica este resultado? (6 puntos)
c. La velocidad de escape de la sonda desde la órbita a 300 km de la superficie (4 puntos).
d. Sobre la órbita de Marte alrededor del Sol, completa la siguiente tabla (4 puntos):

Parámetro	*Perihelio*	*Afelio*
Distancia al Sol	*206, 7 millones de km*	*249,2 millonesde km*
Velocidad orbital	*26,50 km/s*	-

(Datos: G = 6,674 × 10^{-11} N m^2 kg^{-2} ; M_M = 6,42 × 10^{23} kg; R_M = 3 390 km)

a) Deducimos la 3ª ley de Kepler para una órbita circular en la que v=2πR/T

$$F_g = F_c \Rightarrow G\frac{M\cancel{m}}{R_O^2} = \cancel{m}\frac{v^2}{R_O} \Rightarrow \frac{4\pi^2 R_O^2}{T^2} = \frac{GM}{R_O} \Rightarrow \frac{T^2}{R_O^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R_O}} = \sqrt{\frac{6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 6{,}42\cdot 10^{23}}{3390\cdot 10^3 + 400\cdot 10^3}} = 3{,}36\cdot 10^3\, m/s$$

$$T=\sqrt{\frac{4\pi^2}{GM}R_O^3}=\sqrt{\frac{4\pi^2}{6{,}67\cdot10^{-11}\cdot6{,}42\cdot10^{23}}(3390\cdot10^3+400\cdot10^3)^3}=7{,}09\cdot10^3\,s \quad \text{También} \quad T=\frac{2\pi R_0}{v}$$

b) Enunciado indica trabajo sin indicar quién lo realiza. Calculamos el trabajo externo asociado al cambio de órbita de una superior a 400 km a una inferior a 300 km, que es la energía a aportar.
Planteando la conservación de energía, $E_{órbitasuperior}+E_{suministrada}=E_{órbitainferior}$.
Utilizando para órbitas circulares la expresión $v^2=GM/R_O$ llegamos a $E_{mórbita}=-\frac{1}{2}GMm/R_O$

$$E_{suministrada}=\frac{-1}{2}\frac{GMm}{R_{Oinf}}-(\frac{-1}{2}\frac{GMm}{R_{Osuf}})=\frac{1}{2}GMm(\frac{1}{R_{Osuf}}-\frac{1}{R_{Oinf}})$$

Numéricamente

$$E_{suminist}=\frac{1}{2}6{,}67\cdot10^{-11}\cdot6{,}42\cdot10^{23}\cdot1000\cdot(\frac{1}{3390\cdot10^3+400\cdot10^3}-\frac{1}{3390\cdot10^3+300\cdot10^3})=-1{,}53\cdot10^8\,J$$

Se pregunta qué implica este resultado: el valor negativo para el trabajo externo indica que el trabajo es a favor del campo, no se tiene que realizar externamente ya que la sonda pasa espontáneamente a una órbita inferior donde tiene menor energía mecánica, el trabajo realizado por el campo sería positivo.
c) Se puede pensar que al indicar órbita el enunciado parece pedir que se calcule la energía de escape desde esa órbita y se asocie toda ella a energía cinética obteniendo una velocidad, pero la velocidad de escape no depende de si se está en órbita o no, lo que varía es la energía de escape.
https://gitlab.com/fiquipedia/drive.fiquipedia/-/raw/main/content/home/recursos/recursos-apuntes/apuntes-elaboracion-propia-fisica-2-bachillerato/F2-Gravitaci%C3%B3n-Teor%C3%ADa.pdf
Apartado 8.7.4 *"la velocidad de escape es la velocidad que hay que **tener** para escapar, no la velocidad que "hay que añadir" para escapar"*
Utilizamos la expresión de velocidad de escape sin deducirla

$$v_e=\sqrt{2\frac{GM}{R}}=\sqrt{\frac{2\,6{,}67\cdot10^{-11}\cdot6{,}42\cdot10^{23}}{3390\cdot10^3+300\cdot10^3}}=4{,}82\cdot10^3\,m¿$$

d) Planteando la conservación del momento angular en afelio y perihelio, en los que en ambos casos r y v son perpendiculares, $r_p\cdot\cancel{m}\cdot v_p=r_a\cdot\cancel{m}\cdot v_a \rightarrow v_a=v_p\cdot r_p/r_a=26{,}50\cdot206{,}7/249{,}2=21{,}97$ km/s

enrique@fiquipedia.es Revisado 3 febrero 2025
CC BY SA

1. Un satélite artificial de masa 712 kg describe una órbita circular alrededor de la Tierra a una altura de 694 km. Calcule:
a) La velocidad y el periodo del satélite en la órbita.
b) La energía necesaria para trasladarlo desde su órbita hasta otra órbita circular situada a una altura de 1000 km sobre la superficie de la Tierra.
Datos: Constante de Gravitación Universal, $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}; Masa de la Tierra, $M_T = 5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg; Radio de la Tierra, $R_T = 6{,}37 \cdot 10^6$ m.
(2,5 puntos)

a) En una órbita circular solo existe la fuerza gravitatoria y tiene efecto centrípeto, por lo que se puede plantear en módulos

$$F_g = F_c \Rightarrow \frac{GMm}{R^2} = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

Numéricamente, expresando el resultado con 3 cifras significativas como los datos del enunciado

$$v = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24}}{6{,}37 \cdot 10^6 + 694 \cdot 10^3}} = 7{,}51 \cdot 10^3 \, m/s$$

Al ser una órbita circular

$$v = \frac{2\pi R}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi (6{,}37 \cdot 10^6 + 694 \cdot 10^3)}{7{,}51 \cdot 10^3} = 5{,}91 \cdot 10^3 \, s$$

b) La energía mecánica en una órbita circular es $E_m = \frac{-1}{2} G \frac{Mm}{r}$

La energía a aportar para llevar el satélite a otra órbita es la diferencia de energía mecánica entre ambas órbitas

$$E_{aportada} = E_{m\,superior} - E_{m\,inferior} = \frac{-1}{2} G \frac{Mm}{r_{superior}} - (\frac{-1}{2} G \frac{MM}{r_{inferior}}) = \frac{1}{2} G\, Mm (\frac{1}{r_{inferior}} - \frac{1}{r_{superior}})$$

Numéricamente

$$E_{aportada} = \frac{1}{2} 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24} \cdot 712 (\frac{1}{6{,}37 \cdot 10^6 + 694 \cdot 10^3} - \frac{1}{6{,}37 \cdot 10^6 + 1000 \cdot 10^3}) = 8{,}33 \cdot 10^8 \, J$$

2. a) Explique qué se entiende por velocidad orbital y deduzca su expresión para un satélite que describe una órbita circular alrededor de la Tierra. ¿Cuál es mayor, la velocidad orbital de un satélite de 2000 kg o la de otro de 1000 kg? Razone sus respuestas.
b) Un satélite de masa 2x103 kg describe una órbita circular de 5500 km en torno a la Tierra. Calcule: La velocidad orbital.
Datos: G = 6'6710^{-11} N m2 kg^{-2} ; M_T= 5'98x10^{24} kg; R_T=6370km
(2,5 puntos)

El separador decimal debe ir sobre la línea de escritura: debería ser 6,67 y 5,98.
https://gitlab.com/fiquipedia/drive.fiquipedia/-/raw/main/content/home/recursos/recursos-notacion-cientifica/Separador%20decimal.pdf
Se asumen erratas de formato y que la masa es 2·10^3 kg, y en unidades G se indica m².
La unidad debe estar separada del valor numérico: debería ser 6370 km.
Real Decreto 2032/2009, de 30 de diciembre, por el que se establecen las unidades legales de medida.

Capítulo III. Reglas de escritura de los símbolos y nombres de las unidades, de expresión de los valores de las magnitudes y para la formación de los múltiplos y submúltiplos decimales de las unidades del SI
2.6. El valor numérico precede siempre a la unidad y siempre se deja un espacio entre el número y la unidad

a) La velocidad orbital es la que tiene un satélite en una órbita estable.
En una órbita circular solo existe la fuerza gravitatoria y tiene efecto centrípeto, por lo que se puede plantear en módulos

$$F_g = F_c \Rightarrow \frac{GMm}{R^2} = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

En el caso de la Tierra

$$v = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24}}{R}} \approx \frac{2 \cdot 10^7}{\sqrt{R}}$$

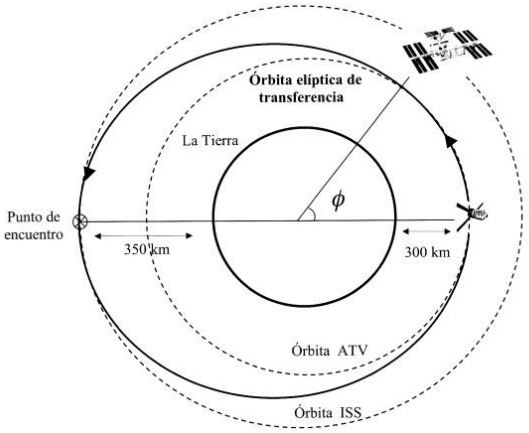
La velocidad orbital solo depende del radio de la órbita, no de la masa del objeto. Un objeto con 2000 kg tendrá más momento lineal y más energía cinética que un objeto de 1000 kg si ambos están en la misma órbita y tienen la misma velocidad.
b) Enunciado indica "órbita circular de 5500 km en torno a la Tierra", y al ser el radio de la Tierra mayor, tenemos que entender que ese dato es la altura, por lo que el radio de la órbita será 6370+5500=11870 km. Según lo indicado en apartado a ignoramos el dato de masa.

$$v = \frac{2 \cdot 10^7}{\sqrt{11870 \cdot 10^3}} = 5{,}8 \cdot 10^3 \, m/s$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 25 septiembre 2023
CC BY SA

CS-3.1 Enunciado de Prueba Año: 2023. Especialidad: FÍSICA Y QUÍMICA
Prueba 1A MODELO II. Acceso: 1 y 2

2.- La Estación Espacial Internacional (ISS) depende del continuo envío de combustible, aire y agua para su tripulación, además del equipamiento necesario para realizar experimentos. Cada 12 meses, el vehículo de transferencia automático (ATV) es puesto en órbita por un Ariane-5 desde el puerto espacial Europeo en Kourou en la Guayana Francesa (Sudamérica) para reabastecer y "repropulsar" (re-boost) la Estación.



El ATV es lanzado a una órbita circular de 300 km, desde la cual se inyecta en una órbita elíptica de transferencia que lo lleva al encuentro de la ISS a 350 km de altura.
Considerando la órbita de la ISS fija en el espacio y la Tierra rotando debajo.
Determinar:
a) Encuentra el valor de la constante de la tercera ley de Kepler y el periodo de una órbita elíptica.
b) ¿Cuál es el periodo de una órbita elíptica alrededor de la Tierra con un semieje mayor de 6703 km?
c) ¿Qué ángulo ϕ debe haber entre el ATV y la ISS para que al insertar el ATV en la órbita de transferencia lleguemos con éxito al punto de encuentro?
Datos: $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ Kg; $R_T = 6378$ km; $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ $m^3/Kg \cdot s$

Los datos del enunciado indican Kg cuando lo correcto es kg.

Las unidades correctas de G son $\frac{N \cdot m^2}{kg^2} = \frac{\frac{kg \cdot m}{s^2} \cdot m^2}{kg^2} = \frac{m^3}{kg \cdot s^2}$

Comentado por koler y riocorvo en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?p=40544#p40544

a) La expresión de Ley de Kepler es $\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM} = cte$ donde a es el semieje mayor.

El valor de la constante es $\frac{4\pi^2}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}} = 9{,}8647 \cdot 10^{-14} \frac{s^2}{m^3}$

Viendo el enunciado del apartado b, como en apartado a se pide "el periodo de una órbita elíptica", lo que se pide aquí es solamente la expresión

$$T = \sqrt{a^3 \cdot \frac{4\pi^2}{GM}}$$

b) El dato proporcionado es el semieje mayor de la órbita de transferencia elíptica, que es $6378 \cdot 10^3 + (350 \cdot 10^3 + 300 \cdot 10^3)/2 = 6703 \cdot 10^3$ m

$$T_{elíptica} = \sqrt{a^3 \cdot \frac{4\pi^2}{GM}} = \sqrt{(6703 \cdot 10^3)^3 \cdot 9{,}8647 \cdot 10^{-14}} = 5{,}4506 \cdot 10^3 s \approx 90{,}8 min \approx 1{,}5 h$$

c) Para el encuentro asumimos que las órbitas están en el mismo plano orbital.
Lo que se plantea es una órbita de transferencia de Hohmann https://es.wikipedia.org/wiki/%C3%93rbita_de_transferencia_de_Hohmann realizando media órbita

elíptica.
El ATV está en una órbita circular de radio menor y mayor velocidad que la velocidad orbital en la órbita circular de la ISS.
La energía mecánica en la órbita del ATV es menor que en la órbita de la ISS, Em=- ½GMm/R, luego para el cambio de órbita el ATV requiere un aporte de energía; asumimos que al "insertar el ATV en la órbita de transferencia" se aumenta su velocidad, ya que acaba teniendo mayor energía mecánica en la nueva órbita, Em=- ½GMm/a, siendo $R_{ATV}<a<R_{ISS}$.
No se plantea en el enunciado del problema que el encuentro entre ATV e ISS sea a la misma velocidad, se plantea solamente que se encuentren, aunque "lleguemos con éxito al punto de encuentro" es poco concreto.
El problema que se plantea es un encuentro: el tiempo que tarda en recorrer la ISS desde ese ángulo ϕ en su órbita circular hasta el punto de encuentro es el mismo tiempo que debe tardar el ATV desde un ángulo cero en su órbita de transferencia elíptica: la inserción en la órbita de la ATV se hace en el punto a 300 km de altura que es el perigeo de la órbita elíptica de transferencia. De esa manera el tiempo que se tarda en llegar al punto de encuentro es justo la mitad del periodo de esa órbita, calculado en apartado b.
El punto de encuentro es en un ángulo de π rad respecto a la referencia indicada.
En el caso de ISS es un MCU, luego $\pi=\phi+\omega_{ISS}\cdot t_{ISS}$, siendo $\omega=2\pi/T_{ISS}$
También se puede visualizar como $T_{ISS}/2\pi=t_{ISS}/(\pi-\phi)$
Calculamos el periodo de la ISS en una órbita circular de 350 km de altura

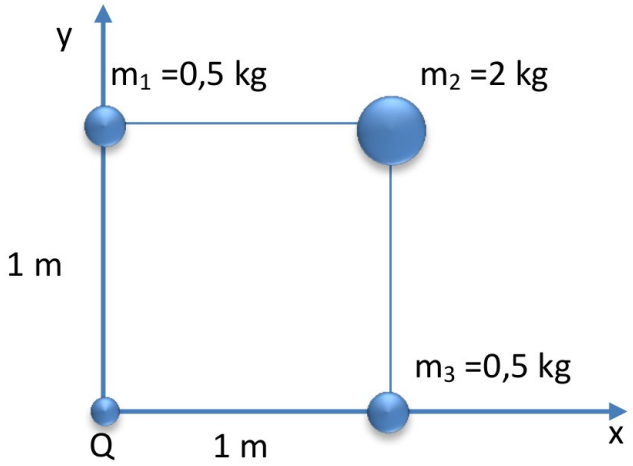
$$T_{ISS}=\sqrt{R_{ISS}^3\cdot\frac{4\pi^2}{GM}}=\sqrt{((6378+350)\cdot10^3)^3\cdot9{,}8647\cdot10^{-14}}=5{,}4811\cdot10^3\,s\approx91{,}4\,min\approx1{,}5\,h$$

Es del mismo orden de magnitud que el valor consultado en septiembre 2023, de 92,9 min
https://karhukoti.com/webtracker?s=25544
$\omega_{ISS}=2\pi/T_{ISS}=2\pi/5{,}4811\cdot10^3=1{,}1463\cdot10^{-3}$ rad/s
$t_{elíptica}=(5{,}4506\cdot10^3)/2$
$\pi=\phi+1{,}1463\cdot10^{-3}\cdot(5{,}4506\cdot10^3)/2 \rightarrow \phi=1{,}7581\cdot10^{-2}$ rad=1,007º

enrique@fiquipedia.es Revisado 5 julio 2023
CC BY SA

Prueba B2 ejercicio práctico
Han de resolverse los SEIS PROBLEMAS, cada uno de los cuales se calificará de 0 a 10 puntos. En caso de tener varios apartados, la calificación de cada uno de ellos será la que figure en el texto y de no figurar ninguna se entenderá el mismo valor para todos. La calificación del ejercicio será la correspondiente a la media de las puntuaciones obtenidas en cada uno de los problemas.
Se aplicarán los criterios de corrección generales y específicos de evaluación que ya han sido publicados.

6. Las masas del sistema de la figura, se encuentran fijas en las posiciones indicadas.
a. Deduce y calcula, por medio de las leyes correspondientes, la magnitud y dirección de la fuerza que actúa sobre una partícula de 100 g de masa situada en Q. Dibuja dicha fuerza resultante. (4 puntos)
b. Si las esferas no están expuestas a ningún tipo de interacción gravitacional adicional y ahora la partícula de 100 g se suelta partiendo del reposo a una distancia de 400 m del origen sobre una línea que forma 45º bajo el eje OX en el tercer cuadrante. Deduce y calcula la rapidez que alcanzará la partícula cuando pase por el punto Q. (6 puntos)
Dato: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/kg^2$



Resuelto por koler en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?p=40298#p40298

a) Aplicando el principio de superposición, la fuerza total sobre la masa en Q es la suma de las fuerzas creadas por m_1, m_2 y m_3. Para cada fuerza, siempre atractiva, usamos el módulo utilizando la ley de gravitación universal. $\vec{F} = -G\frac{Mm}{r^2}\vec{u}_r$

La fuerza creada por m_1 tiene dirección del eje y, el vector unitario desde m_1 es $\vec{u}_r = -\vec{j}$

$$\vec{F}_1 = G\frac{m_1 m}{d_{1Q}^2}\vec{j} = 6{,}67\cdot10^{-11}\cdot\frac{0{,}5\cdot0{,}1}{1^2}\vec{j} = 3{,}335\cdot10^{-12}\vec{j}\ N$$

La fuerza creada por m_2 tiene dirección en diagonal de primer cuadrante, el vector unitario desde m_2 es $\vec{u}_r = \frac{-(\vec{i}+\vec{j})}{\sqrt{2}}$

La fuerza creada por m_3 tiene dirección del eje x, el vector unitario desde m_3 es $\vec{u}_r = -\vec{i}$

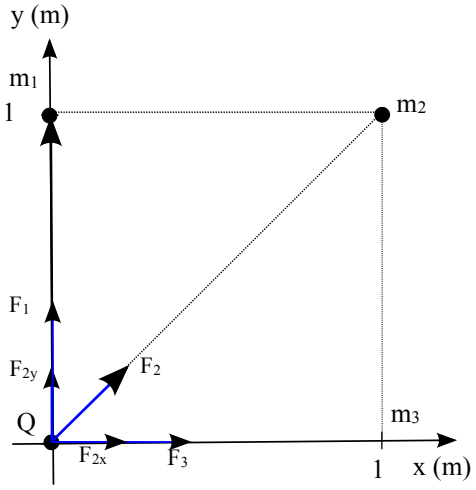
$$\vec{F}_3 = G\frac{m_3 m}{d_{3Q}^2}\vec{i} = 6{,}67\cdot10^{-11}\cdot\frac{0{,}5\cdot0{,}1}{1^2}\vec{i} = 3{,}335\cdot10^{-12}\vec{i}\ N$$

La fuerza total es

$$\vec{F}_T = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

$$\vec{F}_T = (3{,}335\cdot10^{-12} + 4{,}716\cdot10^{-12})(\vec{i}+\vec{j})\ N$$

$$\vec{F}_T = 8{,}051\cdot10^{-12}(\vec{i}+\vec{j})\ N$$



Se pide magnitud y dirección:
La magnitud es el módulo del vector $F_T=\sqrt{2}\cdot 8{,}051\cdot 10^{-12}=1{,}14\cdot 10^{-11}\,N$
La dirección es 45º respecto de la horizontal.
b) Si se encuentra a una distancia de 400 m del origen en el tercer cuadrante sobre una línea que forma 45º, las coordenadas de este punto inicial que llamamos A tiene coordenadas x e y de valor -400·cos(45º)=-282,84 m.
Como solo hay interacción gravitatoria se conserva la energía mecánica entre el punto A (en el que se suelta y su velocidad es nula) y el punto Q, y podemos plantear.

$$\Delta E_m=0\Rightarrow\Delta E_c=-\Delta E_p=-m\cdot\Delta V$$
$$E_c(Q)-E_c(A)=-m(V(Q)-V(A))$$
$$\frac{1}{2}\cancel{m}\,v^2-0=-\cancel{m}(V(Q)-V(A))$$
$$v=\sqrt{-2(V(Q)-V(A))}$$

Usando superposición y teniendo en cuenta que $m_1=m_2$ y que la distancia de 1 y 2 a Q y A es la misma

$$V(Q)=V_1(Q)+V_2(Q)+V_3(Q)=-2G\frac{m_1}{d_{1Q}}-G\frac{m_2}{d_{2Q}}$$
$$V(Q)=-6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot\left(2\cdot\frac{0{,}5}{1}+\frac{2}{\sqrt{2}}\right)=-1{,}610\cdot 10^{-10}\,J/kg$$

Distancia 1A es $\sqrt{282{,}84^2+(282{,}84+1)^2}=400{,}704\,m$
Distancia 2A es $400+\sqrt{2}=401{,}414\,m$

$$V(A)=V_1(A)+V_2(A)+V_3(A)=-2G\frac{m_1}{d_{1A}}-G\frac{m_2}{d_{2A}}$$
$$V(A)=-6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot\left(2\cdot\frac{0{,}5}{400{,}704}+\frac{2}{401{,}414}\right)=-4{,}988\cdot 10^{-13}\,J/kg$$
$$v=\sqrt{-2\left(-1{,}610\cdot 10^{-10}-\left(-4{,}988\cdot 10^{-13}\right)\right)}=1{,}79\cdot 10^{-5}\,m/s$$

Es importante aclarar que en este apartado b no es correcto plantear que dado que en apartado a tenemos fuerza y se desplaza en línea recta se pueda calcular a=F/m y usar la expresión v^2-v_0^2=2as calculando $v=\sqrt{2\,Fs/m}$. No es correcto porque esa expresión asume MRUA, y eso implica a constante y F constante, cuando F varía con la posición a lo largo de la línea.
Si se hiciese se tendría como valor $v=\sqrt{2\cdot 1{,}14\cdot 10^{-11}\cdot 400/0{,}1}=3{,}02\cdot 10^{-4}\,m/s$, muy superior al valor real correcto, porque se está asumiendo durante toda la trayectoria una fuerza y aceleración mayor a la real (su valor solo es correcto en el punto final de la trayectoria)

enrique@fiquipedia.es Revisado 14 agosto 2025
CC BY SA

EXAMEN DE LA CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA DEL CUERPO DE PROFESORES DE ENSEÑANZA SECUNDARIA, ESPECIALIDAD DE FÍSICA Y QUÍMICA

La siguiente prueba consta de 4 ejercicios (2 de Física y 2 de Química) sobre los contenidos recogidos en el temario vigente de la especialidad. Cada uno de los problemas será calificado con una nota de entre 0 a 2,5 puntos y la nota final de la prueba se expresará en términos de APTO o NO APTO.

1.-a) Si la masa y el radio de la Tierra se duplican, razone si las siguientes afirmaciones son correctas:

a.1) El período orbital de la Luna se duplica

a.2) Su velocidad orbital permanece constante.

b) La masa de Marte es aproximadamente la décima parte de la masa de la Tierra y su radio la mitad del radio terrestre. Calcule cuál sería la masa y el peso en la superficie marciana si en la terrestre tuviera un peso de 700 N.

Dato: $g_T = 9{,}8\ m.s^{-2}$

a.1)Aplicando la 3ª ley de Kepler para órbitas circulares, siendo M la masa en torno a la que se orbita y R el radio de la órbita

$$T^2=\frac{4\pi^2}{GM}R^3$$

Si se duplica M'=2M y el radio de la Tierra $R'_T=2R_T$, pero no varía el radio de la órbita de la Luna

La nueva Tierra tendría un radio mayor y una densidad distinta, el radio de la órbita seguiría siendo mayor que el de la nueva Tierra y de cara al modelo orbital se sigue sustituyendo por una masa puntual de masa M'=2M

$$T'=\sqrt{\frac{4\pi^2}{GM'}R^3}=\sqrt{\frac{4\pi^2}{G2M}R^3}=\frac{1}{\sqrt{2}}T$$

La afirmación es falsa.

a.2) Igualando fuerza gravitatoria y centrípeta en una órbita circular

$$\frac{GMm}{R^2}=m\frac{v^2}{R}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{GM}{R}}$$

$$v'=\sqrt{\frac{GM'}{R}}=\sqrt{\frac{G2M}{R}}=\sqrt{2}v$$

La afirmación es falsa

b) $M_M=M_T/10$, $R_M=R_T/2$

La masa de un objeto no varía entre la Tierra y Marte.

Si su peso en la superficie terrestre su peso es 700 N, $P_T=m\cdot g_T$, su masa es en Tierra y Marte es $m=P_T/g_T=700/9{,}8=71{,}43$ kg

El peso en la superficie marciana sería $P_M=m\cdot g_M$

$$g_M=G\frac{M_M}{R_M^2}=G\frac{\frac{M_T}{10}}{\left(\frac{R_T}{2}\right)^2}=\frac{4}{10}G\frac{M_T}{R_T^2}=0{,}4\cdot g_T=0{,}4\cdot 9{,}8=3{,}92\,m/s^2$$

$P_M=71{,}43\cdot 3{,}92=280$ N

PROBLEMA 3
En la superficie de un agujero negro, la aceleración de la gravedad es $15{,}03 \cdot 10^6$ m/s^2. Calcula el radio máximo y la densidad, en toneladas/cm^3, de este agujero negro.
(1 punto)

Ver https://gitlab.com/fiquipedia/drive.fiquipedia/-/raw/main/content/home/recursos/ejercicios/ejercicios-elaboracion-propia-fisica-2-bachillerato/ProblemaGravitacionAgujeroNegro.pdf

Tras deducir la expresión de la velocidad de escape en la superficie de un objeto esférico, se sustituye $v_e = \sqrt{2\frac{GM}{R_{superficie}}}$

Utilizando la definición de gravedad $g = \frac{GM}{R^2_{superficie}} \Rightarrow GM = g \cdot R^2_{superficie}$

Combinando ambas expresiones $v_e = \sqrt{2\,g\,R_{superficie}}$

Sustituyendo valores ***(no se indica c como dato, se usa $3 \cdot 10^8$ m/s)***

$$R = \frac{v_e^2}{2g} = \frac{(3 \cdot 10^8)^2}{2 \cdot 15{,}03 \cdot 10^6} = 2{,}994 \cdot 10^9\, m$$

Ese sería el radio máximo: para radios mayores la velocidad de escape sería menor que c.
Para calcular la densidad necesitamos la masa. Una vez tenemos el radio máximo y g, podemos calcular el valor de GM. ***(no se indica G como dato, se usa $G=6{,}674 \cdot 10^{-11}$ Nm^2/kg^2)***

Sustituyendo valores

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{\frac{g\,R^2_{superficie}}{G}}{\frac{4}{3}\pi R^3_{superficie}} = \frac{\frac{15{,}03 \cdot 10^6}{6{,}674 \cdot 10^{-11}}}{\frac{4}{3}\pi 2{,}994 \cdot 10^9} = 1{,}796 \cdot 10^7\, kg/m^3$$

Cambiando a las unidades indicadas

$$1{,}796 \cdot 10^7 \frac{\cancel{kg}}{\cancel{m^3}} \cdot \frac{1\,t}{10^3\,\cancel{kg}} \cdot \frac{1\,\cancel{m^3}}{10^6\,cm^3} = 1{,}796 \cdot 10^{-2}\, t/cm^3$$

Nota: la masa es aproximadamente $2 \cdot 10^{36}$ kg, sería un agujero negro supermasivo, que no tienen por qué tener una densidad especialmente grande.

https://es.wikipedia.org/wiki/Agujero_negro_supermasivo

Los astrónomos están seguros de que en nuestra propia galaxia, la Vía Láctea existe un agujero negro supermasivo en su centro, a 26 000 años luz del Sistema Solar, en una región llamada Sagitario A debido a que:*

Desde el movimiento de la estrella S2, la masa del objeto se puede estimar como 4,1 millones $M_\odot$, o ***alrededor de $8{,}2 \times 10^{36}$ kg.***

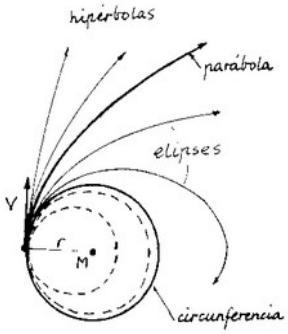
1. (Accesos 5) a) ¿Cuál es la energía total que tendría un planeta de masa *m* situado a una distancia *R* del Sol (de masa M_S) cuya órbita es circular? (0,25 puntos)
b) Si la energía del planeta en esa posición es mayor que la encontrada en el apartado a), indique qué posibles orbitas describiría y con qué energías (0,25 puntos)
La distancia mínima de un cometa al Sol se observa que es la mitad del radio de la órbita terrestre supuesta circular, y su velocidad en ese punto es doble que la velocidad orbital de la Tierra.
c) ¿Podrá el cometa escapar del sistema solar? ¿Por qué? (0,5 puntos)
d) Halle su velocidad cuando cruza la órbita terrestre y bajo que ángulo lo hace (1 punto)
Considerar como datos la masa del Sol: *Ms* y el radio de la órbita terrestre *R* y que la masa de la Tierra no influye en la trayectoria del cometa

a) La energía mecánica en una órbita circular es la suma de cinética y potencial gravitatoria.
En una órbita circular la fuerza gravitatoria es centrípeta, e igualando módulos

$$G\frac{M_S m}{R^2}=\frac{mv^2}{R}\Rightarrow v^2=\frac{GM_S}{R}$$

$$E_m=\frac{1}{2}m v^2-G\frac{M_S m}{R}=\frac{1}{2}m\frac{G M_S}{R}-\frac{1}{2}G\frac{M_S m}{R}=\frac{-1}{2}G\frac{M_S m}{R}$$

b) Ver 10.6 Tipos de trayectorias en
https://gitlab.com/fiquipedia/drive.fiquipedia/-/raw/main/content/home/recursos/recursos-apuntes/apuntes-elaboracion-propia-fisica-2-bachillerato/F2-Gravitaci%C3%B3n-Teor%C3%ADa.pdf
-Si $E_m > 0$, ($v>v_e$, e >1) escapa de campo, llegando al infinito con velocidad no nula. **Hiperbólica.**
-Si $E_m = 0$ ($E_c=|E_p|$, $v=v_e$, e=1), escapa del campo, llegando al infinito sin velocidad (caso teórico, el tiempo que tardaría seria infinito). **Parabólica.** Su velocidad tiende a cero a medida que se aleja.
-Si $E_m < 0$, ($v<v_e$) el objeto queda atrapado en el campo gravitatorio. En este caso teniendo más energía mecánica que la de la órbita circular



Universidad de Sevilla

$\frac{-1}{2}|E_p|<E_c<|E_p|$ (0<e<1) Describe una órbita **elíptica**, aumentando la excentricidad de la elipse a medida que aumente la velocidad (energía cinética).
c) Se indica que el radio del perigeo es $R_{OT}/2$ y su velocidad en el perigeo es el doble que la velocidad orbital de la Tierra. $v_p^2=2\sqrt{\frac{GM_S}{R}}$
La energía mecánica es constante, la calculamos en perigeo

$$E_m=\frac{1}{2}m v_p^2-G\frac{M_S m}{r_p}=\frac{1}{2}m\,4\frac{G M_S}{R}-\frac{1}{2}2G\frac{M_S m}{R}=G\frac{M_S m}{R}(2-1)=0$$

Como la energía mecánica es positiva podrá escapar del sistema solar.
d) Cuando pase por la órbita de la Tierra la distancia es R, y la velocidad del cometa sabiendo que la energía mecánica es cero y se conserva la podemos calcular $0=\frac{1}{2}m v^2-G\frac{M_S m}{R}\Rightarrow v=\sqrt{2\frac{G M_S}{R}}$
El momento angular también se conserva y lo podemos calcular en el perihelio y en el punto de cruce $r_p m v_p=R m v\cdot sen(\theta)\Rightarrow\frac{R}{2}2\sqrt{\frac{GM_S}{R}}=R\sqrt{2\frac{GM_s}{R}}sen(\theta)\Rightarrow\theta=arcsen(\frac{1}{\sqrt{2}})=45^o$

1. (turno covid) a) ¿Qué es la velocidad de escape de un planeta? Calcule la velocidad de escape de la Tierra. (0, 25 puntos)
El mecanismo que sigue un saltador de altura al realizar un salto consiste en comunicar a su cuerpo una energía cinética inicial que se convierte completamente en energía potencial al alcanzar su altura máxima. Supongamos que tenemos dos asteroides esféricos A y B que tienen los dos la misma densidad de masa que la Tierra supuesta constante.
b) Suponiendo que tenemos un saltador de altura que es capaz de saltar 2 metros en la Tierra, de radio R, calcule el radio que debe tener el asteroide A para que ese saltador de altura pueda escapar del asteroide de un salto. (0,75 puntos)
c) Si sabemos que el asteroide B tiene un radio de 8 km, ¿qué altura puede alcanzar nuestro saltador en B?. (1 punto)
Datos numéricos: g_0=9,81 m/s^2 R=6371 km

a) La velocidad de escape es la velocidad que hay que tener para llegar a una posición infinitamente alejada con velocidad nula. Planteando conservación de energía mecánica

$$\frac{1}{2}m v_e^2 - G\frac{Mm}{R^2}=0 \Rightarrow v_e=\sqrt{2\frac{GM}{R}}$$

No tenemos el valor de GM, pero sí $g_0=GM/R^2 \rightarrow GM=g_0R^2$ $v_e=\sqrt{2 g_0 R}$

Numéricamente $v_e=\sqrt{2\cdot 9,81\cdot 6371\cdot 10^3}=1,18\cdot 10^4 m/s=11,8 km/s$

b) Asumiendo gravedad constante durante el salto y planteando conservación de la energía mecánica, calculamos la velocidad inicial con la que es capaz de saltar.

$v=\sqrt{2gh}=\sqrt{2\cdot 9,81\cdot 2}=6,26 m/s$

Calculamos cómo varía la gravedad de A y B (con la misma densidad) respecto a la Tierra

$$\frac{g_A}{g_0}=\frac{G\rho\frac{4}{3}\pi R_A^3}{\frac{R_A^2}{G\rho\frac{4}{3}\pi R^3}}=\frac{R_A}{R}\Rightarrow g_A=g_0\frac{R_A}{R}$$

$$6,26=\sqrt{2 g_A R_A}=\sqrt{2 g_0 \frac{R_A}{R} R_A}$$

Si queremos que esa sea la velocidad de escape $6,26^2=2\cdot 9,81\cdot\frac{R_A^2}{6371\cdot 10^3}$

$$R_A=6,26\sqrt{\frac{6371\cdot 10^3}{2\cdot 9,81}}=3,57\cdot 10^3 m=3,57 km$$

c) Si el radio de B es de 8 km, con la misma densidad la gravedad será mucho menor y la altura alcanzada será mucho mayor $g_B=g_0\frac{R_B}{R}$

$$h=\frac{v^2}{2g_B}=\frac{6,26^2}{2\cdot 9,81\cdot\frac{8\cdot 10^3}{6371\cdot 10^3}}=1,59\cdot 10^3 m=1,59 km$$

Model 1. Cas 1. Qüestions prèvies.

a) Calculeu la velocitat d'escapament d'un satèl·lit a la Terra i raoneu si caldria tenir en compte efectes relativistes de la massa.
b) Calculeu la massa i el mòdul de la intensitat de camp gravitatori d'un cos esfèric que té la mateixa densitat que la Terra però un radi 300 vegades més gran. Quina força (mòdul, direcció i sentit) faria el cos sobre un objecte de 500 g situat a la seva superfície?
Dades: $G=6{,}67.10^{-11}$ Nm^2/kg^2 ; $M_T=5{,}98.10^{24}$ kg ; $R_T=6380$ km ; $c=3\cdot10^8$ m/s …

a) Calcule la velocidad de escape de un satélite en la Tierra y razone si habría que tener en cuenta efectos relativistas de la masa.
b) Calcule la masa y el módulo de la intensidad de campo gravitatorio de un cuerpo esférico que tiene la misma densidad que la Tierra pero un radio 300 veces mayor. ¿Qué fuerza (módulo, dirección y sentido) haría el cuerpo sobre un objeto de 500 g situado en su superficie?
Datos: $G=6{,}67.10^{-11}$ Nm^2/kg^2 ; $M_T=5{,}98.10^{24}$ kg ; $R_T=6380$ km ; $c=3\cdot10^8$ m/s …

a) La velocidad de escape es la velocidad que debe tener (no a añadir) para llegar a una posición infinitamente alejada con velocidad nula. Planteando la conservación de energía mecánica

Órbita satélite: $E_m=\frac{-GMm}{R_0}+\frac{1}{2}m v_e^2$ Punto infinitamente alejado $E_m=0$

$$v_e=\sqrt{\frac{2GM}{R_0}}$$

La máxima velocidad de escape está asociada a estar en la superficie de la Tierra, y numéricamente en ese caso $v_e=\sqrt{\frac{2\cdot6{,}67\cdot10^{-11}\cdot5{,}98\cdot10^{24}}{6380\cdot10^3}}=11{,}18\cdot10^4\,m/s$

Es una velocidad muy inferior a la velocidad de la luz y no hay que tener en cuenta efectos relativistas que se tienen en cuenta para $\beta>0{,}14$ que supone $\gamma>1{,}01$

$$\beta=\frac{v}{c}=\frac{11{,}18\cdot10^4}{3\cdot10^8}=3{,}73\cdot10^{-4}=0{,}0373\,\%$$

b) La masa depende linealmente del volumen para la misma densidad: M=d·V, y el volumen de una esfera depende del cubo del radio. Si el radio es 300 veces mayor, la masa es 300^3 veces mayor

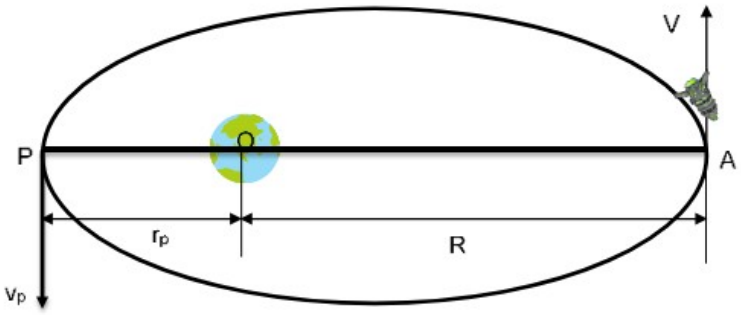
$$M=5{,}98\cdot10^{24}\cdot(300)^3=1{,}61\cdot10^{32}\,kg$$

$$g=G\frac{M}{R^2}=6{,}67\cdot10^{-11}\frac{1{,}61\cdot10^{32}}{(300\cdot6380\cdot10^3)^2}=2{,}93\cdot10^3\,m/s^2$$

$$F=mg=0{,}5\cdot2{,}93\cdot10^3=1465\,N$$

La dirección sería radial y sentido hacia el centro del cuerpo esférico.

5. Se quiere poner un satélite de masa m, en una órbita elíptica alrededor de la Tierra desde una plataforma situada a una distancia R al centro de la Tierra. Para ello se lanza en dirección perpendicular a la recta de unión del satélite con el centro de la Tierra O, desde el punto A (Apogeo) con una velocidad $v_A = \frac{2}{3} v_E$, siendo v_E la velocidad de escape. (Ver figura)



a) Determinar la velocidad inicial v_A, en función de la masa de la Tierra M, la constante de gravitación universal G, y la distancia R, determinado primero la velocidad de escape v_E. (2 puntos)

b) A partir de la conservación del momento angular o cinético del satélite respecto del centro O de la Tierra, determinar la velocidad v_P del satélite en P (Perigeo), punto opuesto a la recta de unión del satélite con el centro de la Tierra O, en función de v_A, R, y la distancia OP = r_p (distancia del centro de la Tierra al Perigeo). (2 puntos)

c) Teniendo en cuenta el balance energético, determinar la relación entre las distancias C (centro de la Tierra-Perigeo del satélite) y R (centro de la Tierra-Apogeo del satélite). (3 puntos)

d) Utilizando la ley de las áreas, determinar el periodo de revolución T del satélite alrededor de la Tierra en la órbita elíptica, en función de R y v_A, sabiendo que el semieje mayor de la elipse es a= ½(R + r_p) y el semieje menor es $b = \sqrt{R \cdot r_p}$ (3 puntos)

Dato: Área elipse = π · a · b

a) La velocidad de escape es la que hay que tener para llegar a un punto infinitamente alejado sin energíac cinética. Planteando la conservación de la energía mecánica, la velocidad de escape a una distancia R es $\frac{1}{2} m v_E^2 - \frac{GMm}{R} = 0 \Rightarrow v_E = \sqrt{2\frac{GM}{R}}$ luego $v_A = \frac{2}{3} v_E = \frac{2}{3}\sqrt{2\frac{GM}{R}}$

b) El momento angular se conserva en la órbita, luego es el mismo en perigeo y apogeo. Igualando módulos y teniendo en cuenta que R=r_A

$$L_A = L_P \Rightarrow r_A \cdot \cancel{m} \cdot v_A = r_P \cdot \cancel{m} \cdot v_P \Rightarrow v_P = \frac{R}{r_P} \cdot v_A$$

c) La energía mecánica se conserva en la órbita, y podemos plantear teniendo en cuenta que C=r_p

$$\frac{1}{2}\cancel{m} v_A^2 - GM\frac{\cancel{m}}{R} = \frac{1}{2}\cancel{m} v_P^2 - GM\frac{\cancel{m}}{C}$$

$$v_P^2 - v_A^2 = 2GM\left(\frac{1}{C} - \frac{1}{R}\right)$$

Sustituyendo las expresiones de apartados a y b

$$v_A^2\left(\frac{R^2}{C^2} - 1\right) = 2GM\left(\frac{1}{C} - \frac{1}{R}\right)$$

$$\frac{4}{9} 2\frac{\cancel{GM}}{R}\left(\frac{R^2}{C^2} - 1\right) = 2\cancel{GM}\left(\frac{1}{C} - \frac{1}{R}\right)$$

$$\frac{8}{9}\frac{R}{C^2} - \frac{8}{9}\frac{1}{R} = \frac{2}{C} - \frac{2}{R}$$

$$\frac{8}{9}\frac{R}{C^2}-\frac{2}{C}=\frac{8}{9}\frac{1}{R}-\frac{2}{R}$$

$$\frac{2}{C}\left(1-\frac{4R}{9C}\right)=\frac{10}{9R}$$

Mutliplicando ambos términos por 9RC

$$18R\left(1-\frac{4R}{9C}\right)=10C$$

$$C=\frac{18}{10}R-\frac{8R^2}{10C}=\frac{9}{5}R-\frac{4R^2}{5C}$$

La expresión no da C en función solo de R.

Si lo planteamos usando la energía mecánica total en órbita elípita en función de semieje mayor

$$-GM\frac{\cancel{m}}{2a}=\frac{1}{2}\cancel{m}v_A^2-GM\frac{\cancel{m}}{R}$$

$$\frac{-\cancel{GM}}{2a}=\frac{1}{2}\frac{4}{9}2\frac{\cancel{GM}}{R}-\frac{\cancel{GM}}{R}$$

$$\frac{-1}{2a}=\frac{-5}{9}\frac{1}{R}$$

$$a=\frac{9}{10}R$$

Como 2a=R+C

$$R+C=\frac{9}{5}R\Rightarrow C=\frac{4}{5}R$$

Comprobamos que cumple la expresión anterior

$$C=\frac{9}{5}R-\frac{4R^2}{5\frac{4}{5}R}=\frac{9}{5}R-\frac{4}{5}\frac{5}{4}R=\frac{9}{5}R-R=\frac{4}{5}R$$

c) La ley de las áreas indica que el momento angular es constante y que $\frac{dA}{dt}=\frac{L}{2m}$

El área es $A=\pi\cdot a\cdot b$, siendo $a=\frac{1}{2}(R+r_p)$ y $b=\sqrt{R\cdot r_p}$

El momento angular lo podemos indicar en el punto A $L=r_a\cdot m\cdot v_A$ siendo R=r_A

Sustituyendo

$$\frac{\pi\frac{1}{2}(R+r_p)\sqrt{R\cdot r_p}}{T}=\frac{R\cdot m\cdot v_A}{2m}$$

$$T=\frac{\pi(R+r_p)\sqrt{R\cdot r_p}}{v_A}$$

En el apartado c) hemos expresado r_p=C en función de R, y como se pide T en función de R y v_A

$$T=\frac{\pi\left(R+\frac{4}{5}R\right)\sqrt{R\cdot\frac{4}{5}R}}{v_A}$$

$$T=\frac{\pi\frac{9}{5}R\cdot R\sqrt{\frac{4}{5}}}{v_A}=\frac{\pi R^2\frac{18}{5\sqrt{5}}}{v_A}$$

4.A) Sea un satélite artificial de 200 kg que describe una órbita circular a 300 km sobre la superficie de la Tierra. Calcúlese:
- La fuerza gravitatoria ejercida sobre el satélite, la velocidad y periodo orbitales. (0,4p)
- La altura y velocidad orbital para que describa una órbita geoestacionaria. (0,25p)
Datos: $G=6{,}67\cdot10^{-11}$ N·m^2·kg^{-2}; $M_T=5{,}98\cdot10^{24}$ kg; $R_T=6370$ km

a) La fuerza gravitatoria sobre el satélite es el peso. Es un vector radial dirigido hacia el centro y de módulo

$$F=\frac{GMm}{r^2}=6{,}67\cdot10^{-11}\cdot\frac{5{,}98\cdot10^{24}\cdot200}{(6370\cdot10^3+300\cdot10^3)^2}=1793\,N$$

Al ser una órbita circular la fuerza gravitatoria es centrípeta

$$\frac{GMm}{r^2}=m\frac{v^2}{r}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{GM}{r}}=\sqrt{\frac{6{,}67\cdot10^{-11}\cdot5{,}98\cdot10^{24}}{(6370\cdot10^3+300\cdot10^3)}}=7{,}73\cdot10^3\,m/s$$

Al ser una órbita circular $v=\frac{2\pi r}{T}\Rightarrow T=\frac{2\pi(6370\cdot10^3+300\cdot10^3)}{7{,}73\cdot10^3}=5{,}42\cdot10^3\,s\approx1{,}5\,h$

Si es una órbita geoestacionaria el periodo son 24 h. Planteando la tercera ley de Kepler

$$T^2=\frac{4\pi^2}{GM}r^3\Rightarrow r=\sqrt[3]{\frac{GM}{4\pi^2}T^2}=\sqrt[3]{\frac{6{,}67\cdot10^{11}\cdot5{,}98\cdot10^{24}}{4\pi^2}(24\cdot3600)^2}=4{,}23\cdot10^7\,m$$

$h=r-R_T=4{,}23\cdot10^7-6370\cdot10^3=3{,}6\cdot10^7$ m

Al ser una órbita circular $v=\frac{2\pi r}{T}\Rightarrow T=\frac{2\pi\,4{,}23\cdot10^7}{24\cdot3600}=3{,}08\cdot10^3\,m/s$

Se elegirán dos de los 4 ejercicios propuestos uno de Física y otro de Química

1º Un satélite del sistema de posicionamiento GPS de 1200 kg se encuentra en una órbita circular de radio $3R_T$

a) Calcula la variación que ha experimentado el peso del satélite respecto del que tenía en la superficie terrestre

b) Determina la velocidad orbital del satélite y razona si la órbita descrita es geoestacionaria

Datos: $G=6{,}67.10^{-11} Nm^2kg^{-2}$; $M_T= 6.0.10^{24}$ kg ; $R_T= 6370$ km

$$g=G\frac{M}{R^2}$$

a) $$\Delta g=GM\left(\frac{1}{(3R_T)^2}-\frac{1}{R_T^2}\right)$$

$$\Delta g=6{,}67\cdot10^{-11}\cdot6{,}0\cdot10^{24}\cdot\left(\frac{1}{(3\cdot6370\cdot10^3)^2}-\frac{1}{(6370\cdot10^3)^2}\right)=-8{,}77\,m/s^2$$

$$\Delta P=m\Delta g=1200\cdot(-8{,}77)=-1{,}05\cdot10^4\,N$$

b) Igualando fuerza gravitatoria y centrípeta para una órbita circular

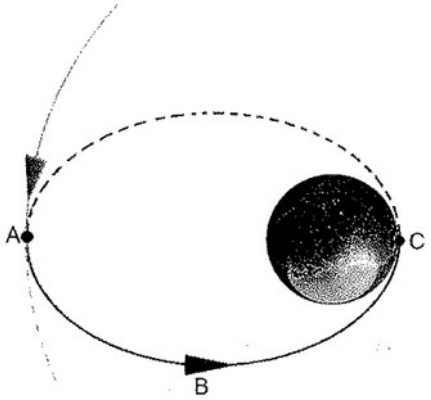
$$\frac{GMm}{r^2}=m\frac{v^2}{r}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{GM}{r}}$$

$$v=\sqrt{\frac{6{,}67\cdot10^{-11}\cdot6{,}0\cdot10^{24}}{3\cdot6370\cdot10^3}}=4{,}58\cdot10^3\,m/s$$

La órbita es geoestacionaria si su periodo es 24 h y está en el plano ecuatorial

$$T=\frac{2\pi R}{v}=\frac{2\pi\,3\cdot6370\cdot10^3}{4{,}58\cdot10^3}=2{,}62\cdot10^4\approx7{,}3\,h$$ No es geoestacionaria

Menorca A1. Una nau de 4500 kg que es troba en òrbita circular uniforme de radi 20000 km fa una ràpida maniobra de frenada per adoptar una òrbita el·líptica tangent a la superficie de la Terra amb la intenció de tornar a Terra.
a.- Quina velocitat tindrà al punt A després de frenar?
b.- Quin temps trigarà per anar de A fins a C?
c.- Calcula l'excentricitat de l'òrbita, i les acceleracions tangencial i centrípeta que tindrà al punt B a mig camí de tornada?



Una nave de 4500 kg que se encuentra en órbita circular uniforme de radio 20000 km hace una rápida maniobra de frenado para adoptar una órbita elíptica tangente a la superficie de la Tierra con la intención de volver a Tierra. a.- ¿Qué velocidad tendrá en su punto A después de frenar?
b.- ¿Qué tiempo tardará en ir de A hasta C?
c.- ¿Calcula la excentricidad de la órbita, y las aceleraciones tangencial y centrípeta que tendrá en su punto B a medio camino de regreso?

Se asume que son dato R_T=6370 km, G=6,67·10^{-11} N m² kg^{-2} , M_T=5,98·10^{24} kg (en ejercicio A4 de mismo examen se indica que se daba una tabla de datos)

a) En la órbita elíptica el eje mayor es 2a=20000+6370 → a=13185 km
La energía mecánica en una órbita elípitica es

$$E_m=-G\frac{Mm}{2a}=-6,67\cdot10^{-11}\cdot\frac{5,98\cdot10^{24}\cdot4500}{2\cdot13185\cdot10^{3}}=-6,807\cdot10^{10}\,J$$

La igualamos con la suma de energía potencial y cinética

$$E_m=\frac{-GMm}{r}+\frac{1}{2}m\,v^2$$

$$-6,807\cdot10^{10}=-6,67\cdot10^{-11}\cdot\frac{5,98\cdot10^{24}\cdot4500}{20000\cdot10^{3}}+\frac{1}{2}4500\,v^2$$

$$-6,807\cdot10^{10}+8,9745\cdot10^{10}=2250\,v^2$$

$$v=\sqrt{\frac{-6,807\cdot10^{10}+8,9745\cdot10^{10}}{2250}}=3104\,m/s$$

b) Usando la tercera ley de Kepler

$$T^2=\frac{4\pi^2}{GM}a^3$$

$$T=\sqrt{\frac{4\pi^2}{6{,}67\cdot10^{-11}\cdot5{,}98\cdot10^{24}}\cdot(13185\cdot10^3)^3}=15062\,s$$

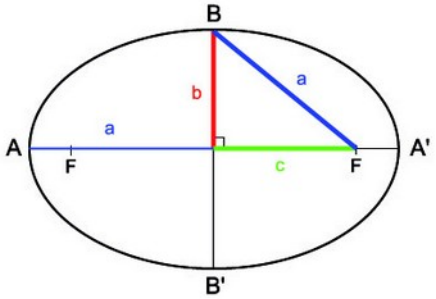
El tiempo de A a C sería medio periodo, 7531 s

c) e=f/a

f=a-r_p

$r_p=R_T$

e=(13185-6370)/13185=0,517



Wikimedia, Moran Tao, cc-by

La aceleración total en el punto B es la acelerción de la gravedad.

La distancia de B al foco es el semieje mayor a.

$$g=G\frac{M}{a^2}=6{,}67\cdot10^{-11}\cdot\frac{5{,}98\cdot10^{24}}{(13185\cdot10^3)^2}=2{,}294\,m/s^2$$

Descomponemos esa aceleración en componente tangencial y centrípeta.

$$b^2=a^2-f^2\Rightarrow b=\sqrt{(13185)^2-(13185-6370)^2}=11287\,km$$

El ángulo respecto al semieje mayor con el que se ve el punto B desde el foco, que es el mismo que forma la aceleración de la gravedad con la línea tangente a la trayectoria en el punto B

arctan(b/f)=arctan(11387/(13815-6370))=arctan(1,523)=56,82º

$g_{tangencial}$=g·cos(56,82º)=1,26 m/s^2

$g_{centrípeta}$=g·sen(56,82º)=1,92 m/s^2

(El radio de curvatura en el punto B no es el semieje menor B, se podría calcular una vez conocida la aceleración centrípeta como $a=v^2/R$ calculando la velocidad en el punto B)

A3. En su último viaje la lanzadera espacial Discovery lanzó un satélite desde una altura de 2400 km, con una velocidad inicial de 800 m/s formando un ángulo de 75° con la vertical. Calcula: (1,25 ptos)
a) Alturas máximas y mínimas alcanzada por dicho satélite (0,4 ptos)
b) Velocidad del satélite en esos puntos (0,4 ptos)
c) Período orbital del satélite (0,45 ptos)
Datos: R_{Tierra} = 6400 km, M_{Tierra} = $6\cdot10^{24}$ kg; G = $6,67\cdot10^{-11}$ Nm^2/kg^2

a) Podríamos plantear por separado las componentes radial y tangencial de la velocidad y plantear la conservación del momento angular, pero sabemos que el satélite va a describir una órbita circular, y nos basta con calcular su apogeo y perigeo sabiendo que un punto de la elipse será el lanzamiento. La energía mecánica del satélite en el lanzamiento se conserva en toda la órbita, que es elíptica y es E_m=-½GMm/a siendo a el semieje mayor.
$R=6400\cdot10^3+2400\cdot10^3=8,8\cdot10^6$ m

$$\frac{-1}{2}G\frac{Mm}{a}=\frac{-GMm}{R}+\frac{1}{2}mv^2$$

$$-6,67\cdot10^{-11}\cdot\frac{6\cdot10^{24}}{2a}=-6,67\cdot10^{-11}\cdot\frac{6\cdot10^{24}}{8,8\cdot10^6}+\frac{1}{2}800^2$$

$$-4,002\cdot10^{14}=-4,5157\cdot10^7\cdot2a\Rightarrow a=\frac{4,002\cdot10^{14}}{2\cdot4,5157\cdot10^7}=4,43\cdot10^6 m$$

Ese sería el semieje mayor pero tiene un valor menor que el radio de la Tierra, lo que daría para la altura mínima un valor negativo, lo que no tiene sentido (si choca con la Tierra no será un satélite)
Se puede visualizar que choca porque 800 m/s es una velocidad baja para poner un satélite en órbita, y realmente el Discovery lleva una velocidad no despreciable: vamos a asumir que enunciado quiere decir ***"El satélite, inicialmente en el Discovery realizando una órbita circular a 2400 km de altura, recibe un impulso de 800 m/s formando un ángulo de 75° con la vertical."***
La velocidad inicial en la órbita de lanzamiento es $v=\sqrt{\frac{GM}{R}}=\sqrt{\frac{6,67\cdot10^{-11}\cdot6\cdot10^{24}}{8,8\cdot10^6}}=6744\,m/s$
Ahora la velocidad es la suma vectorial de velocidades: si forma 75º con la vertical, forma 15º con la tangencial, y $v=\sqrt{(6744+800\cos(15^o))^2+(800\cdot sen(15^o))^2}=7520\,m/s$
Repetimo el planteamiento anterior con los nuevos datos

$$-6,67\cdot10^{-11}\cdot\frac{6\cdot10^{24}}{2a}=-6,67\cdot10^{-11}\cdot\frac{6\cdot10^{24}}{8,8\cdot10^6}+\frac{1}{2}7520^2$$

$$-4,002\cdot10^{14}=-1,7202\cdot10^7\cdot2a\Rightarrow a=\frac{4,002\cdot10^{14}}{2\cdot1,7202\cdot10^7}=1,163\cdot10^7 m$$

Como tenemos el semieje mayor, también tenemos el periodo usando la 3ª ley de Kepler

$$T=\sqrt{\frac{4\pi^2}{GM}a^3}=\sqrt{\frac{4\pi^2}{6,67\cdot10^{-11}\cdot6\cdot10^{24}}(1,163\cdot10^7)^3}=1,246\cdot10^4 s$$

Sabemos que el momento angular también se conserva en toda la órbita, siendo inicialmente
$L=r\cdot m\cdot v\cdot sen(75º)=8,8\cdot10^6\cdot m\cdot7520\cdot sen(75º)=6,39\cdot10^{10}\cdot m$
La velocidad areolar es constante $dA/dt=L/2m=3,195\cdot10^{10}$ m^2/s
Como es una elipse sabemos que $dA/dt=\pi ab/T$

$$\frac{\pi\,1,163\cdot10^7\cdot b}{1,246\cdot10^4}=3,195\cdot10^{10}\Rightarrow b=1,09\cdot10^7 m$$

Conociendo a y b podemos calcular distancia a apogeo y perigeo y calcular altura máxima y mínima

$a^2=b^2+f^2 \Rightarrow f=\sqrt{1,163^2-1,09^2}10^7=0,406\cdot10^7=4,06\cdot10^6\,m$

r_p=a-f=1,163·10^7-4,06·10^6=7,57·10^6 m

$h_{mínima}=r_p-R_T$=7,57·10^6-6,4·10^6=1,17·10^6 m

r_a=2a-r_p=2·1,163·10^7-7,57·10^6=1,57·10^7 m

$h_{máxima}=r_a-R_T$=1,57·10^7-6,4·10^6=9,3·10^6 m

La velocidad del satélite en apogeo y perigeo lo podemos obtener conocida la energía mecánica y el momento angular.

L=r_a·m·v_a=r_p·m·v_p

6,39·10^{10}=7,57·10^6·v_p → $v_p=v_{máxima}$=6,39·10^{10}/7,57·10^6=8441 m/s

6,39·10^{10}=1,57·10^7·v_a → $v_p=v_{máxima}$=6,39·10^{10}/1,57·10^7=4070 m/s

Melilla 2018
5.a) Considera un planeta cuya densidad volumétrica de masa, ρ, es constante. Si se hiciese un túnel recto de polo a polo y dejáramos caer por él un cuerpo, éste adquirirá un movimiento vibratorio armónico simple. Demuestre por qué y calcule el periodo de dicho movimiento.

Madrid 2004
Física
1.- Se practica un túnel a través de un planeta homogéneo, de radio R y masa M, y que sale por el otro extremo. Desde la superficie se deja caer un objeto de masa m con velocidad inicial nula, hacia dentro del túnel. Calcular:
a) Valor de la intensidad del campo gravitatorio en cualquier punto del interior, en función de los parámetros descritos y de la distancia al centro r.
b) Demuestre el tipo de movimiento que sigue la partícula cuando se deja caer desde un extremo del túnel.
c) ¿Cuánto tiempo transcurriría si se deja en libertad un objeto desde uno de sus extremos en llegar al otro?
Datos: $d_{planeta}=5{,}51\cdot10^{3}$ kg/m^3 ; $G=6{,}67\cdot10^{-11}$ N·m^2·kg^{-2}

Referencias:
Problemas con Gauss gravitatorio: 2010 Madrid 1
Problemas con túnel gravitatorio y MAS: 1994 Galicia 2, 1995 Cataluña 1-1, 1999 Cataluña 1-1

a) Al indicar "que sale por el otro extremo" asumimos que el agujero pasa por el centro del planeta. Para calcular la intensidad de campo gravitatorio en el interior utilizamos el teorema de Gauss aplicado al campo gravitatorio, tomando como superficie una esfera concéntrica con el planeta de radio r. $\oint \vec{g}\cdot\vec{dS}=-4\pi G\,M_{interior}$
Por la simetría del problema sabemos que el vector dS y el campo son paralelos y tienen sentidos opuestos (el vector superficie va dirigido hacia la parte convexa y el campo hacia el interior), el campo es uniforme en toda la superficie esférica, y al ser homogéneo y utilizando la expresión de la densidad y del volumen de la esfera podemos plantear, llamando g al módulo del campo

$$-g\int dS=-4\pi G\rho\frac{4}{3}\pi r^3\Rightarrow g\cancel{4\pi r^2}=\cancel{4\pi}G\rho\frac{4}{3}\pi r^{\cancel{3}}\Rightarrow g=\frac{4}{3}\pi\rho G r$$

Dado que el campo es un vector $\vec{g}=\frac{-4}{3}\pi\rho G r\,\vec{u}_r$

Sustituyendo numéricamente y expresando con 3 cifras significativas

$$\vec{g}=\frac{-4}{3}\pi 5{,}51\cdot10^{3}\cdot6{,}67\cdot10^{-11}r\,\vec{u}_r=-1{,}54\cdot10^{-6}r\,\vec{u}_r\,[g\,en\,N/kg\,ó\,m/s^2;r\,en\,m]$$

>Como curiosidad podemos validar que si $R=6370\cdot10^3$ m, se tiene un campo en superficie de valor $E=9{,}8$ m/s^2, por lo que aunque enunciado no lo cite explícitamente son los datos de la Tierra, y podemos recordar valores orientativos de otros problemas.
b) Según la definición de campo g=F/m y la 2ª ley de Newton, F=m·a, tenemos que la fuerza es proporcional a la distancia a la posición de equilibrio F=-kx, y que $a=-\omega^2x$ siendo x=0 (r=0, el centro del planeta) esa posición de equilibrio, lo que demuestra que es un MAS; la definición de MAS supone que la posición cumple la ecuación diferencial planteada $\frac{d^2x}{dt^2}=-\omega^2x$ cuyas soluciones para la posición son funciones sinusoidales.

c) En este caso podemos calcular el periodo

$$\frac{k}{m}=\omega^2=\frac{4}{3}\pi\rho G\Rightarrow\omega=\sqrt{\frac{4}{3}\pi\rho G}\Rightarrow T=\frac{2\pi}{\omega}$$

$$T=\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{4}{3}\pi 5{,}51\cdot 10^3\cdot 6{,}67\cdot 10^{-11}}}=5{,}06\cdot 10^3\, s\approx 84\, min$$

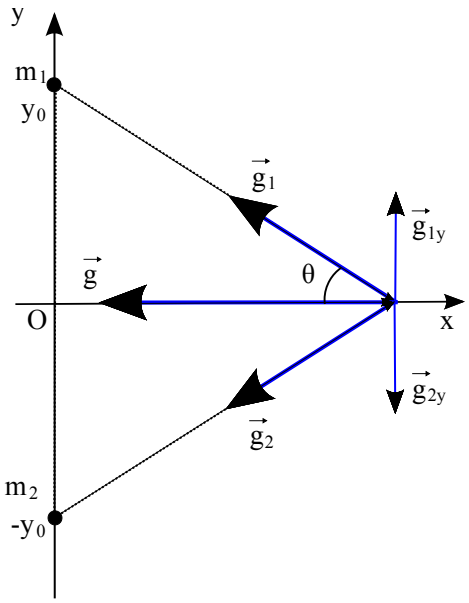
El periodo sería el tiempo en completar un ciclo, que sería regresar a la misma posición, por lo que el tiempo en atravesar el planeta sería la mitad, $2{,}53\cdot 10^3$ s

enrique@fiquipedia.es Revisado 8 septiembre 2024
CC BY SA

PRUEBA DE CARÁCTER PRÁCTICO PARA INGRESO AL CUERPO DE PROFESORES DE ENSEÑANZA SECUNDARIA DE FÍSICA Y QUÍMICA. BADAJOZ, 20 DE JUNIO DE 2015

FÍSICA

2. Dos partículas de masa m están situadas en los puntos (0, y_0) y (0, -y_0) de un sistema de coordenadas. Responda razonadamente a las siguientes cuestiones:
a. Calcule la expresión para el potencial en cualquier punto del eje X. (0,15 puntos)
b. ¿Qué expresión tendrá la intensidad del campo gravitatorio en cualquier punto del eje de abscisas? (0,15 puntos)
c. Calcule en qué puntos de este eje es máxima la intensidad del campo gravitatorio producido por ambas masas. (0,35 puntos)
d. ¿Cuánto vale el campo en esos puntos? (0,35 puntos)
Datos: Tanto la constante de gravitación universal, G, como todas las magnitudes referidas en el enunciado están expresadas en unidades del Sistema Internacional.



Realizamos un diagrama colocando masa 1 en (0,y_0) y masa 2 en (0,-y_0), y para un punto genérico P del eje x a una distancia x del origen llamos θ al ángulo formado por el eje x y la línea que une el punto P con la masa 1.
Asumimos las cargas puntuales.
a) Utilizando el principio de superposición y teniendo en cuenta que la distancia a ambas masas es la misma y que ambas masas son iguales

$$V(x)=V_1(x)+V_2(x)=2V(x)=-G\frac{m}{r}=-2G\frac{m}{\sqrt{y_0^2+x^2}}[V]$$

b) Utilizando el principio de superposición y teniendo en cuenta que por simetría las componentes en el eje y se anularán, podemos plantear

$$\vec{g}(x)=\vec{g_{1x}}(x)+\vec{g_{2x}}(x)=-2\,g_{1x}\,\vec{i}=-G\frac{m}{r^2}\cdot\cos(\theta)\,\vec{i}$$

$$\cos(\theta)=\frac{x}{r}=\frac{x}{\sqrt{y_0^2+x^2}}$$

$$\vec{g}(x)=-2G\frac{mx}{(y_0^2+x^2)^{3/2}}[N/kg\,ó\,m/s^2]$$

c) Para calcular en qué puntos es máximo derivamos respecto a x

$$\frac{dg}{dx}=0\Rightarrow 0=-2Gm\frac{(y_0^2+x^2)^{3/2}-x\frac{3}{2}(y_0^2+x^2)^{1/2}2x}{(y_0^2+x^2)^3}\Rightarrow(y_0^2+x^2)^{3/2}-3x^2(y_0^2+x^2)^{1/2}=0$$

$$(y_0^2+x^2)^{1/2}\cdot(y_0^2+x^2-3x^2)=0\Rightarrow 2x^2=y_0^2\Rightarrow x=\frac{\pm y_0}{\sqrt{2}}[m]$$

d) En esos puntos (el signo del campo será opuesto al signo de x)

$$\vec{g}(x)=\pm 2Gm\frac{\frac{y_0}{\sqrt{2}}}{(y_0^2+\frac{y_0^2}{2})^{3/2}}\vec{i}=\frac{\pm\sqrt{2}Gmy_0}{(\frac{3}{2}y_0^2)^{3/2}}\vec{i}=\frac{\pm 2\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}Gmy_0}{3\sqrt{3}\cdot y_0^3}\vec{i}=\frac{\pm 4\,Gm}{3\sqrt{3}\,y_0^2}[N/kg\,ó\,m/s^2]$$

Física

F-3.- Dos satélites terrestres de igual masa describen sendas órbitas circulares de radios R_A y R_B. Si R_B vale el doble que R_A, determinar

a) la relación (cociente) entre las siguientes magnitudes: sus periodos de revolución; sus momentos angulares; sus energías totales,

b) La energía que debemos comunicarle al primer satélite para colocarlo en la órbita de radio R_B

Datos: R_A =10.000 km; Constante de gravitación universal: G= 6,6710^{-11} N . m^2 / Kg^2 Masa de la Tierra: 5,99x10^{24} Kg Radio de la Tierra: 6.370 km.

No se debe utilizar separador de millar, y el símbolo de kilogramo es kg, no Kg.

a) Utilizando la tercera ley de Kepler

$$\frac{T_B^2}{T_A^2}=\frac{R_B^3}{R_A^3}\Rightarrow\frac{T_B}{T_A}=\sqrt{\left(\frac{2R_A}{R_A}\right)^3}=\sqrt{2^3}=2\sqrt{2}$$

Como las órbitas son circulares

$$v=\frac{2\pi R}{T}\Rightarrow\frac{v_B}{v_A}=\frac{R_B}{T_B}\cdot\frac{T_A}{R_A}=2\cdot\frac{1}{2\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{L_B}{L_A}=\frac{R_B \cancel{m} v_B}{R_A \cancel{m} v_A}=2\frac{1}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$$

La energía mecánica total en una órbita circular es Em=- ½GMm/R

$$\frac{E_{mB}}{E_{mA}}=\frac{\frac{-1}{2}\frac{GMm}{R_B}}{\frac{-1}{2}\frac{GMm}{R_A}}=\frac{R_A}{R_B}=\frac{1}{2}$$

b) La energía a aportar es la diferencia de energía entre ambas órbitas

$$E_{aportar}=E_{mB}-E_{mA}=\frac{-1}{2}\frac{GMm}{R_B}-\left(\frac{-1}{2}\frac{GMm}{R_A}\right)=\frac{1}{2}GMm\left(\frac{1}{R_A}-\frac{1}{R_B}\right)$$

Numéricamente

$$E_{aportar}=\frac{1}{2}\cdot 6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 5{,}99\cdot 10^{24}\cdot m\left(\frac{1}{10000\cdot 10^3}-\frac{1}{20000\cdot 10^3}\right)=9{,}99\cdot 10^6\cdot m\,[E\,en\,J, m\,en\,kg]$$

Lo dejamos en función de la masa del satélite que no es dato.
El dato de radio de la Tierra no se utiliza.

enrique@fiquipedia.es Revisado 11 septiembre 2019
CC BY SA

1. La densidad de un planeta de radio R responde a la expresión ρ=Cr, donde 0 ≤ r ≤ R, y y C es una constante.
Determinar en función de C y R:

a) La masa del planeta.

b) La expresión de la intensidad del campo gravitatorio generado por el planeta, en:

b.1. Un punto exterior.

b.2. Un punto interior.

En ambos casos, justifique la solución obtenida.

c) Considere ahora un satélite de masa m que describe una órbita circular ecuatorial a una altura 3R sobre el planeta. Determine, en función de C y R:

c.1. El momento angular del satélite respecto al centro del planeta.

c.2 La variación de energía que experimenta el satélite cuando pasa a una órbita de altura R.

a) $\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho\cdot V$ Para la esfera $V=\frac{4}{3}\pi r^3$

Ojo: la densidad no es uniforme por lo que ρ=dm/dV, no podemos usar m=ρV, sino dm=ρdV
Plantear primero m=ρV y luego hacer el diferencial de dm como d(ρV) conjuntamente es erróneo.

$$dV=4\pi r^2 dr$$

$$dm=C r\cdot 4\pi r^2 dr=4C\pi r^3 dr$$

$$M_{planeta}=\int_{Vplaneta} dm=4\int_0^R C\pi r^3 dr=4C\pi[\frac{r^4}{4}]_0^R=C\pi R^4$$

b) Utilizando la ley de Gauss para el campo gravitatorio $\oint \vec{g}\,\vec{s}=-4\pi G M_{interna}$
Tomando como superficie gaussiana una esfera de radio r centrada en el centro del planeta, y debido a la simetría del problema el módulo del campo será constante en toda la superficie, podemos plantear $|\vec{g}|=\frac{4\pi G M_{interna}}{4\pi r^2}=G\frac{M_{interna}}{r^2}$

b.1 La masa interna es la masa del planeta, y el campo es equivalente al generado por una masa puntual situada en el centro del planeta

$$|\vec{g_{ext}}|=G\frac{C\pi R^4}{r^2}$$

b.2 La masa interna de una esfera de radio r se obtiene de manera análoga al apartado a, que quedará en función de r. Sustituyendo

$$|\vec{g_{\text{int}}}|=G\frac{C\pi r^4}{r^2}=GC\pi r^2$$

En cuanto a justificar la solución obtenida, se puede comprobar:
-Que para r=0, el campo interno es nulo y que aumenta hasta llegar a r=R
-Que para r=R coinciden ambos valores:

$$|\vec{g_{ext}}|(r=R)=G\,C\,\pi\frac{R^4}{R^2}=G\,C\,\pi R^2=|\vec{g_{\text{int}}}|(r=R)$$

-Que para r>R el campo externo va disminuyendo en valor
c) Si altura es 3R, el radio de la órbita es 4R.
c.1 El momento angular es una magnitud vectorial. Damos su módulo e indicamos cualitativamente dirección y sentido, tomando como sistema de coordenadas plano xy en el plano ecuatorial de la órbita, origen en el centro del planeta, y z dirigido en el sentido de velocidad angular vectorial $\vec{v}=\vec{\omega}\times\vec{r}$

Para calcular su módulo necesitamos la velocidad
En una órbita circular estable con R_O=4R podemos igualar fuerza centrípeta y gravitatoria.

$$F_g = F_c \Rightarrow |\vec{g_{ext}}|\, m = \frac{m v^2}{R_o} \Rightarrow G\,C\,\pi\,\frac{R^4}{(4\,R)^2} = \frac{v^2}{4\,R} \Rightarrow v^2 = \frac{1}{4} G\,C\,\pi\,R^3$$

Como en la órbita circular velocidad y posición son siempre perpendiculares

$$|\vec{L}| = |\vec{r}|\,m\,|\vec{v}| = 4\,R\,m\sqrt{\frac{1}{4} G\,C\,\pi\,R^3} = 2\,m\sqrt{GC\,\pi\,R^5}$$

La dirección será perpendicular al plano ecuatorial, y el sentido el mismo hacia z positivas, el mismo que la velocidad angular.
c.2 La variación de energía la obtenemos restando la energía en cada una de las órbitas.
La energía en la órbita es la energía mecánica, suma de energía cinética y potencial. Se puede deducir fácilmente que en órbita estable $E_m = \frac{E_p}{2} = \frac{-1}{2}\frac{GMm}{R_o}$

Órbita 1 (inicial): R_o=4R.
Órbita 2 (final, a la que pasa): R_o=2R (altura R implica radio de órbita 2R)

$$\Delta E_m = E_{m2} - E_{m1} = \frac{-1}{2} GMm\left(\frac{1}{2\,R} - \frac{1}{4\,R}\right) = \frac{-1}{2} G\,4\,C\,\pi\,R^4\,m\left(\frac{2-1}{4\,R}\right) = \frac{-1}{8} GC\,\pi\,R^3\,m$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 8 septiembre 2024
CC BY SA

Prueba B 3. Problemas de FÍSICA

Problema 2

En un hipotético problema se contempla la existencia de dos esferas iguales y homogéneas de acero, de diámetro D=100,0 m que tienen sus respectivos centros en los puntos A(0;1000;0) y B(0;-1000;0) de un sistema de referencia Oxyz, cuyas coordenadas están expresadas en unidades SI.

1º. Obtenga la expresión de la energía potencial gravitatoria de una bola de masa m_C situada en un punto P(x;0;0), debida exclusivamente a la interacción con las esferas.

2º. La bola C, que se encuentra inicialmente en el punto P_1(-1000;0;0), se desplaza sin rozamiento a lo largo del eje Ox. Calcule la velocidad de la bola cuando alcanza el punto P_2(200;0;).

3º. Al llegar a P_2 la bola C choca contra un resorte de masa despreciable, cuyo eje coincide con Ox, comprimiéndose 2,0 cm. Calcule la constante elástica del resorte.

4º. Bajo la acción del resorte, la bola C vuelve a desplazarse por Ox. Calcule la velocidad y aceleración de la bola en O(0;0;0).

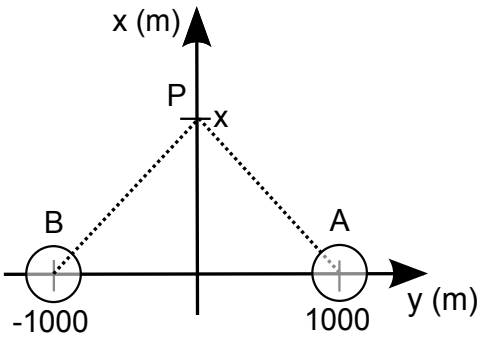
5º. Determine en qué puntos del eje Ox la aceleración de la bola C es máxima.

NOTA. En cada uno de los cálculos se valorará la expresión de los resultados teniendo en cuenta las cifras significativas de los datos.

Datos: $G=6{,}67\times10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$, $\rho_{acero}=8{,}00\times10^{3}\ kgm^{-3}$

*Nota: En original errata: indicaba P_2(200;0;), corregido oralmente durante examen para indicar P_2(200;0;**0**)*

Apartado 5º cierta similitud con 2006 Castilla y León Física 3



1º) Si no se diese el diámetro de las esferas, se utilizaría sin más un modelo puntual, pero al darlo hay que hacer aclaraciones: sí usamos el modelo puntual con la esfera C pero no directamente con las A y B.

Para las esferas A y B, dado que las distancias son superiores al radio, podemos utilizar la expresión del campo en su exterior como si fueran puntuales, ya que es el que se obtiene utilizando Gauss.

Utilizando el principio de superposición:

$$E_p(C)=E_{pA}(C)+E_{pB}(C)$$

Para la energía potencial podemos deducir la expresión o utilizarla directamente

$$E_p=W_{r\to\infty}=\int_r^\infty G\frac{M\,m}{r^2}dr=-G\frac{M\,m}{r}$$

Para las esferas A y B, $m_A=m_B=M$: $\rho=\frac{M}{V}\Rightarrow M=\rho V=8\cdot10^3\frac{4}{3}\pi 50^3=4{,}19\cdot10^9\,kg$

Realizamos un diagrama con el plano xy, ya que la coordenada z siempre es 0.

$$r=\sqrt{1000^2+x^2}\Rightarrow E_p(C)=-2\frac{GMm_C}{\sqrt{1000^2+x^2}}=\frac{-0{,}56\,m_C}{\sqrt{1000^2+x^2}}\,[E_p\,en\,J\,,\,m_C\,en\,kg]$$

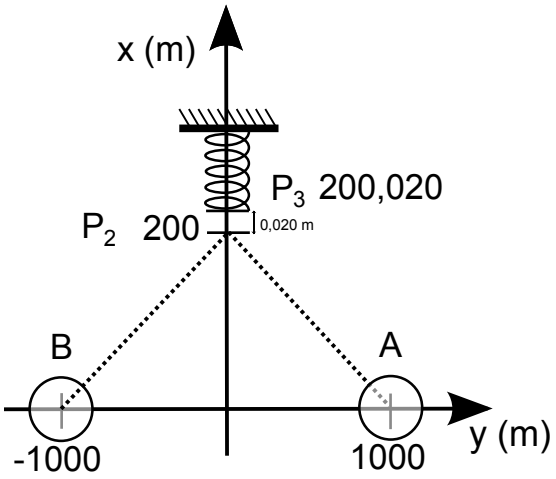
2º) P_1: $E_c=0$ (reposo), y $E_p=\frac{-0{,}56}{\sqrt{1000^2+(-1000)^2}}m_C=\frac{-0{,}56}{\sqrt{2}1000}m_C$

P_2: $E_c=\frac{1}{2}m_c v^2$ $\quad E_p=\frac{-0{,}56}{\sqrt{1000^2+200^2}}m_C=\frac{-0{,}56}{1019{,}8}m_C$

Como solamente actúa la fuerza gravitatoria que es conservativa, la energía mecánica se conserva

$$\frac{-0{,}56}{\sqrt{2}1000}\cancel{m_C}=\frac{1}{2}\cancel{m_C}v^2-\frac{0{,}56}{1019{,}8}\cancel{m_C}\Rightarrow v=\sqrt{2\cdot\left(\frac{-0{,}56}{\sqrt{2}1000}+\frac{0{,}56}{1019{,}8}\right)}=1{,}75\cdot10^{-2}\,m/s\quad\text{(3 cs)}$$

3º) De nuevo planteamos conservación de energía mecánica, solo que ahora cuando el muelle se comprime los 2 cm, la E_c es cero y la energía potencial elástica es máxima. Consideramos la E_p gravitatoria sin cambio (miles de metros frente a centímetros, el diagrama no está a escala)



Inicial P_2: E_{pg} conocida, $E_{p\ elástica} = 0$, $E_c = \frac{1}{2} m_c v^2$

Final P_3: E_{pg} "sin cambios", $E_{p elástica} = \frac{1}{2} k x^2$, Ec =0

$$\frac{1}{2} m_c v^2 = \frac{1}{2} k x_{máx}^2 \Rightarrow k = \frac{m_C v^2}{x_{máx}^2} = m_C \frac{0{,}018^2}{0{,}02^2}$$

$$k = m_c\, 0{,}81 \left[k\ en\ N/m\ ,\ m_C\ en\ kg \right]$$

El valor de k depende de la masa: tendrá que tener mayor constante elástica para parar una masa mayor en 2 cm.

4º) De nuevo hay conservación de energía: podemos usarla con P_1, P_2 ó P_3: Tomamos P_1.

$$-0{,}56 \frac{m_C}{\sqrt{2} \cdot 1000} = -0{,}56 \frac{m_C}{1000} + \frac{1}{2} m_c v_O^2$$

$$v_0 = \sqrt{2 \cdot \frac{0{,}56}{1000} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)} = 1{,}80 \cdot 10^{-2}\ m/s$$

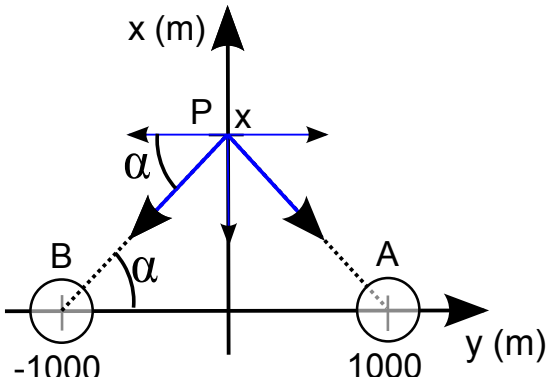
(3 cifras significativas)

Se pide la aceleración en (0,0,0); al ser las dos masas iguales por simetría en el origen la fuerza total es nula y por lo tanto la aceleración también es nula.

(La aceleración se calcula en punto 5º para todos los puntos del eje x y se podría sustituir, comprobando que para x=0 se obtiene aceleración nula)

5º) Para obtener la aceleración máxima, obtenemos su expresión en función de x y derivamos respecto a x.

En el diagrama (con eje x representado en vertical) vemos que las componentes en eje y se cancelan



$$sen\,\alpha = \frac{x}{r} = \frac{x}{\sqrt{1000^2 + x^2}}$$

$$F_x = m \cdot a_x \Rightarrow 2G \frac{M \cancel{m_C}}{r^2} sen\,\alpha = \cancel{m_c} \cdot a_x$$

$$a_x = 2GM \frac{x}{r^3} = 2GM \frac{x}{(1000^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$\frac{d\,a_x}{dx} = 2GM \frac{(1000^2 + x^2)^{3/2} - 3/2\,(1000^2 + x^2)^{1/2}\, 2x \cdot x}{(1000^2 + x^2)^3}$$

El máximo se produce cuando la derivada es cero (podríamos obtener la segunda derivada para garantizar que es máximo y no mínimo, pero es excesivo)

$$\frac{d\,a_x}{dx} = 0 \Rightarrow (1000^2 + x^2)^{1/2} \left((1000^2 + x^2) - 3x^2 \right) = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{1000^2}{2} \Rightarrow x = \frac{\pm 1000}{\sqrt{2}}\ m = \pm 7{,}07\ 10^2\ m$$

(3 cifras significativas)

Nota: el enunciado indica explícitamente "En cada uno de los cálculos se valorará la expresión de los resultados teniendo en cuenta las cifras significativas de los datos.", y por eso en los datos dados se indica: Datos: $G=6{,}67 \times 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$, $\rho_{acero}=8{,}00 \times 10^3\ kgm^{-3}$

Esos datos tienen 3 cifras significativas, luego los cálculos no pueden aumentar el número de cifras significativas. Apartado 1º y 3º son expresiones, pero en 2º, 4º y 5º hay que poner 3 cifras significativas.

enrique@fiquipedia.es Revisado 31 julio 2016
CC BY

Física

2.- La densidad de un planeta esférico puede suponerse que viene dada por C/r para r<R siendo R su radio. La masa del planeta es M.

a) Determine C.

b) Encuentre las expresiones para el campo gravitatorio para radios mayores y menores que R.

c) Suponiendo M = $3 \cdot 10^{24}$ kg y R= 6000 km calcular los valores numéricos del campo en la superficie del planeta.

d) En este planeta se hace un agujero desde su superficie hacia el centro de profundidad L, desde la superficie se deja caer una pequeña masa m, determine la velocidad al llegar al fondo para L = 0'1 R

a)

$$M = \int_0^R \rho \, dV \; ; V = \frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow dV = 4\pi r^2 \, dr$$

$$M = \int_0^R \frac{C}{\cancel{r}} 4\pi \cancel{r^2} dr = 4\pi C \frac{R^2}{2} \Rightarrow M = 2\pi C R^2 \Rightarrow C = \frac{M}{2\pi R^2}$$

No damos C como valor numérico, los datos están en apartado c.

b) Utilizamos la ley de Gauss para campo gravitatorio $\oint_S \vec{g} \cdot \vec{ds} = -4\pi G M_{int}$

Como el campo es un vector, expresamos resultado vectorialmente

Por simetría tomamos superficies esféricas concéntricas con el planeta, de modo que el vector campo siempre es perpendicular a la superficie

Si r>R: $-g \cancel{4\pi} r^2 = -\cancel{4\pi} G M \Rightarrow g = \frac{GM}{r^2} \Rightarrow \vec{g} = \frac{-GM}{r^2}\vec{u}_r$

Si r<R: Para calcular masa interna en la expresión con Gauss, reutilizamos resultado de apartado a, donde ya realizamos la integral, usando r en lugar de para R, por lo que $M_{int} = 2\pi C r^2$

$$-g \cancel{4\pi} \cancel{r^2} = -\cancel{4\pi} G 2\pi C \cancel{r^2} \Rightarrow g = 2\pi G C = \cancel{2\pi} G \frac{M}{\cancel{2\pi} R^2} = \frac{GM}{R^2}$$

$$\vec{g} = -g\vec{u}_r = -2\pi GC\vec{u}_r = \frac{-GM}{R^2}\vec{u}_r$$

No damos valores numéricos, se piden en apartado c.

c) $C = \frac{3 \cdot 10^{24}}{2\pi (6000 \cdot 10^3)^2} = 1{,}326 \cdot 10^{10} \frac{kg}{m^2}$

$$g_{superficie} = \frac{GM}{R^2} = 2\pi G C = 2 \cdot \pi \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 1{,}326 \cdot 10^{10} = 5{,}56 \frac{N}{kg} \acute{o} \frac{m}{s^2}$$

d) Como en el interior del planeta g tiene módulo constante, F=mg es constante, y la expresión de la energía potencial (que se podría obtener integrando a partir de la definición y tomando una referencia $E_p(pto) = \int_{pto}^{ref} \vec{F} \cdot \vec{dx}$) se puede plantear excepcionalmente E_p=mgh, tomando E_p=0 para h=0 en el fondo del agujero.

Planteando la conservación de energía mecánica en superficie y en el fondo

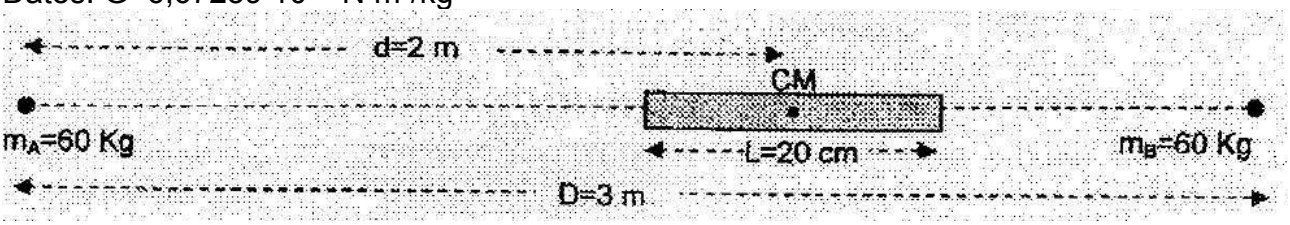
$$\cancel{m} gh = \frac{1}{2}\cancel{m} v^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

Al ser el campo / fuerza / aceleración constante también se puede plantear como MRUA

$$v^2 - \cancel{v_0^2} = 2as \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 5{,}56 \cdot 0{,}1 \cdot 6 \cdot 10^6} = 2{,}58 \cdot 10^3 \, m/s$$

5. Una varilla delgada y homogénea de 20 cm de longitud que tiene una densidad lineal de masa λ=5 g/cm, se encuentra alineada entre dos masas puntuales "A" y "B" idénticas de 60 kg cada una, separadas una distancia de 3 m. Calcula la fuerza que ejercen las fuerzas puntuales sobre la varilla, si su centro de masas (CM) se encuentra a 2 m de una de ellas considerando que se trata de una distribución de masa.
Datos: G=6,67259·10^{-11} N·m^2/kg^2



>Como enunciado da dato G con 6 cifras significativas, y el resto con 1 ó 2, pero sin indicar decimales, asumimos que todos los datos tienen 6 cifras significativas (20,0000 cm, 5,00000 g/cm, 60,0000 kg, 3,00000 m y 2,00000 m) y expresamos resultados inicialmente con 6 cifras significativas, viendo cómo quedarían expresados con únicamente 1 cifra significativa.
No podemos plantear un modelo puntual para la varilla, ya que no podemos asumir que el campo gravitatorio creado por cada una de las masas es uniforme en toda la varilla.
Calculamos la fuerza total ejercida por cada masa; tomamos eje x en la línea que une A y B, y el origen en A o B según el caso. El signo indicará el sentido de la fuerza, siempre atractiva.
La fuerza será constante parar un elemento diferencial de barra de longitud dx, que tendrá una masa dm=λdx.
Lo hacemos con A pero cambiando origen será equivalente para B

$$dF_A=-G\frac{m_A\cdot dm}{x^2}\Rightarrow F_A=\int_{x\,inicio\,barra}^{x\,fin\,barra}(-G\,m_A\lambda)\frac{dx}{x^2}$$

$$F_A=G\,m_A\lambda\left[\frac{1}{x}\right]_{x\,inicio\,barra}^{x\,fin\,barra}=G\,m_A\lambda\left(\frac{1}{x_{fin\,barra}}-\frac{1}{x_{inicio\,barra}}\right)$$

Para la masa A (eje x dirigido de A hacia B, fuerza dirigida hacia A)

$$F_A=6{,}67259\cdot10^{-11}\cdot60\cdot\frac{5\cdot10^{-3}}{10^{-2}}\left(\frac{1}{2+0{,}1}-\frac{1}{2-0{,}1}\right)=-1{,}00340\cdot10^{-10}\,N$$

Para la masa B (eje x dirigido de B hacia A, fuerza dirigida hacia B)

$$F_B=6{,}67259\cdot10^{-11}\cdot60\cdot\frac{5\cdot10^{-3}}{10^{-2}}\left(\frac{1}{1+0{,}1}-\frac{1}{1-0{,}1}\right)=-4{,}04399\cdot10^{-10}\,N$$

Si sumamos vectorialmente, dado que $F_B>F_A$, la fuerza total irá dirigida hacia B, y asumiendo que la varilla es un sólido rígido podemos supener esa fuerza total aplicada en su centro de masas,

$$F_A+F_B=-1{,}00340\cdot10^{-10}+4{,}04399\cdot10^{-10}=3{,}04059\cdot10^{-10}\,N$$

Si lo expresamos con una única cifra significativa $F_A+F_B=3\cdot10^{-10}\,N$

>Podemos calcular rápidamente y comparar el resultado que se hubiera obtenido ignorando las dimensiones de la barra y haciendo un tratamiento puntual

$$F_A+F_B=-G\frac{m_A\cdot m}{x_{CMA}^2}+G\frac{m_B\cdot m}{x_{CMB}^2}=G\,m\left(\frac{m_B}{x_{CMB}^2}-\frac{m_A}{x_{CMA}^2}\right)$$

$$F_A+F_B=6{,}67259\cdot10^{-11}\cdot\frac{5\cdot10^{-3}}{10^{-2}}\cdot2\cdot\left(\frac{60}{1^2}-\frac{60}{2^2}\right)=3{,}00267\cdot10^{-9}\,N$$

Parece similar numéricamente pero difieren en un orden de magnitud.
Podemos comprobar que el campo varía significativamente entre ambos extremos de la barra; $g_B=4{,}9\cdot10^{-9}$ N/kg en extremo próximo (a 0,9 m) y $g_B=3{,}3\cdot10^{-10}$ N/kg en extremo lejano (a 1,1 m)

1. Consideremos un satélite artificial de masa m que describe una órbita circular de radio R en torno a la Tierra, en el plano ecuatorial:
a) Determinar el valor de R, en km, para que el satélite fuera estacionario.
En un determinado momento, los motores internos del satélite modifican bruscamente su velocidad (en módulo) y la reducen a la mitad, de forma que la orbita se convierte en una elipse cuyo apogeo es el punto correspondiente a la modificación de la velocidad y un foco es el centro de la Tierra.
b) Determinar la energía total del satélite, antes y después de la entrada en funcionamiento de los motores internos. ¿Cuál es el cociente numérico entre las dos energías?
c) Encontrar la expresión de la velocidad areolar del satélite en su órbita elíptica.
Nota: las respuesta a los apartados b) y c) se harán en función de: m, R, G y M
Datos: Constante de gravitación universal: G = 6,67·10^{-11} N.m^2.kg^{-2} Masa de la Tierra: M = 5,98.10^{24} kg

a) Un satélite es geoestacionario si está en el plano ecuatorial y su periodo son 24 h.

Utilizando la tercera ley de Kepler $T^2=\frac{4\pi^2}{GM}R^3 \Rightarrow R=\sqrt[3]{\frac{GM}{4\pi^2}T^2}$

Numéricamente $R=\sqrt[3]{\frac{6,67\cdot10^{-11}\cdot5,98\cdot10^{24}}{4\pi^2}(24\cdot3600)^2}=4,23\cdot10^7\,m=4,23\cdot10^4\,km$

b) La velocidad en la órbita, igualando fuerza gravitatoria y centrípeta $\frac{GMm}{R^2}=m\frac{v^2}{R}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{GM}{R}}$

La energía mecánica total del satélite antes era

$$E_m=E_p+E_c=-G\frac{Mm}{R}+\frac{1}{2}mv^2=-G\frac{Mm}{R}+\frac{1}{2}G\frac{Mm}{R}=\frac{-1}{2}G\frac{Mm}{R}$$

Después el radio de la órbita anterior pasa a ser el radio del apogeo y la mitad de la velocidad anterior es la velocidad del apogeo. La nueva energía mecánica (constante en toda la órbita elíptica, la calculamos en el apogeo que es el punto de modificación de velocidad) es

$$E'_m=E'_p+E'_c=-G\frac{Mm}{r_a}+\frac{1}{2}mv_a^2$$

$$E'_m=-G\frac{Mm}{R}+\frac{1}{2}m\left(\frac{\sqrt{\frac{GM}{R}}}{2}\right)^2=-G\frac{Mm}{R}+\frac{1}{8}G\frac{Mm}{R}=\frac{-7}{8}G\frac{Mm}{R}$$

El cociente entre energías mecánicas es $\frac{E_m}{E'_m}=\frac{1/2}{7/8}=\frac{1}{2}\cdot\frac{8}{7}=\frac{4}{7}$

La energía mecánica en la nueva órbita es mayor en módulo, pero menor al ser ambas negativas; al perder velocidad a la misma altura la energía mecánica debe ser menor.

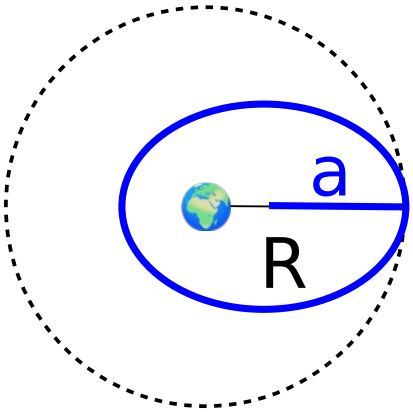
c) Se pide expresión, y se puede plantear de varias maneras

1. $\frac{dA}{dt}=\frac{|L|}{2m}$ Como el momento angular es constante, lo calculamos en el apogeo donde r_a=R

$$\frac{dA}{dt}=\frac{r_a\cancel{m}v_a}{2\cancel{m}}\frac{R\frac{\sqrt{\frac{GM}{R}}}{2}}{2}=\frac{1}{4}\sqrt{RGM}$$

2. $\frac{dA}{dt}=\frac{\pi ab}{T}$ Como tenemos la energía mecánica, podemos calcular semieje mayor

$$E'_m=\frac{-1}{2}G\frac{Mm}{a}\Rightarrow-\frac{7}{8}\cancel{G}\frac{\cancel{Mm}}{R}=\frac{-1}{2}\cancel{G}\frac{\cancel{Mm}}{a}\Rightarrow a=\frac{4}{7}R$$



El semieje mayor de la nueva órbita elíptica es menor que el radio de la órbita : si ahora R pasa a ser la distancia del apogeo al foco en el centro de la Tierra, la elipse es tangente a la órbita circular anterior y de semieje mayor menor que el radio.
Usamos $r_p=2a - r_a$ siendo en este caso $r_a=R$

$$r_p=2\cdot\frac{4}{7}R-R=\frac{1}{7}R$$

Usamos $b^2=r_p\cdot r_a$

$$b=\sqrt{\frac{1}{7}R\cdot R}=\frac{R}{\sqrt{7}}$$

Combinando con la tercera ley de Kepler

$$\frac{dA}{dt}=\frac{\pi\frac{4}{7}R\cdot\frac{R}{\sqrt{7}}}{\sqrt{\frac{4\pi^2}{GM}a^3}}=4\cancel{\pi}\frac{R^2}{7\sqrt{7}}\frac{\sqrt{GM}}{2\cancel{\pi}\sqrt{\left(\frac{4}{7}R\right)^3}}=4\frac{R^2}{\cancel{7}\sqrt{\cancel{7}}}\frac{\sqrt{GM}}{2}\frac{\cancel{7}}{4R}\frac{\sqrt{\cancel{7}}}{\sqrt{4}\sqrt{R}}$$

$$\frac{dA}{dt}=2R^2\sqrt{GM}\frac{1}{4R}\frac{1}{2\sqrt{R}}=\frac{\sqrt{RGM}}{4}$$

Coincide con la expresión anterior

A3. Responeu, de forma breu però razonada, les següents qüestions:
b) Per què la velocitat d'escapement de la Terra d'un objecte depèn només de l'altura en què està situat l'objecte considerat, però no depèn de la massa de l'objecte?

Responda, de forma breve pero razonada, las siguientes cuestiones:
b) ¿Por qué la velocidad de escape de la Tierra de un objeto depende sólo de la altura a la que está situado el objeto considerado, pero no depende de la masa del objeto?

La velocidad de escape está asociada a la energía cinética a suministrar a un objeto dentro de un campo gravitatorio para que llegue a una posición infinítamente alejada con velocidad nula.
Si igualamos energía mecánica en ambas posiciones, se llega a un expresión en la que no hay dependencia de la masa del objeto
B: Posición infinitamente alejada, Ec=0, Ep=0
A: Posición a una altura h sobre la superficie, R_T+h respecto al centro de la Tierra

$$E_p=-G\frac{Mm}{r} \qquad E_c=\frac{1}{2}m v_e^2$$

$$E_m(A)=E_m(B)$$

$$-GM\frac{\cancel{m}}{R_T+h}+\frac{1}{2}\cancel{m}v_e^2=0\Rightarrow v_e=\sqrt{2\frac{GM}{R_T+h}}$$

Expresión que no depende de la masa del objeto.

Cualitativamente se puede decir que la masa del objeto no influye en la velocidad de escape ya que influye de la misma manera en la energía potencial y en la energía cinética, y estamos igualando la energía cinética, positiva, a la energía potencial, negativa, por lo que la dependencia de la masa del objeto desaparece en la velocidad de escape.

enrique@fiquipedia.es Revisado 1 enero 2016
CC BY

C3. Responeu, de forma breu però razonada, les següents qüestions:
c) La velocitat d'escapement de la Terra d'un cos situat a 2000 km per damunt de la superficie del planeta és superior, igual o inferior a la velocitat d'escapement quan el cos és situat a la superficie de la Terra?

Responda, de forma breve pero razonada, las siguientes cuestiones:
c) ¿La velocidad de escape de la Tierra de un cuerpo situado a 2000 km por encima de la superficie del planeta es superior, igual o inferior a la velocidad de escape cuando el cuerpo está situado en la superficie de la Tierra?

La velocidad de escape está asociada a la energía cinética a suministrar a un objeto dentro de un campo gravitatorio para que llegue a una posición infinítamente alejada con velocidad nula.
Si igualamos energía mecánica en ambas posiciones, se llega a un expresión en la que hay una dependencia con la raíz cuadrada del inverso de la distancia al centro de la Tierra.
B: Posición infinitamente alejada, Ec=0, Ep=0
A: Posición a una altura h sobre la superficie, R_T+h respecto al centro de la Tierra

$$E_p=-G\frac{Mm}{r} \qquad E_c=\frac{1}{2}m v_e^2$$

$$E_m(A)=E_m(B)$$

$$-GM\frac{\cancel{m}}{R_T+h}+\frac{1}{2}\cancel{m}v_e^2=0\Rightarrow v_e=\sqrt{2\frac{GM}{R_T+h}}$$

Por lo tanto cuanto mayor es la altura menor es la velocidad de escape, y la velocidad de escape a una altura de 2000 km sobre la superficie será menor que la velocidad de escape en su superficie.
Cualitativamente se puede decir que la velocidad de escape está asociada a suministrar el objeto la energía cinética necesaria para hacerle llegar al infinito donde su energía cinética es 0, y un cuerpo a una altura mayor respecto de la superficie "está más cerca de infinito", por lo que hay que aportar menos energía y lleva asociada una menor velocidad de escape.

enrique@fiquipedia.es Revisado 13 enero 2016
CC BY

Model 1

1. Supposseu la Terra esfèrica de radi R_0=6400 km, homogènia i amb una acceleració de la gravetat a la superfície g_0=9,8 m s^{-2}.

a) Calculeu la profunditat, seguint un diàmetre, que hauria de tenir un pou perquè el pes d'un cos situat al seu fons fos el mateix que el que tindria a una altura de 200 km sobre la superfície de la Terra.

b) Des de la superfície de la Terra es deixa caure una pedra al pou anterior. Trobeu el temps que tardarà en arribar al fons.

c) Calculeu també la velocitat i l'acceleració amb què la pedra arribarà al fons del pou.

Modelo 1

1. Suponga la Tierra esférica de radio R_0 = 6400 km, homogénea y con una aceleración de la gravedad en la superficie g_0 = 9,8 m s^{-2}.

a) Calcule la profundidad, siguiendo un diámetro, que debería tener un pozo para que el peso de un cuerpo situado a su fondo fuera el mismo que el que tendría una altura de 200 km sobre la superficie de la Tierra.

b) Desde la superficie de la Tierra se deja caer una piedra en el pozo anterior. Encuentre el tiempo que tardará en llegar al fondo.

c) Calcule también la velocidad y la aceleración con la que la piedra llegará al fondo del pozo.

Referencias:

http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/celeste/gravedad1/gravedad1.htm

http://www.fiquipedia.es/home/recursos/ejercicios/ejercicios-elaboracion-propia-fisica-2-bachillerato/ProblemaRepasoGravitacionMas.pdf?attredirects=0

a) Para que el peso sea el mismo en dos puntos, siendo constante la masa, la aceleración de la gravedad debe ser la misma en ambos puntos.

Aplicando la ley de Gauss al campo gravitatorio, se puede comprobar que el campo gravitatorio:

-En el interior varía linealmente con el radio, desde g=0 en el centro hasta g_0 en la superficie.

-En el exterior el campo es el mismo que el de una masa puntual situada en el centro de la Tierra

$$g_{interior} = g_{exterior}$$

$$\frac{r}{R_0} g_0 = G \frac{M_T}{(R_0+h)^2}$$

No se nos da explícitamente G ni M_T, pero podemos expresar el valor de su producto en función de los datos $g_0 = G\frac{M_T}{R_0^2} \Rightarrow GM_T = g_0 \cdot R_0^2$

Sustituyendo $\frac{r}{R_0} \cancel{g_0} = \cancel{g_0} \cdot \frac{R_0^2}{(R_0+h)^2} \Rightarrow r = \frac{R_0^3}{(R_0+h)^2} = \frac{(6400 \cdot 10^3)^3}{(6400 \cdot 10^3 + 200 \cdot 10^3)} = 6{,}018 \cdot 10^6 m$

La profundidad del pozo es $6{,}4 \cdot 10^6 - 6{,}018 \cdot 10^6 = 3{,}82 \cdot 10^5$ m = 382 km

b) La aceleración no es constante en todo el pozo, por lo que no se pude calcular como un MRUA.

Tomamos sistema de referencia con x=0 en el centro de la Tierra, valores positivos de modo que en la entrada en el pozo $x=+R_0$, con lo que en el interior del pozo tendremos fuerzas recuperadoras y F=ma=-kx, por lo que se trata de un movimiento armónico simple, en el que tenemos

$$a = -\omega^2 x \Rightarrow \frac{g_0}{R_0} = \omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g_0}{R_0}} = \sqrt{\frac{9{,}8}{6{,}4 \cdot 10^6}} = 1{,}24 \cdot 10^{-3} rad/s$$

Nos pregunta en qué instante la elongación tiene cierto valor, para lo que planteamos el movimiento

como $x(t)=A\cos(\omega t)=6{,}4\cdot 10^6\cos(1{,}24\cdot 10^{-3}t)[t\,en\,s\,,x\,en\,m]$, de modo que para t=0 x=A=R_0.
En el fondo del pozo

$$6{,}018\cdot 10^6=6{,}4\cdot 10^6\cos(1{,}24\cdot 10^{-3}t)\Rightarrow 1{,}24\cdot 10^{-3}t=arcos\frac{6{,}018\cdot 10^6}{6{,}4\cdot 10^6}\Rightarrow t=\frac{0{,}347}{1{,}24\cdot 10^{-3}}\approx 280\,s$$

c) Usamos la expresión de velocidad en función de la elongación para un movimiento armónico simple $v=\pm\omega\sqrt{A^2-x^2}$.
En este caso sabemos que la velocidad es negativa

$$v_{fondo}=\omega\sqrt{R_0^2-R_{fondo}^2}=-1{,}24\cdot 10^{-3}\sqrt{(6{,}4\cdot 10^6)^2-(6{,}018\cdot 10^6)^2}=-2700\,m/s$$

La aceleración asociada a esa distancia es

$$a_{fondo}=\frac{-r_{fondo}}{R_0}g_0=\frac{-6{,}018\cdot 10^6}{6{,}4\cdot 10^6}\cdot 9{,}8\approx -9{,}2\,m/s^2$$

FÍSICA

4. Se pone en órbita elíptica un satélite artificial de modo que en el perigeo la velocidad v_P=36000 km/h y la altura h_P sobre la Tierra en ese punto es de 500 km. Calcular:
a) la altura del satélite h_A y su velocidad v_A en el apogeo.
b) cuál sería la velocidad mínima que debe tener el satélite al pasar por el perigeo para que escape del campo gravitatorio terrestre.
Datos: radio de la Tierra $R_T=6{,}37\cdot10^6$ m; $g_0=9{,}81$ m/s^2

a) El radio en el perigeo es $r_P=R_T+h_P=6{,}37\cdot10^6+500\cdot10^3=6{,}87\cdot10^6$ m
36000 km/h=10000 m/s
En una órbita podemos plantear dos condiciones que nos van a relacionar apogeo y perigeo:

1- La velocidad areolar es constante, y se puede demostrar que es $v_{areolar}=\frac{|\vec{L}|}{2m}$

En el perigeo los vectores r_p y v_p son perpendiculares, y podemos plantear

$$v_{areolar}=\frac{|r_P\cdot \cancel{m}\cdot v_P|}{2\cancel{m}}=\frac{6{,}87\cdot10^6\cdot10000}{2}=3{,}435\cdot10^{10}\,m^2/s$$

Por lo tanto podemos plantear que $\frac{r_A\cdot v_A}{2}=3{,}435\cdot10^{10}\Rightarrow r_A\cdot v_A=6{,}87\cdot10^{10}\,m^2/s$

Se podría llegar a la misma expresión planteando la conservación del momento angular

$$r_A\cdot\cancel{m}\cdot v_A=r_P\cdot\cancel{m}\cdot v_P$$
$$r_A\cdot v_A=6{,}87\cdot10^6\cdot10000=6{,}87\cdot10^{10}\,m^2/s$$

2. La energía mecánica es constante, y la conocemos en el perigeo

$$E_{mP}=E_{pP}+E_{cP}=-G\frac{Mm}{r_P}+\frac{1}{2}m\,v_P^2$$

La igualamos con la del apogeo

$$E_{mP}=E_{mA}$$
$$-G\,M\frac{\cancel{m}}{r_P}+\frac{1}{2}\cancel{m}\,v_P^2=-GM\frac{\cancel{m}}{r_A}+\frac{1}{2}\cancel{m}\,v_A^2$$

No se proporcionan valores de G ni M, pero su producto podemos obtenerlo a partir de los datos

$$g_0=G\frac{M}{R_T^2}\Rightarrow GM=g_0\cdot R_T^2=9{,}81\cdot\left(6{,}37\cdot10^6\right)^2=3{,}98\cdot10^{14}\,N\cdot m^2kg^{-1}$$

Sustituyendo

$$\frac{-3{,}98\cdot10^{14}}{6{,}87\cdot10^6}+\frac{(10000)^2}{2}=\frac{-3{,}98\cdot10^{14}}{r_A}+\frac{v_A^2}{2}$$
$$-7{,}93\cdot10^6=\frac{-3{,}98\cdot10^{14}}{r_A}+\frac{v_A^2}{2}$$

Tenemos dos ecuaciones con dos incógnitas, sustituimos en la segunda r_A:

$$-7{,}93\cdot10^6=\frac{-3{,}98\cdot10^{14}}{6{,}87\cdot10^{10}}v_A+\frac{v_A^2}{2}$$
$$v_A^2-11586\,v_A+1{,}586\cdot10^7=0$$
$$v_A=\frac{11586\pm\sqrt{11586^2-4\cdot1\cdot\left(1{,}586\cdot10^7\right)}}{2}=\frac{11586\pm8414}{2}=\frac{\cancel{10000\,m/s}}{1586/s}$$

En el apogeo la velocidad es menor, por lo que descartamos uno de los valores.

$$r_A = \frac{6,87 \cdot 10^{10}}{v_A} = \frac{6,87 \cdot 10^{10}}{1586} = 4,33 \cdot 10^7 \, m$$

Ese es el radio, y se pide altura: $h_A = r_A - R_T = 4,33 \cdot 10^7 - 6,37 \cdot 10^6 = 3,69 \cdot 10^7$ m=36900 km

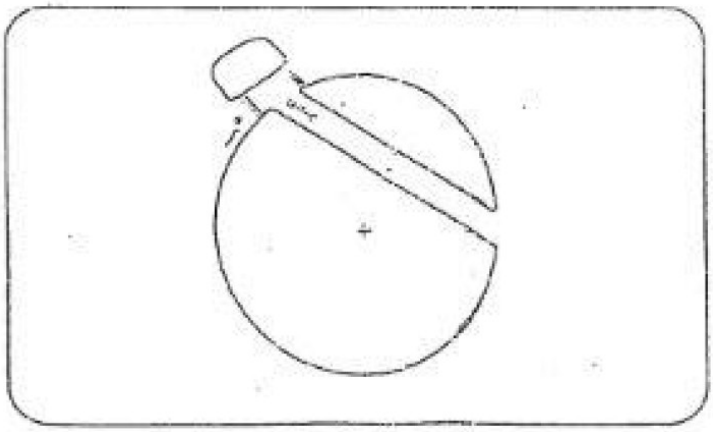
b) Escapar el campo gravitatorio terrestre implica llegar a una posición infinitamente alejada, en la que la energía mecánica es 0. Se puede poner la fórmula o deducirla planteando la conservación de la energía mecánica:

$$Em(perigeo\ para\ escapar) = Em(\infty)$$

$$-GM\frac{\cancel{m}}{r_P} + \frac{1}{2}\cancel{m}\, v_{escape}^2 = 0$$

$$v_{escape} = \sqrt{2\frac{GM}{r_p}} = \sqrt{2\frac{3,98 \cdot 10^{14}}{6,87 \cdot 10^6}} = 10764 \, m/s$$

Prova pràctica: primera part
Escolliu 4 problemes d'entre els 5 següentes:
1. Dos astronautes estan explorant un asteroide esfèric desconegut.
Quan la seva nau queda inmòbil sobre la seva superficie, un d'ells obre la portella i descobreix un asire esfèric, format per un metall molt pur i perfectament polimentat.
Decideu posar peu a terra, peró cau per un forat com el que mostra la figura.
El segon astronauta, tractant d'evitar un accident semblant, es projecta violentament cap a un costat, amb tal velocitat que resulta satelizat a ran de terra.
Considerant que els moviments d'ambdós astronautes s'inicen amb simultaneitat,
a) prova que ambdós astronautes es tornaran a veure quan tornin a pasar per la base de la nau.
b) calcula el temps precis perqué això succeixi.
Dades: Es desconeix la massa de l'asteroide i el seu radi, peró se sap que és un asteroide tot ell de tántal (ρ=16,6 g cm^{-3}). G=6,67·10^{-11} N m^2 kg^{-2}.



1. Dos astronautas están explorando un asteroide esférico desconocido.
Cuando su nave queda inmóvil sobre su superficie, uno de ellos abre la portezuela y descubre un astro esférico, formado por un metal muy puro y perfectamente pulimentado.
Decide poner pie en tierra, pero cae por un agujero como el que muestra la figura.
El segundo astronauta, tratando de evitar un accidente similar, se proyecta violentamente hacia un lado, con tal velocidad que resulta satelizado a ras de tierra.
Considerando que los movimientos de ambos astronautas se inician con simultaneidad,
a) prueba que ambos astronautas se volverán a ver cuando vuelvan a pasar por la base de la nave.
b) calcula el tiempo preciso para que esto suceda.
Datos: Se desconoce la masa del asteroide y su radio, pero se sabe que es un asteroide todo él de tántalo (ρ = 16,6 g cm^{-3}). G = 6,67 · 10^{-11} N m^2 kg^{-2}.

http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/celeste/gravedad1/gravedad1.htm
http://www.fiquipedia.es/home/recursos/ejercicios/ejercicios-elaboracion-propia-fisica-2-bachillerato/ProblemaRepasoGravitacionMas.pdf?attredirects=0
Similar a Cataluña 1999 Problema1-1

a) El primer astronauta describe un movimiento armónico simple; es un caso similar un agujero rectilíneo que pasase por el centro, solamente que ahora la fuerza recuperadora no es todo el peso, sino solamente la componente del peso proyectada sobre la dirección del agujero.
Si llamamos θ al ángulo que forma el eje del agujero, que tomamos como eje x, con el radio del planeta que pasa por la entrada del agujero, la componente de peso en el agujero es

$P_x = m \cdot g_{interior} \cdot \cos\theta$.

Si utilizamos la ley de Gauss gravitatoria en el interior del asteroide esférico tomando como superficie una esfera concéntrica con el planeta de radio r. $\oint \vec{g} \cdot \vec{dS} = -4\pi G M_{interior}$

Por la simetría del problema sabemos que el vector dS y el campo son paralelos y tienen sentidos opuestos (el vector superficie va dirigido hacia la parte convexa y el campo hacia el interior), el campo es uniforme en toda la superficie esférica, y al ser homogéneo y utilizando la expresión de la densidad y del volumen de la esfera podemos plantear, llamando g al módulo del campo

$$-g \int dS = -4\pi G \rho \frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow g \cancel{4\pi r^2} = \cancel{4\pi} G \rho \frac{4}{3}\pi r^{\cancel{3}} \Rightarrow g = \frac{4}{3}\pi \rho G r$$

Como $\rho = \frac{M_{total}}{\frac{4}{3}\pi R_0^3}$ tenemos que $g = \frac{G M_{total} r}{R_0^3}$ y como $g_0 = \frac{G M_{total}}{R_0^2}$

llegamos a la conclusión de que

$g_{interior} = \frac{r}{R_0} g_0$ Siendo g_0 la gravedad en la superficie y R_0 el radio total.

Por lo tanto podemos plantear, tomando x=0 en el punto central y sentido positivo de modo que en t=0 tengamos $x = r \cdot \cos\theta$

$$F_x = -m \frac{g_0}{R_0} \cos\theta \cdot r = -m \frac{g_0}{R_0} x$$

En el interior del pozo tendremos fuerzas recuperadoras y F=-kx, por lo que se trata de un movimiento armónico simple, en el que tenemos

$$a = -\omega^2 x \Rightarrow \omega^2 = \frac{g_0}{R_0}$$

La frecuencia y el periodo es la misma que si el agujero pasase por el centro.

Si expresamos en función de la densidad y de el radio del asteroide

$$g_0 = G \frac{M}{R_0^2} = G \frac{\frac{4}{3}\pi R_0^3 \rho}{R_0^2} = G \frac{4}{3}\pi \rho R_0$$

Sustituyendo valores numéricos $\omega = \sqrt{G \frac{4}{3}\pi\rho} = \sqrt{G \frac{4}{3}\pi 16{,}6 \cdot 10^3} = 2{,}15 \cdot 10^{-3} rad/s$

El segundo astronauta es “satelizado a ras de la superficie”, luego su “órbita” podemos plantear

$$F_c = F_g \Rightarrow m\omega^2 R_0 = G \frac{Mm}{R_0^2} \Rightarrow \omega^2 = G \frac{M}{R_0^3} = \frac{g_0}{R_0}$$

Como ambos movimientos tienen la misma frecuencia angular, tienen el mismo periodo temporal, por lo que como ambos han iniciado el movimiento simultáneamente en el mismo punto, coincidirán de nuevo en el mismo punto pasado un tiempo igual al periodo del movimiento.

b) $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2{,}15 \cdot 10^{-3}} = 2922\, s$

F2. Si fuese posible excavar un pozo que atravesara la Tierra a lo largo de su diámetro, y se dejase caer en él una masa "m", determinar:
1. El período de movimiento de dicha masa.
2. Su velocidad cuando pase por el centro de la Tierra.
(Se prescinde de la resistencia del aire y se supone que la Tierra es una esfera homogénea de densidad "δ" y radio "R"),

Referencias:
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/celeste/tunel/tunel.htm#T%C3%BAnel%20por%20el%20interior%20de%20la%20Tierra
Similar a Cataluña 1995-1-1 y Cataluña 1999-1-1
No se dan valores numéricos, se da resultado como expresiones, usando la letra δ para densidad porque es la que usa enunciado, aunque es más habitual usar ρ.

1. Si aplicamos la ley de Gauss en el interior de la Tierra, se comprueba que el campo gravitatorio en el interior varía linealmente $g=\frac{g_0}{R}r$
Como no aparece en enunciado g_0 en la superfice, lo expresamos en función de densidad y radio que es lo que indica enunciado

$$g_0=G\frac{M}{R^2}=G\frac{\delta\frac{4}{3}\pi R^3}{R^2}=\frac{4}{3}\pi G\delta R$$

Si tomamos eje x según el diámetro, con x=0 en el centro y x positivas dirigidas hacia la entrada del pozo por la que se deja caer la masa, tenemos

$F=-mg\Rightarrow a=-g=\frac{-g_0}{R}x$ que es la expresión de un movimiento armónico simple $a=-\omega^2 x$

$$\omega^2=\frac{g_0}{R}\Rightarrow T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{R}{g_0}}=2\pi\sqrt{\frac{R}{\frac{4}{3}\pi G\delta R}}=2\pi\sqrt{\frac{3}{4\pi G\delta}}$$

El periodo no depende de la masa m ni del radio R.
2. El centro de la Tierra es el punto de equilibrio de este movimiento armónico simple, en el que la energía potencial es nula y la cinética y la velocidad son máximas. La velocidad máxima de un movimiento armónico simple es ωA, siendo en este caso A=R, luego la velocidad máxima sería

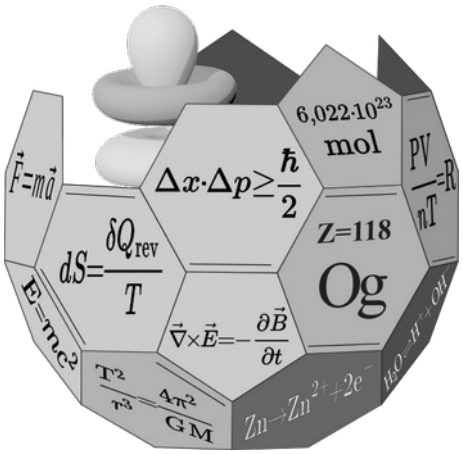
$$v_{máx}=\omega A=R\sqrt{\frac{4\pi G\delta}{3}}$$

Podemos validar las expresiones viendo que con datos reales se obtienen valores de T y vmáx que se pueden comprobar con referencias:
$G=6{,}67\cdot10^{-11}$ N·mp·kg^{-2}; $R=6{,}37\cdot10^6$ m, $M_T=5{,}98\cdot10^{24}$ kg

$$\delta=\frac{M_T}{\frac{4}{3}\pi R^3}=\frac{5{,}98\cdot10^{24}}{\frac{4}{3}\pi(6{,}37\cdot10^6)^3}=5523\,kg/m^3$$

$$T=2\pi\sqrt{\frac{3}{4\pi G\delta}}=2\pi\sqrt{\frac{3}{4\cdot\pi\cdot6{,}67\cdot10^{-11}\cdot5523}}=5058\,s\approx84\,min$$

$$v_{máx}=R\sqrt{\frac{4\pi G\delta}{3}}=6{,}37\cdot10^6\cdot\sqrt{\frac{4\pi\,6{,}67\cdot10^{-11}\cdot5523}{3}}=7913\,m/s$$



Problemas resueltos oposiciones Física y Química

Recopilación revisada 4 septiembre 2025

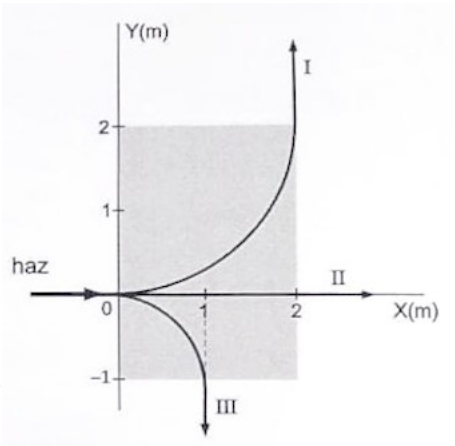
Electromagnetismo

enrique@fiquipedia.es

CC BY SA

EJERCICIO 1 (1,75 PUNTOS)

Un haz de electrones se mueve en la dirección del eje OX de la figura.



Antes de llegar al origen de coordenadas el haz fue acelerado, desde el reposo, por una diferencia de potencial de 15000V. Suponiendo que el haz penetra en una zona del espacio donde existe un campo magnético uniforme (zona más oscura de la figura), se pide:

a) Velocidad con que el haz entra en la zona. Interpreta el resultado obtenido. (Hasta 1 p)

b) Valor, dirección y sentido del campo magnético $\vec{B}$ para que el haz siga las trayectorias (I), (II) y (III) indicadas en la figura. Las tres trayectorias están sobre el plano OXY. (Hasta 0,75 p)

Datos: $m_e = 9{,}1.10^{-31}$ kg ; $q_e = 1{,}6.10^{-19}$ C

Enunciado indica q_e y un valor positivo: sería más correcto indicar valor absoluto
No es dato y usamos $c=3\cdot10^8$ m/s
Analogía con PAU Madrid 2006 Modelo C3, Castilla-La Mancha 2026 ordinaria 2

a) Planteamos la conservación de la energía mecánica en módulos entre el punto inicial desde el que parte del reposo y el punto final , el origen en el que entra en la zona con cierta velocidad
Planteamos inicialmente velocidad no relavista y usamos Ec=½mv^2

$$\Delta E_m = 0 \Rightarrow \Delta E_p + \Delta E_c = 0 \Rightarrow |q|\Delta V = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2|q|\Delta V}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 15000}{9{,}1\cdot 10^{-31}}} = 7{,}26\cdot 10^7 \, m/s$$

Esta velocidad es $7{,}26\cdot10^7/3\cdot10^8=0{,}24=24\%$ de la velocidad de la luz, la aproximación no relativista no es válida.

$$\Delta E_m = 0 \Rightarrow \Delta E_p + \Delta E_c = 0 \Rightarrow |q|\Delta V = (\gamma - 1) m c^2 \Rightarrow \gamma = 1 + \frac{|q|\Delta V}{mc^2} = 1 + \frac{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 15000}{9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot (3\cdot 10^8)^2} = 1{,}0293$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \Rightarrow \beta = \sqrt{1-\frac{1}{\gamma^2}} = \sqrt{1-\frac{1}{1{,}0293^2}} \approx 0{,}2369$$

La velocidad es 0,2369c =$7{,}1\cdot10^7$ m/s

Interpretación: el electrón tiene inicialmente solo energía potencial y se convierte en energía cinética. La fuerza acelera el electrón hacia x positivas, y como es una carga negativa, el campo eléctrico va hacia x negativas que es donde están los potenciales menores: el electrón se mueve hacia potenciales mayores. La velocidad alcanzada es menor que la calculada sin tener en cuenta la corrección relativista, ya que supone un aumento de inercia y que se consigue menos aceleración.

b) En la zona del espacio donde existe un campo magnético uniforme la fuerza magnética será $\vec{F}_m = q(\vec{v}\times\vec{B})$. Como se indica que las tres trayectorias están en plano OXY, el campo magnético debe ser perpendicular al plano OXY y ser paralelo al eje z.

I: la partícula tiene una trayectoria que es un arco de circunferencia girando en el sentido contrario a las agujas del reloj según el diagrama, por lo que en el instante inicial la fuerza va dirigida hacia y positivas. Como la carga es negativa, $\vec{v}\times\vec{B}$ debe ir dirigido hacia y negativas, y aplicando la regla del producto vectorial eso implica que el campo magnético va hacia z positivas. En el diagrama se puede ver que el radio es 2 m, e igualando módulo de fuerza magnética y centrípeta

Como la velocidad es relativista, usamos la expresión usando el aumento de inercia relativista

mediante usando γm en lugar de m.

$$|q|vB=\gamma m\frac{v^2}{R}\Rightarrow B=\frac{\gamma mv}{|q|R}=\frac{1{,}0293\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot 7{,}1\cdot 10^{7}}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 2}=2{,}1\cdot 10^{-4}T\quad \vec{B}(I)=2{,}1\cdot 10^{-4}\vec{k}\,T$$

II: la partícula no se desvía luego la fuerza magnética es nula, por lo que estando cargada el campo magnético es nulo o paralelo a la velocidad.

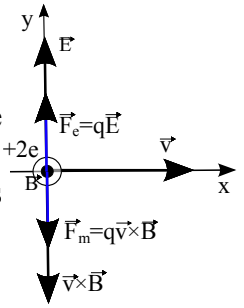
III: Similar a caso I pero la trayectoria es el sentido contrario de las agujas del reloj según el diagrama, por lo que en el instante inicial la fuerza va dirigida hacia y negativas, y el campo magnético va hacia z negativas. En el diagrama se puede ver que el radio es 1 m, e igualando módulo de fuerza magnética y centrípeta

$$B=\frac{\gamma mv}{|q|R}=\frac{1{,}0293\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot 7{,}1\cdot 10^{7}}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 1}=4{,}1\cdot 10^{-4}T\quad \vec{B}(III)=-2{,}1\cdot 10^{-4}\vec{k}\,T$$

SUPÒSIT 2. QÜESTIONS PRÈVIES 1. (2.5p) Una partícula α entra en un selector de velocitats amb una velocitat de 2,3 x 10^5 m/s en direcció positiva a l'eix OX. El selector de velocitats conté un camp magnètic, perpendicular a la velocitat, de 3,5 x 10^{-1} T en direcció a l'eix OZ. Si la partícula α aconsegueix travessar el selector de velocitats:
a) (0.5p) Indiqueu i justifiqueu les forces que actuen sobre la partícula α, dins del selector de velocitats.
b) (0.8p) Calculeu el mòdul del camp elèctric i indiqueu la seva direcció i sentit.
c) (0.4p) Calculeu la diferència de potencial del selector de velocitats, si les dues plaques estan separades 5 cm.
d) (0.8p) Una vegada la partícula α ha travessat el selector de velocitats, entra en un espectròmetre de masses amb el mateix camp magnètic del selector de velocitats. Calculeu el radi de la trajectòria de la partícula α. Indiqueu en quin sentit gira la partícula α.
Dades: Càrrega elemental, e = 1,60 x 10^{-19} C
Massa partícula α, m = 6,64 x 10^{-27} kg
Nota: Considereu negligible l'efecte de la força gravitatòria.

Una partícula α entra en un selector de velocidades con una velocidad de 2,3 x 10^5 m/s en dirección positiva en el eje OX. El selector de velocidades contiene un campo magnético, perpendicular a la velocidad, de 3,5 x 10^{-1} T en dirección al eje OZ.
a) (0.5p) Indique y justifique las fuerzas que actúan sobre la partícula α, dentro del selector de velocidades.
b) (0.8p) Calcule el módulo del campo eléctrico e indique su dirección y sentido.
c) (0.4p) Calcule la diferencia de potencial del selector de velocidades, si las dos placas están separadas 5 cm.
d) (0.8p) Una vez la partícula α ha atravesado el selector de velocidades, entra en un espectrómetro de masas con el mismo campo magnético del selector de velocidades. Calcule el radio de la trayectoria de la partícula α. Indique en qué sentido gira la partícula α.
Datos: Carga elemental, e = 1,60 x 10^{-19} C
Masa partícula α, m = 6,64 x 10^{-27} kg
Nota: Considere despreciable el efecto de la fuerza gravitatoria.

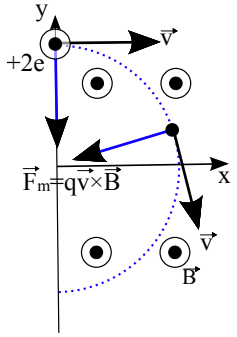
a) En el selector de velocidades la fuerza magnética $\vec{F}=q(\vec{v}\times\vec{B})$ de módulo F=qvB al ser velocidad campo magnético perpendiculares. Como la velocidad va dirigida en sentido positivo del eje x y el campo magnético en sentido positivo de eje z, la fuerza magnética va dirigida en sentido negativo del eje y. También actúa la fuerza eléctrica $\vec{F}=q\vec{E}$ de módulo F=qE. Si ambas fuerzas son iguales en módulo y tienen sentido opuesto qE=qvB → v=E/B, las partículas que lleven esa velocidad se desvían, y de ahí proviene el término selector de velocidades.



b) E=vB=2,3·10^5·3,5·10^{-1}=8,05·10^4 V/m
Vectorialmente $\vec{E}=8{,}05\cdot10^4\,\vec{j}\;V/m$
La dirección es el eje y, sentido hacia y positivas.
c) Si el campo es uniforme E=ΔV/d → ΔV=E·d=8,05·10^4·0,05=4,025·10^3 V
d) Si solo hay campo magnético la fuerza magnética es centrípeta. La carga de partícula α es +2e

$$|q|vB=m\frac{v^2}{R}\Rightarrow R=\frac{mv}{|q|B}=\frac{6{,}64\cdot10^{-27}\cdot2{,}3\cdot10^5}{2\cdot1{,}6\cdot10^{-19}\cdot3{,}5\cdot10^{-1}}=1{,}36\cdot10^{-3}\,m$$

El sentido del movimiento se representa en la figura.



enrique@fiquipedia.es Revisado 13 agosto 2025
CC BY SA

Madrid 2025

Ejercicio práctico
Han de resolverse los SEIS PROBLEMAS, cada uno de los cuales se calificará de 0 a 10 puntos. En caso de tener varios apartados, la calificación de cada uno de ellos será la que figure en el texto y de no figurar ninguna se entenderá el mismo valor para todos. La calificación del ejercicio será la correspondiente a la media de las puntuaciones obtenidas en cada uno de los problemas.
Se aplicarán los criterios de corrección generales y específicos de evaluación que ya han sido publicados

6. Un cable coaxial (radio b) tiene una densidad de carga (superficial, uniforme y negativa) en su superficie externa. Dicho cable lleva una densidad ρ de carga (volumétrica, uniforme y positiva) en un cilindro interno (radio a). El cable es neutro.
a) Determina el campo eléctrico en las distintas zonas del espacio. (5 puntos)
b) Determina el potencial eléctrico en las distintas zonas del espacio. (3,5 puntos)
c) Dibuja una gráfica de campo frente a la distancia perpendicular del eje. (1,5 puntos)

Cantabria 2024

Elija una opción completa de problemas, A o B (máximo 8 puntos).
- Elija una opción completa de ejercicios, C o D (máximo 2 puntos).
- No se pueden mezclar problemas ni ejercicios de diferentes opciones. En caso de hacerlo, se corregirá el que aparezca presentado en primer lugar.

A2. Sea un objeto cilíndrico formado por un cilindro macizo muy largo de radio a y densidad de carga uniforme ρ y otro cilindro muy delgado concéntrico de radio b que tiene una carga igual pero opuesta, distribuida uniformemente en su superficie (b>a).
a) Obtenga el campo eléctrico para cualquier punto del espacio. (1 punto)
b) Calcule el potencial eléctrico en todos los puntos del espacio, tomando nulo el valor del potencial en el cilindro exterior. (1 punto)

https://laussy.org/images/1/1d/Fisica-II--hoja3-problemas.pdf Problema 10
Ver Madrid 2023-4, ProblemaFisicaCampoElectrico1.pdf

a) Utilizamos la ley de Gauss $\oint \vec{E}\,d\vec{S}=\frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}$, usando como superficie gaussiana un cilindro de altura L y con mismo eje que el cable coaxial y radio r.
Por simetría el campo será radial, por lo que el vector superficie siempre es paralelo al campo y tiene sentido según la carga (hacia afuera del cable al ser la carga interior positiva), y el módulo del campo siempre tiene el mismo módulo a una distancia R, de modo que podemos plantear

$$E\,S=\frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}\Rightarrow E\,2\pi r\,L=\frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}\Rightarrow E=\frac{Q_{\text{int}}}{2\pi r\,L\,\varepsilon_0}$$

Planteamos en tres zonas.

0<r≤a

La carga interior depende del tamaño de la superficie gaussiana. La carga es posittiva y el campo es radial hacia afuera

$$Q_{\text{int}}=\rho V_{cargado}=\rho V_{cilindro\,r}=\rho\pi r^2 L$$

$$E=\frac{\rho\pi \not{L} r^2}{2\pi r \not{L}\varepsilon_0}=\frac{\rho r}{2\varepsilon_0}$$

Si r=0, E=0, si r=a, E= $E=\frac{\rho a}{2\varepsilon_0}$

a<r<b

La carga interior es siempre la misma igual a la del cable interior.

$$Q_{int} = \rho V_{cilindro\,a} = \rho \pi a^2 L$$

$$E = \frac{\rho \pi \cancel{L} a^2}{2\pi r \cancel{L} \varepsilon_0} = \frac{\rho a^2}{2 r \varepsilon_0}$$

Si r=a, $E = \frac{\rho a}{2\varepsilon_0}$ que coincide con el valor del campo interior

Si r=b, $E = \frac{\rho a^2}{2 b \varepsilon_0}$; en ese punto hay una discontinuidad, porque el campo externo es cero

b≤r

La carga interior es cero (se indica que el cable es neutro), por lo que que el campo fuera del cable coaxial es nulo.

b) Utilizamos la definición de diferencia de potencial $\Delta V = -\int_A^B \vec{E}\,\vec{dr}$

Se piden potenciales y no diferencias, como el cable es neutro planteamos V_A=0 en infinito, de modo que $V = -\int_\infty^r \vec{E}\,\vec{dr}$

Calculamos en las tres zonas:

b≤r

Como E=0, V=0

a<r<b

$$V = -\int_\infty^b 0 \cdot dr - \int_b^r \frac{\rho a^2}{2 r \varepsilon_0} dr = \frac{-\rho a^2}{2\varepsilon_0} \ln\left(\frac{r}{b}\right)$$

Si r=b, V=0 que coincide con el valor de la zona exterior.

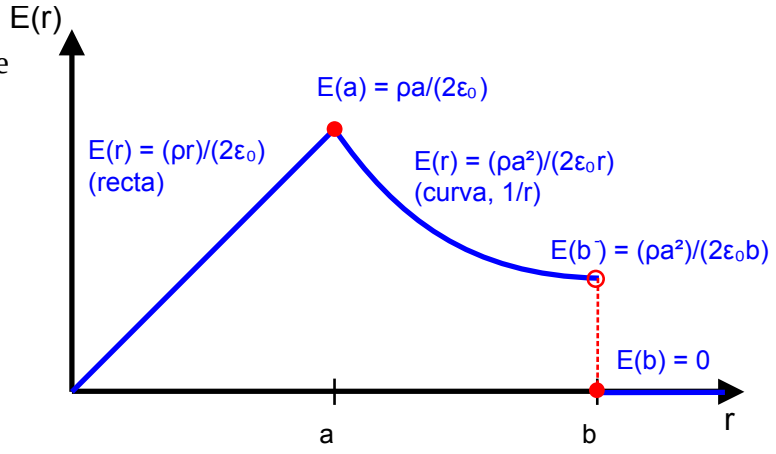
Si r=a, $V = \frac{-\rho a^2}{2\varepsilon_0} \ln\left(\frac{a}{b}\right)$

0<r≤a

$$V = -\int_\infty^b 0 \cdot dr - \int_b^a \frac{\rho a^2}{2\varepsilon_0} dr - \int_a^r \frac{\rho r}{2\varepsilon_0} dr = \frac{-\rho a^2}{2\varepsilon_0} \ln\left(\frac{a}{b}\right) - \frac{\rho}{4\varepsilon_0}\left(r^2 - a^2\right)$$

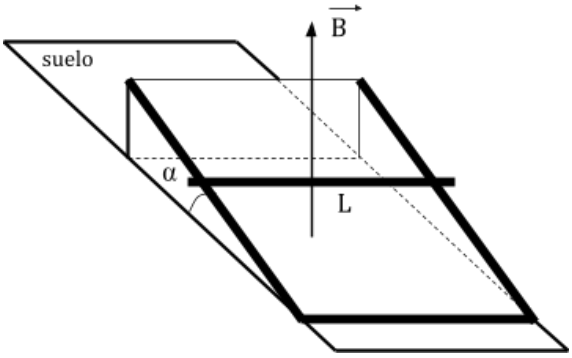
Si r=a, $V = \frac{-\rho a^2}{2\varepsilon_0} \ln\left(\frac{a}{b}\right)$ que coincide con el valor de la zona exterior.

c) Se ve como el campo es una línea recta ascendente hasta r=a (el módulo de E depende linealmente de r), y entre a y b es una curva descendente (el módulo de E depende linealmente de 1/r)
En r=b hay una discontinuidad, porque en la superficie exterior está concentrada toda la carga y el campo pasa a ser nulo de forma brusca.



Navarra 2025 Castellano

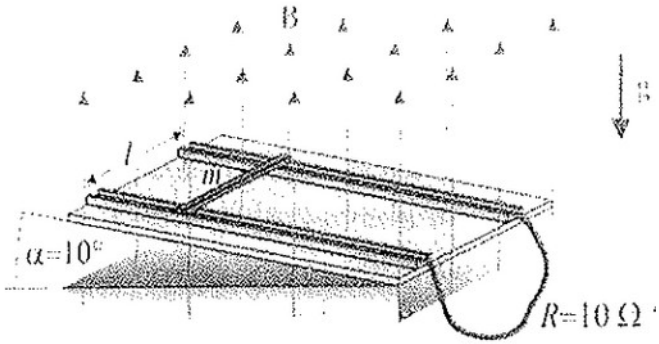
5. (1,5 puntos) Una varilla conductora de masa, m, longitud, L, y resistencia eléctrica, R, desciende deslizando sin rozamiento desde el reposo por unos carriles conductores paralelos que forman un ángulo, α, con la horizontal. Los carriles se cierran en su parte inferior por un conductor paralelo. En la región existe un campo magnético uniforme, B, perpendicular al plano horizontal (suelo), tal como se indica en la figura.



Determine la expresión matemática de:
a) La corriente inducida en el circuito, en función de la velocidad de la varilla y las magnitudes del enunciado, y razone su sentido. (0,75 puntos)
b) La velocidad de la varilla una vez alcanzado el régimen de movimiento uniforme, en función de las magnitudes del enunciado. (0,75 puntos)
DATOS: Aceleración de la gravedad: g

Baleares Ibiza 2018

B1. Un filferro conductor de secció cuadrada, de longitud l, massa m i resistència R, llisca sense fricció, baixant sobre dos rails paral·lels de resistència elèctrica negligible, inclinats un angle α i units en el seu extrem inferior per un altre conductor de resitència nul·la, tal i com s'indica a la figura. Tot el sistema es troba a l'interior d'un camp magnètic uniforme vertical ascendent d'inducció B.

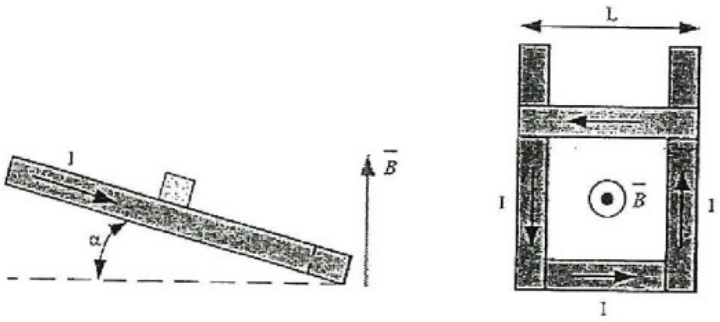


a) Calcula el valor de la velocitat constant que assoleix el filferro en el seu moviment de descens en el cas en que l=40 cm, m=15 g, R=10 Ω, B=0,5 T i α=10º.
b) Si s'augmenta l'angle fins a 30º, i el filferro baixa a la mateixa velocitat perquè ara sí hi ha fricció, quin és el coeficient de fregament del rails?

Un alambre conductor de sección cuadrada, de longitud l, masa m y resistencia R, se desliza sin fricción, bajando sobre dos raíles paralelos de resistencia eléctrica despreciable, inclinados un ángulo α y unidos en su extremo inferior por otro conductor de resistencia nula, tal y como se indica en la figura. Todo el sistema se encuentra en el interior de un campo magnético uniforme vertical ascendente de inducción B.
a) Calcula el valor de la velocidad constante que alcanza el alambre en su movimiento de descenso en caso de que l=40 cm, m=15 g, R=10 Ω, B=0,5 T y α=10º.
b) Si se aumenta el ángulo hasta 30º, y el alambre baja a la misma velocidad porque ahora sí hay fricción, ¿cuál es el coeficiente de rozamiento de los raíles?

Galicia 2016

3. Un alambre conductor de sección cuadrada, longitud L, masa m y resistencia eléctrica R, desliza sin rozamento, bajando por dos railes paralelos, de resistencia eléctrica despreciable, inclinados un ángulo α y unidos en su extremo inferior por otro conductor de resistencia nula. Todo el sistema se encuentra en el interior de un campo magnético uniforme B con dirección vertical ascendente.



a) Calcular el valor de la velocidad constante que alcanza el alambre en su movimiento de descenso.
b) Particularizar la expresión anterior al caso en que L=40 cm; m=15 g; R = 1 Ω; B=0,5 T; α=30º.
(1,25 ptos)

Ver Andalucía 1996 F1

[a) Navarra 2025 Castellano]
Realizamos un diagrama representado las fuerzas y elegimos sistema de referencia.
Como se indica que el conductor desciende, el flujo disminuye, y la corriente inducida es tal que se opone a dicha disminución, por lo que la fuerza sobre el conductor es hacia arriba, y el sentido de la corriente es entrante en el diagrama, en el sentido opuesto a las agujas del reloj en diagrama de enunciado.

$$F = I\,L\,B$$

La corriente está relacionada con la resistencia con la ley de Ohm I=V/R, y la fuerza electromotriz de la ley de Faraday
Calculamos el flujo

$$\Phi = \int \vec{B}\,d\vec{S} = \vec{B}\,\vec{S} = B\,L\,x\cos(\alpha)$$

Utilizando la ley de Faraday

$$|\varepsilon| = \left|\frac{-d\,\Phi}{dt}\right| = BLv\cos(\alpha)$$

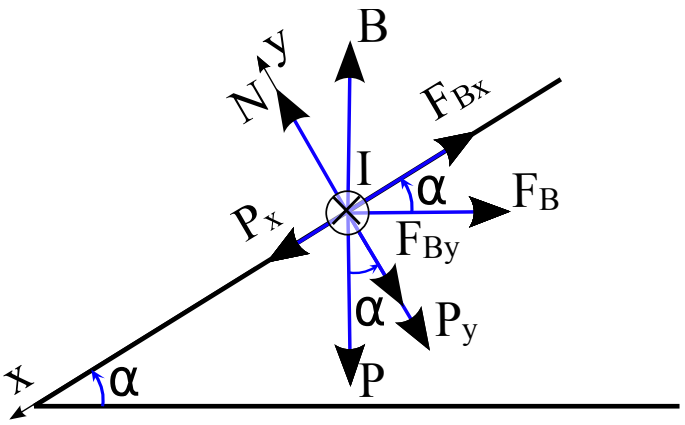
Luego la expresión I=f(v) pedida es

$$I = \frac{BLv}{R}\cos(\alpha)$$

[b) Navarra 2025 Castellano, a) Baleares Ibiza 2018, a) Galicia 2016,] Realizamos un diagrama representado las fuerzas y elegimos sistema de referencia.
Como se indica que el conductor baja, el flujo disminuye, y la corriente inducida es tal que se opone a dicha disminución, por lo que la fuerza sobre el conductor es hacia arriba.

$$F = I\,L\,B = \frac{V}{R}L\,B$$

Planteamos la 2ª ley de Newton en eje x



$$P_x - F_{Bx} = ma$$

$$mg \cdot sen(\alpha) - \frac{V}{R} L B \cdot \cos(\alpha) = m a$$

La tensión está asociada a la fuerza electromotriz de la ley de Faraday

Calculamos el flujo

$$\Phi = \int \vec{B}\, d\vec{S} = \vec{B}\,\vec{S} = B L x \cos(\alpha)$$

Utilizando la ley de Faraday

$$|\varepsilon| = \left| \frac{-d\Phi}{dt} \right| = BLv\cos(\alpha)$$

$$mg \cdot sen(\alpha) - \frac{BLv}{R} \cos(\alpha) L B \cdot \cos(\alpha) = m a$$

$$g \cdot sen(\alpha) - \frac{B^2 L^2 (\cos(\alpha))^2}{mR} v = \frac{dv}{dt}$$

$$dt = \frac{dv}{g \cdot sen(\alpha) - \frac{B^2 L^2 (\cos(\alpha))^2}{mR} v}$$

$$\int_0^t d\,t = \int_{v_0}^{v} \frac{dv}{g \cdot sen(\alpha) - \frac{B^2 L^2 (\cos(\alpha))^2}{mR} v}$$

$$t = \frac{-mR}{B^2 L^2 (\cos(\alpha))^2} \ln\left[g \cdot sen(\alpha) - \frac{B^2 L^2 (\cos(\alpha))^2}{mR} v \right]_{v_0}^{v}$$

$$\frac{-B^2 L^2 (\cos(\alpha))^2}{mR} t = \ln\left(\frac{g \cdot sen(\alpha) - \frac{B^2 L^2 (\cos(\alpha))^2}{mR} v}{g \cdot sen(\alpha) - \frac{B^2 L^2 (\cos(\alpha))^2}{mR} v_0} \right)$$

$$e^{\frac{-B^2 L^2 (\cos(\alpha))^2}{mR} t} = \frac{g \cdot sen(\alpha) - \frac{B^2 L^2 (\cos(\alpha))^2}{mR} v}{g \cdot sen(\alpha) - \frac{B^2 L^2 (\cos(\alpha))^2}{mR} v_0}$$

$$\left(g \cdot sen(\alpha) - \frac{B^2 L^2 (\cos(\alpha))^2}{mR} v_0 \right) e^{\frac{-B^2 L^2 (\cos(\alpha))^2}{mR} t} = g \cdot sen(\alpha) - \frac{B^2 L^2 (\cos(\alpha))^2}{mR} v$$

$$g \cdot sen(\alpha) \left(e^{\frac{-B^2 L^2 (\cos(\alpha))^2}{mR} t} - 1 \right) - \frac{B^2 L^2 (\cos(\alpha))^2}{mR} v_0 e^{\frac{-B^2 L^2 (\cos(\alpha))^2}{mR} t} = \frac{-B^2 L^2 (\cos(\alpha))^2}{mR} v$$

$$v = \frac{-mRg\, sen(\alpha)}{B^2 L^2 (\cos(\alpha))^2} \left(e^{\frac{-B^2 L^2 (\cos(\alpha))^2}{mR} t} - 1 \right) - v_0 e^{\frac{-B^2 L^2 (\cos(\alpha))^2}{mR} t}$$

Validamos que si $v_0=0$ y $t=0$, $v=0$

La velocidad constante se alcanza cuando $t=\infty$ y es independiente de la velocidad inicial

$$v = \frac{mRg\, sen(\alpha)}{B^2 L^2 (\cos(\alpha))^2}$$

[b) Calicia 2016] Numéricamente si L=0,4 m; m=0,015 kg; R = 1 Ω; B=0,5 T; α=30º (tomamos g=9,81 m/s^2 que no es dato)

$$v=\frac{0{,}015\cdot 1\cdot 9{,}81\cdot sen(30^o)}{0{,}5^2\cdot 0{,}4^2(\cos(30^o))^2}=2{,}45\,m/s$$

[a) Baleares Ibiza 2018] Numéricamente si l=40 cm, m=15 g, R=10 Ω, B=0,5 T y α=10º (tomamos g=9,81 m/s^2 que no es dato)

$$v=\frac{0{,}015\cdot 10\cdot 9{,}81\cdot sen(10^o)}{0{,}5^2 0{,}4^2(\cos(10^o))^2}=6{,}59\,m/s$$

[b) Baleares Ibiza 2018]

Si el alambre baja a la misma velocidad es porque baja a velocidad constante y la aceleración es cero. Realizando el planteamiento dinámico con una fuerza adicional de rozamiento que se opone a que baje. Ahora sí planteamos eje y desarrollando para despejar el coeficiente de rozamiento

Eje y:

$$N-F_{By}-P_y=0$$

$$N=\frac{BLv\cos(\alpha)}{R}LB\cdot sen(\alpha)+mg\cos(\alpha)$$

Eje x:

$$P_x-F_{Bx}-F_{roz}=0$$

$$mg\cdot sen(\alpha)-\frac{BLv\cos(\alpha)}{R}LB\cdot\cos(\alpha)=\mu N$$

$$\mu=\frac{mg\cdot sen(\alpha)-\frac{B^2L^2v(\cos(\alpha))^2}{R}}{\frac{B^2L^2v\cos(\alpha)sen(\alpha)}{R}+mg\cos(\alpha)}$$

Numericamente si α=30º y v=6,59 m/s (se mantiene l=40 cm, m=15 g, R=10 Ω, B=0,5 T)

$$\mu=\frac{0{,}015\cdot 9{,}81\cdot sen(30^o)-\frac{0{,}5^2 0{,}4^2 6{,}59(\cos(30^o))^2}{10}}{\frac{0{,}5^2 0{,}4^2 6{,}59\cos(30^o)sen(30^o)}{10}+0{,}015\cdot 9{,}81\cdot\cos(30^o)}=\frac{5{,}3805\cdot 10^{-2}}{1{,}3885\cdot 10^{-1}}=0{,}39$$

Resuelva los siguientes ejercicios. Se pueden utilizar los valores de constantes que se consideren necesarios.
Observaciones realizadas a lo largo de la prueba: Ejercicio 2.1. La carga puntual q es positiva (+250 nC).
Ejercicio 2. (10 puntos) Responda a las siguientes cuestiones:
2.1. (5 puntos) Una corteza esférica de radio R = 3 m tiene su centro en el origen de coordenadas y contiene una densidad superficial de carga σ = 3 nC/m^2. Una carga puntual q=250 nC se encuentra en el punto (0,2,0) m. Determine el valor del campo eléctrico en los siguientes puntos:
a) (2,0,0) m (2 puntos)
b) (4,0,0) m (3 puntos)

a) El punto (2,0,0) m está en el interior de la esfera.
Aplicando el teorema de Gauss $\oint \vec{E}\,d\vec{S}=\frac{Q_{interior}}{\varepsilon_0}$ tomando como superficie gaussiana una esfera de radio r concéntrica con la corteza esférica, para r<R el campo eléctrico en el interior de la esfera es nulo ya que no contiene carga.
b) El punto (4,0,0) m está en el exterior de la esfera.
Aplicando el teorema de Gauss $\oint \vec{E}\,d\vec{S}=\frac{Q_{interior}}{\varepsilon_0}$ tomando como superficie gaussiana una esfera de radio r concéntrica con la corteza esférica, para r>R el campo eléctrico en el interior de la esfera es nulo es igual al generado por una carga puntual situada en el centro que tenga la misma carga que la esfera, que es Q=σS=σ4πR^2.

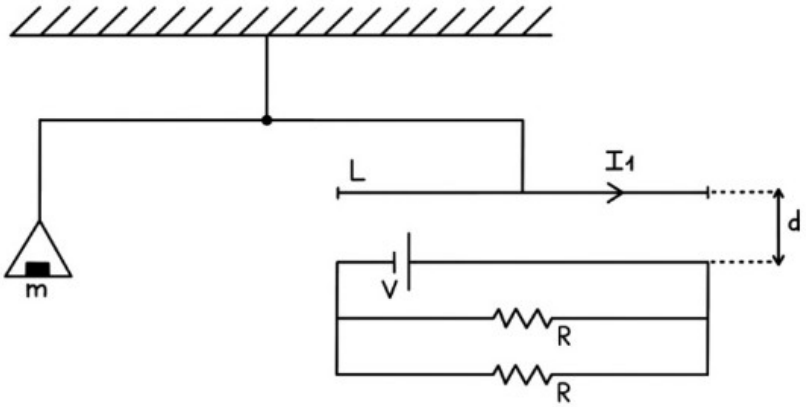
$$\vec{E}=K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r=K\frac{\sigma\,4\pi R^2}{r^2}\vec{u}_r$$

Como se indica que e pueden utilizar los valores de constantes que se consideren necesarios, tomamos K=9·10^9 N m^2·C^{-2}
En este caso desde el origen hacia el punto (4,0,0) $\vec{u}_r=\vec{i}$
Numéricamente $\vec{E}=9\cdot10^9\frac{3\cdot10^{-9}4\pi3^2}{4^2}\vec{i}=190{,}85\,\vec{i}\;N/C$

Elija una opción completa de problemas, A o B (máximo 8 puntos).
- Elija una opción completa de ejercicios, C o D (máximo 2 puntos).
- No se pueden mezclar problemas ni ejercicios de diferentes opciones. En caso de hacerlo, se corregirá el que aparezca presentado en primer lugar.

EJERCICIOS: opción C

5) Se plantea el esquema de una balanza magnética.
a) Consta de un platillo en un extremo y un hilo conductor de longitud L = 25 cm en el otro y masa despreciable, por el que circula una corriente I_1 = 3.92A como se indica. Halle la distancia d a la que se encuentra el circuito formado por dos resistencias en paralelo de 2Ω y una batería de 20V para que la balanza esté en equilibrio al poner en el platillo una pesa de 80mg. (El circuito está fijo y se encuentra en equilibrio cuando V=0). (1 punto)



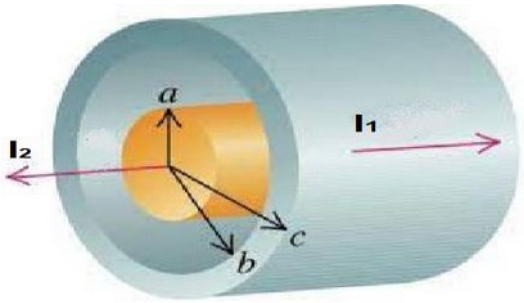
La unidad debe estar separada del valor numérico: debería ser 3.92 A, 2 Ω, 20 V y 80 mg.
Real Decreto 2032/2009, de 30 de diciembre, por el que se establecen las unidades legales de medida.

Capítulo III. Reglas de escritura de los símbolos y nombres de las unidades, de expresión de los valores de las magnitudes y para la formación de los múltiplos y submúltiplos decimales de las unidades del SI
2.6. El valor numérico precede siempre a la unidad y siempre se deja un espacio entre el número y la unidad

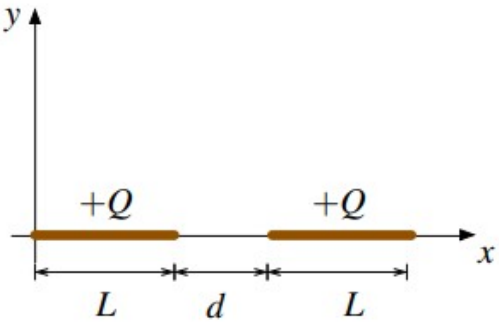
Enunciado no indica el valor de la permeabilidad magnética del vacío ni de la gravedad que que se necesitan, se utiliza $\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}$ N·m/A y g=9,8 m/s²

a) Tal y como está la fuente de alimentación el circuito circula una corriente en el mismo sentido que I_1. Dos hilos conductores paralelos con la corriente en el mismos sentido se ejercen una fuerza atractiva, que aplicando la ley de Laplace $\vec{F}=I(\vec{l}\times\vec{B})$ tiene de módulo $\frac{F}{l}=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$
El valor de I_2 se obtiene mediante la ley de Ohm, $I_2=V/R_{eq}$, siendo R_{eq} la resistencia equivalente a dos resistencias en paralelo, $1/R_{eq}=1/R_1+1/R_2 \rightarrow R_{eq}=1\ \Omega$, por lo que $I_2=20/1=20$ A
Como el circuito está fijo y en equilibrio cuando V=0, quiere decir que la fuerza que hay que hacer para compensar la masa de 80 mg, asumiendo que las distancias al eje son las mismas, es igual peso de esos 80 mg = $80\cdot10^{-6}$ kg
Numéricamente: $\frac{80\cdot10^{-6}\cdot9,8}{0,25}=\frac{4\pi\cdot10^{-7}\cdot3,92\cdot20}{2\pi d}\Rightarrow d=\frac{4\pi\cdot10^{-7}\cdot3,92\cdot20\cdot0,25}{80\cdot10^{-6}\cdot9,8\cdot2\pi}=5\cdot10^{-3}m$

EJERCICIO 5 (1,5 pts.)
a) Calcule el flujo magnético entre dos conductores coaxiales de longitud L. Ver la figura.



b) Dos barras delgadas e iguales de longitud L y carga total Q distribuida uniformemente, están situadas sobre el eje OX, separadas una distancia d como se indica en la figura
I. Calcule el campo eléctrico producido por la carga de la izquierda para un punto situado sobre el eje OX, es decir E(x).
II. Calcule la fuerza que ejerce la carga de la izquierda sobre la carga de la derecha
III. Pruebe que si d >> L la fuerza entre las barras equivale a la de dos cargas puntuales de carga Q. Puede ser necesario el uso de una aproximación



Ver Cataluña 1995-2-4
https://fcen.uncuyo.edu.ar/upload/elementos-fg-ii-a-ejercitacion2.pdf Ejercicio 28.37 tiene imagen casi idéntica, pide campo magnético, no flujo.
https://www.youtube.com/watch?v=L-HgTScZdCs Fuerza Eléctrica entre Barras Delgadas || Ej. 1|| Problema 23.84 Serway 9 ed (23.50 en edición 10)

a) Utilizamos la ley de Ampère para calcular el campo magnético $\oint \vec{B}\cdot\vec{dl}=\mu_0 I_{interior}$
Dada la simetría del problema tomamos como línea para realizar la integral círculos contenidos en el plano perpendicular al eje del conductor y con mismo centro que el conductor. El módulo del campo magnético será el mismo en toda esa línea, y la dirección y sentido viene dada por "la regla de la mano derecha, poniendo dedo gordo de mano derecha en conductor la curvatura de los dedos de la mano indica sentido del campo, que está en líneas concéntricas". Podemos plantear

$$\oint \vec{B}\cdot\vec{dl}=B\oint dl=B\,2\pi r=\mu_0 I_{interior}\Rightarrow B=\frac{\mu_0}{2\pi r}I_{interior}$$

Hay tres zonas diferentes en función de la distancia radial r de P al eje del cilintro, pero solo nos interesa la zona entre ambos conductores. Según los valores indicados en enunciado a < r < b y la corriente interior es I_2

$$B=\frac{\mu_0}{2\pi r}I_2$$

Si planteamos el flujo magnético tomando como superficie un cilindro con el mismo eje que el conductor interno y con radio r, el campo magnético es siempre paralelo a la superficie, por lo que no hay flujo. $\Phi=\int \vec{B}\,\vec{dS}=0$

b.I) Aplicando superposición el campo creado por la barra de la izquierda es la suma de los campos

creados por dq $d\vec{E}(x)=K\frac{dq}{d^2}\vec{u}_r$

Siendo d la distancia de dq, situado en posición x' (con 0<x'<L) hasta el punto x (con x>L): d=x-x'

Siendo λ=Q/L, y dq=λdx'=(Q/L)·dx'

$$\vec{E}(x)=\int_0^L d\vec{E}\,\vec{i}=\frac{KQ}{L}\int_0^L\frac{dx'}{(x-x')^2}\vec{i}$$

Hacemos cambio de variable u=x-x', du=-dx'

x'=0 → u=x

x'=L → u=x-L

$$\vec{E}(x)=\frac{-KQ}{L}\int_x^{x-L}\frac{du}{u^2}\vec{i}=\frac{-KQ}{L}\left[\frac{-1}{u}\right]_x^{x-L}\vec{i}=\frac{-KQ}{L}\left(\frac{-1}{x-L}-\left(\frac{-1}{x}\right)\right)\vec{i}=K\frac{Q}{L}\left(\frac{1}{x-L}-\frac{1}{x}\right)\vec{i}$$

$$\vec{E}(x)=K\frac{Q}{L}\frac{x-x-L}{x(x-L)}\vec{i}=K\frac{Q}{x(x-L)}\vec{i}$$

b.II) La fuerza es la suma de las fuerzas que la barra de la izquierda hace sobre todos los dq' de la barra de la derecha, en los que dq'=(Q/L)·dx'

$$\vec{F}=\int_d^{d+L}dq'\,\vec{E}(x')=K\frac{Q^2}{L}\int_d^{d+L}\frac{dx'}{x'(x'-L)}\vec{i}$$

Para integrar el campo utilizamos la expresión separada en fracciones

$$\vec{F}=\frac{KQ^2}{L^2}\int_d^{d+L}\left(\frac{1}{x'-L}-\frac{1}{x'}\right)dx'\vec{i}$$

$$\vec{F}=\frac{KQ^2}{L^2}\left[\ln(x'-L)-\ln(x')\right]_d^{d+L}\vec{i}$$

$$\vec{F}=\frac{KQ^2}{L^2}\left(\ln(d+L-L)-\ln(d+L)-\ln(d-L)+\ln(d)\right)\vec{i}$$

$$\vec{F}=\frac{KQ^2}{L^2}\ln\left(\frac{d^2}{d^2-L^2}\right)\vec{i}$$

c.III) Si d >> L , usando el primer término la aproximación en series de Taylor ln (1-x)

https://www.wolframalpha.com/input?i=taylor+series+ln%281-x%29&lang=es

$\ln(1-x)=-x-x^2/2+\ldots$

$$F=K\frac{Q^2}{L^2}\ln\left(\frac{1}{1-\frac{L^2}{d^2}}\right)=-K\frac{Q^2}{L^2}\ln\left(1-\frac{L^2}{d^2}\right)\approx-K\frac{Q^2}{L}\left(\frac{-L^2}{d^2}\right)=K\frac{Q^2}{d^2}$$

2. Dos hilos conductores rectilíneos, indefinidos y paralelos al eje z se encuentran situados en el plano yz. Uno de los hilos pasa por el punto (0, -5, 0) cm y su corriente tiene una intensidad I_1= 30 A y sentido z positivo. El otro conductor pasa por el punto (0, 5, 0) cm y su intensidad de corriente I_2 tiene sentido z negativo. Sabiendo que el módulo del campo magnético en 4 el punto (0, 0, 0) es B = $2,8 \cdot 10^{-4}$ T , calcule:
a) El valor de la intensidad I_2 y el vector campo magnético en el punto (0, 10, 0) cm.
b) La fuerza magnética por unidad de longitud que actúa sobre el conductor que pasa por el punto (0, -5, 0) cm debida a la presencia del otro, indicando su dirección y sentido.
Dato: Permeabilidad magnética del vacío, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ N A^{-2}
(2,5 puntos)

a) Aplicando superposición, el campo creado en el punto (0, 0, 0) es la suma de los campos creados por los conductores 1 y 2.

$$\vec{B}=\vec{B}_1+\vec{B}_2$$

$$\vec{B}_1=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1}(\vec{u}_l\times\vec{u}_r)=\frac{4\pi 10^{-7}30}{2\pi 0,05}\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\end{vmatrix}=-1,2\cdot 10^{-4}\vec{i}\ T$$

$$\vec{B}_2=\frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2}(\vec{u}_l\times\vec{u}_r)=\frac{4\pi 10^{-7} I_2}{2\pi 0,05}\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & 0 & -1\\ 0 & -1 & 0\end{vmatrix}=-4\cdot 10^{-6} I_2\vec{i}\ T$$

Ambos campos tienen misma dirección y sentido, por lo que planteamos

$$2,8\cdot 10^{-4}=1,2\cdot 10^{-4}+4\cdot 10^{-6}\cdot I_2 \Rightarrow I_2=\frac{1,6\cdot 10^{-4}}{4\cdot 10^{-6}}=40\ A$$

b) Al ser conductores paralelos con corrientes en sentidos opuestos se puede razonar que la fuerza es repulsiva y aplicando la ley de Laplace $\vec{F}=I(\vec{l}\times\vec{B})$ su módulo es $\frac{F}{l}=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$

Numéricamente $\frac{F}{l}=\frac{4\pi 10^{-7}\cdot 30\cdot 40}{2\pi 0,10}=2,4\cdot 10^{-3}\ N/m$

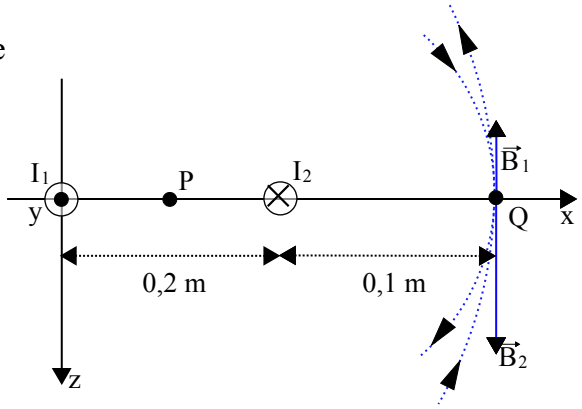
Para indicar su dirección y sentido expresamos las fuerzas vectorialmente teniendo en cuenta que son atractivas

$$\frac{\vec{F}_{1\,sobre\,2}}{l}=-2,4\cdot 10^{-3}\vec{j}\ N/m$$

$$\frac{\vec{F}_{2\,sobre\,1}}{l}=2,4\cdot 10^{-3}\vec{j}\ N/m$$

1. a) Escriba la expresión matemática de la $\overrightarrow{fuerza}$ magnética sobre una carga puntual, indicando el significado de las magnitudes que aparecen en la ecuación.
b) Dos conductores rectilíneos, paralelos y muy largos separados 0,2 m transportan corrientes de 10 y 4 A, respectivamente, en sentidos opuestos.
(i) Dibuje en un esquema el campo magnético producido por cada uno de los conductores en un punto del plano definido por ellos y situado a 0,1 m a la derecha del segundo y calcule la intensidad del campo total. Dato: $\mu_0 = 4\ \Pi \times 10^{-7}\ N\ A^{-2}$
(2,5 puntos)

a) La expresión matemática de la fuerza vectorial sobre una carga puntual es la expresión de la fuerza de Lorentz $\vec{F}_m = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$
Las magnitudes que aparecen en la ecuación son:
F_m: fuerza magnética (unidades SI: N)
q: carga eléctrica de la carga puntual (unidades SI: C)
v: velocidad de la carga (unidades SI: m/s)
B: intensidad del campo magnético (unidades SI: T)
×: indica producto vectorial
b) Realizamos un diagrama (no a escala, se reutiliza diagrama problema EvAU Madrid 2005-Modelo que es muy similar), fijando un sistema de referencia para dar el vector campo y tomando I_1=10 A e I_2=4 A.



$$B_1(Q) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} = \frac{4\pi 10^{-7} \cdot 10}{2\pi 0{,}3} = 6{,}67 \cdot 10^{-6}\ T$$

$$B_2(Q) = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d} = \frac{4\pi 10^{-7} \cdot 4}{2\pi 0{,}1} = 8 \cdot 10^{-6}\ T$$

Utilizando el principio de superposición, y sumando vectorialmente tenemos

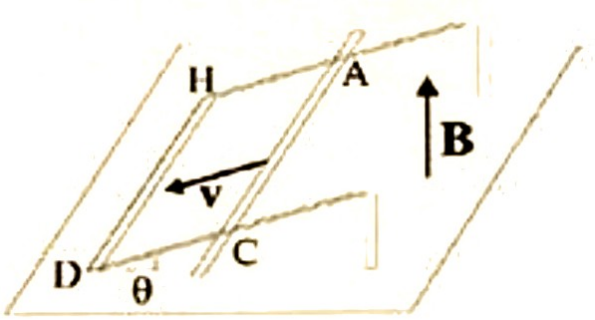
$$\vec{B}(Q) = B_1(Q) \cdot (-\vec{k}) + B_2(Q)\vec{k}$$

$$\vec{B}(Q) = (-B_1(Q) + B_2(Q))\vec{k} = (-6{,}67 \cdot 10^{-6} + 8 \cdot 10^{-6})\vec{k} = 1{,}33 \cdot 10^{-6}\vec{k}\ T$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 14 diciembre 2023
CC BY SA

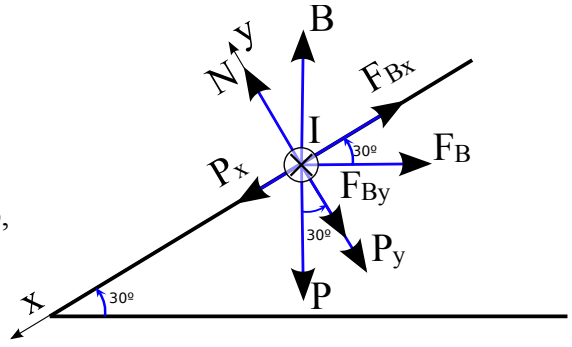
Deberá realizar tres ejercicios de entre los seis propuestos. Cada ejercicio se califica sobre 10 según la ponderación indicada en cada apartado. La calificación total de la prueba será la que resulte de dividir la puntuación total obtenida entre tres.

1. Una barra conductora de longitud l = 20 cm, de masa m = 10 g y resistencia R = 10 ohmios, baja deslizando por unos carriles conductores que forman un ángulo θ = 30º con la horizontal. Los carriles se cierran en su parte inferior por un conductor paralelo a la barra. En toda la región existe un campo magnético uniforme, perpendicular al plano horizontal sobre el que se apoyan los carriles. La inducción magnética B de dicho campo es igual a 1 Tesla.
Se observa que el movimiento primero es acelerado, convirtiéndose luego en uniforme.
a) Razónese físicamente por qué ocurre esto. (5 puntos)
b) Calcule la velocidad de la varilla, la FEM inducida en sus extremos y la corriente que pasa por el circuito cuando el movimiento de la varilla es uniforme. (5 puntos)
Nota: Se desprecia el rozamiento entre la barra y los carriles y la resistencia eléctrica de éstos y el conductor inferior, pero no así el de la barra.



Resuelto por koler en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?p=40320#p40320
Cierta analogía con 2004 Valencia Problema 6 https://gitlab.com/fiquipedia/drive.fiquipedia/-/raw/main/content/home/recursos/recursos-para-oposiciones/2004-Valencia-Problema6.pdf por la resolución (se pide expresión de velocidad y luego velocidad uniforme final) y con 1996 Andalucía Física 1 https://gitlab.com/fiquipedia/drive.fiquipedia/-/raw/main/content/home/recursos/recursos-para-oposiciones/1996-Andaluc%C3%ADa-F%C3%ADsica1.pdf por diagrama de fuerzas.

a y b) El conductor con masa m caerá aproximándose a BD (no se indica explícitamente que haya campo gravitatorio, asumimos el terrestre y g=9,8 m/s^2)
El circuito delimitado por la resistencia R, el conductor y los tramos de varillas que los unen disminuye su superficie, por lo que disminuye el flujo magnético que lo atraviesa, y según la ley de Lenz, la corriente inducida será tal que se oponga a ese aumento de flujo, por lo que crea un campo magnético inducido en sentido contrario y así el flujo disminuye. Como el B presente es vertical y hacia arriba, el B inducido será hacia arriba, y el sentido de la corriente será de C hacia A en la varilla.
Como el conductor cae y está dentro de un campo magnético y circula corriente por él, habrá una fuerza magnética sobre él $\vec{F}=I(\vec{l}\,x\,\vec{B})$. Como la corriente va de C hacia A, la fuerza será dirigida hacia la derecha en el diagrama, con una componente hacia arriba, y lo frenará. Como la corriente depende la variación de flujo, y éste de la velocidad, el movimiento no será uniforme, no es necesariamente un MRUA, no podemos plantear v=v$_0$+at ni x=x$_0$+v$_0$t+ ½at^2



Hacemos un planteamiento dinámico (tomamos eje x paralelo a los raíles con x positivas hacia abajo)
$mg\cdot sen(30^o)-IlB\cdot cos(30^o)=ma$

Necesitamos I, que está asociado a la fem inducida I =ε/R

$$\varepsilon = \int (\vec{v}\, x\, \vec{B})\, \vec{dl} = vBl\cos(\theta)$$

Para calcular la fem inducida también podemos plantear

$$\Phi = \int \vec{B}\cdot\vec{ds} = ... = B\cdot S\cdot\cos(\theta) = B\cdot l\cdot x\cdot\cos(\theta) = B\cdot l\cdot(x_0 + v\,t)\cdot\cos(\theta)$$

$$|\varepsilon| = \left|\frac{-d\,\Phi}{dt}\right| = \left|\frac{-d}{dt}(B\cdot l\cdot(x_0 + vt)\cdot\cos(\theta))\right| = vBl\cdot\cos(\theta)$$

Sustituyendo y separando para obtener v en función de t

$$mg\cdot sen(\theta) - \frac{vBl\cdot\cos(\theta)}{R} lB\cdot\cos(\theta) = m\frac{dv}{dt}$$

$$dt = \frac{dv}{g\,sen(\theta) - \frac{B^2 l^2}{mR}\cos^2(\theta)\,v} \Rightarrow \int_0^t dt = \int_0^v \frac{dv}{g\,sen(\theta) - \frac{B^2 l^2}{mR}\cos^2(\theta)\,v}$$

$$t = \frac{-mR}{B^2 l^2 \cos^2(\theta)} \ln \frac{g\,sen(\theta) - \frac{B^2 l^2}{mR}\cos^2(\theta)\,v}{g\,sen(\theta)}$$

$$1 - \frac{B^2 l^2}{mR\,g}\frac{\cos^2(\theta)}{sen(\theta)} v = e^{\frac{-B^2 l^2}{mR}\cos^2(\theta)t}$$

$$v = \frac{mRg\,sen(\theta)}{B^2 l^2 \cos^2(\theta)}\left(1 - e^{\frac{-B^2 l^2}{mR}\cos^2(\theta)t}\right)$$

Validaciones físicas: si g=0, v=0, no varía. Si t=0, v=0. Si θ=0, v=0.

La velocidad no es constante pero varía alcanzando un valor límite. Si enunciado dice constante lo podemos asociar a la límite, y podemos usar los datos proporcionados para calcular la velocidad límite según expresión de apartado b

$$v = \frac{mRg\,sen(\theta)}{B^2 l^2 \cos^2(\theta)} = \frac{0{,}010\cdot 10\cdot 9{,}8\cdot sen(30^o)}{1^2\cdot 0{,}2^2\cdot\cos^2(30^o)} = 16{,}33\,m/s$$

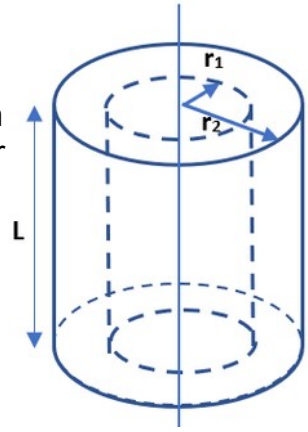
Cuando la varilla se mueve a esa velocidad, la fem es

ε=vBl·cos(θ)=16,33·1·0,2·cos(30º)=**2,83 V**

La intensidad es I =ε/R=2,83/10=**0,283 A**

Física y Química Primera prueba parte A
Han de resolverse los seis problemas, cada uno de los cuales se calificará de 0 a 10 puntos. En caso de tener varios apartados, la calificación de cada uno de ellos será la que figure en el texto y de no figurar ninguna se entenderá el mismo valor para todos. La calificación del ejercicio será la correspondiente a la media de las puntuaciones obtenidas en cada uno de los problemas.
Se aplicarán los criterios de corrección generales y específicos de evaluación que ya han sido publicados. En el problema de Química ogánica se admitirá tanto la nomenclatura actual como la de 1993.

4. Se tiene un condensador cilíndrico constituido por dos cilindros coaxiales de altura muy grande comparada con la distancia entre ambos. Se carga el condensador de modo que sus armaduras adquieren una carga de 1 μC por cada metro de altura (positiva la interior y negativa la exterior).
Si los radios de las armaduras son: r_1 =1,0 cm y r_2 = 1,1 cm respectivamente, y la armadura exterior está conectada a tierra.
a) (5 puntos) Aplique el teorema de Gauss para obtener la expresión del módulo del campo eléctrico en un punto situado a una distancia r <1 cm del eje, otro punto situado entre 1,0 < r < 1,1 cm y un tercer punto situado r > 1,1 cm.
b) (3 puntos) Halle la diferencia de potencial entre las dos armaduras cilíndricas del condensador (entre r_1 y r_2).
c) (2 puntos) Determine la expresión para determinar la capacidad del condensador por unidad de longitud y calcúlelo.
Datos: Constante dieléctrica en el aire, $\varepsilon_o = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ C^2 \cdot N^{-1} \cdot m^{-2}$



http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica3/electrico/cilindrico/cilindrico.html
Ver Madrid 2025-6, ProblemaFisicaCampoElectrico1.pdf

a) Utilizamos la ley de Gauss $\oint \vec{E}\, d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$, usando como superficie gaussiana un cilindro de altura L y con mismo eje que el cilindro y radio r.
Por simetría el campo será radial, por lo que el vector superficie siempre es paralelo al campo y tiene sentido según la carga (hacia afuera del cilindro al ser la carga interior positiva), y el módulo del campo siempre tiene el mismo módulo a una distancia r, de modo que podemos plantear

$$E\,S = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} \Rightarrow E\,2\pi r\,L = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q_{int}}{2\pi r\,L\,\varepsilon_0}$$

Planteamos en las tres zonas.
0<r≤1 cm
La carga interior es nula, y el campo es nulo
1,0 cm <r< 1,1 cm
La carga interior es siempre la misma asociada a la longitud de cable
$\lambda = 10^{-6}$ C/m, e ignorando que hay una superficie en el cilindro interior $L \cdot 2\pi r_1$, se puede plantear $Q_{int} = \lambda \cdot L$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi r\,\varepsilon_0}$$

1,1 cm < r
Se indica que la armadura exterior está conectada a tierra. Conectar a tierra supone que el potencial es 0, y que la tierra aporta o recibe la carga necesaria para que la carga de la armadura exterior sea la misma en módulo que la de la interior, que está aislada, pero de signo opuesto. Como la carga total de la superficie gaussiana que incluye ambas armaduras es cero, el campo fuera es nulo.

b) Utilizamos la definición de diferencia de potencial $\Delta V = -\int_A^B \vec{E}\,\vec{dr}$

Se piden diferencia de potencial y no potencial

$$\Delta V = -\int_{r_1}^{r_2} \frac{\lambda}{2\pi r \varepsilon_0} dr = -\frac{\lambda}{2\pi \varepsilon_0} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

Como la armadura exterior está puesta a cero y se toma con referencia potencial V=0, pero no hay una expresión para el potencial de un punto concreto, sino para diferencias de potencial.

Numéricamente

$$\Delta V = -\frac{10^{-6}}{2\pi 8{,}85 \cdot 10^{-12}} \ln\left(\frac{1{,}1}{1{,}0}\right) = -1714\,V$$

c) Usamos la definición de capacidad

$$C = \frac{Q}{|\Delta V|}$$

En este caso $C = \frac{\lambda L}{\frac{\lambda}{2\pi \varepsilon_0} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} = \frac{2\pi \varepsilon_0 L}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$

La capacidad por unidad de longitud es $\frac{C}{L} = \frac{2\pi \varepsilon_0}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$

Numéricamente $\frac{C}{L} = \frac{2\pi 8{,}85 \cdot 10^{-12}}{\ln\left(\frac{1{,}1}{1{,}0}\right)} = 5{,}83 \cdot 10^{-10}\,F/m = 583\,pF/m$

Madrid 1996

Nota: El opositor deberá contestar obligatoriamente a los problemas 3,4 y 7.
De los problemas 1 y 2 optará por uno de ellos y de los problemas, 5 y 6 elegirá otro.

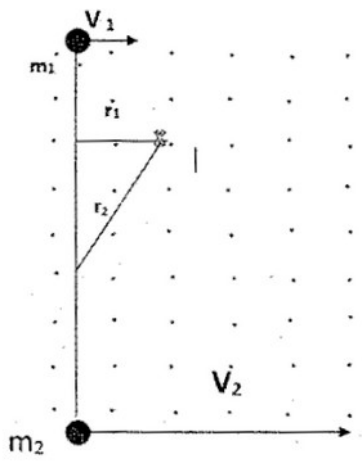
PROBLEMA 3.- Dos partículas de la misma carga y signo opuesto se lanzan, al mismo tiempo, desde dos puntos distintos con velocidades diferentes, paralelas entre sí y del mismo sentido, sobre un campo magnético homogéneo en dirección normal al mismo. Las partículas se encuentran después de haber girado 90° la primera y 150° la segunda. Calcule:
a) La relación entre sus masas
b) La relación entre sus velocidades
c) La relación entre los radios de sus órbitas.

Murcia 2023

2.- Dos partículas de la misma carga y signo opuesto, se lanzan al mismo tiempo, desde dos puntos distintos con velocidades diferentes, paralelas entre si y del mismo sentido, sobre un campo magnético homogéneo en dirección perpendicular al mismo. Las partículas se encuentran después de haber girado 90º la primera y 150º la segunda. Calcule:
a) La relación entre sus masas.
b) La relación entre sus velocidades.
c) La relación entre los radios de sus orbitas
Nota: en enunciado original Murcia el sí de "paralelas entre si" no tiene tilde.

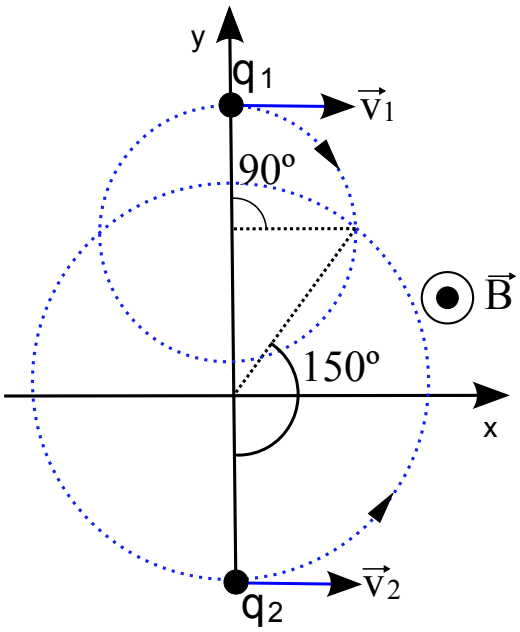
Euskadi 2023

Física 2.- Dos partículas de cargas iguales y signos contrarios se lanzan desde dos puntos distintos, con velocidades diferentes, paralelas entre sí y del mismo sentido, en dirección normal a un campo magnético uniforme. Ambas partículas se encuentran, tras haber girado 90º la primera y 150º la segunda. Calcular:



a) La relación entre los radios de las órbitas descritas por las dos partículas, así como la relación entre sus velocidades.
b) La relación entre sus masas.

Referencias:
1000 problemas de física general; J.A. Fidalgo, M.R. Fernández; problema 18.21



Realizamos un diagrama para situarnos sobre el problema.
Asumimos velocidades iniciales dirigidas hacia x positivas
Sabiendo que $\vec{F}=q(\vec{v}\times\vec{B})$ si ponemos en la parte superior la partícula con carga positiva, para que la fuerza vaya hacia abajo, el campo magnético tiene que estar dirigido hacia z positivas (hacia nosotros en el diagrama).
Comprobamos que una partícula con carga negativa en la parte inferior con el mismo campo magnético se va hacia arriba, por lo que acabarían chocando.
La asignación de signos es arbitraria, podrían ser a la inversa (y variaría el sentido campo), por lo que las llamamos q_1 y q_2, ($|q_1|=|q_2|=|q|$) y R_1 y R_2 a los radios de curvatura de las trayectorias circulares.
De la geometría del diagrama podemos deducir que $R_2\cdot\text{sen}(150º)=R_1 \rightarrow R_2=2R_1$, que es directamente lo que se pregunta en el apartado c)
En las trayectorias circulares podemos igualar módulo de la fuerza magnética y fuerza centrípeta, y como el campo magnético siempre es perpendicular a la velocidad, llegamos a

$$|q|vB=m\frac{v^2}{R}\Rightarrow|q|B=m\frac{v}{R}$$

a) Podemos plantear es que ambas partículas están describiendo MCU, y ambas tardan el mismo tiempo en recorrer esos ángulos ya que se lanzan al mismo tiempo. $\phi=\omega t=\frac{v}{R}t=\frac{|q|B\cancel{R}}{m\cancel{R}}t$

MCU1: $\frac{\pi}{2}=\frac{|q|B}{m_1}t$

MCU2: $\frac{150}{360}2\pi=\frac{|q|B}{m_2}t$

Igualando tiempos $\frac{\pi}{2}\frac{m_1}{|q|B}=\frac{150}{360}2\pi\frac{m_2}{|q|B}\Rightarrow\frac{m_1}{2}=m_2\cdot\frac{300}{360}\Rightarrow\frac{m_1}{m_2}=\frac{60}{36}=\frac{10}{6}=\frac{5}{3}$

b) Planteando el cociente de velocidades y llegamos a

$$\frac{v_1}{v_2}=\frac{\frac{|q|BR_1}{m_1}}{\frac{|q|BR_2}{m_2}}=\frac{R_1}{R_2}\frac{m_2}{m_1}=\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{5}=\frac{3}{10}$$

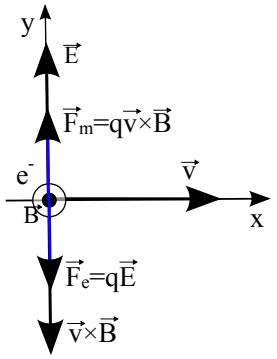
c) Lo hemos obtenido geométricamente, $R_2=2R_1$

enrique@fiquipedia.es Revisado 21 octubre 2023

1.- Un electrón se mueve con velocidad $\vec{v}=200\,\vec{i}\,m/s$ en una región en la que existen un campo eléctrico $\vec{E}=100\,\vec{j}\,V/m$ y un campo magnético B.
a) Explique con la ayuda de un esquema la dirección del campo magnético y calcule su intensidad.
b) En un instante dado, se suprime el campo eléctrico. Razone cuál sería la nueva trayectoria del electrón e indique en un esquema el sentido en que se mueve.
(e^- = 1,6.10^{-19} C) (2,5 puntos)

Similar a EvAU Madrid 2011-Junio-Coincidentes-B2
https://gitlab.com/fiquipedia/drive.fiquipedia/-/raw/main/content/home/recursos/recursospau/ficherospaufisicaporbloques/F4.2-3-PAU-CampoMagn%C3%A9tico-Inducci%C3%B3n.pdf

a) Al indicarse la velocidad como vector, entendemos que es constante, de modo que la fuerza asociada al campo eléctrico es cancelada con la fuerza asociada al campo mangético.
La fuerza asociada al campo eléctrico es $\vec{F}_e=q\cdot\vec{E}=-1{,}6\cdot10^{-19}\cdot100\,\vec{j}=-1{,}6\cdot10^{-17}\,\vec{j}\;N$
La fuerza asociada al campo magnético debe ser igual en módulo y sentido opuesto.
Utilizando la regla de la mano derecha asociada al productor vectorial, podemos deducir que el campo magnético tiene dirección del eje z y sentido hacia z positivas.
Lo podemos deducir utilizando la expresión asociada a la fuerza de Lorentz



$$\vec{F}_m=q\cdot(\vec{v}\times\vec{B})\Rightarrow1{,}6\cdot10^{-19}\cdot200\,\vec{j}=-1{,}6\cdot10^{-19}\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\200&1&0\\B_x&B_y&B_z\end{vmatrix}$$

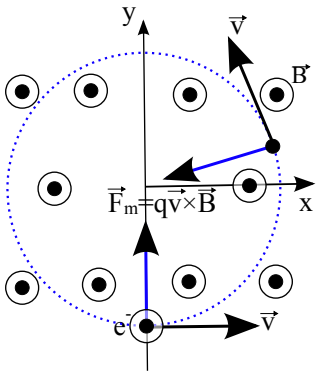
$$-200\,\vec{j}=B_z\,\vec{i}+200\,B_y\,\vec{k}-B_x\,\vec{k}-200\,B_z\,\vec{j}$$

$$0=B_x$$

$$-200=-200\,B_z\Rightarrow B_z=1\,T$$

$$0=200\,B_y-B_x\Rightarrow B_x=0$$

Realizamos el esquema indicado
b) Si solo actúa el campo magnético, la fuerza es siempre perpendicular al vector velocidad, por lo que tiene efecto centrípeto y sería una trayectoria circular.
El radio lo podemos calcular igualando módulo de fuerza magnética a módulo de fuerza centrípeta.



$$|q|vB=m\frac{v^2}{R}\Rightarrow R=\frac{mv}{|q|B}$$

No indicamos valor númerico del radio ya que enunciado no indica el valor de la masa del electrón.

Model 2. Cas 2. Qüestions prèvies.

b) Suposem que l'extractor d'una cuina absorbeix les partícules de l'aire que estan carregades elèctricament i es situen instantàniament a una distància de 40cm entre elles formant tres vèrtex d'un quadrat. Les càrregues (considerades puntuals) són: Q_1=20nC situada a l'eix d'ordenades, Q_2 = - 60nC situada a l'origen de coordenades, i Q_3 =40nC situada a l'eix de les abscisses. Calculeu el camp elèctric que es produeix en el 4t vèrtex degut a la distribució de càrregues, en mòdul, direcció i sentit.
Dada: k= $9 \cdot 10^9$ N m^2 /C^2

b) Supongamos que el extractor de una cocina absorbe las partículas del aire que están cargadas eléctricamente y se sitúan instantáneamente a una distancia de 40 cm entre ellas formando tres vértices de un cuadrado. Las cargas (consideradas puntuales) son: Q_1=20 nC situada en el eje de ordenadas, Q_2 = - 60 nC situada en el origen de coordenadas, y Q_3 =40 nC situada en el eje de las abscisas. Calcula el campo eléctrico que se produce en el 4º vértice debido a la distribución de cargas, en módulo, dirección y sentido.
Dato: k= $9 \cdot 10^9$ N m^2 /C^2

El valor debe ir separado de la unidad: serían 40 m, 20 nC, -60 nC, 40 nC

b) Utilizamos la definición vectorial de campo eléctrico $\vec{E} = K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$ y que $\vec{u}_r = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$

La distancia de las cargas Q_1 y Q_3 al cuarto vértice, que llamamos P, es la misma: 0,4 m. La distanciad de Q_2 en el origen al cuarto vértice es $0,4\sqrt{2}\,m$.
El vector que va de Q_1 en eje y a P es $0,4\,i$
El vector que va de Q_2 en origen a P es y $0,4\,\vec{i} + 0,4\,\vec{j}$
El vector que va de Q_3 en eje x a P es y $0,4\,\vec{j}$

$$\vec{E}(P) = 9\cdot 10^9 \frac{20\cdot 10^{-9}}{0,4^2}\vec{i} + 9\cdot 10^9 \frac{-60\cdot 10^{-9}}{(0,4\sqrt{2})^2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\vec{i} + \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{j}\right) + 9\cdot 10^9 \frac{40\cdot 10^{-9}}{0,4^2}\vec{j}$$

$$\vec{E}(P) = 1125\,\vec{i} - 1193\,i - 1193\,j + 2250\,\vec{j}$$

$$\vec{E}(P) = -68\,\vec{i} + 1057\,\vec{j}\ N/C$$

$$|\vec{E}(P)| = \sqrt{68^2 + 1057^2} = 1059\ N/C$$

Model 2. Cas 2. Qüestions prèvies.

d) Necessitem fer un recobriment de plata, d'una dècima de mil·límetre de gruix, a un dels estris utilitzats a la cuina de 0,785 cm^3 de superfície. L'empresa que ens ho farà utilitza un dipòsit electrolític i fa circular un corrent continu de 22,5 A per una cel·la que conté una dissolució de nitrat de plata. El càtode és un bombo metàl·lic dins del qual s'hi posa el nostre estri i es manté en constant moviment d'agitació perquè el dipòsit sigui uniforme. Quant de temps haurà d'estar connectat el corrent continu, suposada la intensitat constant.
Dades: Densitat de la plata 10,5 g/cm^3 1 F = 96500 C R = 8,31 J/K·mol 1 atm = 101300 Pa
Masses atòmiques: C =12 O = 16 H = 1, Ag = 107'9

d) Necesitamos realizar un recubrimiento de plata, de una décima de milímetro de espesor, a uno de los utensilios utilizados en la cocina de 0,785 cm^3 de superficie. La empresa que nos lo hará utiliza un depósito electrolítico y hace circular una corriente continua de 22,5 A por una celda que contiene una disolución de nitrato de plata. El cátodo es un bombo metálico dentro del cual se pone nuestro utensilio y se mantiene en constante movimiento de agitación para que el depósito sea uniforme. Cuánto tiempo deberá estar conectada la corriente continua, supuesta la intensidad constante.
Datos: Densidad de la plata 10,5 g/cm^3 1 F = 96500 C ...
Masas atómicas: ... Ag = 107'9

El separador decimal debe ir en la línea de escritura: debería ser 107,9

d) El volumen de plata a depositar es $0,01 \cdot 0,785 = 7,85 \cdot 10^{-3}$ cm^3
La masa de plata a depositar es $m = d \cdot V = 10,5 \cdot 7,85 \cdot 10^{-3} = 8,24 \cdot 10^{-2}$ g Ag
La reacción de reducción de la plata solo intercambia un electrón $Ag^+ + 1e^- \rightarrow Ag$ (s)
Usamos factores de conversión teniendo en cuenta que A=C/s

$$8,24 \cdot 10^{-2}\, \cancel{g\ Ag} \cdot \frac{1\, \cancel{mol\ Ag}}{107,9\, \cancel{g\ Ag}} \cdot \frac{1\, \cancel{mol\ e^-}}{1\, \cancel{mol\ Ag}} \cdot \frac{96500\, \cancel{C}}{1\, \cancel{mol\ e^-}} \cdot \frac{1\, s}{22,5\, \cancel{C}} = 3,28\, s$$

Model 1. Cas 2. Qüestions prèvies.

b) Una bobina rectangular plana de 100 espires, de superfície $2 \cdot 10^{-2}$ m^2 cada espira, es troba dintre d'un camp magnètic uniforme, les línies de força del qual són perpendiculars a la cara de la bobina i amb camp magnètic que varia en 0,1 s de 0,6 T a 0,3 T. Calculeu la fem induïda en la bobina i la intensitat del corrent induït, suposant que la bobina té una resistència de 11 Ω

b) Una bobina rectangular plana de 100 espiras, de superficie $2 \cdot 10^{-2}$ m^2 cada espira, se encuentra dentro de un campo magnético uniforme, cuyas líneas de fuerza son perpendiculares a la cara de la bobina y con campo magnético que varía en 0,1 s de 0,6 T a 0,3 T. Calcule la fem inducida y la intensidad de corriente inducida, suponiendo que la bobina tiene una resistencia de 11 Ω

b) La superficie total es 100 veces la superficie de una espira

A ser el campo perpendicular a la superficie $\Phi = \int \vec{B} d\vec{S} = B \cdot S = B \cdot 100 \cdot 2 \cdot 10^{-2} = 2B$

Aplicamos la ley de Faraday-Lenz y cambiamos derivada por conciente de incrementos asumiendo que la variación es uniforme

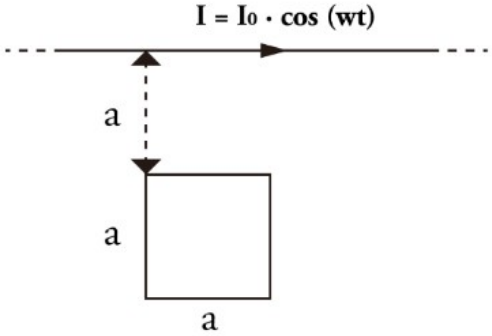
$$\varepsilon = \frac{-d\Phi}{dt} = -2\frac{dB}{dt} = -2\frac{\Delta B}{\Delta T} = -2\frac{0,3-0,6}{0,1} = 6\,V$$

Aplicando la ley de Ohm

$$I = \frac{V}{R} = \frac{6}{11}\,A \approx 0,55\,A$$

Ceuta 2021

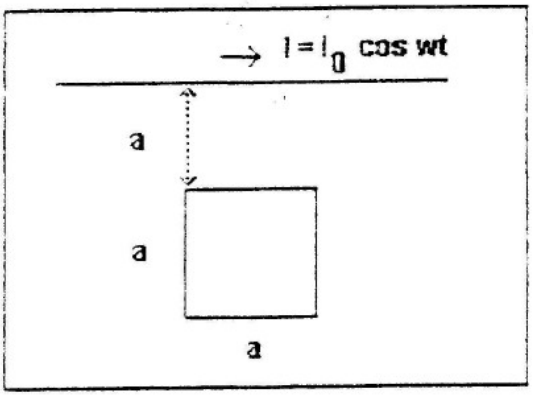
3. Por un hilo conductor rectilíneo muy largo circula una corriente $I = I_0 \cdot \cos(\omega t)$.
El hilo se encuentra en el mismo plano que una espira cuadrada conductora de lado a metros y resistencia R ohmios.
Calcula:



a) Módulo del campo magnético a una distancia r medida en metros desde el hilo.
b) Calcular el flujo magnético que atraviesa la espira.
c) ¿Cuánto vale la intensidad que recorre la espira? ¿Cómo podríamos medirla en el laboratorio?
d) Calcular de manera razonada el coeficiente de inducción mutua entre el hilo y la espira.

Castilla-La Mancha 1998
FÍSICA

Por un hilo conductor rectilíneo muy largo circula una corriente $I=I_0 \cos wt$.
El hilo se encuentra en el mismo plano que una espira cuadrada conductora de lado a metros y resistencia R (ohmios).



Se pide:
a) Módulo del campo magnético a una distancia r medida en metros desde el hilo.
b) Calcular el flujo magnético que atraviesa la espira.
c) ¿Cuanto vale la intensidad que recorre la espira? ¿Cómo podríamos medirla en el laboratorio?
d) Si la espira fuese no conductora, ¿qué podríamos medir en el laboratorio?
e) Calcular de forma razonada el coeficiente de inducción mutua entre el hilo y la espira.

Criterios de calificación:
apartado a) hasta 1 punto.
apartado b) hasta 1 punto.
apartado c) hasta 1 punto.
apartado d) hasta 0,5 puntos.
apartado e) hasta 1,5 puntos.

Similar a Murcia 2006-TI1 y Galicia 1994-F3
Resuelto por Basileia en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=3533#p18334

a) El módulo del campo magnético creado por un conductor rectilíneo a una distancia r es $B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$, expresión deducible utilizando la ley de Ampère. En este caso $B=\frac{\mu_0 I_0 \cos(\omega t)}{2\pi r}$

b) $\Phi=\int \vec{B}\cdot d\vec{S}$ Al ser el campo perpendicular a la superficie podemos plantear $\Phi=\int B\cdot dS$, y al no ser el campo constante en toda la espira el flujo lo planteamos como una integral de flujo en tramos diferenciales de altura a y anchura dx entre a y a+a

$$\Phi=\int_a^{2a} B\,a\,dr=\frac{\mu_0 I_0\cos(\omega t)}{2\pi}a\int_a^{2a}\frac{dr}{r}=\frac{\mu_0 I_0\cos(\omega t)}{2\pi}a\ln 2[Wb]$$

c) Aplicando la ley de Faraday-Lenz $\varepsilon=\frac{-d\Phi}{dt}=\frac{\mu_0 I_0 a\omega\ln 2}{2\pi}sen(\omega t)[\varepsilon\,en\,V,t\,en\,s]$

Aplicando la ley de Ohm $I=\frac{V}{R}=\frac{\mu_0 I_0 a\omega\ln 2}{2\pi R}sen(\omega t)[I\,en\,A,t\,en\,s]$

La intensidad se puede medir con un amperímetro, que se colocaría intercalado en serie (y asumimos ideal sin resistencia, y que no varía la superficie del circuito)

d) Si la espira es no conductora no habría desplazamiento de cargas ni fuerza electromotriz, no podríamos medir corriente en esa espira. Deberíamos colocar algún elemento que sí sea sensible a esas variaciones y tenga alguna magnitud medible, por ejemplo podríamos colocar imanes/brújulas o limaduras para medir en el laboratorio el campo magnético creado, siempre que el valor de "w" sea lo suficientemente bajo.

e) Por definición el coeficiente de inducción mutua cumple $\Phi_2=M I_1\Rightarrow\varepsilon_2=-M\frac{dI_1}{dt}$ luego

$$M=\frac{\Phi_2}{I_1}=\frac{\frac{\mu_0 \cancel{I_0\cos(\omega t)}}{2\pi}a\ln 2}{\cancel{I_0\cos(\omega t)}}=\frac{\mu_0 a\ln 2}{2\pi}[H]$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 17 agosto 2025
CC BY SA

2. (Accesos 1, 2 y 3) a) ¿Qué trayectoria sigue un protón al penetrar en un campo magnético de forma que las direcciones de la velocidad y el campo no sean perpendiculares ni coincidan? ¿y si coinciden? (0,25 puntos)
Sobre un protón que posee una energía cinética de 4,5 MeV actúa en dirección normal a su trayectoria un intenso campo magnético de 8 T. Sin considerar efectos relativistas calcule:
b) El radio de la órbita descrita (0,50 puntos)
c) Si el campo magnético constante tiene la dirección del eje X y la velocidad del protón la del eje Y, calcule el campo eléctrico que deberíamos aplicar en módulo dirección y sentido para que la trayectoria fuese rectilínea. (0,25 puntos)
Datos:
Masa del protón $m_p=1{,}673\cdot10^{-27}$kg
Carga del protón $q_p=1{,}602\cdot10^{-19}$C

El valor y la unidad deben ir separados: debería ser $1{,}673\cdot10^{-27}$ kg y $1{,}602\cdot10^{-19}$ C

a) De manera general sigue una trayectoria helicoidal: la composición de un MRU en el sentido del campo y un MCU en el plano perpendicular al campo.
De manera general la velocidad la podemos descomponer en una componente paralela al campo, y una componente perpendicular al campo. Aplicando la ley de Lorentz

$$\vec{F}=q(\vec{v}\times\vec{B})=q((v_{\vec{paralela}}+v_{\vec{perpendicular}})\times\vec{B})=q(v_{\vec{perpendicular}}\times\vec{B})$$

La componente paralela de la velocidad no genera fuerza magnética y en ese sentido es MRU
La componente perpendicular genera una fuerza centrípeta y en ese sentido es MCU
Si coinciden sería equivalente a que toda la velocidad fuera paralela al campo magnético: la trayectorial sería rectilínea MRU ya que el vector velocidad no sería alterado.
b) Si igualamos módulo de fuerza magnética y fuerza centrípeta

$$|q|vB=m\frac{v^2}{R}\Rightarrow R=\frac{mv}{|q|B}$$

La energía de 4,5 MeV=$4{,}5\cdot10^{6}\cdot1{,}602\cdot10^{-19}=7{,}209\cdot10^{-13}$ J
Usando la expresión no relativista

$$E_c=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow v=\sqrt{\frac{2E_c}{m}}=\sqrt{\frac{2\cdot7{,}209\cdot10^{-13}}{1{,}673\cdot10^{-27}}}=2{,}936\cdot10^{7}\,m/s$$

Validamos $2{,}936\cdot10^{7}/3\cdot10^{8}=9{,}8\%$, no relativista

$$R=\frac{1{,}673\cdot10^{-27}\cdot2{,}936\cdot10^{7}}{1{,}602\cdot10^{-19}\cdot8}=3{,}83\cdot10^{-2}\,m$$

c) Para que la trayectoria sea rectilínea la fuerza total debe ser nula.
Aplicando superposición la fuerza eléctrica debe ser opuesta a la magnética.
La fuerza magnética tiene sentido negativo eje Z aplicando $\vec{F}=q(\vec{v}\times\vec{B})$, por lo que el campo eléctrico tiene que tener sentido positivo eje Z, ya que la fuerza eléctrica es $\vec{F}=q\vec{E}$ y al ser la carga positiva fuerza y campo eléctrico tienen mismo sentido.
En módulo $|q|vB=|E|\Rightarrow E=vB=2{,}936\cdot10^{7}\cdot8=2{,}349\cdot10^{8}\,V/m$
Vectorialmente $\vec{E}=2{,}349\cdot10^{8}\vec{k}\,V/m$

2. (turno covid) a) ¿Qué significa que la inducción magnética $\vec{B}$ sea un campo solenoidal? (0,20 puntos)
b) Calcule el flujo magnético que atraviesa una espira cuadrada de lado 10 cm situada a 10 cm de un hilo conductor infinito por el que circula una corriente de 1 A en el mismo plano que el hilo y con dos de sus lados paralelos al mismo (0,80 puntos)
Consideremos dos hilos conductores infinitos, paralelos, separados en el aire 20 cm por los que circulan dos intensidades I_1=1 A y I_2=2 A de sentidos contrarios Calcule:
c) La fuerza por unidad de longitud que ejercerían sobre otro hilo paralelo a ellos y equidistante de los mismos por el que circula una corriente de 2 A en el mismo sentido que I_1. (0,25 puntos)
d) La línea paralela a los hilos en la que el campo magnético es nulo. (0,75 puntos)
Datos: $\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}$ N/A^2

Ver Galicia 1994-F3

a) La inducción magnética es un campo solenoidal porque su divergencia es cero, que indica que no existen monopolos magnéticos (no hay fuentes escalares de inducción magnética) y las líneas de campo magnético son cerradas.
b) Asumimos que el medio es el vacío. El módulo del campo magnético creado por un conductor rectilíneo a una distancia r es $B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$, expresión deducible utilizando la ley de Ampère.
El flujo es $\Phi=\int \vec{B}\cdot\vec{dS}$; al ser el campo perpendicular a la superficie podemos plantear $\Phi=\int B\cdot dS$, y al no ser el campo constante en toda la espira el flujo lo planteamos como una integral de flujo en tramos diferenciales de altura b y anchura dx (dr) entre a y a+b (en este caso al ser cuadrada a=b)

$$\Phi=\int_a^{a+b} B\,b\,dr=\frac{\mu_0 I}{2\pi}b\int_a^{a+b}\frac{dr}{r}=\frac{\mu_0 I}{2\pi}b\ln\left(\frac{a+b}{a}\right)$$

Numéricamente

$$\Phi=\frac{4\pi10^{-7}\cdot1}{2\pi}0{,}1\ln\left(\frac{0{,}1+0{,}1}{0{,}1}\right)=1{,}39\cdot10^{-8}\,Wb$$

c) El enunciado indica solo “equidistante de los mismos” por lo que habría infinitas posibilidades siempre que el tercer hilo estuviera en el plano mediatriz de los otros dos hilos. Asumimos que está en el mismo plano que ambos hilos y equidistante.
Tomamos x=0 en el hilo 1 y x=0,2 m en el hilo 2. El sentido del hilo 1 lo tomamos como +z, y el del hilo 2 como -z.
El campo creado por ambos conductores tendrá sentido +y, y se sumarán módulos

$$B_T=\frac{4\pi10^{-7}1}{2\pi0{,}1}+\frac{4\pi10^{-7}2}{2\pi0{,}1}=6\cdot10^{-6}T\qquad \vec{B}_T=6\cdot10^{-6}\vec{j}\,T$$

Aplicando la ley de Laplace $\vec{F}=I(\vec{l}\times\vec{B})$

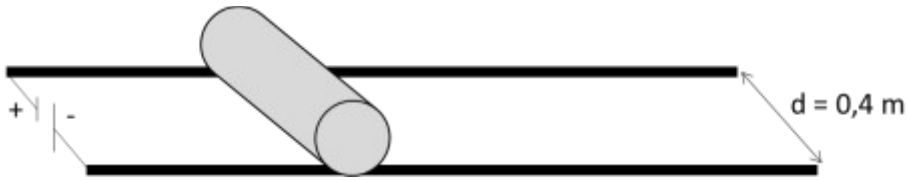
$$\frac{\vec{F}}{l}=2\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\0&0&1\\0&6\cdot10^{-6}&0\end{vmatrix}=-1{,}2\cdot10^{-5}\vec{i}\;N/m$$

d) Para que el campo magnético sea nulo, aplicando superposición, ambos hilos generan campos de mismo módulo y sentido opuesto. Al ser $I_1<I_2$ y tener sentidos opuestos debe ser a la izquierda de I_1.

$$\frac{4\pi10^{-7}1}{2\pi x}=\frac{4\pi10^{-7}2}{2\pi(0{,}2+x)}\Rightarrow2x=0{,}2+x\Rightarrow x=0{,}2\,m$$

Sería la línea x=-0,2 m paralela a eje z.

4. Dos raíles conductores horizontales están separados una distancia d = 0,4 metros. Un cilindro conductor sólido de radio 0,1 m y masa 4 kilos se apoya sobre dichos raíles. Los raíles poseen una superficie rugosa de modo que el cilindro rueda en vez de deslizar. Se conecta una batería de 12 V a los raíles, como se indica en la figura. La única resistencia significativa del circuito es la resistencia de contacto de 6 Ω entre el cilindro y los raíles. Todo el sistema se encuentra en un campo magnético uniforme vertical y el cilindro está inicialmente en reposo, próximo a la batería. ¿Cuál debe ser el módulo y el sentido de B para que el cilindro tenga una aceleración inicial de 0,1 m/s^2 hacia la derecha?
Dato: I = ½· m·r^2



La batería va a hacer que circule corriente sobre el cilindro en sentido "entrante" en el diagrama, y coo el campo magnético es vertical (asumimos sentido hacia arriba), aplicando Laplace $\vec{F}=I(\vec{l}\times\vec{B})$ la fuerza sobre el cilindro será hacia la derecha. Cuando el cilindro se mueve hacia la derecha no planteamos que haya variación de flujo en la superficie formada por el cilindro, raíles y batería.
Realizamos un planteamiento dinámico:
Traslación: F-F$_{roz}$=ma

$$F=IlB=\frac{V}{R}\cdot d\cdot B$$

Rotación: M=Iα
Tomamos momentos respecto al centro del cilindro, M=F$_{roz}$·R, luego F$_{roz}$=Iα/R
Al rodar sin deslizar a=αR → α=a/R

$$\frac{V}{R}\cdot d\cdot B-\frac{I\alpha}{R}=ma$$

$$\frac{V}{R}\cdot d\cdot B-\frac{\frac{1}{2}mR^2a}{R^2}=ma$$

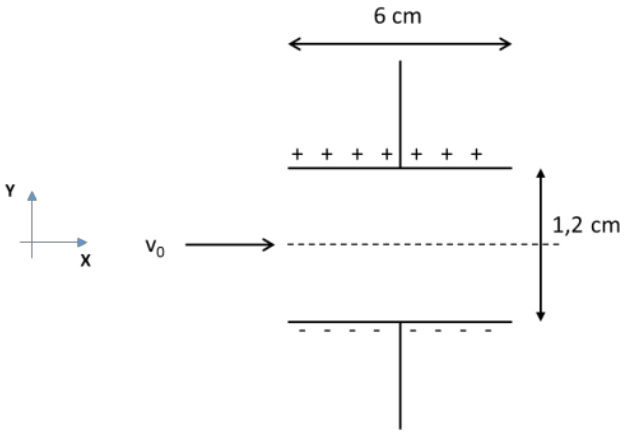
$$\frac{V}{R}\cdot d\cdot B=\frac{3}{2}ma$$

$$B=\frac{3}{2}\frac{ma}{d}\frac{R}{V}$$

Numéricamente $B=\frac{3}{2}\cdot\frac{4\cdot 0,1}{0,4}\cdot\frac{6}{12}=0,75\,T$

enrique@fiquipedia.es Revisado 20 junio 2021
CC BY SA

4. Un haz de electrones con energía cinética de 200 eV entra en el espacio entre las placas de un tubo de Thomson q/m, de 6 cm de largo y están separadas por 1,2 cm.
a) Si se aplica un potencial de 25 V a través de las placas ¿Cuánto se habrá desviado el haz en el eje Y, al llegar al final de las placas? (6 puntos)
b) Hallar el módulo, dirección y sentido de un campo magnético que permita al haz pasar sin ser desviado. Representa un diagrama explicativo. (4 puntos)
Datos $q_e = -1{,}6\cdot10^{-19}$ C; $m_e = 9{,}11\cdot10^{-31}$ kg



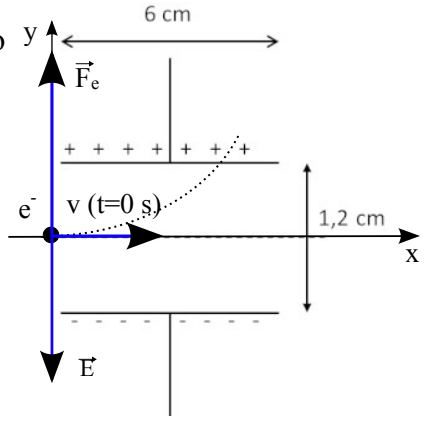
Ejercicio con similitudes a EvAU Madrid 2004-Junio-A Problema 2 (movimiento parabólico entre placas) y a 2010-Junio-Coincidentes-B Problema 2 (campo eléctrico y magnético entre placas)

a) Utilizando el sistema de coordenadas indicado en enunciado, y sabiendo que $\vec{E}=-\vec{\nabla}(V)=-grad\,V$, expresión que para campo eléctrico uniforme entre placas y módulos podemos plantear como $|E|=\frac{|\Delta V|}{|\Delta y|}$ tenemos

$$|E|=\frac{25}{0{,}012}=2{,}083\cdot10^{3}\,V/m$$

El campo está dirigido siempre hacia potenciales menores (llevaría una carga positiva hacia potenciales menores), por lo que vectorialmente $\vec{E}=-2{,}083\cdot10^{3}\,\vec{j}\,V/m$

$$\vec{a}=\frac{\vec{F}}{m}=\frac{q\vec{E}}{m}=\frac{-1{,}6\cdot10^{-19}\cdot(-2{,}083\cdot10^{3}\,\vec{j})}{9{,}11\cdot10^{-31}}=3{,}66\cdot10^{14}\,\vec{j}\,m/s^2$$



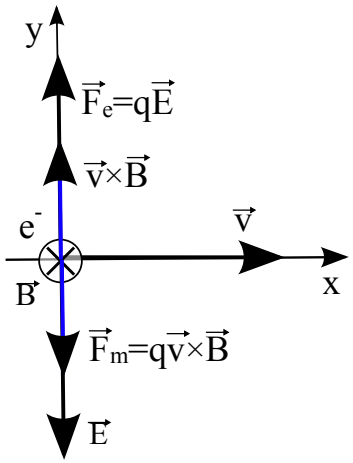
Asumimos velocidades no relativistas
El electrón describe un movimiento parabólico, MRU en eje x y MRUA en eje y.
La velocidad inicial está asociada a la energía cinética inicial. Usamos 1 eV = $1{,}6\cdot10^{-19}$ J.

$$E_c=\frac{1}{2}m\,v^2\Rightarrow v=\sqrt{\frac{2\,E_c}{m}}=\sqrt{\frac{2\cdot200\cdot1{,}6\cdot10^{-19}}{9{,}11\cdot10^{-31}}}=8{,}38\cdot10^{6}\,m/s$$ (menor 3% c, no relativista)

Con MRU eje x averiguamos tiempo en recorrer los 6 cm de las placas.
$x=x_0+v_{0x}\cdot t \rightarrow 0{,}06=0+8{,}38\cdot10^{6}\cdot t \rightarrow t=0{,}06/8{,}38\cdot10^{6}=7{,}16\cdot10^{-9}$ s
Con MRUA eje y averiguamos distancia recorrida en ese tiempo
$y=y_0+v_{0y}\cdot t+1/2\cdot a\cdot t^2=0{,}5\cdot3{,}66\cdot10^{14}\cdot(7{,}16\cdot10^{-9})^2=9{,}38\cdot10^{-3}$ m = 0,938 cm
En ese momento $v_y=v_{0y}+at= 3{,}66\cdot10^{14}\cdot7{,}16\cdot10^{-9}=2{,}62\cdot10^{6}$ m/s (menor 1% c, no relativista)
Dado que las placas están separadas 1,2 cm, el electrón recorre más de la mitad (recorre 0,9 cm, más de 0,6 cm) y chocará antes con la placa, calculamos en qué punto
$y=y_0+v_{0y}\cdot t+1/2\cdot a\cdot t^2 \rightarrow 0{,}006=0{,}5\cdot3{,}66\cdot10^{14}\cdot t^2 \rightarrow t=5{,}73\cdot10^{-9}$ s
En ese momento en el eje x habrá recorrido $x=8{,}38\cdot10^{6}\cdot5{,}73\cdot10^{-9}=4{,}8\cdot10^{-2}$ m = 4,8 cm
b) Para que la partícula no se desvíe la fuerza total debe ser nula, por lo que la fuerza del campo magnético debe ser opuesta a la fuerza eléctrica, y tendrá que estar dirigida hacia y negativas

$$|F_e|=|F_m|\Rightarrow|qE|=|qvB|\Rightarrow B=\frac{E}{v}=\frac{2{,}083\cdot10^{3}}{8{,}38\cdot10^{6}}=2{,}49\cdot10^{-4}\,T$$

Para determinar el módulo, dirección y sentido del campo magnético, que sabemos que debe ser perpendicular a la velocidad y a la fuerza, por lo que estará en el eje z, podemos razonar usando la ley de Lorentz $\vec{F}_m = q(\vec{v} \times \vec{B})$ y la regla del producto vectorial y ver que estará dirigido hacia z negativas.



También podemos plantear matemáticamente

$$\vec{F}_m = q(\vec{v} \times \vec{B}) = -1{,}6 \cdot 10^{-19} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 8{,}38 \cdot 10^6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B_z \end{vmatrix} \Rightarrow \vec{F}_m = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot B_z \vec{j}$$

$$\vec{F}_m = -\vec{F}_e = -q\vec{E} \Rightarrow 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot B_z \vec{j} = -(-1{,}6 \cdot 10^{-19}) \cdot (-2{,}083 \cdot 10^3 \vec{j})$$

Vectorialmente $\vec{B} = -2{,}49 \cdot 10^{-4} \vec{k}\, T$

Incluimos un diagrama tal y como se pide

enrique@fiquipedia.es Revisado 16 agosto 2025
CC BY SA

1. Un electrón se mueve con velocidad $v=200\,\vec{i}\,m/s$ en una región en la que existen un campo eléctrico $E=100\,\vec{j}\,V/m$ y un campo magnético B.
a) Explique con ayuda de un esquema la dirección del campo magnético y calcule su intensidad.
b) En un instante dado, se suprime el campo eléctrico. Razone cuál sería la nueva trayectoria del electrón e indique en un esquema el sentido en que se mueve.
(e-= 1,6.10^{-19} C) (2,5 puntos)

a) Si la velocidad es constante vectorialmente, la fuerza total es nula. Aplicando superposición, la fuerza magnética es igual en módulo a la eléctrica pero de sentido opuesto. Utilizando la expresión de la fuerza de Lorentz $\vec{F}=q(\vec{v}\times\vec{B})$ e igualando módulos

$$|q|\,v\,B=|q|\,E\Rightarrow B=\frac{E}{v}=\frac{100}{200}=0,2\,T$$

La fuerza eléctrica es

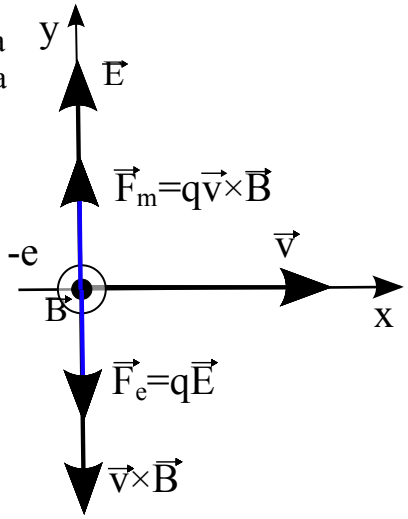
$$\vec{F}=q\,\vec{E}=-1,6\cdot10^{-19}\cdot100\,\vec{j}=-1,6\cdot10^{-17}\,\vec{j}\,N$$

La fuerza magnética es

$$1,6\cdot10^{-17}\,\vec{j}=-1,6\cdot10^{-19}\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 200 & 0 & 0\\ B_x & B_y & B_z\end{vmatrix}$$

$$B_y=0$$

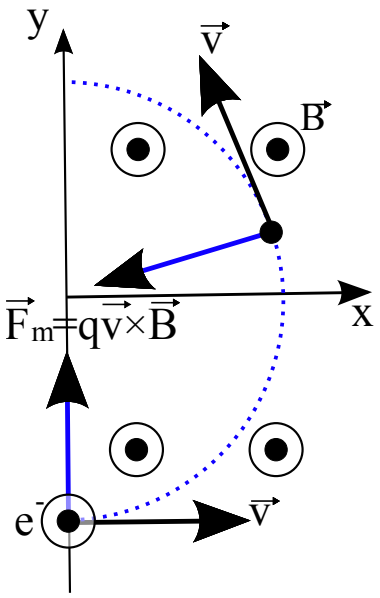
$$100=200\,B_z\Rightarrow B_z=\frac{100}{200}=0,2\,T$$



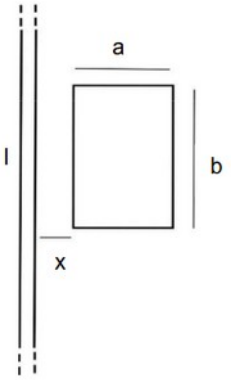
El valor de B_x queda indeterminado: el campo eléctrico paralelo a la velocidad no supone ninguna fuerza

$$\vec{B}=0,2\,\vec{k}\,T$$

b) Si se suprime el campo eéctrico y solo hay campo magnético en eje z, la fuerza magnética sería perpendicular a la velocidad y tendría un efecto centrípeto, haciendo que la trayectoria fuese circular.



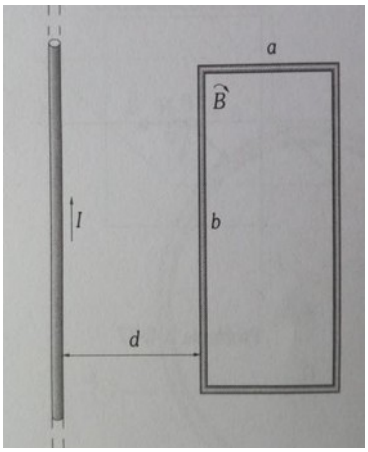
País Vasco 2021



5. Sea el conductor rectilíneo infinito de la figura por el que circula una corriente de intensidad I(t) = 12 sin(50πt) A. A una distancia de x = 2 cm y coplanar con el conductor se encuentra una espira rectangular de lados a = 6 cm y b = 10 cm. Calcúlese: (1,25p)
a) La expresión del campo magnético creado por el conductor, partiendo de la ley de Ampère. (0,1p)
b) El flujo en la espira. Represéntese Φ_B vs t. (0,55p)
c) La fuerza electromotriz en la espira. Represéntese f.e.m. vs t. (0,4p)
d) Discútase razonadamente los gráficos. (0,2p)
Dato: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ T \cdot m \cdot A^{-1}$

Asturias 2018

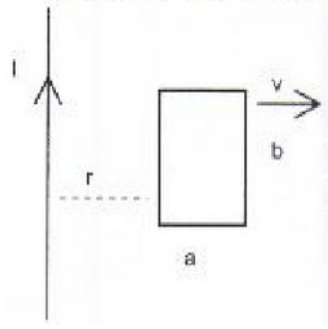
4. A. Determine razonadamente la expresión del flujo magnético que atraviesa el circuito rectangular de figura, y calcúlela teniendo en cuenta que la intensidad de la corriente que circula por la línea rectilínea e indefinida es I= 6A, a= 5cm, b= 10cm y d= 5cm. (0,50 puntos)



Calcule la fuerza electromotriz inducida en el circuito anterior en los siguientes casos independientes:
B. Si el circuito rectangular se mueve separándose perpendicularmente de la línea de corriente rectilínea, con una velocidad uniforme de 2m/s, en el instante en que la distancia d sea de 20cm. (0,60 puntos)
C. Si por la línea rectilínea circula una corriente alterna de intensidad $I=I_0$ senωt, siendo la frecuencia 50Hz y la Intensidad máxima 10A. (0,15 puntos)
Dato: $\mu_0 = \frac{4\pi}{10^7} N/A^2$

Madrid 2004
Física

3.- Un conductor rectilíneo indefinido está situado en el mismo plano que un circuito rectangular según se muestra en la figura.



a) Determine la f.e.m. inducida en el circuito si se aleja perpendicularmente al conductor con una velocidad, $\vec{v}$ constante.
b) Dibuje las líneas de campo y la dirección y sentido de $\vec{B}$ del campo creado por el conductor, y el sentido de la corriente inducida en el circuito. ¿Cuál es el valor de esta corriente si el circuito posee una resistencia R?
c) Si la intensidad de corriente es de la forma $I = I_0 \text{sen}\omega t$ y el circuito está en reposo, ¿Cuál es la nueva f.e.m.?
d) Calcule numéricamente los apartados anteriores para:
r=50 cm, a=40 cm, b=60 cm, $t=10^{-2}$ s, R=5 Ω, I=3sen2t y $\vec{v} = \vec{i}\ m/s$

En Madrid 2004 no es dato y asumimos $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}\ T \cdot m \cdot A^{-1}$
La distancia a conductor es r en Madrid 2004, d en Asturias 2018, x en País Vasco 2021: se

plantea con r
El valor va separado de la unidad: en Asturias 2018 debería ser 6 A, 5 cm, 10 cm, 2 m/s, 20 cm, 50 Hz, 10 A
Ver Valencia 2009-4, Castilla-La Mancha 1998 Física

https://fisiquimicamente.com/recursos-fisica-quimica/formacion-profesorado/oposiciones/fisica/asturias-2018-E4/

[a) País Vasco 2021] La expresión del campo magnético creado por un conductor rectilíneo indefinido se puede plantear a partir de la ley de Ampère calculando la circulación del campo en una línea circular concéntrica con el conductor y en un plano perpendicular al conductor.
La ley de Ampère $\oint \vec{B}\,\vec{dl}=\mu_0 \Sigma I$ en este caso, aplicando simetrías el campo tiene el mismo módulo a la misma distancia del conductor y es tangencial a la línea circular, y la única línea interior es la del conductor.

$$B\int dl=\mu_0 I \Rightarrow B\,2\pi r=\mu_0 I \Rightarrow B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

[a) Asturias 2018, b) País Vasco 2021] Planteamos la expresión de flujo para utilizarla la ley de Faraday Se utiliza en apartado a de Madrid 2004 ya que no depende de si hay movimiento.
Como el campo magnético siempre tiene la misma dirección perpendicular a la superficie de la espira, podemos prescindir de vectores $\Phi=\int \vec{B}\cdot\vec{dS}=\int B\cdot S$
No se indica nada sobre I y asumimos que es constante. El módulo del campo magnético creado por un conductor rectilíneo a una distancia r es $B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$
Tomamos eje y en el sentido de la corriente y eje x en el sentido de la velocidad (enunciado Madrid le asigna ese sentido al indicar $\vec{v}=\vec{i}\,m/s$)
El campo magnético depende de x, por lo que es constante en un diferencial de superficie de altura b y de anchura dx, dS=b·dx

$$\Phi=\int_r^{r+a}\frac{\mu_0 I}{2\pi x}\cdot b\cdot dx=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\cdot b\left[\ln(x)\right]_r^{r+a}=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\cdot b\left(\ln\left(\frac{r+a}{r}\right)\right)$$

[Asturias 2018-a] Numéricamente para I= 6 A, a = 5 cm, b = 10 cm y d = 5 cm.

$$\Phi=\frac{4\pi 10^{-7}\cdot 6}{2\pi}\cdot 0{,}1\left(\ln\left(\frac{0{,}05+0{,}05}{0{,}05}\right)\right)=8{,}32\cdot 10^{-8}\,Wb$$

[País Vasco 2018-b] Numéricamente para I(t) = 12sen(50πt), r = 2 cm, a = 6 cm, b = 10 cm.

$$\Phi=\frac{4\pi 10^{-7}\,12\cdot sen(50\pi t)}{2\pi}\cdot 0{,}1\left(\ln\left(\frac{0{,}02+0{,}06}{0{,}02}\right)\right)=3{,}33\cdot 10^{-7}\,sen(50\pi t)\,[\Phi\,en\,Wb, t\,en\,s]$$

Representamos (habría que añadir magnitud y unidad en los ejes)

[b) Asturias 2018, a) Madrid 2004] Aplicando la ley de Faraday-Lenz (teniendo en cuenta que v=dr/dt)

$$\varepsilon=\frac{-d\Phi}{dt}=\frac{-\mu_0 I}{2\pi}\cdot b\left(\frac{1}{r+a}-\frac{1}{r}\right)\frac{dr}{dt}=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\cdot\frac{ab}{r(r+a)}v$$

Validaciones físicas de la expresión: si v=0, no hay fuerza electromotriz, si r es infinito, no hay fuerza electromotriz.

[Asturias 2018-b] Numéricamente para I= 6 A, a = 5 cm, b = 10 cm y d = 20 cm y v= 2m/s

$$\varepsilon=\frac{4\pi 10^{-7}6}{2\pi}\cdot\frac{0{,}05\cdot 0{,}1}{0{,}2\cdot(0{,}2+0{,}05)}\cdot v=2{,}4\cdot 10^{-7}V$$

[b) Madrid 2004] Las líneas de campo creadas por la corriente I son circunferencias en el plano xz concéntricas con la corriente, y que vistas desde y positivas tienen un sentido opuesto al sentido de giro de las agujas del reloj. En el dibujo del enunciado entrarían en el papel.

Como la espira se mueve hacia donde el campo magnético es menos intenso y su superficie es fija, el flujo disminuye, por lo que según Lenz la corriente circula creando un campo inducido que se oponga a dicha disminución, que es también entrante en el papel. Para ello la corriente inducida circula en el sentido de las agujas del reloj en el diagrama.

Aplicando la ley de Ohm I=V/R, $I_{induc}=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\cdot\frac{ab}{r(r+a)R}v$

[c) Madrid 2004, c) Asturias 2018, c) País Vasco 2021] Lo planteamos de manera genérica como si el circuito llevase cierta velocidad (se puede simplificar asumiendo directamente que v=0 en este caso ya que se indica que el circuito está en repos)

El módulo del campo magnético creado a una distancia r es ahora $B=\frac{\mu_0 I_0 sen(\omega t)}{2\pi r}$

Planteamos el flujo de manera similar al apartado a

$$\Phi=\int_r^{r+a}\frac{\mu_0 I_0 sen(\omega t)}{2\pi x}\cdot b\cdot dx=\frac{\mu_0 I_0 sen(\omega t)}{2\pi}\cdot b[\ln(x)]_r^{r+a}=\frac{\mu_0 I_0 sen(\omega t)}{2\pi}\cdot b\left(\ln(\frac{r+a}{r})\right)$$

Aplicando la ley de Faraday-Lenz

$$\varepsilon=\frac{-d\Phi}{dt}=\frac{-\mu_0 I_0\omega\cos(\omega t)}{2\pi}\cdot b\cdot\ln(\frac{r+a}{r})-\frac{\mu_0 I_0 sen(\omega t)}{2\pi}\cdot b\left(\frac{1}{r+a}-\frac{1}{r}\right)v$$

$$\varepsilon=\frac{-\mu_0 I_0}{2\pi}\left(\omega\cos(\omega t)b\cdot\ln(\frac{r+a}{r})-\frac{ba}{r(r+a)}v\right)$$

Cuando v=0 como se indica en este caso

$$\varepsilon=\frac{-\mu_0 I_0}{2\pi}\left(\omega\cos(\omega t)b\cdot\ln(\frac{r+a}{r})\right)$$

[Asturias 2018-c] Numéricamente para 50 Hz e I_0 =10A, a = 5 cm, b = 10 cm y d = 5 cm

$$\varepsilon=\frac{-4\pi 10^{-7}10}{2\pi}\left(2\pi 50\cos(2\pi 50t)0{,}1\cdot\ln(\frac{0{,}05+0{,}05}{0{,}05})\right)$$

$$\varepsilon=-4{,}36\cdot 10^{-5}\cos(100\pi t)[\varepsilon en V, t en s]$$

[País Vasco 2018-b] Numéricamente para I(t) = 12sen(50πt), r = 2 cm, a = 6 cm, b = 10 cm.

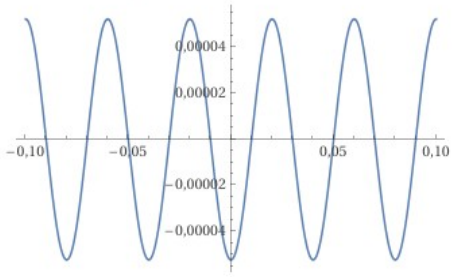
$$\varepsilon=\frac{-4\pi 10^{-7}12}{2\pi}\left(50\pi\cos(50\pi t)0{,}1\cdot\ln(\frac{0{,}02+0{,}06}{0{,}02})\right)$$

$$\varepsilon=-5{,}23\cdot 10^{-5}\cos(50\pi t)[\varepsilon en V, t en s]$$

Representamos (habría que añadir magnitud y unidad en los ejes)

representación gráfica	$-5{,}23\times10^{-5}\cos(50\,\pi\,t)$	$t=-0{,}1$ a $0{,}1$

Representación gráfica



[d) Madrid 2004] Calculamos numéricamente apartados anteriores

d.a) I=3sen(2·10^{-2})=0,06 A

$$\varepsilon=\frac{4\pi10^{-7}0{,}06}{2\pi}\cdot\frac{0{,}5\cdot0{,}4}{0{,}5(0{,}5+0{,}4)}1=5{,}33\cdot10^{-9}V$$

d.b) $$I_{induc}=\frac{4\pi10^{-7}0{,}06}{2\pi}\cdot\frac{0{,}5\cdot0{,}4}{0{,}5(0{,}5+0{,}4)5}1=1{,}06\cdot10^{-9}A$$

d.c) $$\varepsilon=\frac{-4\pi10^{-7}3}{2\pi}\left(2\cos(2\cdot10^{-2})0{,}6\cdot\ln(\frac{0{,}5+0{,}4}{0{,}5})\right)=4{,}23\cdot10^{-7}V$$

[d) País Vasco 2021] Sobre discutir razonadamente los gráficos, el flujo y la fuerza electromotriz son sinusoidales como la corriente, ya que la superficie es fija pero el campo varía como la corriente.

2.- Una aplicación interesante del efecto Hall es la posibilidad de determinar la velocidad de circulación del flujo sanguíneo, ya que, al aplicar a la corriente sanguínea que fluye por una arteria un campo magnético transversal, el voltaje Hall producido depende de dicha velocidad. Conocida ésta, también se puede calcular otro parámetro útil para la biomedicina: la concentración de los iones en la sangre.
a) Supongamos que sobre una arteria de 1cm de grosor se aplica un campo magnético transversal de 0.2T y que, mediante un sistema de electrodos, se registra en un voltimetro una diferencia de potencial de 1.2mV. ¿Cuál es la velocidad a la que circulan estos iones y, por tanto, la velocidad del flujo sanguíneo?
b) Obtened una expresión que relacione la intensidad de la corriente con la densidad de iones, es decir, con el número de portadores de carga por unidad de volumen.
c) El médico es capaz de estimar que la corriente que circula por esa misma arteria es de unos 25 pA. Obtened la concentración iónica de la sangre (Dato: Considerar que los iones tienen la carga de un electrón, es decir, $1,6 \cdot 10^{-19}$ C)
d) A partir de la relación entre el campo eléctrico generado por efecto Hall y el campo magnético aplicado, justificad la dependencia lineal entre la resistencia generada por la corriente transversal y el campo magnético aplicado en un conductor.

El valor debe ir separado de la unidad: debería ser 1 cm; 0,2 T; 1,2 mV

PROBLEMAS DE FÍSICA DE MATERIALES Y DE FÍSICA BIOMÉDICA EN BACHILLERATO
http://rsefalicante.umh.es/problemas-fisica-de-materiales-y-biomedica.htm
http://rsefalicante.umh.es/problemasMatBio/9-Hall/Problema9.pdf Manuel Alonso Orts y Silvia Ronda Peñacoba. Apartados a, b y c son del problema 2. Apartado d es apartado a de problema 1.

a) Igualamos módulo de fuerza eléctrica y magnética, que tienen sentidos opuestos

$|e|E_H = |e|vB \Rightarrow v = \frac{E_H}{B}$ El campo eléctrico es uniforme, luego $E = \frac{\Delta V}{d}$

$$v = \frac{\Delta V/d}{B} = \frac{1,2 \cdot 10^{-3}/10^{-2}}{0,2} = 0,6\, m/s$$

b) Planteamos la intensidad como cociente entre carga y tiempo $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$

En un tiempo Δt las cargas han recorrido una distancia Δx, y si la sección del conductor es S, las cargas que han circulado son las que hay en un volumen Δx·S
La carga por unidad de volumen es ΔQ/ΔV y al mismo tiempo es el número de portadores de carga por la carga individual, por lo que podemos plantear n·|q|=ΔQ/ΔV y ΔQ=n·|q|·ΔV= n·|q|·Δx·S

$I = \frac{n \cdot |q| \cdot \Delta x \cdot S}{\Delta t} = n \cdot |q| \cdot v \cdot S$ Siendo la velocidad v=Δx/Δt

c) Usando la expresión obtenida en apartado b $n = \frac{I}{|q| \cdot v \cdot S}$

Numéricamente, asumiendo la sección circular de diámetro 1 cm

$$n = \frac{25 \cdot 10^{-12}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,6 \cdot \pi (0,5 \cdot 10^{-2})^2} = 3,3 \cdot 10^{12}\, iones/m^3$$

d) Utilzando la ley de Ohm, R=V/I. De apartado a ΔV=E·d y E=v·B

Combinando $R = \frac{v \cdot B \cdot d}{I}$ Si i v, d e I son constantes, hay una relación lineal entre R y B.

OPCIÓN A

5. En el experimento de la gota de aceite de Millikan, se forman gotitas muy finas de aceite las cuales reciben cierta carga por fricción con la boquilla de un atomizador. Mediante dos placas cargadas se establece un campo eléctrico uniforme vertical, el cual se hace variar hasta que la fuerza eléctrica, junto con el empuje de Arquímedes, hacia arriba, equilibren la fuerza gravitacional.
a) Hallar una expresión para la carga eléctrica "q" de la gota en función de su volumen V, de las densidades del aceite ρ_{aceite} y del aire ρ_{aire} y el campo eléctrico E. (0,75 ptos)
b) Determinar la carga de la gota de aceite suponiendo que ésta tiene un radio de $1{,}64 \cdot 10^{-6}$ m y que queda suspendida cuando el campo eléctrico vale $1{,}92 \cdot 10^{5}$ N/C. (0,25 ptos)
c) ¿Cuántos electrones en exceso tiene la gota? (0,25 ptos)
(Densidades: ρ_{aceite} = 849,6 kg/m^3 ; ρ_{aire} = 1,3 kg/m^3; carga del electrón = $1{,}69 \cdot 10^{-19}$ C)

Ver Aragón 2015-A1, Galicia 1995-F2, Cantabria 1994-X1

Se equilibra la fuerza gravitacional (fuerza total cero) y en el experimento real no implica reposo sino movimiento a velocidad constante, pero en este caso se indica "queda suspendida" por lo que asumimos reposo y no planteamos fuerza de rozamiento.
Si tomamos eje x vertical y dirigido hacia arriba, las fuerzas que intervienenson:
Hacia x negativas:

- Peso = m·g = d·v·g

Hacia x positivas:

- Fuerza del campo eléctrico: F=|q|E
- Empuje asociado al aire (será despreciable, pero como se da el dato de la densidad del aire lo consideramos) $E = d_{fluido} \cdot v_{desalojado} \cdot g$

Aplicando la segunda ley de Newton con aceleración nula (la velocidad podría ser constante pero se indica reposo), tenemos

$$|q| \cdot E + d_{aire} \cdot v_{gota} \cdot g - d_{aceite} \cdot v_{gota} \cdot g = 0$$

$$|q| = \frac{g \cdot v_{gota} \left(d_{aceite} - d_{aire} \right)}{E}$$

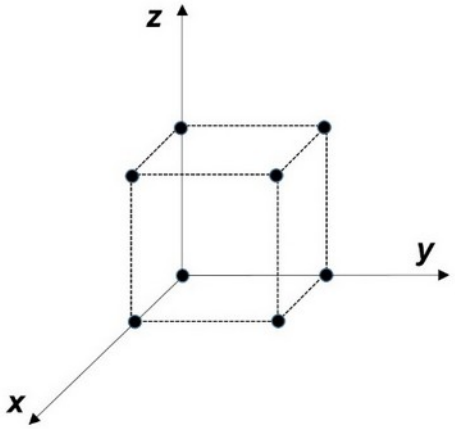
b) Asumimos gota esférica
Sustituyendo y cambiando a unidades de Sistema Internacional

$$|q| = \frac{9{,}8 \cdot \frac{4}{3} \pi \left(1{,}64 \cdot 10^{-6}\right)^3 \left(849{,}6 - 1{,}3\right)}{1{,}92 \cdot 10^{5}} = 8 \cdot 10^{-19} C$$

$$\frac{|q|}{|q_e|} = \frac{8 \cdot 10^{-19}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 5\, electrones$$

OPCIÓN B

7. En los vértices de un cubo de 10 cm de lado se colocan ocho cargas iguales q = +1,0 μC, tal como se indica en la figura.



a) Calcula el vector fuerza que se ejerce sobre la carga situada en el origen de coordenadas (0,2 ptos)
b) Obtén el valor del campo y potencial electrostático en el centro geométrico del cubo. (0,3 ptos)
c) Halla el trabajo necesario para trasladar una carga de +2,0 μC desde el infinito al centro del cubo. (0,3 ptos)
d) Calcula el flujo del campo electrostático a través de una superficie esférica de radio 20 cm y centro el origen de coordenadas. (0,3 ptos)
e) Calcula la intensidad del campo electrostático a una distancia de 10 m (resuélvelo aproximadamente considerando sólo una aproximación monopolar). (0,15 ptos)
Dato: $K=1/(4\pi\varepsilon_0)=9{,}0\cdot10^9\ N\cdot m^2\cdot C^{-2}$

a) Aplicando superposición, el campo está creado por 7 cargas.
Llamamos d a la arista del cuadrado: 3 de ellas a una distancia d, otras 3 a una distancia de $\sqrt{d^2+d^2}=d\sqrt{2}\,cm$, y una carga a una distancia de $\sqrt{(d\sqrt{2})^2+d^2}=d\sqrt{3}\,cm$

Plantamos $\vec{E}=K\frac{q}{d^2}\vec{u}_r$ siendo $\vec{u}_r=\frac{\vec{r}}{r}$

$$\vec{E}=K\frac{q}{d^2}(-\vec{i})+K\frac{q}{d^2}(-\vec{j})+K\frac{q}{d^2}(-\vec{z})$$

$$+K\frac{q}{(d\sqrt{2})^2}\frac{(-d\vec{i}-d\vec{j})}{d\sqrt{2}}+K\frac{q}{(d\sqrt{2})^2}\frac{(-d\vec{j}-d\vec{z})}{d\sqrt{2}}+K\frac{q}{(d\sqrt{2})^2}\frac{(-d\vec{z}-d\vec{i})}{d\sqrt{2}}$$

$$+K\frac{q}{(d\sqrt{3})^2}\frac{(-d\vec{i}-d\vec{j}-d\vec{z})}{d\sqrt{3}}$$

$$\vec{E}=K\frac{q}{d^2}(-\vec{i}-\vec{j}-\vec{z}-\frac{\vec{i}}{\sqrt{2}}-\frac{\vec{j}}{\sqrt{2}}-\frac{\vec{j}}{\sqrt{2}}-\frac{\vec{z}}{\sqrt{2}}-\frac{\vec{z}}{\sqrt{2}}-\frac{\vec{i}}{\sqrt{2}}-\frac{\vec{i}}{\sqrt{3}}-\frac{\vec{j}}{\sqrt{3}}-\frac{\vec{z}}{\sqrt{3}})$$

$$\vec{E}=-K\frac{q}{d^2}((1+\frac{2}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}})\vec{i}+(1+\frac{2}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}})\vec{j}+(1+\frac{2}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}})\vec{z})$$

Numéricamente $\vec{E}=-2{,}69\cdot10^6(\vec{i}+\vec{j}+\vec{j})\,N/C$
b) Aplicando superposición, en este caso la distancia de las 8 cargas al centro el cubo es la misma

$$V_T = 8 V_1 = 8 K \frac{q}{\frac{d\sqrt{3}}{2}}$$

Numéricamente $V_T = 8 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-6}}{\frac{0,1\sqrt{3}}{2}} = 1,04 \cdot 10^5 V$

c) Aplicando el teorema de Gauss, y teniendo en cuenta que una esfera de radio 20 cm incluye en su interior las 8 cargas ya que $10 \cdot \sqrt{3} \approx 17,3 cm$

$$\Phi = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} = \frac{8 \cdot 10^{-6}}{\frac{1}{4\pi 9 \cdot 10^9}} = 9,05 \cdot 10^5 V \cdot m$$

d) La aproximación monopolar supone considerar las 8 cargas como una única, y es válida si la distancia, 10 m, es mucho mayor que la distantica entre cargas, 10 cm: es 100 veces mayor.
Calculamos el módulo

$$E = K \frac{Q}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{8 \cdot 10^{-6}}{10^2} = 720 N/m$$

OPCIÓN B

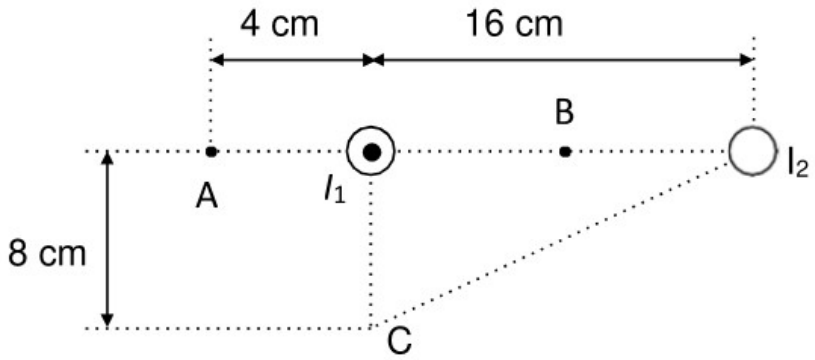
8. Dos conductores rectilíneos situados en el vacío, paralelos y muy largos, distan entre sí 16 cm. Por uno de los conductores circula una corriente I_1= 2,0 A en el sentido que se indica en la figura.

a) Calcula la intensidad y el sentido de la corriente en el otro conductor I_2 para que el campo magnético en el punto A de la figura sea nulo. (0,25 ptos)

b)Conocido I_1 y con el valor de I_2 obtenido en el apartado (a), calcula la intensidad, dirección y sentido del campo magnético en el punto medio B de la línea que une ambos conductores. (0,40 ptos)

c)Conocido I_1 y con el valor de I_2 obtenido en el apartado (a), calcula la intensidad, dirección y sentido del campo magnético en el punto C, vértice del triángulo rectángulo que se indica en la figura. (0,6 ptos)

Datos: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ N \cdot A^{-2}$



a) Aplicando superposición, el campo en A nulo indica que el campo creado por I_1 e I_2 en A tiene mismo módulo y sentido puesto.

$\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2} \Rightarrow I_2 = I_1 \frac{d_2}{d_1}$ Numéricamente $I_2 = 2\frac{0,04}{0,04+0,16} = 0,4\ A$

El sentido del campo creado por I_1 sería hacia abajo en el diagrama (-y). Para que el sentido del campo creado por I_2 tenga sentido opuesto la corriente I_2 debe ser entrante en el diagrama (-z)

b) En el punto B el campo creado por I_1 y por I_2 tienen la misma dirección, vertical en el diagrama, y sentido, hacia arriba en diagrama (+y). Aplicando superposición $B_T = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1} + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2}$

Numéricamente $B_T = \frac{4\pi 10^{-7} 2}{2\pi 0,08} + \frac{4\pi 10^{-7} 0,4}{2\pi 0,08} = 6 \cdot 10^{-6} T$

b) En el punto C el campo creado por I_1 sería horizontal en el diagrama y sentido hacia la derecha (+x) $B_1 = \frac{4\pi 10^{-7} 2}{2\pi 0,08} = 5 \cdot 10^{-6} T$

En el punto C el campo creado por I_2 sería perpendicular a la línea que une C e I_2, con módulo $B_2 = \frac{4\pi 10^{-7} 0,4}{2\pi \sqrt{0,08^2 + 0,16^2}} = 4,47 \cdot 10^{-7} T$ El ángulo que forma con la horizontal la línea que une C e I_2 es $\alpha = \arctan\left(\frac{8}{16}\right) = 26,6^o$ y es el mismo que forma el campo B_2 con la vertical

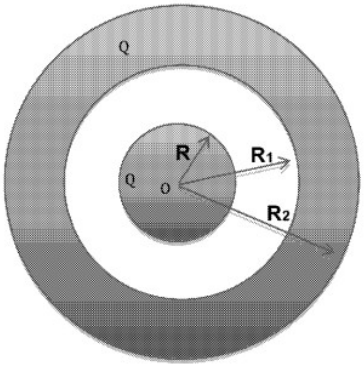
$$\vec{B}_T = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = 5 \cdot 10^{-6} \vec{i} - 4,47 \cdot 10^{-7} \cdot sen(26,6^o) \vec{i} + 4,47 \cdot 10^{-7} \cdot \cos(26,6^o) \vec{j}$$

$$\vec{B}_T = 4,8 \cdot 10^{-6} \vec{i} + 4 \cdot 10^{-7} \vec{j}\ T$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 8 febrero 2020
CC BY SA

Deberá realizar tres ejercicios de entre los seis propuestos. Cada ejercicio se califica sobre 10 según la ponderación indicada en cada apartado. La calificación total de la prueba será la que resulte de dividir la puntuación total obtenida entre tres.

1. Se dispone de una esfera maciza conductora, de radio R, que almacena una carga Q, rodeada concéntricamente por una corteza esférica, también conductora, de radios interior R_1 y exterior R_2, que a su vez almacena una carga total Q. Tomando como referencia que el potencial en el infinito es nulo, determine el valor numérico de la carga Q para que el potencial en el centro del sistema sea de 7 V, sabiendo que R_2 = 3R, R_1 = 2R y R = 1 m.
(Tómese $\varepsilon_0=8{,}854\cdot10^{-12}$ $C^2\cdot N^{-1}\cdot m^{-2}$)



Referencia
http://laplace.us.es/wiki/index.php/Potencial_en_el_centro_de_una_esfera
Similitud con EvAU Madrid 2019-Julio-Coincidentes-B3

Aplicando superposición, el potencial en el centro del sistema será la suma de potenciales creados por la esfera de radio R y la corteza. $V = V_R+V_{corteza}$

Esfera radio R:

Si la esfera de radio R es maciza conductora, la carga está en su superficie.
El potencial en el centro de la esfera es el asociado a la integral de los potenciales que generan los diferenciales de carga de todos los puntos de la esfera, estando todos ellos a la misma distancia R del centro de la esfera.
Planteamos la integración

$$dQ=\sigma\cdot dS\Rightarrow Q=\sigma S\Rightarrow para\,la\,esfera\,Q=\sigma\,4\pi R^2$$

$$dV=K\frac{dQ}{R}=K\frac{\sigma\cdot dS}{R}$$

$$V_R=\int_{esfera}dV=K\frac{\sigma}{R}\int_{esfera}dS=K\frac{\sigma}{R}4\pi R^2=K\frac{Q}{R}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R}$$

La expresión del potencial en el centro de una esfera cargada uniformemente es la misma que la del potencial de una carga total Q a una distancia R; cualitativamente tenemos una carga total Q distribuida por toda la superficie de la esfera y toda ella está a una distancia R del centro.

Corteza:

Si la esfera de radio R es maciza conductora, la carga está en su superficie.
Como la corteza es conductora, el campo eléctrico en el interior de la corteza es cero, y por ello la carga encerrada por una superficie gausiana esférica que pase por el interior de la corteza debe ser nula. Para que se cumpla esa condición, siendo la carga de la esfera interior Q, la carga que se encuentra en la superficie interior de la corteza a distancia R_1 del centro debe ser igual a -Q, de manera que la carga en la superficie exterior de la corteza a distancia R_2 del centro será 2Q, con lo que la "carga total" de la corteza será Q (enunciado indica "carga total Q" para la corteza y para la interior indica "carga Q")
Calculamos el potencial creado por la corteza como la superposición del potencial creado por una esfera con carga -Q a distancia R_1 y otra esfera con carga +2Q a distancia R_2 (si la corteza tuviera densidad de carga la podríamos ver como una sucesión de esferas de grosor dr, y en cada una de ellas calcular el potencial de la misma manera que para la esfera de radio R)

$$V_{corteza}=V_{R_1}+V_{R_2}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{-Q}{R_1}+\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Q}{R_2}=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{2}{R_2}-\frac{1}{R_1}\right)$$

Numéricamente, expresando resultado con 4 cifras significativas

$$V = V_R + V_{corteza}$$

$$7 = \frac{1}{4\pi 8{,}854 \cdot 10^{-12}} \frac{Q}{1} + \frac{Q}{4\pi 8{,}854 \cdot 10^{-12}} \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right)$$

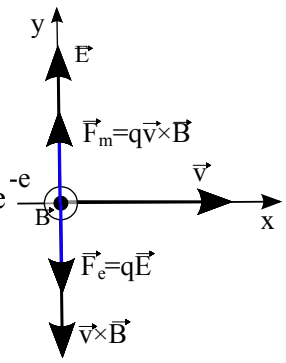
$$7 \cdot 4\pi 8{,}854 \cdot 10^{-12} = Q \frac{(6+4-3)}{6}$$

$$Q = \frac{7 \cdot 4\pi 8{,}854 \cdot 10^{-12}}{\frac{7}{6}} \approx 6{,}676 \cdot 10^{-10} C$$

Ibiza A1. Un feix d'electrons entra en una regió de l'espai on es veu sotmès a l'acció simultània d'un camp elèctric $E=34\cdot10^4$ V/m i d'un camp magnètic de $2\cdot10^{-3}$ T perpendiculars entre ells. Si no produeixen cap desviació de la trajectòria del mateix,
a) Representa la situació descrita i calcula la velocitat que durà el feix d'electrons.
b) Quin serà el radi de l'òrbita de l'electró si es suprimeix el camp elèctric?

Un haz de electrones entra en una región del espacio donde se ve sometido a la acción simultánea de un campo eléctrico $E=34\cdot10^4$ V/m y de un campo magnético de $2\cdot10^{-3}$ T perpendiculares entre ellos. Si no producen ninguna desviación de la trayectoria del mismo,
a) Representa la situación descrita y calcula la velocidad que llevará el haz de electrones.
b) ¿Cuál será el radio de la órbita del electrón si se suprime el campo eléctrico?

a) Si no se desvía la fuerza total es cero, y la fuerza magnética es opuesta a la eléctrica.
En módulo $|e|vB=|e|E \rightarrow v=E/B=34\cdot10^4/2\cdot10^{-3}=1,7\cdot10^8$ m/s
$\beta=v/c=1,7/3=0,567$, es relativista.
b) Si se suprime el campo eléctrico y solo hay campo magnético la fuerza magnética es centrípeta. Al ser velocidad relativista contemplamos aumento de inercia y usamos el factor de Lorentz



$$\gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}=\frac{1}{\sqrt{1-0,567^2}}=1,214$$

$$|q|vB=\gamma m\frac{v^2}{R}\Rightarrow R=\frac{\gamma mv}{|q|B}=\frac{1,214\cdot9,1\cdot10^{-31}\cdot1,7\cdot10^8}{1,6\cdot10^{-19}\cdot2\cdot10^{-3}}=0,586\,m$$

CC BY SA

Enunciados originales obtenidos del Departament d'Ensenyament vía solicitud de acceso a información pública vía Ley de transparenciay posterior recurso al GAIP
http://www.gaip.cat/es/detall/normativa/2018-0174

PROBLEMA 3.

a) **(0,75 puntos)** Calcule la masa de un ion potasio, si cuando penetra con una velocidad $\vec{v}=8.10^{-4}\vec{i}\,(\frac{m}{s})$ en un campo magnético- uniforme de intensidad $\vec{B}=0,1\vec{k}\,(T)$ describa una trayectoria circular de 65 cm de diámetro.

b) **(0,5 puntos)** Determine el módulo, dirección y sentido del campo eléctrico que hay queaplicar a esta región para que el ion no se desvíe. Haga un esquema gráfico de las fuerzas.

c) **(0,5 puntos)** ¿Puede ser cero la fuerza magnética que se ejerce sobre una partícula cargada que se mueve en una región dónde hay un campo magnético? y la fuerza eléctrica sobre una partícula cargada que se mueve en un campo magnético? Razone las respuestas.

Dato: Valor absoluto de ta carga de electrón: e =1,6.10^{-19} C

d) **(0,75 puntos)** Identifique una dimensión, una competencia, un contenido clave y un contenido curricular del ámbito científico-tecnológico de la ESO, propios de las materias de física y química, con el que puede vincularse algún contenido de este problema. A partir del contenido curricular que ha identificado, reformule y contextualice el enunciado de este problema, para que sea asequible a nivel de alumnos de 3º de la ESO.

Referencias:
El problema tiene similitudes con problemas PAU Madrid que se citan
Comentado y ***resuelto por Sleepylavoisier (me limito a poner en formato electrónico y reescribir con otras palabras, el crédito es suyo)*** *en*
http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4253&p=30238#p30238

a) Lo primero que hay que saber es que el ion más estable de potasio es K^+, por lo que su carga es en módulo igual a la del electrón.

De acuerdo a la ley de Lorentz, vectorialmente $\vec{F}_m=q(\vec{v}\times\vec{B})$

Pero la fuerza magnética siempre es perpendicular a la velocidad y al campo magnético, y dado que forman 90º, podemos plantear numéricamente el módulo como $F_m=|q|vB\cdot sen(90º)=|q|vB$

Toda esa fuerza es centrípeta, e igualando módulos

$$F_m=F_c\Rightarrow |q|vB=m\frac{v^2}{R}\Rightarrow m=\frac{|q|BR}{v}$$

Numéricamente ***con los datos del enunciado original***

$$m=\frac{1,6\cdot 10^{-19}\cdot 0,1\cdot\frac{(0,65)}{2}}{8\cdot 10^{-4}}=6,5\cdot 10^{-18}\,kg$$

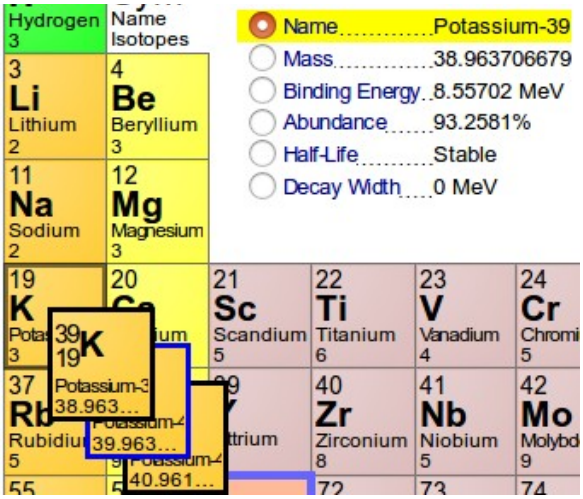
Esta masa es claramente errónea: aunque en el enunciado de ejercicio 3 no sean datos el valor de la unidad de masa atómica ni la masa atómica del potasio (y algún opositor las puede recordar directamente), se pueden deducir del enunciado de la opoición:
Problema 2 da dato 1 F = 96487 C · (mol·e)$^{-1}$
Dado que sí tenemos en problema 3 la carga del electrón, y que 1 F es un mol de electrones,

llegamos a que $N_A = \frac{96487}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 6,0304375 \cdot 10^{23} \approx 6,0 \cdot 10^{23}$

Sabiendo que 1 mol de unidades de masa atómica equivalen a 1 g de masa

$u = \frac{1}{N_A} = \frac{1}{6,0304375} \cdot 10^{23} = 1,66582544798781182573 \cdot 10^{-24}\, g \approx 1,66 \cdot 10^{-27}\, kg$

Problema 4 da dato K=39,1 (enunciado original coloca erróneamente separador decimal arriba), por lo que podemos estimar la masa del ion potasio, usando datos del enunciado $39,1 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} = 6,4906 \cdot 10^{-26}$ *kg, muy lejos del valor obtenido: son 8 órdenes de magnitud de diferencia. Realmente apartado a) da un radio definido de la trayectoria, por lo que será el descrito por un isótopo concreto, ya que cada isótopo describirá una trayectoria con un radio distinto. El valor promedio cercano a 39 nos indica que el más probable es* ^{39}K *(validamos que tiene 93,2581% de abundancia según https://ptable.com/#Isotope), por lo que sería más correcto estimar como* $39 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} = 6,4704 \cdot 10^{-26}$ *kg, pero es una estimación del mismo orden de magnitud.*



Tal y como comenta Sleepylavoisier en su resolución, el dato del enunciado original está mal y **enunciado correcto debería indicar como módulo de velocidad $8 \cdot 10^4$ m/s,** ya que la velocidad con exponente negativo es absurdamente baja y una errta.

Numéricamente ***con los datos del enunciado corregidos***

$$m = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,1 \cdot \frac{(0,65)}{2}}{8 \cdot 10^4} = 6,5 \cdot 10^{-26}\, kg$$ Valor de masa que encaja con el valor real.

b) Para que no se desvíe, la fuerza total resultante debe ser nula. Por lo tanto la fuerza eléctrica debe ser opuesta a la fuerza magnética. La calculamos vectorialmente (en apartado a solamente hemos necesitado su módulo)

$$\vec{F}_m = q(\vec{v} \times \vec{B}) = 1,6 \cdot 10^{-19} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 8 \cdot 10^{-4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,1 \end{vmatrix} \Rightarrow \vec{F}_m = 1,6 \cdot^{-19} \cdot (-8 \cdot 10^{-4} \cdot 0,1 \cdot \vec{j})\, N = -1,28 \cdot 10^{-23} \vec{j}\, N$$

Por lo tanto $\vec{F}_e = -\vec{F}_m = 1,28 \cdot 10^{-23} \vec{j}\, N$

Usando la definición de campo eléctrico

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q} = \frac{1,28 \cdot 10^{-23} \vec{j}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 8 \cdot 10^{-5} \vec{j}\, N/C \text{ ó } V/m$$

Estamos dando el campo vectorialmente como coordenadas pero enunciado pide módulo, dirección y sentido, además de un diagrama, por lo que se añaden:

- Módulo: $E=8 \cdot 10^{-5}$ N/C ó V/m
- Dirección eje y.
- Sentido: hacia y positivas

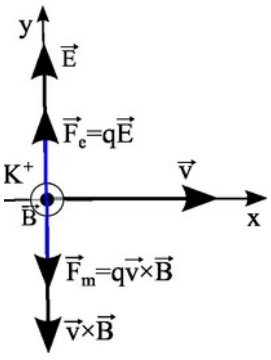


Diagrama idéntico a PAU 2012-Septiembre Madrid

c) La primera pregunta es
¿Puede ser cero la fuerza magnética que se ejerce sobre una partícula cargada que se mueve en una región dónde hay un campo magnético?
Sobra la tilde en dónde.

Para que la fuerza magnética sea nula, su módulo debe ser cero.
Si planteamos la ley de Lorentz con módulos
$|F_m| = |q| v B \, sen(\theta)$
Para que se anule, debe ser nulo al menos uno de los 4 términos, pero si la carga, la velocidad y el campo no son nulos, la única manera de que sea nulo es que sen(θ)=0, lo que implica que los vectores velocidad y campo son paralelos (pueden formar 0º ó 180º)
Similar a PAU 2011-Septiembre-Coincidentes-A2-b

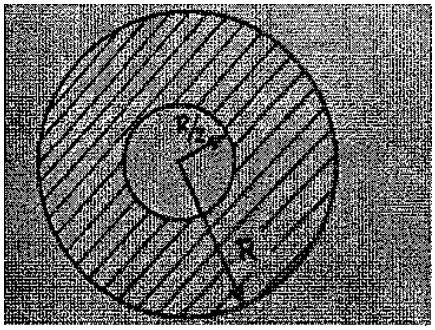
La segunda pregunta es
y la fuerza eléctrica sobre una partícula cargada que se mueve en un campo magnético?
Falta abrir la interrogación, pero además está mal planteada, ya que tal y como está planteada la respuesta sería algo así como "La fuerza eléctrica no depende del campo magnético, dependerá de un campo eléctrico sobre el que no se pregunta"
Para que tenga sentido debería ser
"¿Y [puede ser cero la] la fuerza eléctrica sobre una partícula cargada que se mueve en un campo eléctrico?"

Para que la fuerza eléctria sea nula, su módulo debe ser cero.
Si planteamos la definición de campo con módulos
$|F_e| = |q| E$
Para que se anule, debe ser nulo al menos uno de los 2 términos, pero si no lo es la carga ni el campo, no es posible.

d) Es un tema asociado a normativa usando terminología propia de Cataluña: "contenido clave" no existe en LOMCE y será algo propio de LEC.
http://www.fiquipedia.es/home/materias/eso/fisica-y-quimica-3-eso/curriculo-3-eso-fisica-y-quimica-lomce
A nivel de 3º ESO enlaza con el concepto estructura atómica (iones, isótopos), nociones básicas de cinemática y dinámica (trayectoria, efectos de fuerzas) y de interacciones en la naturaleza (eléctrica y magnética).

enrique@fiquipedia.es Revisado 9 septiembre 2024
CC BY SA

1.- (3 puntos) En el interior de una esfera dieléctrica de radio R, de constante ε y uniformemente cargada con una densidad volumétrica de ρ C/m³, se practica una cavidad esférica concéntrica de radio R/2. Suponiendo que en la cavidad y en el exterior el dieléctrico es el vacío (ε_0). Calcular el potencial en el centro, suponiendo el potencial en el infinito es nulo.



Referencias
http://laplace.us.es/wiki/index.php/Potencial_en_el_centro_de_una_esfera
Ver recopilación problemas sobre Gauss en esferas, con similitud con EvAU Madrid 2019-Julio-Coincidentes-B3 y Andalucía 2018-Física1
http://www.fiquipedia.es/home/recursos/ejercicios/ejercicios-elaboracion-propia-fisica-2-bachillerato/ProblemaFisicaCampoElectricoGaussEsfera.pdf?attredirects=0
Ver Cataluña 2001 Problema C2
https://electricidad.usal.es/Principal/Fenomenos/Publicaciones/Descargas/02_Dielectricos.pdf
Resuelto por sleepylavoisier en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=6229#p32723
Gracias a @Patrick_Kools por compartir.

Planteamos primero la expresión de campo utilizando Gauss, para obtener el potencial a partir del campo.

- Para r<R/2, la carga contenida es cero
- Para R/2<r<R, la carga contenida será $Q_{interior}=\rho\left(\frac{4}{3}\pi r^3-\frac{4}{3}\pi\left(\frac{R}{2}\right)^3\right)=\frac{4}{3}\pi\rho\left(r^3-\frac{R^3}{8}\right)$ [1]
- Para R<r, la carga total contenida será $Q_{total}=\rho\frac{4}{3}\pi R^3\left(1-\frac{1}{8}\right)=\frac{7}{6}\pi\rho R^3$ [2]

Utilizamos la ley de Gauss considerando dieléctrico distinto de vacío $\oint \vec{E}\,\vec{dS}=\frac{Q_{interior}}{\varepsilon}$
Podríamos plantearla teniendo en cuenta el vector desplazamiento, que sería equivalente y que lleva a la misma expresión
$\oint \vec{D}\,\vec{dS}=Q_{interior}$ siendo $\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}=\varepsilon_0\vec{E}+\varepsilon_0\chi\vec{E}=\varepsilon_0(1+\chi)\vec{E}=\varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E}=\varepsilon\vec{E}$ donde el vector P es la polarización asociada al dieléctrico.

Si no hubiera dieléctrico, la expresión pasa a ser la ley de Gauss habitual $\oint \vec{E}\,\vec{dS}=\frac{Q_{interior}}{\varepsilon_0}$

Por simetría esférica el vector desplazamiento y campo son radiales (no se indica el signo de la carga), calculamos el módulo

- Para r<R/2, el campo eléctrico es nulo.
- Para R/2<r<R (región en la que el dieléctrico no es el vacío), usando [1]

$$\oint \vec{E}\,\vec{dS}=\frac{Q_{interior}}{\varepsilon}\Rightarrow E\oint dS=\frac{4}{3}\pi\frac{\rho}{\varepsilon}\left(r^3-\frac{R^3}{8}\right)\Rightarrow E=\frac{4}{3}\pi\frac{\rho}{\varepsilon}\frac{\left(r^3-\frac{R^3}{8}\right)}{4\pi r^2} \quad [3]$$

$$E=\frac{1}{3}\frac{\rho}{\varepsilon}\left(r-\frac{R^3}{8r^2}\right)$$

- Para R<r (región en la que el dieléctrico es el vacío), usando [2]

$$\oint \vec{E}\,\vec{dS}=\frac{Q_{interior}}{\varepsilon_0}\Rightarrow E\oint dS=\frac{7}{6}\pi\frac{\rho}{\varepsilon_0}R^3\Rightarrow E=\frac{\frac{7}{6}\pi\frac{\rho}{\varepsilon_0}R^3}{4\pi r^2}=\frac{7}{24}\frac{\rho}{\varepsilon_0}\frac{R^3}{r^2} \quad [4]$$

(La expresión es idéntica al campo generado por una carga puntual de valor igual a toda la carga total)

A partir de campo calculamos potenciales; como la referencia es 0 en el infinito por enunciado, calculamos primero potencial en la parte exterior, para radios mayores que R, usando [4]

$$\Delta V = V(r) - \cancel{V(\infty)} = \frac{E_p(r) - \cancel{E_p(\infty)}}{q} = \frac{-W_{FC\infty \to r}}{q} = \frac{-\int_{\infty}^{r} \vec{F}\,\vec{dr}}{q} = \int_{r}^{\infty} \vec{E}\,\vec{dr} = \int_{r}^{\infty} E\,dr \quad [5]$$

$$\int_{r}^{\infty} \frac{7}{24}\frac{\rho}{\varepsilon_0}\frac{R^3}{r^2}dr = \frac{7}{24}\frac{\rho}{\varepsilon_0}R^3\left[\frac{-1}{r}\right]_{r}^{\infty} = \frac{7}{24}\frac{\rho}{\varepsilon_0}\frac{R^3}{r}$$

La expresión es idéntica a si hubiésemos usado la expresión para una carga puntual $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}$

Sustituyendo para el exterior r=R, tenemos $V(R) = \frac{7}{24}\frac{\rho}{\varepsilon_0}R^2$ [6]

Ahora calculamos el potencial en la parte interior respecto al potencial en la parte exterior, para la región con dieléctrico con r mayor que R/2 y menor que R, usando [3]

$$\Delta V = V(r) - V(R) = \frac{E_p(r) - E_p(R)}{q} = \frac{-W_{FCR \to r}}{q} = \frac{-\int_{R}^{r} \vec{F}\,\vec{dr}}{q} = \int_{r}^{R} \vec{E}\,\vec{dr} = \int_{r}^{R} E\,dr$$

$$\Delta V = \int_{r}^{R} \frac{1}{3}\frac{\rho}{\varepsilon}\left(r - \frac{R^3}{8r^2}\right)dr = \frac{1}{3}\frac{\rho}{\varepsilon}\left[\frac{r^2}{2} - \frac{R^3}{8}\left(\frac{-1}{r}\right)\right]_{r}^{R} = \frac{1}{3}\frac{\rho}{\varepsilon}\left(\frac{R^2}{2} + \frac{R^2}{8} - \left(\frac{r^2}{2} + \frac{R^3}{8r}\right)\right) \quad [7]$$

$$\Delta V = \frac{1}{3}\frac{\rho}{\varepsilon}\left(\frac{5}{8}R^2 - \frac{r^2}{2} - \frac{R^3}{8r}\right)$$

Sustituyendo para el interior r=R/2, tenemos

$$\Delta V = \frac{1}{3}\frac{\rho}{\varepsilon}\left(\frac{5}{8}R^2 - \frac{(R/2)^2}{2} - \frac{R^3}{8(R/2)}\right) = \frac{1}{3}\frac{\rho}{\varepsilon}\left(\frac{5}{8}R^2 - \frac{R^2}{8} - \frac{R^2}{4}\right) = \frac{1}{3}\frac{\rho}{\varepsilon}\frac{1}{4}R^2 = \frac{1}{12}\frac{\rho}{\varepsilon}R^2 \quad [8]$$

El potencial en la cara interior será, usando [6] y [8]

$$\Delta V = V(R/2) - V(R) \Rightarrow V(R/2) = V(R) + \Delta V = \frac{7}{24}\frac{\rho}{\varepsilon_0}R^2 + \frac{1}{12}\frac{\rho}{\varepsilon}R^2$$

El potencial que nos piden es el del centro de la esfera, pero como en el interior no hay campo, el potencial es constante, de modo que en el centro de la esfera su valor es igual que para R/2.

Validación del resultado con análisis dimensional, debe tener unidades de voltio (J/C)

$$\left[\frac{\rho}{\varepsilon}R^2\right] = \frac{\frac{C}{m^3}}{\frac{C^2}{N\cdot m^2}}m^2 = \frac{\cancel{C}\cdot N\cdot \cancel{m^2}\cdot \cancel{m^2}}{m^3\cdot \cancel{C^2}} = \frac{N\cdot m}{C} = \frac{J}{C} = V$$

CC BY SA

Enunciados originales obtenidos del Departament d'Ensenyament vía solicitud de acceso a información pública vía Ley de transparenciay posterior recurso al GAIP
http://www.gaip.cat/es/detall/normativa/2018-0174

PROBLEMA 3.

a) **(0,75 puntos)** Calcule la masa de un ion potasio, si cuando penetra con una velocidad $\vec{v}=8.10^{-4}\vec{i}\,(\frac{m}{s})$ en un campo magnético- uniforme de intensidad $\vec{B}=0,1\vec{k}\,(T)$ describa una trayectoria circular de 65 cm de diámetro.

b) **(0,5 puntos)** Determine el módulo, dirección y sentido del campo eléctrico que hay queaplicar a esta región para que el ion no se desvíe. Haga un esquema gráfico de las fuerzas.

c) **(0,5 puntos)** ¿Puede ser cero la fuerza magnética que se ejerce sobre una partícula cargada que se mueve en una región dónde hay un campo magnético? y la fuerza eléctrica sobre una partícula cargada que se mueve en un campo magnético? Razone las respuestas.

Dato: Valor absoluto de ta carga de electrón: e =1,6.10^{-19} C

d) **(0,75 puntos)** Identifique una dimensión, una competencia, un contenido clave y un contenido curricular del ámbito científico-tecnológico de la ESO, propios de las materias de física y química, con el que puede vincularse algún contenido de este problema. A partir del contenido curricular que ha identificado, reformule y contextualice el enunciado de este problema, para que sea asequible a nivel de alumnos de 3º de la ESO.

Referencias:
El problema tiene similitudes con problemas PAU Madrid que se citan
Comentado y ***resuelto por Sleepylavoisier (me limito a poner en formato electrónico y reescribir con otras palabras, el crédito es suyo)*** *en*
http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4253&p=30238#p30238

a) Lo primero que hay que saber es que el ion más estable de potasio es K^+, por lo que su carga es en módulo igual a la del electrón.

De acuerdo a la ley de Lorentz, vectorialmente $\vec{F}_m=q(\vec{v}\times\vec{B})$

Pero la fuerza magnética siempre es perpendicular a la velocidad y al campo magnético, y dado que forman 90º, podemos plantear numéricamente el módulo como $F_m=|q|vB\cdot sen(90º)=|q|vB$

Toda esa fuerza es centrípeta, e igualando módulos

$$F_m=F_c\Rightarrow |q|vB=m\frac{v^2}{R}\Rightarrow m=\frac{|q|BR}{v}$$

Numéricamente ***con los datos del enunciado original***

$$m=\frac{1,6\cdot 10^{-19}\cdot 0,1\cdot\frac{(0,65)}{2}}{8\cdot 10^{-4}}=6,5\cdot 10^{-18}\,kg$$

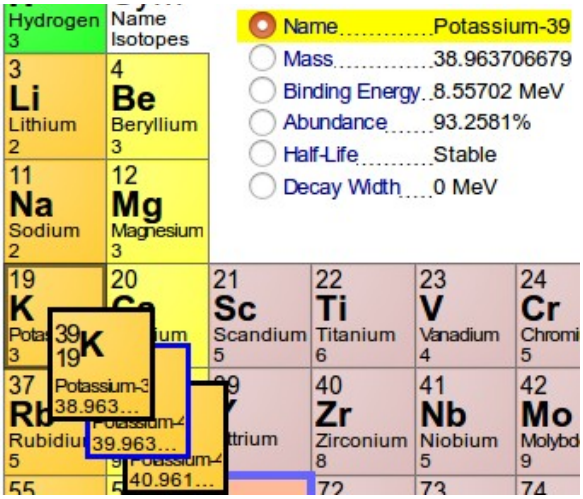
Esta masa es claramente errónea: aunque en el enunciado de ejercicio 3 no sean datos el valor de la unidad de masa atómica ni la masa atómica del potasio (y algún opositor las puede recordar directamente), se pueden deducir del enunciado de la opoición:
Problema 2 da dato 1 F = 96487 C · (mol·e)$^{-1}$
Dado que sí tenemos en problema 3 la carga del electrón, y que 1 F es un mol de electrones,

llegamos a que $N_A = \frac{96487}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 6,0304375 \cdot 10^{23} \approx 6,0 \cdot 10^{23}$

Sabiendo que 1 mol de unidades de masa atómica equivalen a 1 g de masa

$u = \frac{1}{N_A} = \frac{1}{6,0304375} \cdot 10^{23} = 1,66582544798781182573 \cdot 10^{-24}\, g \approx 1,66 \cdot 10^{-27}\, kg$

Problema 4 da dato K=39,1 (enunciado original coloca erróneamente separador decimal arriba), por lo que podemos estimar la masa del ion potasio, usando datos del enunciado $39,1 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} = 6,4906 \cdot 10^{-26}$ *kg, muy lejos del valor obtenido: son 8 órdenes de magnitud de diferencia. Realmente apartado a) da un radio definido de la trayectoria, por lo que será el descrito por un isótopo concreto, ya que cada isótopo describirá una trayectoria con un radio distinto. El valor promedio cercano a 39 nos indica que el más probable es* ^{39}K *(validamos que tiene 93,2581% de abundancia según https://ptable.com/#Isotope), por lo que sería más correcto estimar como* $39 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} = 6,4704 \cdot 10^{-26}$ *kg, pero es una estimación del mismo orden de magnitud.*



Tal y como comenta Sleepylavoisier en su resolución, el dato del enunciado original está mal y **enunciado correcto debería indicar como módulo de velocidad $8 \cdot 10^4$ m/s,** ya que la velocidad con exponente negativo es absurdamente baja y una errta.

Numéricamente ***con los datos del enunciado corregidos***

$$m = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,1 \cdot \frac{(0,65)}{2}}{8 \cdot 10^4} = 6,5 \cdot 10^{-26}\, kg$$ Valor de masa que encaja con el valor real.

b) Para que no se desvíe, la fuerza total resultante debe ser nula. Por lo tanto la fuerza eléctrica debe ser opuesta a la fuerza magnética. La calculamos vectorialmente (en apartado a solamente hemos necesitado su módulo)

$$\vec{F}_m = q(\vec{v} \times \vec{B}) = 1,6 \cdot 10^{-19} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 8 \cdot 10^{-4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,1 \end{vmatrix} \Rightarrow \vec{F}_m = 1,6 \cdot^{-19} \cdot (-8 \cdot 10^{-4} \cdot 0,1 \cdot \vec{j})\, N = -1,28 \cdot 10^{-23} \vec{j}\, N$$

Por lo tanto $\vec{F}_e = -\vec{F}_m = 1,28 \cdot 10^{-23} \vec{j}\, N$

Usando la definición de campo eléctrico

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q} = \frac{1,28 \cdot 10^{-23} \vec{j}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 8 \cdot 10^{-5} \vec{j}\, N/C \text{ ó } V/m$$

Estamos dando el campo vectorialmente como coordenadas pero enunciado pide módulo, dirección y sentido, además de un diagrama, por lo que se añaden:

- Módulo: $E=8 \cdot 10^{-5}$ N/C ó V/m
- Dirección eje y.
- Sentido: hacia y positivas

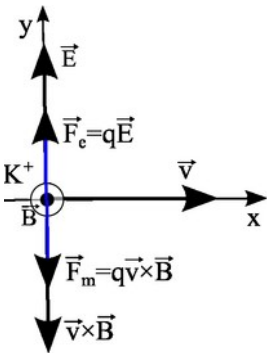


Diagrama idéntico a PAU 2012-Septiembre Madrid

c) La primera pregunta es
¿Puede ser cero la fuerza magnética que se ejerce sobre una partícula cargada que se mueve en una región dónde hay un campo magnético?
Sobra la tilde en dónde.

Para que la fuerza magnética sea nula, su módulo debe ser cero.
Si planteamos la ley de Lorentz con módulos
$|F_m| = |q| v B \, sen(\theta)$
Para que se anule, debe ser nulo al menos uno de los 4 términos, pero si la carga, la velocidad y el campo no son nulos, la única manera de que sea nulo es que sen(θ)=0, lo que implica que los vectores velocidad y campo son paralelos (pueden formar 0º ó 180º)
Similar a PAU 2011-Septiembre-Coincidentes-A2-b

La segunda pregunta es
y la fuerza eléctrica sobre una partícula cargada que se mueve en un campo magnético?
Falta abrir la interrogación, pero además está mal planteada, ya que tal y como está planteada la respuesta sería algo así como "La fuerza eléctrica no depende del campo magnético, dependerá de un campo eléctrico sobre el que no se pregunta"
Para que tenga sentido debería ser
"¿Y [puede ser cero la] la fuerza eléctrica sobre una partícula cargada que se mueve en un campo eléctrico?"

Para que la fuerza eléctria sea nula, su módulo debe ser cero.
Si planteamos la definición de campo con módulos
$|F_e| = |q| E$
Para que se anule, debe ser nulo al menos uno de los 2 términos, pero si no lo es la carga ni el campo, no es posible.

d) Es un tema asociado a normativa usando terminología propia de Cataluña: "contenido clave" no existe en LOMCE y será algo propio de LEC.
http://www.fiquipedia.es/home/materias/eso/fisica-y-quimica-3-eso/curriculo-3-eso-fisica-y-quimica-lomce
A nivel de 3º ESO enlaza con el concepto estructura atómica (iones, isótopos), nociones básicas de cinemática y dinámica (trayectoria, efectos de fuerzas) y de interacciones en la naturaleza (eléctrica y magnética).

Escoja únicamente 3 problemas de los 6 propuestos.

1.a) Suponiendo que una carga positiva está distribuida uniformemente en un volumen esférico de radio R = 10 cm, siendo la densidad de carga por unidad de volumen $\rho=3/4\pi\cdot10^5$ C/m^3, calcule el campo y el potencial creados en los siguientes puntos:
i) En un punto situado a r_1=5 cm.
ii) En un punto situado a r_2=20 cm del centro de la esfera.
Iii) En un punto de la superficie de la esfera.

Ver Rioja 2015-3

No es dato y usamos $K=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}=9\cdot10^9\,N\,m^2C^{-2}$

Calculamos la carga total Q de la esfera $\rho=\frac{Q}{V}\Rightarrow Q=\frac{3}{4\pi}\cdot10^5\cdot\frac{4}{3}\pi\,0,1^3=100\,C$

Utilizando Gauss con una superficie esférica concéntrica con la distribución de carga y de radio r

$$\Phi=\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{Q_{interna}}{\varepsilon_0}\Rightarrow E\,4\pi r^2=\frac{\frac{4}{3}\pi r^3\frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}}{\varepsilon_0}\Rightarrow E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R^3}r$$

El campo en el interior es 0 en el centro y crece linealmente con r hasta un valor máximo para r=a en el que su valor coincide con el campo generado por una carga Q puntual a una distancia r.

i) $E(r_1=0,05\,m)=9\cdot10^9\frac{100}{0,1^3}0,05=4,5\cdot10^{13}\,N/C$

ii) $E(r_2=0,20\,m)=9\cdot10^9\frac{100}{0,2^2}=9\cdot10^{13}\,N/C$

ii) $E(r=0,10\,m)=9\cdot10^9\frac{100}{0,1^3}\cdot0,1=9\cdot10^9\frac{100}{0,1^2}=2,25\cdot10^{13}\,N/C$

Para el potencial tomamos referencia V=0 en el infnito
El potencial fuera de la esfera es el mismo que el potencial creado por una carga puntual

$$V(r)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}$$

Para un punto interior r<a

$$V(r)=-\int_\infty^a E\,dr=-\int_\infty^R\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}dr-\int_R^r\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R^3}r\,dr$$

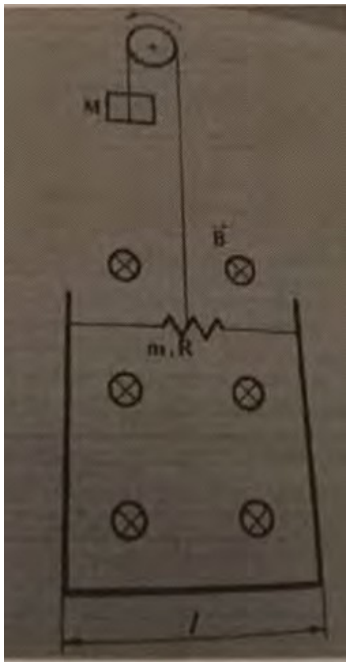
$$V(r)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R}-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R^3}\left(\frac{r^2}{2}-\frac{R^2}{2}\right)\Rightarrow=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R}\left(1-\frac{r^2}{2R^2}-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}Q\frac{(2R^2-r^2)}{2R^3}$$

i) $V(r_1=0,05\,m)=9\cdot10^9\,100\frac{(2\cdot0,1^2-0,05^2)}{2\cdot0,1^3}=7,875\cdot10^{12}\,V$

ii) $V(r_2=0,20\,m)=9\cdot10^9\frac{100}{0,2}=4,5\cdot10^{12}\,V$

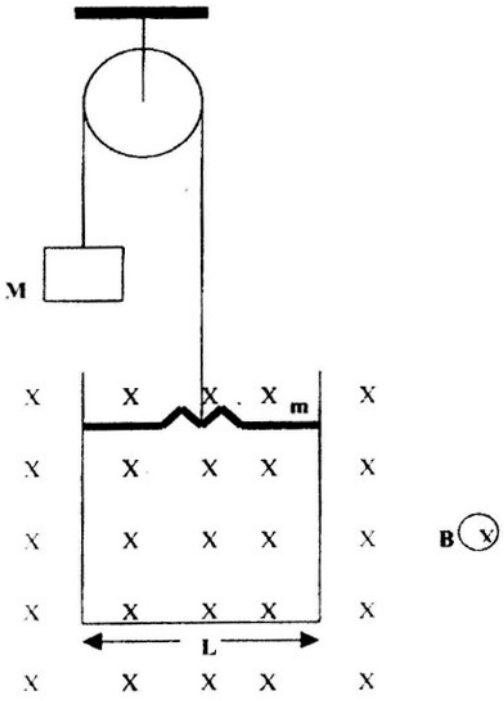
ii) $V(r=0,10\,m)=9\cdot10^9\frac{100}{0,1}=9\cdot10^9\,100\frac{(2\cdot0,1^2-0,1^2)}{2\cdot0,1^3}=9\cdot10^{12}\,V$

Melilla 2018



Ejercicio 6.a) De la polea de masa despreciable de la figura penden una pesa de masa M y una varilla conductora ligera, de masa m y longitud l, que está obligada a moverse sobre unos carriles sin rozamiento. La resistencia eléctrica de la varilla es R, y la de los carriles se considera despreciable. El campo magnético B que actúa sobre el circuito formado por la varilla y los carriles conductores es perpendicular al plano del papel. La cuerda se supone inextensible y de masa despreciable. Calcule la aceleración del sistema sabiendo que en instante inicial t=0 las masas M y m estaban en reposo.

Castilla-La Mancha 2002



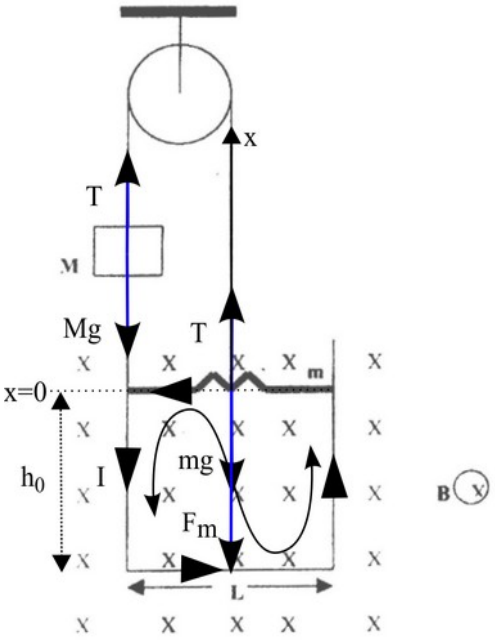
Problema 2: a) 1 punto; b) 1 punto; c) 1 punto.

2.- De la polea de masa despreciable de la figura penden, a lo largo de una cuerda inextensible y de masa despreciable, una pesa de masa M=8 kg y una varilla conductora ligera, de masa m=2 kg y longitud l=0,2 m, que está obligada a moverse sobre unos carriles sin rozamiento. La resistencia eléctrica de la varilla es R=4 Ω, y la de los carriles se considera despreciable. El campo magnético (B=0,01 T) que actúa sobre el circuito formado por la varilla y los carriles conductores es perpendicular al plano del papel. Sabiendo que en instante inicial las masas M y m estaban en reposo. Se pide:

a) Analizar y dibujar las fuerzas que actúan sobre la pesa y la varilla conductora.

b) La velocidad de la varilla en función del tiempo. ¿En qué instante se hace constante la velocidad de la varilla?

c) La aceleración del sistema en función del tiempo y la fuerza electromotriz inducida en función del tiempo. Considerar g=10 $m \cdot s^{-2}$



a) Representamos peso de ambas masas y tensiones, que al ser una cuerda inestensible y sin masa son iguales en ambos extremos en módulo. Pero además como la varilla va a ascender (M>m), el flujo aumentará, por lo que según Faraday-Lenz se producirá una corriente inducida que se oponga a ese aumento de flujo, que supondrá generar una corriente inducida tal que el campo generado por esa corriente tenga el sentido opuesto al campo externo, hacia fuera del papel. Por ello la corriente circulará en el sentido opuesto a las agujas del reloj en el diagrama, lo que genera una fuerza magnética sobre la varilla según la ley de Laplace $\vec{F}=I(\vec{l}\times\vec{B})$ estará dirigida hacia abajo, cualitativamente oponiéndose a que la varilla ascienda y varíe el flujo.
b) Planteamos la 2ª ley de Newton en cada uno de los cuerpos, tomando eje x en el sentido del movimiento, que es hacia abajo para M y hacia arriba para m.
M: $Mg-T=Ma$
m: $T-mg-IlB=ma$
Si sumamos ambas expresiones y eliminamos la tensión
$Mg-mg-IlB=(M+m)a$
Que podríamos haber planteado cualtitativamente como “fuerzas a favor del movimiento menos las fuerzas en contra igual a masa total por aceleración”
Obtenemos la expresión de la intensidad que circula
El flujo en este caso lo podemos plantear $\Phi=\int\vec{B}\cdot d\vec{S}=...=B\cdot S=B\cdot l\cdot(h_0+vt)$
La fuerza electromotriz usando la ley de Faraday $|\varepsilon|=\left|\frac{-d\Phi}{dt}\right|=B\cdot l\cdot v$
Usando la ley de Ohm $I=\frac{V}{R}=\frac{B\cdot l\cdot v}{R}$
No consideramos el signo en tensión y corriente que ya hemos contemplado al indicar sentido en el diagrama
Combinando expresiones $(M-m)g-B^2l^2\frac{v}{R}=(M+m)a$
Para obtener la expresión de v integramos, ya que a=dv/dt y al sustituir es separable

$$(M-m)g-\frac{B^2l^2}{R}v=(M+m)\frac{dv}{dt}$$

$$dt=\frac{M+m}{(M-m)g-B^2l^2\frac{v}{R}}dv\Rightarrow\int_0^t dt=(M+m)\int_0^v\frac{dv}{(M-m)g-\frac{B^2l^2}{R}v}$$

$$t=-(M+m)\frac{R}{B^2l^2}\ln\left(\frac{(M-m)g-\frac{B^2l^2}{R}v}{(M-m)g}\right)=\frac{-(M+m)R}{B^2l^2}\ln\left(1-\frac{B^2l^2}{(M-m)gR}v\right)$$

$$1-\frac{B^2l^2}{(M-m)gR}v=e^{\frac{-B^2l^2}{(M+m)R}t}\Rightarrow v=\frac{(M-m)gR}{B^2l^2}\left(1-e^{\frac{-B^2l^2}{(M+m)R}t}\right)$$

Validaciones físicas:
Si t=0, v=0

Si M=m, v=0 para todo t

Sustituyendo numéricamente $v=\frac{(8-2)\cdot 10\cdot 4}{0{,}01^2 0{,}2^2}\left(1-e^{\frac{-0{,}01^2 0{,}2^2}{(8+2)4}t}\right)=6\cdot 10^7\left(1-e^{-10^{-7}t}\right)[t\,en\,s, v\,en\,m/s]$

Se pregunta para qué instante de t la velocidad es constante, y no ocurre en ningún caso; la velocidad tiene una variación exponencial y tiende con una asíntota a una velocidad límite para t=∞ que es $v(t=\infty)=6\cdot 10^7 m/s$ Antes de que t sea infinito, la barra llegaría a la polea, o se recorrería tanta distancia que g ya no sería constante.

Además esa velocidad límite es un 20% de la velocidad de la luz, por lo que sí son necesarios cálculos relativistas, ya que $\gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=\frac{1}{\sqrt{1-0{,}2^2}}=1{,}02$ por lo que respecto a no considerarlo relativista y asumir coeficiente 1 se comete un error del 2%.

c) Derivamos velocidad para obtener aceleración

$$a=\frac{dv}{dt}=\frac{-(M-m)g\cancel{R}}{\cancel{B^2 l^2}}\left(\frac{-\cancel{B^2 l^2}}{(M+m)\cancel{R}}\right)e^{\frac{-B^2 l^2}{(M+m)R}t}=\frac{(M-m)}{(M+m)}g\,e^{\frac{-B^2 l^2}{(M+m)R}t}$$

Validaciones físicas: en t=0 hay una aceleración positiva, y en t=∞ la aceleración es cero (y la velocidad constante)

Sustituyendo numéricamente $a=\frac{(8-2)\cdot 10}{(8+2)}e^{-10^{-7}t}=6\cdot e^{-10^{-7}}[t\,en\,s, a\,en\,m/s^2]$

La fuerza electromotriz se obtiene sustituyendo con expresiones de apartado b

$$|\varepsilon|=B\cdot l\cdot v=\frac{(M-m)gR}{Bl}\left(1-e^{\frac{-B^2 l^2}{(M+m)R}t}\right)=1{,}2\cdot 10^5\left(1-e^{-10^{-7}t}\right)[t\,en\,s, \varepsilon\,en\,V]$$

Física

3. Una varilla metálica de longitud 15 cm gira en un plano horizontal alrededor de uno de sus extremos que se mantiene fijo, con velocidad angular constante de 10π rad/s. La varilla está en una región del espacio en la que existe un campo magnético vertical uniforme de intensidad 0,1 T. Calcular:
a) La fuerza magnética sobre un electrón situado en la varilla a una distancia 'r' del extemo fijo.
b) Intensidad del campo eléctrico a lo largo de la varilla.
c) Diferencia de potencial entre los extremos de la varilla.
Datos: Carga del electrón = $-1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

Ver Madrid 2014-4
Departamento física aplicada II Universidad de Málaga, Ingeniería mecánica y eléctrica, Inducciońn electromagnética, ejercicio 5
https://www.studocu.com/es/document/universidad-de-malaga/fisica-i/6-induccion-electromagnetica/10732232

a) Usamos la expresión de fuerza de Lorentz $\vec{F}=q(\vec{v}\times\vec{B})$
El vector velocidad a un a distancia r es tangencial a la trayectoria circular de radio r $\vec{v}=\vec{\omega}\times\vec{r}$
Asumimos que el plano horizontal es el plano xy y que el vector campo magnético tiene sentido de eje z positivo, al igual que el vector velocidad angular. El vector $\vec{v}\times\vec{B}$ es radial y con sentido hacia afuera, por lo que siendo la carga negativa, el vector fuerza magnética es radial y con sentido hacia el centro de giro. En módulo $|\vec{F}|=|q|\omega r B=1{,}6\cdot10^{-19}\cdot10\pi 0{,}1 r=5{,}03\cdot10^{-19}\cdot r\,N$
Como vector $\vec{F}=-|q|\omega r B\vec{u}_r=-5{,}03\cdot10^{-19}\cdot r\vec{u}_r N$

b) $\vec{E}=\frac{\vec{F}}{|q|}=\omega r B\vec{u}_r=\pi\cdot r\vec{u}_r N$

c) Utilizamos la expresión general asociada la diferencia de potencial en los extremos de un conductor que se mueve en un campo magnético $\varepsilon=\int_L(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$
El producto vectorial del interior de la integral siempre tiene dirección radial hacia afuera, por lo que si integramos desde el centro del anillo hasta el extremo de la varilla

$$\varepsilon=\int_0^L \omega\cdot B\cdot l\cdot d\,l=\omega\cdot B\left[\frac{l^2}{2}\right]_0^L=\frac{\omega\cdot B\cdot L^2}{2}$$

Con los valores del enunciado, usando el Sistema Internacional

$$\varepsilon=\frac{10\pi\cdot0{,}1\cdot0{,}15^2}{2}\approx3{,}53\cdot10^{-2}V$$

Para razonar el sentido de la diferencia de potencial, lo que hacemos es razonar el sentido de la fuerza electromotriz, que es magnética.
Un electrón de la varilla, usando la expresión de la fuerza de Lorentz $\vec{F}=q(\vec{v}\times\vec{B})$ y teniendo en cuenta que su carga es negativa, experimentará una fuerza dirigida hacia el centro del anillo. Como se trata de una fuerza electromotriz si cerramos el circuito, los electrones "saldrían" desde el centro y regresarían por el extermo de la barra: en el circuito externo externo al "generador" que supone la varilla, el movimiento de electrones sería un centro a extremo. En un circuito la corriente va de diferencias de potencial mayores a menor, pero la corriente tiene un sentido opuesto al movimiento de electrones, ya que los electrones tienden hacia potenciales mayores, por lo que podemos concluir que el potencial mayor está en el extremo de la varilla, y el potencial menor en el eje de giro.

Física.
Cuestión 1.
Comente razonadamente la veracidad o falsedad de la siguiente afirmación: si una partícula cargada en movimiento penetra en una región en la que existe un campo magnético siempre actúa sobre ella una fuerza.

La afirmación es falsa ya que la fuerza está definda por la ley de Lorentz $\vec{F}=q(\vec{v}\times\vec{B})$
El módulo de la fuerza es $|\vec{F}|=|q||\vec{v}||\vec{B}|sen\,\alpha$
Aunque la partícula esté en movimiento, tenga carga y haya campo magnético, la fuerza puede ser nula si el seno es cero, que ocurre cuando vector velocidad y vector campo magnético son paralelos.

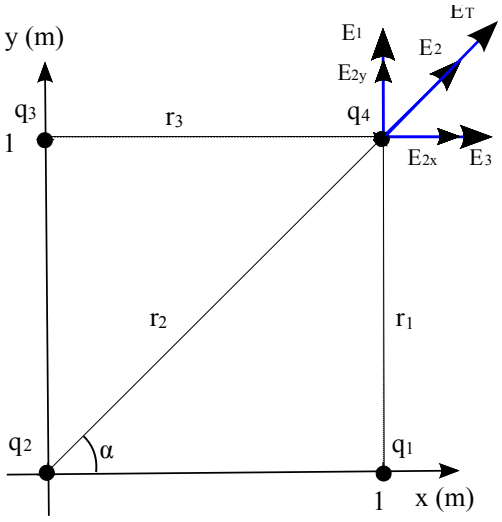
Física.
Problema.
En tres vértices de un cuadrado de 1m de lado existen tres cargas de 10 μC cada una. Calcular:
a. El vector campo eléctrico y el módulo del mismo en el cuarto vértice.
b. El potencial eléctrico en dicho punto.
c. El trabajo necesario para trasladar una carga de -5 μC desde el cuarto vértice hasta el centro del cuadrado.

La unidad y el valor se escriben separados, es 1 m y no 1m.
Similar PAU Madrid 2020 Julio B3

a) Realizamos un diagrama y nombramos las cargas: $q_1=q_2=q_3=10\cdot10^{-6}$ C$=10^{-5}$ C y q_4=-5 μC a la carga en el cuarto vértice, que solo se usa en apartado c) ya que el campo no depende de ella.
Calculamos campo usando superposición.
Para calcular el campo lo podemos resolver de dos maneras equivalentes:
A. Utilizando la definición vectorial de campo eléctrico

$\vec{E}=K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$ y que $\vec{u}_r=\frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$

El vector que va de q_1 a q_4 es $\vec{j}$
El vector que va de q_2 a q_4 es $(\vec{i}+\vec{j})$
El vector que va de q_3 a q_4 es $\vec{i}$
La distancia de q_2 a q_4 usando Pitágoras es de $\sqrt{2}$ m



$$\vec{E}(q_4)=K\frac{q_1}{1^2}\vec{j}+K\frac{q_2}{(\sqrt{2})^2}\frac{(\vec{i}+\vec{j})}{\sqrt{2}}+K\frac{q_3}{1^2}\vec{i}$$

$$\vec{E}(q_4)=9\cdot10^9\,10^{-5}(\vec{j}+\frac{1}{2\cdot\sqrt{2}}\vec{i}+\frac{1}{2\cdot\sqrt{2}}\vec{j}+\vec{i})$$

$$\vec{E}(q_4)=9\cdot10^4((1+0{,}35)\vec{i}+(1+0{,}35)\vec{j})$$

$$\vec{E}(q_4)=1{,}22\cdot10^5\vec{i}+1{,}22\cdot10^5\vec{j}\;N/C$$

B. Por trigonometría, calculando módulos y descomponiendo componentes x e y de cada vector.

$$|\vec{E}_1|=|\vec{E}_3|=K\frac{|q|}{1^2}=9\cdot10^9\cdot10^{-5}=9\cdot10^4\,N/C$$

$$|\vec{E}_{2x}|=|\vec{E}_{2y}|=K\frac{|q|}{(\sqrt{2})^2}\cos45^o=9\cdot10^9\cdot\frac{10^{-5}}{(\sqrt{2})^2}\frac{1}{\sqrt{2}}=3{,}19\cdot10^4\,N/C$$

Tomando signos del diagrama y planteando vectorialmente llegamos al mismo resultado.
b) Calculamos potencial usando superposición de potenciales.

$$V_{total}(1{,}1)=V_1+V_2+V_3=K\frac{q_1}{1}+K\frac{q_2}{\sqrt{2}}+K\frac{q_3}{1}=9\cdot10^9\cdot10^{-5}(1+\frac{1}{\sqrt{2}}+1)=2{,}44\cdot10^5\,V$$

c) Se pide trabajo necesario y consideramos que es el externo al campo.

$$W_{externo}=\Delta E_p=q_4\Delta V=q_4(V(0{,}5;0{,}5)-V(1,1))$$

Aplicando superposición y simetría $V_{total}(0,0)=3K\frac{q_1}{0{,}5\cdot\sqrt{2}}=3\cdot9\cdot10^9\cdot\frac{10^{-5}}{0{,}5\cdot\sqrt{2}}=3{,}82\cdot10^5\,V$

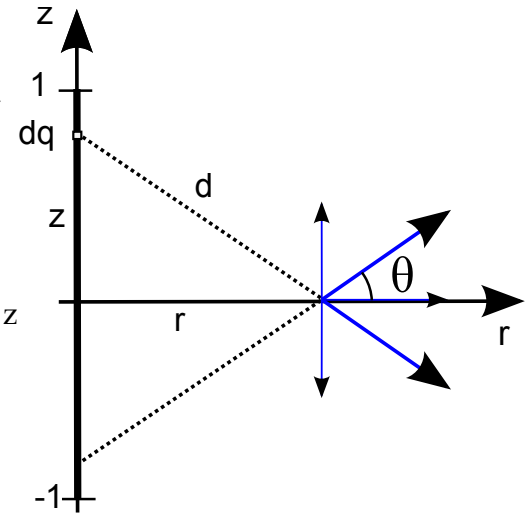
$$W_{externo}=-5\cdot10^{-6}\cdot(3{,}82\cdot10^5-2{,}44\cdot10^5)=-0{,}69\,J$$

Trabajo externo negativ, es a favor del campo (acercar carga negativa a cargas positivas)

enrique@fiquipedia.es Revisado 9 septiembre 2024
CC BY SA

PROBLEMA 2.
Se considera la siguiente distribución de carga por unidad de longitud, λ, sobre el eje Z de un sistema de referencia cartesiano ortogonal situado en el vacío:
λ=a|z| si -1≤z≤1 (a>0 y constante)
λ=0 si |z| >1
a) Determinar el campo eléctrico en cualquier punto del plano z=0.
(Puntuación máxima: 5 puntos.)
b) Sobre el plano z=0 se puede mover, sin rozamiento, un electrón de masa m_e, carga q_e y posición inicial determinada por el punto (x_0, y_0).
b.1.) ¿Cuál debe ser el módulo y la dirección de la velocidad inicial del electrón, v_0, para que su trayectoria sea circular de radio R_0 y centro O (0,0,0)?
(Puntuación máxima: 2,5 puntos.)
b.2.) En las condiciones anteriores, calcular el periodo del movimiento.
(Puntuación máxima: 2,5 puntos.)
Dato: Permitividad eléctrica del vacío, ε_0.
Observación: Las unidades se encuentran en el Sistema Internacional

Resuelto por sleepylavoisier en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4181&p=20452#p20452
Con densidad de carga uniforme es un problema típico resuelto en varios sitios http://laplace.us.es/wiki/index.php/Campo_el%C3%A9ctrico_de_un_segmento_cargado



a) No se puede realizar un planteamiento similar a Gauss en hilo tomando como superficie de Gauss un cilindro, ya que no es un hilo indefinido y el campo y el flujo no sería nulo en "las tapas" del cilindro ni es constante en toda la superficie lateral del cilindro.
Obtenemos el campo por superposición, integrando los diferentes infinitesimales de carga.
Representamos usando eje r y distancia r; representa cualquier eje radial contenido en el plano z=0 desde el eje z
Se ve como por simetría las componentes de campo z se cancelan, y la componente radial se duplica, por lo que usando superposición podemos plantear

$$\vec{E}=\int_{configuracióncarga} dE_r \vec{u}_r = 2\int_{z=0}^{z=1} dE_{dqr}\vec{u}_r$$

Planteamos relaciones

$$dE_{dq}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{d^2}$$

$$dE_{dqr}=dE_{dq}\cos\theta$$

$$d^2=z^2+r^2$$

Para z>0, |z|=z, $\lambda = a\,z$

$$\lambda=\frac{q}{l}\Rightarrow dq=\lambda\,dz$$

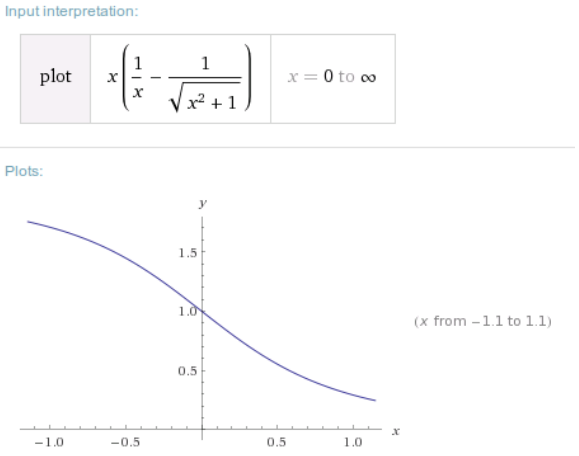
$$\cos\theta=\frac{r}{d}=\frac{r}{\sqrt{z^2+r^2}}$$

Sustituyendo y calculando módulo: sabemos que la densidad de carga carga es positiva y el campo es radial hacia fuera

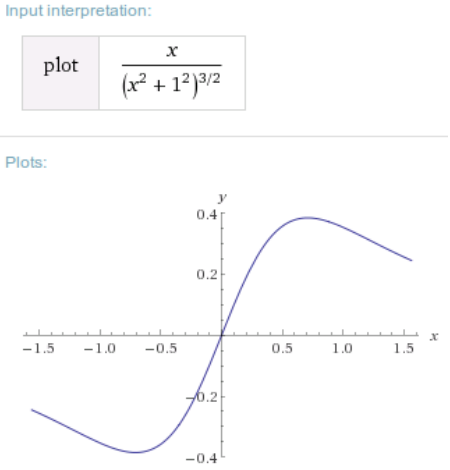
$$E=\frac{2}{4\pi\varepsilon_0}\int_{z=0}^{z=1}\frac{a\,z\,r}{\left(z^2+r^2\right)^{\frac{3}{2}}}dz=\frac{ar}{2\pi\varepsilon_0}\left[\frac{-1}{\left(z^2+r^2\right)^{\frac{1}{2}}}\right]_{z=0}^{z=1}=\frac{ar}{2\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r}-\frac{1}{\left(1+r^2\right)^{\frac{1}{2}}}\right]=\frac{a}{2\pi\varepsilon_0}\left(1-\frac{r}{\left(1+r^2\right)^{\frac{1}{2}}}\right)$$

$$E=\frac{a}{2\pi\varepsilon_0}\left(1-\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{r^2}}}\right)$$

Validaciones físicas:
-Si r=∞, E=0 (infinitamente alejado de la carga el campo es nulo)
-Si a=0, E=0 (no hay carga que genere campo)
-Si r=0, E=0 (el campo creado por distribución de carga superior e inferior al plano z=0 es idéntico en módulo y de sentido opuesto y se anula, un valor de E distinto de 0 no tiene sentido lógico, porque como vector no se le podría asignar dirección). Con la expresión anterior no se cumple pero podemos ver como en el desarrollo se ha asumido r distinto de 0, ya que para r=0 el valor de E_{dqr} sería directamente 0 y la integral sería 0.



La resolución de la integral definida con Wolframalpha nos indica que la integración no es válida si r=0
http://www.wolframalpha.com/input/?i=integrate+(x%2F(x^2+%2B+re(b)^2)^(3%2F2)dx)+from+x%3D0+to+x%3D1
Eso implica que el campo tiene una discontinuidad (quizá asociada a que la función que describe la densidad de carga no es derivable en r=0), si representamos (el valor de r siempre es positivo, es distancia al origen), el campo no tiene valor 0 en el origen
http://www.wolframalpha.com/input/?i=plot+x*(1%2Fx-1%2Fsqrt(x%5E2%2B1))
La integración definida para valores próximos a r=0 nos muestra que si tiende a un valor no nulo, lo que refuerza la idea de discontinuidad
http://www.wolframalpha.com/input/?i=integrate+(1e-18*x%2F(x%5E2+%2B+1e-18%5E2)%5E(3%2F2)dx)+from+x%3D0+to+x%3D1
También se puede ver que el integrando es 0 para r=0, por lo que la integral es necesariamente cero
http://www.wolframalpha.com/input/?i=plot+x%2F(x%5E2%2B1%5E2)%5E(3%2F2)
Por lo tanto sería



$$\vec{E}=\frac{a}{2\pi\varepsilon_0}\left(1-\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{r^2}}}\right)\vec{u}_r\,;cuando\,r\neq 0$$

$$\vec{E}=0\,;cuando\,r=0$$

En unidades de Sistema Internacional serían N/C ó V/m
b.1) Un electrón describiendo un movimiento circular implica fuerzas centrales (es una situación ideal porque una carga acelerada radiaría energía y sería una trayectoria en espiral, ver

https://es.wikipedia.org/wiki/F%C3%B3rmula_de_Larmor), por lo que igualamos fuerza centrípeta y fuerza eléctrica: el campo eléctrico tiene dirección radial hacia el origen y al ser el electrón una carga negativa y la distribución de carga positiva la fuerza es atractiva.
Igualando módulos

$$F_{eléctrica}=F_{cengrípeta}\Rightarrow|q_e\,E|=m_e\frac{v^2}{R_0}\Rightarrow|q_e|\frac{a}{2\pi\varepsilon_0}\left(1-\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{R_0^2}}}\right)=m_e\frac{v^2}{R_0}\Rightarrow v=\sqrt{R_0\frac{|q_e|}{m_e}\frac{a}{2\pi\varepsilon_0}\left(1-\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{R_0^2}}}\right)}$$

La velocidad es un vector, y hay que indicar dirección y sentido. Si es en el punto (x_0,y_0), tendrá dirección tangente a una circunferencia que pase por ese punto, y el sentido en el plano z=0 podrá ser en el de las agujas del reloj visto desde z positivas o a la inversa. La dirección la podemos indicar con $\tan\theta=\frac{y_0}{x_0}\Rightarrow\theta=\arctan\frac{y_0}{x_0}$ donde podríamos representar el ángulo y sentido en un diagrama. Unidades ángulo en Sistema Internacional, radianes (rad).
b.2) Si describe un movimiento circular con velocidad constante es un MCU, movimiento periódico en el que $v=\frac{2\pi R}{T}\Rightarrow T=\frac{2\pi R}{v}$

$$T=\frac{2\pi R_0}{\sqrt{R_0\frac{|q_e|}{m_e}\frac{a}{2\pi\varepsilon_0}\left(1-\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{R_0^2}}}\right)}}$$

Unidades periodo en Sistema Internacional, segundos (s).

Física

2. En la región limitada por los planos y = 0 cm e y' = 10 cm, existe un campo eléctrico uniforme $\vec{E}=-1000\cdot\vec{j}\,V/m$. En la región existente entre el plano y' = 10 cm y el infinito existe únicamente un campo magnético $\vec{B}=10^{-4}\cdot\vec{i}\,T$. Se abandona un electrón en el origen de coordenadas sin velocidad inicial.

a) Calcula la velocidad del electrón en el momento de atravesar el plano y' = 10 cm.

b) Describe razonadamente el movimiento periódico del electrón en el plano YZ.

c) Calcula el periodo de este movimiento.

Datos: Carga del electrón = $1{,}6\cdot10^{-19}$ C; masa del electrón = $9{,}1\cdot10^{-31}$ kg.

a) El electrón es acelerado por un campo eléctrico uniforme, con

$\vec{F}=q\vec{E}=-1{,}6\cdot10^{-19}\cdot(-1000)\vec{j}=1{,}63\cdot10^{-16}\vec{j}\,N$

Se puede plantear dinámicamente al ser un MRUA y por conservación de la energía mecánica.

$$\Delta E_p=-\Delta E_c\Rightarrow q\Delta V=\frac{-1}{2}mv^2\Rightarrow v=\sqrt{\frac{-2q\Delta V}{m}}$$

Al ser un campo eléctrico uniforme $E=\frac{-\Delta V}{d}\Rightarrow\Delta V=-E\cdot d=-(-1000)\cdot 0{,}1=100\,V$

El electrón que es una carga positiva se mueve hacia potenciales mayores

$$v=\sqrt{\frac{-2\cdot(-1{,}6\cdot10^{-19})\cdot100}{9{,}1\cdot10^{-31}}}=5{,}93\cdot10^{6}\,m/s$$

Es un 2% de la velocidad de la luz, no es relativista.

Vectorialmente $\vec{v}=5{,}93\cdot10^{6}\vec{j}\,m/s$

b) Cuando el electrón llega a la zona donde solo hay campo magnético en el sentido del eje x la fuerza es perpendicular al campo y es centrípeta, y como la velocidad está inicialmente en el eje y, la trayectoria es una circunferencia en el plano YZ. Lo que ocurre es que cuando recorre media circunferencia regresa de nuevo a la zona donde no hay campo magnético y solo eléctrico, que en esta ocasión frena el electrón en lugar de acelerarlo. Cuando el electrón se detiene, se repite de nuevo el movimiento: aceleración, media circunferencia y frenado, por lo que es periódico.

c) El periodo de este movimiento será la suma del tiempo en acelerar, en media circunferencia y en el frenado, siendo el tiempo de aceleración y frenado el mismo.

Para el MRUA, $a=F/m=1{,}63\cdot10^{-16}/9{,}1\cdot10^{-31}=1{,}79\cdot10^{14}$ m/s^2

$$x=x_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2\Rightarrow t=\sqrt{\frac{2s}{a}}=\sqrt{\frac{2\cdot0{,}1}{1{,}79\cdot10^{14}}}=3{,}34\cdot10^{-8}\,s$$

Para el MCU

$$F_m=F_c\Rightarrow|q|vB=m\frac{v^2}{R}\Rightarrow R=\frac{mv}{|q|B}=\frac{9{,}1\cdot10^{-31}\cdot5{,}93\cdot10^{6}}{1{,}6\cdot10^{-19}\cdot10^{-4}}=0{,}337\,m$$

Describe media circunferencia de longitud πR

$$t=\frac{x}{v}=\frac{\pi\,0{,}337}{5{,}93\cdot10^{6}}=1{,}785\cdot10^{-7}\,s$$

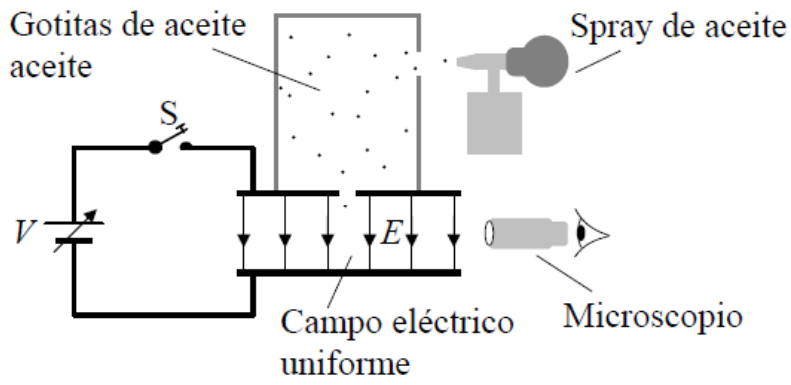
El periodo total será $3{,}34\cdot10^{-8}\cdot2+1{,}785\cdot10^{-7}=2{,}45\cdot10^{-7}$ s

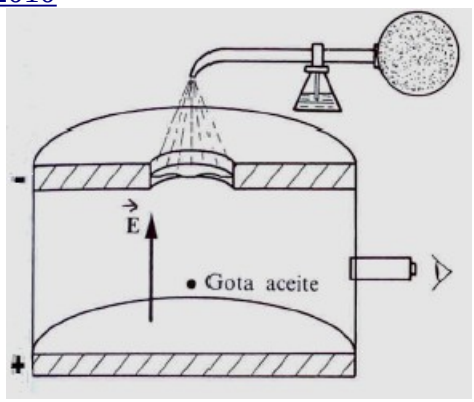
El examen eran dos modelos A y B a elegir uno de los dos, cada uno con 6 preguntas, y el tiempo de realización 3 horas.

FÍSICA Y QUÍMICA. MODELO A

1.- En el experimento de Millikan una gota de aceite tiene una carga de 10^{-16} C y se sitúa entre las placas de un condensador plano. Entre ellas se establece una diferencia de potencial que produce un campo uniforme dando lugar a una fuerza que actúa sobre la gota verticalmente. El campo puede cambiar de sentido invirtiendo la diferencia de potencial. Cuando la fuerza es descendente, la gota baja con una velocidad (v_1=0,22 mm·s^{-1}) y cuando es ascendente sube con una velocidad (v_2=0,13 mm·s^{-1}). La distancia entre placas es de 1 cm. Calcula la diferencia de potencial aplicada entre las placas del condensador.
Datos: d (aceite) = 0,92 g·cm^{-3}; d (aire) = 1,3·10^{-3} g·cm^{-3}; μ (viscosidad aire) = 1,8·10^{-5} Pa·s; g= 10 m·s^{-2}
(1,5 puntos)

En el enunciado se indica carga 10^{-16} C, cuando la carga del electrón que se asume conocida son $1{,}6\cdot10^{-19}$ C; cada gota está cargada con muchos electrones ($10^{-16}/1{,}6\cdot10^{-19}$=625)
El experimento de Millikan se asume conocido, es parte de la historia de la física. En el experimento real se pretendía obtener la carga del electrón. Se incorporan ejemplos de diagramas asociados, de enunciados públicos sin problema de licenciamiento:
Problema 3 de la fase nacional de la olimpiada de Física de 2011
Ejercicio A4 Fase Específica PAU Castilla y León Septiembre 2010





Curiosamente en ambos diagramas el sentido de la diferencia de potencial es inverso; lo primero que hacemos es un diagrama de fuerzas y aclaramos el sentido de la diferencia de potencial cuando sube y cuando baja.
Si tomamos eje x vertical y dirigido hacia arriba, las fuerzas que intervienen cuando sube son:
Hacia x negativas:

- Peso = m·g = d·v·g
- Rozamiento opuesto al movimiento, fuerza de Stokes asociada a velocidad límite de la gota (esta fórmula hay que conocerla) $F_r = 6\cdot\pi\cdot\eta\cdot r\cdot v$

Hacia x positivas:

- Fuerza del campo eléctrico: F=|q|E=|q||ΔV|/d ya que el campo es uniforme. Una carga negativa se mueve hacia potenciales mayores, por lo que si sube el potencial mayor estará en la parte superior y el campo va de arriba hacia abajo, opuesto al movimiento de la carga negativa (dibujo de la izquierda)
- Empuje asociado al aire (será despreciable, pero como se da el dato de la densidad del aire lo consideramos) $E = d_{fluido}\cdot v_{desalojado}\cdot g$

Aplicando la segunda ley de Newton con aceleración nula (la velocidad es constante), tenemos

$$|q|\cdot\frac{|\Delta V|}{d} + d_{aire}\cdot v_{gota}\cdot g - d_{aceite}\cdot v_{gota}\cdot g - 6\cdot\pi\cdot\eta\cdot r\cdot v = 0$$

Sustituyendo y cambiando a unidades de Sistema Internacional

$$10^{-16}\cdot\frac{|\Delta V|}{10^{-2}}+1{,}3\cdot\frac{4}{3}\pi r^3\cdot 10-920\cdot\frac{4}{3}\pi r^3\cdot 10-6\cdot\pi\cdot 1{,}8\cdot 10^{-5}\cdot r\cdot 0{,}13\cdot 10^{-3}=0$$

Tenemos una ecuación con dos incógnitas, ΔV y r: planteamos otra ecuación cuando la gota baja (que estaría asociado al diagrama de la derecha)

En ese caso la fuerza de rozamiento va dirigida hacia arriba, y la fuerza del campo eléctrico hacia abajo

$$-|q|\cdot\frac{|\Delta V|}{d}+d_{aire}\cdot v_{gota}\cdot g-d_{aceite}\cdot v_{gota}\cdot g+6\cdot\pi\cdot\eta\cdot r\cdot v=0$$

Sustituyendo

$$-10^{-16}\cdot\frac{|\Delta V|}{10^{-2}}+1{,}3\cdot\frac{4}{3}\pi r^3\cdot 10-920\cdot\frac{4}{3}\pi r^3\cdot 10+6\cdot\pi\cdot 1{,}8\cdot 10^{-5}\cdot r\cdot 0{,}22\cdot 10^{-3}=0$$

Operando

$$10^{-14}\cdot|\Delta V|+(54-38537)\cdot r^3-4{,}41\cdot 10^{-8}\cdot r=0$$

$$-10^{-14}\cdot|\Delta V|+(54-38537)\cdot r^3+7{,}46\cdot 10^{-8}\cdot r=0$$

Sumando ambas expresiones

$$2\cdot(54-38537)\cdot r^3+(7{,}46-4{,}41)\cdot 10^{-8}\cdot r=0$$

$$(-76966\cdot r^2+3{,}05\cdot 10^{-8})\cdot r=0\Rightarrow r=\sqrt{\frac{3{,}05\cdot 10^{-8}}{76966}}\approx 6{,}3\cdot 10^{-7}\,m$$

Sustituyendo

$$|\Delta V|=\frac{-(54-38537)\cdot(6{,}3\cdot 10^{-7})^3+4{,}41\cdot 10^{-8}\cdot 6{,}3\cdot 10^{-7}}{10^{-14}}=3{,}74\,V$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 9 septiembre 2024
CC BY SA

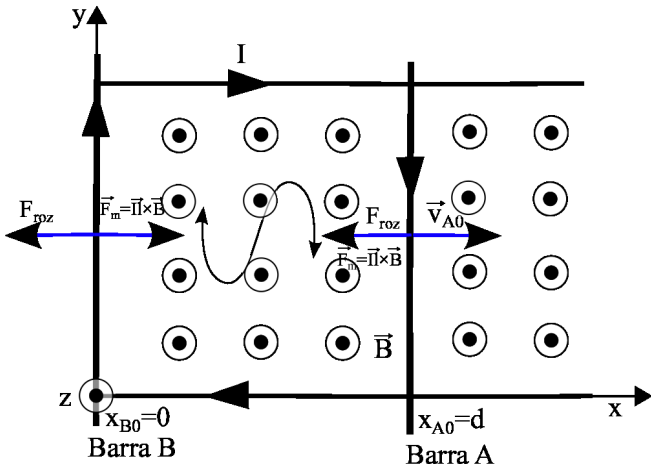
El examen eran dos modelos A y B a elegir uno de los dos, cada uno con 6 preguntas, y el tiempo de realización 3 horas.

FÍSICA Y QUÍMICA. MODELO B

6.- Dos raíles rectilíneos, paralelos, sobre un plano horizontal, de resistencia despreciable, están separados 2 m. Sobre ellos hay dos barras conductoras móviles que forman un rectángulo. Cada barra tiene una masa de 50 Kg y una resistencia de 5Ω.
Una barra se mueve con una velocidad de 5 $m \cdot s^{-1}$, alejándose inicialmente de la otra. Calcula la velocidad de la otra barra si todo está sometido a la acción de un campo magnético vertical uniforme de 0,25 T y el coeficiente de rozamiento entre los raíles y las barras es $\mu = 2 \cdot 10^{-5}$.
(1,5 puntos)

Se usa K mayúscula para prefijo kilo, cuando se debe usar k minúscula
https://www.boe.es/buscar/act.php?id=BOE-A-2010-927#ciii

Realizamos un diagrama / tomamos sistema de referencia:
-Tomamos plano xy como plano horizontal sobre el que están raíles y barras
-Tomamos como sentido x positivo el de avance de la barra que se mueve inicialmente a 5 m/s.
-Tomamos sentido z positivo el del campo magnético
-La distancia inicial entra barras no es dato; la llamamos d
-Llamamos L = 2m a la distancia entre raíles, y R = 5 Ω a la resistencia de cada barra



El rectángulo forma un circuito cerrado, de resistencia total 2·R, que tiene un flujo variable ya que hay movimiento de las barras (al menos una se mueve inicialmente), por lo que habrá corriente inducida. Esa corriente inducida afectará al movimiento de ambas barras.
Llamamos barra A a la que se mueve inicialmente (en posición $x_A(t=0)=d$) y barra B a la que inicialmente está en reposo (en posición $x_B(t=0)=0$), que es la barra para la que se pide la expresión de velocidad.
El flujo que atraviesa el rectángulo es $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot L \cdot (x_A - x_B)$ (En t=0 el flujo inicial es BLd)
Plantear la ecuación de movimiento de cada barra, para lo que tenemos que plantear el sentido de la corriente inducida y fuerzas asociadas que aparecen. Utilizando la ley de Faraday

$$|\varepsilon| = \frac{d\Phi}{dt} = B \cdot L \cdot \left(\frac{dx_A}{dt} - \frac{dx_B}{dt} \right) = B \cdot L \cdot (v_A - v_B)$$

Sabemos que en t=0 $v_{A0}=5$ m/s y $v_{B0}=0$ m/s, luego inicialmente hay una fuerza electromagnética inducida, que según la ley de Lenz se opondrá al aumento de flujo, por lo que si el campo externo va dirigido hacia z positivas, el campo inducido irá dirigido hacia z negativas y en una vista superior como la del diagrama la corriente circula en el sentido de las agujas del reloj.
Utilizando la expresión $\vec{F} = I(\vec{l} \times \vec{B})$ vemos que el sentido de la fuerza es en la barra A es opuesto a su movimiento, y en la barra B la dirige hacia x positivas; cualitativamente las fuerzas se oponen al aumento de flujo intentando aproximar las barras entre sí y reducir la superficie asociada al flujo.
Como la corriente y el campo magnético son perpendiculares, en módulo podemos plantear que en cada barra F=ILB.

El valor de I lo podemos deducir de la ley de Ohm $I = \frac{V}{R_{total}} = \frac{B \cdot L \cdot (v_A - v_B)}{2R}$

Por lo que tenemos $F = ILB = \frac{B^2 \cdot L^2 \cdot (v_A - v_B)}{2R}$

Aplicamos segunda ley de Newton a cada barra; la masa m es la misma para ambas barras, pero no la fuerza total sobre cada una ni la aceleración de cada una.

No podemos afirmar que la fuerza y la aceleración sea constante y sean MRUA, pero sí que se ve que la barra A se irá frenando porque la frena la fuerza de rozamiento y la fuerza magnética y la barra B cada vez se moverá más despacio porque al frenarse la barra A la variación de flujo es menor. Si la barra A se frenase del todo antes que la B, la única variación de flujo será asociada al movimiento de la barra B que se movería por su inercia, y en ese momento la barra B hará que se mueva la barra A: planteamos la velocidad de la barra B solamente asumiendo que la barra A no se detiene.

Barra A: $-F_{mag} - F_{roz} = m \cdot a_A \Rightarrow -\frac{B^2 \cdot L^2 \cdot (v_A - v_B)}{2R} - \mu \cdot m \cdot g = m \cdot a_A$

Barra B: $F_{mag} - F_{roz} = m \cdot a_B \Rightarrow \frac{B^2 \cdot L^2 \cdot (v_A - v_B)}{2R} - \mu \cdot m \cdot g = m \cdot a_B$

Se trata de un sistema de ecuaciones diferenciales, ya que a=dv/dt

Queremos tener una expresión para la v_B, intentamos expresar v_A y a_A en función de la barra B

Operando

La primera $v_B = v_A + \frac{2R}{B^2 L^2} \cdot m (a_A + \mu \cdot g)$ (1)

La segunda $v_B = v_A - \frac{2R}{B^2 L^2} \cdot m (a_B + \mu \cdot g)$ (2)

Si para despejar a_A sumamos las dos expresiones iniciales, obtenemos una relación 3 que no aporta nada respecto haber restado estas dos últimas expresiones 1 y 2.

$-2\mu \cdot \cancel{m} \cdot g = \cancel{m} \cdot (a_A + a_B)$

$a_A = -2\mu \cdot g - a_B$ (3)

Si derivamos las expresiones 1 y 2

$a_B = a_A + \frac{2R}{B^2 L^2} \cdot m (\frac{d a_A}{dt})$ (4)

$a_B = a_A - \frac{2R}{B^2 L^2} \cdot m (\frac{d a_B}{dt})$ (5)

Llegamos a una expresión que también podemos obtener derivando la expresión 3 $\frac{d a_A}{dt} = \frac{-d a_B}{dt}$

Combinando expresiones 3 y 5, y reordenando $a_B = -2\mu \cdot g - a_B - \frac{2R}{B^2 L^2} \cdot m (\frac{d a_B}{dt})$

$\frac{2R}{B^2 L^2} \cdot m (\frac{d a_B}{dt}) + 2 a_B + 2\mu \cdot g = 0$

Se trata de una ecuación diferencial “ordinaria lineal de primer orden” Ax'+Bx + C = 0

donde $A = \frac{2R}{B^2 L^2} \cdot m; B = 2; C = 2\mu \cdot g$ que tiene como solución $x(t) = c_1 e^{\frac{-B}{A} t} - \frac{C}{B}$

http://www.wolframalpha.com/input/?i=solve+Ax%27%28t%29+%2B+Bx%28t%29+%2B++C%3D0

Sustituyendo en este caso $a_B(t) = c_1 e^{\frac{-B^2 L^2}{Rm} t} - \mu g$

Durante el examen la resolución de la ecuación diferencial habría que hacerla paso a paso, es una ecuación separable

$$\frac{dx}{dt}+\frac{B}{A}x+\frac{C}{A}=0\Rightarrow\frac{dx}{\frac{-Bx-C}{A}}=dt\Rightarrow A\int\frac{-dx}{Bx+C}=\int dt\Rightarrow-\frac{A}{B}\ln\frac{Bx+C}{C}=t+cte_1$$

$$\frac{B}{C}x+1=e^{\frac{-B}{A}t}\cdot e^{\frac{-B}{A}cte_1}\Rightarrow x=\frac{C}{B}\left(cte_2\cdot e^{\frac{-B}{A}t}-1\right)=cte_3\cdot e^{\frac{-B}{A}t}-\frac{C}{B}$$

Se nos pide la velocidad, luego integramos. Tenemos como condición inicial que $v_B(t=0)=0$

$$\int_0^t d\,v_B(t)=c_1\int_0^t e^{\frac{-B^2L^2}{Rm}t}dt-\int_0^t\mu\,g\,dt$$

$$v_B(t)=c_1\left[\frac{-Rm}{B^2L^2}e^{\frac{-B^2L^2}{Rm}t}\right]_0^t-\mu\,g\,t$$

$$v_B(t)=c_1\left[\frac{-Rm}{B^2L^2}e^{\frac{-B^2L^2}{Rm}t}+\frac{Rm}{B^2L^2}\right]-\mu\,g\,t$$

$$v_B(t)=c_1\frac{Rm}{B^2L^2}\left(1-e^{\frac{-B^2L^2}{Rm}t}\right)-\mu\,g\,t$$

Utilizamos la condición inicial $v_B(t=0)=c_1\left[\frac{-Rm}{B^2L^2}+\frac{Rm}{B^2L^2}\right]-\mu\,g\,t=0$

Se cumple para cualquier valor de c_1 .

Utilizamos la relación (2) entre v_A y v_B y la condición inicial en v_A.

$$v_A=v_B+\frac{2R}{B^2L^2}\cdot m\left(a_B+\mu\cdot g\right)$$

$$v_A=c_1\left[\frac{-Rm}{B^2L^2}e^{\frac{-B^2L^2}{Rm}t}+\frac{Rm}{B^2L^2}\right]-\mu\,g\,t+\frac{2R}{B^2L^2}\cdot m\left(c_1e^{\frac{-B^2L^2}{Rm}t}-\mu\,g+\mu\,g\right)$$

$$v_A=c_1\left(\frac{Rm}{B^2L^2}e^{\frac{-B^2L^2}{Rm}t}+\frac{Rm}{B^2L^2}\right)-\mu\,g\,t$$

$$v_A=c_1\frac{Rm}{B^2L^2}\left(1+e^{\frac{-B^2L^2}{Rm}t}\right)-\mu\,g\,t$$

$$v_A(t=0)=v_{A0}=c_1\frac{Rm}{B^2L^2}(1+1)\Rightarrow c_1=v_{A0}\frac{B^2L^2}{2Rm}$$

(Validamos que con esa c_1 en la expresión final de v_A, para t=0 la velocidad es v_{A0})

$$v_A=\left(v_{A0}\frac{B^2L^2}{2Rm}\right)\frac{Rm}{B^2L^2}\left(1+e^{\frac{-B^2L^2}{Rm}t}\right)-\mu\,g\,t$$

$$v_A=\frac{v_{A0}}{2}\left(1+e^{\frac{-B^2L^2}{Rm}t}\right)-\mu\,g\,t$$

$$V_A(t=0)=v_{A0}[ok]$$

$$v_B(t)=\left(v_{A0}\frac{B^2L^2}{2Rm}\right)\frac{Rm}{B^2L^2}\left(1-e^{\frac{-B^2L^2}{Rm}t}\right)-\mu\,g\,t$$

Sustituyendo

$$v_B(t)=\frac{v_{A0}}{2}\left(1-e^{\frac{-B^2L^2}{Rm}t}\right)-\mu\,g\,t$$

Con los valores numéricos y en unidades SI

$$v_B(t)=\frac{5}{2}\left(1-e^{\frac{-0{,}25^2\cdot2^2}{5\cdot50}t}\right)-2\cdot10^{-5}\cdot9{,}8\,t$$

$$v_B(t)=2{,}5\left(1-e^{-10^{-3}t}\right)-1{,}96\cdot10^{-4}\,t\,[v\,en\,m/s,t\,en\,s]$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 12 julio 2025
CC BY SA

PROCEDIMIENTO SELECTIVO DE INGRESO Y ACCESO A LOS CUERPOS DE ENSEÑANZA SECUNDARIA.
ESPECIALIDAD FÍSICA Y QUÍMICA
PRUEBA PRÁCTICA
SORIA 2015

2.- Sea un ciclotrón de 45 cm de radio que está bajo un campo magnético de $6\cdot10^{-3}$ T, la diferencia de potencial entre las dos Ds es de 100 V. El ciclotrón acelera protones. Determinar razonadamente:
a) La frecuencia de resonancia del ciclotrón
b) ¿Cuánto valen los radios correspondientes a las trayectorias en cada D? ¿Cuántas veces será acelerado el protón antes de salir del ciclotrón?
c) ¿Cuál será su energía final en eV? Haga una representación del voltaje aplicado en f(t).
Masa del protón $1,6\cdot10^{-27}$ kg.

No es dato y usamos $|e|=1,6\cdot10^{-19}$ C

a) En las Ds del ciclotrón el protón describe media circunferencia, en la que podemos igualar módulo de fuerza magnética y fuerza centrípeta $|q|vB=m\frac{v^2}{R}\Rightarrow v=\frac{|q|BR}{m}$

Como v=ωR $\omega=\frac{|q|B}{m}$ y $f=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{|q|B}{2\pi m}$

Numéricamente $\omega=\frac{1,6\cdot10^{-10}\cdot6\cdot10^{-3}}{1,6\cdot10^{-27}}=6\cdot10^{5}\,rad/s$ $f=\frac{6\cdot10^{5}}{2\pi}\approx9,55\cdot10^{4}\,Hz$

b) Asumimos que el protón parte del reposo en el punto medio entre las dos Ds, de modo que si el campo eléctrico es uniforme es acelerado inicialmente con una diferencia de potencial de 50 V.
Planeando conservación de la energía mecánica en la primera aceleración, gana 50 eV.
En cada nuevo salto gana 100 eV.
Para que el radio sea 45 cm, la velocidad debe ser la frecuencia angular del ciclotrón por el radio $6\cdot10^{5}\cdot0,45=2,7\cdot10^{5}$ m/s
Cuando tiene esa velocidad, no relativista, la energía cinética del protón es

$$\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}1,6\cdot10^{-27}(2,7\cdot10^{5})^2=5,83\cdot10^{-17}J=364\,eV$$

Si parte de energía cinética nula, inicialmente gana 50 eV y en los siguientes saltos 100 eV, necesitará 3 saltos entre Ds. Calculamos los radios planteando conservación de energía mecánica

Aceleración inicial, 50 V

$$|q|\Delta V=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow v=\sqrt{\frac{2|q|\Delta V}{m}}\quad v=\sqrt{\frac{2\cdot1,6\cdot10^{-19}\cdot50}{1,6\cdot10^{-27}}}=10^{5}m/s$$

El primer radio es $R=\frac{mv}{|q|B}=\frac{1,6\cdot10^{-27}\cdot10^{5}}{1,6\cdot10^{-19}\cdot6\cdot10^{-3}}=0,167\,m$

Segunda aceleración (primer salto de una D a la otra), 100 V

$$|q|\Delta V=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2\Rightarrow v=\sqrt{\frac{2|q|\Delta V}{m}+v_0^2}\quad v=\sqrt{\frac{2\cdot1,6\cdot10^{-19}\cdot100}{1,6\cdot10^{-27}}+(10^{5})^2}=1,73\cdot10^{5}m/s$$

El segundo radio es $R=\frac{mv}{|q|B}=\frac{1,6\cdot10^{-27}\cdot1,73\cdot10^{5}}{1,6\cdot10^{-19}\cdot6\cdot10^{-3}}=0,288\,m$

Tercera aceleración (segundo salto de una D a la otra), 100 V

$$|q|\Delta V=\frac{1}{2}m v^2-\frac{1}{2}m v_0^2 \Rightarrow v=\sqrt{\frac{2|q|\Delta V}{m}+v_0^2} \quad v=\sqrt{\frac{2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 100}{1{,}6\cdot 10^{-27}}+(1{,}73\cdot 10^5)^2}=2{,}23\cdot 10^5 m/s$$

El tercer radio es $R=\frac{mv}{|q|B}=\frac{1{,}6\cdot 10^{-27}\cdot 2{,}23\cdot 10^5}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 6\cdot 10^{-3}}=0{,}372\,m$

Cuarta aceleración (segundo salto de una D a la otra), 100 V

$$|q|\Delta V=\frac{1}{2}m v^2-\frac{1}{2}m v_0^2 \Rightarrow v=\sqrt{\frac{2|q|\Delta V}{m}+v_0^2} \quad v=\sqrt{\frac{2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 100}{1{,}6\cdot 10^{-27}}+(2{,}23\cdot 10^5)^2}=2{,}64\cdot 10^5 m/s$$

El cuarto radio es $R=\frac{mv}{|q|B}=\frac{1{,}6\cdot 10^{-27}\cdot 2{,}64\cdot 10^5}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 6\cdot 10^{-3}}=0{,}44\,m$

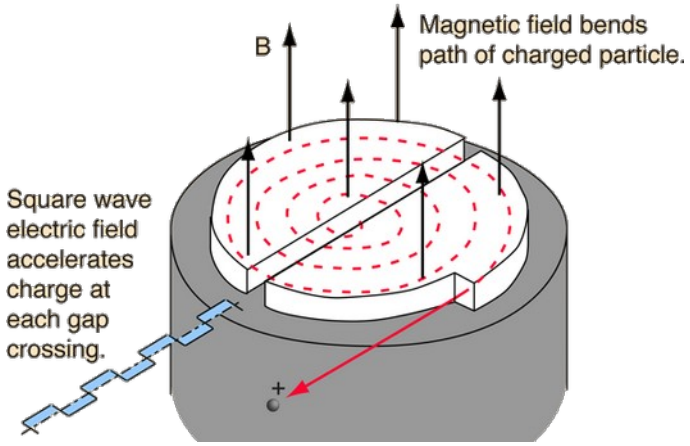
Depende del diseño de la D, pero si radio es de 45 cm con 44 cm los protones ya saldrían.

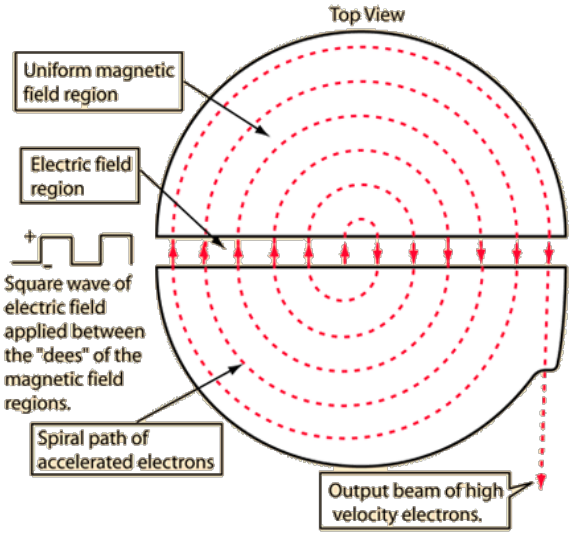
c) La energía final en eV será

$$\frac{1}{2}m v^2=\frac{1}{2}1{,}6\cdot 10^{-27}(2{,}64\cdot 10^5)^2=5{,}58\cdot 10^{-17}J=349\,eV$$

La gráfica del voltaje aplicado en función del tiempo oscilará entre +100 V y -100 V con una frecuencia aproximada igual a la frecuencia del ciclotrón, ajustada por el tiempo que tarda el protón en saltar de una D a otra.

Será una señal cuadrada: se incluyen dos imágenes tomadas http://www.hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/magnetic/cyclot.html donde se representa de forma cualitativa la señal del campo eléctrico, y hay que tener en cuenta que para campo uniforme E=ΔV/d





enrique@fiquipedia.es Revisado 14 octubre 2023
CC BY SA

(Se incluye el enunciado original tomado de las oposiciones, aunque en el año 2015 no dejaron sacar el enunciado a los opositores, de hecho cada enunciado va en una hoja y obligan a comenzar la resolución en la propia hoja del enunciado y entregarla)

EJERCICIO PRÁCTICO ESPECIALIDAD: **FÍSICA Y QUÍMICA**

El aspirante comenzará a realizar el ejercicio práctico en el mismo folio del enunciado

CRITERIOS DE CORRECCIÓN
En los problemas se valorará la adecuada estructuración y el rigor en el desarrollo de su resolución y la inclusión de pasos detallados así como la realización de diagramas, dibujos y esquemas. Se tendrá especial rigor en la identificación de los principios y leyes físicas involucradas, la corrección de los resultados numéricos, el uso correcto de unidades, así como con los errores en la formulación, nomenclatura y lenguaje químico.

PROBLEMA 1.

Un hilo conductor OPQR de forma cuadrada, lado L y sección transversal S, está situado en un plano vertical de forma que su lado inferior QR, esté situado horizontalmente justo en el borde de una región donde existe una inducción magnética uniforme B. Ver dibujo. Se deja caer el conductor cuadrado, sin velocidad inicial, siendo la caída una traslación vertical. Despreciando los efectos de la autoinducción. Determinar hasta el instante en el que el lado OP penetra también en el campo magnético, en función del tiempo:

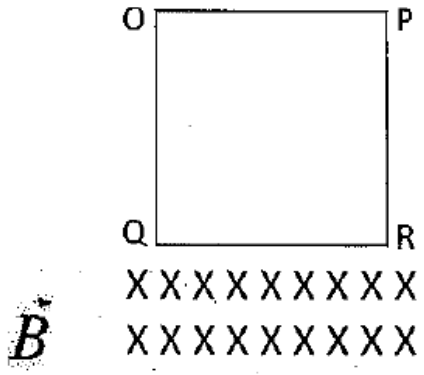
a) La ecuación de la velocidad.

b) La ecuación del movimiento.

c) La ecuación de la intensidad que recorre el cuadrado.

Cuando el hilo conductor cuadrado esté totalmente inmerso en la zona donde existe inducción magnética:

d) ¿Qué características tendrá el movimiento?



Datos: lado, L = 2 cm, sección, S = 1,5 mm^2, inducción magnética, B = 2 T, resistividad del conductor $\rho = 1{,}5 \cdot 10^{-6}\ \Omega \cdot m$, densidad del hilo, $d = 8{,}7\ g \cdot cm^{-3}$ y gravedad, $g = 9{,}8\ m \cdot s^{-2}$

(Puntuación máxima por apartado: a) 5 puntos, b) 2 puntos, c) 2 puntos y d) 1 punto)

Observación: Sustituir los valores numéricos en la última etapa de cada uno de los apartados.

Al entrar la espira en la región con campo magnético empieza a aumentar el flujo, se induce una corriente que se opone a esa variación.
Si se toma eje x en el sentido de avance de la espira y eje y en el sentido de izquierda a derecha, el campo B de la figura va hacia z negativas, y la corriente inducida va en el sentido contrario a las agujas del reloj, en sentido de y positivas en el segmento QR.
Esa corriente inducida en el seno de un campo magnético implica que hay una fuerza magnética:
-En los segmentos verticales la fuerza está dirigida hacia el interior de la espira, pero si se asume la espira rígida esas fuerzas no tienen ningún efecto.
-En el segmento horizontal inferior la fuerza está dirigida hacia arriba, y como B y corriente son perpendiculares, la expresión $\vec{F} = I(\vec{l}\, x\, \vec{B})$ se convierte en que F =I L B

Aplicando la segunda ley de Newton
mg – ILB= ma
La masa la obtenemos a partir de la densidad, teniendo en cuenta que la espira está formada por 4 segmentos de longitud L y sección S, m=4·d·V=4·d·S·L
La intensidad la obtenemos con la ley de Ohm, I=ε/R, para lo que tenemos que calcular antes fuerza electromotriz y resistencia
La fuerza electromotriz la obtenemos por la ley de Faraday, a partir del flujo

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \cdot Superficie_{dentro\,campo} = B \cdot L \cdot x$$

$$|\varepsilon| = \frac{d\Phi}{dt} = BL\frac{dx}{dt} = BLv$$

La resistencia la obtenemos a partir de la resistividad, teniendo en cuenta que la corriente recorre todo el circuito que forman los 4 segmentos de longitud L y sección S de la espira. R=4ρL/S
Sustituyendo en la expresión obtenida aplicando la segunda ley de Newton:

$$4 \cdot d \cdot S \cdot L \cdot g - \frac{B \cdot L \cdot v}{4 \cdot \rho \cdot \frac{L}{S}} LB = 4 \cdot d \cdot S \cdot L \cdot a \Rightarrow 4 \cdot d \cdot g - \frac{B^2 v}{4\rho} = 4 \cdot d \cdot a$$

$$g - \frac{B^2 v}{16\rho d} = \frac{dv}{dt}$$

$$dt = \frac{dv}{1 - \frac{B^2 v}{16\rho d}}$$

Integramos

$$\int_0^t dt = \int_{v_0=0}^{v} \frac{dv}{g - \frac{B^2 v}{16\rho d}} \Rightarrow t = \frac{-16\rho d}{B^2} \ln\left(\frac{g - \frac{B^2 v}{16\rho d}}{g}\right)$$

$$\ln\left(1 - \frac{B^2 v}{16\rho d\, g}\right) = \frac{-B^2}{16\rho d} t \Rightarrow 1 - \frac{B^2 v}{16\rho d\, g} = e^{\frac{-B^2}{16\rho d} t}$$

$$v = \frac{16\rho d\, g}{B^2}\left(1 - e^{\frac{-B^2}{16\rho d} t}\right)$$

Podemos validar físicamente:
t=0 implica v=0, acorde a enunciado
t=∞ implica v=cte, velocidad terminal, la variación de flujo si la espira fuera indefinidamente grande pero con esa resistencia cada vez sería menor

b) Para calcular la posición, integramos la velocidad

$$\frac{dx}{dt} = \frac{16\rho d\, g}{B^2}\left(1 - e^{\frac{-B^2}{16\rho d} t}\right) \Rightarrow dx = \left(\frac{16\rho d\, g}{B^2}\left(1 - e^{\frac{-B^2}{16\rho d} t}\right)\right) dt \Rightarrow \int_0^x dx = \int_0^t \left(\frac{16\rho d\, g}{B^2}\left(1 - e^{\frac{-B^2}{16\rho d} t}\right)\right) dt$$

$$x = \frac{16\rho d\, g}{B^2}\left[t - \left(\frac{-16\rho d}{B^2} e^{\frac{-B^2}{16\rho d} t}\right)\right]_0^t$$

$$x = \frac{16\rho d\, g}{B^2}\left(t + \frac{16\rho d}{B^2} e^{\frac{-B^2}{16\rho d} t} - \frac{16\rho d}{B^2}\right)$$

Podemos validar físicamente:

t=0 implica x=0, acorde a enunciado
c) La expresión de la intensidad está relacionada con la velocidad, ya que se había planteado en apartado a I=ε/R, ε=BLv, luego

$$I=\frac{BLv}{R}=\frac{\cancel{BL}}{4\cancel{\rho}L/S}\cdot\frac{16\cancel{\rho}\,d\,g}{B^{\cancel{2}}}\left(1-e^{\frac{-B^2}{16\rho d}t}\right)=\frac{S\,4\,d\,g}{B}\left(1-e^{\frac{-B^2}{16\rho d}t}\right)$$

d) Una vez que la espira esté totalmente inmersa en el campo magnético el flujo que la atraviesa será constante, por lo que no habrá corriente inducida ni fuerza magnética sobre ella, siendo la única fuerza la de la gravedad, y describirá un MRUA.

Por último sustituimos los valores, lo hacemos aquí para todos los apartados, realizando el cambio de unidades necesario al Sistema Internacional: densidad de g/cm^3 a kg/m^3 y sección de mm^2 a m^2.
S= 1,5 mm^2 = 1,5·10^{-6} m^2
d = 8,7 g/cm^{-3} = 8,7·10^3 kg/m^3
Con los valores sustituidos en cada apartado, y utilizando dos cifras significativas como los datos aportados:

a) $$v=\frac{16\cdot1{,}5\cdot10^{-6}\cdot8{,}7\cdot10^{3}\cdot9{,}8}{2^2}\left(1-e^{\frac{-2^2}{16\cdot1{,}5\cdot10^{-6}\cdot8{,}7\cdot10^{3}}t}\right)=5{,}1\cdot10^{-1}\cdot\left(1-e^{-19t}\right)[m/s]$$

b)

$$x=\frac{16\cdot1{,}5\cdot10^{-6}\cdot8{,}7\cdot10^{3}\cdot9{,}8}{2^2}\left(t+\frac{16\cdot1{,}5\cdot10^{-6}\cdot8{,}7\cdot10^{3}}{2^2}e^{\frac{-2^2}{16\cdot1{,}5\cdot10^{-6}\cdot8{,}7\cdot10^{3}}t}-\frac{16\cdot1{,}5\cdot10^{-6}\cdot8{,}7\cdot10^{3}}{2^2}\right)$$

$$x=5{,}1\cdot10^{-1}\cdot\left(t-5{,}2\cdot10^{-2}e^{-19t}-5{,}2\cdot10^{-2}\right)[m]$$

c) $$I=\frac{1{,}5\cdot10^{-6}\cdot4\cdot8{,}7\cdot10^{3}\cdot9{,}8}{2}\left(1-e^{\frac{-2^2}{16\cdot1{,}5\cdot10^{-6}\cdot8{,}7\cdot10^{3}}t}\right)=2{,}6\cdot10^{-1}\cdot\left(1-e^{-19t}\right)[A]$$

(Enunciado aproximado, no se tiene el original)
3. Dado un volumen esférico con distribución continua de carga en el vacío de radio a. Hallar el potencial: r≤a, r≥a. Gráfica potencial y campo electrostático

http://www.sc.ehu.es/sbweb/ocw-fisica/problemas/electromagnetismo/gauss/problemas/gauss_problemas.xhtml
http://tesla.us.es/wiki/index.php/Potencial_el%C3%A9ctrico_debido_a_una_esfera_maciza
Ver Cataluña 2000 C1

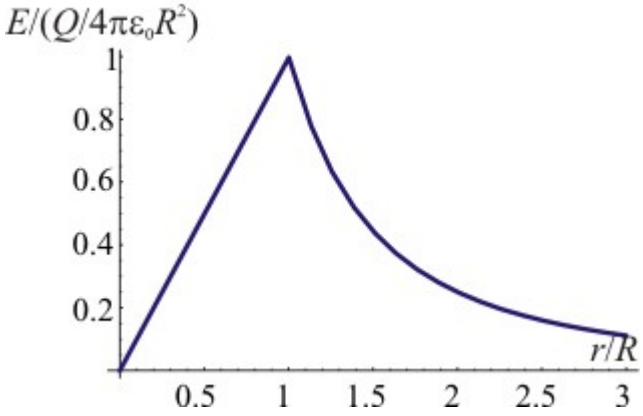
La densidad es uniforme $\rho=\frac{Q}{\frac{4}{3}\pi a^3}\Rightarrow Q_{interna}=\rho\cdot V$ Llamamos Q a la carga total de la esfera.

Utilizando Gauss con una superficie esférica concéntrica con la distribución de carga y de radio r

$$\Phi=\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{Q_{interna}}{\varepsilon_0}$$

$$E\,4\pi r^2=\frac{\frac{4}{3}\pi r^3\frac{Q}{\frac{4}{3}\pi a^3}}{\varepsilon_0}\Rightarrow E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{a^3}r$$

El campo en el interior es 0 en el centro y crece linealmente con el radio hasta un valor máximo para r=a en el que su valor coincide con el campo generado por una carga Q puntual a una distancia r.
La gráfica de campo sería una línea recta ascendente hasta r=a y luego una curva descendente con $1/r^2$



Para el potencial tomamos referencia V=0 en el infnito
El potencial fuera de la esfera es el mismo que el potencial creado por una carga puntual

$$V(r)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}$$

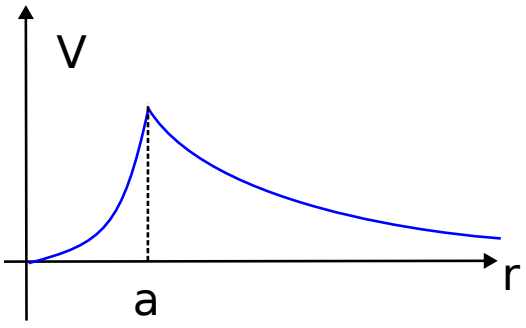
Para un punto interior r<a

$$V(r)=-\int_\infty^a E\,dr=-\int_\infty^a \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}dr-\int_a^r \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{a^3}r\,dr$$

$$V(r)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{a}-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{a^3}\left(\frac{r^2}{2}-\frac{a^2}{2}\right)$$

$$V(r)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{a}\left(1-\frac{r^2}{2a^2}-\frac{1}{2}\right)$$

$$V(r)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}Q\frac{(2a^2-r^2)}{2a^3}$$



Es una curva con variación con r² para r<a y con variación 1/r para r>a

3. Dispossem d'una bobina de radi R i N voltes. Al seu interior, i paral·lel al eix de la bobina, existeix un camp magnètic, la seua expressió ve donada per $B=B_0\left(1-\frac{r}{2R}\right)\cos wt$, on r és la distància al eix de la bobina i B_0 i w són constants. Calcule la f.e.m. induïda a la bobina.

3. Disponemos de una bobina de radio R y N vueltas. En su interior, y paralelo al eje de la bobina, existe un campo magnético, su expresión viene dada por , $B=B_0\left(1-\frac{r}{2R}\right)\cos wt$ *donde r es la distancia al eje de la bobina y B_0 y w son constantes. Calcule la f.e.m. inducida en la bobina.*

Referencias:
Resuelto por sleepylavoisier en http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=3585

Enunciado original usa w pero utilizamos ω en la resolución.

La fem inducida viene dada por la ley de Faraday-Lenz $\varepsilon=\frac{-d\Phi}{dt}$ donde el flujo viene dado por la expresión $\Phi=\int_S \vec{B}\cdot\vec{dS}$.

Como el campo magnético tiene dirección constante y siempre es perpendicular a la superficie obviamos el productor escalar. Como es una superposición de N veces la superficie de una espira, podemos plantearlo como la suma de N veces el flujo de una espira. Como el campo varía con r, consideramos un diferencial de superficie delimitado por dos circunferencias concéntricas desde r hasta r+dr, por lo que su superficie es dS=2πr·dr

$$\Phi=N\int_0^R B_0\left(1-\frac{r}{2\pi}\right)\cos(\omega t)2\pi r\,dr=2\pi N B_0\cos(\omega t)\int_0^R\left(r-\frac{r^2}{2R}\right)dr$$

$$\Phi=2\pi N B_0\cos(\omega t)\left(\frac{R^2}{2}-\frac{R^3}{6R}\right)=2\pi N B_0\cos(\omega t)\frac{R^2}{3}$$

Derivando

$$\varepsilon=\frac{2}{3}\pi N B_0 R^2\omega\, sen(\omega t)$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 20 noviembre 2015
CC BY

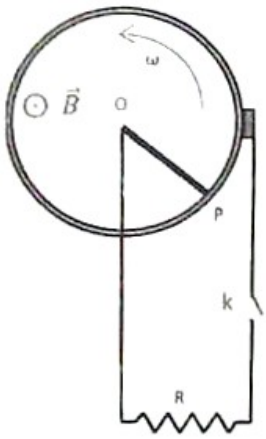
(Se incluye el enunciado original tomado de las oposiciones, aunque en el año 2014 no dejaron sacar el enunciado a los opositores)

FÍSICA Y QUÍMICA

Han de resolverse los cuatro problemas, cada uno delos cuales se calificará de 0 a 10 puntos. En caso de tener varios apartados la calificación de cada uno de ellos será la que figure en el texto y de no figurar se entenderá el mismo valor para todos. La calificación del ejercicio será la correspondiente a la media de las puntuaciones obtenidas en cada uno de los problemas.

CRITERIOS DE CORRECCIÓN

Por cada falta de ortografía se deducirá medio punto de la calificación del ejercicio, salvo en el caso de tildes en cuyo caso se reducirá 0,25. Cuando se repita la misma falta de ortografía, se contará como una sola.
En los problemas se valorará la adecuada estructuración y el rigor en el desarrollo de su resolución y la inclusión de pasos detallados así como la realización de diagramas, dibujos y esquemas. Se tendrá especial rigor en la identificación de los principios y leyes físicas involucradas, la corrección de los resultados numéricos, el uso correcto de unidades, así como con los errores en la formulación, nomenclatura y lenguaje químico.



4.- Una varilla metálica de longitud L gira en un plano horizontal alrededor de uno de sus extremos, que se mantiene fijo, con una velocidad angular constante ω. El extremo móvil de la varilla hace contacto con el interior de un anillo metálico mientras gira. Varilla y anillo se encuentran inmersos en un campo magnético B uniforme perpendicular al plano del papel y dirigido hacia afuera, como muestra la figura.

a) (5 puntos) Calcule con el interruptor k abierto, la diferencia de potencial entre los extremos de la varilla.
¿Qué extremo de la varilla tendrá el potencial mayor?

b) (5 puntos) Cerramos el interruptor k. Calcule el momento de la fuerza que actúa sobre la varilla, respecto del extremo fijo O. Razone si dicho momento acelera o frena el giro de la varilla. Datos: L = 20,0 cm; B = 0,10 T; ω = 10π rad/s; R = 2 Ω

Este problema tiene cierta analogía con otro de la oposición de Madrid 1994

a) Con el interruptor k abierto no hay un circuito cerrado y no hay corriente inducida, simplemente existe una fuerza magnética sobre las cargas móviles de la varilla, los electrones, que genera una diferencia de potencial asociada a esa fuerza electromotriz.
Tomamos como referencia ejes x e y en el plano con sentidos habituales, de modo que el campo magnético esté dirigido hacia z positivas.
Utilizamos la expresión general asociada la diferencia de potencial en los extremos de un conductor que se mueve en un campo magnético $\varepsilon = \int_L (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$
El producto vectorial del interior de la integral siempre tiene dirección radial hacia afuera, por lo que si integramos desde el centro del anillo hasta el extremo de la varilla

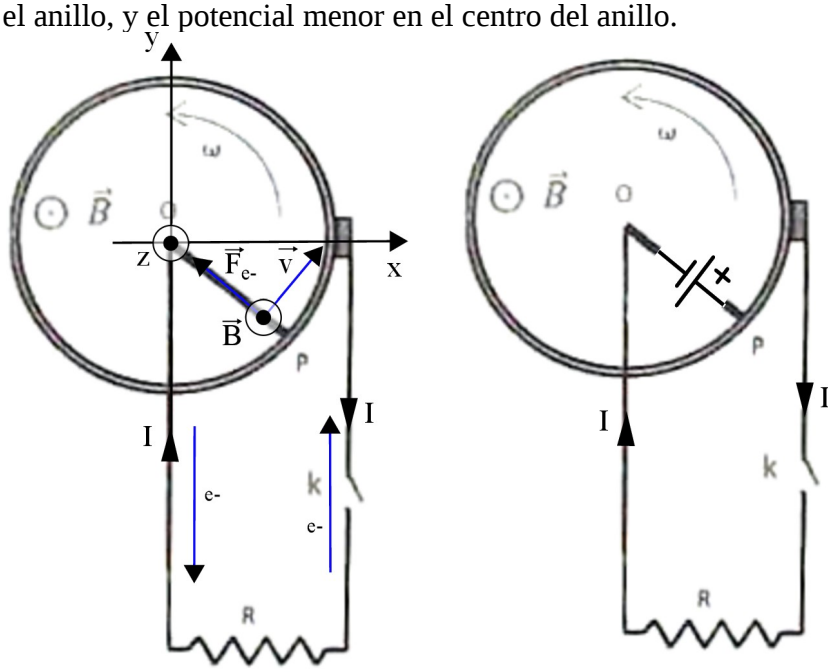
$$\varepsilon = \int_0^L \omega \cdot B \cdot l \cdot dl = \omega \cdot B \left[\frac{l^2}{2}\right]_0^L = \frac{\omega \cdot B \cdot L^2}{2}$$

Con los valores del enunciado, usando el Sistema Internacional

$$\varepsilon = \frac{10\pi \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}2^2}{2} = 0{,}02\pi\, V \approx 0{,}063\, V$$

Para razonar el sentido de la diferencia de potencial, lo que hacemos es razonar el sentido de la fuerza electromotriz, que es magnética.
Un electrón de la varilla, usando la expresión de la fuerza de Lorentz $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$ y teniendo en cuenta que su carga es negativa, experimentará una fuerza dirigida hacia el centro del anillo.
Como se trata de una fuerza electromotriz, si cerrásemos el interruptor k, los electrones "saldrían" desde el centro del anillo, y regresarían por el borde del anillo: en el circuito con R, externo al "generador" que supone la varilla, el movimiento de electrones tendría un sentido inverso a las

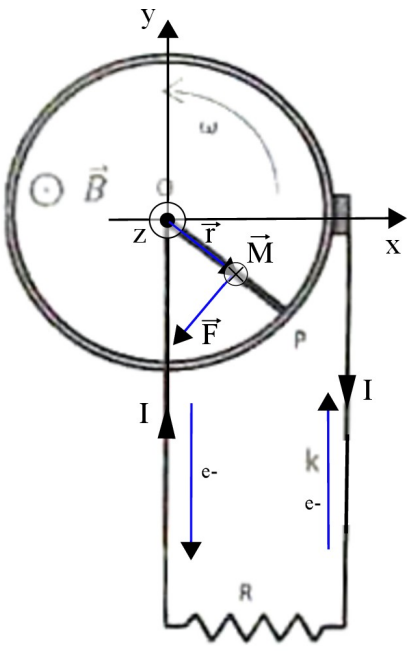
agujas del reloj. En un circuito la corriente va de diferencias de potencial mayores a menor, pero la corriente tiene un sentido opuesto al movimiento de electrones, ya que los electrones tienden hacia potenciales mayores, por lo que podemos concluir que el potencial mayor está en el extremo de la varilla que toca el anillo, y el potencial menor en el centro del anillo.



b) Con el interruptor k cerrado hay un circuito cerrado y hay corriente inducida.
El valor de la fuerza electromotriz es el calculado en el apartado anterior, y utilizando la ley de Ohm (asumiendo nula la resistencia del anillo ya que no se indica) $I=\frac{V}{R}=\frac{\varepsilon}{R}=\frac{\omega \cdot B \cdot L^2}{2R}$

Para calcular fuerza sobre la varilla, utilizamos la ley de Laplace $\vec{F}=I(\vec{l}\times\vec{B})$
Dado que la corriente por el interior de la varilla va dirigida hacia desde el centro hasta el exterior (es la corriente asociada a la fuerza electromotriz, los electrones se mueven en dirección opuesta, desde el anillo hacia el centro), el producto $(\vec{l}\times\vec{B})$ tiene una dirección y sentido opuesto a la dirección de la velocidad, y en módulo $|\vec{F}|=|I(\vec{l}\times\vec{B})|=\frac{\omega \cdot B \cdot L^2}{2R}\cdot L \cdot B=\frac{\omega \cdot B^2 \cdot L^3}{2R}$

Para calcular el momento de la fuerza $\vec{M}=\vec{r}\times\vec{F}$ asumimos esta fuerza aplicada en el centro de masas de la varilla, que supuesta uniforme está situada en su punto medio, a una distancia L/2 del centro del anillo.



Su módulo será $|\vec{M}|=\frac{L}{2}\frac{\omega \cdot B^2 \cdot L^3}{2R}=\frac{\omega \cdot B^2 \cdot L^4}{4R}$
Numéricamente con los valores del enunciado, usando Sistema Internacional

$$|\vec{M}|=\frac{10\,\pi \cdot 0{,}1^2 \cdot 0{,}2^4}{4\cdot 2}=2\cdot 10^{-5}\,\pi\, N\cdot m \approx 6{,}28\cdot 10^{-5}\, N\cdot m$$

Su dirección será dirigido hacia el eje z negativo, opuesto al vector campo magnético y opuesto al vector velocidad angular, por lo que vectorialmente

$$\vec{M}=\frac{-\omega \cdot B^2 \cdot L^4}{4R}\vec{k}\approx -6{,}28\cdot 10^{-5}\vec{k}\, N\cdot m$$

El momento angular frena el movimiento de la varilla, ya que la fuerza se opone al giro.

enrique@fiquipedia.es Revisado 20 noviembre 2015

Reflexión: Si en lugar de utilizar la expresión de fuerza electromotriz $\varepsilon = \int_L (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$ *utilizásemos la ley de Faraday* $\varepsilon = \frac{-d\Phi}{dt}$ *, el resultado debe ser el mismo, ya que el planteamiento no debe afectar; la ley de Faraday se debe poder aplicar, ya que es una de las leyes de Maxwell.*
Utilizando la expresión de flujo $\Phi = \int_S \vec{B}\, d\vec{S}$ *, que en el caso de campo constante y perpendicular a la superficie se suele sustituir como* $\Phi = |\vec{B}||\vec{S}| \cdot \cos\theta$ *donde se suelen considerar tres posibles contribuciones a la variación de flujo: variación de B, variación de S, y variación del ángulo que forman. En este caso tenemos campo constante, superficie (todo el circuito / anillo metálico) constante, y ángulo constante, por lo que la derivada es cero y aparentemente tendríamos* $\varepsilon = 0$.
Esto es lo que se llama paradoja de Faraday / excepciones a la regla del flujo
http://en.wikipedia.org/wiki/Faraday_paradox
"The Feynman Lectures on Physics Volume II", Chapter 17. The Laws of Induction, 17–1 The physics of induction, 17–2 Exceptions to the "flux rule"
http://www.feynmanlectures.caltech.edu/II_17.html#Ch17-S2
Copyright © 1963, 2006, 2013 by the California Institute of Technology,
Como indica Feynman para otro ejemplo "... aquí hay un caso donde la fuerza $\vec{v} \times \vec{B}$ *… da lugar a una fem que no puede ser igualada a una variación de flujo...debemos volver a las leyes básicas. La física correcta siempre está dada por estas dos leyes*

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

"
La primera es la ley de Lorentz, y la segunda la forma diferencial de la ley de Faraday / una de las ecuaciones de Maxwell.

enrique@fiquipedia.es Revisado 16 mayo 2016
CC BY

2. Un solenoide largo y estrecho, de sección S, longitud l y N espiras tiene una autoinducción L y una resistencia R. Si está colocado en una región donde existe un campo magnético de intensidad $B=B_0\cos \omega t$ en la dirección del eje del solenoide y la frecuencia ω es lo suficientemente baja para considerar que las corrientes son lentamente variables, calcúlese:
a) La corriente inducida en el solenoide, así como el flujo total que lo atraviesa.
b) Lo mismo en el caso en que la resistencia R del solenoide sea despreciable frente a Lω.

a) El flujo asociado al campo externo que atraviesa el solenoide es
$\Phi = \vec{B}\cdot\vec{S} = B\cdot S\cdot\cos\alpha = B\cdot S = NSB_0\cos\omega t$

La fuerza electromotriz inducida $\varepsilon = \frac{-d\Phi}{dt} = NS\,B_0\,\omega\,sen\,\omega t$

La intensidad de corriente asociada a esa fuerza electromotriz es $I_{inducida} = \frac{\varepsilon}{Z}$

Siendo $Z = R + j\,L\omega\,; |Z| = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}\,; tg\,\phi(Z) = \frac{L\omega}{R}$

Sustituyendo, y teniendo en cuenta que una impedancia de fase positiva retrasa la corriente respecto la tensión por lo que introduce un desfase negativo en la expresión trigonométrica de la corriente respecto a la fase de la expresión trigonométrica de la tensión que tenía fase inicial nula.

$$I_{inducida} = \frac{NS\,B_0\,\omega}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}}\,sen\left(\omega t - arctg\left(\frac{L\omega}{R}\right)\right)$$

Esta corriente inducida crea un campo magnético en el interior del solenoide, que también contribuye al flujo total

$$\Phi_{I\,inducida} = B_{inducido}\cdot NS = NS\,\frac{\mu_0 N\,I_{inducida}}{l} = NS\,\frac{\mu_0 N\,NS\,B_0\omega}{l\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}}\,sen\left(\omega t - arctg\left(\frac{L\omega}{R}\right)\right)$$

$$\Phi_{I\,inducida} = \frac{N^3 S^2 \mu_0\,B_0\,\omega}{l\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}}\,sen\left(\omega t - arctg\left(\frac{L\omega}{R}\right)\right)$$

El flujo total

$$\Phi_{total} = \Phi + \Phi_{I\,inducida} = N\cdot S\cdot B_0\cos\omega t + \frac{N^3 S^2 \mu_0\,B_0\,\omega}{l\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}}\,sen\left(\omega t - arctg\left(\frac{L\omega}{R}\right)\right)$$

b) Si $R << L\omega$
Cualitativamente la aproximación es equivalente a considerar una bobina ideal, en la que su desfase es π/2 y su impedancia jLω

$$R^2 + (L\omega)^2 \approx (L\omega)^2 \Rightarrow |Z| = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2} \approx \sqrt{(L\omega)^2} = L\omega$$

Cuantitativamente:

$$\frac{L\omega}{R} \approx \infty \Rightarrow arctg\left(\frac{L\omega}{R}\right) = \frac{\pi}{2}$$

Sustituyendo

$$I_{inducida} = \frac{NS\,B_0\,\omega}{L\omega}\,sen\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{-NS\,B_0}{L}\cos\omega t$$

$$\Phi_{total} = NSB_0\cos\omega t - \frac{N^3 S^2 \mu_0\,B_0}{l\,L}\cos\omega t = \left(NSB_0 - \frac{N^3 S^2 \mu_0\,B_0}{l\,L}\right)\cos\omega t$$

Para simplificar estas expresiones de apartado b) (en el apartado a las expresiones con R no se pueden simplificar) debemos calcular el valor de L para un solenoide

Sabemos que el campo magnético creado en el interior del solenoide es $B = \frac{\mu_0 N\,I}{l}$ y el flujo

$\Phi = N \cdot S \cdot B = \frac{\mu_0 N^2 S I}{l}$ y como $L = \frac{\Phi}{I}$, tenemos que para el solenoide $L = \frac{\mu_0 N^2 S}{l}$

Sustituyendo en ambas

$$I_{inducida} = \frac{-NS B_0 \cdot l}{\mu_0 N^2 S} \cos \omega t = \frac{-B_0 \cdot l}{\mu_0 N} \cos \omega t$$

$$\Phi_{total} = \left(NSB_0 - \frac{N^3 S^2 \mu_0 B_0 \cdot l}{l \mu_0 N^2 S} \right) \cos \omega t = \left(NSB_0 - N S B_0 \right) \cos \omega t = 0$$

Física

F-2.- Dos cargas eléctricas positivas de valor q se sitúan en el eje OX, a ambos lados del origen de coordenadas y a una misma distancia (a). Una en el punto A (a,0) y la otra en el B (-a,0). Determinar

a) El valor de una carga negativa q' situada en el punto C (0,-a) del eje OF, de modo que la intensidad del campo eléctrico (E) en el punto D (0,a) del eje OY sea nula.

b) El valor de la energía potencial electrostática del sistema creado por las tres cargas

c) El trabajo que hay que realizar para trasladar una carga Q positiva desde el punto D al punto O(0,0)

Datos: $q=2x10^{-6}$ C a=1cm $Q=10^{-8}$ C.

No es dato y usamos $K=9\cdot10^{9}\ N\,m^2\,C^{-2}$

a) Aplicando superposición y geometría, el campo total en el punto E creado por las cargas en A y B estará dirigido hacia y positivas. La distancia de ambas cargas al punto D es $d_{AD}=\sqrt{a^2+a^2}=a\sqrt{2}$ y tendrá de módulo

$$E_{AB}=2K\frac{q}{d_{AD}^2}sen(45^o)=2K\frac{q}{2a^2}\frac{1}{\sqrt{2}}$$

Para que el campo total en D sea nulo, el campo creado por la carga q' tiene que tener mismo módulo y sentido opuesto. La distancia de C a D es 2a, y el campo.

$$E_C=K\frac{q}{d_{CD}^2}=K\frac{q'}{2^2a^2}$$

Igualando módulos

$$K\frac{q}{a^2}\frac{1}{\sqrt{2}}=K\frac{q'}{2^2a^2}\Rightarrow\frac{q}{\sqrt{2}}=\frac{q'}{2^2}\Rightarrow q'=2\sqrt{2}q$$

Numéricamente $q'=-2\sqrt{2}\cdot2\cdot10^{-6}=-4\sqrt{2}\cdot10^{-6}C$

b) Le energía potencial del sistema creado es la asociada a "crear la configuración de cargas" (ver PAU Madrid 2025 Modelo 2Ab): estando una sola traer la segunda carga desde el infinito a su posición, y estando esas dos cargas traer la tercera desde el infinito a su posición.

Asumimos primero q inmóvil en A y traemos q a B

$$E_p(qq)=K\frac{qq}{r_{AB}}=9\cdot10^9\cdot\frac{2\cdot10^{-6}2\,10^{-6}}{0,02}=2\cdot10^{-10}J$$

(positiva, el trabajo asociado sería negativo, realizado en contra del campo ya que trae una carga positiva hacia otra positiva)

A esta energía hay que añadir la asociada a, teniendo "inmóviles" q en A y q en B, traer desde el infinito q' a C, por lo que tendrá energía potencial respecto a q en A y q en B.

Aplicamos simetría

$$E_p(qqq')=K\frac{qq'}{r_{AC}}+K\frac{qq'}{r_{BC}}=2\cdot9\cdot10^9\cdot\frac{2\cdot10^{-6}\cdot\left(-4\sqrt{2}10^{-6}\right)}{0,02}=-1,13\cdot10^{-9}J$$

(negativa, el trabajo asociado sería positivo, realizado a favor del campo ya que trae una carga negativa hacia otras positivas)

$$E_{p\,total}=2\cdot10^{-10}-1,13\cdot10^{-9}=-9,3\cdot10^{-10}J$$

c) El trabajo que hay que realizar (asumimos trabajo externo, no realizado por el campo) es

$$W_{externo\,D\to O}=\Delta E_p=Q\Delta V=Q(V(O)-V(D))$$

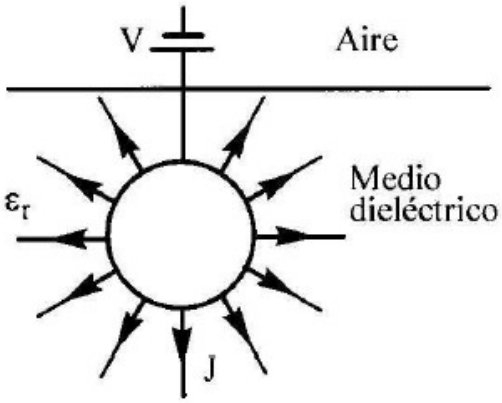
Usamos superposición

$$V_O = V_A + V_B + V_C = K\frac{q}{d_{AO}} + K\frac{q}{d_{BO}} + K\frac{q'}{d_{CO}} = 9\cdot 10^9 \left(2\frac{2\cdot 10^{-6}}{0,01} - \frac{4\sqrt{2}10^{-6}}{0,01}\right) = -1,49\cdot 10^6 V$$

$$V_D = V_A + V_B + V_C = K\frac{q}{d_{AD}} + K\frac{q}{d_{BD}} + K\frac{q'}{d_{CD}} = 9\cdot 10^9 \left(2\frac{2\cdot 10^{-6}}{0,01\sqrt{2}} - \frac{4\sqrt{2}10^{-6}}{0,02}\right) = 0 V$$

$$W_{externo\ D\to O} = 10^{-8}(-1,49\cdot 10^6 - 0) = -1,49\cdot 10^{-2} J$$

2. Una esfera conductora de radio R, sumergida en un medio dieléctrico imperfecto de conductividad σ y permitividad ε_r, está conectada a una batería que suministra un potencial V. Calcúlese el trabajo por unidad de tiempo realizado por la batería para mantener el potencial de la esfera V.



Referencias
http://laplace.us.es/wiki/index.php/Esfera_conductora_sumergida_en_diel%C3%A9ctrico
http://forum.lawebdefisica.com/threads/34464-problema-de-diel%C3%A9ctrico-imperfecto
http://pauli.fis.puc.cl/~rramirez/E_M/Html/Ejercicios_Resueltos_Garrido_Narrias_Parte2.pdf#page=41 Problema 63

Una esfera cargada con cierto potencial tiene cierta capacidad e implica que tiene cierta carga; al ser el medio dieléctrico imperfecto y tener conductividad irá perdiendo carga a cierto ritmo, y la batería debe suministrar esa carga, realizando trabajo por unidad de tiempo, que es la potencia.
La capacidad de la esfera la podemos calcular o plantear directamente

$C=\frac{Q}{V}$ En una esfera cargada con una carga Q, el campo es radial, y utilizando la definición de potencial, siendo R el radio de la esfera y tomando referencia en infinito.
Enunciado indica "permitividad ε_r", y por el subíndice asumimos que está hablando de permitividad relativa, porque lo habitual es usar "permitividad ε (producto de la permitividad relativa y la permitividad del vacío $\varepsilon = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0$)".

$$V=\int_R^\infty \vec{E}\,\vec{dl}=\int_R^\infty K\frac{Q}{r^2}dr=\frac{-1}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0}\frac{Q}{R}$$

Para una esfera $$C=\frac{Q}{\frac{1}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0}\frac{Q}{R}}=4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0 R$$

La potencia a suministrar es $P=\frac{V^2}{Resist}=Resist\,I^2=V\,I$ (usamos Resist en lugar de R para evitar confusión). Bastaría con calcular resistencia o intensidad, planteamos ambos que están relacionados
La resistencia ofrece el dieléctrico con esa forma y conductividad, por definición de resistencia

$Resist=\rho\frac{L}{S}$ siendo la conductividad la inversa de la resistividad $\sigma=\frac{1}{\rho}$

En la figura original del enunciado aparece la letra j, densidad de corriente, que en cierto modo nos orienta. Según la ley de Ohm Resist=V/I, por lo que tenemos que calcular la I, y por definición.

$I=\int_S \vec{j}\,\vec{dS}=\int_S \sigma\vec{E}\,\vec{dS}$ Al ser campo radial siempre es paralelo al vector superficie y tiene un valor constante en la superficie de la esfera

$$I=\sigma\frac{1}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0}\frac{Q}{R^2}\int_S dS=\frac{\sigma Q\,\cancel{4\pi R^2}}{\cancel{4\pi R^2}\varepsilon_r\varepsilon_0}=\frac{\sigma Q}{\varepsilon_r\varepsilon_0}$$

Validación física: a mayor conductividad y carga mayor corriente. A mayor permitividad eléctrica menor corriente.

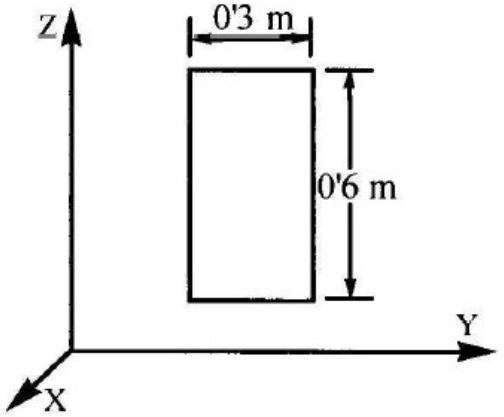
Según la ley de Ohm $Resist = \frac{V}{I} = \frac{\frac{1}{4\pi \cancel{\varepsilon_r} \cancel{\varepsilon_0}} \frac{\cancel{Q}}{R}}{\frac{\sigma \cancel{Q}}{\cancel{\varepsilon_r} \cancel{\varepsilon_0}}} = \frac{1}{4\pi\sigma R}$

Validación física: a mayor conductividad y mayor radio menor resistencia.

$$P = \frac{V^2}{Resist} = Resist\, I^2 = V\, I = \frac{1}{4\pi\sigma R} \cdot \left(\frac{\sigma Q}{\varepsilon_r \varepsilon_0} \right)^2 = \frac{\sigma Q^2}{4 (\varepsilon_r \varepsilon_0)^2 \pi R}$$

Validación física: a mayor conductividad y carga la batería deberá aportar más potencia, porque se perderá más carga por unidad de tiempo.

4. El conductor rectangular de la figura de dimensiones 0,6 m por 0,3 m, cuya resistencia es de 2,7 ohmios, se encuentra en el interior de un campo magnético B=(5-y) i (SI) y se desplazo en la dirección del eje OY en su sentido positivo. Sabiendo que en el instante inicial el lado izquierdo del conductor rectangular coincide con el eje OZ, calculad la intensidad de corriente que circula en los casos siguientes:
a) Si el conductor se desplaza con velocidad constante de 1,5 m/s^2.
b) Al cabo de 20 s de comenzar su movimiento, partiendo del reposo, con una aceleración de 3 m/s^2



Se dispone de enunciado original escaneado y se cita literalmente. Se asume que se pretendía indicar velocidad constante de 1,5 m/s.

Planteamos la expresión de flujo para utilizarla la ley de Faraday
Como el campo magnético siempre tiene la misma dirección perpendicular a la superficie de la espira, podemos prescindir de vectores $\Phi=\int \vec{B}\cdot\vec{dS}=\int B\cdot S$
El campo magnético depende de y, por lo que es constante en un diferencial de superficie de altura 0,6 y de anchura dy, dS=0,6·dy

$$\Phi=\int_y^{y+0,3}(5-y)\cdot 0,6\cdot dy=0,6\left[5y-\frac{y^2}{2}\right]_y^{y+0,3}=0,6\left(5(y+0,3)-\frac{(y+0,3)^2}{2}-5y+\frac{y^2}{2}\right)$$

$$\Phi=0,6\left(\cancel{5y}+1,5-\cancel{\frac{y^2}{2}}-\frac{0,6y}{2}-\frac{0,09}{2}-\cancel{5y}+\cancel{\frac{y^2}{2}}\right)=0,873-0,18y\,[\Phi\,en\,Wb,\,y\,en\,m]$$

a) Si la velocidad es constante, y=y$_0$+vt, siendo y$_0$=0

$$\varepsilon=\frac{-d\Phi}{dt}=\frac{-d(0,873-0,18vt)}{dt}=0,18\cdot v=0,18\cdot 1,5=0,27\,V$$

Usando la ley de Ohm $I=\frac{V}{R}=\frac{0,27}{2,7}=0,1\,A$

b) Si la aceleración es constante, y=y$_0$+v$_0$t+½at^2 , siendo y$_0$=0, v$_0$=0

$$\varepsilon=\frac{-d\Phi}{dt}=\frac{-d\left(0,873-0,18\frac{1}{2}at^2\right)}{dt}=0,18\,at=0,54\,t\,[\varepsilon\,en\,V,\,t\,en\,s]$$

Para t=20 s $\varepsilon=0,54\cdot 20=10,8\,V$

Usando la ley de Ohm $I=\frac{V}{R}=\frac{10,8}{2,7}=4\,A$

enrique@fiquipedia.es Revisado 9 septiembre 2024
CC BY SA

Prueba B 3. Problemas de FÍSICA

Problema 3

Un conjunto de 100 espiras de radio R=40,0 cm están situadas en un plano Oyz, de tal forma que puedan considerarse coplanarias y de anchura despreciable, estando su centro en O(0,0,0). Se sabe que por las espiras circula una corriente de 10,0 A.

1º. Obtenga la expresión del campo magnético generado por el conjunto de las espiras en un punto P(x,0,0).

2º. Contemple otro conjunto de espiras similar al anterior formado por 50 espiras de radio r=2,0 cm situado en un punto del eje Ox. Determine por aproximación, al considerar que r<<R, el flujo magnético que lo atraviesa cuando está situado en P(x,0,0).

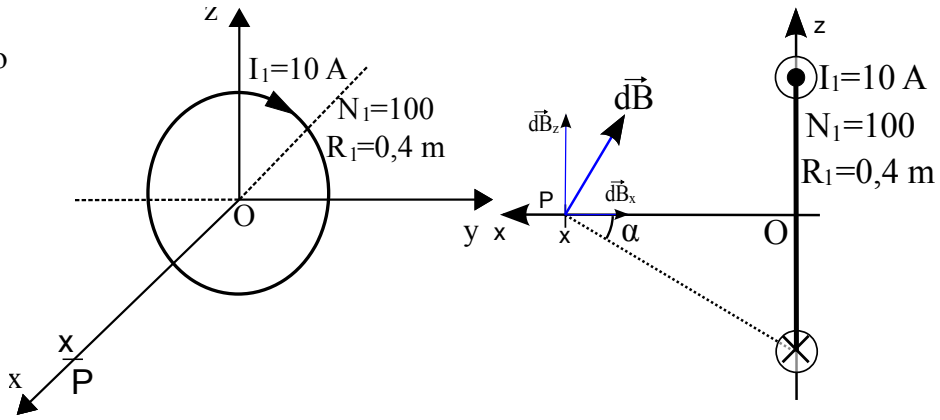
3º. Ahora, el conjunto de espiras pequeñas se desplaza a lo largo del eje Ox con una velocidad de 20 cm/s. ¿Cuánto vale la fuerza electromotriz inducida en ella, al alcanzar el punto P'(0,20;0;0) m?

4º. Considere ahora que por las espiras pequeñas circula una corriente de 20,0 A en sentido contrario al de las grandes, y que se encuentran en reposo en la posición P'. ¿En qué punto del eje Ox se anula el campo magnético?

Dato: permeabilidad magnética vacío = $4\pi x10^{-7}$ NA^{-2}

>Aunque en este problema no se dan indicaciones sobre cifras significativas, viendo lo indicado en el problema 2, y viendo que los datos suelen tener 3 cifras significativas, cuando aplica los resultados se expresan con 3 cifras significativas.

1º) Realizamos diagramas, donde asumimos un sentido para la corriente ya que no se indica en el enunciado; asumimos el giro en el sentido de las agujas del reloj visto desde x positivas, según diagrama (la elección de sentido es arbitraria, pero en función de la elección hay que representar y razonar).



Se trata de un caso de "espiras juntas y apretadas", que sabemos que en el centro de la espira tendrá un módulo $B = N\frac{\mu I}{2R}$, pero se pide para todo el eje, y se pide deducir.

Para calcular el campo total utilizamos el principio de superposición y representamos el dB que genera un dl de espira, de longitud dl=R·dθ.

Con el diagrama se puede razonar que en el eje de la espira por simetría las componentes de campo que están fuera del eje x se cancelan, y que todas las componentes de campo sobre el eje x están dirigidas hacia el mismo sentido. Los vectores u_r y dl son perpendiculares entre sí, por lo que

$$\vec{dB} = \frac{\mu}{4\pi}\frac{I\,\vec{dl}\,x\,\vec{u}_r}{r^2} \qquad r^2 = x^2 + R^2 \qquad \vec{dl}\,x\,\vec{u}_r = dl = d\theta \cdot R \qquad B_x = B\,sen\,\alpha = B\frac{R}{r}$$

$$B = N\int dB_x = N\int_0^{2\pi}\frac{\mu}{4\pi} I\frac{R^2}{r^3}d\theta = \frac{N\mu I R^2}{2r^3}$$

Si lo expresamos en función de x que es lo que pide el enunciado $B = \frac{N\mu I R^2}{2(x^2+R^2)^{3/2}}$

Si sustituimos por los valores dados y utilizando 3 cifras significativas (como los datos R e I)

$$B=\frac{100\cdot 4\pi 10^{-7}\cdot 10{,}0\cdot 0{,}400^2}{2\left(x^2+0{,}400^2\right)^{3/2}}=\frac{3{,}20\cdot 10^{-5}\pi}{\left(x^2+0{,}400^2\right)^{3/2}}[B\,en\,T\,,x\,en\,m]$$

Validación: en el origen $x=0, r=R\,,\ B=B_x\,,\ \alpha=90^o\Rightarrow B=N\frac{\mu I}{2}R$

(En expresiones de este apartado usamos I, N, R, aunque en diagrama y apartados siguientes que aparecen nuevos valores usamos I_1, N_1 y R_1 para diferenciarlos)

2º) Tomamos N_2=50 para distinguir de N_1=100 anterior.

Como r<<R podemos considerar el campo magnético generado por las primeras espiras de radio R constante en todo el interior de las segundas espiras de radio r.

$$\Phi=N_2\int B\,dS=n_2\,B\int dS=N_2\,B\,\pi r^2=\frac{N_2\pi r^2 N_1\mu I_1 R_1^2}{2\left(x^2+R_1^2\right)^{3/2}}$$

Si sustituimos por los valores dados y utilizando 2 cifras significativas como el dato de r, y reutilizando cálculos realizados para B:

$$\Phi=\frac{50\cdot\pi\cdot 0{,}020^2\cdot 3{,}20\cdot 10^{-5}\pi}{\left(x^2+0{,}400^2\right)^{3/2}}=\frac{6{,}4\cdot 10^{-7}\pi^2}{\left(x^2+0{,}400^2\right)^{3/2}}[\Phi\,en\,Wb\,,x\,en\,m]$$

3º) $v=\frac{dx}{dt}=0{,}20\,m/s$ Asignamos un signo a la velocidad: desconocemos el sentido según enunciado, y hacemos que sea en sentido de x positivas.

$$\varepsilon=\frac{-d\Phi}{dt}=\frac{N_2\pi r^2 N_1\mu I_1 R_1^2}{2}\left(\frac{-3}{2}\right)\left(x^2+R_1^2\right)^{-5/2}2x\frac{dx}{dt}$$

$$\varepsilon=\frac{-3}{2}N_2\pi r^2 N_1\mu I_1 R_1^2\left(x^2+R_1^2\right)^{-5/2}x\,v$$

Si sustituimos por los valores dados y utilizando 2 cifras significativas como el dato de r, v (asumimos que se indicaban 20, cm/s, porque siendo puristas tendría una cifra significativa), y coordenada de P', y reutilizando cálculos realizados para el flujo:

$$\varepsilon=-3\frac{6{,}4\cdot 10^{-7}\pi^2 0{,}20\cdot x}{\left(x^2+0{,}400^2\right)^{5/2}}=\frac{-3{,}8\cdot 10^{-7}\pi^2 x}{\left(x^2+0{,}400^2\right)^{5/2}}[\varepsilon\,en\,V\,,x\,en\,m]$$

Sustituimos para el punto dado, x=0,20 m

$$\varepsilon=\frac{-3{,}8\cdot 10^{-7}\cdot\pi^2\cdot 0{,}20}{\left(0{,}20^2+0{,}400^2\right)^{5/2}}=-4{,}2\cdot 10^{-5}\,V$$

4º) El campo magnético generado por las espiras pequeñas estará también en el eje x, pero sentido opuesto. Llamamos I_2 a la corriente de 20,0 A de las segundas espiras, para diferenciarla de I_1.

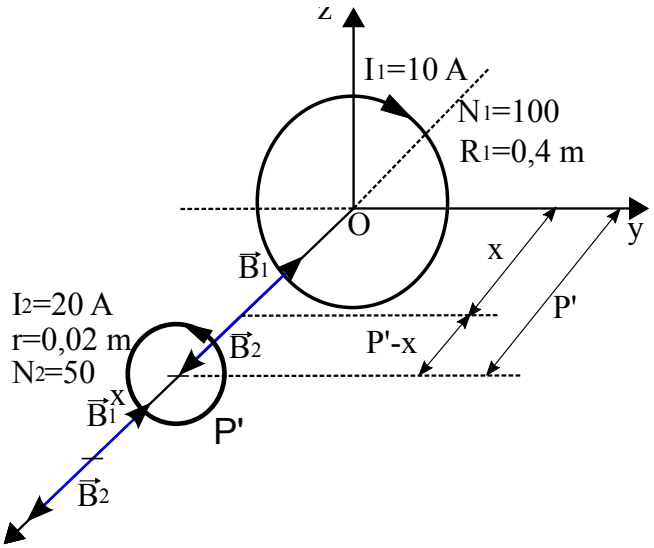
$$\frac{N_1\mu I_1 R_1^2}{2\left(x^2+R_1^2\right)^{3/2}}=\frac{N_2\mu I_2 r^2}{2\left(\left(P'_x-x\right)^2+r^2\right)^{3/2}}$$

$$\left(\frac{N_1 I_1 R_1^2}{N_2 I_2 r^2}\right)^{2/3}=\frac{x^2+R_1^2}{\left(P'_x-x\right)^2+r^2}$$

Llamamos C al primer término

$$C=\left(\frac{100\cdot 10{,}0\cdot 0{,}400^2}{50\cdot 20{,}0\cdot 0{,}020^2}\right)^{2/3}=400^{2/3}\approx 54{,}29$$

(Lo tomamos con 4 cifras, el redondeo lo hacemos con el resultado final)



P'$_x$ está dado en el punto 3º y son 0,20 m

$$54{,}29\left(P'^{2}_{x}+x^2-2\,P'_x\,x+r^2\right)=x^2+R^2$$

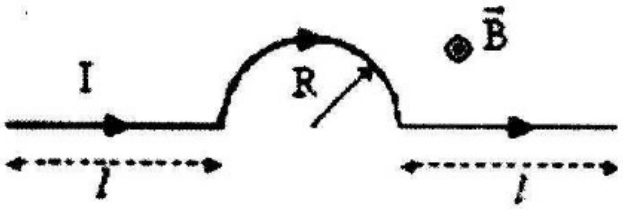
$$53{,}29\,x^2-54{,}29\cdot 2\cdot 0{,}2\,x+\left(54{,}29\cdot 0{,}20^2+0{,}020^2-0{,}400^2\right)=0$$

$$53{,}29\,x^2-21{,}72\,x+2{,}01=0$$

$$x=\frac{21{,}72\pm\sqrt{21{,}72^2-4\cdot 53{,}29\cdot 2{,}01}}{106{,}58}=\frac{21{,}72\pm 6{,}58}{106{,}58}=\begin{matrix}x=0{,}142\,m\\ x=0{,}265\,m\end{matrix}$$

Dos puntos a ambos lados de la coordenada x=0,20 del punto P' donde está la espira pequeña.
Los resultados debemos expresarlos con 2 cifras significativas, que es el número menor de cifras significativas que tenían los datos proporcionados (r=2,0 cm)
Las posiciones son x=0,14 m , x=0,27 m

2. Un alambre de hierro curvado, como muestra la figura, es recorrido por una corriente I y está colocado en un campo magnético uniforme B, que sale del plano de la figura. Calcule la fuerza que actúa sobre el alambre.



Ver http://fisica2.fica.unsl.edu.ar/F2_T8.pdf

En un diagrama separamos tres tramos, y tomamos diferenciales de longitud en el tramo curvo

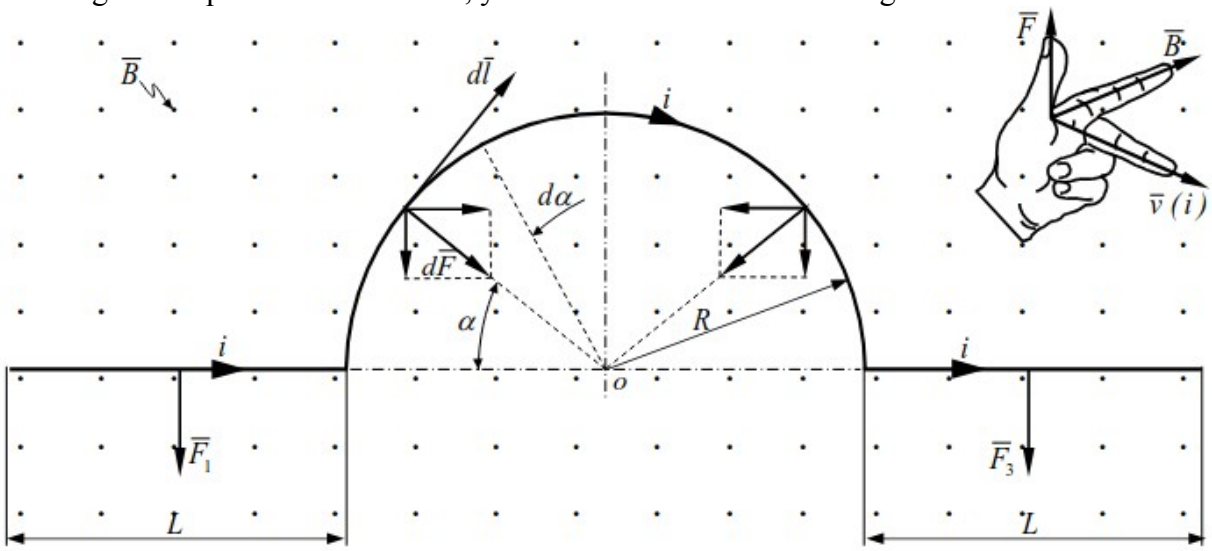


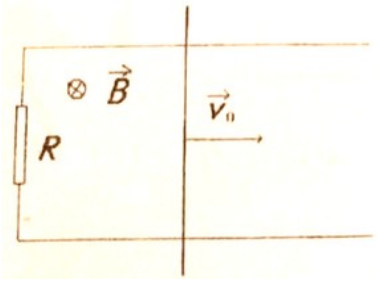
Figura 8-5

El módulo de la fuerza sobre los tramos rectos es $F_1=F_3=ILB$
Para el tramo curvo
$dl=R\cdot d\alpha$
$dF=I\cdot dl\cdot B=I\cdot B\cdot R\cdot d\alpha$
Las componentes horizontales de las fuerzas en el tramo curvo se cancelan por simetría

$$F_2=\int_0^{180^\circ} dF\, sen\,\alpha = IBR\int_0^{180^\circ} sen\,\alpha\, d\alpha = IBR[-\cos\alpha]_0^{180^\circ} = IBR[-(-1)-(-1)]=2\,IBR$$

La fuerza total es la suma de las fuerzas de los tres tramos
$F=F_1+F_2+F_3=ILB+2IBR+ILB=2IB(L+R)$

Baleares 2006
A4. a) En el sistema de la figura calcula com varia la velocitat de la barra.
b) Quin temps tarda la barra en reduir la seva velocitat a la meitat.

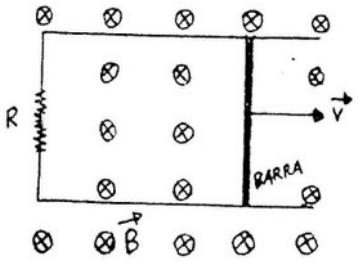


a) En el sistema de la figura calcula cómo varía la velocidad de la barra.
b) Qué tiempo tarda la barra en reducir su velocidad a la mitad.

Galicia 2006
FÍSICA
3.- Sobre dous carrís condutores e paralelos, separados unha distancia a, pódese mover sen rozamento unha barra metálica de masa m, perpendicular aos carrís. Nun extremo dos carrís, e conectado entre ambos, hai un resistor de resistencia R, sendo a resistencia dos carrís e da barra desprezables fronte a R. Perpendicularmente ao plano dos carrís hai un campo magnético B uniforme. Se no instante t=0 dáselle á barra unha velocidade v_0 perpendicular a ela e en sentido tal que se afasta do resistor, deséxase calcular:
a) O tempo que tarda en pararse a barra.
b) A distancia que percorre antes de pararse.
c) A enerxía disipada no resistor durante todo o proceso.

3. Sobre dos rieles conductores paralelos, separados por una distancia a, una barra metálica de masa m puede moverse sin fricción, perpendicular a los rieles. En un extremo de los rieles, conectada entre sí, hay una resistencia R, siendo la resistencia de los rieles y la barra insignificante en comparación con R. Perpendicularmente al plano de los rieles, existe un campo magnético uniforme B. Si en el instante t = 0 se le da a la barra una velocidad v_0 perpendicular a ella y en una dirección tal que se aleja de la resistencia, se desea calcular:
a) El tiempo que tarda la barra en detenerse.
b) La distancia que recorre antes de detenerse.
c) La energía disipada en la resistencia durante todo el proceso.

Galicia 1995
F1. Unha barra metálica de masa “m” e lonxitude “L”, móvese sobre dous carrís metálicos paralelos; o circuito complétase cunha resistencia de valor “R” paralela á barra; todo elo está sometido á acción dun campo magnético de intensidade “B” perpendicular e entrante no plano do papel (ver figura).



No instante inicial (t=0) a barra móvese con velocidade $\vec{v}=\vec{v}_0$, despreciando rozamentos e o incremento no tempo da resistencia total do circuito, calcular:
a) Tempo que transcurrirá ata que a barra se para.

Una masa barra metálica de masa "m" y longitud "L", se mueve sobre dos carriles metálicos paralelos; el circuito se completa con una resistencia de valor "R" paralela a la barra; todo ello está sometido a la acción de un campo magnético de intensidad "B" perpendicular y entrante en el plano del papel (véase la figura).
En el momento inicial (t = 0) la barra se mueve con la velocidad $\vec{v}=\vec{v}_0$ *, despreciando rozamientos y el incremento con el tiempo de la resistencia total del circuito, calcular:*
a) Tiempo que transcurrirá hasta que la barra se pare.

Referencias:
Resuelto por sleepylavoisier en http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4018#p17854
Problema similar 2004-Valencia-6, Galicia 2004 F4 (en ese caso se pide fuerza aplicada)

En Galicia 2006 F3 se usa a en lugar de L para la distancia entre barras.

a) [Baleares 2006 A4] supone plantear la ecuación de velocidad
Realizamos un planteamiento dinámico de las fuerzas sobre la barra. No consideramos la gravedad ya que no se indica, o asumimos que es un movimiento sobre un plano horizontal donde normal y peso se cancelarían.
Tomamos eje x en el sentido del movimiento
La única fuerza será la asociada a la fuerza magnética debida a la corriente inducida que surge al variar el flujo.
Usando la definición de flujo y teniendo en cuenta que campo es perpendicular a la superficie
$\Phi=\int \vec{B}\cdot d\vec{S}=BS=BL\left(x_0+vt\right)$
Usando la ley de Faraday $\varepsilon=\frac{-d\Phi}{dt}=-BLv$
Usando la ley de Laplace y teniendo en cuenta que corriente y campo son perpendiculares, la fuerza sobre la barra será de módulo $F=ILB$
Usando la ley de Ohm $I=\frac{BLv}{R}\,LB=\frac{B^2L^2v}{R}$
El sentido de la corriente es tal que se opone a la variación de flujo, según Lenz, por lo que como la superficie aumenta y el flujo entrante en el papel aumenta, en el diagrama la corriente será en el sentido opuesto a las agujas del reloj, siendo de abajo hacia arriba en la barra, por lo que según la ley de Laplace $\vec{F}=I\left(\vec{l}\,x\,\vec{B}\right)$ la fuerza es hacia la izquierda, opuesta al movimiento.
Planteando la segunda ley de Newton
$$\frac{-B^2L^2v}{R}=ma\Rightarrow\frac{dv}{dt}=\frac{-B^2L^2v}{mR}\Rightarrow\frac{dv}{v}=\frac{-B^2L^2}{mR}dt\Rightarrow\ln\left(\frac{v}{v_0}\right)=\frac{-B^2L^2}{mR}t\Rightarrow v=v_0e^{\frac{-B^2L^2}{mR}t}$$
Validamos que la velocidad en t=0 es la velocidad inicial v_0
a) [Galicia 2006 F3 y Galicia 1995 F1] Una vez obtenida la ecuación de velocidad, se ve que disminuye con el tiempo, de modo v=0 para t=∞
b) [Baleares 2006-A4] Si la velocidad se reduce a la mitad
$$\frac{v_0}{2}=v_0e^{\frac{-B^2L^2}{mR}t}\Rightarrow\ln\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{-B^2L^2}{mR}t\Rightarrow t=\frac{MR}{B^2L^2}\ln\left(2\right)$$
b) [Galicia 2006 F3] Para calcular la distancia que recorre antes de detenerse plantemos x(t)

$$\frac{dx}{dt}=v_0 e^{\frac{-B^2L^2}{mR}t} \Rightarrow \int_0^x dx=\int_0^t v_0 e^{\frac{-B^2L^2}{mR}t} dt$$

$$x=v_0\frac{mR}{-B^2L^2}\left[e^{\frac{-B^2L^2}{mR}t}\right]_0^t=-v_0\frac{mR}{B^2L^2}\left(e^{\frac{-B^2L^2}{mR}t}-1\right)=\frac{v_0 mR}{B^2L^2}\left(1-e^{\frac{-B^2L^2}{mR}t}\right)$$

Se detiene para t=∞ y la distancia que recorre es $x(t=\infty)=\frac{v_0 mR}{B^2L^2}$

c) [Galicia 2006 F3] Para la energía disipada en la resistencia durante todo el proceso planteamos $P(t)=RI(t)^2$ ya que tenemos la expresión de I(t)

$$P=\int_0^t R\,I(t)^2 dt=R\int_0^t\left(\frac{B^2L^2}{R}\right)^2 v_0^2 e^{\frac{-2B^2L^2}{mR}t} dt=\frac{B^4L^4v_0^2}{R}\frac{mR}{-2B^2L^2}\left[e^{\frac{-2B^2L^2}{mR}t}\right]_0^t$$

$$P=B^2L^2v_0^2\frac{m}{2}\left(1-e^{\frac{-2B^2L^2}{mR}t}\right)$$

Se detiene para t=∞ y la potencia dispada es $P(t=\infty)=\frac{1}{2}B^2L^2v_0^2m$

B3.
Tenim un fil recte infinit carregat amb una densitat lineal de càrrega λ.
Col·loquem una càrrega q a una distancia R del fil.
a) Calcula el treball que realitza el camp per transportar la càrrega des de R fins a 2R.
b) Quina serà la velocitat de la càrrega a una distancia 2R del fil?

Tenemos un hilo recto infinito cargado con una densidad lineal de carga λ. Colocamos una carga q a una distancia R del hilo.
a) Calcula el trabajo que realiza el campo para transportar la carga desde R hasta 2R.
b) ¿Cuál será la velocidad de la carga a una distancia 2R del hilo?

Ver ProblemaFisicaCampoElectrico1.pdf

a) El campo eléctrico creado por un hilo cargado es radial y tiene de módulo $|\vec{E}|=\frac{\lambda}{2\pi R \varepsilon_0}$

El trabajo realizado por el campo es igual a la variación de energía potencial cambiada de signo

$$W_{realizado\ campo}=-\Delta E_p=-q\Delta V=-q(V(B)-V(A))$$

En principio podríamos pensar en calcular el potencial en cada uno de los puntos A y en B usando el principio de superposición sumando el potencial creado por cada uno de los hilos, pero eso implicaría usar expresiones habituales de potencial como la de potencial para una carga puntual o potencial a cierta distancia de un plano. Sin embargo esas expresiones son "absolutas" porque asumen el potencial 0 en un punto concreto. En este caso se puede ver que no podemos asumir potencial 0 en el hilo ni en infinito, y debemos obtener la expresión de la diferencia de potencial, que realmente es lo único que podemos conocer. La debemos obtener integrando, tomamos $R_1<R_2$ y densidad de carga positiva, con lo que el vector campo y el vector desplazamiento tienen el mismo sentido. Si la densidad de carga es negativa el sentido del campo será opuesto, y como el sentido del desplazamiento seguiría siendo el mismo, el producto escalar introduciría un signo menos aparte del módulo del campo que tendría valor absoluto de densidad de carga.

$$\Delta V=V(R_2)-V(R_1)=\frac{\Delta E_p}{q}=\frac{-W_{R_1\to R_2}}{q}=\frac{-\int_{R_1}^{R_2}\vec{F}\,d\vec{r}}{q}=-\int_{R_1}^{R_2}\vec{E}\,d\vec{r}$$

Signo opuesto

$$\Delta V=-\int_{R_1}^{R_2}\frac{|\lambda_+|}{2\pi\varepsilon r}dr=\frac{-|\lambda_+|}{2\pi\varepsilon}[\ln(r)]_{R_1}^{R_2}=\frac{-|\lambda_+|}{2\pi\varepsilon}\ln(\frac{R_2}{R_1})=-2|\lambda_+|K\ln(\frac{R_2}{R_1})$$

La diferencia de potencial asociada a ir de R a 2R

$$\Delta V_{R\to 2R}=-2|\lambda_+|K\ln(\frac{2R}{R})=-2|\lambda_+|K\ln 2$$

b) Planteamos conservación de energía mecánica asumiendo que la velocidad inicial es nula, toda la pérdida de energía potencial pasa a energía cinética, que si asumimos que es no relativista, es ½mv²

$$\Delta E_m=0\Rightarrow\Delta E_p+\Delta E_c=0$$

$$2q|\lambda_+|K\ln 2=\frac{1}{2}mv^2$$

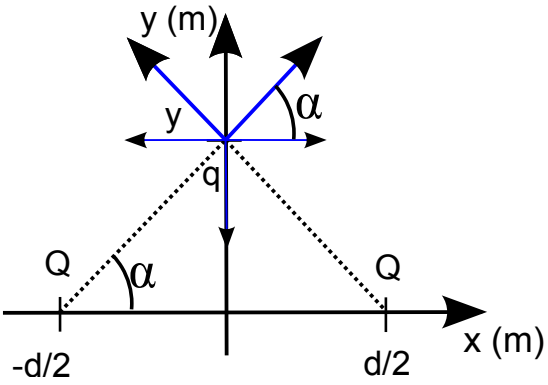
$$v=\sqrt{\frac{4q|\lambda_+|K\ln 2}{m}}$$

FÍSICA

3.- Cuando una carga q se mueve sobre la mediatriz de un segmento definido por dos cargas iguales Q, la fuerza a la que está sometida depende de la distancia al punto medio del segmento así definido. Calcula la distancia que hace máxima esa fuerza y el valor de dicha fuerza.

Cierta similitud con Madrid 2018 Problema 2-5º, pero en ese caso con gravitación.

Para obtener el máximo, obtenemos su expresión en función de esa distancia para derivamos respecto a ella. Llamamos d a la distancia entre las dos cargas Q, por lo que distan d/2 al punto medio, que tomamos como origen. Tomamos eje x entre dos cargas y eje y como mediatriz. El sentido de la fuerza variará según signos relativos de cargas Q y q; al no indicar nada asumimos todas positivas, por lo que las fuerzas serán repulsivas. Realizamos un diagrama y vemos que las componentes en eje x se cancelan.



$$sen\,\alpha = \frac{y}{r} = \frac{y}{\sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + y^2}}$$

$$F_{total} = F_y = 2\,K\,\frac{Q\,q}{r^2}\,sen\,\alpha = m \cdot a_y$$

$$F = 2\,KQq\,\frac{y}{r^3} = 2\,KQq\,\frac{y}{\left(\frac{d^2}{4} + y^2\right)^{3/2}}$$

$$\frac{d\,F}{dy} = 2\,KQq\,\frac{\left(\frac{d^2}{4} + y^2\right)^{3/2} - \frac{3}{2}\left(\frac{d^2}{4} + y^2\right)^{1/2} 2\,y \cdot y}{\left(\frac{d^2}{4} + y^2\right)^3}$$

El máximo se produce cuando la derivada es cero (podríamos obtener la segunda derivada para garantizar que es máximo y no mínimo, pero es excesivo)

$$\frac{d\,F}{dy} = 0 \Rightarrow \left(\frac{d^2}{4} + y^2\right)^{1/2}\left(\frac{d^2}{4} + y^2 - 3\,y^2\right) = 0$$

$$2\,y^2 = \frac{d^2}{4} \Rightarrow y = \frac{\pm d}{2\sqrt{2}}$$

El valor máximo de la fuerza pedido es

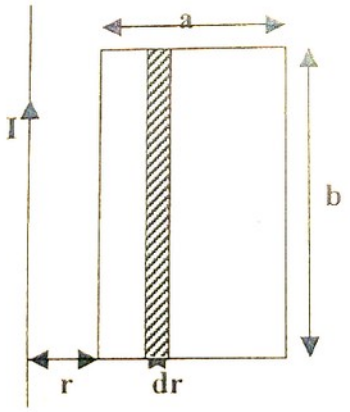
$$F_y = 2\,KQq\,\frac{\frac{\pm d}{2\sqrt{2}}}{\left(\frac{d^2}{4} + \frac{d^2}{4 \cdot 2}\right)^{3/2}} = 2\,KQq\,\frac{\frac{\pm d}{2\sqrt{2}}}{\left(\frac{3\,d^2}{8}\right)^{3/2}} = 2\,KQq\,\frac{\pm d}{2\sqrt{2}}\,\frac{16}{3\sqrt{\frac{3}{2}}}\,\frac{1}{d^3} = \frac{16}{3\sqrt{3}}\,KQq\,\frac{1}{d^3}$$

De los ejercicios de Física: 2, 4, 6 y 8: elegir tres.

8.- Una corriente de 20 A fluye por un alambre recto situado en las cercanías de un cuadro rectangular. Si la corriente se anula en 0,2 segundos, calcular la fuerza electromotriz inducida en el cuadro.

$\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}\ N\cdot A^{-2}$.

a = 20 cm; b = 30 cm; r = 10 cm



Ver Valencia 2009-4, Murcia 2006 TI1, Madrid 2004 F3, Valencia 2001 F2, Castilla-La Mancha 1998 Física, Galicia 1994 F3

a) Planteamos la expresión de flujo para utilizarla la ley de Faraday

Como el campo magnético siempre tiene la misma dirección perpendicular a la superficie de la espira, podemos prescindir de vectores $\Phi=\int \vec{B}\cdot\vec{dS}=\int B\cdot S$

No se indica nada sobre I y asumimos que es constante. El módulo del campo magnético creado por un conductor rectilíneo a una distancia r es $B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

Tomamos eje y en el sentido de la corriente y eje x en el sentido horizontal del diagrama

El campo magnético depende de x, por lo que es constante en un diferencial de superficie de altura b y de anchura dx, dS=b·dx (en diagrama se indica sombreada una zona como dr, orientando a plantear la integración)

$$\Phi=\int_r^{r+a}\frac{\mu_0 I}{2\pi x}\cdot b\cdot dx=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\cdot b\left[\ln(x)\right]_r^{r+a}=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\cdot b\left(\ln\left(\frac{r+a}{r}\right)\right)$$

Aplicando la ley de Faraday-Lenz

$$\varepsilon=\frac{-d\Phi}{dt}=\frac{-\mu_0}{2\pi}\cdot b\left(\ln\left(\frac{r+a}{r}\right)\right)\frac{dI}{dt}$$

Numéricamente, asumiendo que en este caso hay una variación uniforme de corriente

$$\frac{dI}{dt}=\frac{\Delta I}{\Delta t}=\frac{0-20}{0,2}=100\,A/s$$

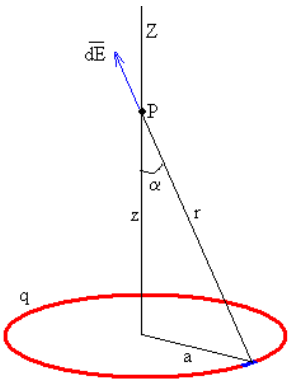
$$\varepsilon=\frac{-4\pi\cdot10^{-7}}{2\pi}\cdot0,3\left(\ln\left(\frac{0,1+0,2}{0,1}\right)\right)100=-6,59\cdot10^{-6}V$$

Física

3.- Sea un anillo circular delgado de radio R situado en el plano XY con centro en el origen de coordenadas, cargado uniformemente con +Q.
a) Determine el campo eléctrico en los puntos de su eje.
b) Represente gráficamente el módulo del campo en función de Z y calcule Z para el campo máximo.
c) a qué distancia desde el centro del anillo sobre el eje Z puede calcularse el campo con un error menor del 1% suponiendo que el anillo se comporta como una carga puntual.
d) Se coloca una carga –q en el eje del anillo analizar el tipo de movimiento de la carga si Z<<<R.

Referencias
Campo eléctrico producido por el anillo en un punto de su eje de simetría
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/elecmagnet/campo_electrico/anillo/anillo.htm#Campo%20el%C3%A9ctrico%20producido%20por%20el%20anillo%20en%20un%20punto%20de%20su%20eje%20de%20simetr%C3%ADa
3 Anillo cargado uniformemente http://tesla.us.es/wiki/index.php/C%C3%A1lculos_de_carga_total,_campo_y_potencial#Anillo_cargado_uniformemente
http://rsefalicante.umh.es/Animaciones_electromanetismo_problemas/anillo.pdf
Campo eléctrico creado por un anillo de carga uniforme https://www.fisicalab.com/ejercicio/705

a) El eje del anillo circular es el eje z.
Por simetría el campo es vertical en el centro, las componentes paralelas al plano xy se anulan.



Para un elemento diferencial de carga del anillo.htm $dE = K\frac{dq}{r^2}\cos\alpha$

$$r^2 = z^2 + R^2 \quad \cos\alpha = \frac{z}{\sqrt{z^2+R^2}}$$

$$E = K\frac{z}{(z^2+R^2)^{3/2}}\int_0^{2\pi} dq = KQ\frac{z}{(z^2+R^2)^{3/2}}$$

Validamos que si z=0, E=0
b) Vemos que si $z \to \infty$, $E \to 0$, hay una asíntota
Para calcular el máximo planteamos dE/dz=0

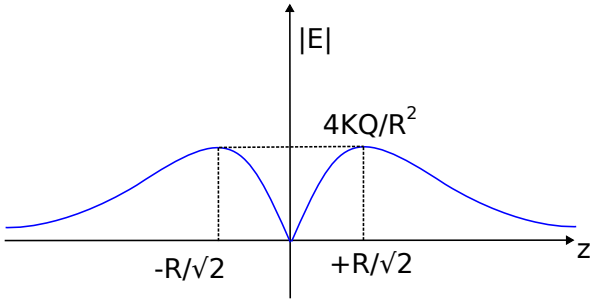
$$\frac{dE}{dz} = K\frac{(z^2+R^2)^{3/2} - z(3/2)(z^2+R^2)^{1/2}2z}{(z^2+R^2)^3}$$

Igualamos numerador a cero

$$(z^2+R^2)^{3/2} - z\,3(z^2+R^2)^{1/2}z = 0$$
$$(z^2+R^2)^{1/2}(z^2+R^2-3z^2) = 0$$
$$R^2 = 2z^2 \Rightarrow z = \pm\frac{R}{\sqrt{2}}$$

En esos puntos el valor de E es

$$E = KQ\frac{\frac{R}{\sqrt{2}}}{\left(\frac{R^2}{2}+R^2\right)^{3/2}} = KQ\frac{R}{\sqrt{2}}\frac{4\sqrt{2}}{3^3R^3} = KQ\frac{4}{R^2}$$



c) $Error\ relativo = \frac{|E_{aprox} - E_{exacto}|}{E_{exacto}} < 0,01$

$E_{aprox} = \frac{KQ}{z^2} \quad E_{exacto} = KQ \frac{z}{(z^2+R^2)^{3/2}}$

$$Error\ relativo = \frac{\left| \frac{\cancel{KQ}}{z^2} - \cancel{KQ} \frac{z}{(z^2+R^2)^{3/2}} \right|}{\cancel{KQ} \frac{z}{(z^2+R^2)^{3/2}}} = \frac{(z^2+R^2)^{3/2}}{z^3} - 1 < 0,01$$

$$\frac{(z^2+R^2)^{3/2}}{z^3} < 1,01 \Rightarrow \frac{(z^2+R^2)^{3/2}}{(z^2)^{3/2}} < 1,01 \Rightarrow \left(1+\frac{R^2}{z^2}\right)^{3/2} < 1,01$$

$$\frac{R^2}{z^2} + 1 < (1,01)^{2/3} \Rightarrow \frac{R}{z} < \sqrt{(1,01)^{2/3} - 1} \Rightarrow R < \sqrt{(1,01)^{2/3} - 1} \cdot z$$

$$z > \frac{1}{\sqrt{(1,01)^{2/3} - 1}} R \approx 12,26\, R$$

d) Si z <<<R, entonces $E = KQ \frac{z}{R^3}$

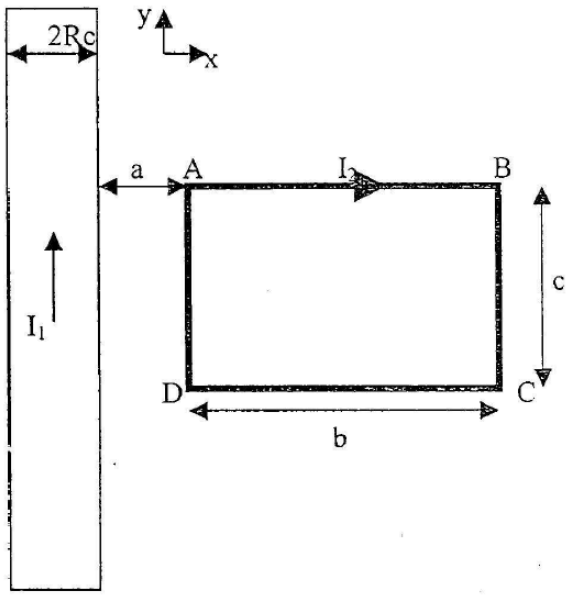
La fuerza será $F = -qE = -KqQ \frac{z}{R^3}$

Lo podemos asociar a la expresión de un MAS $F = -k \cdot x$
donde z=x es la elongación y la constante elástica k=KqQ
Por lo tanto la carga describiría un movimiento armónico simple.

enrique@fiquipedia.es Revisado 1 mayo 2018
CC BY SA

1. Problemas relacionados con el temario de ingreso

1. Por un conductor de forma cilíndrica de radio Rc e indefinido circula una corriente $I_1=I_0+5t^{0,3}$ uniformemente distribuida.



En todos los casos obtenga primero una solución general y después haga la aplicación numérica con los datos particulares del problema.
Calcule:
a) Mediante la ley de Ampere el módulo del campo magnético creado por el conductor en cualquier punto del espacio (incluido el interior del conductor) para t=0.
b) Fuerza sobre el lado AB de una espira rectangular de dimensiones "bxc" y resistencia R separada del hilo una distancia "a" cuando por la misma circula un intensidad I_2, para t=0.
c) Flujo del campo magnético creado por el conductor a través de la espira, en cualquier instante.
d) Fuerza electromotriz e intensidad inducidas en la espira.
e) Coeficiente de inducción mutua entre ambos objetos.
Datos: $\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}$ T m A^{-1}; $I_0 = 10$ A; $I_2 = 5$ A; a = 25 cm; b = 80 cm; c = 60 cm; Rc = 0,15 m; R=10 Ω

a) Por simetría el campo magnético tendrá el mismo módulo a la misma distancia del conductor y tendrá sentido entrante en el dibujo sobre el lado en el que está representada la espira, por lo que tomamos como línea sobre la que realizar la circulación una circunferencia de radio r.

Aplicando la ley de Ampère $\oint \vec{B}\cdot\vec{dl}=\mu_0 I_{interna}\Rightarrow B\cdot 2\pi r=\mu_0 I_{interna}\Rightarrow B=\frac{\mu_0 I_{interna}}{2\pi r}$

- En el interior del conductor, dado que la corriente está uniformemente distribuida, la densidad de corriente es constante $|\vec{j}|=\frac{I}{S}=\frac{I_1}{\pi R_c^2}$ y para una distancia r $I=|j|S=\frac{I_1}{\pi R_c^2}\pi r^2=I_1\frac{r^2}{R_c^2}$

$$B=\frac{\mu_0(I_0+5t^{0,3})}{2\pi r}\frac{r^2}{R_c^2}=\frac{\mu_0(I_0+5t^{0,3})}{2\pi R_c^2}r$$

Numéricamente para t=0 $B=\frac{4\pi 10^{-7}10}{2\pi 0{,}15^2}r=\frac{4}{45}\cdot10^{-3}r[B\,en\,T, r\,en\,m]$

-En el exterior del conductor, la corriente interna siempre es la total que circula por el conductor

$B=\frac{\mu_0(I_0+5t^{0,3})}{2\pi r}$ Numéricamente para t=0 $B=\frac{4\pi 10^{-7}10}{2\pi r}=\frac{2\cdot10^{-6}}{r}[T]$

Se puede comprobar que el campo coincide en el punto común a ambas regiones, r=Rc.
b) Al ser t=0 no ha habido variación de corriente I_1 ni variación de flujo y no planteamos corriente inducida sobre la espira adicional a I_2.
Si utilizamos la ley de Laplace, al ser campo magnético siempre perpendicular (dirigido hacia z negativas en el tramo AB según sistema de referencia del diagrama) podemos plantear que $F=I_2lB$, siendo la fuerza un vector dirigido hacia y positivas. Como el campo magnético no es constante en todo AB, debemos integrar en tramos diferenciales a lo largo del eje x.
La distancia desde el eje del conductor al punto A es Rc + a y al punto B es Rc + a + b.

$$F=\int_{Rc+r_A}^{Rc+r_A+r_B} I_2 B\,dl = I_2 \frac{\mu_0 I_0}{2\pi}\int_{Rc+r_A}^{Rc+r_A+r_B}\frac{dr}{r} = I_2 \frac{\mu_0 I_0}{2\pi}\ln\frac{Rc+r_A+r_B}{Rc+r_A}$$

Numéricamente Rc + a =0,15+0,25=0,4 cm, y Rc + a + b = 1,2 cm

Numéricamente y en forma vectorial $\vec{F}=5\frac{4\pi 10^{-7}10}{2\pi}\ln\frac{1,2}{0,4}\vec{j}\approx 1,099\cdot 10^{-5}\vec{j}\,N$

c) $\Phi_{12}=\int \vec{B}\cdot\vec{dS}$ Al ser el campo perpendicular a la superficie podemos plantear $\Phi_{12}=\int B\cdot dS$, y al no ser el campo constante en toda la espira el flujo lo planteamos como una integral de flujo en tramos diferenciales de altura c y anchura dx entre A y B

$$\Phi_{12}=\int_{r_A}^{r_A+r_B} B\,c\,dr = \frac{\mu_0\left(I_0+5t^{0,3}\right)}{2\pi}c\int_{Rc+r_A}^{Rc+r_A+r_B}\frac{dr}{r} = \frac{\mu_0\left(I_0+5t^{0,3}\right)}{2\pi}c\ln\frac{Rc+r_A+r_B}{Rc+r_A}\left[\Phi_{12}\,en\,Wb, t\,en\,s\right]$$

Numéricamente

$$\Phi_{12}=\frac{4\pi 10^{-7}\left(10+5t^{0,3}\right)}{2\pi}0,60\ln\frac{1,2}{0,4}\approx 1,318\cdot 10^{-6}+6,592\cdot 10^{-6}t^{0,3}\left[\Phi_{12}\,en\,Wb, t\,en\,s\right]$$

d) Aplicando la ley de Faraday-Lenz

$$\varepsilon_2=\frac{-d\Phi_{12}}{dt}=\frac{-\mu_0 c\ln\frac{Rc+r_A+r_B}{Rc+r_A}}{2\pi}\frac{d\left(I_0+5t^{0,3}\right)}{dt}=\frac{-\mu_0 c\ln\frac{Rc+r_A+r_B}{Rc+r_A}}{2\pi}5\cdot 0,3t^{-0,7}\left[\varepsilon_2 en\,V, t\,en\,s\right]$$

Numéricamente $\varepsilon_2=\frac{-4\pi 10^{-7}0,60\ln\frac{1,2}{0,4}}{2\pi}5\cdot 0,3t^{-0,7}\approx -1,978\cdot 10^{-7}t^{-0,7}\left[\varepsilon_2 en\,V, t\,en\,s\right]$

Aplicando la ley de Ohm $I_2=\frac{V_2}{R}=\frac{-\mu_0 c\ln\frac{Rc+r_A+r_B}{Rc+r_A}}{2\pi R}5\cdot 0,3t^{-0,7}\left[I_2 en\,A, t\,en\,s\right]$

Numéricamente $I_2=\frac{-4\pi 10^{-7}0,60\ln\frac{1,2}{0,4}}{2\pi 10}5\cdot 0,3t^{-0,7}\approx -1,978\cdot 10^{-8}t^{-0,7}\left[I_2 en\,A, t\,en\,s\right]$

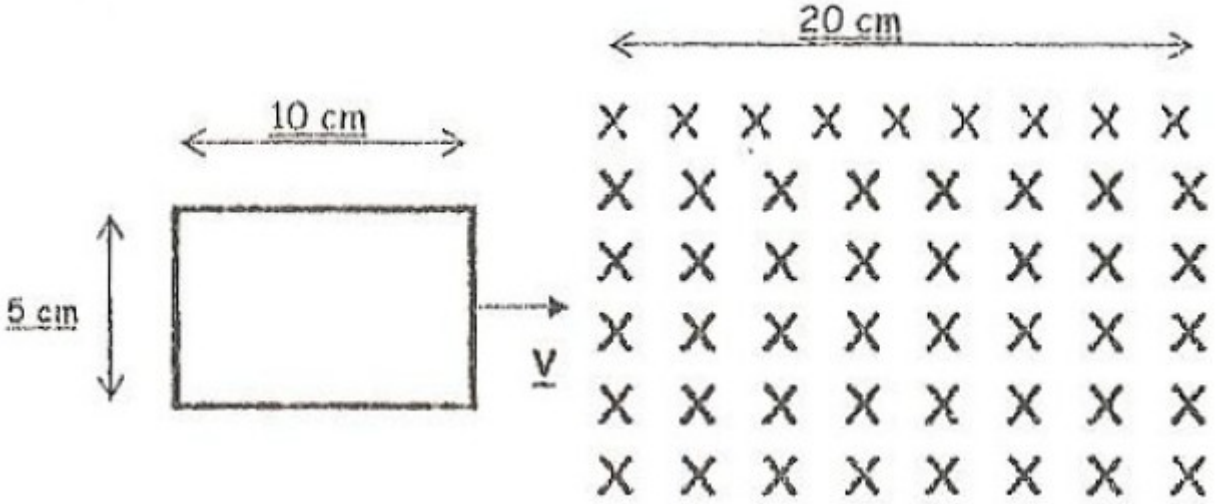
e) Por definición el coeficiente de inducción mutua cumple $\Phi_2=M I_1\Rightarrow\varepsilon_2=-M\frac{dI_1}{dt}$ luego

$$M=\frac{\Phi_2}{I_1}=\frac{\frac{\mu_0 c\ln\frac{Rc+r_A+r_B}{Rc+r_A}}{2\pi}\cancel{I_0+5t^{0,3}}}{\cancel{I_0+5t^{0,3}}}=\frac{\mu_0 c\ln\frac{Rc+r_A+r_B}{Rc+r_A}}{2\pi}$$

Numéricamente $M=\frac{4\pi 10^{-7}0,60\ln\frac{1,2}{0,4}}{2\pi}=1,318\cdot 10^{-7}H$

PROCEDIMIENTOS SELECTIVOS PARA EL ACCESO E INGRESO EN EL CUERPO DE PROFESORES DE ENSEÑANZA SECUNDARIA. AÑO 2004
EJERCICIO PRÁCTICO CORRESPONDIENTE A LA PRIMERA PRUEBA:
…
CRITERIOS DE CALIFICACIÓN
Cada apartado del problema debidamente justificado y razonado con la solución correcta se calificará con los puntos indicados a continuación:
…
Problema 1.- a) 0,75 b) 0,75 c) 0,5 d) 0,5
…
Cada problema se entregará en folio independiente

1.- Una espira rectangular de 10 cm de larga y 5 cm de alta y una resistencia de 25 Ω se mueve en dirección horizontal con una velocidad constante de 2,4 cm/s por una región del espacio donde se encuentra un campo magnético uniforme en sentido perpendicular y hacia dentro de la hoja de papel de valor 1,7 T, tal y como muestra la figura. El extremo delantero de la espira entra en la región del campo en el instante t=0. Calcular:
a) La fuerza electromotriz inducida en la espira en función del tiempo.
b) La intensidad de corriente inducida en la espira en función del tiempo.
c) El gráfico de la fuerza electromotriz.
d) El gráfico de la intensidad de corriente inducida.



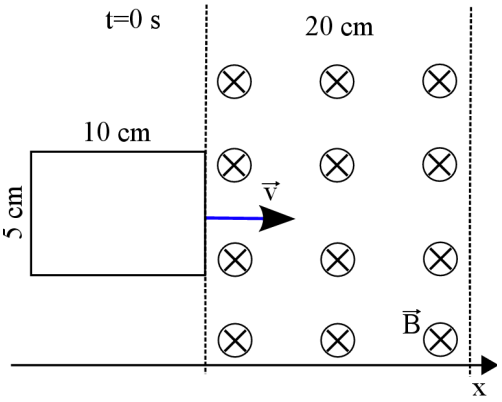
Explíquense los fundamentos teóricos en los que se basa el procedimiento del ejercicio.

Se trata de un problema de nivel sencillo, muy similar por ejemplo a PAU Madrid 2008-Modelo-A1

a) Los fundamentos teóricos de este apartado son: flujo magnético y la ley de Faraday-Lenz. Mientras la espira entra en la región, como la velocidad es constante y el campo magnético uniforme, el flujo magnético aumenta de manera uniforme y la tensión y corriente inducida son también constantes. Esto ocurrirá hasta que la espira penetre completamente en la región con campo magnético, momento en el que, como el largo de la espira es menor que el ancho de la región, el flujo no variará y dejará de haber corriente inducida. Cuando el extremo delanterio de la espira comience a salir de la región de en la que hay campo, volverá a variar el flujo y volverá a inducirse corriente.

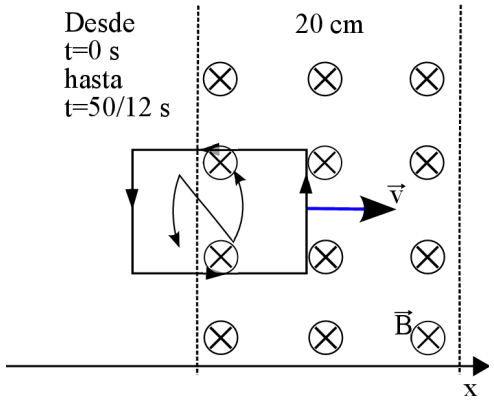
Por lo tanto tenemos varios tramos, para los que definimos su comienzo:
-Tramo 1: La espira introduciéndose en la región con campo magnético. Este tramo comienza en t=0 s y termina cuando la espira ha recorrido los 10 cm de su largo $t_1=\frac{e}{v}=\frac{10}{2,4}=\frac{50}{12}s\approx 4,17\,s$

- Tramo 2: la espira está totalmente introducida en la región con campo magnético. Este tramo comienza cuando termina el tramo 1, y termina cuando la espira ha recorrido otros 10 cm más dentro del campo magnético de modo que su extremo delantero comienza a salir de la región con campo mangético. $t_2=\frac{100}{12}s\approx 8,3\,s$



-Tramo 3: la espira abandonando la región con campo magnético. Este tramo comienza cuando termina el tramo 2, y termina cuando la espira ha recorrido otros 10 cm asociados a su largo de modo que su extremo trasero abandona la región con campo.
$t_3=\frac{150}{12}s=12,5\,s$

-Tramo 4: la espira abandona totalmente la región con campo magnético. Este tramo comienza cuando termina tramo 3.



Para cada tramo indicamos la fuerza electromotriz, x=v·t , y l=0,05 m.

$$\Phi=\int \vec{B}\cdot\vec{dS}=B\,S=B\,(l\cdot x)=B\,l\,v\,t\Rightarrow \varepsilon=\frac{-d\,\Phi}{dt}=-B\,l\,v$$

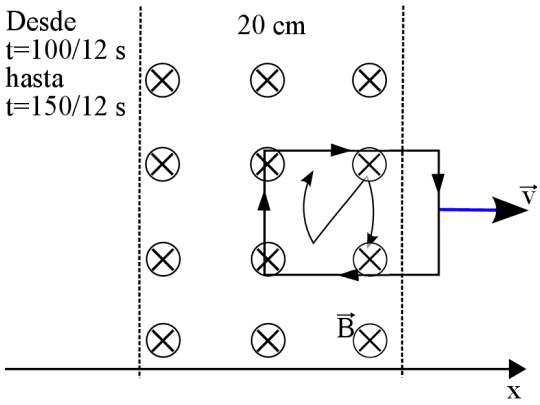
Tramo 1: $\varepsilon=-1,7\cdot 0,05\cdot 2,4\cdot 10^{-2}=-2,04\cdot 10^{-3}\,V$
Tramo 2: $\varepsilon=0\,V$
Tramo 3: $\varepsilon=1,7\cdot 0,05\cdot 2,4\cdot 10^{-2}=2,04\cdot 10^{-3}\,V$
Tramo 4: $\varepsilon=0\,V$

El signo de la fuerza electromotriz inducida varía y está asociada a la variación del sentido de la corriente, que se detalla en apartado b.

b) Los fundamentos teóricos de este apartado son: ley de Ohm y la ley de Faraday-Lenz.

Según la ley de Ohm y el apartado a) $I=\frac{V}{R}=\frac{-B\,l\,v}{I}$

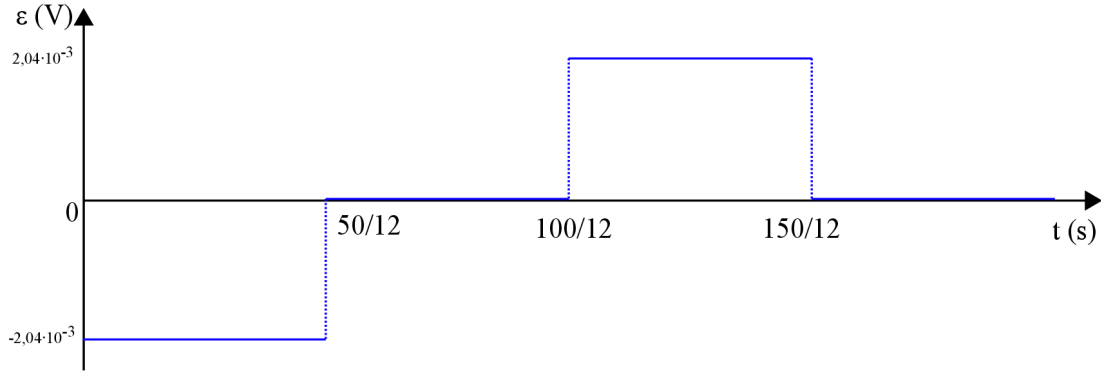
Tramo 1: $I=\frac{-2,04\cdot 10^{-3}}{25}=-8,16\cdot 10^{-5}\,A$
Tramo 2: $I=0\,A$
Tramo 3: $I=\frac{2,04\cdot 10^{-3}}{25}=8,16\cdot 10^{-5}\,A$
Tramo 4: $I=0\,A$



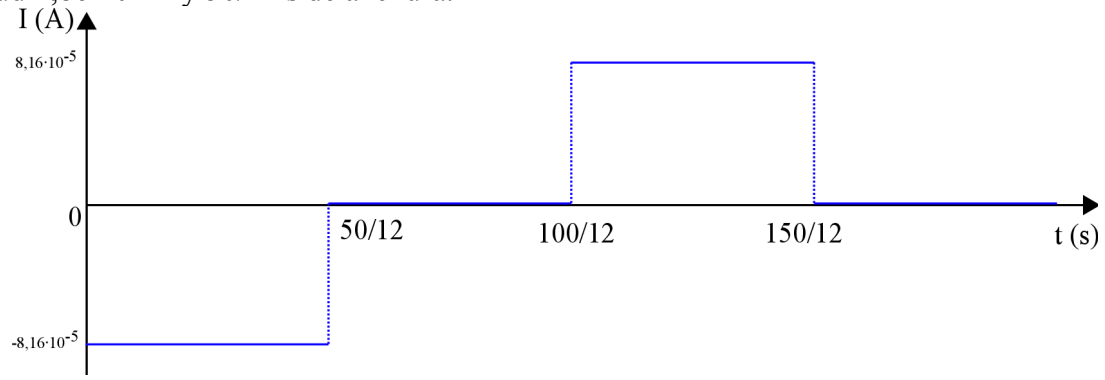
El signo de la corriente inducida está asociada al sentido de la corriente, que se determina según la ley de Lenz; el sentido de la corriente inducida es tal que genere un campo magnético inducido que se opone a la variación de flujo.
En el tramo 1, el flujo a través de la espira aumenta, por lo que la corriente inducida tiene un sentido tal que intenta generar un campo magnético inducido que se opone a ese aumento, se representa en la figura.
En el tramo 3, el flujo a través de la espira disminuye, por lo que la corriente inducida tiene un

sentido tal que intenta generar un campo magnético inducido que se opone a esa disminución, se representa en la figura.

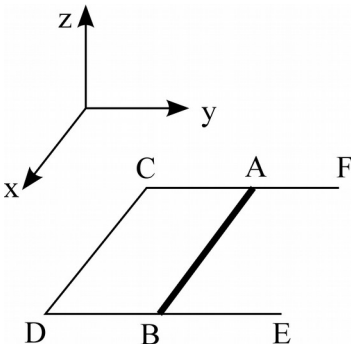
c) La representación gráfica de la fuerza electromotriz son pulsos rectangulares que tienen de amplitud $2{,}04 \cdot 10^{-3}$ V y 50/12 s de anchura.



d) La representación gráfica de la corriente inducida son pulsos rectangulares que tienen de amplitud $1{,}86 \cdot 10^{-5}$ A y 50/12 s de anchura.



Enunciado no oficial/aproximado.



4.- Na figura adxunta, AB é unha varinha conductora que se apoia sobre un conductor fixo FCDE (en forma de U). Perpendicular ó plano XY hai un campo magnético uniforme de valor B = 200 T. A varinha AB desprázase cara á dereita cunha velocidade uniforme de 3 m/s. Supoñer que a resistencia do circuito é constante e de valor 0,5 ohmios. Calcular la intensidade e sentido da corrente inducida e tamén a potencia que hai que aplicar para mantener o sistema en movemento.

4. En la figura adjunta, AB es una varita conductora que se apoya sobre un conductor fijo FCDE (en forma de U). Perpendicular al plano XY hay un campo uniforme de valor B = 200 T. La varita AB se desplaza hacia la derecha con una velocidad uniforme de 3 m/s. Suponer que la resistencia del circuito es constante y de valor 0,5 ohmios. Calcular la intensidad y dirección de la corriente inducida y también la potencia que se debe aplicar para mantener el sistema en movimiento.

Similar a 2002 Ceuta y Melilla 1

Al aumentar la superficie que forma la barra con el conductor fijo que es atravesada por el campo, se puede razonar que ante un aumento de flujo se crea una corriente tal que se opone a ese aumento de flujo, por lo que el campo inducido irá dirigido hacia z negativas, lo que supone que el sentido de la corriente es de A → B.

Para calcular valores, utilizamos la ley de Faraday.

Llamamos L a la longitud de la barra AB (que no es dato), e y a la distancia de la barra móvil AB al tramo CD que cierra el circuito.

$$\Phi = \int \vec{B}\, d\vec{S} = B\,S = BLy \qquad \varepsilon = \frac{-d\Phi}{dt} = -BLv = -200 \cdot L \cdot 3 = -600\,L\,V$$

$$I = \frac{V}{R} = \frac{-600\,L}{0{,}5} = -1200\,L\,A$$

La potencia aplicada al sistema la podemos plantear haciendo un balance energético:

-Energía aplicada al sistema por una fuerza que compensa la fuerza de frenado sobre la barra asociada a corriente y campo consiguiendo la velocidad constante. Si la velocidad es contante, la tensión inducida es constante, y al serlo la resistencia también la corriente, por lo que la fuerza sobre la barra de módulo F=ILB también es constante, y la fuerza externa aplicada también es constante, mismo módulo pero sentido opuesto.

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot \Delta x}{\Delta t} = ILBv = \frac{BLv}{R}\,LBv = \frac{B^2 L^2 v^2}{R} = \frac{200^2 L^2 3^2}{0{,}5} = 720000\,L^2\,W$$

-Energía asociada a la disipación en la resistencia del circuito.

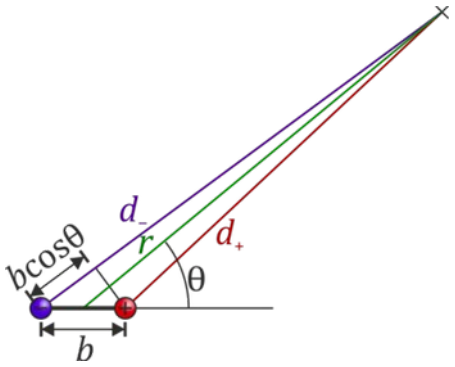
$$P = R\,I^2 = 0{,}5 \cdot 1200^2 L^2 = 720000\,L^2 W$$

Los valores son altos, asociados a que el valor de campo magnético es muy alto

2.- Calcular el potencial y el campo eléctrico creados por un dipolo eléctrico de longitud L en el punto P(x,y). (Tomar el origen en el centro del dipolo). Supóngase que la distancia r del centro del dipolo al punto P es muy grande en comparación con L.

http://tesla.us.es/wiki/index.php/Dipolo_el%C3%A9ctrico_(GIE)
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica3/electrico/dipolo/dipolo.html (se hace manera más compleja llegando a mismo resultado, aplicando priemero teorema del coseno y luego aproximando con términos de series de Taylor)
https://es.wikipedia.org/wiki/Gradiente#Expresi%C3%B3n_en_diferentes_sistemas_de_coordenadas
https://ocw.mit.edu/ans7870/18/18.013a/textbook/HTML/chapter09/section04.html

Llamamos q_1=-Q y q_2=+Q y aplicamos superposición, llamamos d=L/2



$$V = KQ\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right) = KQ\frac{r_1 - r_2}{r_2 r_2}$$

Para puntos P muy alejados del dipolo podemos aproximar

$$r_1 \approx r_2 \approx r \quad r_1 - r_2 \approx L\cos\theta$$

$$V = \frac{KQ}{r^2} L\cos\theta$$

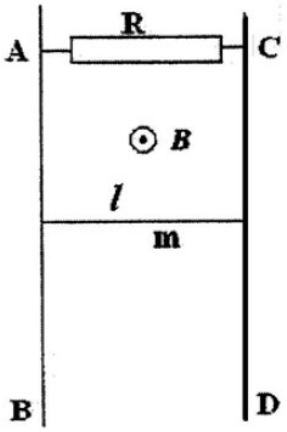
Para calcular el campo utilizamos $\vec{E} = -\nabla V$

Usando polares

$$\vec{E} = \frac{-\partial}{\partial r}\left(\frac{KQ}{r^2} L\cos\theta\right)\vec{u}_r - \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{KQ}{r^2} L\cos\theta\right)\vec{u}_\theta$$

$$\vec{E} = \frac{KQ}{r^3} 2L\cos\theta\,\vec{u}_r + K\frac{Q}{r^3} L\,sen\,\theta\,\vec{u}_\theta$$

6. Entre dos varillas metálicas verticales AB y CD, unidas por una resistencia R, puede deslizar, sin rozamiento, un conductor de longitud l y masa m. El sistema se halla dentro de un campo magnético homogéneo B dirigido perpendicularmente al plano del papel y sentido hacia fuera como indica la figura. Si se desprecia la resistencia eléctrica del propio conductor y de las varillas:
a) Indica razonadamente el sentido de la corriente inducida en el conductor.
b) ¿Cómo se moverá el conductor? Analiza la respuesta.
c) Si el conductor se mueve hacia abajo con velocidad constante de 30 m/s y B = 0,5 T, R = 50 Ω, l = 10 cm y m = 2 g, calcula la aceleración y la intensidad de corriente que circula por el conductor.



Comentado por oposmica en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4125&p=26418#p26418

a) Como las varillas AB y CD están verticales, el conductor con masa m caerá aproximándose a BD (no se indica explícitamente que haya campo gravitatorio, asumimos el terrestre y g=9,8 m/s^2)
El circuito delimitado por la resistencia R, el conductor y los tramos de varillas que los unen aumenta su superficie, por lo que aumenta el flujo magnético que lo atraviesa, y según la ley de Lenz, la corriente inducida será tal que se oponga a ese aumento de flujo, por lo que crea un campo magnético inducido en sentido contrario y así el flujo disminuye. Como el B presente es hacia fuera del papel, el inducido será hacia dentro del papel, y el sentido de la corriente será el de las agujas del reloj en el dibujo.
b) El conductor cae, pero al estar dentro de un campo magnético y circular corriente por él, habrá una fuerza magnética sobre él $\vec{F}=I(\vec{l}\,x\,\vec{B})$. Como la corriente va hacia la izquierda en el conductor en el diagrama, la fuerza será dirigida hacia arriba y lo frenará. Como la corriente depende la variación de flujo, y éste de la velocidad, el movimiento no será uniforme, no es necesariamente un MRUA, no podemos plantear v=v$_0$+at ni x=x$_0$+v$_0$t+ ½at^2
Hacemos un planteamiento dinámico (tomamos eje x vertical con x positivas hacia abajo)

$$mg - IlB = ma$$

Necesitamos I, que está asociado a la fem inducida I =ε/R

$$\varepsilon = \int (\vec{v}\,x\,\vec{B})\,\vec{dl} = vBl$$

Para calcular la fem inducida también podemos plantear

$$\Phi = \int \vec{B}\cdot\vec{ds} = ... = B\cdot S = B\cdot l\cdot x = B\cdot l\cdot(x_0 + v\,t) \qquad |\varepsilon| = \left|\frac{-d\Phi}{dt}\right| = \left|\frac{-d}{dt}(B\cdot l\cdot(x_0+vt))\right| = vBl$$

Sustituyendo y separando para obtener v en función de t

$$mg - \frac{vBl}{R}lB = m\frac{dv}{dt}$$

$$dt = \frac{dv}{g - \frac{B^2l^2}{mR}v} \Rightarrow \int_0^t dt = \int_0^v \frac{dv}{g - \frac{B^2l^2}{mR}v}$$

$$t = \frac{-mR}{B^2l^2}\ln\frac{g - \frac{B^2l^2}{mR}v}{g}$$

$$v = \frac{mRg}{B^2l^2}\left(1 - e^{\frac{-B^2l^2}{mR}t}\right)$$

Validaciones físicas: si g=0, v=0, no varía. Si t=0, v=0.

c) Enunciado indica “velocidad constante” y se pide aceleración: si se mueve con velocidad constante, la aceleración es cero
En apartado b ya se ha visto que la velocidad no es constante, varía alcanzando un valor límite. Si enunciado dice constante lo podemos asociar a la límite, y podemos usar los datos proporcionados para calcular la velocidad límite según expresión de apartado b

$$v=\frac{mRg}{B^2l^2}=\frac{0{,}002\cdot 50\cdot 9{,}8}{0{,}5^2\cdot 0{,}1^2}=392\,m/s$$

vemos que no obtenemos el dato de velocidad proporcionado (30 m/s): en apartado b se ha asumido velocidad inicial de la varilla nula (enunciado no dice nada explícitamente), pero podría ser otro valor que hiciera llegar a otra velocidad límite.

Nos ceñimos a enunciado: sabemos que la velocidad es constante y la aceleración es cero, podemos realizar un planteamiento dinámico acotado a esa situación y resolver directamente.
Reutilizando parte del desarrollo de b) pero ahora con a=0

$mg-\frac{vBl}{R}lB=0\Rightarrow v=\frac{mgR}{B^2l^2}$ llegamos a la misma expresión que no es consistente con los datos.

Numéricamente

$$0{,}002\cdot 9{,}8-\frac{30\cdot 0{,}5^2\cdot 0{,}1^2}{50}=0{,}0196-0{,}0015=0{,}0181\,N$$

Vemos que la fuerza asociada al peso es mayor a la fuerza asociada a la corriente inducida, y hace falta una fuerza adicional. Enunciado nos dice corriente que circula, así que podemos asociar a que hay una corriente adicional a la inducida y esa genera una fuerza suficiente para compensar y que la aceleración sea nula.
Si lo planteamos solamente con la corriente inducida

$$I_{inducida}=\frac{V_{inducido}}{R}=\frac{vBl}{R}=\frac{30\cdot 0{,}5\cdot 0{,}1}{50}=0{,}03\,A$$

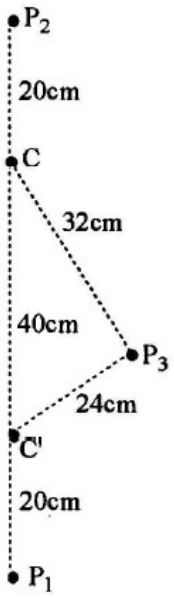
Pero esa corriente no sería suficiente

$$mg-I_{total}lB=0\Rightarrow mg-(I_{inducida}+I_{adicional})lB=0$$
$$0{,}002\cdot 9{,}8-(0{,}03+I_{adicional})\cdot 0{,}1\cdot 0{,}5=0$$
$$I_{adicional}=\frac{0{,}002\cdot 9{,}8}{0{,}1\cdot 0{,}5}-0{,}03=0{,}362\,A$$

La corriente total serían 0,365 A

Se podría plantear como posible ejercicio adicional (“c-bis”) que inicialmente está cayendo a esa velocidad de 30 m/s, v_0=30 m/s, pero con velocidad no constante (ese valor solamente sería para t=0), y luego obtener aceleración en función del tiempo derivando, pero sería algo ajeno a enunciado original.

4. Dos hilos conductores rectilíneos, infinitamente largos y paralelos, C y C', distan entre sí 40 cm. El hilo C está recorrido por una intensidad de corriente de 12 A, dirigida de abajo a arriba.
a.- Determinar el valor y el sentido de la corriente que debe circular por el hilo C' para que el campo magnético en el punto P_1 representado en la figura sea nulo.
b.- Indicar cual es el valor del campo magnético y realizar su representación gráfica en los puntos P_2 y P_3 del esquema.
Dato: $\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}\ N\cdot A^{-2}$



La indicación del enunciado "de abajo hacia arriba" es un poco confusa: lo interpretamos como saliendo del papel.

Similar a problema PAU Madrid 2002 Septiembre B1

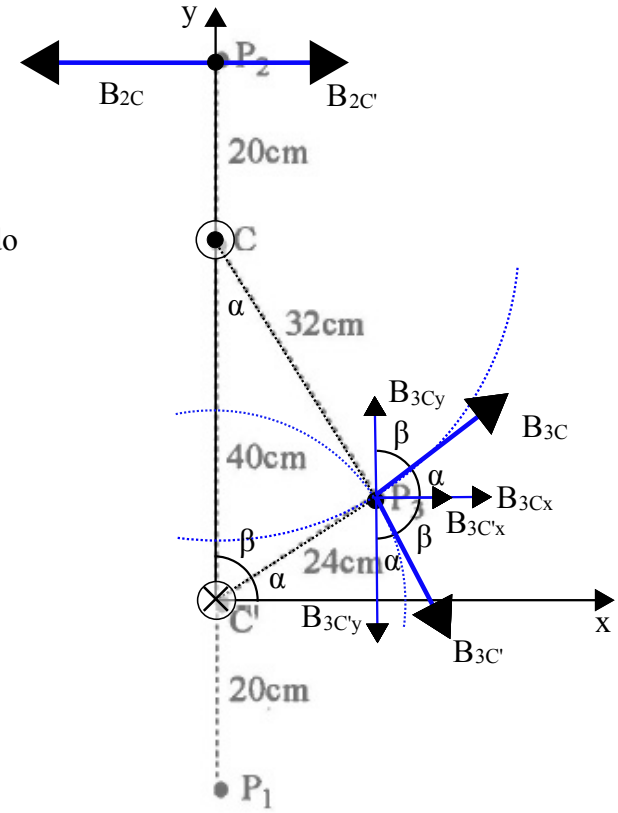
Comentado por leprofe y MGT en http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4018#p18130

a) El campo creado por un conductor rectilíneo indefinido tiene un sentido que viene dado por la regla de la mano derecha, por lo que tomando referencia con eje x e y en sentidos convencionales del diagrama, el campo creado por C estará dirigido hacia x positivas. Para que el campo total sea nulo, aplicando superposición, el campo creado por C' debe ser opuesto, y su sentido de corriente será opuesto (hacia dentro del papel en el diagrama)
Si igualamos módulos, utilizando la expresión de campo creado por un conductor rectilíneo

$$B_C(P_1)=B_{C'}(P_1)$$

$$\frac{\cancel{\mu_0} I_C}{\cancel{2\pi} d_{C-P_1}}=\frac{\cancel{\mu_0} I_{C'}}{\cancel{2\pi} d_{C'-P_1}}$$

$$I_{C'}=I_C\frac{d_{C'-P_1}}{d_{C-P_1}}=12\cdot\frac{0{,}2}{0{,}4+0{,}2}=4\ A$$



b) Punto P_2:
Aplicando superposición el punto P_2, el campo creado por C va dirigido hacia x negativas, y el campo creado por C' hacia x positivas. Calculamos ambos módulos

$$B_C(P_2)\frac{\mu_0 I_C}{2\pi d_{C-P_2}}=\frac{4\pi10^{-7}12}{2\pi0{,}2}=1{,}2\cdot10^{-5}\,T$$

$$B_{C'}(P_2)\frac{\mu_0 I_{C'}}{2\pi d_{C'-P_2}}=\frac{4\pi10^{-7}4}{2\pi(0{,}2+0{,}4)}=1{,}33\cdot10^{-6}\,T$$

Vemos que es mayor el creado por C (la corriente es mayor y la distancia menor), por lo que el campo total estará dirigido hacia x negativas y su módulo será $1{,}2\cdot10^{-5}-1{,}33\cdot10^{-6}=1{,}067\cdot10^{-5}T$

$$\vec{B}(P_2)=-1{,}067\cdot10^{-5}\vec{i}\ T$$

Punto P_3:
Aplicando superposición el punto P_3, y

descomponiendo en eje x e y, el campo creado por C tiene componente x e y positiva, y el campo generado por C' tiene componente x positiva y componente y negativa.
Calculamos las componentes y las sumamos

$$B_x(P_3)=B_{Cx}(P_3)+B_{C'x}(P_3)=\frac{\mu_0 I_C}{2\pi d_{C-P_3}}\cos\alpha+\frac{\mu_0 I_{C'}}{2\pi d_{C'-P_3}}sen\,\alpha$$

$$B_y(P_3)=B_{Cy}(P_3)+B_{C'y}(P_3)=\frac{\mu_0 I_C}{2\pi d_{C-P_3}}sen\,\alpha-\frac{\mu_0 I_{C'}}{2\pi d_{C'-P_3}}\cos\alpha$$

Del diagrama y los datos podemos obtener

$$\cos\alpha=\frac{32}{40}=0{,}8;\ sen\,\alpha=\frac{24}{40}=0{,}6$$

Sustituyendo numéricamente

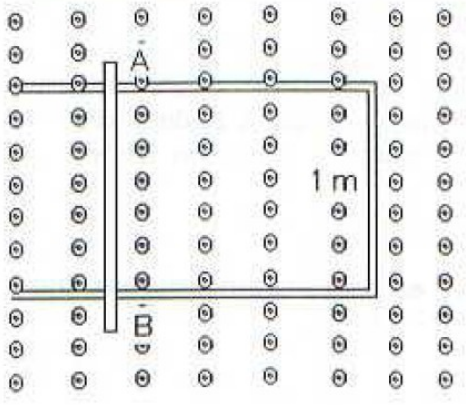
$$B_x(P_3)=\frac{4\pi 10^{-7}12}{2\pi 0{,}32}0{,}8+\frac{4\pi 10^{-7}4}{2\pi 0{,}24}0{,}6=8\cdot 10^{-6}\,T$$

$$B_y(P_3)=\frac{4\pi 10^{-7}12}{2\pi 0{,}32}0{,}6-\frac{4\pi 10^{-7}4}{2\pi 0{,}24}0{,}8=1{,}83\cdot 10^{-6}\,T$$

Vectorialmente $\vec{B}(P_3)=8\cdot 10^{-6}\vec{i}+1{,}83\cdot 10^{-6}\vec{j}\,T$

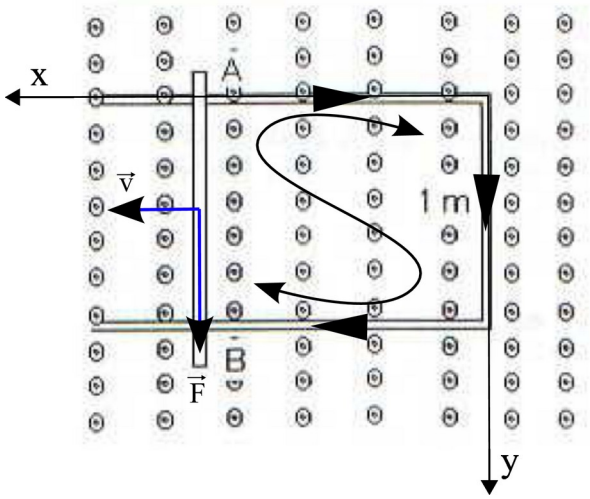
enrique@fiquipedia.es Revisado 9 septiembre 2024
CC BY SA

1.- El conductor AB de la figura se mueve con una velocidad uniforme de 5 m/s hacia la izquierda deslizando sobre otros dos paralelos que están fijos, en el seno de un campo magnético uniforme de 0,2 Teslas cuya dirección y sentido se han indicado en la figura.
La resistencia del circuito formado es de 0,2 ohmios y se supone que no varía mientras se desplaza el conductor AB.



a) Realice un análisis de las interacciones que se producen entre las cargas del conductor y el campo magnético y deduzca, a partir del mismo, las consecuencias que se producirán respecto a la existencia de corriente eléctrica en el conductor. En su caso, calcule las características de esta corriente (sentido de circulación de las cargas, f.e.m. e intensidad).
b) Demuestre en qué condiciones dinámicas sería posible que el conductor se moviese con una velocidad constante como se indica al principio.
c) Realice un balance energético cualitativo de la situación descrita.

a) En el conductor las cargas móviles son los electrones, que son las que interaccionan con el campo, según la fuerza de Lorentz $\vec{F}=q(\vec{v}\,x\,\vec{B})$. Si tomamos eje x hacia la izquierda, en el sentido de movimiento de la barra, y eje y dirigido hacia abajo, el campo estará dirigido hacia z positivas, el producto vectorial de v y B estará dirigido hacia arriba (eje y negativo) y como la carga es negativa, la fuerza estará dirigida hacia abajo (eje y positivo). Habrá un desplazamiento de electrones de arriba hacia abajo que genera una fuerza electromotriz en la barra; los electrones "saldrán" de la barra (que es el generador) por la parte inferior de la barra en el diagrama, recorrerán el circuito en el sentido opuesto a las agujas del reloj, y "entrarán" por la parte superior de la barra en el diagrama. Como el sentido de la corriente se define para cargas positivas, es sentido de la corriente es opuesto al de los electrones, y es en sentido de las agujas del reloj en el diagrama. Se puede razonar que antes un aumento de flujo se crea una corriente tal que se opone a ese aumento de flujo.



Para calcular valores, utilizamos la ley de Faraday. Llamamos s a la longitud de la barra, y x a la distancia de la barra móvil al tramo paralelo que cierra el circuito.

$$\Phi=\int \vec{B}\,\vec{dS}=B\,S=Blx \qquad \varepsilon=\frac{-d\Phi}{dt}=-Blv=0{,}2\cdot 1\cdot 5=-1\,V \qquad I=\frac{V}{R}=\frac{1}{0{,}2}=5\,A$$

b) Para que se mueva a velocidad constante, la aceleración debe ser nula, y según la segunda ley de Newton la fuerza total debe ser nula. En el momento en el que se induce una tensión y una corriente, aparece una fuerza magnética sobre la barra $\vec{F}=I(\vec{l}\,x\,\vec{B})$, que podemos razonar que va dirigida hacia x negativas, oponiéndose al movimiento de la barra. Debe haber una fuerza adicional que mueva la barra hacia delante.
c) Planteamos la conservación de energía: se aporta energía por la fuerza aplicada externamente para mover la barra, y se emplea en el movimiento de las cargas mediante corriente eléctrica, que se disipa como calor en la resistencia.
Cuantitativamente

Potencia disipada $P = R \cdot I^2 = 0,2 \cdot 0,2^2 = 8 \cdot 10^{-3} W$

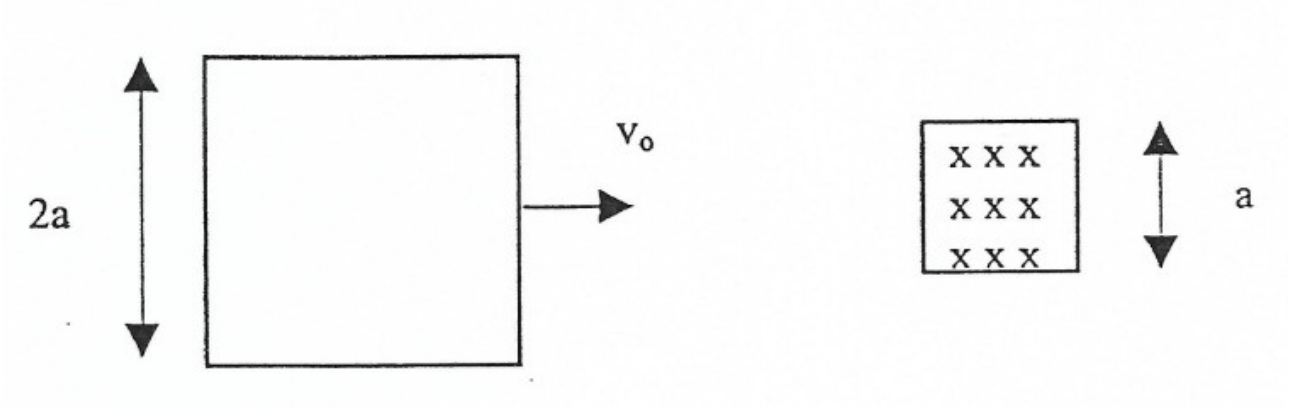
Potencia de la fuerza externa, que compensa la fuerza magnética sobre la barra para que la fuerza total sea nula y la velocidad sea constante

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot \Delta x}{\Delta t} = IlBv = \frac{Blv}{R} lBv = \frac{B^2 l^2 v^2}{R} = \frac{0,2^2 1^2 5^2}{0,2} = 5 W$$

Prueba práctica de Física.

Se valorará tanto el planteamiento y justificación como el desarrollo operativo.

2. Una espira cuadrada de 10 cm de lado, 1,25 Ω de resistencia, 2 gramos de masa, y coeficiente de autoinducción despreciable, se lanza apoyada sobre una superficie horizontal lisa con una velocidad v_0 = 30 cm/s, paralela a uno de sus lados. Durante su recorrido tiene que cruzar un campo magnético uniforme perpendicular al plano de la. espira y de sección cuadrada de 5 cm de lado, siendo los lados de dicha sección paralelos a los de la espira. Calcule la velocidad de la espira después de atravesar el campo si la inducción magnética es de 1 tesla.



El fujo una vez que el borde de la espira grande llega a la posición del borde de la zona pequeña varía mientras entra, y teniendo en cuenta que vector campo y vector superificie son perpendiculares

$$\Phi = \int \vec{B}\, d\vec{S} = B\,S = B\cdot(x - x_0)\cdot a$$

En este caso la espira no describe un MRU, ya que a medida que entra se frena.

Usamos v para la velocidad, que variará con el tiempo y que tiene que ser $v=v_0$ en t=0

v=dx/dt → x=x0+ $\quad x = x_0 + \int v\, dt$

$$\Phi = B\cdot a\cdot \int v\, dt$$

Aplicando la ley de Faraday-Lenz

$$\varepsilon = \frac{-d\,\Phi}{dt} = -B\cdot a\cdot v$$

Aplicando la ley de Ohm con módulos

$$I = \frac{V}{R} = \frac{B\cdot a}{R}\cdot v$$

Aplicando la ley de Laplace, la fueza de frenado es F=I·l·B, y en este caso l=a

$$F = \frac{B^2\cdot a^2}{R}\cdot v$$

Aplicando la 2ª ley de Newton (usamos dv/dt para que no haya confusión con a que es lado de la espira según enunciado), y teniendo en cuenta que es de frenado

$$m\cdot\frac{dv}{dt} = \frac{-B^2\cdot a^2}{R}\cdot v \Rightarrow \frac{dv}{v} = \frac{-B^2\cdot a^2}{R\cdot m}\,dt \Rightarrow \int_{v_0}^{v}\frac{dv}{v} = \frac{-B^2\cdot a^2}{R\cdot m}\int_0^t dt$$

$$\ln\left(\frac{v}{v_0}\right) = \frac{-B^2\cdot a^2}{R\cdot m}\,t \Rightarrow v = v_0\, e^{\frac{-B^2\cdot a^2}{R\cdot m}t}$$

Calculamos cuánto tiempo tarda la espira en entrar la distancia a

$$a=\int_0^{t_{entrada}} v_0 e^{\frac{-B^2\cdot a^2}{R\cdot m}t}\,dt \Rightarrow a=v_0\left[\frac{-R\cdot m}{B^2\cdot a^2}e^{\frac{-B^2\cdot a^2}{R\cdot m}t}\right]_0^{t_{entrada}}$$

$$a=v_0\frac{R\cdot m}{B^2\cdot a^2}\left(1-e^{\frac{-B^2\cdot a^2}{R\cdot m}t_{entrada}}\right)\Rightarrow \ln\left(1-\frac{B^2\cdot a^3}{R\cdot m\cdot v_0}\right)=\frac{-B^2\cdot a^2}{R\cdot m}t_{entrada}$$

$$t_{entrada}=\frac{-R\cdot m}{B^2\cdot a^2}\ln\left(1-\frac{B^2\cdot a^3}{R\cdot m\cdot v_0}\right)$$

Numéricamente $t_{entrada}=\frac{-1,25\cdot 0,002}{1^2\cdot 0,05^2}\ln\left(1-\frac{1^2\cdot 0,05^3}{1,25\cdot 0,002\cdot 0,3}\right)=0,182\,s$

(Si se asume que el tiempo es muy pequeño y la velocidad es aproximadamente constante, se tendría t=0,05/0,3=0,167 s, lo que supone un error del 9% y no sería correcto)

Tras ese tiempo la velocidad es $v=0,3\,e^{\frac{-1^2\cdot 0,05^2}{1,25\cdot 0,002}0,182}=0,25\,m/s=25\,cm/s$

Una vez que ha entrado toda la espira, el flujo es constante hasta que empieza a salir, que vuelve a frenarse. El planteamiento es similar, pero ahora sería tiempo de salida y la velocidad inicial sería la velocidad final tras la entrada.

$$t_{salida}=\frac{-1,25\cdot 0,002}{1^2\cdot 0,05^2}\ln\left(1-\frac{1^2\cdot 0,05^3}{1,25\cdot 0,002\cdot 0,25}\right)=0,223\,s$$

Tras ese tiempo la velocidad es $v=0,25\,e^{\frac{-1^2\cdot 0,05^2}{1,25\cdot 0,002}0,223}=0,20\,m/s=20\,cm/s$

Un planteamiento alternativo sería por energías: la pérdida de energía cinética de la espira está asociada a la energía disipada en la resistencia.

La potencia disipada es $P=RI^2$

Utilizando la expresión de I obtenida en el desarrollo anterior $I=\frac{B\cdot a}{R}\cdot v$, $P=\frac{B^2\cdot a^2}{R}\cdot v^2$

La energía disipada es $dE=P\cdot dt$

$$E=\frac{B^2\cdot a^2}{R}\int_0^{t_{entrada}} v_0^2 e^{-2\frac{B^2\cdot a^2}{R\cdot m}t}\,dt$$

$$E=\frac{B^2\cdot a^2\cdot v_0^2}{R}\left[\frac{-R\cdot m}{2B^2\cdot a^2}e^{-2\frac{B^2\cdot a^2}{R\cdot m}t}\right]_0^{t_{entrada}}$$

$$E=\frac{1}{2}m\,v_0^2\left(1-e^{-2\frac{B^2\cdot a^2}{R\cdot m}t_{entrada}}\right)$$

Numéricamente en la entrada $E=\frac{1}{2}\cdot 0,002\cdot 0,3^2\left(1-e^{-2\frac{1^2\cdot 0,05^2}{1,25\cdot 0,002}0,182}\right)=2,746\cdot 10^{-5}\,J$

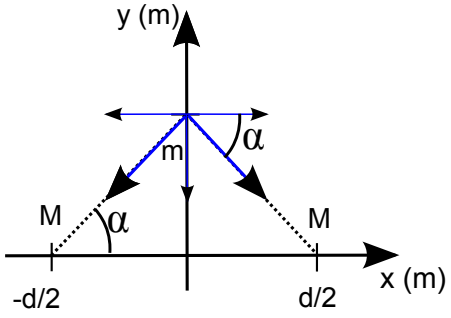
En la salida $E=\frac{1}{2}\cdot 0,002\cdot 0,25^2\left(1-e^{-2\frac{1^2\cdot 0,05^2}{1,25\cdot 0,002}0,223}\right)=2,249\cdot 10^{-5}\,J$

La nueva velocidad es

$$v=\sqrt{\frac{2E_c}{m}}=\sqrt{\frac{2\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot 0,002\cdot 0,3^2-2,746\cdot 10^{-5}-2,249\cdot 10^{-5}\right)}{0,002}}=0,20\,m/s=20\,cm/s$$

Prueba práctica de Física.
Se valorará tanto el planteamiento y justificación como el desarrollo operativo.
3. En el espacio intergaláctico y lejos de cualquier otra masa significativa, se encuentra un sistema binario formado por dos estrellas de la misma masa M separadas una distancia d, que pueden suponerse fijas. Un asteroide de masa m mucho menor que la de las dos estrellas, es atrapado por el campo gravitatorio de éstas en un punto lejano que está situado sobre la mediatriz de la línea que une sus dos centros. Si el movimiento de este asteroide puede suponerse que parte del reposo, calcúlese en qué puntos será máximo y mínimo el módulo de la fuerza sobre el mismo y determínese el trabajo que hará el asteroide al moverse entre dos puntos simétricos sobre la mediatriz. Razónese el tipo de movimiento del asteroide.

Cierta similitud con Madrid 2018 Problema 2-5º y Castilla y León 2006 Física 3 (en ese caso con campo eléctrico)



Para obtener el máximo, obtenemos su expresión en función de esa distancia para derivamos respecto a ella.
Llamamos d a la distancia entre las dos masas M, por lo que distan d/2 al punto medio, que tomamos como origen. Tomamos eje x entre dos masas y eje y como mediatriz. El sentido de la fuerza será atractiva.
Aunque enunciado indica "un punto lejano que está situado sobre la mediatriz" y podría entenderse que está infinitamente alegado, asumimos una distancia sobre la mediatriz y.
Realizamos un diagrama y vemos que las componentes en eje x se cancelan.

$$sen\,\alpha=\frac{y}{r}=\frac{y}{\sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2+y^2}}$$

$$F_{total}=F_y=2\,G\frac{M\,m}{r^2}sen\,\alpha=m\cdot a_y$$

$$F=2\,GMm\frac{y}{r^3}=2\,GMm\frac{y}{\left(\frac{d^2}{4}+y^2\right)^{3/2}}$$

$$\frac{d\,F}{dy}=2\,GMm\frac{\left(\frac{d^2}{4}+y^2\right)^{3/2}-\frac{3}{2}\left(\frac{d^2}{4}+y^2\right)^{1/2}2\,y\cdot y}{\left(\frac{d^2}{4}+y^2\right)^3}$$

El máximo se produce cuando la derivada es cero (podríamos obtener la segunda derivada para garantizar que es máximo y no mínimo, pero es excesivo)

$$\frac{d\,F}{dy}=0\Rightarrow\left(\frac{d^2}{4}+y^2\right)^{1/2}\left(\frac{d^2}{4}+y^2-3\,y^2\right)=0$$

$$2\,y^2=\frac{d^2}{4}\Rightarrow y=\frac{\pm d}{2\sqrt{2}}$$

El valor máximo de la fuerza pedido es

$$F_y = 2GMm\frac{\frac{\pm d}{2\sqrt{2}}}{\left(\frac{d^2}{4}+\frac{d^2}{4\cdot 2}\right)^{3/2}} = 2GMm\frac{\frac{\pm d}{2\sqrt{2}}}{\left(\frac{3d^2}{8}\right)^{3/2}} = 2GMm\frac{\pm d}{2\sqrt{2}}\frac{16}{3\sqrt{\frac{3}{2}}}\frac{1}{d^3} = \frac{16}{3\sqrt{3}}GMm\frac{1}{d^3}$$

El valor mínimo se produce en el punto medio entre las masas, donde la fuerza es cero.
El trabajo que hará el asteroide al moverse entre dos puntos simétricos sobre la mediatriz será cero, ya que aplicando superposición y simetría (mismas masas M, mismas distancias a ambas masas desde los puntos simétricos sobre la mediatriz) la energía potencial es la misma en ambos puntos.
El tipo de movimiento será periódico a lo largo de la mediatriz: en los puntos simétricos de la mediatriz tiene energía cinética cero y máxima energía potencial, y en el punto central entre ambas masas la energía potencial es mínima y la energía cinética máxima.
No es un movimiento armónico simple porque la fuerza no es proporcional al “desplazamiento” respecto a la posición de equilbrio (aunque usamos la idea de que es un punto muy lejano para asumir d << y, la aproximación no nos lleva a qe la fuerza sea proporcional al desplazamiento)

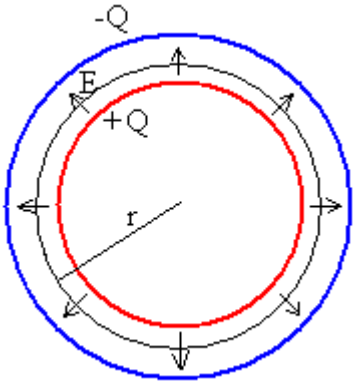
$$Si\ d \ll y \Rightarrow F \approx 2GMm\frac{y}{(y^2)^{3/2}} = 2GMm\frac{y}{y^3} = 2\frac{GMm}{y^2}$$

2001-C2. Dos conductors esfèrics de radis a i b (a < b), separats per una capa esfèrica aillant que, a tots els efects, es pot considerar que té ε=ε₀, estan carregats respectivament amb càrreges elèctriques Q i -Q.
a) Determineu la diferència de potencial entre els dos conductors.
b) Calculeu la capacitat del condensador així format.
c) Determineu l'energia del condensador carregat amb la càrrega Q, i expresseu-la, com a mínim, amb dues unitats d'energia diferents.
Dades específiques: b = 2a = 20 cm; Q = càrrega d'1 mol de protons

2001-C2. Dos conductores esféricos de radios a y b (a <b), separados por una capa esférica aislante que, a todos los efectos, se puede considerar que tiene ε = ε₀, están cargados respectivamente con carga eléctrica Q y -Q.
a) Determinar la diferencia de potencial entre los dos conductores.
b) Calcular la capacidad del condensador así formado.
c) Determinar la energía del condensador cargado con la carga Q, y expresarla, como mínimo, con dos unidades de energía diferentes.
Datos específicos: b = 2a = 20 cm; Q = carga de 1 mol de protones

Referencias:
Ver 1999-Cataluña-Problema2-2
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/elecmagnet/campo_electrico/esfera1/esfera1.htm
http://laplace.us.es/wiki/index.php/Condensador_esf%C3%A9rico
http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/electric/capeng.html#c1

a) Para calcular la diferencia de potencial calculamos el potencial de una esfera cargada respecto a una posición infinitamente alejada, en la que tomamos referencia con potencial 0.
El problema tiene simetría esférica, por lo que entre la esfera interior y la exterior el campo será radial, y el módulo del campo tendrá el mismo valor a una distancia r del centro.
Utilizando el teorema de Gauss, el campo en el exterior de una esfera cargada con carga Q (la esfera interior) es equivalente al campo creado por una carga puntal Q situada en el centro de la esfera. El potencial en un punto externo también tiene la misma expresión que para una carga puntual; la expresión del potencial respecto al infinito como referencia se puede deducir partiendo de la ley de Coulomb y relaciones potencial, energía potencial, trabajo, fuerza y campo



http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/elecmagnet/campo_electrico/esfera1/esfera1.htm

$$\Delta V = V(r) - \cancel{V(\infty)} = \frac{E_p(r) - \cancel{E_p(\infty)}}{q} = \frac{-W_{FC\infty\to r}}{q} = \frac{-\int_{\infty}^{r} \vec{F}\,\vec{dr}}{q} = \int_{r}^{\infty} \vec{E}\,\vec{dr} = \int_{r}^{\infty} E\,dr$$

$$\int_{r}^{\infty} K\frac{Q}{r^2}dr = KQ\left[\frac{-1}{r}\right]_{r}^{\infty} = K\frac{Q}{r}$$

Hay que usar superposición, pero esa expresión solo es para el potencial de un punto exterior a la esfera interior, no para un punto interior a la esfera exterior.
Para calcular la diferencia de potencial entre las placas hay que integrar entre a y b

$$\Delta V = V(b) - V(a) = \frac{E_p(b) - E_p(a)}{q} = \frac{-W_{FC\,a\to b}}{q} = \frac{-\int_{a}^{b} \vec{F}\,\vec{dr}}{q} = -\int_{a}^{b} \vec{E}\,\vec{dr} = -\int_{r=a}^{r=b} E\,dr$$

$$-\int_{a}^{b} K\frac{Q}{r^2}dr = -KQ\left[\frac{-1}{r}\right]_{a}^{b} = -KQ\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$

Sustituyendo numéricamente

$$\Delta V = -KQ\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right) = -9\cdot 10^{9}\cdot\left(1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 6{,}022\cdot 10^{23}\right)\left(\frac{1}{0{,}1}-\frac{1}{0{,}2}\right)$$

$$\Delta V = -4{,}3\cdot 10^{15}\,V$$

b) $$C=\frac{|Q|}{|\Delta V|}=\frac{\cancel{Q}}{K\cancel{Q}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)}=\frac{ab}{K(b-a)}=\frac{0{,}1\cdot 0{,}2}{9\cdot 10^{9}(0{,}2-0{,}1)}=2{,}2\cdot 10^{-11}\,F=22\,pF$$

c) La expresión de la energía almacenada en un condensador es $U=\frac{1}{2}CV^{2}$, expresión que podemos deducir

$$U=QV \Rightarrow dU=V\,dQ=\frac{Q}{C}dQ$$

$$U=\int_0^Q \frac{Q}{C}dQ=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}=\frac{1}{2}V\,Q=\frac{1}{2}C\,V^{2}$$

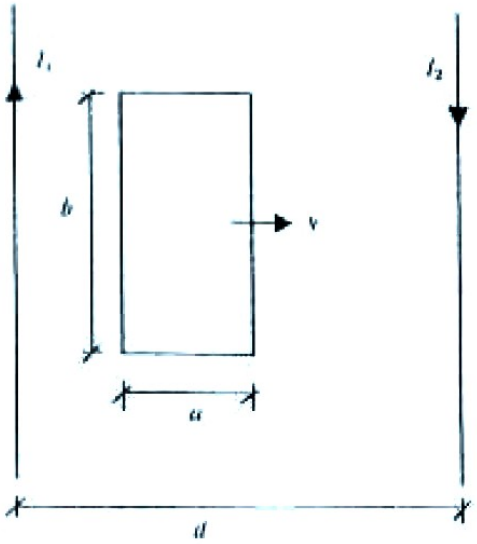
$$U=\frac{1}{2}\cdot 2{,}2\cdot 10^{-11}\cdot\left(4{,}3\cdot 10^{15}\right)^{2}=2{,}0\cdot 10^{20}\,J$$

Otras unidades de energía podrían ser: cal, kWh, eV, atm·L

$$U=2{,}0\cdot 10^{20}\cancel{J}\frac{1\,eV}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cancel{J}}=1{,}3\cdot 10^{39}\,eV \qquad U=2{,}0\cdot 10^{20}\cdot\frac{1\,cal}{4{,}18\cancel{J}}=4{,}8\cdot 10^{19}\,cal$$

OPOSICIONS AL COS DE PROFESSORS D'ENSENYEMENT SECUNDARI
JULIOL 2001
FÍSICA Y QUÍMICA

PROVA PRÁCTICA
FÍSICA
2. Una espira rectangular de costats a=10 cm i b=20 cm es mou amb velocitat constant de valor v=2 $m \cdot s^{-1}$, entre dos corrents rectilinis, paral·leles i indefinides de intensitats I_1=10 A i I_2=20 A, separades entre si una distància d=8 m, tal com es representa en la figura adjunta.
Inicialment, l'espira es troba al costat de la linia de corrent de intensitat I_1, sense fer contacte metàl-lic amb ella. Sabent, amés, que la permeabilitat magnética del buit és $\mu_0=4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$ $N \cdot A^{-2}$, calcule:
a) Expresió del flux magnétic que travessa l'espira en funció del temps, t
b) El valor de la força electromotriu induïda, transcorreguts 3 segons.



2. Una espira rectangular de lados a = 10 cm y b = 20 cm se mueve con velocidad constante de valor v = 2 $m \cdot s^{-1}$, entre dos corrientes rectilíneas, paralelas e indefinidas de intensidades I_1 = 10 A e I_2 = 20 A , separadas entre sí una distancia d = 8 m, tal como se representa en la figura adjunta.
Inicialmente, la espira se encuentra junto a la línea de corriente de intensidad I_1, sin hacer contacto metálico con ella. Sabiendo, además, que la permeabilidad magnética del vacío es $\mu_0= 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$ $N\ A^{-2}$, calcule:
a) Expresión del flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo, t
b) El valor de la fuerza electromotriz inducida, transcurridos 3 segundos.

Comentario: se tiene una "solución oficial original" (quizá la que se pasó a los tribunales) que indica qué puntuación se le da a cada parte de la respuesta.

Soluciones en https://drive.google.com/open?id=0B-t5SY0w2S8iejB3eXRDRUVPVW8
Comentado por sleepylavoisier y jubilado en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4125&p=32350#p32350

a) El flujo que atraviesa la espira será la suma de flujo asociado al campo creado por la corriente I_1, I_2; los calculamos por separado y luego sumamos aplicando el principio de superposición.

Se podría pensar también en el flujo asociado al que genera la corriente inducida en la espira, pero eso implica conocer la corriente inducida, y como obtenemos tensión inducida a partir de flujos, es necesario aplicar la ley de Ohm y conocer la resistencia, dato que no se proporciona, por lo que no se está pidiendo.
Tomamos sistema de referencia: eje x horizontal, con origen en conductor I_1, y el eje y vertical en la dirección y sentido de I_1. El flujo en el sentido del eje z lo tomamos positivo.

El flujo asociado a la corriente I_1 será

$$\Phi_1=\int \vec{B}_1\cdot\vec{ds}=-\int_x^{x+a}\frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}b\,dx=\frac{-\mu_0 b I_1}{2\pi}\ln\left(\frac{x+a}{x}\right)=\frac{-\mu_0 b I_1}{2\pi}\ln\left(1+\frac{a}{x}\right)$$

Tenemos x=v·t (inicialmente t=0, x=0 y el campo y el flujo serían infinitos)

$$\Phi_1=\frac{-\mu_0 b I_1}{2\pi}\ln\left(1+\frac{a}{vt}\right)=\frac{-4\pi 10^{-7}\cdot 0{,}2\cdot 10}{2\pi}\ln\left(1+\frac{0{,}1}{2t}\right)=-4\cdot 10^{-7}\ln\left(1+\frac{0{,}05}{t}\right)$$

El flujo asociado a la corriente I_2 depende de si la espira se está acercando, cruzando, o alejando del conductor: asumimos como en el primer caso que no hay contacto metálico, y como enunciado indica “entre dos corrientes”, nos limitamos al caso en el que se está acercando, lo que supone hasta que llegue el extremo derecho de la espira al conductor I_2
t=e/v=(8-0,1)/2=3,95 s
Es consistente con que en apartado b nos pidan el valor para un instante de tiempo entre 0 y 3,95 s.
La expresión para el flujo es “la misma”, el flujo el conductor tiene mismo signo ya que el campo entra en la espira por la misma cara, ahora I=20 A y además ahora x=-d+vt
Pero hay que tener en cuenta que en la expresión $B=\frac{\mu_0 I}{2\pi x}$ el valor de x es el módulo de la distancia del conductor rectilíneo al punto donde la expresión obtiene el valor, luego no es posible que -d+vt sea negativa, por lo que hay que usar la expresión positiva **x=d-vt** (es positiva entre los dos conductores).

$$\Phi_2=\frac{\mu_0 b I_2}{2\pi}\ln\left(\frac{d-(vt+a)}{d-vt}\right)=\frac{4\pi 10^{-7}\cdot 0{,}2\cdot 20}{2\pi}\ln\left(1-\frac{0{,}1}{8-2t}\right)=8\cdot 10^{-7}\ln\left(1-\frac{0{,}1}{8-2t}\right)$$

Se puede ver que para t=3,95 s se tiene ln(1-1) y surge también un flujo infinito.

El flujo suma de ambos conductores es

$$\Phi_{total}=\Phi_1+\Phi_2=-4\cdot 10^{-7}\left(\ln\left(1+\frac{0{,}05}{t}\right)-2\ln\left(1-\frac{0{,}1}{8-2t}\right)\right)=-4\cdot 10^{-7}\ln\left(\frac{t+0{,}05}{t}\cdot\frac{(8-2t)^2}{(7{,}9-2t)^2}\right)$$

$$\Phi_{total}=-4\cdot 10^{-7}\ln\left(\frac{(t+0{,}05)\cdot(4t^2-32t+64)}{t(4t^2-31{,}6t+62{,}41)}\right)$$

$$\Phi_{total}=-4\cdot 10^{-7}\ln\left(\frac{4t^3-31{,}8t^2+62{,}4t+3{,}2}{4t^3-31{,}6t^2+62{,}41t}\right)[Wb,tens]$$

En esta expresión sigue habiendo indeterminación para t=0 s y para t=3,95 s.
b) Utilizando la ley de Faraday/Lenz
Para la derivación utilizamos la expresión inicial como suma de logaritmos

$$\varepsilon=\frac{-d\Phi}{dt}=-4\cdot 10^{-7}\left(\frac{t}{t+0{,}05}\left(\frac{-0{,}05}{t^2}\right)-2\cdot\frac{8-2t}{7{,}9-2t}\left(\frac{0{,}1}{(8-2t)^2}\cdot(-2)\right)\right)$$

Sustituyendo para t=3 s,

$$\varepsilon=\frac{-d\Phi}{dt}=-4\cdot 10^{-7}\left(\frac{3}{3+0{,}05}\left(\frac{-0{,}05}{3^2}\right)+2\cdot\frac{8-2\cdot 3}{7{,}9-2\cdot 3}\left(\frac{0{,}1}{(8-2\cdot 3)^2}\cdot(-2)\right)\right)=-3{,}99\cdot 10^{-8}\,V$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 28 enero 2016
CC BY

A3. Contesteu de manera breu, però raonadament, les cinc qüestions següents:
a) El model de Thomson de l'àtom, és compatible amb òrbites circulars dels electrons per dins de la distribució esfèrica de càrrega positiva, o bé exigeix que els electrons oscil·lin amb moviments harmònics simples?

A3. Conteste de manera breve, pero razonadamente, las cinco cuestiones siguientes:
a) El modelo de Thomson del átomo, ¿es compatible con órbitas circulares de los electrones por dentro de la distribución esférica de carga positiva, o bien exige que los electrones oscilen con movimientos armónicos simples?

Relacionado con Cataluña 2000 C1

En el interior de una distribución de carga esférica positiva el campo eléctrico es radial y creciente, siendo nulo en el centro y máximo en la superficie de la esfera.
Eso sí es compatible con un MAS del electrón (desarrollado en Cataluña 2000-C1)
Para que el electrón describa una órbita circular por el interior de la distribución la fuerza eléctrica de atracción sobre el elecrón debe ser suficiente para la curvatura de esa trayectoria según la velocidad que lleve.
Si tomamos un átomo de hidrógeno, la carga total positiva es +e en un radio R_0, el campo en el interior será $E=E_0 r/R_0$, siendo $E_0=Ke/R_0^2$, de modo que el campo en la superficie, cuando $r=R_0$, equivale a una carga puntua de carga +e.
Si igualamos fuerza centrípeta y eléctrica en un punto interior, $r < R_0$:

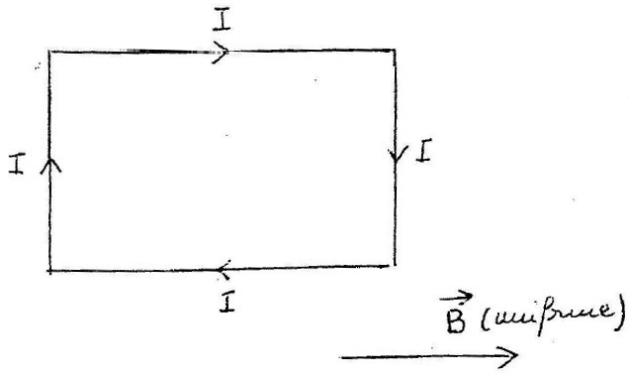
$$m_e \frac{v^2}{r} = E\,q = \frac{Ke}{R_0^3} r\,e \Rightarrow v = r\,e\sqrt{\frac{K}{m_e R_0^3}}$$

Si tomamos radio del átomo 10^{-10} m

$$v = r \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\sqrt{\frac{9 \cdot 10^9}{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot (10^{-10})^3}} = r \cdot 1{,}6 \cdot 10^{16}$$

Si el electrón describe las trayectorias justamente en la superficie de la esfera cargada, $r=10^{-10}$ m y $v=1{,}6 \cdot 10^6$ m/s, velocidad inferior a c. Para cualquier radio de órbita interior a la esfera cargada el valor de r y el de v serían menores. Teóricamente sería posible.
Se puede citar que una carga acelerada debe radiar energía (y en un MAS la partícula también radiaría energía, https://en.wikipedia.org/wiki/Larmor_formula), por lo que ninguna de las dos opciones es compatible con un átomo estable hasta que no se introduce la mecánica cuántica, inicialmente con el modelo de Bohr.

B2. Un camp magnètic de 0,08 T actua sobre una espira rectangular de 12 cm x 10 cm el pla de la qual conté la direcció del camp (vegeu la figura). Pel conductor de l'espira s'hi fa circular un corrent de 10 A en el sentit de les agulles del rellotge.
a) Determineu el vector moment magnètic de l'espira.
b) Calculeu la força que el camp magnètic fa sobre cada costat de l'espira, i la força resultant sobre tota ella, i descriviu qualitativament quin és l'efecte dinàmic total del camp sobre l'espira.
c) Indiqueu raonadament quina hauria de ser la posició de l'espira en el si d'aquest camp magnètic per romandre en equilibri estable.

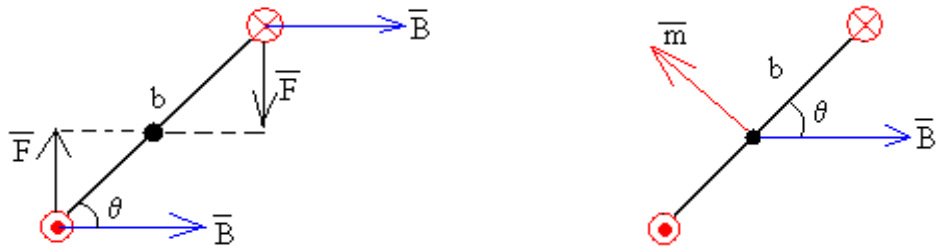


Un campo magnético de 0,08 T actúa sobre una espira rectangular de 12 cm x 10 cm el plano de la cual contiene la dirección del campo (ver figura). Por el conductor de la espira se hace circular una corriente de 10 A en el sentido de las agujas del reloj.
a) Determinar el vector momento magnético de la espira.
b) Calcular la fuerza que el campo magnético hace sobre cada lado de la espira, y la fuerza resultante sobre toda ella, y describa cualitativamente cuál es el efecto dinámico total del campo sobre la espira.
c) Indicar razonadamente cuál debería ser la posición de la espira en el seno de este campo magnético para permanecer en equilibrio estable.

Referencias:
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/elecmagnet/campo_magnetico/momento/momento.htm
http://acer.forestales.upm.es/basicas/udfisica/asignaturas/fisica/magnet/espira.html

a) El momento magnético de la espira plana es un vector cuyo módulo es igual al producto de la corriente por la superficie, dirección perpendicular al plano de la espira, y sentido asociado al giro de la corriente y la regla del sacacorchos. Por lo tanto será un vector que entre en el plano del dibujo ⊗, de módulo $|\vec{m}| = I \cdot S = 10 \cdot (0{,}12 \cdot 0{,}10) = 0{,}12\ A \cdot m^2$
b) La fuerza sobre un conductor rectilíneo viene determinada por la ley de Laplace $\vec{F} = I(\vec{l} \times \vec{B})$
En los extremos superior e inferior de la espira la corriente es paralela al campo magnético, por lo que la fuerza es nula.
En el extremo derecho del dibujo, el producto va dirigido hacia fuera del papel ⊙, y su módulo es F=IlB=10·0,10·0,08=0,08 N
En el extremo izquierdo del dibujo, el producto va dirigido hacia dentro del papel ⊗, y su módulo es el mismo que en el extremo derecho.
La fuerza resultante sobre la espira es nula, ya que los vectores son iguales en módulo pero tienen sentidos opuestos. Sin embaro el efecto dinámico es hacer girar la espira, ya que ambas fuerzas están actuando sobre distintos puntos de una espira que asumimos rígida.
El momento magnético respecto a un punto situado en el centro de la espira $\vec{M}_0 = \Sigma \vec{r} \times \vec{F}$ es la suma de los momentos asociados a las fuerzas sobre extremos derecho e izquierdo. Ambos vectores

momento tienen misma dirección, que es vertical en la figura, y mismo sentido, que es dirigido hacia abajo en la figura.
El módulo es M=2rF=2·(0,12/2)·0,08=0,0096 N·m
c) Se puede comprobar que el vector momento de las fuerzas es igual al producto vectorial del vector momento de la espira por el vector campo magnético: en la situación inicial de la figura son perpendiculares y hay un momento que la hace girar.
Para que haya un equilibrio, el momento de las fuerzas debe de ser cero, lo que implica que el vector momento de la espira debe ser paralelo al campo magnético, y eso implica que la espira es perpendicular al campo magnético (Cuando la espira es perpendicular al campo magnético, en los lados superior e inferior sí hay una fuerza no nula, que intentan deformar la espira, pero no hacerla girar)
El equilibrio ocurre en dos situaciones:
A. Cuando la espira esté girada 90º sobre un eje vertical respecto plano vertical inicial (el par de fuerzas hace que el giro respecto posición inicial sea en el sentido de las agujas del reloj visto desde arriba, quedaría formando 90º en el sentido de las agujas del reloj visto desde arriba, inicialmente en esta vista la espira estaría en la línea de los 0º, con la corriente entrante en el plano en el lado derecho, y tras girar 90º quedaría en la parte inferior); en ese momento vector momento de las fuerzas y vector momento de la espira tienen el mismo sentido.
B. Cuando la espira esté girada 270º respecto a su eje vertical; en ese momento vector momento de las fuerzas y vector momento de la espira tienen sentidos opuestos.
Como se pide permanecer en un equilibrio estable, implica que ante una mínima alteración de la situación de equilibrio, las fuerzas deben volver a llevar a la espira a su posición de equilibrio.
En la situación B, si la espira se desplaza y está a un poco más de los 270º, el producto vectorial del vector momento de la espira por el vector campo magnético ya no será nulo, y en este caso hará girar la espira para sacarla del equilibrio, por lo que no es un equilibrio estable.
Salir de la situación B sería esta situación, vista superior



http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/elecmagnet/campo_magnetico/momento/momento.htm
En la situación A, si la espira se desplaza y está a un poco más de los 90º, el producto vectorial del vector momento de la espira por el vector campo magnético ya no será nulo, y en este caso hará girar la espira para devolverla al equilibrio, por lo que es un equilibrio estable.
(se puede hacer el mismo razonamiento para desplazarla la espira un poco menos de 90º y de 270º, y se llega a la misma conclusión)

C1. En el model de Thomson de l'àtom d'hidrogen, l'electró es considerava situat dins d'una esfera de càrrega positiva de radi igual al radi de tot l'átom, a través de la qual podia vibrar sense sortir-se'n, en principi.
a) Determineu l'expressió de la força a què estaria sotmés l'electró en qualsevol punt de l'esfera, en la hipòtesi d'una distribució homogènia de la càrrega positiva. (Adoneu-vos que, per raó de simetria, en càlculs clàssics aquesta força serà la mateixa en totes les direccions radials considerades des del centre de l'esfera). Mireu d'arribar al resultat final expressant-lo estrictament a partir de la posició de l'electró i de constants numèriques.
b) Amb el resultat anterior, mostreu que el moviment possible de l'electró, hipotèticament deixat en repòs en un punt qualsevol de l'esfera diferent del centre, és un moviment harmónic simple, i determineu-ne la freqüència.
c) Comenteu el resultat de b) en relació amb les freqüencies experimentals de l'espectre de l'hidrogen.
Per fer aqueste exercici podeu suposar que la dimensió radial de l'àtom d'hidrogen és d'uns 10^{-10} m

En el modelo de Thomson del átomo de hidrógeno, el electrón se consideraba situado dentro de una esfera de carga positiva de radio igual al radio de todo el átomo, a través de la cual podía vibrar sin salirse, en principio.
a) Determinar la expresión de la fuerza a la que estaría sometido el electrón en cualquier punto de la esfera, en la hipótesis de una distribución homogénea de la carga positiva. (Tenga en cuenta que, en razón de simetría, en cálculos clásicos esta fuerza será la misma en todas las direcciones radiales consideradas desde el centro de la esfera). Debe llegar al resultado final expresándolo estrictamente a partir de la posición del electrón y de constantes numéricas.
b) Con el resultado anterior, muestre que el movimiento posible del electrón, hipotéticamente dejado en reposo en un punto cualquiera de la esfera diferente del centro, es un movimiento armónico simple, y determine su frecuencia.
c) Comente el resultado de b) en relación con las frecuencias experimentales del espectro del hidrógeno.
Para hacer este ejercicio puede suponer que la dimensión radial del átomo de hidrógeno es de unos 10^{-10} m

Referencias:
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/elecmagnet/campo_electrico/atomo/atomo.htm#Movimiento%20del%20electr%C3%B3n%20en%20el%20%C3%A1tomo%20de%20Kelvin-Thomson

a) Con las indicaciones de simetría que indica el enunciado y asumiendo que la esfera tiene una densidad de carga uniforme, podemos utilizar el teorema de Gauss para calcular el valor del campo. Tomamos como superficie una esfera de radio r<R; el vector campo eléctrico será radial y siempre paralelo al vector superficie. Al ser la esfera de carga positiva, el vector campo tendrá sentido hacia fuera.
En el modelo de Thomson no se conocía la existencia de protón, pero usamos como constante e igual a la carga del electrón y protón, el radio del átomo de hidrógeno $R_H=10^{-10}$ m

$$\rho=\frac{e}{\frac{4}{3}\pi R_H^3}\Rightarrow Q_{interna}=\rho\cdot V$$

$$\Phi_c=\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{Q_{interna}}{\varepsilon_0}\Rightarrow E\,4\pi r^2=\frac{\frac{4}{3}\pi r^3\frac{e}{\frac{4}{3}\pi R_H^3}}{\varepsilon_0}\Rightarrow E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e}{R_H^3}r$$

El campo en el interior es 0 en el centro y crece linealmente con el radio hasta un valor máximo para r=R_H en el que su valor coincide con el campo genrado por una carga +e puntual a una distancia R_H.
Como se pide la fuerza realizada sobre un electrón, la fuerza sería atractiva, y sería

$$\vec{F}=q\vec{E}=\frac{-1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{R_H^3}r\,\vec{u}_r$$

b) Un movimiento es armónico simple si la fuerza es 0 en una posición de equilibrio y existe una fuerza recuperadora que lleva a la partícula a la posición de equilibrio, cumpliéndose F=-kx, lo que equivale a $a=-\omega^2x$ con $k=m\omega^2$
Viendo la expresión de la fuerza del apartado anterior, la fuerza es 0 en el centro (posición de equilibrio) y el valor de fuerza a una distancia r de la posición del equilibrio es proporcional a la distancia, por lo que la constante recuperadora es $k=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{R_H^3}=K\cdot\frac{e^2}{R_H^3}$

La frecuencia será $f=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K\frac{e^2}{R_H^3}}{m}}=\frac{e}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{mR_H^3}}$

La frecuencia no depende del punto de la esfera en la que se deje, solamente de la constante recuperadora, y en ella está la carga y la dimensión de la esfera.
c) Experimentalmente el espectro de hidrógeno tiene un conjunto de frecuencias discretas (series de Lyman, Balmer, Paschen, Brackett y Pfund), no una única frecuencia.
Además sustituyendo los valores numéricos en la expresión del apartado b

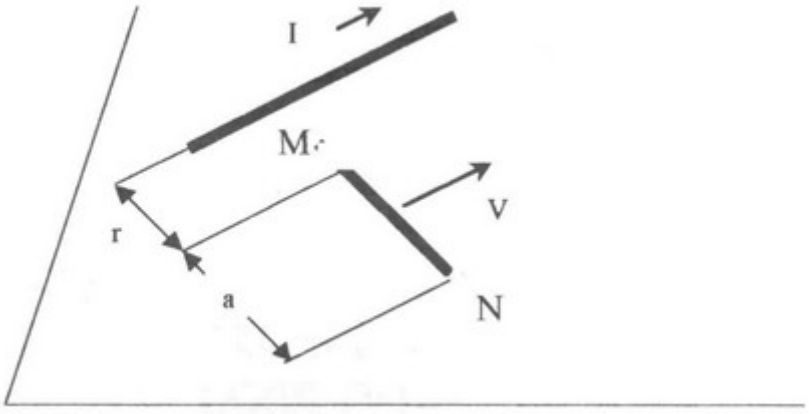
$$f=\frac{1{,}6\cdot10^{-19}}{2\pi}\sqrt{\frac{9\cdot10^9}{9{,}1\cdot10^{-31}\left(10^{-10}\right)^3}}=2{,}53\cdot10^{15}\,Hz$$

$$\lambda=\frac{c}{f}=\frac{3\cdot10^8}{2{,}53\cdot10^{15}}=1{,}19\cdot10^{-7}\,m=119\,nm$$

La frecuencia es alta porque se trata de unas oscilaciones en unas dimensiones muy pequeñas.
El valor de la longitud de onda está fuera del espectro visible (entre unos 400 y 700 nm), una longitud de onda más pequeña implica una frecuencia alta, y está asociada a espectro ultravioleta, dentro de las frecuencias de la serie de Lyman.

FÍSICA

2.- Una varilla conductora MN se mueve paralelamente a un alambre recto, indefinido, por el que circula una corriente I. La varilla es perpendicular al alambre y ambos están en el mismo plano. Calcule la fuerza electromotriz inducida en la varilla.



Este problema tiene cierta analogía con Madrid 2014-4 y Madrid 1994-2

El hilo conductor rectilíneo genera un campo magnético de módulo $B=\frac{\mu_0 I}{2\pi d}$ y su dirección y sentido viene dado por la regla de la mano derecha, que hace que sea perpendicular a la varilla MN, sentido hacia dentro del plano dibujado en el diagrama.

Utilizamos la expresión general asociada la diferencia de potencial en los extremos de un conductor que se mueve en un campo magnético $\varepsilon=\int_L (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$

El producto vectorial del interior de la integral siempre tiene dirección de N hacia M en el diagrama, por lo que si integramos desde N hacia M, tomando un dl de modo que en él el módulo del campo magnético es constante, aunque no lo es en todo el segmento NM.

Al ser la integral de r+a hacia a y ser valores decrecientes, la variación de l es negativa, y el módulo del vector $d\vec{l}$ es -dl, para que sea positivo.

$$\varepsilon=\int_{r+a}^{r} |\vec{v}\times\vec{B}|\cdot|d|\vec{l}\cdot\cos\alpha=\int_{r+a}^{r} v\cdot\frac{\mu_0 I}{2\pi l}\cdot(-dl)\cdot\cos 0^o=\frac{-\mu_0 I v}{2\pi}[\ln(l)]_{r+a}^{r}=\frac{-\mu_0 I v}{2\pi}\ln\left(\frac{r}{r+a}\right)$$

Validaciones físicas:

-Si v=0, la fuerza electromotriz inducida es 0

-Si I=0, la fuerza electromotriz inducida es 0

-Si a=0, la fuerza electromotriz inducida es 0

- Como r+a> r, ln(r/r+a) es negativo, y el signo de la fuerza electromotriz es positivo, ya que se está integrando en el mismo sentido del vector $\vec{v}\times\vec{B}$

Model 2
2. Una esfera conductora de radi R_1 = 1 cm té una càrrega elèctrica de $1 \cdot 10^{-8}$ C i està envoltada d'una capa esfèrica conductora de radi interior R_2 = 2 cm i de radi exterior R_3 = 3 cm, concèntrica amb l'esfera. La capa conductora té una càrrega elèctrica de $2 \cdot 10^{-8}$ C. Calculeu:
a) La càrrega elèctrica en la superficie interior i en la superficie exterior de la capa esfèrica conductora.
b) El camp elèctric a l'exterior dels conductors.
c) El potencial elèctric a l'interior de la capa esfèrica conductora, és a dir, en la regió on $R_2<r<R_3$, essent r la distància d'un punt interior de la capa al centre comú de les esferes.
d) La diferència de potencial entre la superficie interior de la capa esfèrica conductora de radi R_2 = 2 cm i la superficie de l'esfera conductora de radi R_1 = 1 cm.
($k = 9 \cdot 10^9$ N m^2 C^{-2})

Modelo 2
2. Una esfera conductora de radio R_1 = 1 cm tiene una carga eléctrica de $1 \cdot 10^{-8}$ C y está rodeada de una capa esférica conductora de radio interior R_2 = 2 cm y de radio exterior R_3 = 3 cm, concéntrica con el esfera. La capa conductora tiene una carga eléctrica de $2 \cdot 10^{-8}$ C. Calcular:
a) La carga eléctrica en la superficie interior y en la superficie exterior de la capa esférica conductora.
b) El campo eléctrico en el exterior de los conductores.
c) El potencial eléctrico en el interior de la capa esférica conductora, es decir, en la región donde $R_2 <r < R_3$, siendo r la distancia de un punto interior de la capa en el centro común de las esferas.
d) La diferencia de potencial entre la superficie interior de la capa esférica conductora de radio R_2 = 2 cm y la superficie de la esfera conductora de radio R_1 = 1 cm.
($k = 9 \cdot 10^9$ N m^2 C^{-2})

Referencias:
Ver 2001-Cataluña-ProblemaC2
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/elecmagnet/campo_electrico/esfera1/esfera1.htm
http://laplace.us.es/wiki/index.php/Conductores_esf%C3%A9ricos_conc%C3%A9ntricos
http://laplace.us.es/wiki/index.php/Campo_de_distribuciones_con_simetr%C3%ADa_esf%C3%A9rica#Dos_superficies_conc.C3.A9ntricas_con_densidades_opuestas
http://web.ing.puc.cl/~sgurruti/wp-content/uploads/2015/03/Compilado.pdf#page=38

a) La carga eléctrica en un conductor en equilibrio está en su superficie, ya que si utilizamos la ley de Gauss y tomamos una superficie interior al conductor, el campo interior debe ser nulo o las cargas se moverían y no sería una situación de equilibrio.
-En el conductor interior de radio R_1 está en la parte exterior.
-En la capa esférica conductora de radios R_2 y R_3 está en parte interior y exterior. Pero eso no quiere decir automáticamente que la carga total $2 \cdot 10^{-8}$ C se distribuya en toda su superficie interior y exterior; si eso fuera así, se puede comprobar que aplicando la ley de Gauss el campo con una superficie esférica con radio $R_2 <r < R_3$, la carga interna no será cero y el campo no podría ser cero. Para que el campo en una superficie con simetría esférica sea cero la carga total interna tiene que ser cero, y eso implica que en la superficie interior de la capa esférica conductora debe haber carga negativa que compense la carga positiva del conductor interior. Esa carga negativa está asociada al fenómeno de inducción; la carga positiva del conductor interior repele las cargas positivas / atrae las cargas negativas de la capa conductora.

Por lo tanto para que la carga interior en una esfera $R_2 < r < R_3$ sea 0 la carga en la superficie interior de la capa esférica conductora es -10^{-8} C, lo que quiere decir que, como en la capa externa la carga total es de $2 \cdot 10^{-8}$ C, en la superficie exterior de la capa la carga es $+3 \cdot 10^{-8}$ C.

b) Por la simetría radial sabemos que el campo eléctrico es un vector radial, y al ser las cargas positivas, su sentido es hacia fuera. Si aplicamos la ley de Gauss utilizando superficies esféricas, para el exterior de los conductores (en el interior del primero el campo es nulo)

$R_1 \leq r < R_2$: $E = K \frac{Q_{interior}}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-8}}{r^2} = \frac{90}{r^2} N/C \text{ ó } V/m$

$R_2 \leq r < R_3$: $E = K \frac{Q_{interior}}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-8} - 10^{-8}}{r^2} = 0 \, N/C \text{ ó } V/m$ Es el interior conductor en equilibrio.

$R_3 \leq r$: $E = K \frac{Q_{interior}}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-8} + 2 \cdot 10^{-8}}{r^2} = \frac{270}{r^2} N/C \text{ ó } V/m$

c) Que el campo eléctrico sea 0 no implica que el potencial sea 0. Que el campo eléctrico en el interior de un conductor sea cero sí implica que su interior está al mismo potencial que la superficie, ya que $\Delta V = -\int_1^2 \vec{E} \, \vec{dl}$ y en este caso al ser el campo 0 la diferencia de potencial sí es cero.

Tomando como referencia de potencial 0 en una posición infinitamente alejada, la expresión del potencial en el exterior de una esfera cargada y en su superficie es la misma que la de una carga puntual cuyo valor de carga sea la carga que tiene la esfera. En este caso la carga en la superficie exterior es igual a la suma de todas las cargas; se puede ver cualitativamente como que la capa conductora exterior hace de jaula de Faraday y permite ignorar lo que hay dentro.

Calculamos el potencial en el radio R_3 (podemos usar el principio de superposición o solamente la carga en R_3)

$$V_{total}(R_3) = V_{carga\,interior} = K \frac{Q_{interior}}{R_3} = K \frac{Q_{R_1} + Q_{R_2} + Q_{R_1}}{R_3} = K \frac{Q_{R_3}}{R_3} = 9 \cdot 10^9 \frac{3 \cdot 10^{-8}}{0{,}03} = 9000 \, V$$

d) Para calcular la diferencia de potencial entre dos capas conductoras esféricas con la misma carga usamos superposición; la expresión para cada esfera es solo para el potencial de un punto exterior a la esfera interior, no para un punto interior a la esfera exterior.

Para calcular la diferencia de potencial entre las placas hay que integrar entre R_1 y R_2

$$\Delta V = V(R_2) - V(R_1) = \frac{E_p(R_2) - E_p(R_1)}{q} = \frac{-W_{FC\,R_1 \to R_2}}{q} = \frac{-\int_{R_1}^{R_2} \vec{F} \, \vec{dr}}{q} = -\int_{R_1}^{R_2} \vec{E} \, \vec{dr} = -\int_{r=R_1}^{r=R_2} E \, dr$$

$$-\int_{R_1}^{R_2} K \frac{Q}{r^2} dr = -KQ \left[\frac{-1}{r} \right]_{R_1}^{R_2} = KQ \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right)$$

Sustituyendo numéricamente

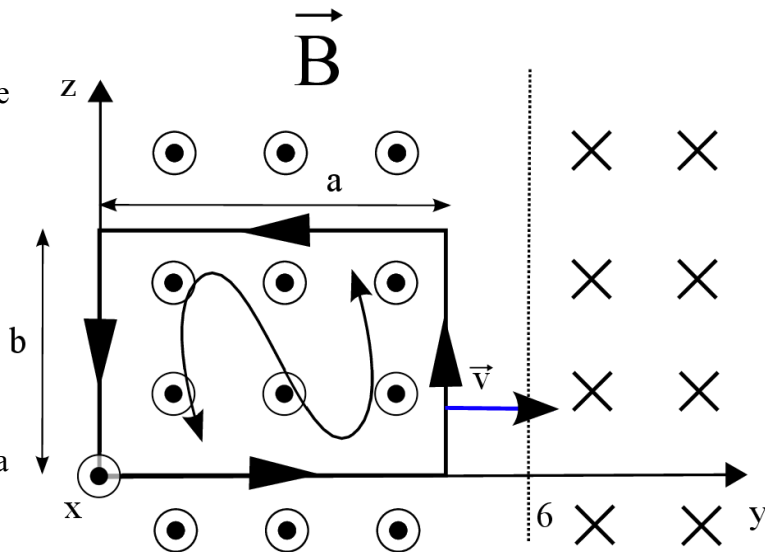
$$\Delta V = KQ \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) = 9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-8} \left(\frac{1}{0{,}02} - \frac{1}{0{,}01} \right)$$

$$\Delta V = -4{,}5 \cdot 10^3 \, V$$

Model 3
2. Un conductor rectangular, de resistència 2 Ω, es desplaça amb velocitat paral·lela a l'eix OY. El camp magnètic és: B_x = (6-y) Wb m^{-2}, B_y = 0, B_z = 0. Calculeu la intensitat que circula por el circuit:
a) quan es desplaça a velocitat uniforme de 2 m s^{-1}
b) després de 100 s, si l'acceleració és de 2 m s^{-2}, partint del repòs.
Nota: inicialment, el conductor rectangular està contingut en el pla ZY i el costat esquerra coincideix amb l'eix OZ.

Modelo 3
2. Un conductor rectangular, de resistencia 2 Ω, se desplaza con velocidad paralela al eje OY. El campo magnético es: B_x = (6-y) Wb m^{-2}, B_y = 0, B_z = 0. Calcula la intensidad que circula por el circuito:
a) cuando se desplaza a velocidad uniforme de 2 m s^{-1}
b) después de 100 s, si la aceleración es de 2 m s^{-2}, partiendo del reposo.
Nota: inicialmente, el conductor rectangular está contenido en el plano ZY y el lado izquierdo coincide con el eje OZ.

Hacemos primero el planteamiento general, y luego concretamos a los datos de apartados a y b.
Utilizando la ley de Ohm, la intensidad está asociada a la tensión, I=V/R, siendo la tensión la inducida que debemos calcular con la ley de Faraday $\varepsilon = \frac{-d\Phi}{dt}$ siendo el flujo $\Phi = \int \vec{B}\cdot\vec{dS}$ y en este caso el campo magnético es perpendicular en todo momento a la superficie, pero no es constante en toda ella, por lo que $\Phi = \int B\cdot dS$, siendo constante B para un valor de y.
No nos dan las dimensiones de las espira, solamente se indica que es rectangular, y la posición inicial de su lado izquierdo. Decir "izquierdo" sin aportar un diagrama es algo poco claro; se puede asumir que se habla de representar la espira en el plano del papel ZY, con Z vertical hacia arriba e Y horizontal hacia la derecha. Tomamos unas dimensiones genéricas a (en eje y) y b (en eje z), y llamamos y a la posición del lado izquierdo de la espira, que será y=v·t.
Realizamos un diagrama, indicando el punto y=6 m, ya que en ese punto B_x=0, para valores de y<6, B_x>0, y para valores de y>6, B_x<0.



Cuando la espira está en una posición y, el flujo es constante para un valor de y en un dS=b·dy

$$\Phi = \int_y^{y+a} B\cdot dS = \int_y^{y+a} (6-y)\,b\,dy = b\left[6y - \frac{y^2}{2}\right]_y^{y+a} = b\left(6(y+a) - \frac{(y+a)^2}{2} - \left(6y - \frac{y^2}{2}\right)\right)$$

$$\Phi = b\,\frac{\left(\cancel{12y} + 12a - \cancel{y^2} - a^2 - 2ay - \cancel{12y} + \cancel{y^2}\right)}{2} = \frac{ab}{2}(12 - 2y - a)$$

$$\varepsilon = \frac{-d\Phi}{dt} = \frac{-ab}{2}\,\frac{d(12-2y-a)}{dt} = ab\,\frac{dy}{dt} = abv$$

Se pide intensidad sin pedir explícitamente el sentido, pero se puede indicar: hasta que el borde

derecho de la espira llega a estar en y=6 m (quizá es así desde el principio, porque no se dan dimensiones y puede que la dimensión a sea mayor de 6 m), el flujo disminuye según la espira se desplaza hacia la derecha, por lo que según la ley de Lenz la corriente inducida es tal que se opone a esa disminución, y gira en el sentido opuesto a las agujas del reloj.
El flujo es positivo y disminuye hasta que la espira está centrada en y=6 m, (cuando y=6-a/2) momento en el que flujo es 0 (el término (12-2y-a) es cero), y a partir de ese momento el flujo cambia de signo. Sin embargo la variación de flujo y fuerza electromotriz es constante, y el sentido de la corriente no varía.

a) Si v=2 m/s, $I=\frac{\varepsilon}{R}=\frac{ab\cancel{2}}{\cancel{2}}=ab\,A[a,b\,en\,m]$

b) Si se asume MRUA $a=\frac{\Delta V}{\Delta t}\Rightarrow v=v_0+at=0+2\cdot 100=200\,m/s$

$I=\frac{\varepsilon}{R}=\frac{ab\,200}{2}=100\,ab\,A[a,b\,en\,m]$

enrique@fiquipedia.es Revisado 5 mayo 2016
CC BY

FÍSICA

2.- Un estrecho haz de protones de diferentes velocidades penetra en un campo magnético uniforme, de módulo B, que es perpendicular al plano del haz ¿qué velocidades deben tener los protones para que produzcan impacto en la lámina de longitud d, colocada a una distancia R de la entrada del haz como se indica en la figura?

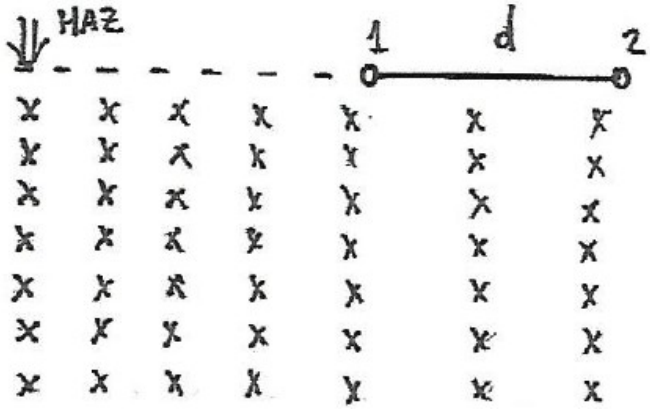
DATOS:

B=0,1 T

R=10 cm

d=2 cm

$e/m_p=9{,}58\cdot10^7$ C/kg



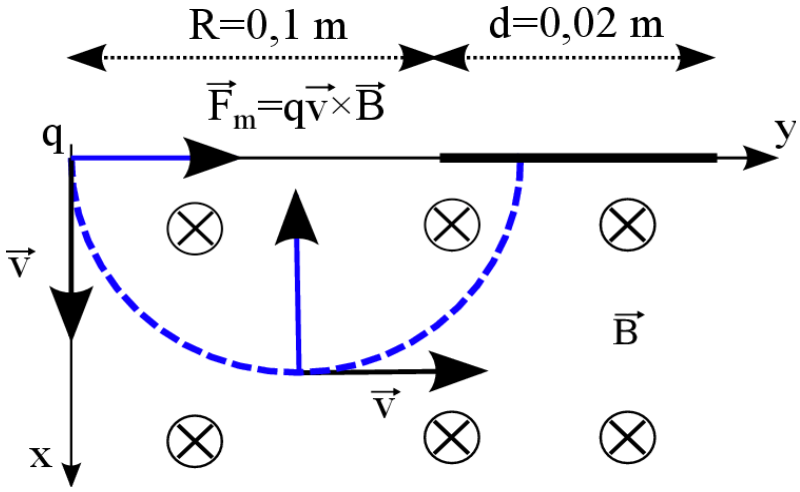
El hecho de que se indique haz estrecho en lugar de indicar solamente protones no es relevante: consideramos que es una posición puntual y el ancho del haz es despreciable.

Tomamos eje x en el sentido inicial del haz, y eje y desde el punto de entrada hacia la placa, con lo que el campo magnético tiene sentido hacia z negativas.

La fuerza magnética de Lorentz $\vec{F}=q(\vec{v}\times\vec{B})$, como velocidad y campo magnético son siempre perpendiculares, podemos plantear que tiene módulo $F_m=qvB$, y estará dirigida inicialmente hacia el eje y.

Si igualamos la fuerza magnética a la fuerza centrípeta, y asumimos velocidades no relativistas.

Usamos r minúscula para el radio de curvatura, ya que enunciado usa R para la distancia, de impacto, que será el diámetro de la semicircunferencia descrita.



$$F_m=F_c$$

$$qvB=m\frac{v^2}{r}\Rightarrow v=\frac{qBr}{m}=\frac{|e|}{m_p}\cdot B\cdot r$$

Lo calculamos para ambos extremos de la placa:

Extremo más próximo, distancia a placa 0,1 m=R=2r

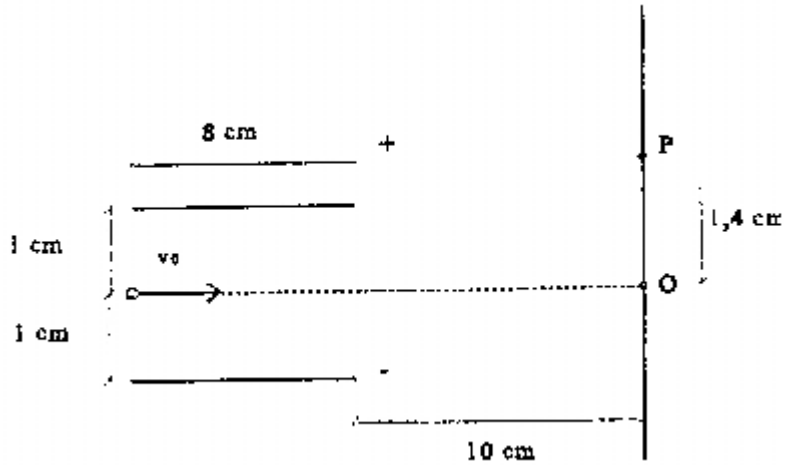
$$v=\frac{|e|}{m_p}\cdot B\cdot\frac{R}{2}=9{,}58\cdot10^7\cdot0{,}1\cdot\frac{0{,}1}{2}=479000\,m/s$$

Extremo más alejado, distancia a placa 0,1+0,02 m=2r

$$v=\frac{|e|}{m_p}\cdot B\cdot\frac{R}{2}=9{,}58\cdot10^7\cdot0{,}1\cdot\frac{0{,}12}{2}=574800\,m/s$$

La velocidad de los protones debe estar entre 479000 m/s y 574000 m/s (son velocidades no relativistas y no hay que tener en cuenta el aumento de la inercia)

PROBLEMA X2. (Se desconoce el número) JJ Thompson va determinar la càrrega específica de l'electró (carrèga/massa) utilitzant un tub de raigs catódics amb un condensador pla al seu interior i una pantalla fluorescent que fes visible el feix de raigs catòdics.
Quan el condensador era descarregat, els electrons incidien sobre la pantalla en el punt O (observeu la figura). Si la diferència de potencial entre les plaques del condensador era de 0,56 V, els electrons inciden sobre la pantalla en el punt P.
A continuació va crear un camp magnètic constant (només a la zona del condensador) paral·lel a les plaques i perpendicular la direcció dels electrons. Aquest camp tenia un valor de $7{,}5 \cdot 10^{-5}$ T i quan la diferència de potencial entre les plaques era de 3 V (amb la placa superior carregada positivament), els electrons incidien sobre la pantalla en el punt O.
Indiqueu el sentit que tenia el camp magnètic i calculeu la càrrega específica de l'electró.
Quina hipòtesi estem fent quan calculem la força electrostàtica que fan les plaques del condensador sobre l'electró?



JJ Thompson determinó la carga específica del electrón (carga/masa) utilizando un tubo de rayos catódicos con un condensador plano en su interior y una pantalla fluorescente que hiciera visible el haz de rayos catódicos.
Cuando el condensador estaba descargado, los electrones incidían sobre la pantalla en el punto O (observe la figura). Si la diferencia de potencial entre las placas del condensador era de 0,56 V, los electrones incidían sobre la pantalla en el punto P.
A continuación creó un campo magnético constante (sólo en la zona del condensador) paralelo a las placas y perpendicular a la dirección de los electrones. Este campo tenía un valor de $7{,}5 \cdot 10^{-5}$ T y cuando la diferencia de potencial entre las placas era de 3 V (con la placa superior cargada positivamente), los electrones incidían sobre la pantalla en el punto O.
Indique el sentido que tenía el campo magnético y calcula la carga específica del electrón. ¿Qué hipótesis estamos haciendo cuando calculamos la fuerza electrostática que realizan las placas del condensador sobre el electrón?

Sentido del campo magnético
Cuando el condensador está cargado, los electrones describen una parábola entre las placas del condensador (MRU horizontal y MRUA vertical) y un MRU entre el condensador y la pantalla, dirigida hacia arriba por la posición del punto P. También se indica que la carga del la placa inferior del condensador es negativa y la superior positiva, lo que indica que el campo eléctrico desvía la carga negativa del electrón hacia arriba.
El hecho de que al aplicar un campo magnético y eléctrico al mismo tiempo los electrones no se desviasen nos indica que la fuerza total era nula, por lo que módulo de fuerza eléctrica y magnética era la misma y tenían sentidos opuestos: como la fuerza eléctrica va dirigida hacia arriba, la fuerza

magnética va dirigida hacia abajo. Aplicando la ley de Lorentz $\vec{F}=q(\vec{v}\times\vec{B})$ para que la fuerza magnética vaya hacia abajo el campo magnético debe ir hacia fuera del papel (sentido positivo de eje z en el diagrama tomando eje x horizontal hacia la derecha y eje y vertical hacia arriba)

Carga específica del electrón

Teniendo en cuenta que el campo magnético era perpendicular a la velocidad, nos permite calcular el módulo de la velocidad

$|F_m|=|F_e| \rightarrow |e|vB=|e|E \rightarrow v=E/B$

Como el campo magnético es uniforme entre las placas del condensador y la distancia entre placas según el diagrama es de 2 cm, $|E|=\Delta V/\Delta x=3/0,02=150$ V/m

Sustituyendo $v=150/7,5\cdot10^{-5}=2\cdot10^{6}$ m/s

Conociendo la velocidad calculada con la situación en la que no se desvía, planteamos ahora la situación en la que sí se desvía, en la que ahora no hay campo magnético y E'=0,56/0,02=28 V/m.

Calculamos el tiempo que está dentro del condensador, que es el tiempo que tarda en recorrer los 8 cm

$t_1=0,08/2\cdot10^{6}=4\cdot10^{-8}$ s

En ese tiempo en el eje perpendicular en el que hay un MRUA con $a=F/m=E'\cdot|q|/m$ ha recorrido

$y_1=½\cdot a\cdot t_1^2=½\cdot28\cdot|q|/m\cdot(4\cdot10^{-8})^2=|q|/m\cdot2,24\cdot10^{-14}$ m

En ese tiempo ha alcanzado una velocidad vertical

$v_y=a\cdot t_1=28\cdot|q|/m\cdot4\cdot10^{-8}=|q|/m\cdot1,12\cdot10^{-6}$ m/s

Una vez que sale de las placas describe un MRU, en el que horizontalmente tarda

$t_2=0,10/2\cdot10^{6}=5\cdot10^{-8}$ s

En ese tiempo verticalmente fuera de las placas ha recorrido como MRU

$y_2=v_y\cdot t_2=|q|/m\cdot1,12\cdot10^{-6}\cdot5\cdot10^{-8}=|q|/m\cdot5,6\cdot10^{-14}$ m

Tenemos por el diagrama que $y_1+y_2=1,4$ cm

$|q|/m\cdot2,4\cdot10^{-14}+|q|/m\cdot5,6\cdot10^{-14}=1,4\cdot10^{-2}$

$|q|/m=1,4\cdot10^{-2}/(2,4\cdot10^{-14}+5,6\cdot10^{-14})=1,75\cdot10^{11}$ C/kg

Validamos que es próximo al valor real

https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?esme -1,758 820 008 38(55) · 10^{11} C kg^{-1}

Hipótesis sobre la fuerza electrostática que realizan las placas del condensador sobre el electrón

Asumimos que el campo eléctrico dentro del condensador es uniforme, constante en módulo, dirección y sentido. Es una aproximación válida para un condensador de placas paralelas ideal con placas indefinidas en el se ignoran los efectos de borde.

enrique@fiquipedia.es Revisado 25 mayo 2025
CC BY SA

PROBLEMA X3 (Se desconoce el número). Un solenoide llarg de 15 espires / cm (primari) està enrotllat a un nucli de ferro de 3 cm de diàmetre. La permeabilitat magnètica relativa del ferro és $\mu_r = 50$.
Un altre solenoide (secundari) de 1000 espires s'enrotlla a la part central del primari.
Calcula el valor de la f.e.m. induïda en el secundari quan el corrent de 2 A que passa pel primari es redueix a zero en 0,1 s.
Dada: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Wb / A·m

Un solenoide largo de 15 espiras/cm (primario) está enrollado a un núcleo de hierro de 3 cm de diámetro. La permeabilidad magnética relativa del hierro es $\mu_r = 50$.
Otro solenoide (secundario) de 1000 espiras se enrolla en la parte central del primario.
Calcula el valor de la f.e.m. inducida en el secundario cuando la corriente de 2 A que pasa por el primario se reduce a cero en 0,1 s.
Dato: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Wb / A·m

El campo magnético inicial en el primario es (15 espiras/cm = 1500 espiras/m)

$$B_1 = \mu n_1 I_1 = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot n_1 \cdot I_1 = 50 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1500 \cdot 2 = 6\pi \cdot 10^{-2} T$$

El flujo a través del núcleo de hierro está asociada a su sección, r=d/2=0,015 m

$$\Phi_{núcleo} = B_1 \cdot A = 6\pi \cdot 10^{-2} \cdot \pi \cdot 0{,}015^2 = 1{,}35\pi^2 \cdot 10^{-5} Wb$$

El flujo a través del secundario está asociada al número de espiras

$$\Phi_2 = \Phi_{núcleo} \cdot N_2 = 1{,}35\pi^2 \cdot 10^{-5} \cdot 1000 = 1{,}35\pi^2 \cdot 10^{-2} Wb$$

Aplicamos la ley de Faraday-Lenz usando la variación de flujo

$$fem_2 = \frac{-d\Phi_2}{dt}$$

Asumimos variación lineal por lo que podemos cambiar derivada por conciente de incrementos

$$fem_2 = \frac{-\Delta\Phi_2}{\Delta t} = \frac{-(0 - 1{,}35 \cdot \pi^2 \cdot 10^{-2})}{0{,}1} = 1{,}35 \cdot \pi^2 \cdot 10^{-1} \approx 1{,}33 V$$

FÍSICA

3. Un condensador plano está formado por dos láminas metálicas cuadradas de 10 cm de lado. La separación entre ambas láminas es de 2 mm y el dieléctrico es el aire. Se carga a un potencial de 200 V y se desconecta. En estas condiciones se introduce una lámina metálica, descargada, de las mismas dimensiones y espesor 1 mm, de forma que quede paralela a ambas y equidistante.
a) ¿Cuál será la nueva capacidad?
b) Calcular el trabajo realizado al introducir la lámina.

Referencias
http://es.slideshare.net/thonypa87/capacitores-10140334 problema 43

a) Calculamos la capacidad para un condensador plano de manera genérico:
La permitividad eléctrica del aire la consideramos igual a la del vacío.
Utilizando la ley de Gauss y asumiendo las láminas indefinidas, el módulo del campo en el exterior de una placa cargada es $E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$, y aplicando superposición, el campo entre dos placas cargadas con carga opuesta es $E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$
Al ser el campo uniforme, podemos plantear también (asumimos módulos) que

$$E=\frac{\Delta V}{\Delta x}\Rightarrow \Delta V=E\Delta x=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\Delta x$$

Utilizando la definición de densidad de carga superficial y de capacidad $C=\frac{Q}{V}=\frac{\sigma S\varepsilon_0}{\sigma \Delta x}$

Calculamos la capacidad inicial (usamos $K=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}=9\cdot 10^9 N m^2 C^{-2}$)

$$C=\frac{0{,}1^2\cdot\frac{1}{4\cdot\pi\cdot 9\cdot 10^9}}{2\cdot 10^{-3}}=4{,}42\cdot 10^{-11}F=44{,}2\,pF$$

Al introducir la placa metálica, se inducen cargas de signos opuestos, por lo que tenemos dos condensadores en serie cargados con la misma carga, ambos tiene el mismo área que es igual al área del condensador inicial, y la separación entre placas de ambos es la misma y es 0,5 mm.
La nueva capacidad de cada uno de ellos es

$$C_1=C_2=\frac{0{,}1^2\cdot\frac{1}{4\cdot\pi\cdot 9\cdot 10^9}}{0{,}5\cdot 10^{-3}}=1{,}77\cdot 10^{-10}F=177\,pF$$

(La capacidad aumenta, ya que es misma superficie y medio pero la distancia disminuye)
La nueva capacidad del conjunto será

$$\frac{1}{C_T}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}=\frac{2}{C_1}\Rightarrow C_T=\frac{C_1}{2}=8{,}85\cdot 10^{-11}F=88{,}5\,pF$$

b) El trabajo para introducir la lámina lo debemos asociar a la diferencia de energías eléctrostáticas entre ambas situaciones (no consideramos la masa de la placa ni su movimiento en el campo gravitatorio). Entre ambas situaciones se mantiene la carga, pero no necesariamente el potencial.
Cualitativamente podemos ver que en la nueva situación hay menos energía almacenada: el campo entre placas es el mismo (no depende de la distancia) y es nulo dentro de la placa metálica introducida, por lo que la densidad de energía eléctrica es la misma pero está presente en menos volumen.

La energía almacenada en un condensador es $E=\frac{1}{2}C V^2=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$

La energía almacenada inicialmente es $E_i=\frac{1}{2}C V^2=\frac{1}{2}4{,}42\cdot 10^{-11}\cdot 200^2=8{,}84\cdot 10^{-7}\ J$

La energía almacenada tras introducir la placa es la suma de la almacenada en los dos condensadores, que son iguales $E_f=2\cdot\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C_1}$

La carga es la misma que la inicial, la calculamos con la capacidad y el potencial inicial

$Q=C\cdot V=4{,}42\cdot 10^{-11}\cdot 200=8{,}84\cdot 10^{-9}\ C$

$E_f=\frac{(8{,}84\cdot 10^{-9})^2}{1{,}77\cdot 10^{-10}}=4{,}42\cdot 10^{-7}\ J$

La diferencia de energías entre ambas situaciones, asociable al trabajo a realizar para introducir la placa

$E_f-E_i=4{,}42\cdot 10^{-7}-8{,}84\cdot 10^{-7}=-4{,}42\cdot 10^{-7}\ J$

B3. Per separar els isòtops 235 i 238 de l'urani procedim de la següent forma: ionitzem a l'estat trivalent els àtoms i els accelerem amb una tensió de 125 V abans de fer-los entrar a la cambra d'un espectròsgraf de masses. Quin valor ha de tenir el camp magnètic a què cal que sotmetem els ions per tal que la distància de les dues escletxes de recollida dels isòtops desitjats sigui de 2 cm? Quins ions entraran per la més propera a l'escletxa d'entrada?

Para separar los isótopos 235 y 238 del uranio procedemos de la siguiente forma: ionizamos al estado trivalente los átomos y los aceleramos con una tensión de 125 V antes de hacerlos entrar en la cámara de un espectrógrafo de masas. ¿Qué valor debe tener el campo magnético al que hay que someter los iones para que la distancia de las dos rendijas de recogida de los isótopos deseados sea de 2 cm? Qué iones entrarán por la más cercana a la rendija de entrada?

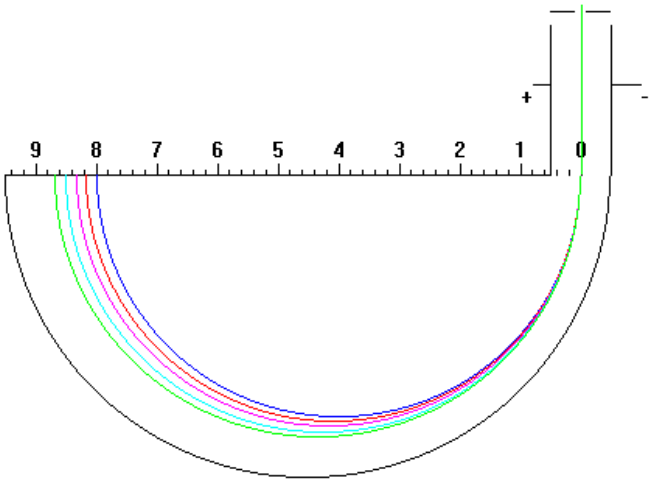
Referencia: http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/elecmagnet/espectrometro/espectro.html
Al introducir unos iones en el espectrógrafo de masas, describen una semicircunferencia, cuyo radio podemos obtener igualando fuerza centrípeta y magnética, ya que velocidad y campo magnético son siempre perpendiculares.

$$F_c = F_m \Rightarrow m\frac{v^2}{R} = qvB \Rightarrow R = \frac{mv}{qB}$$

Despreciando la masa de los electrones, la masa atómica es la nuclear, y asumiendo masa idéntica de protones y neutrones, asumimos masa como número másico expresada en u.

$$R = \frac{Auv}{qB}$$

Si las rendijas de recogida están separadas 2 cm, esa es la diferencia entre sus diámetros, ya que recorren media circunferencia, lo quiere decir que los radios difieren en 1 cm.



Física con ordenador, Ángel Franco García

Calculamos la velocidad que adquieren los iones tras ser acelerados, teniendo en cuenta que su carga es +3, con la conservación de energía:

$$q\Delta V = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 3e\Delta V = \frac{1}{2}Auv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{6e\Delta V}{Au}}$$

Combinando ambas

$$R = \frac{Au\sqrt{\frac{6e\Delta V}{Au}}}{3eB} = \frac{\sqrt{2Au\Delta V}}{\sqrt{3}eB}$$

Con la misma diferencia de potencial el ión más ligero, U-235, tendrá mayor velocidad (la velocidad depende de la inversa de la raíz de A), pero como el radio tiene una dependencia directa de A, el ión más ligero tendrá mayor radio, y los iones de U-235 serán los que entrarán por la rendija más cercana a la rendija de entrada.

$$R_{U-238} - R_{U-235} = 0{,}01$$

$$\frac{\sqrt{2\cdot 238 u\Delta V}}{\sqrt{3}eB} - \frac{\sqrt{2\cdot 235 u\Delta V}}{\sqrt{3}eB} = 0{,}01$$

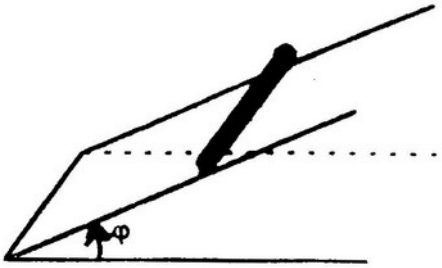
Enunciado no proporciona datos numéricos ni para la unidad de masa atómica u ni para el valor absoluto de la carga del electrón, por lo que los tenemos que saber de memoria:

Valor absoluto de carga del electrón, $1,6 \cdot 10^{-19}$ C
Unidad de masa atómica, aproximadamente igual a la masa de protón y neutrón, $1,66 \cdot 10^{-27}$ kg
(para recordar su valor conociendo el valor del número de Avogadro puede ser útil saber que 1 mol de H tiene $6,022 \cdot 10^{23}$ protones y equivale en masa a 1 g, lo que lleva a ese valor)

$$\frac{\sqrt{2 \cdot 238 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \cdot 125}}{\sqrt{3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}} - \frac{\sqrt{2 \cdot 235 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \cdot 125}}{\sqrt{3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}} = 0,01 B$$

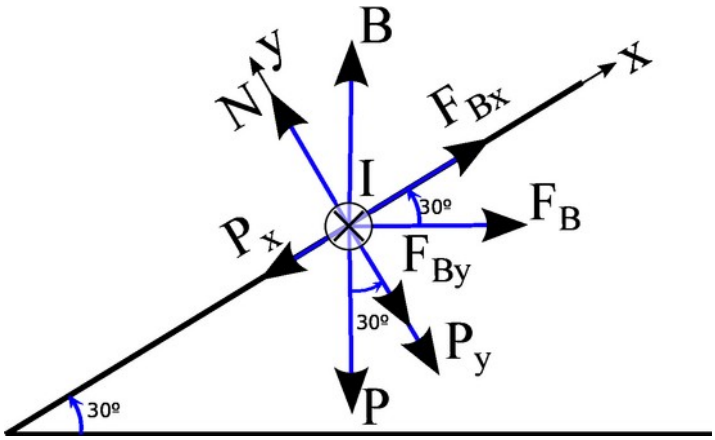
$$B = \frac{0,014344714473747232 - 0,014254019900832653 65}{0,01} = 9,07 \cdot 10^{-3} T$$

EJERCICIO PRÁCTICO. SESIÓN Nº 1. FÍSICA
1.
Un conductor de 0,4 kg de masa, longitud 0,1 m, sección 1 cm^2 y resistividad 5·10^{-4} Ω·m, se apoya sin rozamiento y perpendicularmente sobre dos raíles metálicos de resistencia despreciable, paralelos y que forman ambos ángulos de 30º con la horizontal. El conjunto se encuentra en un campo magnético uniforme, vertical y hacia arriba de inducción magnética 0,5 T. Calcule:



a) La fuerza electromotriz mínima que debe tener una batería conectada a los raíles para que el conductor no resbale.
b) La fuerza electromotriz que debe tener la batería para mantener el conductor subiendo por el plano con velocidad constante de 2 m·s^{-1}.

a) Realizamos un diagrama representado las fuerzas y elegimos sistema de referencia. Para que el conductor no resbale la fuerza magnética, que es perpendicular al campo magnético, debe estar dirigida hacia el interior de la rampa, por lo que la corriente debe estar dirigida hacia dentro del diagrama.

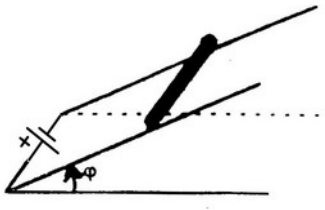


$$F = I\,l\,B = \frac{V}{R}\,l\,B = \frac{V\,\not{l}\,B}{\rho\,\frac{\not{l}}{S}} = \frac{VBS}{\rho}$$

Para que en el eje x elegido la aceleración sea nula, igualamos fuerzas y tenemos

$$P_x = F_{Bx} \Rightarrow mg\,sen\,30^o = \frac{VBS}{\rho}\cos 30^o \Rightarrow V = \frac{mg\,tg\,30^o\,\rho}{BS} = \frac{0{,}4\cdot 9{,}8\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}\cdot 5\cdot 10^{-4}}{0{,}5\cdot 10^{-4}} = 22{,}63\,V$$

Aunque el diagrama del enunciado parece que conecta los dos rieles en la parte inferior, esa unión sería a través de la fuente de alimentación que aporta esta fuerza electromotriz. La fuente tendría la diferencia de potencial según se indica en la figura para que la corriente fuera hacia dentro en el diagrama.



b) Si el conductor sube con velocidad constante, la aceleración en el eje x del diagrama es nula, y puede parecer que habría que plantear la misma igualdad de fuerzas en el eje x y se tendría el mismo resultado. Sin embargo en el apartado a el conductor estaba estático, pero en este apartado se está moviendo y eso implica que se genera una fuerza electromotriz inducida, que modifica la corriente total, y según la ley de Lenz será tal que se oponga al movimiento de la barra, por lo que deberá ser compensado con un aumento de la fuerza electromotriz externa que compense esa fuerza electromotriz inducida. Se puede plantear de varias maneras:
-Como una barra conductora moviéndose en un campo magnético uniforme

$$\varepsilon=\int(\vec{v}\times\vec{B})\vec{dl}=|\vec{v}\times\vec{B}|\int|\vec{dl}|\cos 0^o=vBsen(60^o)l=\cancel{2}\cdot 0,5\cdot\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}\cdot 0,1=0,05\sqrt{3}\,V\approx 0,0866\,V$$

-Como un aumento de flujo total. No conocemos la forma del circuito ni su superficie inicial, pero sí lo que importa es la variación, así que planteamos como si fuera rectangular y podemos plantear la superficie como un rectángulo de l·x, siendo $x=s_0+vt$ al ser un MRU, y el flujo como

$$\Phi=\int\vec{B}\,\vec{dS}=\vec{B}\,\vec{S}=Blcos(30^o)(s_0+vt)$$

Utilizando la ley de Faraday $|\varepsilon|=\left|\frac{-d\Phi}{dt}\right|=Blcos(30^o)v=\cancel{2}\cdot 0,5\cdot\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}\cdot 0,1=0,05\sqrt{3}\,V$

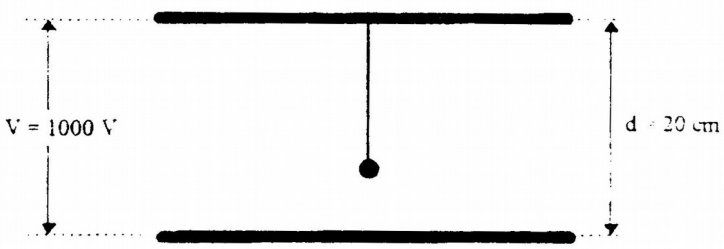
-Como conservación de energía mecánica al no haber rozamiento: la fuerza electromotriz está asociada al aumento de energía potencial de la barra a medida que va subiendo. A nivel eléctrico en lugar de manejar energía manejamos potencia, P=ε·I. A nivel mecánico la potencia es la energía por unidad de tiempo, y como la energía ganada es potencial, $P=\frac{mgh}{t}=mg\,vsen(30^o)$

Igualando $\varepsilon=\frac{mg\,vsen(30^o)}{I}=\frac{mg\,vsen(30^o)}{\frac{V}{R}}=\frac{\cancel{mg}\,vsen(30^o)}{\frac{\cancel{mg}\,tg\,30^o}{B\cancel{S}}}\cancel{\rho}\frac{l}{\cancel{S}}=Bvcos(30^o)l=0,05\sqrt{3}\,V$

Una vez calculada esa fuerza electromotriz adicional, la fuerza electromotriz total que debe tener la batería por la que se pregunta será $\varepsilon_{total}=V_{equilibrio}+\varepsilon_{inducida\,asociada\,v\,constante}=22,63+0,0866=22,72\,V$

EJERCICIO PRÁCTICO. SESIÓN Nº 1. FÍSICA

2.



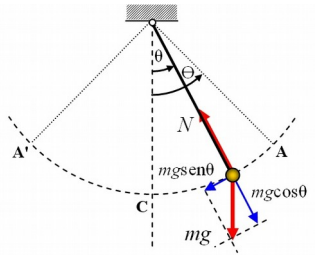
En el interior de un condensador plano indefinido, en posición horizontal, cuya distancia entre las armaduras es de 20 cm oscila un péndulo tal y como se indica en la figura. La diferencia de potencial entre las placas es de 1000 V. A la masa puntual del péndulo, de 2 g, se le ha comunicado una cierta carga. Si se invierte el sentido del campo eléctrico (uniforme y constante) en el interior del condensador el período del péndulo pasa de ser 0,5 s a 0,7 s.

a) Calcular la longitud del péndulo y su carga suponiendo g = 10 m·s^{-2} y que el peso de la masa puntual del péndulo es mayor que la fuerza eléctrica.

b) Si se descarga el condensador y la masa puntual, indica alguna experiencia, puramente mecánica, que reproduzca los valores de los periodos anteriores en ausencia de campo electrostático.

c) Comente brevemente la fundamentación teórica de los apartados anteriores.

a) Realizamos la deducción de la expresión asociada al periodo de un péndulo cuando solamente existe gravedad: proviene de igualar aceleración tangencial a la componente tangencial de aceleración del peso, donde el signo proviene de la referencia del ángulo



Algarabia, wikimedia, public domain

$$a_T = \frac{F_{tangencial}}{m} \Rightarrow \alpha \cdot L = -g\,sen\,\theta \quad \text{Operando} \quad L\frac{d^2\theta}{dt^2} = -g\,sen\,\theta$$

Con la aproximación θ = sen θ (1% error para ángulos menores 14º) se llega a la expresión de un MAS (en función θ) $\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{-g}{L}\theta$ donde

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \quad \text{y} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Si tenemos el péndulo entre las placas del condensador, además de considerar la fuerza del peso hay que considerar la fuerza eléctrica F=qE que según el caso puede aumentar o disminuir esa fuerza neta. Como el campo es uniforme, V=Ed, por lo que $F = \frac{qV}{d}$, y la aceleración tangencial será la segunda ley de Newton es $a = \frac{qV}{md}$. El signo dependerá de la carga del péndulo y del sentido de la diferencia de potencial entre las placas.

Se pude ver que en la expresión "g" está asociada a la aceleración neta vertical recuperadora, y podemos plantear $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{a_{vertical\ recuperadora\ neta}}}$

En función de si la fuerza eléctrica es a favor o en contra de la fuerza gravitatoria, manteniendo la longitud, el periodo disminuirá o aumentará.

Si T es mayor, es porque la aceleración vertical recuperadora neta es menor

$$T_{mayor} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g - \frac{qV}{md}}} \qquad \left(\frac{0,7}{2\pi}\right)^2 = \frac{L}{10 - q\frac{1000}{0,002 \cdot 0,2}} \Rightarrow \left(\frac{0,7}{2\pi}\right)^2 \cdot (10 - 2,5 \cdot 10^6 q) = L$$

Si T es menor, es porque la aceleración vertical recuperadora neta es mayor

$$T_{menor}=2\pi\sqrt{\frac{L}{g+\frac{qV}{md}}} \qquad (\frac{0,5}{2\pi})^2=\frac{L}{10+q\frac{1000}{0,002\cdot 0,2}}\Rightarrow(\frac{0,5}{2\pi})^2\cdot(10+2,5\cdot 10^6 q)=L$$

Tenemos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, q y L.
Si igualamos para obtener q

$$0,7^2\cdot(10-2,5\cdot 10^6 q)=0,5^2\cdot(10+2,5\cdot 10^6 q)$$

$$4,9-1,225\cdot 10^6 q=2,5+6,25\cdot 10^5 q$$

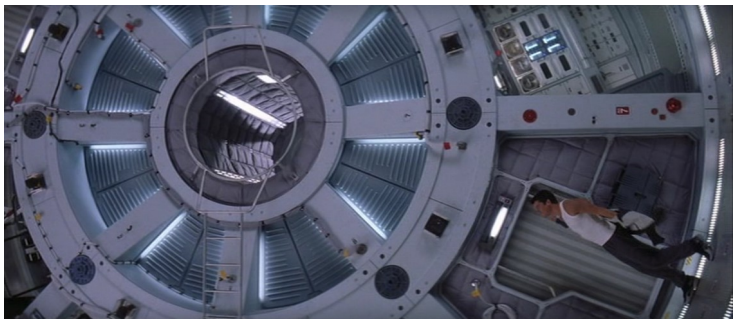
$$q=\frac{2,5-4,9}{-1,225\cdot 10^6-6,25\cdot 10^5}=1,3\cdot 10^{-6}C$$

Sustituyendo en la primera expresión

$$L=(\frac{0,7}{2\pi})^2\cdot(10-2,5\cdot 10^6 1,3\cdot 10^{-6})=0,084\,m$$

Comentario: la carga q se ha planteado como positiva, por lo que en el caso de T menor el campo eléctrico tendrá el mismo sentido que el peso, y la diferencia de potencial sería tal que la placa positiva está arriba y la negativa abajo. También se podría plantear que la carga es negativa, siendo el sentido de diferencia de potencial también opuesto.

b) Para variar la aceleración neta vertical recuperadora, con "alguna experiencia, puramente mecánica", se puede realizar el ensayo en un sistema de referencia no inercial, como puede ser un ascensor. La aceleración vertical neta percibida en este sistema de referencia depende de la aceleración del sistema: si el ascensor sube, la aceleración de la gravedad percibida será mayor y el periodo disminuirá, y si el ascensor baja, la aceleración de la gravedad percibida será menor.
Otro ejemplo sería montar el péndulo en un sistema en rotación (suficientemente grande para que en los 20 cm entre armaduras el valor de la aceleración se pudiera considerar constante) para que la fuerza centrífuga percibida desde el sistema de referencia inercial "hiciera de gravedad"; no habría gravedad real, todo el "peso" percibido estaría asociado a la rotación. Se incluyen dos fotogramas de la película "Misión a Marte", que tienen derechos de autor, pero se incluyen dentro del derecho a ilustracioń en la enseñanza.
http://www.imdb.com/title/tt0183523/



La aceleración de la gravedad neta que habría que conseguir para esa L sería

$$a=\frac{L}{(\frac{T}{\omega})^2}$$

$$a_{máx}=\frac{0,084}{(\frac{0,5}{2\pi})^2}=6,63\,m/s^2$$

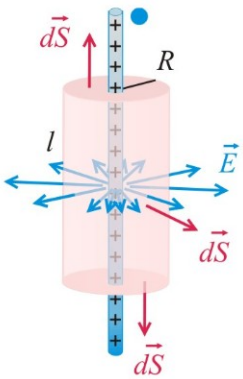
$$a_{mín}=\frac{0,084}{(\frac{0,7}{2\pi})^2}=4,73\,m/s^2$$

Si se obtiene con un ascensor en un sitio donde g=10 m/s^2, la aceleración del ascensor sería de 3,37 m/s^2 y de 5,27 m/s^2
Si se obtuviese mediante aceleración centrífuga, asumiendo un radio de 6 m (aproximadamente como en las imágenes), a = ω^{2}R, la velocidad angular sería 1,1 rad/s y de 0,89 rad/s (mayor que la velocidad de rotación en la película, donde se puede estimar un T=40 s, ω=0,63 rad/s, pero que por el movimiento de los personajes se puede asumir casi "1 g", 9,8 m/s^2 en la parte externa)
c) Fundamentación teórica incluida en cada uno de los apartados anteriores.

Ejercicio Nº1
Se dispone de un conductor rectilíneo indefinido cargado uniformemente.
a) Emita hipótesis razonadas sobre los factores que cabe esperar influyan en la intensidad de campo electrostático producido por el conductor.
b) Compruebe, aplicando el teorema de Gauss, las hipótesis antes formuladas. Explique los pasos seguidos.
c) Si dicho conductor crea un potencial de 20 voltios en los puntos situados a 2 m y del conductor y de 10 voltios en los puntos situados a 4 m del mismo. Suponiendo que se encuentra en el vacío, calcule su densidad lineal de carga. Explique los pasos seguidos e indique los conceptos físicos empleados.
d) Queremos trasladar una carga de -0,2 C desde un punto situado a 2 m del conductor hasta otro situado a 4 m del mismo. ¿Será necesario aplicar alguna fuerza exterior a las del campo?. ¿Por qué?. En caso afirmativo, calcule el trabajo realizado por dicha fuerza.
e) Si el conductor se conecta a un generador y es recorrido por una corriente estacionaria. Realice un diseño experimental para investigar la dirección de las líneas de campo magnético creado por el conductor y establezca en forma de hipótesis cuáles serán los factores de que depende la intensidad de dicho campo magnético.
DATOS: Constante dieléctrica del vacío: $8{,}85 \cdot 10^{-12}$ C^2 N^{-1} m^{-2}
Criterios de evaluación y calificación de este ejercicio:
Se valorarán las explicaciones detalladas de cada uno de los apartados
Calificación:
Apartado a): Máximo 0,5 puntos. Apartado b): Máximo 1,25 puntos. Apartado c): Máximo 1,25 puntos. Apartado d): Máximo 1,25 puntos. Apartado e): Máximo 0,75 puntos.

Referencias:
http://www.fiquipedia.es/home/recursos/ejercicios/ejercicios-elaboracion-propia-fisica-2-bachillerato/ProblemaFisicaCampoElectrico1.pdf?attredirects=0

a) Para plantear las hipótesis partimos de la ley de Coulomb, que para una carga puntual nos indica que el campo es radial, su sentido depende del signo de la carga, y su módulo depende de la distancia. Visualizando el hilo conductor como una sucesión de cargas puntuales, podemos plantear:
-El campo es radial desde el conductor, contenido en planos perpendiculares al conductor.
-El módulo del campo disminuye a medida que aumenta la distancia al hilo.
-El módulo del campo aumenta cuando mayor sea la carga del hilo.
-El módulo del campo disminuye cuanto mayor sea la permitividad eléctrica del medio.
b) Las hipótesis sobre cómo es el campo eléctrico las comprobamos obteniendo el campo, lo que hacemos utilizando el teorema de Gauss. Llamamos $\lambda = Q/l$ la densidad lineal de carga en el hilo. Para calcular Φ a una distancia r del hilo calculamos el flujo a través de la superficie cilíndrica cuyo eje es el hilo. No asumimos que medio sea el vacío.



http://acer.forestales.upm.es

$$\Phi_c = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

$$\Phi = \left(\int_{TapaSuperior} \vec{E}\, d\vec{S} + \int_{TapaInferior} \vec{E}\, d\vec{S} + \int_{CaraLateral} \vec{E}\, d\vec{S} \right) = \frac{\Sigma Q}{\varepsilon}$$

Como en las tapas el campo y el vector superficie son perpendiculares, su producto escalar es cero, y como en la cara lateral vector campo y vector superficie son paralelos, podemos escribir

$$\Phi_c = |\vec{E}| \int_{CaraLateral} dS = |\vec{E}|\, 2\pi R L = \frac{\Sigma Q}{\varepsilon}$$

Para calcular la carga encerrada, sustituimos $\lambda=\frac{Q}{l}\Rightarrow Q=\lambda l \quad \rightarrow \quad |\vec{E}|2\pi R\not{l}=\lambda\frac{\not{l}}{\varepsilon}\Rightarrow|\vec{E}|=\frac{\lambda}{2\pi R\varepsilon}$

Con esto obtenemos el módulo, varía con 1/R, λ y ε y valida dos de las las hipótesis planteadas.
La hipótesis de que el campo es radial desde el conductor, contenido en planos perpendiculares al conductor no la validamos con el teorema de Gauss, sino con simetría y superposición. El campo generado en un punto será el generado por el punto del conductor situado en el plano perpendicular al conductor que pasa por ese punto y por la superposición del campo creado por todos los demás puntos del conductor, que podemos agrupar de dos en dos a distancias iguales de este plano, por lo que sus componentes paralelas al conductor se anula y el campo es radial y contenido en el plano.
c) El enunciado no es totalmente correcto porque debería dar diferencia de potencial entre dos puntos (el potencial es 10 V mayor a 2m que a 4 m del conductor, o indicar que son 20 V respecto al punto donde se toma V=0), pero da un valor "absoluto" de potencial en cada punto, lo que sí se hace con otras distribuciones de carga al asumir potencial 0 en un punto concreto. En este caso se puede ver que no podemos asumir potencial 0 en el hilo ni en infinito, y debemos obtener la expresión de la diferencia de potencial, que realmente es lo único que podemos conocer.
Primero razonamos el signo de la carga del hilo: una carga positiva va espontáneamente hacia potenciales menores, que en este caso es alejarse del conductor, por lo que la carga del conductor tiene que ser positiva para que sea repelida.
Tomamos $R_1<R_2$ y densidad de carga positiva, con lo que el vector campo y el vector desplazamiento tienen el mismo sentido.

$$\Delta V=V(R_2)-V(R_1)=\frac{\Delta E_p}{q}=\frac{-W_{R_1\to R_2}}{q}=\frac{-\int_{R_1}^{R_2}\vec{F}\,d\vec{r}}{q}=-\int_{R_1}^{R_2}\vec{E}\,d\vec{r}$$

$$\Delta V=-\int_{R_1}^{R_2}\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon r}dr=\frac{-\lambda}{2\pi\varepsilon}[\ln(r)]_{R_1}^{R_2}=\frac{-\lambda}{2\pi\varepsilon}\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

Sustituyendo numéricamente en este caso R_1=2 m, R_2=4 m

$$-10=\frac{-\lambda}{2\pi 8{,}85\cdot10^{-12}}\ln\left(\frac{4}{2}\right)\Rightarrow\lambda=\frac{-10\cdot2\pi\cdot8{,}85\cdot10^{-12}}{\ln(2)}=8{,}02\cdot10^{-10}C/m$$

>*Calculamos a nivel informativo en qué punto se ha tomado V=0, debe ser más de 4 m*

$$20=\frac{-8{,}02\cdot10^{-10}}{2\pi 8{,}85\cdot10^{-12}}\ln\left(\frac{2}{R_0}\right)\Rightarrow\frac{2}{R_0}=e^{\frac{20\cdot2\pi\cdot8{,}85\cdot10^{-12}}{-8{,}02\cdot10^{-10}}}\Rightarrow R_0=2\cdot e^{\frac{20\cdot2\pi\cdot8{,}85\cdot10^{-12}}{8{,}02\cdot10^{-10}}}\approx8\,m$$

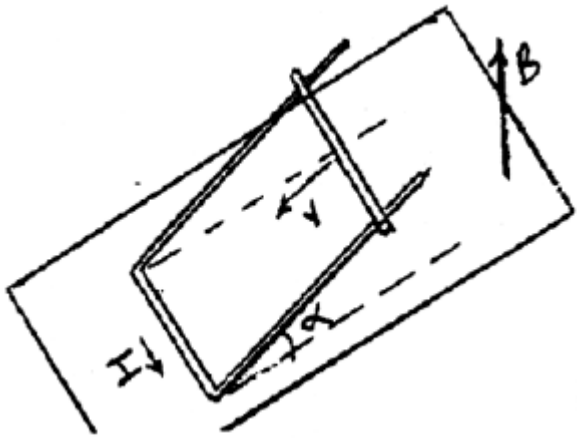
d) Queremos mover una carga negativa hacia potenciales menores, por lo que no será espontáneo y tendremos que realizar trabajo externamente.

$W_{externo}=q\cdot\Delta V=-0{,}2\cdot(-10)=2\,J$ (Si fuera realizado por campo $W_{campo}=-q\cdot\Delta V$)

El trabajo externo es positivo, es trabajo que hay que realizar externamente en contra del campo (el trabajo realizado por el campo sería negativo).
e) Podríamos colocar brújulas o limaduras para investigar la dirección del campo magnético creado.
Para plantear las hipótesis partimos de la ley de Biot-Savart, que para un elemento de corriente nos indica que el campo es perpendicular al vector posición y la corriente. Visualizando el hilo conductor como una sucesión de elementos de corriente, podemos plantear:
-El campo tiene como líneas de campo circunferencias contenidas en un plano perpendicular al conductor y concéntricas con su eje.
-El módulo del campo disminuye a medida que aumenta la distancia al hilo.
-El módulo del campo aumenta cuando mayor sea la corriente del hilo.
-El modulo del campo aumenta cuando mayor sea la permeabilidad magnética del medio.

Física

3. Una varilla conductora de masa m=10 gr., longitud l=20 cm. y resistencia R=10 ohmios, baja deslizando por unos carriles conductores paralelos que forman un ángulo α=30º con la horizontal. Los carriles se cierran por su parte inferior por un conductor paralelo, tal y como se indica en la figura. En esta región existe un campo magnético uniforme, perpendicular al plano horizontal sobre el que se apoya los carriles, de valor B=1 Tesla.



El movimiento de la varilla sobre los carriles primero es acelerado, convirtiéndose posteriormente en uniforme.

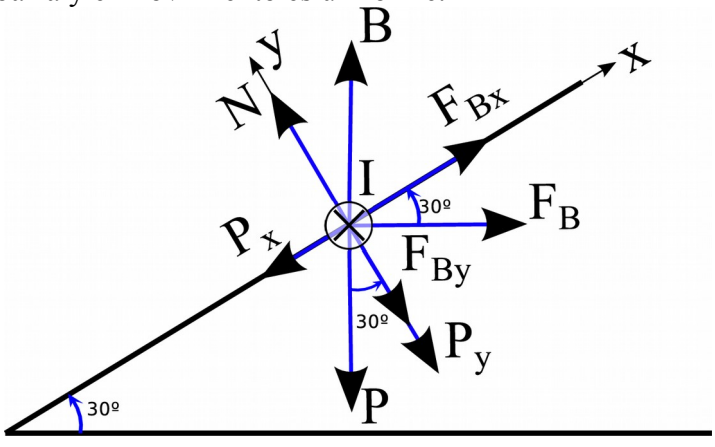
a) Razonar físicamente por qué ocurre esto.

b) Calcular la velocidad de la varilla, la f.e.m. inducida en sus extremos y la corriente que pasa por el circuito durante el tiempo en que el movimiento de la varilla es uniforme.

>Comentario: El símbolo de gramo es g, no gr
Similar a 1996 Andalucía F1
Comentado por oposmica y sleepylavoisier en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4271&p=26344#p26343

a) Como se pide razonar físicamente se hace cualitativamente sin cálculos, que se dejan para apartado b. Cualitativamente vemos que la barra empieza a descender por la gravedad y el flujo disminuye, por lo que según la ley de Lenz, el sentido de la corriente inducida será tal que se oponga a esa disminución, siendo el sentido de la corriente en la parte inferior el que se indica en la figura, y en la barra el sentido opuesto. Eso implica que al haber una corriente sobre la barra dentro de un campo magnético, hay una fuerza sobre la barra, que frena la barra oponiéndose a la disminución de flujo. A medida que la barra se va frenando el ritmo de variación de flujo también disminuye, lo que hace que la corriente disminuya y la fuerza también, llegando un punto en el que la fuerza magnética compensa el peso de la barra y el movimiento es uniforme.

b) Realizamos un diagrama representado las fuerzas y la corriente en la barra.



El módulo de la fuerza magnética al formar campo y corriente 90º es F=IlB.

Como se indica que el movimiento es uniforme asumimos que la velocidad es constante, por lo que la fuerza total es nula, igualando fuerzas en eje x

$$P_x = F_{Bx} \Rightarrow mg\,sen\,30^o = IlB\cos 30^o$$

Por la ley de Ohm, I=V/R, siendo V la tensión inducida, cuyo valor límite tenemos que deducir.

Planteamos la situación general, asumiendo velocidad cualquierde la barra, para determinar la aceleración, sin considerar rozamiento.

$$P_x - F_{Bx} = ma \Rightarrow mg\,sen(30^o) - \frac{V}{R} lB\cos(30^o) = ma$$

El flujo magnético es, siendo x la distancia de la barra a la parte inferior

$$\Phi = \int \vec{B}\,d\vec{S} = \vec{B}\,\vec{S} = Blcos(30^o)x$$

Con la ley de Faraday podemos plantear $|V|=\frac{d\Phi}{dt}=Bl\cos(30^o)v$

Sustituyendo y buscando una expresión para la velocidad

$$mg\,sen(30^o)-\frac{B^2l^2\cos(30^o)^2}{R}v=m\frac{dv}{dt}$$

Enunciado pide solamente la velocidad terminal (indica primero acelerado y luego uniforme), luego v es constante y la aceleración es cero, por lo que podemos plantear de manera rápida

$$mg\,sen(30^o)-\frac{B^2l^2\cos(30^o)^2}{R}v_{terminal}=0$$

$$v_{terminal}=\frac{mRg\,sen(30^o)}{B^2l^2\cos(30^o)^2}$$

Podemos calcular la expresión para cualquier instante de tiempo (no se pide explícitamente en el enunciado) y comprobar, aunque es un desarrollo más largo

No lo planteamos con integrales indefinidas ya que en Física nos interesan intervalos concretos, por lo que tomamos de t=0 a t y de v=0 a v (enunciado no indica explícitamente que para t=0 tengamos v=0, pero es razonable asumirlo). Si lo hiciésemos con integrales indefinidas planteando una constante de integración a la que asignar valor para que cumpla la condición de v=0 para t=0 sería más complicado evitar un problema dimensional

http://forum.lawebdefisica.com/threads/29885-Las-unidades-en-un-logartimo-neperiano

$$dt=\frac{dv}{g\,sen(30^o)-\frac{B^2l^2\cos(30^o)^2}{mR}v}$$

$$\int_0^t dt=\int_0^v\frac{dv}{g\,sen(30^o)-\frac{B^2l^2\cos(30^o)^2}{mR}v}$$

$$t=\frac{-mR}{B^2l^2\cos(30^o)^2}\ln\left(\frac{g\,sen(30^o)-\frac{B^2l^2\cos(30^o)^2}{mR}v}{g\,sen(30^o)}\right)$$

$$1-\frac{B^2l^2\cos(30^o)^2}{mR\,g\,sen(30^o)}v=e^{\frac{-B^2l^2\cos(30^o)^2}{mR}t}$$

$$v=\frac{-mR\,g\,sen(30^o)}{B^2l^2\cos(30^o)^2}\left(e^{\frac{-B^2l^2\cos(30^o)^2}{mR}t}-1\right)$$

$$v=\frac{mR\,g\,sen(30^o)}{B^2l^2\cos(30^o)^2}\left(1-e^{\frac{-B^2l^2\cos(30^o)^2}{mR}t}\right)$$

$$v=\frac{mR\,g\,sen(30^o)}{B^2l^2\cos(30^o)^2}\left(1-e^{\frac{-B^2l^2\cos(30^o)^2}{mR}t}\right)$$

Vemos que a medida que t crece la velocidad se aproxima a un valor de velocidad constante, una velocidad límite que podemos calcular para t=∞ sin depender de cte, y coincide con lo calculado antes $v(t=\infty)=\frac{mR\,g\,sen(30^o)}{B^2l^2\cos(30^o)^2}$

Calculamos resultados numéricos (no se da valor para g y utilizamos g=9,8 m/s^2)

$$v(t=\infty)=\frac{0{,}010\cdot 10\cdot 9{,}8\cdot 0{,}5}{1^2 0{,}2^2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\frac{49}{3}\,m/s\approx 16{,}33\,m/s$$

La fuerza electromotriz inducida en ese momento es

$$|V(t=\infty)|=Bl\cos(30^o)v=1\cdot 0{,}2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{49}{3}=\frac{4{,}9}{\sqrt{3}}V\approx 2{,}83V$$

La corriente en ese momento es

$$I(t=\infty)=\frac{V}{R}=\frac{\frac{4{,}9}{\sqrt{3}}}{10}=\frac{0{,}49}{\sqrt{3}}A\approx 0{,}283\,A$$

PROBLEMA X1 (Se desconoce el número). Calcular la diferència de potencial entre un punt “a” (a<R) i un punt “b” (b>R), d’un volum esfèric de radi R en el qual hi ha distribuïda uniformement una càrrega positiva amb una densitat “ρ”

Calcular la diferencia de potencial entre un punto “a” (a<R) y un punto “b” (b>R), de un volumen esférico de radio R en el que hay distribuida uniformemente una carga positiva con una densidad “ρ”

Problemas con Gauss y esferas ProblemaFisicaCampoElectricoGaussEsfera.pdf, Olimpiada Física fase local Madrid 2015 Problema 3, 2001-Cataluña-ProblemaC2, Cataluña 1999 2-2

http://tesla.us.es/wiki/index.php/Potencial_el%C3%A9ctrico_debido_a_una_esfera_maciza

La carga total de la esfera es $Q=\rho \cdot V=\rho \cdot (4/3)\pi R^3$, también $\rho=3Q/4\pi R^3$
Aplicando Gauss en el **exterior** de la esfera tomando una superficie gaussiana esférica de radio r >R concéntrica con la esfera el campo tiene la misma expresión que el campo creado por una carga puntual situada en el centro de la esfera con el mismo valor de carga
$E_{ext}=KQ/r^2 = (1/4\pi\varepsilon_0)\cdot\rho\cdot(4/3)\pi R^3/r^2=(\rho R^3/3\varepsilon_0)/r^2$ (vemos que en este caso $KQ = \rho R^3/3\varepsilon_0$)
Integrando el campo y tomando referencia de potencial V=0 en el infinito, el potencial **exterior** también tiene la misma expresión
$V=KQ/r =(\rho R^3/3\varepsilon_0)/r$
Para r=R se tiene que $V=\rho R^2/3\varepsilon_0$
Aplicando Gauss en el **interior** de la esfera tomando una superficie gaussiana esférica de radio r < R concéntrica con la esfera la carga contenida es $Q_a=\rho\cdot(4/3)\pi r^3$
Debido a la simetría esférica el campo es radial y constante en toda la esfera y el flujo es igual al campo por la superficie
$E_{int}\cdot 4\pi r^2=Q_r/\varepsilon_0=\rho\cdot(4/3)\pi r^3/\varepsilon_0=(\rho/3\varepsilon_0)r =(KQ/R^3)r$
El campo depende linealmente de r, y para r=0 el campo es nulo, y para r=R el campo es
$E= (\rho/3\varepsilon_0)R$ ó $E=KQ/R^2$ que coincide con la expresión de campo externo para r=R
Que el campo sea nulo no implica que el potencial sea nulo
Calculamos potencial **interior** respecto a referencia en infinito

$$V(a)=-W_{FC\infty\to r}=-\int_{\infty}^{R} E_{\text{ext}}\,dr-\int_{R}^{a} E_{\text{int}}\,dr$$

$$V(a)=\frac{-\rho R^3}{3\varepsilon_0}\int_{\infty}^{R}\frac{1}{r^2}dr-\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\int_{R}^{a} r\,dr$$

$$V(a)=\frac{-\rho R^3}{3\varepsilon_0}\left[\frac{-1}{r}\right]_{\infty}^{R}-\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left[\frac{1}{2}r^2\right]_{R}^{a}$$

$$V(a)=\frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0}\frac{1}{R}-\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(\frac{a^2}{2}-\frac{R^2}{2}\right)$$

$$V(a)=\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(R^2+\frac{R^2}{2}-\frac{a^2}{2}\right)=\frac{\rho}{6\varepsilon_0}\left(3R^2-a^2\right)$$

Si planteamos la diferencia de potencial

$$\Delta V=V(b)-V(a)=\frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0}\frac{1}{b}-\frac{\rho}{6\varepsilon_0}\left(3R^2-a^2\right)$$

$$\Delta V=\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(\frac{R^3}{b}-\frac{3}{2}R^2+\frac{a^2}{2}\right)$$

Si planteamos como diferencia de potencial directamente llegamos a la misma expresión

$$\Delta V = V(b) - V(a) = \frac{E_p(b) - E_p(a)}{q} = \frac{-W_{FC\,a\to b}}{q} = \frac{-\int_a^b \vec{F}\,\vec{dr}}{q} = -\int_a^b \vec{E}\,\vec{dr} = -\int_{r=a}^{r=b} E\,dr$$

$$\Delta V = -\int_a^R E_{\text{int}}\,dr - \int_R^b E_{\text{ext}}\,dr$$

$$\Delta V = \frac{-\rho}{3\varepsilon_0}\int_a^R r\,dr - \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0}\int_R^b \frac{1}{r^2}\,dr$$

$$\Delta V = \frac{-\rho}{3\varepsilon_0}\left[\frac{1}{2}r^2\right]_a^R - \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0}\left[\frac{-1}{r}\right]_R^b$$

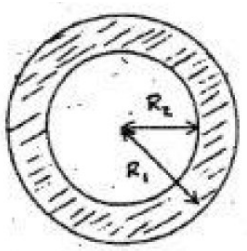
$$\Delta V = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left[\frac{-R^2}{2} + \frac{a^2}{2} - R^3\left(\frac{-1}{b} + \frac{1}{R}\right)\right]$$

$$\Delta V = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left[\frac{-R^2}{2} - \frac{a^2}{2} + \frac{R^3}{b} - R^2\right] = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left[\frac{R^3}{b} - \frac{3}{2}R^2 + \frac{a^2}{2}\right]$$

Validamos la expresión: sí b=∞ y a=R, la diferencia de potencial es $\Delta V=-\rho R^2/3\varepsilon_0$ que coincide con la expresión convencional de una carga puntual a una distancia R
$\Delta V=V(\infty)-V(R)=0-\rho R^3/3R\varepsilon_0=-\rho R^2/3\varepsilon_0$

enrique@fiquipedia.es Revisado 14 enero 2016
CC BY

Prova pràctica: segona part
Escolliu 4 problemes d'entre els 5 següentes:



4. Un conductor cilindric buit i homogeni de radis R_2 i R_1 ($R_2<R_1$), transporta un corrent d'intensitat I constant. El corrent elèctric es troba uniformement repartit en la secció del conductor. Estudieu el camp magnètic creat en un punt P en funció de la seva distància al centre del conductor. Feu-ne la representació gràfica.

4. Un conductor cilíndrico hueco y homogéneo de radios R_2 y R_1 ($R_2 <R_1$), transporta una corriente de intensidad I constante. La corriente eléctrica se encuentra uniformemente repartida en la sección del conductor. Estudiar el campo magnético creado en un punto P en función de su distancia al centro del conductor. Haz la representación gráfica.

Referencias:
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica_/elecmagnet/campo_magnetico/ampere/ampere_1.html
http://laplace.us.es/wiki/index.php/Campo_de_un_tubo_cil%C3%ADndrico

Utilizamos la ley de Ampère para calcular el campo magnético $\oint \vec{B}\cdot\vec{dl}=\mu_0 I_{interior}$
Dada la simetría del problema tomamos como línea para realizar la integral círculos contenidos en el plano perpendicular al eje del conductor y con mismo centro que el conductor. El módulo del campo magnético será el mismo en toda esa línea, y la dirección y sentido viene dada por "la regla de la mano derecha, poniendo dedo gordo de mano derecha en conductor la curvatura de los dedos de la mano indica sentido del campo, que está en líneas concéntricas". Podemos plantear

$$\oint \vec{B}\cdot\vec{dl}=B\oint dl=B\,2\pi r=\mu_0 I_{interior}\Rightarrow B=\frac{\mu_0}{2\pi r}I_{interior}$$

Hay tres zonas diferentes en función de la distancia radial r de P al eje del cilintro:
$0\le r<R_2$: La corriente contenida en el cilindro es 0, por lo que B=0
$R_2\le r\le R_1$: La corriente contenida en el cilindro depende de la distancia r. Como se indica que la corriente se encuentra repartida uniformemente en la sección del conductor, la densidad de corriente es constante, $|\vec{j}|=j=\frac{I}{A}=cte=\frac{I}{\pi R_1^2-\pi R_2^2}$

La corriente interior la podríamos obtener integrando la densidad de corriente, pero como es constante se obtiene multiplicando por el área de la corona de radios R_2 y r.

$$I_{interior}=\int_{R_2}^{r}\vec{j}\,\vec{ds}=j\int_{R_2}^{r}2\pi r\,dr=j\,[\pi r^2]_{R_2}^{r}=j\,\pi(r^2-R_2^2)$$

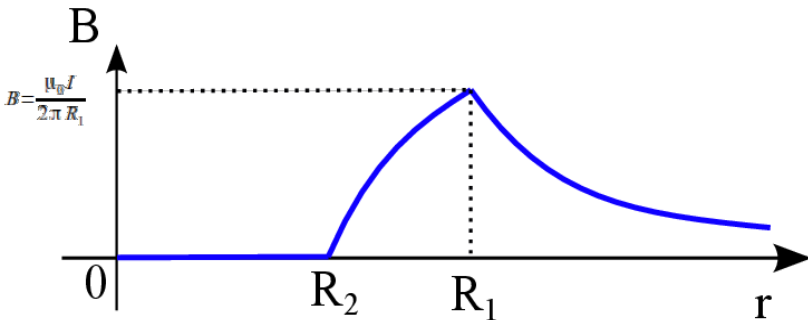
$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\frac{r^2-R_2^2}{(R_1^2-R_2^2)}$, que es una ecuación $B=a\,r-\frac{b}{r}$ donde $a=\frac{\mu_0 I}{2\pi(R_1^2-R_2^2)}$,

$b=a\,R_2^2=\frac{\mu_0 I\,R_2^2}{2\pi(R_1^2-R_2^2)}$ que para r=R_2 implica B=0 y para r=R_1 implica $B=\frac{\mu_0 I}{2\pi R_1}$

$R_1<r$: La corriente contenida en el cilindro es I, por lo que equivale a un conductor rectilíneo de corriente y el módulo del campo es

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Si representamos gráficamente los tres tramos (vemos que hay continuidad de valores)



F2. En un aparato para determinar la carga elemental e, por el procedimiento de Millikan, una gotita de aceite, en ausencia de campo eléctrico, desciende un milímetro en t=40,2 s y queda quieta cuando se le aplica un campo de $8{,}784 \cdot 10^3$ V/m. ¿Con cuántos electrones está cargada la gota?. La viscosidad del aire es $1{,}80 \cdot 10^{-5}$ N·s/m^2 , la densidad del aceite es 0,824 g/cm^3 y la del aire 1,29 g/L.

Referencias:
Resuelto por sleepylavoisier en http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4018#p17854
Problema similar 2015-Aragón-A1 (en él se incluyen diagramas y referencias)

Realizamos un planteamiento dinámico de las fuerzas sobre la gota
En ausencia de campo eléctrico:
Las fuerzas son
-Peso
-Empuje (será despreciable, pero al dar dato de densidad de aire lo tenemos en cuenta)
-Fuerza asociada a la viscosidad, fuerza de Stokes que tiene como módulo $F = 6\pi\eta r v$
Aplicando la 2ª ley de Newton y teniendo en cuenta que a=0 ya que va a velocidad constante.

$$P - E - F_{viscosidad} = 0$$

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{aceite} g - \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{aire} g - 6\pi\eta r v = 0$$

$$r^2(\rho_{aceite} - \rho_{aire}) = \frac{3 \cdot 6\eta v}{4g} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{9\eta v}{2g(\rho_{aceite} - \rho_{aire})}}$$

Con campo eléctrico:
Si la partícula está quieta, están las mismas fuerzas de peso y empuje, pero no habrá fuerza asociada a la viscosidad, y habrá una nueva fuerza opuesta al peso que consiga el equilibrio.
Aplicando la 2ª ley de Newton y teniendo en cuenta que a=0 (v=0 y constante)

$$P - E - F_{eléctrica} = 0$$

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{aceite} g - \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{aire} g - |q| E = 0$$

$$|q| = \frac{4\pi r^3 g(\rho_{aceite} - \rho_{aire})}{3E}$$

Sustituyendo la expresión y con valores numéricos, teniendo en cuenta que v=10^{-3}/40,2, y poniendo densidad en unidades del SI (kg/m^3)
Tomamos g=9,8 m/s^2 (no es dato de enunciado)

$$|q| = \frac{4\pi\left(\frac{9\eta v}{2g(\rho_{aceite} - \rho_{aire})}\right)^{\frac{3}{2}} g(\rho_{aceite} - \rho_{aire})}{3E}$$

$$|q| = \frac{4\pi\left(\frac{9 \cdot 1{,}80 \cdot 10^{-5} \frac{10^{-3}}{40{,}2}}{2 \cdot 9{,}8 \cdot (824 - 1{,}29)}\right)^{\frac{3}{2}} 9{,}8(824 - 1{,}29)}{3 \cdot 8{,}784 \cdot 10^3} = 4{,}80 \cdot 10^{-19} C$$

Si usamos el valor absoluto de la carga del electrón (no es dato de enunciado)

$$Q_{total} = n \cdot |q| \Rightarrow n = \frac{4{,}8 \cdot 10^{-19}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 3$$

La carga de la gota de aceite es de 3 electrones.

PROBLEMA 5.-
Calcula el porcentaje de átomos ionizados que ha de haber en un conductor esférico macizo de cobre de R = 1,5 cm para que en un punto próximo a él el campo sea de 2.10^{-3} V/m. Calcular el potencial del conductor.
Datos: densidad del cobre = 8,8 g/cc; M_{Cu} = 63; N_A=$6,023.10^{23}$.

Nota: enunciado original usa cc en lugar de cm^3 y . en lugar de · para indicar multiplicación.
Si utilizamos la ley de Gauss, el campo creado en el exterior de una esfera conductora solamente depende de la carga interior, por lo que podemos calcular la carga total que debe tener la esfera.
Como se dice "un punto próximo" consideramos como distancia el radio de la esfera.

$$E = K\cdot\frac{Q}{r^2} \Rightarrow 2\cdot 10^{-3} = 9\cdot 10^9 \cdot \frac{Q}{0{,}015^2} \Rightarrow Q = \frac{2\cdot 10^{-3} 0{,}015^2}{9\cdot 10^9} = 5\cdot 10^{-17}\, C$$

La masa de la esfera de cobre es $m = d\cdot v = 8{,}8\cdot\frac{4}{3}\pi 1{,}5^3 = 124{,}4\, g\, Cu$

El número de átomos en la esfera es

$$124{,}4\, \cancel{g\, Cu}\cdot\frac{6{,}023\cdot 10^{23}\, átomos}{63\, \cancel{g\, Cu}} = 1{,}19\cdot 10^{24}\, átomos\, Cu$$

Considerando átomos ionizados consideramos que se trata de Cu^+, han perdido un único electrón, solamente se aporta la primera energía de ionización.
Como la carga de cada átomo ionizado es, en valor absoluto, $1{,}6\cdot 10^{-19}$ C, el número de átomos ionizados será $\frac{5\cdot 10^{-17}}{1{,}6\cdot 10^{-19}} = 312{,}5$. Redondeamos a un valor entero, 313 átomos.

El porcentaje de átomos ionizados será $\frac{313}{1{,}19\cdot 10^{24}}\cdot 100 = 2{,}6\cdot 10^{-20}\,\%$

Para calcular el potencial del conductor tomamos referencia de potencial en el infinito.

$$V(r) = V(r) - V(\infty) = \frac{\Delta E_p}{q} = \frac{-W_{FC\,\infty\to r}}{q} = -\int_r^\infty \vec{E}\,\vec{dr} = -\int_r^\infty K\frac{Q}{r^2}\,dr = K\frac{Q}{r}$$

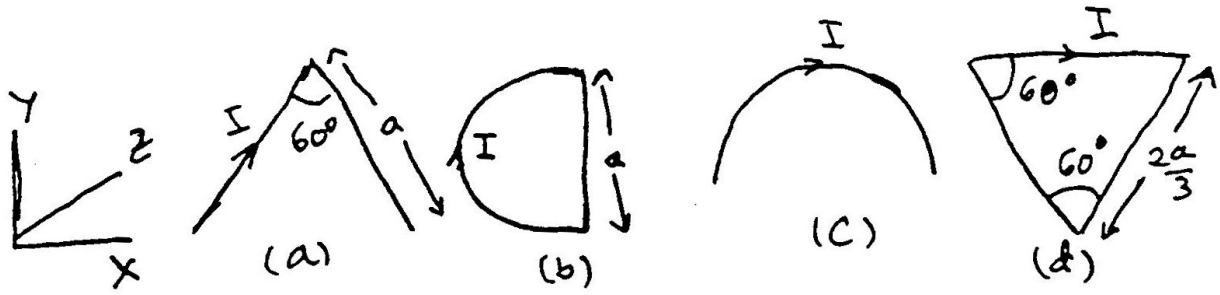
También podríamos haber planteado la capacidad de un condensador esférico, $C = \frac{Q}{V} = 4\pi\varepsilon_0 R$,

con lo que la tensión sería $V = \frac{Q}{C} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} = K\frac{Q}{R}$

Numéricamente $V = 9\cdot 10^9 \frac{5\cdot 10^{-17}}{0{,}015} = 3\cdot 10^{-5}\, V$

PROBLEMA 6.-

Los cuatro alambres de la figura tienen una longitud 2a, se hallan recorridos por una intensidad I y se encuentran en una región donde existe un campo magnético $\vec{B}=B\vec{u}_z$ Teslas, (perpendicular al plano de la figura). Calcular la fuerza neta que actúa sobre cada uno de ellos.



Comentario: el enunciado conseguido incluye los dibujos a mano, quizá en 1994 se incluyeron así, pero el dibujo de los tres ejes a la izquierda es confuso, ya que parece indicar ejes x e y en el plano del dibujo y eje z "hacia dentro" del dibujo, lo que haría que no se siguiese el convenio habitual en física, según el cual $\vec{i}\times\vec{j}=\vec{k}$
https://en.wikipedia.org/wiki/Cross_product#Coordinate_notation
Asumimos el convenio correcto, según el cual el eje z estará dirigido "hace nosotros"; cambiará simplemente el sentido de la fuerza.

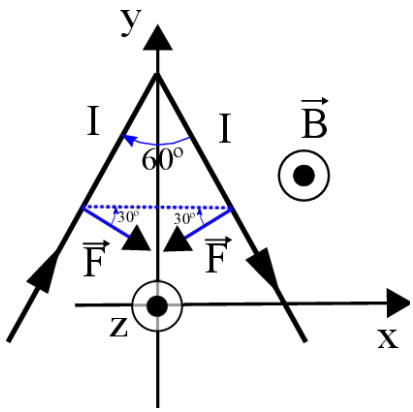
La fuerza neta total será la suma de los infinitesimales de fuerza sobre cada elemento de los conductores, infinitesimales que debemos integrar usando la ley de Laplace $\vec{F}=I(\vec{l}\times\vec{B})$, que nos da la expresión directamente en caso de que sea rectilíneo.

No se indican unidades para a ni para I, pero sí unidades para B, por lo que asumimos que todo está expresado en unidades de Sistema Internacional y la fuerza se obtendrá en newtons.

a) La fuerza sobre cada uno de los dos segmento rectos tendrá de módulo F=IaB, y su dirección será perpendicular al conductor, y su sentido, realizando el producto vectorial, hacia el interior.

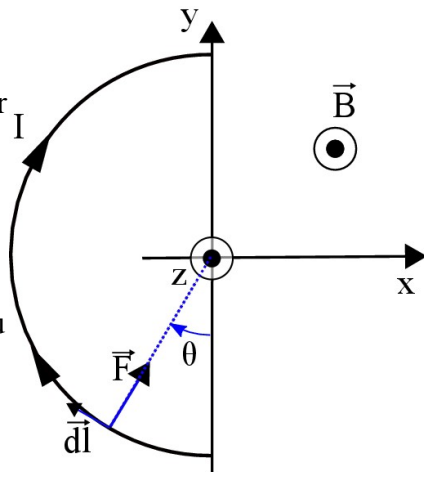
Por simetría las componentes x se cancelarán, y la componente y será el doble de la componente que genera cada semento, por lo que será

$$\vec{F}_{neta}=-2\cdot\vec{F}_{y\ cada\ segmento}=-2\,IaB\cdot sen(30^o)\vec{j}\,N$$
$$\vec{F}_{neta}=-IaB\vec{j}\,N$$



b) El diagrama no es consistente con el enunciado: si es una semicircunferencia cerrada y su diámetro es a, el radio sería R=a/2 y el perímetro de la semicircunferencia sería πR=πa/2, por lo que la la longitud total sería (π/2+1)a y no puede ser 2a. Lo realizamos para el diagrama dado asumiendo que en este caso la longitud total es (π/2+1)a.

De nuevo por simetría vemos que las componentes y de los diferenciales de fuerza realizados por la sección circular se cancelan, y la fuerza tendrá únicamente componente x, siendo su valor (dl=R·dθ)



$$F_x = 2\int_0^{\pi/2} I(\vec{dl}\times\vec{B}) = 2IB\int_0^{\pi/2} R\,d\theta\cdot sen\,\theta = 2I\frac{a}{2}B[-\cos\theta]_0^{\frac{\pi}{2}} = IaB[-0-(-1)] = IaB\,N$$

En el segmento recto la corriente va verticalmente de arriba hacia abajo (dirigida hace y negativas), por lo que la fuerza está dirigida hacia x negativas, y su módulo será IaB, de modo que la fuerza neta total sería nula.

c) En este caso si la longitud total es 2a, el radio es $2a=\pi R \rightarrow R=2a/\pi$

Realizando razonamientos similares al caso b, ahora el campo estará dirigido hacia y negativas, cancelándose las componentes x, y el módulo será

$$F_y = 2\int_0^{\pi/2} I(\vec{dl}\times\vec{B}) = 2IB\int_0^{\pi/2} 2\frac{a}{\pi}d\theta\cdot sen\,\theta = 2I\,2\frac{a}{\pi}B[-\cos\theta]_0^{\frac{\pi}{2}} = 4\frac{IaB}{\pi}N$$

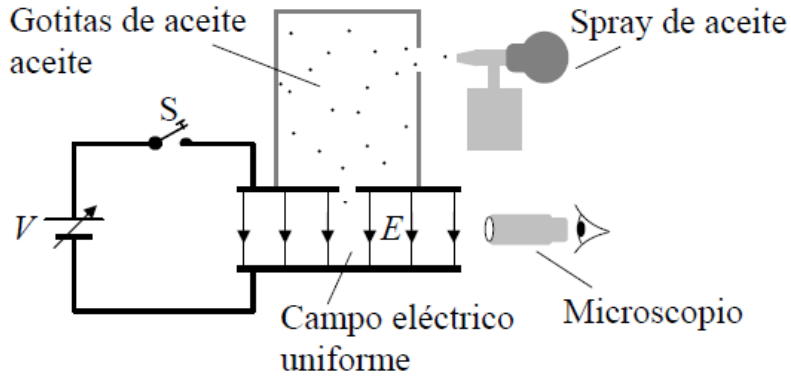
Vectorialmente $\vec{F} = -4\frac{IaB}{\pi}\vec{j}\,N$

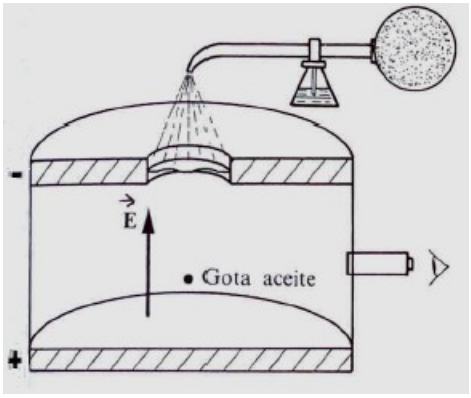
d) En este caso se puede ver por simetría que las tres fuerzas son iguales y forman 120º entre ellas, por lo que la fuerza neta es nula.

(Enunciado oficioso, no se tiene el original)
X1. Robert A. Millikan adquirió gran protagonismo en el descubrimiento de las partículas elementales.
a) Describir cualitativamente el experimento de Millikan y realizar un esquema que permita la visualización del mismo.
b) El primer paso de su investigación fue determinar el radio de una gota de aceite. Calcular la relación matemática que da el valor de dicho radio, indicando, razonadamente, el método aplicado.
DATOS: η_{aire}, ρ_{aceite}, ρ_{aire}, v (velocidad) y m (masa)
c) Si el radio de la gota de aceite es $5{,}2 \cdot 10^{-4}$ cm y el campo que equilibra el peso es $1{,}92 \cdot 10^{5}$ N·C^{-1}, calcular la carga de la gota.
¿Por qué Millikan no trató directamente de equilibrar electrones, en vez de hacerlo con gotas de aceite?
DATOS: ρ_{aceite} = 0,851 g cm^{-3}. Distancia entre placas = 5 cm. $(q/m)_e = 1{,}76 \cdot 10^{11}$ C·kg^{-1}

Problemas con referencias al experimento de Millikan: Galicia 1995-F2, Aragón 2015-A1 Problema 3 de la fase nacional de la olimpiada de Física de 2011, Ejercicio A4 Fase Específica PAU Castilla y León Septiembre 2010

a) El experimento e Millikan consiste en:
1. Se pulveriza aceite en una cámara donde se cargan eléctricamente por fricción.
2. Se dejan caer las gotas de aceite sin campo a través del aire, alcanzando una velocidad terminal por equilibrio entre la fuerza gravitatoria y la resistencia viscosa del aire (ley de Stokes).
3. Se aplica un campo eléctrico vertical entre dos placas metálicas paralelas que ejerce una fuerza eléctrica sobre las gotas cargadas. Se ajusta el campo para que algunas gotas ascendiaran a velocidad constante o nula.
4. Se miden las velocidades para determinar la carga de las gotas.





b) En ambos diagramas el sentido de la diferencia de potencial es inverso; lo primero que hacemos es un diagrama de fuerzas y aclaramos el sentido de la diferencia de potencial cuando sube y cuando baja.
Si tomamos eje x vertical y dirigido hacia arriba, las fuerzas que intervienen cuando sube son (despreciamos el empuje del aire):
Hacia x negativas:

- Peso = m·g = d·v·g
- Rozamiento opuesto al movimiento, fuerza de Stokes asociada a velocidad límite de la gota (esta fórmula hay que conocerla) $F_r = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot v$

Aplicando la segunda ley de Newton con aceleración nula (la velocidad es constante):

$$d_{aceite}\frac{4}{3}\pi r^3 g - 6\cdot\pi\cdot\eta\cdot r\cdot v = 0$$

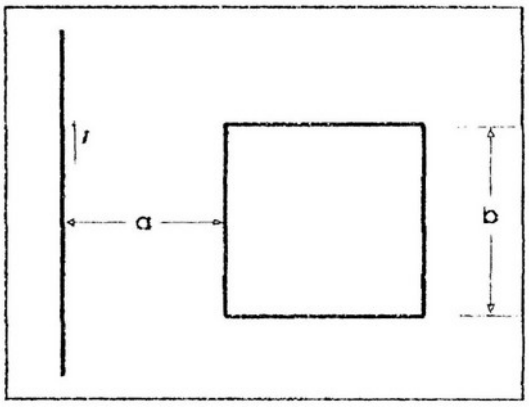
$$r^2 = \frac{9}{2}\frac{\eta\cdot v}{d_{aceite}}$$

$$r = \sqrt{\frac{9}{2}\frac{\eta\cdot v}{d_{aceite}}}$$

b) $m = d_{aceite}\frac{4}{3}\pi r^3 g = 0{,}851\cdot\frac{4}{3}\pi\left(5{,}2\cdot10^{-4}\right)^3 = 5{,}01\cdot10^{-10}\,g = 5{,}01\cdot10^{-13}\,kg$

El equilibrio de la gota supone (tomamos g=9,81 m/s^2 ya que no es dato)
|Fe|=|Fg| → |q|E=mg → |q|=mg/E=5,01·10^{-13}·9,81/1,92·10^5=2,56·10^{-17} C
Nota: el dato de distancia entre placas y la relación q/m del electrón no se usan.
c) Los electrones son partículas demasiado pequeñas para ser observadas y manipuladas individualmente en un experimento macroscópico, mientra que las gotas de aceite son visibles al microscopio y su movimiento puede medirse con precisión.
La carga de las gotas siempre es un múltiplo de la carga del electrón, lo que permite deducir el valor de la carga del electrón tras realizar muchas medidas con muchas gotas.

F3. Se dispone de un conductor rectilíneo de longitud infinita que transporta una corriente $i=I_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ en sus proximidades hay una espira cuadrada, tal y como se indica en la figura. Calcular:
1. La f.e.m. inducida en la espira.
2. El coeficiente de inducción mutuo.



Referencias:
Similar a Castilla-La Mancha 1998 Física y Murcia 2006-TI1

1) Asumimos que el medio es el vacío. El módulo del campo magnético creado por un conductor rectilíneo a una distancia r es $B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$, expresión deducible utilizando la ley de Ampère.

En este caso $B=\frac{\mu_0 I_0 e^{-\lambda t}}{2\pi r}$

El flujo es $\Phi=\int \vec{B}\cdot\vec{dS}$; al ser el campo perpendicular a la superficie podemos plantear $\Phi=\int B\cdot dS$, y al no ser el campo constante en toda la espira el flujo lo planteamos como una integral de flujo en tramos diferenciales de altura b y anchura dx (dr) entre a y a+b

$$\Phi=\int_a^{a+b} B\,b\,dr=\frac{\mu_0 I_0 e^{-\lambda t}}{2\pi} b\int_a^{a+b}\frac{dr}{r}=\frac{\mu_0 I_0 e^{-\lambda t}}{2\pi} b\ln\frac{a+b}{a}[Wb]$$

Aplicando la ley de Faraday-Lenz $\varepsilon=\frac{-d\Phi}{dt}=\frac{\mu_0 I_0}{2\pi} b\ln\frac{a+b}{a}\lambda e^{-\lambda t}[\varepsilon\, en\, V, t\, en\, s]$

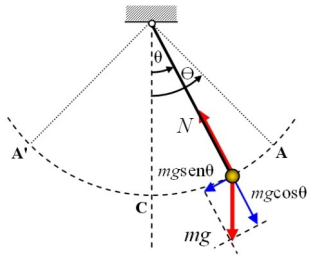
2) Por definición el coeficiente de inducción mutua cumple $\Phi_2=M I_1 \Rightarrow \varepsilon_2=-M\frac{dI_1}{dt}$ luego

$$M=\frac{\Phi_2}{I_1}=\frac{\frac{\mu_0 \cancel{I_0 e^{-\lambda t}}}{2\pi} b\ln\frac{a+b}{a}}{\cancel{I_0 e^{-\lambda t}}}=\frac{\mu_0}{2\pi} b\ln\frac{a+b}{a}[H]$$

F4. Una esfera metálica de 8 gramos se encuentra suspendida de un hilo de 1 m de longitud y se le suministra una carga q =2·10^{-5} C. Determinar:
1. ¿Qué período de oscilación tendrá la esfera al situarla en un campo eléctrico horizontal y uniforme E=4000 N/C?
2. Suponga que el campo eléctrico está creado por un condensador plano. ¿Cómo variará el período de oscilación si se aumenta la distancia entre armaduras?. Razonar la respuesta.

Referencias:
Similar a Andalucía 1996-F2, pero en este caso el campo eléctrico es horizontal.
Usamos g=9,81 m/s^2 que no es dato del enunciado.
1) Lo primero que hay que plantear es que la oscilación se produce respecto a una posición de equilibrio que no es la vertical.
El peso ejerce una fuerza vertical hacia abajo: P=mg=0,008·9,81=0,07848 N
El campo eléctrico ejerce una fuerza horizontal (podemos asumir hacia la derecha si hacemos un diagrama): Fe=qE=2·10^{-5}·4000=0,08 N
En equilibrio la tensión tendrá unas componentes horizontal y vertical que compensarán ambas fuerzas, y el ángulo formado con la vertical será próximo a 45º ya que ambas componentes son muy similares en módulo: $\theta = \arctan\left(\frac{T_x}{T_y}\right) = \arctan\left(\frac{0,08}{0,07848}\right) = 45,55^o$

La oscilación se produce respecto a esta posición de equilibrio: podemos plantear la expresión general de un MAS tomando como θ el ángulo respecto a la posición de equilibrio del péndulo.
Realizamos la deducción de la expresión asociada al periodo de un péndulo cuando solamente existe gravedad: proviene de igualar aceleración tangencial a la componente tangencial de aceleración del peso, donde el signo proviene de la referencia del ángulo



Algarabia, wikimedia, public domain

$a_T = \frac{F_{tangencial}}{m} \Rightarrow \alpha \cdot L = -g\,sen\,\theta$ Operando $L\frac{d^2\theta}{dt^2} = -g\,sen\,\theta$

Con la aproximación θ = sen θ (1% error para ángulos menores 14º) se llega a la expresión de un MAS (en función θ) $\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{-g}{L}\theta$ donde

$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$ y $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

En este caso tenemos el péndulo entre las placas del condensador, y como la posición de equilibrio no es vertical, hay que considerar las componentes de las fuerzas que están dirigidas en la dirección radial en la posición de equilibrio.
Podemos plantear que hay una "gravedad efectiva" asociada a la fuerza radial en el equilibrio, combinación de peso y fuerza eléctrica, de módulo $\sqrt{0,08^2 + 0,07848^2} = 0,1121\,N$ por lo que la gravedad efectiva sería 0,1121/0,008=14,01 m/s^2. Para desviaciones pequeñas respecto al equilibrio, se puede asumir $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g_{ef}}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{14,01}} \approx 1,68\,s$

b) Si se aumenta la distancia entre armaduras de un condensador plano, en el que se supone que la diferencia de potencial con la que están cargadas las placas no varía, el campo disminuirá ya que E=V/d, por lo que "gravedad efectiva" disminuirá acerándose a la gravitatoria (y el péndulo estará más cercano a la vertical en equilibrio), por lo que el periodo aumentará.

De entre las cuestiones 1, 2, 3 y 4 que a continuación se proponen, el aspirante elegirá libremente y contestará a 3 de ellas.

CUESTIONES DE FÍSICA

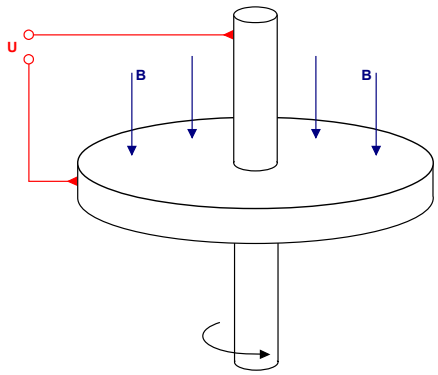
2.- Un aro metálico de radio interior R_1 = 20 cm y radio exterior R_2 = 40 cm gira uniformemente alrededor de su eje con velocidad angular de 50 rpm. En la dirección de su eje existe un campo magnético uniforme B = 40 T.

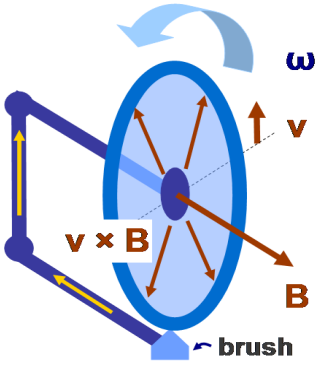
Dos escobillas se apoyan, respectivamente, sobre la superficie interior y exterior del aro y sirven para extraer a un circuito la corriente inducida en el aro metálico. Determinar:

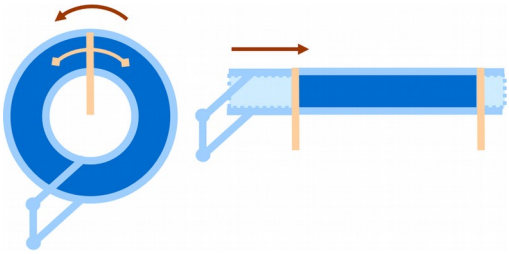
a) El valor de la f.e.m. inducida, en función del tiempo.

b) Los valores máximo y eficaz de dicha f.e.m.

El aro metálico descrito es lo que se conoce como disco de Faraday o generador homopolar.







Disco de Faraday, Matma Rex, cc-by-sa wikimedia Disco de Faraday, y asociadión disco-tira, Brews ohare, cc-by-sa, wikimedia

Se incluyen varias imágenes, es un dispositivo que se puede comprar como material de laboratorio. También enlaza con la paradoja de Faraday (ver problema 4 de oposición Madrid 2014)

Existe una fuerza magnética sobre las cargas móviles del disco, los electrones, que genera una diferencia de potencial asociada a esa fuerza electromotriz.

Podemos hacer una analogía a una barra (que sería un sector de disco radial), y usar la expresión general asociada la diferencia de potencial en los extremos de un conductor que se mueve en un campo magnético $\varepsilon = \int_L (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$

Como el producto vectorial los vectores velocidad y campo siempre son perpendiculares, y como v=ωr, podemos expresar $\vec{v} \perp \vec{B} \Rightarrow |\vec{v} \times \vec{B}| = v \cdot B = \omega \cdot r \cdot B$, por lo que considerando solamente el módulo y si integramos desde el radio interior R_1 hasta el radio exterior R_2, tomando dl=dr:

$$|\varepsilon| = \int_{R_1}^{R_2} B \cdot \omega \cdot r \cdot dr = \omega \cdot B \left[\frac{r^2}{2}\right]_{R_1}^{R_2} = \frac{\omega \cdot B}{2}\left(R_2^2 - R_1^2\right)$$

$$\omega = \frac{50\,\cancel{rev}}{1\,\cancel{min}} \cdot \frac{1\,\cancel{min}}{60\,s} \cdot \frac{2\pi\,rad}{1\,\cancel{rev}} = 5\frac{\pi}{3}\,rad/s$$

Sustituyendo numéricamente

$$|\varepsilon| = \frac{5\pi \cdot 40}{3 \cdot 2}\left(0{,}4^2 - 0{,}2^2\right) = 4\pi V$$

b) La pregunta no tiene sentido, ya que se produce corriente continua, la tensión es constante, y los valores máximo y eficaz son el mismo.

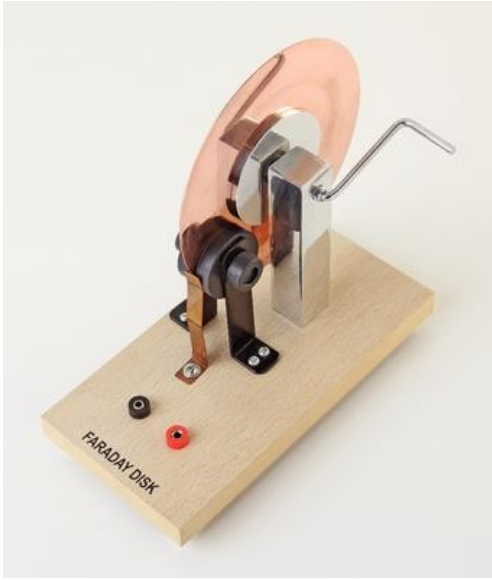
Disgresiones adicionales:

-Aunque no se pide explícitamene el signo de la fem y damos valor absoluto, podemos razonarlo, aunque depende del sentido del vector campo respecto al del vector velocidad angular, cosa que el este enunciado no hace como sí ocurre por ejemplo en problema Madrid 2014: si tienen el mismo sentido el sentido del producto vectorial $\vec{v} \times \vec{B}$ *tendrá sentido hacia fuera (si tienen distinto sentido será hacia dentro). Un electrón de la varilla, usando la expresión de la fuerza de Lorentz*

$\vec{F}=q(\vec{v}\times\vec{B})$ *y teniendo en cuenta que su carga es negativa, experimentará una fuerza dirigida en sentido opuesto. Si l sentido del vector campo respecto al del vector velocidad angular coinciden, el electrón irá hacia el centro del disco, por lo que, viendo el disco como generador, los electrones saldrán desde la escobilla interior y regresarán por la exterior, la corriente eléctrica tendrá sentido opuesto, y la tensión mayor estará en la parte exterior y la menor en la interior.*

-¿En qué varía tener un disco frente a tener una única varilla dando vueltas respecto a Madrid 2014, o en qué variaría si fueran dos varillas, o si fuera una rueda con múltiples varillas individuales? La fuerza electromotriz sería la misma, solamente que habría mayor intensidad, ya que cada varilla o seccioń radial del disco tiene más electrones sobre los que actúa la fuerza magnética y supone un generador de mayor intensidad.

-Siendo un disco¿importa el tamaño de las escobillas? ¿da lo mismo que sea una escobilla que toque un punto del disco a que sean unas escobillas que ocupen todo el borde del disco? Sí que es indistinto, los puntos del disco a la misma distancia del eje de rotación están al mismo potencial, la escobilla estaría en contacto con puntos al mismo potencial. Quizá en sentido práctico sirva para recoger mejor más corriente, aunque por ejemplo en el disco de demostración de laboratorio del que se incluye una imagen, la "escobilla" es puntual y está en zona donde está el campo magnético (generado por imanes), campo que en este caso no atraviesa todo el disco.



Disco de Faraday, sargentwelch.ca

enrique@fiquipedia.es Revisado 11 mayo 2025
CC BY SA

PROBLEMA X4 (Se desconoce el número). Un cilindre indefinit de radi R està carregat amb una densitat uniforme. Determineu el camp elèctric creat a una distància a (a>R) del eix del cilindre. Determineu el camp y potencial elèctric en el mateix punt.
$\varepsilon_0=8{,}842\cdot10^{-12}\ C^2/N\cdot m^2$

Un cilindro indefinido de radio R está cargado con una densidad uniforme. Determine el campo eléctrico creado a una distancia a (a>R) del eje del cilindro. Determine el campo y potencial eléctrico en el mismo punto. $\varepsilon_0=8{,}842\cdot10^{-12}\ C^2/N\cdot m^2$

Por simetría el campo debe ser radial y su módulo solo depende de la distancia al eje del ciclindro.
Aplicamos la ley de Gauss para a>R tomando como superficie gaussiana un cilindro con el mismo eje que el cilindro cargado, de longitud L y radio a.
El flujo de campo eléctrico será nulo en las tapas del cilindro, y en la parte lateral el campo y el vector superficie son paralelos. Si llamamos λ a la cantidad de carga por unidad de longitud de cilindro cargado

$$\Phi=\frac{Q_{interior}}{\varepsilon_0}$$

$$\int_{superficie\,lateral}\vec{E}\,d\vec{S}=\lambda\frac{L}{\varepsilon_0}$$ Vectorialmente $\vec{E}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}\vec{u}_r$

$$E\,2\pi a\,L=\lambda\frac{L}{\varepsilon_0}$$

$$E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}$$

Planteamos el potencial de manera general

$$V(A)-V(B)=-\int_B^A\vec{E}\,d\vec{r}=-\int_B^A\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}dr=\frac{-\lambda}{2\pi\varepsilon_0}[\ln(r)]_B^A=\frac{-\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln(\frac{r_A}{r_B})$$

Vemos que no podemos tomar referencia en r=0 ni en r=∞

Si tomamos V(R)=0 $V(a)-\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln(\frac{a}{R})$

enrique@fiquipedia.es Revisado 11 mayo 2025

PROBLEMA X5 (Se desconoce el número). Una esfera metàl.lica de 10 cm de radi es carrega inicialment de 1000 V. Un cop carregada es desconnecta de la bateria i es posa en contacte amb una altra esfera aillada d'1 cm de radi que, tot seguit, es descarrega. Novament possem les dues esferes en contacte i fem descarregar la segona. Finalment repetim l'operació per tercera vegada. Calculeu la càrrega de la primera esfera després del tercer contacte i el potencial de la segona abans de descarregar-la per tercera vegada. $\varepsilon_0=8{,}842\cdot10^{-12}$ $C^2/N\cdot m^2$

Una esfera metálica de 10 cm de radio se carga inicialmente de 1000 V. Una vez cargada se desconecta de la batería y se pone en contacto con otra esfera aislada de 1 cm de radio que, a continuación, se descarga. De nuevo ponemos las dos esferas en contacto y hacemos descargar la segunda. Finalmente repetimos la operación por tercera vez. Calcule la carga de la primera esfera después del tercer contacto y el potencial de la segunda antes de descargarla por tercera vez. $\varepsilon_0=8{,}842\cdot10^{-12}$ $C^2/N\cdot m^2$

La capacidad de una esfera es $C=4\pi\varepsilon_0 R$
$C_1=4\pi\cdot8{,}842\cdot10^{-12}\cdot0{,}1=1{,}111\cdot10^{-11}$ F
$C_2=4\pi\cdot8{,}842\cdot10^{-12}\cdot0{,}01=1{,}111\cdot10^{-12}$ F
Como C=Q/V, lo que la primera esfera tiene una carga inicial
$Q_1=1{,}111\cdot10^{-11}\cdot1000=1{,}111\cdot10^{-8}$ C
Al poner las esferas en contacto se igualan potenciales, y la carga se conserva: como solo había carga inicialmente carga en la esfera 1, la carga se reparte
Primer contacto:
$V_1'=V_2' \rightarrow Q_1'/C_1=Q_2'/C_2 \rightarrow Q_1'=Q_2'\cdot(C_1/C_2)=Q_2'\cdot1{,}111\cdot10^{-11}/1{,}111\cdot10^{-12}=10\cdot Q_2'$
$Q_1'+Q_2'=1{,}111\cdot10^{-8}$
$11\cdot Q_2'=1{,}111\cdot10^{-8} \rightarrow Q_2'=1{,}111\cdot10^{-8}/11=1{,}01\cdot10^{-9}$ C
La carga Q_1' tras el primer contacto es $Q_1'=1{,}111\cdot10^{-8}-1{,}01\cdot10^{-9}=1{,}01\cdot10^{-8}$ C
Segundo contacto:
$V_1''=V_2'' \rightarrow Q_1''/C_1=Q_2''/C_2 \rightarrow Q_1''=10\cdot Q_2''$
$Q_1''+Q_2''=1{,}111\cdot10^{-8}$ C
$11\cdot Q_2''=1{,}01\cdot10^{-8} \rightarrow Q_2''=1{,}01\cdot10^{-8}/11=9{,}18\cdot10^{-10}$ C
La carga Q_1'' tras el segundo contacto es $Q_1''=1{,}01\cdot10^{-8}-9{,}18\cdot10^{-10}=9{,}18\cdot10^{-9}$ C
El potencial de la primera esfera antes de descargarla por tercera vez es
$V_1''=Q_1''/C_2=9{,}18\cdot10^{-9}/1{,}111\cdot10^{-11}=826$ V
Tercer contacto:
$V_1'''=V_2''' \rightarrow Q_1'''/C_1=Q_2'''/C_2 \rightarrow Q_1'''=10\cdot Q_2'''$
$Q_1'''+Q_2'''=9{,}18\cdot10^{-9}$ C
$11\cdot Q_2'''=9{,}18\cdot10^{-9} \rightarrow Q_2''=9{,}18\cdot10^{-9}/11=8{,}35\cdot10^{-10}$ C
La carga Q_1''' tras el tercder contacto es $Q_1'''=9{,}18\cdot10^{-9}-8{,}35\cdot10^{-10}=8{,}35\cdot10^{-9}$ C

enrique@fiquipedia.es Revisado 11 mayo 2025
CC BY SA

PROBLEMA X7 (Se desconoce el número). S'accelera un feix d'ions positius monovalents per mitjà d'una tensió de 125 V. Tot seguit penetren perpendicularment en un camp magnètic uniforme de 0,0378 T, el qual els fa descriure un moviment circular de 23 cm de radi. Trobeu la massa dels ions.

Se acelera un haz de iones positivos monovalentes por medio de una tensión de 125 V. A continuación penetran perpendicularmente en un campo magnético uniforme de 0,0378 T, que les hace describir un movimiento circular de 23 cm de radio. Encuentre la masa de los iones.

Por conservación de energía mecánica, la energía cinética de los iones asumiendo que parten del repso es qΔV, por lo que su velocidad es $v=\sqrt{\frac{2q\Delta V}{m}}$

Aplicando la expresión de la fuerza de Lorentz y teniendo en cuenta que la velocidad es perpendicular al campo, igualando el módulo de fuerza magnética y fuerza centrípeta

$$qvB=m\frac{v^2}{R}$$

$$v=\frac{qBR}{m}$$

$$v^2=\frac{q^2B^2R^2}{m^2}=\frac{2q\Delta V}{m}$$

$$\frac{qB^2R^2}{m}=2\Delta V$$

$$m=\frac{qB^2R^2}{2\Delta V}$$

Numéricamente, usando q=1,6·10^{-19} C aunque no es dato

$$m=\frac{1,6\cdot10^{-19}0,0378^2 0,23^2}{2\cdot125}=4,84\cdot10^{-26}kg$$

Si dividimos por la unidad de masa atómica, u=1,66·10^{-27} kg
m=4,84·10^{-26}/1,66·10^{-27}≈29 u
Podrías ser un ion por ejemplo del isótopo ^{29}Si

PROBLEMAS DE FÍSICA

5. Una partícula α de 5 MeV de energía se acerca desde lejos a un núcleo de oro (número atómico = 79). ¿A qué distancia del núcleo cambiará el sentido de su trayectoria? Suponer que el choque es frontal.

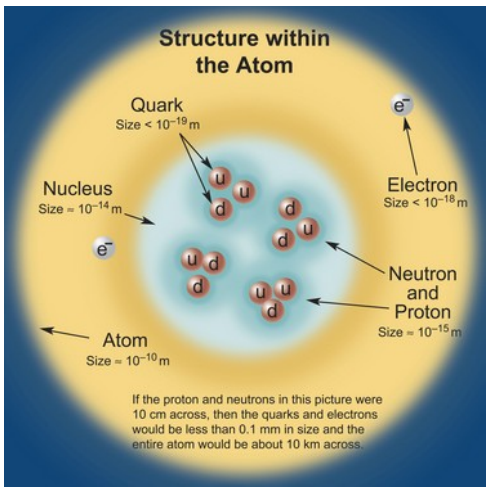
Tomamos $e=-1,6\cdot10^{-19}$ C; $K=9\cdot10^{9}$ N m² C^{-2} que no son datos del enunciado.

Enunciado indica "choque" pero se entiende que habla que que la trayectoria es directa hacia el núcleo, que asumimos puntual con carga +79|e| siendo e la carga del elecrón. La partícula alfa tiene una carga +2|e|
Planteamos la conservación de la energía mecánica Em(A)=Em(B)
A: punto lejano
B: punto en el que se detiene y cambia el sentido de su movimiento
En el punto lejano la energía potencial es nula, y la energía cinética 5 MeV.
Enunciado no indica que sea solo la cinética, pero no puede ser la total: la energía asociada a reposo de una partícula alfa ya es mayor $m_\alpha=4\ u = 4\cdot1,66\cdot10^{-27}=6,64\cdot10^{-27}$ kg; $c=3\cdot10^{8}$ m/s; $E=mc^2=6,64\cdot10^{-27}\cdot(3\cdot10^{8})^2/1,6\cdot10^{-19}=3,735\cdot10^{9}$ =3,735 GeV
A: $E_p=0$, $E_c=5$ MeV
B: $E_p=KQq/d^2$ $Ec=0$

$$5\cdot10^{6}\cdot|\cancel{e}|=K\frac{79\cdot|e|\cdot2\cdot|\cancel{e}|}{d}$$

$$d=\frac{9\cdot10^{9}\cdot79\cdot2\cdot1,6\cdot10^{-19}}{5\cdot10^{6}}=4,55\cdot10^{-14}\,m$$

La distancia es del orden del radio del núcleo.

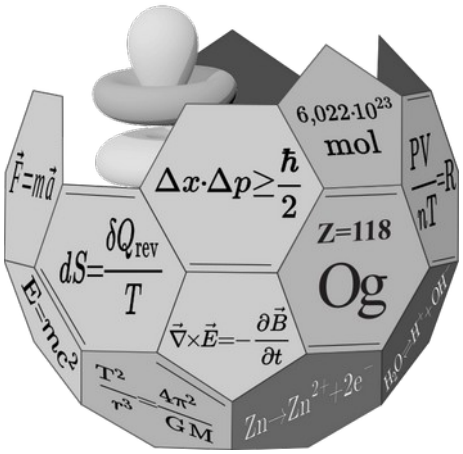


hysics.org, copyright

Emisiones alfa utilizada lanzadas contra oro recuerdan el experimento de Rutherford (ignorando el efecto de los electrones), se valida con referencias que se esa energía de 5 MeV está asocida a las partículas alfa del experimento.
Rutherford, E. (1906). XIX. Retardation of the α particle from radium in passing through matter;The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, 12(68), 134–146. https://doi.org/10.1080/14786440609463525
En página 141 se indica para partículas mv/e valores entre $3,04\cdot10^{5}$ y $4,06\cdot10^{5}$ usado unidades sistema cegesimal (g para masa, cm/s para velocidad y abculombios para carga)

Para el valor máximo $$4,06\cdot10^{5}\frac{\cancel{g}\cdot\cancel{cm}}{s\cdot\cancel{abC}}\cdot\frac{1\,kg}{10^{3}\cancel{g}}\cdot\frac{1\,m}{10^{2}\cancel{cm}}\cdot\frac{1\cancel{abC}}{10\,C}=0,406\,kg\cdot m\cdot s^{-1}\cdot C^{-1}$$

$v=4,06\cdot10^{5}\cdot e/m = 0,406\cdot2\cdot1,6\cdot10^{-19}/6,64\cdot10^{-27}=1,9566\cdot10^{7}$ m/s (6,5 % de c, no relativista)
$Ec= ½mv^2=½6,64\cdot10^{-27}(1,9566\cdot10^{7})^2=1,27\cdot10^{-12}$ J = 7,9 MeV
Para el mínimo $v=1,465\cdot10^{7}$ m/s → Ec=4,55 MeV



Problemas resueltos oposiciones Física y Química

Recopilación revisada 4 septiembre 2025

Electrotecnia

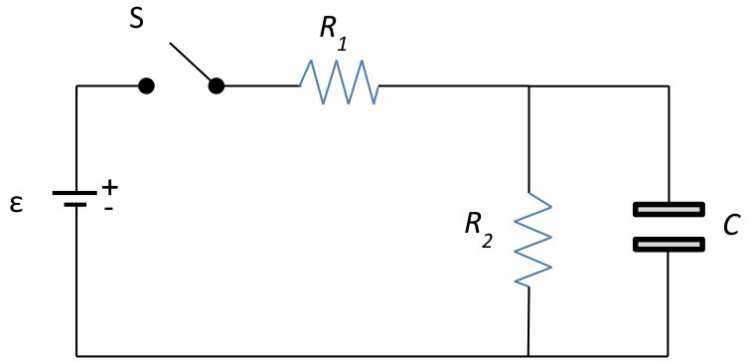
enrique@fiquipedia.es

CC BY SA

enrique@fiquipedia.es Revisado 6 julio 2023
CC BY SA

Prueba B2 ejercicio práctico
Han de resolverse los SEIS PROBLEMAS, cada uno de los cuales se calificará de 0 a 10 puntos. En caso de tener varios apartados, la calificación de cada uno de ellos será la que figure en el texto y de no figurar ninguna se entenderá el mismo valor para todos. La calificación del ejercicio será la correspondiente a la media de las puntuaciones obtenidas en cada uno de los problemas.
Se aplicarán los criterios de corrección generales y específicos de evaluación que ya han sido publicados.

4. El circuito que se muestra en la figura contiene un condensador de 5 μF y dos resistencias cuyos valores son R_1 = 800 kΩ y R_2 = 400 kΩ. La batería proporciona una f.e.m de 120 V. El condensador C está inicialmente descargado. Calcular:
a. La corriente inicial de la batería inmediatamente después de cerrar el interruptor S.
b. La corriente estacionaria que circula a través de la batería después de haber transcurrido un tiempo largo.
c. El voltaje máximo a través del condensador.
d. Si el interruptor ha estado cerrado un largo tiempo y luego se abre, determinar la variación de intensidad de corriente a través de R_2 en función del tiempo.



Durante el examen se aclaró que puntuación sobre 10 en este ejercicio es 2 a, 2 b, 2 c y 4 d.
Referencias:
https://openstax.org/books/f%C3%ADsica-universitaria-volumen-2/pages/10-5-circuitos-rc
http://www.sc.ehu.es/sbweb/electronica/elec_basica/tema4/Paginas/Pagina10.htm
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/elecmagnet/campo_electrico/rc/rc.htm
Valencia 2005-2, Cataluña 2001-A3: circuitos RLC.
Cataluña 2000-C3-e: circuito RC.
Resuelto por koler en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?p=40302#p40302

a) El condensador descargado tiene una diferencia de potencial cero e inicialmente equivale a un cortocircuito, por lo que es circuito estaría formado solo por la fuente y R_1; la corriente es la asociada a la carga del condensador, e irá disminuyendo con el tiempo hasta que esté totalmente cargado. Usando la ley de Ohm $I_a=V/R_1=120/800\cdot10^3=1{,}5\cdot10^{-4}$ A
La ley de Ohm se puede ver en este caso como una consecuencia de haber aplicado la ley de Kirchhoff, ya que $I_a\cdot R_1-V+\cancel{Q-C}=0$
b) Tras un tiempo largo el condensador está cargado, equivale a circuito abierto
Usando la ley de Ohm $I_b=V/(R_1+R_2)=120/(800\cdot10^3+400\cdot10^3)=10^{-4}$ A
c) El voltaje máximo del condensador es el asociado a cuando está cargado, que es la situación del apartado b. Usando la ley de Ohm $V_c=R_2\cdot I_b=400\cdot10^3\cdot10^{-4}=40$ V
De nuevo la ley de Ohm se puede ver como una consecuencia de haber aplicado la ley de Kirchhoff, ya que $I_b\cdot R_2-V_c=0$
d) Si el interruptor lleva cerrado mucho tiempo, el voltaje inicial en el condensador es el calculado en c, y al abrir el interruptor, tenemos un circuito formado solo por R_2 y C: el condensador se descarga a través de R_2.
La suma de las 2 tensiones en los elementos es igual a cero, ya que no hay fuente.

Usando la ley de Kirchhoff, la definición de capacidad y la ley de Ohm, planteamos.

$$V_C + V_R = 0 \Rightarrow \frac{Q}{C} = -R_2 \cdot I = 0$$

Sustituyendo con la definición de intensidad para relacionarla con la carga I=dQ/dt

$$\frac{Q}{C} = -R_2 \frac{dQ}{dt} \Rightarrow -\frac{1}{R_2 C} dt = \frac{-dQ}{Q} \Rightarrow -\frac{1}{R_2 C} \int_0^t dt = -\int_{q_0}^{q} \frac{dQ}{Q} \Rightarrow -\frac{t}{R_2 C} = -\ln\left(\frac{q}{q_0}\right) \Rightarrow q = q_0 e^{\frac{-t}{R_2 C}}$$

q_0 es la carga del condensador en estado estacionario, y es $V_c \cdot C = 40 \cdot 5 \cdot 10^{-6} = 2 \cdot 10^{-4}$ C

Usamos de nuevo la definición de intensidad y derivamos

$$I = \frac{-q_0}{R_2 C} e^{\frac{-t}{R_2 C}} = -I_0 e^{\frac{-t}{R_2 C}}$$

Podemos ver que $I_0 = 2 \cdot 10^{-4} / (400 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-6}) = 10^{-4}$ A, mismo valor de corriente máxima calculada en apartado b.

Sustituyendo numéricamente en la expresión final

$$I = -10^{-4} e^{\frac{-t}{2}} \left[I \, en \, A, t \, en \, s \right]$$

Model 1. Cas 2. Qüestions prèvies.

a) Un transformador elevador, que suposem ideal, es connecta en el primari a una tensió eficaç de 500V produïda en una central elèctrica de 20kW, i es vol transportar a una distància a la casa de 5km. La relació d'espires és $n_p/n_s=1/200$, i s'utilitza fil de coure de resistivitat $1,7 \cdot 10^{-8}$ Ω m i de secció $4mm^2$. Determineu l'energia perduda per segon en el transport.

a) Un transformador elevador, que supongamos ideal, se conecta en el primario a una tensión eficaz de 500V producida en una central eléctrica de 20kW, y se quiere transportar a una distancia a la casa de 5km. La relación de espiras es $n_p/n_s=1/200$, y se utiliza hilo de cobre de resistividad $1,7 \cdot 10^{-8}$ Ω m y de sección $4mm^2$. Determine la energía perdida por segundo en el transporte.

El valor debe ir separado de la unidad: serían 500 V; 20 kW; 5 km; 4 mm^2

a) La relación entre espiras es la misma relación que entre tensiones

$$\frac{V_p}{V_s}=\frac{n_p}{n_s}=\frac{1}{200}\Rightarrow V_s=V_p\cdot 200=500\cdot 200=10^5 V$$

Como el transformador es ideal, la potencia en el secundario la misma que en el primario, $20\cdot 10^3$ W

$$P_s=V_s\cdot I_s\Rightarrow I_s=\frac{20\cdot 10^3}{10^5}=0,2\,A$$

Calculamos la resistencia: al ser ida y vuelta consideramos 10 km

$$R=\rho\frac{L}{S}=1,7\cdot 10^{-8}\cdot\frac{10\cdot 10^3}{4\cdot 10^{-6}}=42,5\,\Omega$$

La potencia perdida en el transporte del secundario es

$$P_{perdida}=R\cdot I^2=42,5\cdot 0,2^2=1,7\,J$$

OPCIÓN A

6. La impedancia de un circuito alimentado a 100 V con una frecuencia de 100 Hz es Z= 6+8 i Ω.

a) Calcula las potencias aparente, activa y reactiva así como el factor de potencia del circuito. (0,60 ptos)

b) Calcula la capacidad del condensador que hay que conectar en paralelo con esta impedancia para que el factor de potencia sea 0,9. (0,65 ptos)

Ver Andalucía 2016-3, Cataluña 1999-1.2, Cataluña 1994-C6, Valencia 1990-F4
Ver https://youtu.be/sEb2A79Y96I Cálculo de Potencias y Corrección del Factor de Potencia | Oposición Física y Química Galicia 2019, Profe Luis Muñoz

a) Potencia aparente (S): $S=V\cdot I_T^*=V\cdot\frac{V}{Z}=\frac{100^2}{6+8i}=100^2\cdot\frac{6-8i}{6^2+8^2}=600-800\,i\,VA$

$|S|=\sqrt{600^2+800^2}=1000\,VA$

También $\phi=\arctan\frac{8}{6}=53,13^o$ $|Z|=\sqrt{6^2+8^2}=10\,\Omega$ $Z=10_{53,13^o}$

$S=V\cdot I_T^*=V\cdot\frac{V}{Z}=\frac{100^2}{10_{53,13^o}}=1000_{-53,13^o}=600-800\,i\,VA$

Potencia activa (P) es la parte real: 600 W

Potencia reactiva (Q) es la parte imaginaria: 800 VAR (inductiva por signo – delante de i)

El factor de potencia es $\cos\phi=\frac{6}{10}=0,6$

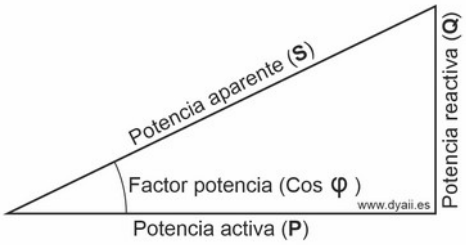
b) Queremos que el factor de potencia sea 0,9 con la misma potencia activa, por lo que calculamos la nueva potencia aparente. Utilizamos subíndice f para la situación final, con lo que cos ϕ_f =0,9 (Lo planteamos de manera general como si fuera un valor distinto de 0,9)

$\cos\phi_f=\frac{P}{|S_f|}\Rightarrow|S_f|=\frac{P}{\cos\phi_f}=\frac{600}{0,9}=\frac{2000}{3}\,VA$

La potencia reactiva Q_f la calculamos a partir de

$S_f^2=P^2+Q_f^2\Rightarrow Q_f=\sqrt{S_f^2-P^2}$

$Q_f=\sqrt{(\frac{2000}{3})^2-600^2}=290,6\,VA$



https://dyaii.es/triangulo-de-potencias/

La diferencia de potencias reactivas Q_f-Q=290,6-800=-509,4 VAR, negativa, se debe compensar con un condensador.

$509,4=\frac{V^2}{|Z|}=\frac{V^2}{\frac{1}{\omega C}}=V^2\omega C\Rightarrow C=\frac{509,4}{V^2\omega}=\frac{509,4}{100^2\cdot2\cdot\pi\cdot100}=8,1\cdot10^{-5}F=81\,\mu F$

CC BY

Deberá responder a las cuestiones de un máximo de tres ejercicios de entre los seis propuestos. Cada ejercicio se califica sobre 10 según la ponderación indicada en cada apartado. La calificación total de la prueba será la que resulte de dividir la puntuación total obtenida entre tres.

3. En un circuito, que consta de una resistencia de 25 Ω y capacidades por valor de 0,02 F, se instala en serie con él una bobina de 10 Ω de resistencia y 0,02 H de autoinducción. Si aplicamos a los extremos del circuito una tensión alterna de 100 V de valor eficaz y 100 Hz de frecuencia, calcule:

a. La impedancia del circuito y de la bobina. (2,0 puntos)
b. El valor eficaz y el valor máximo de la intensidad. (2,0 puntos)
c. La tensión eficaz en los bornes de la bobina. (2,0 puntos)
d. El factor de potencia. (2,0 puntos)
e. La intensidad eficaz activa e intensidad eficaz reactiva. (1,0 puntos)
f. La potencia teórica activa y la potencia teórica reactiva. (1,0 puntos)

Expresamos resultados finales con 4 cifras significativas, aunque enunciado use dos o una y en pasos intermedios operemos con más. Si se quieren usar menos de 4 se trata de redondear.
Referencia: 1999 Cataluña 1-2

a) Calculamos las reactancias de bobina y condensador

$X_L = \omega L = 2\pi \cdot 100 \cdot 0{,}02 = 4\pi\,\Omega \approx 12{,}57\,\Omega$

$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi \cdot 100 \cdot 0{,}02} = \frac{1}{4\pi}\,\Omega \approx 0{,}07958\,\Omega$

Impedancia bobina $Z_L = 10 + j\,4\pi\,\Omega \approx 10 + j\,12{,}57\,\Omega$

Si la damos como módulo y fase $|Z_L| = \sqrt{10^2 + (4\pi)^2} \approx 16{,}06\,\Omega$ $\varphi_{Z_L} = \arctan\frac{4\pi}{10} \approx 51{,}49^o$

$Z_L \approx 16{,}06_{51{,}49^o}\,\Omega$

Para calcular la impedancia del circuito, sumamos impedancias al estar formado por la impedancia de bobina y un condensador y una resistencia en serie

Impedancia circuito

$Z_{circuito} = 10 + j\,4\pi + 25 - \frac{j}{4\pi} = 35 + j\left(4\pi - \frac{1}{4\pi}\right) = 35 + j\,\frac{(16\pi^2 - 1)}{4\pi} \approx 35 + j\,12{,}49\,\Omega$

Si la damos como módulo y fase $|Z_{circuito}| = \sqrt{35^2 + (12{,}49)^2} \approx 37{,}16\,\Omega$

$\varphi_{Z_{circuito}} = \arctan\frac{12{,}49}{35} \approx 19{,}64^o$

$Z_{circuito} \approx 37{,}16_{19{,}64^o}\,\Omega$

b) Si tomamos la tensión como orígenes de fases, usando la ley de Ohm con impedancias

$I_{efcircuito} = \frac{V_{efcircuito}}{Z_{circuito}} = \frac{100_{0^o}}{37{,}16_{19{,}64^o}} = 2{,}691_{-19{,}64^o}\,A \Rightarrow |I_{efcircuito}| = 2{,}691\,A$

Al ser una monofásica y sinusoidal $|I_{0\,circuito}| = |I_{efcircuito}| \cdot \sqrt{2} = 3{,}806\,A$

c) Al ser un circuito serie la corriente es la misma en todo el circuito. Usando la ley de Ohm con la impedancia de la bobina

$V_{efbobina} = Z_L \cdot I_{efcircuito} = 16{,}06_{51{,}49^o} \cdot 2{,}691_{-19{,}64^o} = 43{,}22_{31{,}85^o}\,V$

d) $\cos\varphi = \frac{Real(Z_{circuito})}{|Z_{circuito}|} = \frac{35}{37{,}16} = 0{,}9419$

$\varphi = arcos\,\frac{35}{37{,}16} = 19{,}63^o$

e) La suma vectorial de intensidad activa y reactiva es la intensidad total, por lo que podemos plantear, ya que se piden valores reactivos que

$I_{efcircuito} = I_{eficaz\ activa\ circuito} + I_{eficaz\ reactiva\ circuito} = I_{ef}\cos\varphi + I_{ef}\ sen\varphi$

$I_{eficaz activa\ circuito} = 2{,}691_{-19{,}64^o} \cdot 0{,}9419 \approx 2{,}535_{-19{,}64^o}\ A$

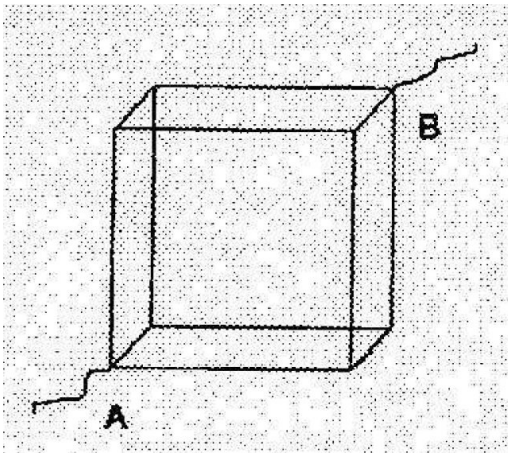
$I_{eficaz reactiva\ circuito} = 2{,}691_{-19{,}64^o} \cdot sen(19{,}63^o) \approx 0{,}9041_{-19{,}64^o}\ A$

f) Si llamamos P a la potencia activa, Q a la reactiva y S a la aparente, tenemos $P^2+Q^2=S^2$

$P_{activa\ circuito} = |V_{efcircuito}| \cdot |I_{efcircuito}| \cdot \cos\varphi = |V_{efcircuito}| \cdot |I_{efactivaciruito}| = 100 \cdot 2{,}535 = 253{,}5\ W$

$P_{reactiva\ circuito} = |V_{efcircuito}| \cdot |I_{efcircuito}| \cdot sen\ \varphi = |V_{efcircuito}| \cdot |I_{efreactivaciruito}| = 100 \cdot 0{,}9041 = 90{,}41\ W$

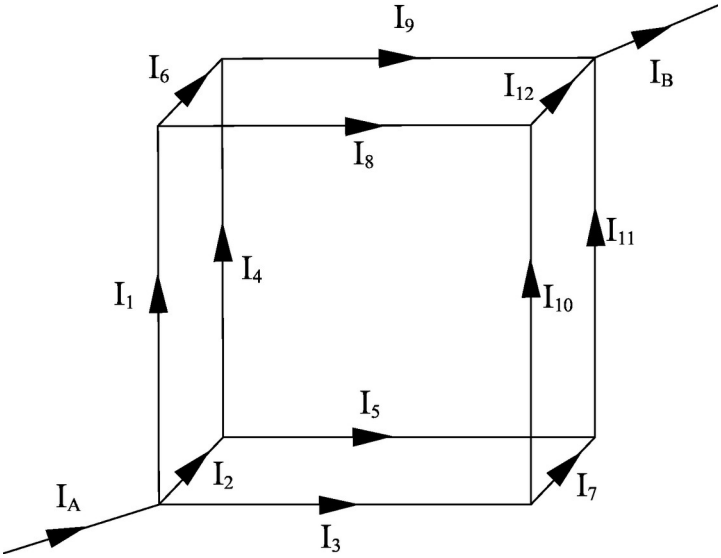
4. Calcula la diferencia de potencial entre los puntos A y B de una estructura de alambre conductor en forma de cubo, cuya arista posee una resistencia de 6 Ω, si la corriente que circula por los cables alimentadores es de 2 A. ¿Qué resistencia tendrá el cubo?



Referencias:
1000 problemas de física general; J.A. Fidalgo, M.R. Fernández; problema 17.45

a) Nombramos las corrientes que circulan por cada una de las 12 aristas, y aplicamos la ley de Kirchoff de corrientes a cada uno de los 8 vértices.

$$I_A=I_1+I_2+I_3$$
$$I_1=I_6+I_8$$
$$I_2=I_4+I_5$$
$$I_3=I_7+I_{10}$$
$$I_6+I_4=I_9$$
$$I_8+I_{10}=I_{12}$$
$$I_5+I_7=I_{11}$$
$$I_9+I_{12}+I_{11}=I_B$$



Por simetría, podemos ver que en A y B

$$I_1=I_2=I_3\Rightarrow I_A=3I_1$$
$$I_9=I_{11}=I_{12}\Rightarrow I_B=3I_9$$
$$I_A=I_B\Rightarrow I_1=I_9$$

Por simetría en las ramas intermedias

$$I_6=I_8\Rightarrow I_1=2I_6$$
$$I_4=I_5\Rightarrow I_2=2I_4$$
$$I_7=I_{10}\Rightarrow I_3=2I_7$$

Lo que combinado con lo anterior lleva a $I_6=I_4=I_7=\frac{I_1}{2}$

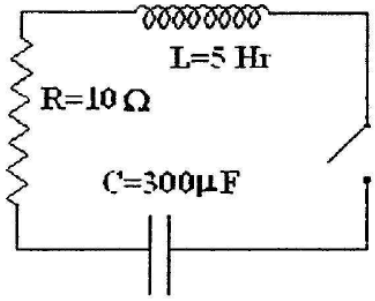
A nivel de voltaje podemos plantear, llamando R=6 Ω y usando mismo subíndice para voltaje en cada arista, y usando la ley de Ohm

$$V_{AB}=V_1+V_6+V_9=R\left(I_1+\frac{I_1}{2}+I_1\right)=\frac{5}{2}R\,I_1=\frac{5}{2}\frac{1}{3}R\,I_A\Rightarrow\Rightarrow\frac{V_{AB}}{I_A}=\frac{5}{6}R\Rightarrow R_{equivalente}=\frac{5}{6}R$$

Sustituyendo valores

$$R_{equivalente}=\frac{5}{6}6=5\,\Omega$$
$$V_{AB}=R_{equivalente}\cdot I_A=5\cdot 2=10\,V$$

2. El condensador del circuito de la figura ha sido cargado totalmente a 200 V. Obtener la expresión de la intensidad que circulará por el circuito en función del tiempo cuando cerremos el circuito mediante interruptor, considerando despreciable la resistencia del solenoide.



>Diagrama usa como unidades "Hr" pero el símbolo del Sistema Internacional es "H" http://www.bipm.org/en/CGPM/db/9/7/

Referencias:
http://cursos.tecmilenio.edu.mx/cursos/at8q3ozr5p/prof/ey/ey09001/anexos/explica16.htm
http://www.galileog.com/tecnologia/simulaciones/modelica_ejemplos.htm
https://analisisdecircuitos1.wordpress.com/parte-2-estado-transitorio-cap-61-a-70/capitulo-61-circuito-rlc-en-paralelo-sin-fuentes-criticamente-amortiguado/
http://www.ehu.eus/izaballa/Ecu_Dif/Transparencias/presen11-1x2.pdf#page=5

La suma de las 3 tensiones en el circuito es cero, al no haber una fuente de tensión.

$$V_C+V_R+V_L=0$$

$$\frac{Q}{C}+R\cdot i+L\cdot\frac{di}{dt}=0$$

La carga del condensador va variando con el tiempo: $i=\frac{dQ}{dt}\Rightarrow Q=\int i\,dt$

Sustituyendo y derivando

$$L\cdot\frac{di}{dt}+R\cdot i+\frac{1}{C}\int i\,dt=0$$

$$L\frac{d^2i}{dt^2}+R\frac{di}{dt}+\frac{1}{C}i=0$$

Es una ecuación diferencial de segundo orden, que se puede plantear como

$$\frac{d^2i}{dt^2}+\frac{R}{L}\frac{di}{dt}+\frac{1}{LC}i=0$$

Aplicando técnicas de resolución de ecuaciones diferenciales (ver referencias), buscamos la solución de la ecuación

$$\lambda^2+\frac{R}{L}\lambda+\frac{1}{LC}=0\Rightarrow\lambda=\frac{\frac{-R}{L}\pm\sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2-4\cdot1\cdot\frac{1}{LC}}}{2}=\frac{-R}{2L}\pm\sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2-\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}\right)^2}=-\alpha^2\pm\sqrt{\alpha^2-\omega^2}$$

$$\alpha=\frac{R}{2L}=\frac{10}{2\cdot5}=1\,;\omega^2=\frac{1}{LC}=\frac{1}{5\cdot300\cdot10^{-6}}=\frac{10^4}{15}$$

$$\lambda_1=-1+\sqrt{1-\frac{10^4}{15}}=-1+\sqrt{\frac{1997}{3}}\,i=a+bi$$

$$\lambda_2=-1-\sqrt{1-\frac{10^4}{15}}=-1-\sqrt{\frac{1997}{3}}\,i=a-bi$$

$$i=e^{at}(c_1\cos(bt)+c_2 sen(bt))=e^{-t}(c_1\cos(\sqrt{\frac{1997}{3}}t)+c_2 sen(\sqrt{\frac{1997}{3}}t))$$

Validación:
http://www.wolframalpha.com/input/?i=d^2x%2Fdt^2+%2B+2+dx%2Fdt+%2B+%281e4%2F15%29+x+%3D0

Para dar valores a las constantes utilizamos las condiciones iniciales:
En t=0, i=0: $0=c_1\cdot 1+c_2\cdot 0\Rightarrow c_1=0$

De momento podemos simplificar $i=e^{-t}c_2 sen(\sqrt{\frac{1997}{3}}t)$

En t=0, v=200 V:

$$200=-L\frac{di}{dt}|_{t=0}=-5(-t\cdot e^{-t}c_2 sen(\sqrt{\frac{1997}{3}}t)+e^{-t}c_2\sqrt{\frac{1997}{3}}\cos(\sqrt{\frac{1997}{3}}t))|_{t=0}$$

$$200=-5c_2\sqrt{\frac{1997}{3}}\Rightarrow c_2=-40\sqrt{\frac{3}{1997}}$$

La expresión final es

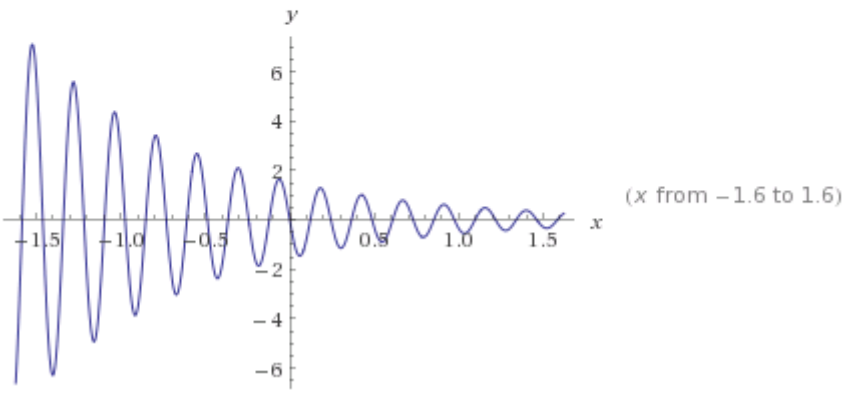
$$i=-40\sqrt{\frac{3}{1997}}e^{-t}sen(\sqrt{\frac{1997}{3}}t)[i\,en\,A,t\,en\,s]$$

Como validación podemos representarlo y ver que es una oscilación amortiguada: un circuito LC sin pérdidas sería un oscilación indefinida, pero en un circuito RLC la resistencia disipa energía en cada oscilación.
http://www.wolframalpha.com/input/?i=-40*sqrt%283%2F1997%29*e^%28-x%29*sin%28sqrt%281997%2F3%29*x%29+for++x%3E0

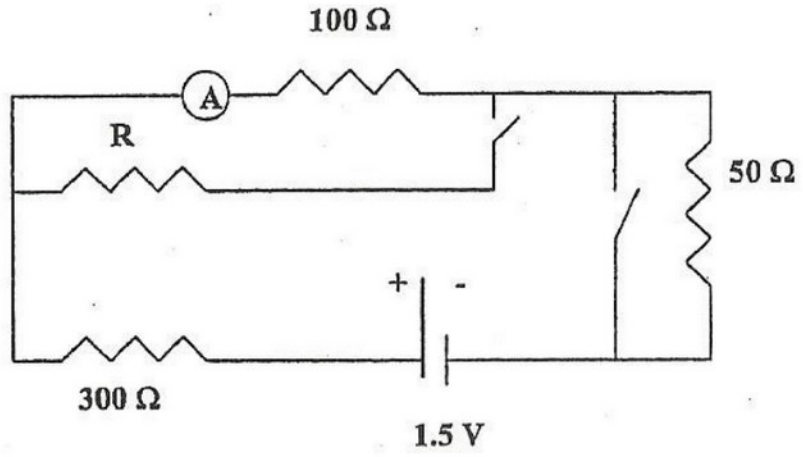
Input interpretation:

plot $-40\sqrt{\frac{3}{1997}}\,e^{-x}\sin\left(\sqrt{\frac{1997}{3}}\,x\right)$ $x = 0$ to ∞

Plots:

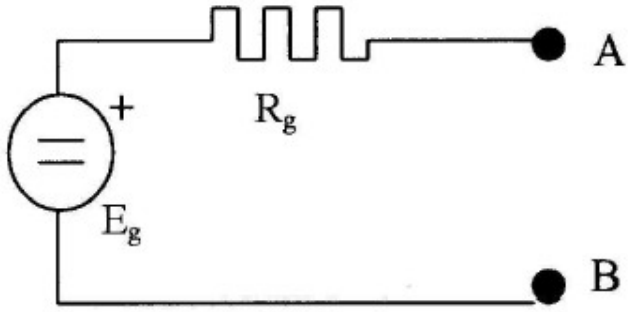


Física 4. En el circuito de la figura adjunta, la lectura del amperímetro es la misma cuando ambos interruptores están abiertos o cerrados.
a) Hallar la diferencia de potencial entre los extremos de la resistencia de 100 ohmios
b) Hallar el valor de la resistencia R



a) Cuando ambos interruptores están abiertos, la corriente circula por tres resistencias en serie de 300 Ω, 100 Ω y 50 Ω, con una resistencia toal de 450 Ω.
Aplicando la ley de Ohm la corriente es I=V/R=1,5/450=1/300 A
La diferencia de potencial en los extremos de la resistencia de 100 Ω cuando ambos interruptores están abiertos es V=I·R=1/300·100=1/3 V ≈ 0,33 V
La diferencia de potencial en los extremos de la resistencia de 100 Ω cuando ambos interruptores están cerrados es la misma porque el amperímetro está en serie con la resistencia y circula la misma corriente.
b) Cuando ambos interruptores están cerrados, no circula corriente por la resistencia de 50 Ω, y la resistencia R están en paralelo con la resistencia de 100 Ω.
Sabemos que circula la misma corriente por el amperímetro y por la resistencia de 100 Ω, por lo que la diferencia de potencial en sus extremos es ⅓ V y es el mismo potencial que en R.
Eso implica que la diferencia de potencial en la resistencia de 300 Ω es 1,5-1/3=3/2-1/3=7/6 V, y la corriente que circula por ella es I=V/R=(7/6)/300=7/1800 A
Como lo corriente que circula por la resistencia de 300 Ω es la misma que pasa por la de 100 Ω y R en paralelo cuyo valor ya se ha calculado en apartado a, la corriente que circula por R es 7/1800 – 1/300=1/1800 A
La resistencia R tiene un valor (1/3)/(1/1800)=1800/3=600 Ω

CUESTIÓN 2: Sea el circuito de la figura, en corriente continua, donde la tensión E_g y la resistencia R_g son desconocidas.
i) Se alimenta un condensador de 1 μF entre los bornes A y B y, en régimen estacionario, una vez insertado el condensador, se mide una tensión de 80 Voltios entre A y B.
ii) Si, en lugar de alimentar un condensador se alimenta una resistencia de 8 Ω, se advierte que esta consume una potencia de 128 W.
Calcular:
a) La tensión de la fuente.
b) El valor de la resistencia R_g
c) La potencia que se disiparía, en total, si el circuito de la figura alimentase una resistencia de 52 Ω.



Referencias:
Resuelto por Basileia en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=3569&p=18322#p18322 que cita que fue problema 1 de opción B de PAU Valladolid 2001 Junio http://platea.pntic.mec.es/~jalons3/Electrotecnia/pau.htm#pj01b

a) En corriente continua un condensador es un circuito abierto, por lo que no circula corriente, no hay caída de tensión en Rg y la tensión entre A y B es la misma que E_g=80 V.

b) La potencia disipada por una resistencia es $P=VI=RI^2=\frac{V^2}{R}$, por lo que podemos conocer la corriente que circula por el circuito $I=\sqrt{\frac{P}{R}}=\sqrt{\frac{128}{8}}=4\,A$

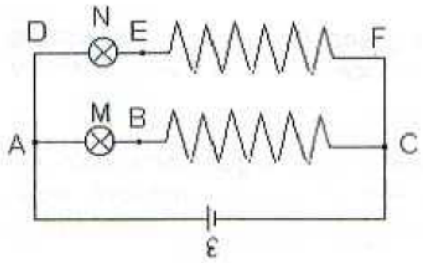
Usando la ley de Ohm $I=\frac{E_g}{R_{total}}=\frac{E_g}{R_g+R}\Rightarrow R_g=\frac{E_g}{I}-R=\frac{80}{4}-8=12\Omega$

c) Usando la ley de Ohm $I=\frac{E_g}{R_{total}}=\frac{80}{12+52}=1{,}25\,A$

$P=RI^2=(52+12)\cdot 1{,}25^2=100\,W$

enrique@fiquipedia.es Revisado 30 abril 2016
CC BY

2. La pila del circuito representado en la figura siguiente no tiene resistencia interna. Las bombillas M y N están encendidas. Justifique cómo afecta al circuito el hecho de que quitemos del casquillo la bombilla N, en cuanto a:
a) El brillo de la bombilla M.
b) El valor de la diferencia de potencial entre los puntos D y E.
Justifique en ambos casos sus respuestas.



La bombilla es una resistencia que se conecta en serie, por lo que quitarla del casquillo crea un circuito abierto entre D y E, lo que hace que no circule corriente entre F y D.
a) Con la misma tensión en AC debida a la pila, la resistencia equivalente sin la bombila N es ahora mayor (cualitativamente al conectar dos resistencias en paralelo se disminuye la resistencia). Si llamamos R_{EF} y R_{BC} a las resistencias entre E y F y entre B y C respectivamente, la resistencia que ve la pila sin la bombilla N aumenta.

$$R_{\text{sin bombilla } N} = R_{BC} + R_M$$

$$R_{\text{con bombilla } N} = \frac{(R_{EF}+R_N)\cdot(R_{BC}+R_M)}{R_{EF}+R_N+R_{BC}+R_M} = (R_{BC}+R_M)\cdot\frac{1}{1+\frac{R_{BC}+R_M}{R_{EF}+R_N}}$$

Según la ley de Ohm, al aumentar la resistencia para la misma tensión la corriente que aporta la pila disminuye. Pero el brillo de la bombilla depende de la corriente que pasa por la bombilla, y antes la corriente de la pila era mayor, pero se repartía entre dos ramas, y ahora va solamente por una rama. Si por sencillez consideramos $R_{EF}=R_{BC}$ y $R_M=R_N$, se ve que la resistencia equivalente que veía la pila antes era la mitad, por lo que para la misma tensión de pila la corriente total era el doble, yendo la mitad de corriente por cada rama. Si ahora la resistencia es la asociada una única rama, la resistencia equivalente que ve la pila es el doble que antes, la corriente total es la mitad del anterior, pero en este caso toda la corriente total es la de esa rama, por lo que no varía: no varía el brillo de la bombilla.
b) La tensión entre D y E sí varía al quitar la bombilla N, ya que l ser DE un circuito abierto no hay corriente entre E y F, la tensión EF es 0, y la tensión DE es igual a la tensión AC, mientras que con la bombilla N puesta la tensión DE era una parte de la tensión AC, la parte asociada a la proporción de la resistencia de la bombilla N frente a la resistencia EF.

4. Un transformador reductor ha d'alimentar una instal·lació de 2500 bombetes de 125 V, 0'5 A, agafant el corrent elèctric d'una xarxa d'alta tensió de 12500 V. Quantes d'espires han de tenir les dues bobines del transformador, si en el primari hi ha d'haber, al menys, una espira per cada 0'3 mA, i el rendiment del transformador resulta ser del 93'3 %?

Un transformador reductor debe alimentar una instalación de 2500 bombillas de 125 V, 0,5 A, cogiendo la corriente eléctrica de una red de alta tensión de 12500 V. Cuantas espiras deben tener las dos bobinas del transformador, si en el primario debe haber al menos una espira por cada 0,3 mA, y el rendimiento del transformador resulta ser del 93,3%?

Comentario: enunciado original usa ' como separador decimal, pero no se debe utilizar
http://www.fiquipedia.es/home/recursos/recursos-notacion-cientifica/Separador%20decimal.pdf

Las bombillas se montan en paralelo, todas con la misma tensión y de modo que si una se funde sigan funcionando las demás con una corriente similar, por lo que la corriente total en el secundario es 2500·0,5=1250 A.

Planteamos el rendimiento $\eta = \frac{P_{secundario}}{P_{primario}} = \frac{V_s \cdot I_s}{V_p \cdot I_p}$ y utilizamos la relación entre tensiones y corrientes en un transformador $\frac{N_p}{N_s} = \frac{V_p}{V_s} = \frac{I_s}{I_p}$

Sustituyendo $0{,}933 = \frac{125 \cdot 1250}{12500 \cdot I_p} \Rightarrow I_p = \frac{125 \cdot 1250}{12500 \cdot 0{,}933} \approx 13{,}4\ A$

Como se indica 0,3 mA por cada espira en el primario

$$N_p = \frac{13{,}4}{0{,}3 \cdot 10^{-3}} = 4466{,}6 \Rightarrow N_p = 44667\ espiras$$

En el secundario debemos volver a tener en cuenta el rendimiento; si relacionásemos N con V sin más sería un transformador ideal, pero no es el caso.

$$\eta = \frac{V_s}{V_p} \cdot \frac{N_p}{N_s} \Rightarrow N_s = \frac{V_s}{V_p} \frac{N_p}{\eta} = \frac{125}{12500} \frac{44667}{0{,}933} = 478{,}7 \Rightarrow N_s = 479\ espiras$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 7 febrero 2016
CC BY

2001-A3. Responeu, de forma breu però raonada, les següents qüestions:
c) En descarregar el condensador, inicialment carregat, en un circuit sèrie R-L-C que no disposa de cap generador, obtindrem sempre oscil·lacions del corrent o pot passar que sota determinades condicions s'obtingui una descàrrega no periòdica?
2000-B3. Contesteu de manera breu, però raonadament, les cinc qüestions següents:
a) En descarregar el condensador -prèviament carregat- d'un circuit sèrie L-R-C que no conté cap generador, obtindrem sempre oscil·lacions del corrent o bé, sota determinades condicions, obtindrem una descàrrega no periòdica?

2001-A3. Responda, de forma breve pero razonada, las siguientes cuestiones:
c) Al descargar el condensador, inicialmente cargado, en un circuito serie R-L-C que no dispone de ningún generador, ¿obtendremos siempre oscilaciones de la corriente o puede ocurrir que bajo determinadas condiciones se obtenga una descarga no periódica?
2000-B3. Contesta de manera breve, pero razonadamente, las cinco cuestiones:
a) Al descargar el condensador -previamente cargado- de un circuito serie L-R-C que no contiene ningún generador, ¿obtendremos siempre oscilaciones de la corriente o bien, bajo determinadas condiciones, obtendremos una descarga no periódica?

Referencias:
http://www.fiquipedia.es/home/recursos/recursos-para-oposiciones/2005-Valencia-Problema2.pdf?attredirects=0
Estanto los tres elementos R, L y C en serie la corriente en función del tiempo se obtiene resolviendo una ecuación diferencial, cuya resolución puede ser de varios tipos según los valores de R, L y C, y no siempre es periódica.

La suma de las 3 tensiones en el circuito es cero, al no haber una fuente de tensión.

$$V_C+V_R+V_L=0$$

$$\frac{Q}{C}+R\cdot i+L\cdot\frac{di}{dt}=0$$

La carga del condensador va variando con el tiempo: $i=\frac{dQ}{dt}\Rightarrow Q=\int i\,dt$

Sustituyendo y derivando

$$L\cdot\frac{di}{dt}+R\cdot i+\frac{1}{C}\int i\,dt=0$$

$$L\frac{d^2i}{dt^2}+R\frac{di}{dt}+\frac{1}{C}i=0$$

Es una ecuación diferencial de segundo orden, que se puede plantear como $\frac{d^2i}{dt^2}+\frac{R}{L}\frac{di}{dt}+\frac{1}{LC}i=0$

Aplicando técnicas de resolución de ecuaciones diferenciales, buscamos la solución de la ecuación

$$\lambda^2+\frac{R}{L}\lambda+\frac{1}{LC}=0\Rightarrow\lambda=\frac{\frac{-R}{L}\pm\sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2-4\cdot1\cdot\frac{1}{LC}}}{2}=\frac{-R}{2L}\pm\sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2-\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}\right)^2}=-\alpha^2\pm\sqrt{\alpha^2-\omega^2}$$

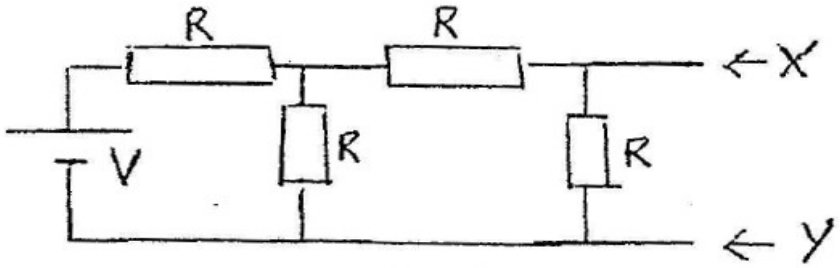
$$\alpha=\frac{R}{2L};\omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}$$

- Si $\alpha>\omega$ es un caso sobreamortiguado, las soluciones son reales y distintas
  $i=c_1e^{\lambda_1 t}+c_2e^{\lambda_2 t}$
  No habría oscilaciones periódicas.

- Si α=ω es un caso críticamente amortiguado, las soluciones son reales e iguales
  $i=e^{\lambda t}(c_1+c_2 t)$
  No habría oscilaciones periódicas.
- Si α<ω es un caso subamortiguado, las soluciones son imaginarias y distintas
- $\lambda_1=a+bi$ $\lambda_2=a-bi$ $i=e^{at}(c_1\cos(bt)+c_2 sen(bt))$
  Sí habría oscilaciones periódicas, que serán amortiguadas debido a la energía que disipa R.

enrique@fiquipedia.es Revisado 7 febrero 2016

A3. Contesteu de manera breu, però raonadament, les cinc qüestions següents:
c) Una pila, de la qual podemo menystenir la resistència interna, té una f.e.m. V i està conectada al circuit de la figura, que conté quatre resistències idèntiques. Quan val la d.d.p. entre X i Y?

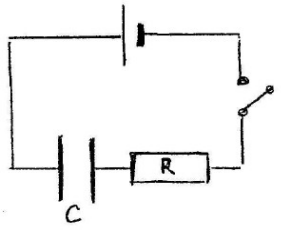


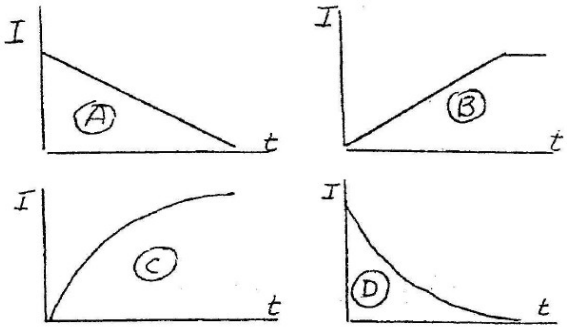
A3. Conteste de manera breve, pero razonadamente, las cinco cuestiones siguientes:
c) Una pila, de la que podemos menospreciar la resistencia interna, tiene una f.e.m. V y está conectada al circuito de la figura, que contiene cuatro resistencias idénticas.¿Cuanto vale la d.d.p. entre X e Y?

Relacionado con Cataluña 2000 C1

Planteamos dos mallas, 1 y 2, por cada una circula i_1 e i_2 en el sentido de la agujas del reloj:
Primera malla: $V=2R\cdot i_1 -R\cdot i_2$
Segunda malla: $0=3R\cdot i_2 -R\cdot i_1$
Multiplicamos la segunda por 2 y sumamos
$V=-R\cdot i_2+6R\cdot i_2 =5R\cdot i_2$
La diferencia de potencial entre X e Y es $R\cdot i_2$, por lo que es V/5

C3. Contesteu de manera breu, però raonadament, les cinc qüestions següents:
e) Quan es tanqui el circuit de la figura, amb el condensador inicialment descarregat, quin serà el gràfic d'entre els següents que representa millor la variació de la intensitat del corrent amb el temps? (recordeu de justificar la resposta elegida)





C3. Conteste de manera breve, pero razonadamente, las cinco cuestiones siguientes:
e) Cuando se cierre el circuito de la figura, con el condensador inicialmente descargado, cuál será el gráfico de entre los siguientes que representa mejor la variación de la intensidad de la corriente con el tiempo? (Recuerde justificar la respuesta elegida)

Se trata de una fuente de alimentación de corriente continua, para la que el condensador es un circuito abierto. Inicialmente habrá corriente asociada al desplazamiento de electrones para cargar el condensador, pero una vez cargado no habrá corriente, por lo que para t elevados la corriente tiene que ser nula, lo que descarta las opciones B y C.
Entre las opciones A y D, podemos ver que cualitativamente a medida que se vaya cargando el condensador cada vez será un poco más difícil mover las cargas, por lo que la corriente no varía linealmente, lo que descarta la A, y hace que la gráfica correcta sea la D.
Si lo planteamos analíticamente vemos que es una curva exponencial
La suma de las 2 tensiones en los elementos es igual a la tensión de la fuente.

$$V_C + V_R = V$$

$$\frac{Q}{C} + R \cdot i = V$$

La carga del condensador va variando con el tiempo: $i = \frac{dQ}{dt} \Rightarrow Q = \int i\,dt$

Sustituyendo y derivando

$$\frac{1}{C}\int i\,dt + R \cdot i = V$$

$$\frac{1}{C} i + R\frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow R\frac{di}{dt} = \frac{-i}{C} \Rightarrow \frac{di}{i} = \frac{-1}{RC}\,dt$$

$$\int_{I_0}^{I} \frac{di}{i} = \frac{-1}{RC}\int_0^t dt \Rightarrow \ln\frac{I}{I_0} = \frac{-t}{RC} \Rightarrow I = I_0 e^{\frac{-t}{RC}}$$

Model 1
2. Un tub fluorescent consumeix 60 W a una tensió alterna eficaç de 120 V i una freqüència de 50 Hz. El tub, degut a la seva inductància, té un factor de potència de 0,5. Quina capacitat ha de col·locar-se en paral·lel perquè el factor de potencia sigui 1?

Modelo 1
2. Un tubo fluorescente consume 60 W a una tensión alterna eficaz de 120 V y una frecuencia de 50 Hz. El tubo, debido a su inductancia, tiene un factor de potencia de 0,5. ¿Qué capacidad debe colocarse en paralelo para que el factor de potencia sea 1?

Referencias
https://es.wikipedia.org/wiki/Factor_de_potencia
http://www.trifasica.net/pdf/TEMA_7._POTENCIA_EN_CIRCUITOS_MONOFASICOS.pdf
Ver resolución de PAU Electrotecnia 2014-Madrid-Modelo-A4

Consideramos 60 W la potencia activa, P (se expresa en W).
Calculamos la potencia aparente, |S|, para la que utilizamos VA.

$$\cos\varphi=\frac{P}{|S|}\Rightarrow|S|=\frac{P}{\cos\varphi}=\frac{60}{0{,}5}=120\,W$$

La potencia reactiva Q, para la que utilizamos VAR es $S^2=P^2+Q^2\Rightarrow Q=\sqrt{120^2-60^2}=103{,}9\,VAR$

También lo podemos plantear como que $\tan\varphi=\frac{Q}{P}\Rightarrow Q=60\cdot\tan\left(arcos\left(0{,}5\right)\right)=103{,}9\,VAR$

La potencia aparente es 120+j·103,9 VA

Queremos que el factor de potencia sea 1 con la misma potencia activa, por lo que calculamos la nueva potencia aparente. Utilizamos subíndice f para la situación final, con lo que $\cos\phi_f=1$
(Lo planteamos de manera general como si fuera un valor distinto de 1, que es más habitual, ya que al ver que tiene factor de potencia 1 vemos que pasa a ser una impedancia solamente resistiva)

$$\cos\phi_f=\frac{P}{|S_f|}\Rightarrow|S_f|=\frac{P}{\cos\phi_f}=\frac{60}{1}=60\,W$$

La potencia reactiva Q_f es $S_f^2=P^2+Q_f^2\Rightarrow Q_f=\sqrt{S_f^2-P^2}=\sqrt{60^2-60^2}=0\,VAR$
La diferencia de potencias reactivas Q_f-Q=0-103,9=-103,9 VAR, negativa, se debe compensar con un condensador.

$$103{,}9=\frac{V^2}{|Z|}=\frac{V^2}{\frac{1}{\omega C}}=V^2\omega C\Rightarrow C=103\frac{,9}{V^2\omega}=103\frac{,9}{120^2\cdot2\cdot\pi\cdot50}=2{,}30\cdot10^{-5}F=23{,}0\,\mu F$$

3. Calcular R' y C' en función de R y C para que los circuitos de la figura sean equivalentes eléctricamente.

Si se tratase de un circuito en continua se ve que la equivalencia eléctrica es imposible, pero en alterna lo que tenemos que plantear es que ambos circuitos tengan la misma impedancia, igualando partes reales e imaginarias, y dependerá de la frecuencia, no siendo válido para ω=0.
Asumimos condensadores ideales (no tienen una resistencia interna)
Planteamos Z como asociación en paralelo de C y R

$$Z_C = -j\,X_C = \frac{-j}{\omega C}$$

$$Z_R = R$$

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_R} + \frac{1}{Z_C} = \frac{1}{R} + \frac{1}{\frac{-j}{\omega C}} = \frac{1}{R} + j\,\omega\,C = \frac{1 + j\,\omega C R}{R} \Rightarrow Z = \frac{R}{1 + j\,\omega C R} = \frac{R - j\,\omega C R^2}{1 + \omega^2 C^2 R^2}$$

Planteamos Z' como asociación en serie de C' y R'

$$Z_{C'} = -j\,X_{C'} = \frac{-j}{\omega C'}$$

$$Z_{R'} = R'$$

$$Z' = Z_{R'} + Z_{C'} = R' - \frac{j}{\omega C'} = \frac{R'\,\omega C' - j}{\omega C'}$$

Igualando partes reales e imaginarias de Z y Z'

$$\frac{R}{1 + \omega^2 C^2 R^2} = R'$$

$$\frac{-\omega C R^2}{1 + \omega^2 C^2 R^2} = \frac{-1}{\omega C'} \Rightarrow C' = \frac{1 + \omega^2 C^2 R^2}{\omega^2 C R^2} = \frac{1}{\omega^2 C R^2} + C$$

Validamos que para continua, ω=0 ,sale una R' infinita, que en cierto modo supone conseguir que R' equivalga a C que es un circuito abierto en continua.

enrique@fiquipedia.es Revisado 22 mayo 2016

FÍSICA

3.- En el circuito de la figura, el voltímetro indica la lectura de 4,5 V. ¿Cuál será la lectura del amperímetro?

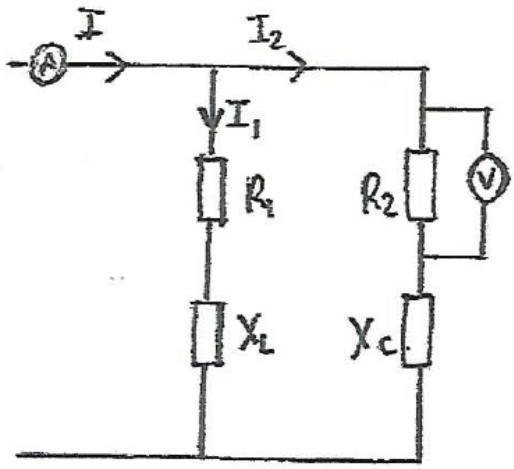
DATOS:

R_1=5 Ω

R_2=3 Ω

X_L=2j Ω

X_C=-3j Ω



Se trata de un circuito de alterna, y las lecturas de voltímetro y amperímetro son valores eficaces

Utilizando la ley de Ohm, $I_{2ef}=\frac{V_{ef}}{R_2}=\frac{4,5}{3}=1,5\,A$

Como R_2 y X_C están en serie, tienen la misma corriente, y podemos plantear

$V_{XCef}=I_{2ef.}Z_{XC}=1,5\cdot(-3\,j)=-4,5\,jV$

(La tensión se retrasa respecto a la corriente con una impedancia capacitiva)

La tensión en la rama "R_2+X_C", que es el mismo que en la rama "R_1+X_L" es igual a la suma de tensiones de R_2 y X_C, $V_{R2+XCef}=4,5-4,5\,jV$

También lo podríamos ver como $V_{R2+XCef}=I_{2ef}\cdot Z_{R2+XC}=1,5\cdot(3-3\,j)=4,5-4,5\,jV$

Como conocemos la tensión en la rama "R_1+X_L" y su impedancia total, podemos calcular la corriente I_1

$$I_{1ef}=\frac{V_{R2+XCef}}{Z_{R1+XL}}=\frac{4,5-4,5\,j}{5+2\,j}=\frac{(4,5-4,5\,j)(5-2\,j)}{5^2+2^2}=\frac{22,5-9\,j-22,5\,j-9}{29}=\frac{13,5-31,5\,j}{29}$$

Sumando las corrientes en el nodo superior

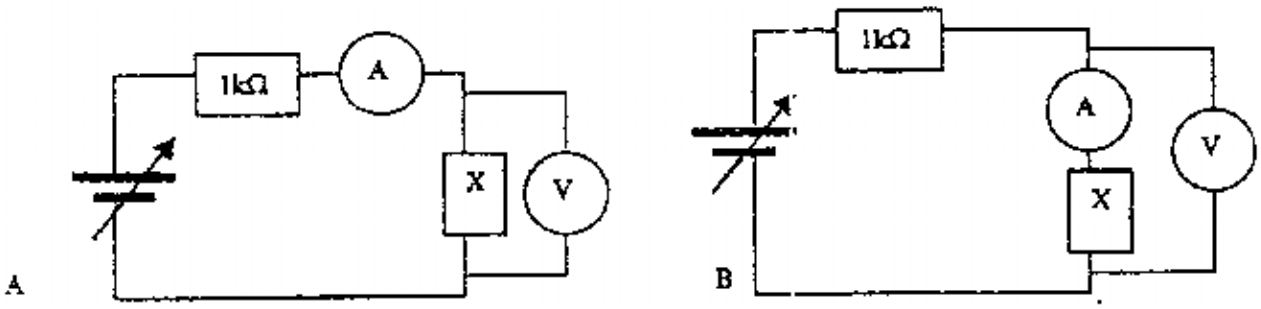
$$I_{ef}=I_{1ef}+I_{2ef}=1,5+\frac{(13,5-31,5\,j)}{29}=1,97-1,09\,j$$

Como hemos manejado valores eficaces de corriente y tensión, esta es la tensión eficaz, y su módulo es

$$|I_{ef}|=\sqrt{(1,97)^2+(1,09)^2}=2,25\,A$$

>Si hubiéramos planteado valores máximos desde el principio, tendríamos que haber convertido $I_{2máx}=I_{2ef}\cdot\sqrt{2}=1,5\sqrt{2}\,A$ *y en la conversión final habríamos obtenido* $|I_{máx}|=\sqrt{(1,97)^2+(1,09)^2}\sqrt{2}=2,25\sqrt{2}\,A$ *, que convertido a valor eficaz asociado a lectura del amperímetro daría el mismo resultado.*

PROBLEMA X3. (Se desconoce el número) Per tal de realitzar un experiment amb el qual es pugui comprovar la llei de Ohm, es pensa en els muntatges següents:
Si la impedancia de l'amperímetre és de 0,05 Ω i la del voltímetre de 10 kΩ,
a) Quines diferències hi ha entre tots dos?
b) Si la ressistència que es vol utilitzar (X) té un valor aproximat de 0,1 Ω i la font ajustable de tensió pot proporcionar una tensió màxima de 30 V, quin marge de corrents es podem aplicar a la mostra?
c) Quines característiques han de tenir el voltímetre i l'amperímetre si es vol mesurar a tot el marge de corrents?
d) Quin error es pot esperar si s'utilitza el muntatge A?
e) Quin error es pot esperar si s'utilitza el muntatge B?
f) Quin paper juga la resistència de 10^3 Ω?



Para realizar un experimento con el que se pueda comprobar la ley de Ohm, se piensa en los siguientes montajes:
Si la impedancia del amperímetro es de 0,05 Ω y la del voltímetro de 10 kΩ,
a) ¿Qué diferencias existen entre ambos?
b) Si la resistencia a utilizar (X) tiene un valor aproximado de 0,1 Ω y la fuente ajustable de tensión puede proporcionar una tensión máxima de 30 V, ¿qué margen de corrientes podemos aplicar a la muestra?
c) ¿Qué características deben tener el voltímetro y el amperímetro si se quiere medir en todo el margen de corrientes?
d) ¿Qué error se puede esperar si se utiliza el montaje A?
e) ¿Qué error se puede esperar si se utiliza el montaje B?
f) ¿Qué papel juega la resistencia de 10^3 Ω?

a) En el montaje A el amperímetro mide la corriente que pasa por la resistencia X y por el voltímetro, y el voltímetro mide la tensión en la resistencia X.
La tensión que mide el voltímetro es exactamente la de la resistencia X, pero la corriente que mide el amperímetro incluye la corriente que pasa por el voltímetro.
En este montaje A la medida de la corriente por el amperímetro será más próxima a la medida de la corriente que pasa por la resistencia X cuanto mayor sea la resistencia del voltímetro y menor la parte de intensidad total que pasa por él.
En el montaje B el amperímetro mide la corriente que pasa por la resistencia X, y el voltímetro mide la tensión en la resistencia X y en el amperímetro en serie.
La corriente que mide el amperímetro es exactamente la resistencia X, pero la tensión que mide el voltímetro incluye la del amperímetro que está en serie con la resistencia.
En este montaje B la medida de la tensión por el voltímetro será más próxima a la medida de la

tensión en la resistencia X cuanto menor sea la resistencia del amperímetro y menor la parte de tensión total asociada al amperímetro.
b) Calculamos la resistencia total en cada montaje:
Como salen valores muy próximos, realizamos los cálculos sin redondeos.
Montaje A:

$$R_{total}=10^3+0,05+\frac{1}{\frac{1}{0,1}+\frac{1}{10\cdot 10^3}}=10^3+\frac{1}{20}+\frac{10000}{100001}=\frac{2000320001}{2000020}\approx 1,0001499990\cdot 10^3\approx 1\,k\Omega$$

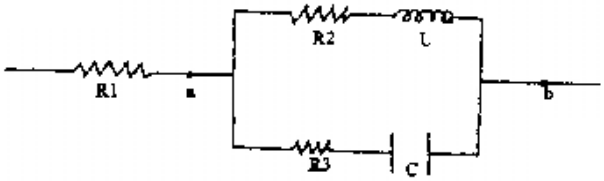
Montaje B:

$$R_{total}=10^3+\frac{1}{\frac{1}{0,1+0,05}+\frac{1}{10\cdot 10^3}}=10^3+\frac{150000}{1000015}=\frac{200033000}{200003}\approx 1,00014999775\cdot 10^3\approx 1\,k\Omega$$

Usando la ley de Ohm $I_{máxtotal}=V_{máx}/R_{total}$
Montaje A: 30/(2000320001/2000020)=60000600/2000320001≈2,999550070·10^{-2} A ≈ 30 mA
Montaje B: 30/(200033000/200003)=600009/20003300 ≈2,999550074·10^{-2} A ≈ 30 mA
Se pide la intensidad en la muestra que es la resistencia X, y esa intensidad varía según el montaje.
Montaje A:
La tensión en la resistencia X (en las ramas en paralelo) es la asociada a la corriente total pasando por la resistencia X en paralelo con la resistencia del voltímetro
V_X= (6000060/2000320001)·(10000/100001)=600000/2000320001≈2,99952·10^{-3} V
La corriente por la resistencia X es
$I_X=V_X/R_X$=(6000009/2000320001)/0,1=60000090/2000320001≈**2,99952·10^{-2} A**
También se podría plantear que la tensión de la fuente menos la caída de tensión en la resistencia de 1 kΩ menos la caída de tensión con el amperímetro de 0,05 Ω que están en serie con ambas ramas en paralelo.
V_R=10^3·(60000600/2000320001)=60000600000/2000320001≈29,9955 V
V_A=0,05·(60000600/2000320001)=3000030/2000320001≈1,49978·10^{-3} V
V_X=30-60000600000/2000320001-3000030/2000320001=600000/2000320001≈2,99952·10^{-3} V
(Si se hace el problema con redondeos hay que tener cuidado a que la corriente por resistencia X no sea mayor que la total lo que sería inconsistente)
Montaje B:
La tensión en la resistencia X es la tensión de la fuente menos la caída en la resistencia de 1 kΩ, menos la caída de tensión en el amperímetro con la corriente que circula por la rama del amperímetro.
30-60000600000/2000320001=9000030/2000320001≈4,4993·10^{-3} V
La corriente por esa rama del amperímetro es
(9000030/2000320001)/(0,1+0,05)=60000200/2000320001≈**2,99953·10^{-2} A**
La tensión en la resistencia X es 60000200/2000320001·0,1=6000020/2000320001≈2,99953·10^{-3} V
Para la corriente mínima tomamos 0 V como el valor mínimo de tensión que puede dar la fuente y supone intensidad nula.
El margen de corrientes que podemos aplicar a la muestra es en el montaje A de 0 A a 2,99952·10^{-2} A y para el montaje B es de 0 A a 2,99953·10^{-2} A. Aproximando, en ambos casos son unos 30 mA (se han calculado de forma exacta y se aproxima con más decimales para ver la diferencia real)
c) Se indica margen de corrientes pero aproximando en ambos casos el valor de corriente es prácticamente el mismo y no hay margen de valores, luego la pregunta no parece tener sentido. Se puede interpretar como qué características deben tener el voltímetro y el amperímetro si se quiere medir en todo el margen de corrientes con poco error, haciendo referencia a un voltímetro ideal con

resistencia infinitamente alta y un amperímetro ideal con resistencia nula. Aparte el amperímetro tener como rango de medida un valor máximo de al menos 30 mA y el voltímetro un valor máximo de al menos 4,5 mV, y una resolución en valores de corriente lo mayor posible.
d) El error se puede entender como medida frente a valor real en resistencia X, asociado a una tensión de 30 V.
En montaje A no hay error en la medida de tensión y la medida de corriente sí tiene error porque se mide la corriente de la resistencia X más la del voltímetro.
La corriente por la resistencia X la hemos calculado: 60000090/2000320001 A
La corriente por la resistencia X más el voltímetro es la global: 60000600/2000320001 A
El error relativo es $\frac{\left|\frac{60000600}{2000320001}-\frac{60000090}{2000320001}\right|}{\frac{60000090}{2000320001}}=\frac{17}{2000003}\approx 8{,}5\cdot 10^{-6}=8{,}5\cdot 10^{-4}\,\%$
El error es despreciable ya que la resistencia X es mucho menor que la del voltímetro.
e) En montaje B no hay error en la medida de corriente y la medida de tensión sí tiene error porque se mide la tensión de la resistencia X más la del amperímetro.
La tensión en la resistencia X la hemos calculado: 6000020/2000320001 V
La corriente por la resistencia X más el amperímetro la hemos calculado: 9000030/2000320001 V
El error relativo es $\frac{\left|\frac{9000030}{2000320001}-\frac{6000020}{2000320001}\right|}{\frac{6000020}{2000320001}}=\frac{1}{2}=50\,\%$
El error no es despreciable ya que la resistencia X es similar a la del amperímetro.
f) La función principal es limitar la corriente: la corriente no puede ser mayor de 30 mA aunque se pusiera por error en X un cortocircuito. Si no estuviera esa resistencia, la corriente sería de 30/0,1=300 A, muy elevada y que seguramente calentaría y destruiría elementos del circuito.

PROBLEMA X4. (Se desconoce el número) Em el circuit adjunt tenim les dades següents:
Va-Vb = 100 V
Freqüencia = 60 s^{-1}
C = 26,5 μF
L = 0,265 H
R1 = R2 = R3 = 5 Ω
Calculeu:
a) La impedància equivalent entre els punts a i b.
b) La intensitat del corrent que passa per cada ressistència.



En el circuito adjunto tenemos los siguientes datos:
Va-Vb = 100 V
Frecuencia = 60 s^{-1}
C = 26,5 μF
L = 0,265 H
R1 = R2 = R3 = 5 Ω
Calcule:
a) La impedancia equivalente entre los puntos a y b.
b) La intensidad de la corriente que pasa por cada resistencia.

a) Entre los puntos a y b hay dos ramas, R2L y R3C
$\omega=2\pi f=120\pi$ rad/s
La impedancia de la rama R2L es $Z_{R2L}=R2+j\omega L=5+j120\pi\cdot 0{,}265\approx 5+j10\ \Omega$
La impedancia de la rama R3C es $Z_{R3C}=R3-j/\omega C=5-j/120\pi\cdot 26{,}5\cdot 10^{-6}\approx 5-j100\ \Omega$
La impedancia de ambas ramas R2L y R3C en paralelo

$$\frac{1}{Z_{ab}}=\frac{1}{Z_{R2L}}+\frac{1}{Z_{R3C}}=\frac{1}{5+j10}+\frac{1}{5-j100}=\frac{5-j100+5+j10}{(5-j100)(5+j10)}$$

$$Z_{ab}=\frac{25+j50-j500+1000}{10-j90}=\frac{(1025-j450)(10+j90)}{10^2+90^2}$$

$$Z_{ab}=\frac{10250+j92250-j4500+40500}{8200}=\frac{50750+j87750}{8200}\approx 6{,}19+j10{,}7\,\Omega$$

b) La tensión es la misma en ambas ramas.

$$I_{R2}=\frac{V_{ab}}{Z_{R2L}}=\frac{100}{5+j10}=\frac{100(5-j10)}{5^2+10^2}=\frac{500-j1000}{125}=4-j8\,A$$

$$|I_{R2}|=\sqrt{4^2+8^2}\approx 8{,}94\,A$$

$$I_{R3}=\frac{V_{ab}}{Z_{R3C}}=\frac{100}{5-j100}=\frac{100(5+j100)}{5^2+100^2}=\frac{500+j10000}{10025}=4{,}99\cdot 10^{-2}+j0{,}998\,A$$

$$|I_{R3}|=\sqrt{(4{,}99\cdot 10^{-2})2+(0{,}998)^2}\approx 0{,}999\,A$$

La corriente por R1 es la suma de corrientes por ambas ramas.

$$I_{R1}=I_{R2}+I_{R3}=4-j8+4{,}99\cdot 10^{-2}+j0{,}998\approx 4{,}05+j7{,}002\,A$$

$$|I_{R1}|=\sqrt{4{,}05^2+7{,}002^2}\approx 8{,}09\,A$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 25 febrero 2016
CC BY

FÍSICA

1.- c) Una batería tiene una resistencia interna de 5 ohmios y se quiere medir su fuerza electromotriz con un error inferior al 10%. ¿Qué resistencia mínima ha de tener el voltímetro que se utilice?
(1 punto)

La batería real la modelizamos como una fuente real de fem ε en serie con su resistencia interna r=5 Ω.
Un voltímetro realiza medidas poniéndolo en paralelo al sistema a medir, en este caso la batería.
Un voltímetro ideal tendría una resistencia infinita, con lo que no generaría pérdida de tensión, pero en un voltímetro real con una resistencia R hace que circule corriente y haya pérdidas en r y en R.
Asumimos que nos piden el valor de ε; el voltaje en bornes de la batería será algo menor por las pérdidas en r.

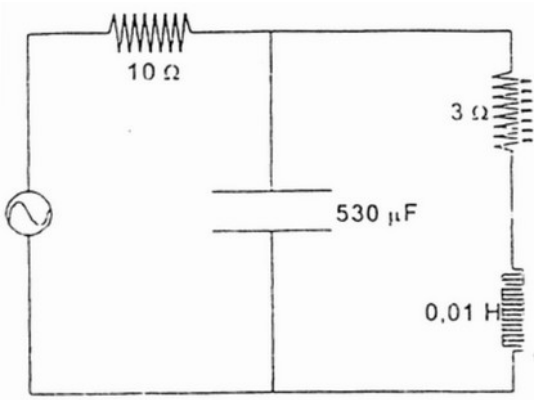
$$\frac{|\varepsilon - V_{voltímetro}|}{|\varepsilon|}\cdot 100 = 10\,\%$$

$$\left(1-\frac{R\cdot I}{\varepsilon}\right)\cdot 10 = 1$$

$$I = \frac{\varepsilon}{r+R}$$

$$\left(1-\frac{R}{r+R}\right)\cdot 10 = 1 \Rightarrow 10\left(R+r-R\right) = r+R \Rightarrow 10r - r = R \Rightarrow R = 9r = 9\cdot 5 = 45\Omega$$

PROBLEMA X2 (Se desconoce el número). En el circuit el dibuix, el generador de corrent altern té una freqüència de 120 Hz, i en la branca on hi ha la bobina es dissipa una potència de 60 W.
Determinar:
a) La intensitat instantània en cada branca del circuit.
b) La tensió instantània entre els extrems de cada element.
c) La impedància del circuit.



En el circuito el dibujo, el generador de corriente alterna tiene una frecuencia de 120 Hz, y en la rama donde está la bobina se disipa una potencia de 60 W. Determinar:
a) La intensidad instantánea en cada rama del circuito.
b) La tensión instantánea entre los extremos de cada elemento.
c) La impedancia del circuito.

Usamos 3 cifras significativas en los resultados (no necesariamente solo 3 en valores intermedios)

a) ω=2πf=2π120=754 rad/s
Llamamos R_1 a la resistencia de 10 Ω y R_2 a la de 3 Ω, y asumimos condensador y bobina ideales, por lo que tiene impendancias $Z_C = -jX_C = -j\frac{1}{\omega C} = -j\frac{1}{754 \cdot 530 \cdot 10^{-6}} = -j\,2{,}50\,\Omega$ y

$Z_L = jX_L = j\omega L = j\,754 \cdot 0{,}01 = j\,7{,}54\,\Omega$

La impedancia de la rama donde está la bobina conectada en serie con R_2 es Z_{RL}=3+j7,54 Ω.

$|Z_{RL}| = \sqrt{3^2 + 7{,}54^2} = 8{,}11\,\Omega$

$\phi_{ZRL} = \arctan\left(\frac{X_L}{R_2}\right) = \arctan\left(\frac{7{,}54}{3}\right) = 68{,}3^o$

La potencia disipada en esa rama solo depende de la resistencia, por lo que

$P_{RL} = R_2 \cdot I_{RL}^2 \Rightarrow I_{RL} = \sqrt{\frac{P_{RL}}{R_2}} = \sqrt{\frac{60}{3}} = 4{,}47\,A\,[eficaces\ o\ RMS]$

La tensión en la rama RL es $V_{RL}=I_{RL}\cdot|Z_{RL}|$=4,47·8,11=36,3 V [eficaces o RMS]
La tensión en la rama C es la misma que en la RL al estar ambas en paralelo.
La corriente en la rama C sería $I_C=V_{RL}/|Z_C|$=36,3/2,5=14,5 A [eficaces o RMS]
La intensidad instantánea en cada rama será:
(Tomamos referencia de fase cero en tensión en ambas ramas)

Intensidad instantánea en rama RL

$i_{RL}(t) = \sqrt{2} \cdot I_{RL} \cos(\omega t + \phi_{RL})$

La fase de la corriente en la rama RL será negativa, ya que $I_{RL}=V_{RL}/Z_{RL}$, hemos asumido fase 0 en V_{RL} y la fase de Z_{RL} es positiva; en una bobina la corriente va retrasada respecto a tensión.

$i_{RL}(t) = \sqrt{2} \cdot 4{,}47 \cos(754t - 68{,}3^o) = 6{,}32 \cos(754t - 68{,}3^o)\,[i\,en\,A, t\,en\,s]$

Intensidad instantánea en rama C

$i_C(t) = \sqrt{2} \cdot I_C \cos(\omega t + \phi_C)$

La fase de la corriente en la rama C será positiva, ya que $I_C=V_C/Z_C$, hemos asumido fase 0 en V_C y la fase de Z_C es negativa; en una condensador la corriente va adelantada respecto a tensión

$$i_C(t)=\sqrt{2}\cdot 14,5\cos(754t+90^o)=20,5\cos(754t+90^o)[i\,en\,A,t\,en\,s]$$

Intensidad instatánea total (ramas C y RL en paralelelo y R_1 en serie)

$$i_{total}(t)=I_{RL}\angle -68,3^o+I_C\angle 90^o=(4,47\cdot\cos(-68,3^o);4,47\cdot sen(-68,3^o))+(0;14,5)$$

$$i_{total}(t)=(1,65;-4,15)+(0;14,5)=(1,65;10,4)$$

$$I_{total}=\sqrt{1,65^2+10,4^2}=10,5\,A[eficaces\,o\,RMS]$$

$$\phi_{total}=\arctan\left(\frac{10,4}{1,65}\right)=81,0^o$$

b) **Tensión instantánea en R_1**

$V_{R1}=I_{total}\cdot R_1=10,5\cdot 10=105$ V [eficaces o RMS]

La fase en R_1 es la misma que la fase de la corriente total, ya que R_1 no introduce desfase.

$$v_{R1}(t)=\sqrt{2}\cdot V_{R1}\cos(\omega t+\phi_{R1})=\sqrt{2}\cdot 105\cos(754t+81^o)=148\cos(754t+81^o)[v_{R1}\,en\,V,t\,en\,s]$$

Tensión instantánea en C

$$v_C(t)=v_{RL}(t)=\sqrt{2}\cdot V_C\cos(\omega t)=\sqrt{2}\cdot 36,25\cos(754t)$$

$$v_C(t)=51,3\cos(754t)[v_1\,en\,V,t\,en\,s]$$

Tensión instantánea en R_2

$V_{R2}=I_{RL}\cdot R_2=4,47\cdot 3=13,4$V [eficaces o RMS]

La fase en R_2 es la misma que la fase de la corriente, ya que R_2 no introduce desfase.

$$v_{R2}(t)=\sqrt{2}\cdot V_{R2}\cos(\omega t+\phi_{RL})=\sqrt{2}\cdot 13,4\cos(754t-68,3^o)$$

$$v_{R2}(t)=19,0\cos(754t-68,3^o)[v_{R2}\,en\,V,t\,en\,s]$$

Tensión instantánea en L

$V_L=I_{RL}\cdot Z_L=4,47\cdot 7,54=33,7$ V [eficaces o RMS]

La fase en L no es la misma que la fase de la corriente, en una bobina la corriente va retrasada respecto a tensión 90º, por lo que la tensión va adelantada 90º respecto a la corriente y la fase de la tensión será -68,3º+90º=21,7º

$$v_L(t)=\sqrt{2}\cdot V_L\cos(\omega t+\phi_{RL})=\sqrt{2}\cdot 33,7\cos(754t+21,7^o)$$

$$v_L(t)=47,7\cos(754t+21,7^o)[v_L\,en\,V,t\,en\,s]$$

Tensión instantánea total (generador)

La tensión total será la suma fasorial de tensiones de R_1 y C que están en serie

La fase de R_1 es la misma que la de la corriente total calculada antes y la fase de V_C es cero porque la hemos tomado como referencia.

$$\tilde{V}_{total}=V_{R1}\angle 81,0^o+V_C\angle 0^o=105(\cos(81,0^o)+jsen(81,0^o))+36,3=52,7+j\,104\,V$$

$$V_{total}=\sqrt{52,7^2+104^2}=117\,V$$

$$\phi_{total}=\arctan\left(\frac{104}{52,7}\right)=63,1^o$$

$$v_{total}(t)=\sqrt{2}\cdot V_{total}\cos(\omega t+\phi_{total})=\sqrt{2}\cdot 117\cos(754t+63,1^o)$$

$$v_{total}(t)=165\cos(754t+63,1^o)[v_{total}\,en\,V,t\,en\,s]$$

c) La impedancia total la podemos calcular de varias maneras

-Calculando $Z_{total}=V_{total}/I_{total}$

$$Z_{total}=\frac{117\angle 63,1^o}{10,5\angle 81,0^o}=11,1\angle -17,9^o$$

-Combinando impedancias según estén en serie o en paralelo

$$Z_{total}=Z_R+\frac{1}{\frac{1}{Z_C}+\frac{1}{Z_{RL}}}=10+\frac{1}{\frac{1}{-j2,50}+\frac{1}{3+j7,54}}=10+\frac{18,85-j7,50}{3+j5,04}$$

$$Z_{total}=10+\frac{(18,85-j7,50)\cdot(3-j5,04)}{3^2+5,04^2}$$

$$Z_{total}=10+\frac{56,55-37,8-j22,5-j95,00}{34,40}=10+\frac{18,75-j117,5}{34,40}=10+0,456-j3,416$$

$$Z_{total}=10,456-j3,416\,\Omega$$

$$|Z_{total}|=\sqrt{10,456^2+3,416^2}=11\,\Omega$$

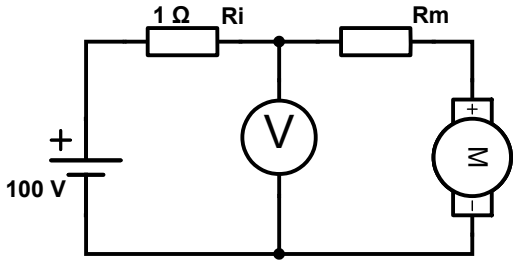
$$\phi_{Ztotal}=\arctan\left(\frac{-3,416}{10,456}\right)=-18^o$$

Coinciden de forma aproximada salvo rdondeos

B2. Es disposa d'un generador de corrent continu de força electromtriu 100 V i resistència interna 1 Ω. Els borns del generador es connecten simultàniament a un voltímetre i a un motor. Quan el motor gira en règim normal el voltímetre indica 90 V i quan s'impedeix el gir del motor, el voltímetre indica 80 V. Calculeu:
a- La resistència del motor.
b- La força contraelectromotriu del motor.
c- La potència del motor.

Se dispone de un generador de corriente continua de fuerza electromtriz 100 V y resistencia interna 1 Ω. Los bornes del generador se conectan simultáneamente a un voltímetro y un motor. Cuando el motor gira en régimen normal el voltímetro indica 90 V y cuando se impide el giro del motor, el voltímetro indica 80 V. Calcular:
a- La resistencia del motor.
b- La fuerza contraelectromotriz del motor.
c- La potencia del motor.

a) El voltímetro se considera ideal, no interviene en el circuito, se monta en paralelo y solamente nos indica tensión. El circuito tiene 4 elementos en serie: fuerza electromotriz ε, resistencia interna R_i=1 Ω, fuerza contraelectromotriz ε' y resistencia del motor R_m.



Se trata de un circuito de corriente continua, y si utilizamos la ley de Ohm generalizada $\frac{\Sigma\varepsilon-\Sigma\varepsilon'}{\Sigma R}=I$

Cuando el motor está frenado es cuando más potencia consume, no hay fuerza contraelectromotriz y para la misma tensión externa ofrece solamente la resistencia del motor.

$$\frac{\varepsilon}{R_i+R_m}=I_{frenado}\Rightarrow\frac{100}{1+R_m}=I_{frenado}$$

La corriente y la resistencia del motor la podemos calcular de dos maneras, utilizando la lectura del voltímetro:

$$I_{frenado}\cdot R_m=80\Rightarrow\frac{100}{1+R_m}R_m=80\Rightarrow 100R_m=80+80R_m\Rightarrow R_m=\frac{80}{20}=4\,\Omega$$

$$I_{frenado}\cdot R_i=20\Rightarrow\frac{100}{1+R_m}1=20\Rightarrow 100R_m=\frac{100}{20}-1=4\,\Omega$$

b) $$\frac{\varepsilon-\varepsilon'}{R_i+R_m}=I_{general}\Rightarrow\frac{100-\varepsilon'}{1+4}=I_{general}$$

La corriente y la tensión de la lectura del voltímetro la podemos relacionar de dos maneras:

$$-\varepsilon'+90=I_{general}\cdot R_m\Rightarrow\frac{100-\varepsilon'}{5}\cdot 4+\varepsilon'=90\Rightarrow 400-4\varepsilon'+5\varepsilon'=450\Rightarrow\varepsilon'=50\,V$$

$$\varepsilon-I_{general}\cdot R_i=90\Rightarrow 100-\frac{100-\varepsilon'}{5}\cdot 1=90\Rightarrow 10\cdot 5=100-\varepsilon'\Rightarrow\varepsilon'=50V$$

La corriente es (100-50)/5=10 A

c) La potencia del motor en continua para el régimen general $P_{motor}=V\cdot I=90\cdot 10=900W$

También la podemos calcular como la suma de la asociada al motor y la de la resistencia

$$P_{motor}=V_{motor}\cdot I_{motor}+R_m\cdot I^2=50\cdot 10+4\cdot 10^2=900W$$

C6. Es connecta un motor a un generador per mitja d'una línia de transmissió de 5 Ω. El motor consumeix 3 kW a 150 V amb un factor de potència 0,8. Calculeu:
a- La intensitat del corrent.
b- La potència subministrada pel generador.
c- La tensió entre els borns del generador.

Se conecta un motor a un generador por medio de una línea de transmisión de 5 Ω. El motor consume 3 kW a 150 V con un factor de potencia 0,8. Calcular:
a- La intensidad de la corriente.
b- La potencia suministrada por el generador.
c- La tensión entre los bornes del generador.

Referencias
https://es.wikipedia.org/wiki/Factor_de_potencia
http://www.trifasica.net/pdf/TEMA_7._POTENCIA_EN_CIRCUITOS_MONOFASICOS.pdf
Ver resolución 2015-Madrid-Modelo-A4 https://drive.google.com/open?id=0B-t5SY0w2S8iVVFYcUFscnJxTTQ

a) Consideramos 3 kW la potencia activa del motor.
Calculamos la potencia aparente, |S|, para la que utilizamos VA.

$$\cos\varphi=\frac{P}{|S|}\Rightarrow|S|=\frac{P}{\cos\varphi}=\frac{3}{0{,}8}=3{,}75\,kVA$$

Si 150 V es la tensión eficaz, tenemos

$$P_{aparente}=V_{ef}\cdot I_{ef}\Rightarrow 3{,}75\cdot 10^3=150\cdot I_{ef}\Rightarrow I_{ef}=\frac{3{,}75\cdot 10^3}{150}=25\,A$$

Como se trata de alterna, la damos de forma compleja, aunque no se proporcione frecuencia

$$I_{ef}=\frac{I_0}{\sqrt{2}}\Rightarrow I_0=I_{ef}\cdot\sqrt{2}=25\sqrt{2}\,A$$

Al ser el factor de potencia positivo se trata de una carga inductiva. Asumimos corriente sinusoidal, con lo que $\frac{\bar{V}}{\bar{I}}=\bar{Z}=|Z|_{\varphi}$

$$\varphi=arcos(0{,}8)=36{,}87^o$$

Si tomamos V como origen de fases y usamos función coseno, la corriente está retrasada.

$$I=|I_0|_{-\phi}=25\sqrt{2}_{-36{,}87^o}[A]$$

$$I=I_0\cos(\omega t-\phi)=25\sqrt{2}\cos(\omega t-36{,}87^o)[A]$$

b) La carga que tiene el generador es la impedancia suma de la del motor y la resistencia de la línea.
Contemplando las potencias activas

$$P_{suministrada}=P_{motor}+P_{línea}=P_{aparente}+R^2_{línea\cdot I}=3\cdot 10^3+5\cdot 25^2=6125\,W=6{,}125\,kW$$

c) $$P_{generador}=V_{generador}\cdot I_{generador}\Rightarrow 6125=V_{generador}\cdot 25\Rightarrow V_{generador}=\frac{6125}{25}=245\,V$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 11 mayo 2025
CC BY SA

PROBLEMA X6 (Se desconoce el número). Conectem en paral.lel una resistència R, una autoinducció L i una capacitat C. El conjunto es connecta, a través d'un amperímetre, a les bornes d'un generador de corrent altern. Es consideren nul.les les resistències del fils de connexió i de l'amperímetre. a) Trobeu l'expressió de la intensitat i la fase del corrent que passa per cada branca. b) Establiu l'expressió que dóna la intensitat i la fase del corrent que passa per l'amperímetre. Applicació numèrica: R = 100 Ω; L = 1 H; C = 1 μF; v = 50 Hz; V_0 = 120 V.

Conectamos en paralelo una resistencia R, una autoinducción L y una capacidad C. El conjunto se conecta, a través de un amperímetro, a las bornas de un generador de corriente alterna. Se consideran nulas las resistencias de los hilos de conexión y del amperímetro. a) Encuentre la expresión de la intensidad y la fase de la corriente que pasa por cada rama. b) Establezca la expresión que da la intensidad y la fase de la corriente que pasa por el amperímetro. Application numérica: R = 100 Ω; L = 1 H; C = 1 μF; v = 50 Hz; V_0 = 120 V.

Enunciado una letra ν para frecuencia.
ω=2πf=100π rad/s
a) Al estar en paralelo los tres elementos, cada uno en una rama, los tres tienen la misma tensión, $V(t)=V_0\cdot\cos(\omega t)$
Rama con resistencia

$$I_R(t)=\frac{V(t)}{R}=\frac{V_0}{R}\cdot\cos(\omega t)\ \text{Usando fasores}\ \ \widetilde{I_R}=\frac{V_0}{R}$$

Numéricamente $I(t)=\frac{120}{100}\cdot\cos(100\pi t)[I\,en\,A, t\,en\,s]$ Usando fasores $\widetilde{I_R}=1,2\,A$

Rama con autoinducción

$$I_L(t)=\frac{V(t)}{Z_L}=\frac{V_0}{j\omega L}\cdot\cos(\omega t)=-j\frac{V_0}{\omega L}\cdot\cos(\omega t)\ \text{Usando fasores}\ \ \widetilde{I_L}=-j\frac{V_0}{\omega L}$$

-j indica un retraso de π/2 rad

Numéricamente $I_L(t)=\frac{120}{100\pi}\cdot\cos(\omega t-\frac{\pi}{2})[I\,en\,A, t\,en\,s]$

Usando fasores $\widetilde{I_L}=-j\frac{120}{100\pi\cdot 1}=-j\,0,382\,A$

Rama con capacidad

$$I_C(t)=\frac{V(t)}{Z_C}=\frac{V_0}{-j/\omega C}\cdot\cos(\omega t)=jV_0\omega C\cdot\cos(\omega t)\ \text{Usando fasores}\ \ \widetilde{I_C}=j\omega C V_0$$

+j indica un adelanto de π/2 rad

Numéricamente $I_C(t)=120\cdot 100\pi\,10^{-6}\cdot\cos(\omega t+\frac{\pi}{2})[I\,en\,A, t\,en\,s]$

Usando fasores $\widetilde{I_C}=j\,100\pi\cdot 10^{-6}\cdot 120=j\,0,0378\,A$

b) Sumando fasores: $\widetilde{I_{total}}=\widetilde{I_R}+\widetilde{I_L}+\widetilde{I_C}=1,2-j\,0,3442\,A$

$$I_{0\,total}=\sqrt{1,2^2+0,3442^2}=1,25\,A$$

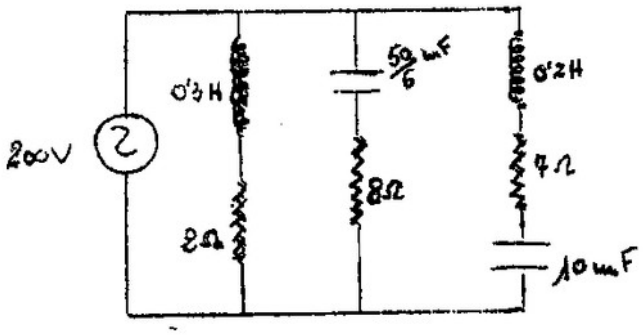
$$\phi=\arctan(\frac{-0,3442}{1,2})=-16^o$$

$$I_{total}(t)=1,25\cos(100\pi t-16^o)[I\,en\,A, t\,en\,s]$$

También se podría plantear como $I_{total}=V/Z_{total}$ con $1/Z_{total}=1/Z_R+1/Z_L+1/Z_C$

PROBLEMAS DE FÍSICA

4.- En el circuito de la figura se pide, sabiendo que la pulsación de la corriente alterna es ω = 20 rad/s;
a) Intensidades de corriente en cada rama e intensidad total del circuito;
b) Impedancia equivalente del circuito y factor de potencia del mismo;
c) Caída de tensión entre los bornes del condensador de 10 mF;
d) Potencias aparente, activa y un reactiva del circuito.



a) La intensidad en cada rama la calculamos aplicando la ley de Ohm I=V/Z
Necesitamos calcular la impedancia de cada rama
- Rama 1: 0,3 H y 2 Ω en serie
$Z_{L1}=j\omega L_1=j\cdot 20\cdot 0{,}3=j6\ \Omega$
$Z_{R1}=R_1=2\ \Omega$
Impedancia total $Z_{T1}=Z_{L1}+Z_{R1}=2+j6\ \Omega$

$$\widetilde{I}_1=\frac{V}{Z_{T1}}=\frac{200}{2+j6}=\frac{200\cdot(2-j6)}{2^2+6^2}=\frac{400-j1200}{40}=10-j30\ A$$

- Rama 2: 50/6 mF y 8 Ω en serie

$$Z_{C2}=-j\frac{1}{\omega C_2}=-j\frac{1}{20\cdot\frac{50}{6}\cdot 10^{-3}}=-j6\,\Omega$$

$Z_{R2}=R_2=8\ \Omega$
Impedancia total $Z_{T2}=Z_{c2}+Z_{R1}=8-j6\ \Omega$

$$\widetilde{I}_2=\frac{V}{Z_{T2}}=\frac{200}{8-j6}=\frac{200\cdot(8+j6)}{8^2+6^2}=\frac{1600+j1200}{100}=16+j12\ A$$

- Rama 3: 0,2 H, 7 Ω y 10 mF en serie
$Z_{L3}=j\omega L_3=j\cdot 20\cdot 0{,}2=j4\ \Omega$
$Z_{R3}=R_3=7\ \Omega$

$$Z_{C3}=-j\frac{1}{\omega C_3}=-j\frac{1}{20\cdot 10\cdot 10^{-3}}=-j5\,\Omega$$

Impedancia total $Z_{T3}=Z_{L3}+Z_{R1}=7-j1\ \Omega$

$$\widetilde{I}_3=\frac{V}{Z_{T3}}=\frac{200}{7-j1}=\frac{200\cdot(7+j1)}{7^2+1^2}=\frac{1400+j200}{50}=28+j4\ A$$

La corriente total es $I_T=I_1+I_2+I_3=10-j30+16+j12+28+j4=54-j14$ A

b) $$Z_{eq}=\frac{V_T}{\widetilde{I}_T}=\frac{200}{54-j14}=\frac{200\cdot(54+j14)}{54^2+14^2}=\frac{10800+j2800}{3112}\approx 3{,}47+j0{,}9\ A$$

Se obtendría el mismo resultado planeando $1/Z_{eq}=1/Z_{T1}+1/Z_{T2}+1/Z_{T3}$

c) $V_C=Z_{C3}\cdot I_3=-j5\cdot(28+j4)=20-j140$ V

d) Potencia aparente (S): $S=V\cdot I^*_T=200\cdot(54+j14)=10800+j2800$ VA.

$$|S|=\sqrt{10800^2+2800^2}=11157\ VA$$

Potencia activa (P) es la parte real de S: P=10800 W.
Potencia reactiva (Q) es la parte imaginaria de S: Q=2800 VAR (inductiva por signo +delante de j).

PROBLEMAS DE FÍSICA

3. Un carrete, cuya autoinducción es L=1,5 H y su resistencia R_1=1 ohmio se conecta por medio de dos conductores de resistencia R_2=0,5 ohmios (entre ambos) a una batería de fem E=4,5 V y resistencia interna R_3=0,5 ohmios. Calcular al cabo de un tiempo t=L/2R
a) La diferencia de potencial entre los bornes de la batería.
b) Caída de tensión a lo largo de los conductores supuestos iguales.
c) Diferencia de potencial entre los bornes del carrete.
d) Valor de la fem de autoinducción.

La resistencia total del circuito es $R=R_1+R_2+R_3=2\ \Omega$
En un circuito RL podemos plantear $E-R\cdot i(t)-L\cdot\frac{di(t)}{dt}=0\Rightarrow\frac{di(t)}{dt}+\frac{R}{L}\cdot i(t)=\frac{E}{L}$
La ecuación diferencial lineal de primer orden es $i(t)=i_{estacionaria}+i_{transitoria}$
La parte estacionaria está asociada a que t → ∞ y la corriente ya no cambia, di(t)/dt=0 por lo que $i_{estacionaria}$=E/R

La parte transitoria está asociada a la ecuación homogénea $\frac{di_{trans}}{dt}+\frac{R}{L}\cdot i_{trans}=0$

$$\frac{di_{trans}}{i_{trans}}=\frac{-R}{L}dt\Rightarrow[\ln(i_{trans})]_{i_{trans0}}^{i_{trans}}=\frac{-R}{L}t\Rightarrow i_{trans}(t)=i_{trans0}\cdot e^{\frac{-R}{L}t}$$

La solución completa es $i(t)=\frac{E}{R}+i_{trans0}\cdot e^{\frac{-R}{L}t}$
La corriente total inicial es cero, la bobina se opone al cambio brusco de corriente
t=0 → 0=E/R + i_{trans0} → i_{trans0}=-E/R
Las expresión de la corriente en función del tiempo es

$$i(t)=\frac{E}{R}(1-e^{\frac{-R}{L}t})$$

t=L/2R=1,5/2·2=0,375 s

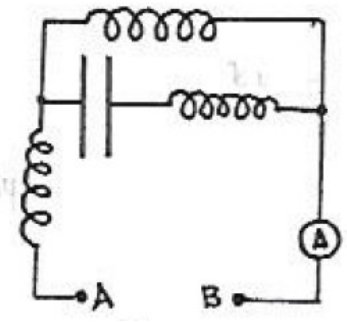
$$i(t=0{,}375\,s)=\frac{4{,}5}{2}(1-e^{\frac{-2}{1{,}5}0{,}375})=0{,}885\,A$$

a) $V_{batería}=E-i\,R_3=4{,}5-0{,}885\cdot 0{,}5=4{,}058\,V$
b) $V_{conductores}=i\,R_2=0{,}885\cdot 0{,}5=0{,}443\,V$
c) $V_{batería}-V_{conductores}-V_{carrete}=0$
$V_{carrete}=V_{conductores}-V_{batería}=4{,}058-0{,}443=3{,}615\,V$
d) Se puede calcular de dos maneras:
Primera, con la definición de autoinducción y la expresión de corriente ya calculada
$\varepsilon_L=-L\frac{di}{dt}=-L\cdot\frac{E}{R}(\frac{R}{L}e^{\frac{-R}{L}t})=-E\,e^{\frac{-R}{L}t}$ Para t=0,375 s $\varepsilon_L=-4{,}5e^{\frac{-2}{1{,}5}0{,}375}=-2{,}73\,V$
Segunda, teniendo en cuenta que la tensión de carrete está asociada a su resistencia y la fem inducida: $V_{carrete}=V_{R1}+\varepsilon_L\Rightarrow\varepsilon_L=3{,}615-1\cdot 0{,}882=2{,}73\,V$
Como la fem inducida se opone a la corriente, el valor es su valor real es negativo, -2,73 V.

enrique@fiquipedia.es Revisado 3 febrero 2021

FÍSICA

4º. Los extremos A y B del circuito de la figura, se someten a una d.d.p. de 60 v. en corriente continua, marcando un amperímetro 5 amp. Posteriormente se conectan a un generador de corriente alterna y la tensión máxima del mismo es de 280 v. y 50 Hz. de frecuencia. Determinar en estas condiciones la intensidad eficaz que marca el amperímetro. Capacidad del condensador = 455 μF. Las tres bobinas son iguales y de coeficiente de autoinducción = 0,01593 H.



Como las tres bobinas son iguales, las tres tienen la misma resistencia, R. Al conectarlo a corriente continua el condensador es un circuito abierto y la carga vista en AB es 2R, por lo que aplicando la ley de Ohm 2R=V/I=60/5=12 → R= 6 Ω.

Conectado en alterna circula corriente por todos los elementos; planteamos impedancia equivalente total.

$$X_L = \omega L = 2\pi 50 \cdot 0{,}01593 \approx 5\,\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi 50 \cdot 455 \cdot 10^{-6}} \approx 7\,\Omega$$

La rama superior tiene $Z_1 = R + jX_L = 6 + j5\Omega$

La rama central tiene $Z_2 = R + jX_L - jX_C = 6 - j2\,\Omega$

La combinación en paralelo de ambas ramas tiene

$$Z_{ramas} = \frac{1}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}} = \frac{1}{\frac{6 - j2 + 6 + j5}{(6 + j5)(6 - j2)}} = \frac{36 - j12 + j30 + 10}{12 - j3}$$

$$Z_{ramas} = \frac{(46 + j18)(12 - j3)}{12^2 + 3^2}$$

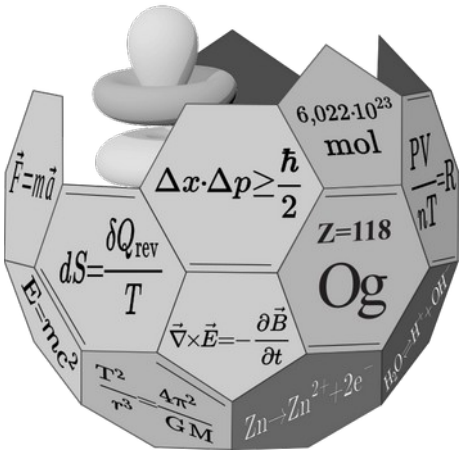
$$Z_{ramas} = \frac{552 - j138 + j216 + 54}{153} = \frac{606 + j78}{153} = 3{,}96 + j\,0{,}51\,\Omega$$

La combinación con la bobina en serie (vertical en el diagrama) da la impedancia total

$$Z_{total} = 6 + j5 + 3{,}96 + j0{,}51 = 9{,}96 + j5{,}51$$

Si la tensión máxima son 280 V, la tensión eficaz es $V_{ef} = \frac{V_0}{\sqrt{2}} = \frac{280}{\sqrt{2}} \approx 198\,V$

$$I_{ef} = \frac{V_{ef}}{|Z_{total}|} = \frac{198}{\sqrt{9{,}96^2 + 5{,}51^2}} = 17{,}4\,A$$



Problemas resueltos oposiciones Física y Química

Recopilación realizada 4 septiembre 2025

Fluidos, gases, presión

enrique@fiquipedia.es

CC BY SA

Castellano

6. (1,5 puntos) A un recipiente cilíndrico de radio, R, y altura, H, abierto por su parte superior e inicialmente lleno de agua, se le realiza un orificio de radio, r, en el fondo del mismo. Despreciando la viscosidad y las posibles variaciones en la presión atmosférica con la altura, determine:

a) La velocidad de salida del agua cuando el recipiente se ha vaciado a la mitad. (0,5 puntos)

b) La expresión matemática del tiempo que tarda el recipiente en vaciarse en función de las magnitudes indicadas y calcule dicho tiempo. (1 punto)

DATOS: R = 10 cm; r = 4 cm; H = 70 cm; g = 9,8 m/s^2

http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica3/fluidos/vaciado/vaciado.html
http://tesla.us.es/wiki/index.php/Vaciado_de_un_dep%C3%B3sito_cil%C3%ADndrico
https://lalgfisica.readthedocs.io/es/latest/Mechanics/015_Discharging_Tank.html
Ver Valencia 2004 5, Valencia 2002 5

a) Utilizamos la ley de Bernouilli entre el punto superior y el orificio, para calcular la velocidad de salida en cualquier instante. $p+\rho g y+\frac{1}{2}\rho v^2=cte$

Igualamos en dos puntos del depósito. Tomamos y como altura con y=0 en la base del depósito, valores positivos crecientes de y hacia arriba (pero presión disminuye al aumentar altura).

A: superficie
-Término presión fluido: Presión atmosférica
-Término presión cinética: v_1 (en superficie)
-Término presión altura: $-\rho g y_1$
B: agujero
-Término presión fluido: Presión atmosférica
-Término presión cinética: v_2 (en salida)
-Término presión altura: 0

Asumimos que el depósito es ancho y el agujero pequeño, R>>r, pero no que la velocidad arriba la arriba sea cero como en Torricelli.

El orificio arriba tiene área πR^2 y abajo πr^2, y el caudal ($Q=v\cdot S$)es el mismo

$Q_A=Q_B \rightarrow v_1\pi R^2=v_2\pi r^2 \rightarrow v_1=v_2(r^2/R^2)$

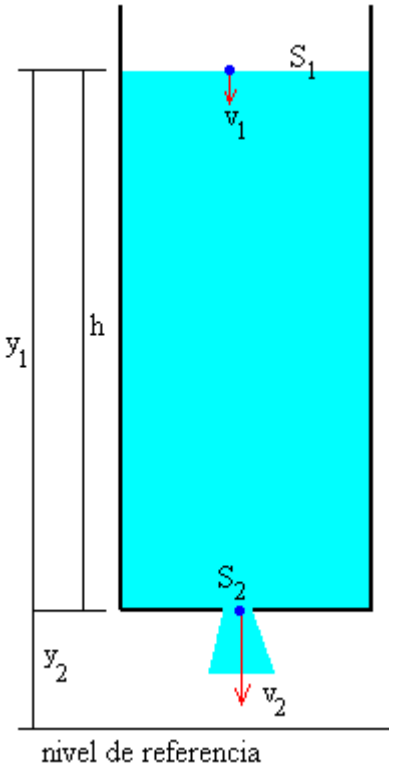
$$\cancel{P_{atm}}+\rho g h+\frac{1}{2}\rho v_1^2=\cancel{P_{atm}}+0+\frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$gh+\frac{1}{2}\left(v_2\cdot\frac{r^2}{R^2}\right)^2=\frac{1}{2}v_2^2$$

$$gh=\frac{1}{2}v_2^2\left(1-\frac{r^4}{R^4}\right)$$

Negativa por referencia

$$v_2=-\sqrt{\frac{2gh}{1-\frac{r^4}{R^4}}}$$



Validamos que si h=0, v_2=0

Numéricamente $v_2 = -\sqrt{\frac{2 \cdot 9,8 \cdot 0,35}{1 - \frac{0,04^4}{0,10^4}}} = -2,65\, m/s$

b) Tenemos velocidad en función de altura y se necesitamos altura en función del tiempo.
Sabemos que v_1=dh/dt (es válido con v_1 de la superficie, no con v_2 del orificio)

$$v_1 = v_2 \frac{r^2}{R^2} = \frac{-1}{\frac{R^2}{r^2}} \sqrt{\frac{2gh}{1 - \frac{r^4}{R^4}}} = -\sqrt{\frac{2gh}{\frac{R^4}{r^4} - 1}} = -k\sqrt{h}\,; k = \sqrt{\frac{2g}{\frac{R^4}{r^4} - 1}}$$

Integramos desde H hasta 0 (vaciado del depósito)

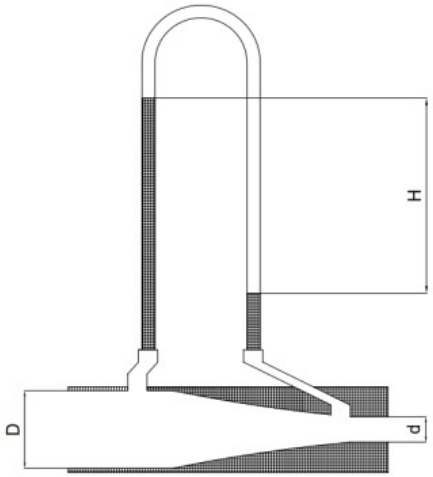
$$\frac{dh}{dt} = -k\sqrt{h} \Rightarrow \frac{dh}{\sqrt{h}} = -k\, dt\, dr \Rightarrow \int_H^0 \frac{dh}{\sqrt{h}} = -k \int_0^t dt$$

$$-2\sqrt{H} = -k\, t \Rightarrow t = 2\frac{\sqrt{H}}{k} = \sqrt{4H \frac{\frac{R^4}{r^4} - 1}{2gH}} = \sqrt{\frac{2H}{g}\left(\frac{R^4}{r^4} - 1\right)}$$

Numéricamente

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,7}{9,8}\left(\frac{0,1^4}{0,04^4} - 1\right)} = 2,33\, s$$

EJERCICIO 4 (2,0 pts.)
Para medir el gasto de gasolina que fluye por un tubo de Diámetro D = 14 mm se halla instalada una tobera (ver figura) de diámetro d = 9 mm y van acoplados los piezómetros (ver figura).
Determinar el gasto de gasolina Q en L/s, si la diferencia de niveles de gasolina en los piezómetros es H = 1,5 m. ¿Cómo cambiará la diferencia de alturas H, si la gasolina se sustituye por agua con el mismo gasto Q? Nota: La densidad para la gasolina es ρ = 680 Kg /m^3.



El símbolo de kilo es k minúscula: debería ser kg/m^3

a) Aplicamos la ecuación de continuidad en la tobera $Q_1=Q_2 \Rightarrow S_D \cdot v_1 = S_d \cdot v_2$

$$\pi\left(\frac{D}{2}\right)^2 \cdot v_1 = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot v_2$$

Numéricamente $14^2 \cdot v_1 = 9^2 \cdot v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{14^2}{9^2} v_1$

Aplicamos la ecuación de Bernouill en la entrada y salida de la tobera

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g z_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g z_2$$

Reordenamos y simplificamos ya que sabemos que z_1-z_2 al ser el tubo horizontal y P_1-P_2=ρgH

$$v_2^2 - v_1^2 = 2gH$$

Sustituyendo $\left(\frac{14^4}{9^4} - 1\right) v_1^2 = 680 \cdot 9{,}8 \cdot 1{,}5 \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 9{,}8 \cdot 1{,}5 \cdot 9^4}{14^4 - 9^4}} = 2{,}46\, m/s$

$$v_2 = \frac{14^2}{9^2} 2{,}46 = 5{,}95\, m/s$$

El gasto es $Q_1 = \pi\left(\frac{14 \cdot 10^{-3}}{2}\right)^2 \cdot 2{,}46 = 3{,}79 \cdot 10^{-4}\, m^3/s = 0{,}379\, L/s$

Se puede comprobar $Q_2=\pi\left(\frac{9\cdot10^{-3}}{2}\right)^2\cdot5,95=3,79\cdot10^{-4}m^3/s=0,379\,L/s$

b) Si cambiase de gasolina a agua, cambiaría la densidad de 680 kg/m^3 a 1000 kg/m^3 (no es dato)

Se indica que el gasto es el mismo: como las superficies no varían, las velocidades no varían.

El planteamiento con Bernoulli no varía y se llega a $v_2^2-v_1^2=2\,g\,H$

Sin embargo esa altura ahora estaría asociada a la densidad del agua

$$P_1-P_2=\rho_{gasolina}\,g\,H_{gasolina}=\rho_{agua}\,g\,H_{agua}$$

$$H_{agua}=H_{gasolina}\cdot\frac{\rho_{gasolina}}{\rho_{agua}}$$

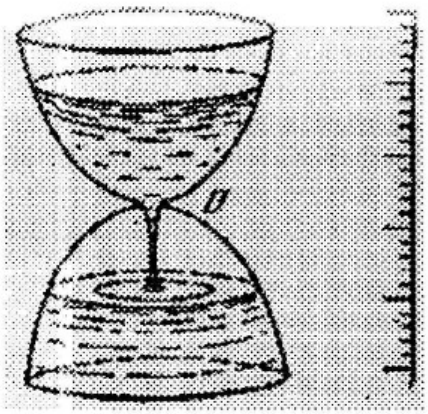
Numéricamente $H_{agua}=1,5\cdot\frac{680}{1000}=1,02\,m$

2019- Galicia-Opción B

6. La clepsidra (del griego kléptein,"robar", e hydōr, "agua") es un recipiente que normalmente tiene simetría de revolución (una esfera, un cilindro, un tronco de cono,...), en el cual se coloca agua, que sale por un orificio en la parte inferior. Las primeras clepsidras conocidas fueron usadas por los egipcios. Se utilizaban especialmente durante la noche, cuando los relojes de sol eran inútiles.
La velocidad de vaciado no es constante, pues la presión de la columna de agua varía con la altura del líquido en el recipiente. El tiempo de vaciado está relacionado con dicha altura.
a) Determina la ecuación que relaciona la velocidad de salida por el agujero con la altura del líquido en la clepsidra y los radios del cilindro y del agujero. (0,5 ptos)
b) Determina la ecuación que relaciona el tiempo de vaciado con la altura inicial del líquido, H, en la clepsidra y sus dimensiones. Puedes suponer que la superficie libre del líquido en el cilindro es mucho mayor que la del orificio de salida. (0,5 ptos)
c) Fabricamos una clepsidra cilíndrica que tiene 10,0 cm de radio y 50,0 cm de altura; está abierta por la cara superior, y posee un orificio en la cara inferior de 7,00 mm de radio. Calcula a que altura debemos llenarla con agua para que se vacíe exactamente en un minuto. (0,25 ptos)

2004-Valencia

5. Los relojes de la antigua Grecia (clepsidras) consistían en un recipiente con un orificio pequeño "O" donde el tiempo se iba marcando por el nivel de agua en el recipiente superior, como indica la figura ¿Qué forma debe tener el recipiente para que la escala de tiempo sea uniforme?
La simetría del recipiente es axial.



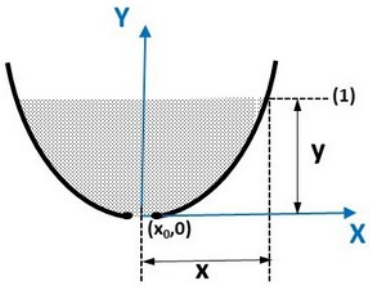
Similitudes con Cataluña 1995-2-5, donde se detalla desarrollo Torricelli a partir de Bernouilli
Resuelto por Rodrigo Alcaraz de la Osa, Jésica Sánchez Mazón
https://fisiquimicamente.com/recursos-fisica-quimica/formacion-profesorado/oposiciones/fisica/galicia-2019-OB-E6/
Resolución revisada con aportaciones y diagramas Roberto Palau Lage y Roberto Palau García
Referencias:
https://www.lawebdefisica.com/problemas/probFluidos-sol32.php
Relojes de agua, una oportunidad para calcular integrales, SUMA Junio 2007, pp. 41-48
https://revistasuma.fespm.es/sites/revistasuma.fespm.es/IMG/pdf/55/041-048.pdf
http://tesla.us.es/wiki/index.php/Dise%C3%B1o_de_una_clepsidra

Se resuelve inicialmente el problema de 2004 Valencia, y se indican luego particularizaciones para el problema de Galicia 2019

El orificio tiene área S_0, y su caudal $Q_0=v_0 \cdot S_0$
Para la velocidad de salida por el orificio, utilizamos el teorema de Torricelli, que se puede deducir

usando la ecuación de Bernouilli $p+\rho g y+\frac{1}{2}\rho v^2=cte$

Igualamos en dos puntos del depósito. Tomamos y como altura con y=0 en la base del depósito, valores positivos crecientes de y hacia arriba (pero presión disminuye al aumentar altura).
A: superficie
-Término presión fluido: Presión atmosférica
-Término presión cinética: v_1 (en superficie)
-Término presión altura: -ρgy
B: agujero
-Término presión fluido: Presión atmosférica
-Término presión cinética: v_0 (en salida)
-Término presión altura: 0



Aunque asumamos que el depósito es ancho y el agujero pequeño hacen que la velocidad arriba sea pequeña, no es cero: queremos que esa velocidad sea constante y uniforme, para que la "escala de tiempo sea uniforme "estando marcada por el descenso del nivel del agua".
Para relacionar velocidades planteamos la ecuación de continuidad del flujo de agua, y asumimos superficie circular al indicarse simetría esférica en enunciado, tanto en superficie superior como en el orificio inferior.

$$v_1\cdot S_1=V_0\cdot S_0\Rightarrow v_1\cdot\pi\cdot x^2=v_0\cdot\pi r_0^2$$

$$v_0=v_1\frac{x^2}{r_0^2}$$

Igualando los términos de ambos puntos (arriba con subíndices 1y abajo con subíndices 0) y sustituyendo

$$\cancel{P_{atm}}-\rho g y+\frac{1}{2}\rho v_1^2=\cancel{P_{atm}}+0+\frac{1}{2}\rho v_0^2$$

$$g y=\frac{1}{2}v_1^2-\frac{1}{2}v_1^2\frac{x^4}{r_0^4}$$

$$y=\frac{v_1^2}{2 g r_0^4}x^4-\frac{v_1^2}{2g}$$

Tras expresar y en función de x, tenemos una ecuación **$y=a\cdot x^4+b$** siendo a y b constantes (b con valor negativo) que dependen del radio del orificio r_0 y de la velocidad que se desea en la superficie de la clepsidra, v_1. **Esto define la forma del recipiente como se pide en Valencia 2004.**
Expresamos v_1 en función de y

$$g y+\frac{1}{2}v_1^2=\frac{1}{2}v_1^2\frac{x^4}{r_0^4}$$

$$v_1=\sqrt{\frac{2gy}{\frac{x^4}{r_0^4}-1}}\Rightarrow v_1=\sqrt{\frac{2 g r_0^4 y}{x^4-r_0^4}}$$

Expresamos v_2 en función de y (lo que se pide en apartado a Galicia 2019)

$$g\,y+\frac{1}{2}v_o^2\frac{r_0^4}{x^4}=\frac{1}{2}v_0^2$$

$$v_0=\sqrt{\frac{2\,gy}{1-\frac{r_0^4}{x^4}}}\Rightarrow v_0=\sqrt{\frac{2\,g\,x^4\,y}{x^4-r_0^4}}$$

Se puede comprobar que si la superficie superior es mucho mayor que la inferior, $x >> r_0$, **lo que se indica explícitamente en apartado a de Galicia 2019 pero no el a**, nos lleva a la ley de Torricelli

$$v=\sqrt{2\,g\,y}$$

En el planteamiento anterior no hemos verificado el requisito de **"que la escala de tiempo sea uniforme" de Valencia 2004**, y eso implica que la velocidad de descenso de la superficie sea uniforme para que la escala vertical en distancia que muestra imagen del enunciado suponga una escala en tiempo, lo que implica que v_1=cte, $dy/dt=-v_1$

Enlaza con **"la ecuación que relaciona el tiempo de vaciado con la altura inicial del líquido, H" del enunciado Galicia 2019,** ya que debe ser una relación lineal.

Expresamos v_1 en función de y

$$g\,y+\frac{1}{2}v_1^2=\frac{1}{2}v_1^2\frac{x^4}{r_0^4}$$

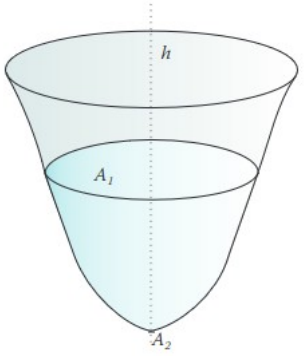
$$v_1=\sqrt{\frac{2\,gy}{\frac{x^4}{r_0^4}-1}}\Rightarrow v_1=\sqrt{\frac{2\,g\,r_0^4\,y}{x^4-r_0^4}}\Rightarrow\frac{d\,y}{dt}=\sqrt{\frac{2\,g\,r_0^4\,y}{x^4-r_0^4}}$$

$$\frac{-dy}{\sqrt{y}}=\sqrt{\frac{2\,g\,r_0^4}{x^4-r_0^4}}\,dt$$

Expresión que se puede simplificar si la superficie inferior se asume mucho más pequeña que la superior, **lo que se indica explícitamente en Galicia 2019**, que recordando que son superficies circulares y $S_1=\pi x^2$ y $S_0=\pi r_0^2$

$$\frac{-dy}{\sqrt{y}}S_1=\sqrt{2\,g}\,S_0\,dt$$

Expresión que coincide con la de una de las referencias de la que se adjunta una imagen.



$A_1 >>> A_2$

$$-\frac{dh}{\sqrt{h}}A_1=\sqrt{2g}A_2dt$$

Integrando esta expresión

$$-\int_H^y\frac{dy}{\sqrt{y}}S_1=\int_0^t\sqrt{2\,g}\,S_0\,dt$$

$$2\,S_1(\sqrt{H}-\sqrt{y})=\sqrt{2\,g}\,S_0\,t$$

$$t=\frac{2\,S_1(\sqrt{H}-\sqrt{y})}{\sqrt{2\,g}\,S_0}$$

Volviendo a usar la simetría axial, $S_0=\pi r_0^2$ y $S_1=\pi x^2$

$$t=\frac{x^2}{r_0^2}\frac{(\sqrt{H}-\sqrt{y})}{\sqrt{2\,g}}$$ **Esta es la expresión se pide en apartado b Galicia 2019**

Como la velocidad debe ser constante, comprobamos que la variación de y debe ser lineal con el tiempo

$$\sqrt{H}-\sqrt{y}=\sqrt{\frac{g}{2}}\frac{S_0}{S_1}t$$

$$\sqrt{y}=\sqrt{H}-\sqrt{\frac{g}{2}}\frac{S_0}{S_1}t$$

$$y=\left(\sqrt{H}-\sqrt{\frac{g}{2}}\frac{S_0}{S_1}t\right)^2$$

$\frac{dy}{dt}=-v_1=-2\sqrt{\frac{g}{2}}\frac{S_0}{S_1}\left(\sqrt{H}-\sqrt{\frac{g}{2}}\frac{S_0}{S_1}t\right)$ Que cualitativamente es un MRU $x=x_0+v\cdot t$

El apartado c de Galicia 2019 consiste en particularizar valores en la expresión obtenida en apartado b, con y=0 (se vacía), x=0,1 m, r_0=0,007 m, t=60 s y g=9,8 m/s^2 (no es dato del enunciado)

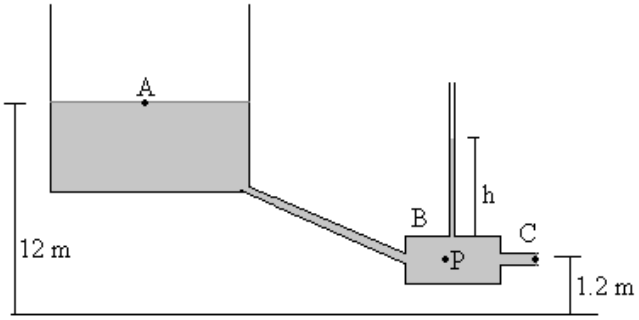
$$t=\frac{x^2}{r_0^2}\frac{\left(\sqrt{H}-\sqrt{y}\right)}{\sqrt{2\,g}}$$

$$\sqrt{H}=\sqrt{y}+\sqrt{\frac{g}{2}}\frac{r_0^2}{x^2}t$$

$$H=\left(\sqrt{0}+\sqrt{\frac{9{,}8}{2}}\frac{0{,}007^2}{0{,}1^2}60\right)^2=0{,}42\,m$$

El dato de los 50 cm no se utiliza, simplemente sirve para validar que la altura obtenida es un valor inferior.

2.- (2 ptos) Del depósito A de la figura sale agua continuamente, pasando través de depósito cilíndrico B por el orificio C. El nivel de agua en A se supone constante y su superficie mucho mayor que las superficies de B y C. El depósito A se encuentra a una altura de 12 m sobre el suelo. La altura del orificio C es de 1.2 m. El radio del depósito cilíndrico B es 10 cm y la del orificio C, 4 cm. Calcular:



a) La velocidad del agua que sale por el orificio C.
b) La presión del agua en el punto P depósito pequeño B
c) La altura h del agua en el manómetro abierto vertical.
Datos: presión atmosférica p_{atm}=101300 Pa; densidad del agua = 1 g/cm^3, g = 9,8 m/s^2. Despréciense las diferencias de altura en el interior del cilindro B
a) 0,75 puntos b) 0,75 puntos c) 0,5 puntos

Ejercicio casi idéntico a ejercicio 4 de
http://www.sc.ehu.es/sbweb/ocw-fisica/problemas/fluidos/problemas/dinamica_problemas.xhtml
con exactamente el mismo diagrama. Varían los datos finales
(la página incluye resolución)

Ver Cataluña 1997 X4

a) Aplicamos Bernouilli entre puntos A y C

$$P_A+\rho g h_A+\frac{1}{2}\rho v_A^2=P_C+\rho g h_C+\frac{1}{2}\rho v_C^2$$

Como la superficie de A es mucho mayor que la de C, $v_A \approx 0$
La presión en A y C es la presión atmosférica, la misma en ambos y se cancelan términos.
Dividimos todo por la densidad y despejamos v_B

$$v_C=\sqrt{2g(h_A-h_C)}$$

$$v_C=\sqrt{2\cdot 9,8\cdot(12-1,2)}=14,55\,m/s$$

b) Relacionamos velocidades sabiendo que entre B y C hay mismo caudal

$$Q_B=Q_C \Rightarrow S_B v_B=S_C v_C \Rightarrow \pi r_B^2 v_B=\pi r_C^2 v_C \Rightarrow v_B=v_C\frac{r_C^2}{r_B^2}=14,55\cdot\frac{0,04^2}{0,1^2}=2,33\,m/s$$

c) Aplicamos Bernouilli entre puntos B y C

$$P_B+\rho g h_B+\frac{1}{2}\rho v_B^2=P_C+\rho g h_C+\frac{1}{2}\rho v_C^2$$

La altura en B y C es la la misma en ambos y se cancelan términos.

$$P_B=P_C+\frac{1}{2}\rho v_C^2-\frac{1}{2}\rho v_B^2$$

$$P_B=101300+0,5\cdot 1000\cdot(14,55^2-2,33^2)=204436,8\,Pa$$

Esa presión es la atmosférica más una columna de líquido de altura h (se indica que se respecien las diferencias de alturas en el depósito B)

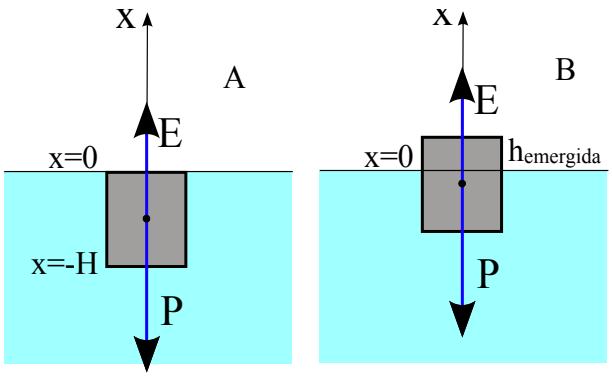
$$204436,8=101300+1000\cdot 9,8\cdot h \Rightarrow h\approx 10,5\,m$$

Castilla y León 2018.
2. (Acceso 5) Un corcho de forma cilíndrica, de 10 cm^2 de base y 3 cm de altura, flota en agua ya que su densidad es 3 veces menor que la del líquido y se encuentra en su posición de equilibrio. Determínese, despreciando la fricción con el líquido:
a) El trabajo realizado para hundir el corcho hasta que su base superior coincida con la superficie del líquido, permaneciendo vertical su generatriz. (0,8 ptos.)
b) La ecuación del movimiento que realiza el corcho cuando se deja suelto desde la posición anterior. (0,7 ptos.)

Extremadura 2006
De los ejercicios de Física: 2, 4, 6 y 8: elegir tres.
2.- Un cilindro de S = 30 cm^2 y H = 2 dm de altura se sumerge en un líquido de densidad 1,5 g/cm^3 de modo que su generatriz quede vertical y su base superior coincidiendo con la superficie libre del líquido. Se suelta el cilindro y éste, tras un movimiento armónico amortiguado, queda en reposo, emergiendo sobre el líquido pues su densidad es tres veces menor. ¿Qué trabajo se ha realizado sobre el cilindro desde que se soltó hasta que quedó finalmente en reposo? Trabajar en el Sistema Internacional.

Madrid 1996
Nota: El opositor deberá contestar obligatoriamente a los problemas 3,4 y 7.
De los problemas 1 y 2 optará por uno de ellos y de los problemas, 5 y 6 elegirá otro.
PROBLEMA 2.- Un cilindro de 30 cm^2 de base y 2 dm de altura, se sumerge en un líquido cuya densidad es 1,5 g/cm^3, de modo que su generatriz quede vertical y su base superior coincidiendo con la superficie libre del líquido. Se suelta el cilindro y éste, tras un movimiento armónico amortiguado, queda en reposo, emergiendo sobre el líquido pues su densidad es tres veces menor. Calcule:
El trabajo realizado, desde que se soltó el cilindro hasta que quedó finalmente en reposo.

a) **[Castilla y León 2018-2, Extremadura 2006-2, Madrid 1996-2]** *La densidad relativa es la misma en los tres casos, ⅓, y en el caso de Castilla y León 2018-2 los valores de superficie y altura del cilindro son distintos, y el trabajo que se pide es el inverso (para sumergirlo, no para que emerja). Se plantea de manera general el trabajo asociado a que emerja.*



Realizamos un diagrama, representado las dos situaciones que nombramos A y B, y definiendo nuestro sistema de referencia, con x positivas hacia arriba y x=0 en la superficie del líquido. Llamamos H a la altura del cilindro para dejar las expresiones en función de la altura.
A: sumergido con su base superior coincidiendo con la superficie del líquido. Se representan solamente empuje y peso, aunque en esa situación una fuerza lo debía retener, asumimos que el diagrama es justo tras retirarla.
B: equilibrio, emergiendo una altura h emergida

Se nos pide el trabajo realizado para pasar de situación A a situación B, y enunciado parece

contradictorio porque indica "amortiguado" (hay fuerzas no conservativas), pero no aporta información de esas fuerzas no conservativas, así que parece que solamente se puede plantear sin pérdidas. Pero sin pérdidas el cilindro describiría un movimiento armónico simple indefinido, pero precisamente en ese caso el trabajo realizado no estaría definido si no se acota un intervalo de tiempo, porque no habría posición final ni equilibrio.
Así que el trabajo realizado que se solicita es el trabajo de fuerzas las fuerzas no conservativas, y se puede plantear de manera general asociándolo a la variación de energía mecánica:

$$\Delta E_m = W_{fuerzas\ no\ conservativas}$$

En cualquier caso, para calcular el trabajo para pasar de situación A a situación B, primero tenemos que calcular el valor de h emergida.

Cálculo de la posición B de equilibrio.

Equilibrio, implica $\Sigma F_{vert} = 0 \Rightarrow Empuje = Peso$

$$V_{desalojado} \cdot \rho_{líquido} \cdot g = V_{cilindro\ total} \cdot \rho_{sólido} \cdot g$$

$$\cancel{\pi r^2}(H - h_{emergida}) \cdot \rho_{líquido} = \cancel{\pi r^2} \cdot H \rho_{sólido}$$

$$H - h_{emergida} = H \frac{\rho_{sólido}}{\rho_{líquido}}$$

$$h_{emergida} = H\left(1 - \frac{\rho_{sólido}}{\rho_{líquido}}\right)$$

Validamos consistencia física:

-Si densidad sólido es menor $\frac{\rho_{sólido}}{\rho_{líquido}} < 1 \Rightarrow h_{emergida} > 0$ ok, flota

-Si densidades son iguales $\frac{\rho_{sólido}}{\rho_{líquido}} = 1 \Rightarrow h_{emergida} = 0$ ok

-Si densidad sólido es mayor $\frac{\rho_{sólido}}{\rho_{líquido}} > 1 \Rightarrow h_{emergida} < 0$ ok, se hunde

En **Castilla y León 2018, Extremadura 2006 y Madrid 1996**

$$\frac{\rho_{sólido}}{\rho_{líquido}} = \frac{1}{3} \qquad h_{emergida} = H\left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3} H$$

Extremadura 2006 y Madrid 1996 (H=0,2 m) $h_{emergida} = \frac{2}{3} 0{,}2 = \frac{0{,}4}{3} m$

Castilla y León 2018 (H=0,03 m) $h_{emergida} = \frac{2}{3} 0{,}03 = 0{,}02 m$

Cálculo del trabajo realizado por las fuerzas:

Podemos plantear que la Em está asociada a Ep, tanto gravitatoria como Ep "de empuje", ya que el cuerpo al sumergirlo tiene una energía asociada a su posición, y podríamos definir una Ep asociada. En cualquier caso se ve que las fuerzas gravitatoria y de empuje son conservativas; almacenan Ep llevando el sistema a una posición que "devuelven" cuando el sistema regresa a esa posición. La Ep gravitatoria aumenta al subir (almacenamos energía al subir un objeto que devuelve cuando cae), y la Ep de empuje aumenta al bajar (almacenamos energía al bajar un objeto en el fluido que devuelve cuando sube).
Sin hallar una expresión para la energía potencial de empuje, calculamos el trabajo realizado por ambas fuerzas, que está asociado a la variación de energía potencia.
Para la integral de trabajo el sistema de referencia es importante: tomamos x positivas hacia arriba, y x=0 en la superficie del líquido. La fuerza no es constante en todo momento, porque el empuje varía a medida que el cilindro va subiendo.
Tomamos la posición asociada a la parte superior del bloque, que inicialmente será x=0, y aumentará hasta llegar a 2/3 de H. El trabajo total será una suma de dF asociados a subir el bloque una distancia dx.

$$dW = F \cdot dx = (E - P) \cdot dx = (S \cdot (H - x) \cdot \rho_{líquido} \cdot g - S \cdot H \cdot \rho_{sólido} \cdot g) \cdot dx$$

$$dW = S \cdot g (\rho_{líquido} (H - x) - \rho_{sólido} \cdot H) \cdot dx$$

$$W = \int_0^{\frac{2}{3}H} S \cdot g (\rho_{líquido} (H - x) - \rho_{sólido} \cdot H) \cdot dx = S \cdot g \cdot [\rho_{líquido} (Hx - \frac{x^2}{2}) - \rho_{sólido} \cdot H \cdot x]_0^{\frac{2}{3}H}$$

$$W = S \cdot g \cdot (\rho_{líquido} (\frac{2}{3} H^2 - \frac{4}{18} H^2) - \rho_{sólido} \cdot \frac{2}{3} L^2) = S \cdot g \cdot H^2 (\rho_{líquido} \frac{4}{9} - \rho_{sólido} \cdot \frac{2}{3})$$

Se puede ver que cualitativamente hemos calculado la variación de Ep (con la integral hemos obtenido la expresión a partir de la fuerza)
Sustituyendo numéricamente con las unidades correctas de Sistema Internacional
Extremadura 2006 y Madrid 1996 (H=0,2 m, S=30 cm^2, ρ=1,5 g/cm^3)

$$W = 30 \cdot 10^{-4} \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}2^2 (1500 \frac{4}{9} - \frac{1500}{3} \cdot \frac{2}{3}) = 0{,}392\, J$$

Ese el realizado por las fuerzas conservativas, el trabajo por las no conservativas será opuesto y negativo (energía disipada).
Castilla y León 2018 (H=0,03 m, , S=10 cm^2, ρ=1 g/cm^3)

$$W = 10 \cdot 10^{-4} \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}03^2 (1000 \frac{4}{9} - \frac{1000}{3} \cdot \frac{2}{3}) = 1{,}96 \cdot 10^{-3}\, J$$

El trbajo realizado externo es positivo, aportado. No cambia el signo respecto a la expresión anterior porque hay doble cambio de signo: - por que es bajar en lugar de subir y – por que es el trabajo externo en lugar del realizado por el campo.
Cálculo de la variación de energía cinética:
Por el teorema de las fuerzas vivas $W_{total}=\Delta E_c$, y en A y en B la energía cinética es 0.
El trabajo total es cero, y es la suma del trabajo realizado por el peso, más el trabajo realizado por el empuje, más el trabajo no conservativo (asociado a disipación). Calculamos el trabajo realizado por el peso, que es por definición $W_{fuerzaonservativo}=-\Delta E_p$
Tomamos referencia de E_p en el centro de gravedad del cilindro cuando está sumergido

$$E_p(B) = m \cdot g \cdot h_{emergida} = S \cdot H \cdot \rho_{sólido} \cdot g \cdot \frac{2}{3} H$$

Extremadura 2006 y Madrid 1996 (H=0,2 m, S=30 cm^2, ρ=1,5 g/cm^3)

$$E_p(B) = 30 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}2 \cdot \frac{1500}{3} \cdot 9{,}8 \cdot \frac{2}{3} 0{,}2 = 0{,}392\, J$$

(en este caso el centro de gravedad del cilindro ha subido la misma altura que sube su cara superior)
Esto implica que W_{peso}=-0,392 J (par subir el cilindro desplazamiento y peso tienen sentidos opuestos)

$$W_{peso} + W_{empuje} + W_{NC} = 0 \Rightarrow -0{,}392 + W_{empuje} + -0{,}392 = 0 \Rightarrow W_{empuje} = 0{,}784\, J$$

El trabajo realizado por el empuje es positivo: desplazamiento y empuje mismo sentido.
El hecho de que el trabajo realizado por el peso y por las fuerzas no conservativas coincida numéricamente no es general, se puede ver casual asociado a estos datos.
Nota: hemos hecho planteamiento con energía cinética. Podríamos plantear $\Delta E_m = W_{FNC}$, pero habría que definir energía potencial para el caso del empuje
Castilla y León 2018 (H=0,03 m, , S=10 cm^2, ρ=1 g/cm^3)

$$E_p(B) = 10 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}03 \cdot \frac{1000}{3} \cdot 9{,}8 \cdot \frac{2}{3} 0{,}03 = 1{,}95 \cdot 10^{-3}\, J$$

b) [Solo en Castilla y León 2018] Ver Cataluña 1997 X5
Realiza un movimiento armónico simple; eso supone llegar a la expresión cinemática $a=-\omega^2 x$,

dinámica F=-kx, o energética E= ½ kx^2.
Podemos calcular la posición de equilibrio en función de la masa: S es la sección del cubo y H la altura por lo que el volumen es SH, y como se ha deducido antes $h_{sumergida}=\frac{\rho_{sólido}}{\rho_{líquido}}H$
Planteamos dinámicamente la oscilación, considerando que no hay rozamiento ni pérdidas
Tomamos eje x vertical con x positivas hacia arriba, llamamos x a la posición del extremo inferior del cubo , siendo x=0 la posición de equilibrio.

$$-m_{cilindro}\cdot g+V_{sumergido}\cdot\rho_{líquido}\cdot g=m_{cilindro}\cdot a$$
$$-\rho_{sólido}\cdot SH\cdot g+S\cdot(h_{sumergido}-x)\cdot\rho_{líquido}\cdot g=\rho_{sóido}\cdot SH\cdot a$$
$$-\rho_{sólido}\cdot SH+S\cdot(\frac{\rho_{sólido}}{\rho_{líquido}}H-x)\cdot\rho_{líquido}\cdot g=\rho_{sóido}\cdot SH\cdot a$$
$$-S\cdot\rho_{líquido}\cdot g\cdot x=\rho_{sólido}\cdot SH\cdot a\Rightarrow a=\frac{-\rho_{líquido}\cdot g}{\rho_{sólido}\cdot H}x$$
$$a=-\omega^2 x\,;\omega=\sqrt{\frac{\rho_{líquido}}{\rho_{sólid}}\frac{g}{H}}\,;T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{\rho_{sólido}}{\rho_{liquido}}\frac{H}{g}}$$

Numéricamente **Castilla y León 2018** (H=0,03 m, , S=10 cm^2, $\rho_{sólido}/\rho_{líquido}$=1/3)

$$T=2\pi\sqrt{\frac{1}{3}\frac{0,03}{9,8}}=0,2\,s$$

La ecuación de movimiento del MAS sería $x(t)=A\cos(\omega t+\varphi_0)$
Como la altura emergida en equilibrio es ⅔H y se ha sumergido para que su base superior coincida con la superficie del líquido, A=⅔H, que en este caso es 2·0,03/3=0,02 m.
En equilibrio estaban emergidos 2 cm y había 1 cm sumergido de los 3 cm totales de altura.
En t=0 estaban sumergidos 3 cm.
Cuando emerja tendrá cierta inercia y subirá más de la posición de equilibrio, en principio subiría +A lo que supondría 0,02 m desde la posición de equilibrio, pero eso supone que todo el cilindro ha salido del líquido y ya no hay empuje, por lo que dejaría de ser un MAS.
Describiría un MAS hasta emerger del todo, y a partir de ese momento sería un lanzamiento vertical con cierta velocidad, caería con la misma velocidad hacia abajo y se volvería a retomar el MAS.
Como se pide "la ecuación del movimiento que realiza el corcho cuando se deja suelto desde la posición anterior" habría que dar la ecuación del tramo de MAS y la del movimiento MRUA vertical.
En t=0 la elongación es -A, por lo que la fase inicial usando coseno es π rad.
ω= 2π/T=2π/0,2=10π rad/s

$$x(t)=0,02\cos(10\pi t+\pi)[x\,en\,m\,,t\,en\,s]$$

Cuando llega el extremo superior a una altura H respecto al agua abandona el agua y deja de ser un MAS. Como inicialmente emergía ⅔H, en ese momento x=+⅓H , siendo x=0 la posición de equilibrio. El movimiento del centro de masas del cilindro es el mismo que el del borde. En Cuando x=+⅓H

$$\frac{A}{3}=A\cos(10\pi t+\pi)$$
$$10\pi t+\pi=\arccos(\frac{1}{3})\pm n2\pi=\pm1,23\pm n2\pi$$
$$10\pi t=\pm1,91\pm n2\pi$$
$$t=6,08\cdot10^{-2}\pm n0,2\,s$$

Para n=0, t=6,08·10^{-2} s el cilindro saldría hacia arriba.

En ese momento la velocidad sería en módulo

$$|v| = 0,02 \cdot 10\pi \cdot \cos(10\pi 6,08 \cdot 10^{-2} + \pi) = 0,209\ m/s$$

En ese momento describiría un MRUA y tardaría en subir

$0=0,209-9,8 \cdot t \rightarrow t=0,209/9,8=2,13 \cdot 10^{-2}$ s

Tardaría el mismo tiempo en caer de nuevo al líquido, yluego comenzaría de nuevo un MAS.

Si no hubiera pérdidas el cilindro oscilaría en un MAS, y la variación de energía mecánica en todo momento sería 0, ya que el trabajo de las fuerzas conservativas es $W_{FC}=-\Delta Ep$, y en este caso al tener tendencias opuestas de variación, la Ep gravitatoria ganada al subir el cilindro es la Ep de empuje perdida al subir, por lo que es cero. En el apartado inicial la integral no es cero porque esa energía estaría asociada a la energía del cilindro cuando emergiese esa altura en la situación B respecto de la A, pero debido al movimiento amortiguado, esa es la energía que se ha perdido (se habrá disipado como energía térmica, en calentar el agua / el cilindro). No es relevante el tiempo que tarda la oscilación en amortiguarse, podría ser, para la misma densidad, un fluido de viscosidad variable.

Baleares Ibiza 2018
B2. Una boia de forma cúbica i de 20 cm de costat, té una densitat d= 0,7 g/ml i es troba surant sobre la superficie de l'aigua d'un embassament. Si l'empenyem endinsant-la 5 cm per davall la seva posició d'equilibri i després la deixem en llibertat per a que oscil·li, calcula: el període d'oscill·lació i la velocicat màxima que adquireix.

Una boya de forma cúbica y de 20 cm de lado, tiene una densidad d = 0,7 g/mL y se encuentra flotando sobre la superficie del agua de un embalse. Si la empujamos adentrándola 5 cm por debajo de su posición de equilibrio y después la dejamos en libertad para que oscile, calcula: el período de oscilación y la velocicado máxima que adquiere.

Cataluña 1997
PROBLEMA X5 (Se desconoce el número). Un cub de fusta de 20 cm d'aresta sura en aigua destil·lada. Si l'enfonsem 5 cm per sota de la seva posició d'equilibri i el deixem lliure perqué pugui oscil·lar, calcula:
a) el període d'oscil·lació.
b) la velocitat màxima.
Dades: g = 10 m/s^2 ; d (aigua destil·lada) = 1 g cm^{-3}

Un cubo de madera de 20 cm de arista flota en agua destilada. Si lo hundimos 5 cm por debajo de su posición de equilibrio y lo dejamos libre para que pueda oscilar, calcula:
a) el período de oscilación.
b) la velocidad máxima.
Datos: g = 10 m/s^2; d (agua destilada) = 1 g cm^{-3}

Similar a Galicia 2003-F2, Baleares 2001-2, Madrid 1996-2
En Baleares Ibiza 2018 no es dato g ni densidad del agua. Se asume g=9,81 m/s^2
Referencias:http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/fluidos/estatica/boya/boya.htm
http://laplace.us.es/wiki/index.php/Oscilaciones_de_un_cuerpo_parcialmente_sumergido

a) Si se pide periodo de oscilación es porque realiza un movimiento armónico simple; eso supone llegar a la expresión cinemática a=-ω^2x, dinámica F=-kx, o energética E= ½ kx^2.
Podemos calcular la posición de equilibrio en función de la masa, aunque no valor concreto porque no se da la densidad de la madera. Si llamamos L a la arista del cubo, la sección del cubo es L^2 y el volumen es L^3 $m_{cubo}\cdot \cancel{g} = V_{sumergido}\cdot \rho_{agua}\cancel{g} \Rightarrow h_{sumergido} = \frac{\rho_{madera}\cdot L^3}{L^2\cdot \rho_{agua}} = \frac{\rho_{madera}}{\rho_{agua}} L$
Planteamos dinámicamente la oscilación, considerando que no hay rozamiento ni pérdidas
Tomamos eje x vertical con x positivas hacia arriba, llamamos x a la posición del extremo inferior del cubo , siendo x=0 la posición de equilibrio.

$$-m_{cubo}\cdot g+V_{sumergido}\cdot \rho_{agua}\cdot g=m_{cubo}\cdot a$$
$$-\rho_{madera}\cdot L^3\cdot g+L^2\cdot(h_{sumergido}-x)\cdot \rho_{agua}\cdot g=\rho_{madera}\cdot L^3\cdot a$$
$$-\rho_{madera}\cdot L^3+L^2\cdot\left(\frac{\rho_{madera}}{\rho_{agua}}L-x\right)\cdot \rho_{agua}\cdot g=\rho_{madera}\cdot L^3\cdot a$$
$$-L^2\cdot \rho_{agua}\cdot g\cdot x=\rho_{madera}\cdot L^3\cdot a\Rightarrow a=\frac{-\rho_{agua}\cdot g}{\rho_{madera}\cdot L}x$$
$$a=-\omega^2 x\,;\omega=\sqrt{\frac{\rho_{agua}}{\rho_{madera}}\frac{g}{L}}\,;T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{\rho_{madera}}{\rho_{agua}}\frac{L}{g}}$$

El resultado sería esa expresión, no podemos dar un valor numérico al no tener dato de densidad de madera. Como sí se da como dato g, asumimos dato densidad madera estaba disponible.

Si tomásemos densidad 600 kg/m^3 para madera $T=2\pi\sqrt{\frac{600}{1000}\frac{0,2}{10}}=0,688\,s$

Baleares Ibiza 2018 d=700 kg/m^3 g=9,81 m/s^2 $T=2\pi\sqrt{\frac{700}{1000}\frac{0,2}{9,81}}=0,751\,s$

b) En el MAS la velocidad máxima de oscilación es $v_{osc\ máx}=A\omega$.
La amplitud son los 5 cm que separamos el cubo de la posición de equilibrio

$$v_{oscmáx}=A\,\omega=A\cdot\sqrt{\frac{\rho_{agua}}{\rho_{madera}}\frac{g}{L}}$$

Numéricamente $v_{oscmáx}=0,05\cdot\sqrt{\frac{1000}{600}\frac{10}{0,2}}=0,456\,m/s$

Baleares Ibiza 2018 d=700 kg/m^3 g=9,81 m/s^2 $v_{oscmáx}=0,05\cdot\sqrt{\frac{1000}{700}\frac{9,81}{0,2}}=0,419\,m/s$

PRIMERA PRUEBA: PARTE A (PARTE PRÁCTICA)
Elija tres problemas de los seis propuestos.
4. El dique de forma rectangular, de un embalse tiene una altura de agua de 30 m y una anchura de 60 m. ¿Cuál es la fuerza horizontal total que ejerce el agua sobre el dique? ¿Cuál es el momento de esa fuerza respecto a un eje que va de uno a otro lado de la base del dique?
d_{agua} = 1000 kg·m^{-3}

Ver Castilla y León 2015 1, Madrid 1994 1

a) La fuerza total será la suma de todas las fuerzas infinitesimales que se ejercen sobre la pared. La fuerza está asociada a la presión hidrostática, que depende solamente de la altura. Para calcular el diferencial de presión tomamos diferenciales de superficie que tengan altura dx y anchura a. Utilizando el principio fundamental de estática de fluidos, la presión hidrostática a una profundidad x será P=dgx (no consideramos presión atmosférica, también está presente en el otro lado de la pared). La fuerza asociada a esta presión se ejerce por el principio de Pascal en todas las direcciones, incluyendo la dirección perpendicular al plano de la pared.
Sobre un elemento de la pared la fuerza será df=P·dS=dgx·a·dx. Llamamos h a la altura.

$$F_{total}=\int_0^h df=\int_0^h dga\cdot x\cdot dx=dga[\frac{x^2}{2}]_0^h=dga\frac{h^2}{2}$$

Numéricamente para a=60 m, h=30 m $F_{total}=9,8\cdot 10^3\cdot 60\cdot\frac{30^2}{2}=2,646\cdot 10^8\,N$

b) $\vec{M}=\vec{r}_{F\,aplicada}\times\vec{F}_{aplicada}$
Para el vector posición, necesitamos el punto de aplicación de la fuerza resultante total, que planteamos como un caso de fuerzas paralelas, de modo que la suma de los momentos de fuerza respecto de un punto (tomamos el borde superior) sea igual al momento total, siendo la fuerza la ya calculada anteriormente.

$$\int_0^h x\cdot df=F_{total}\cdot x_{punto\,aplicación}\Rightarrow\int_0^h \cancel{dga}\cdot x^2\,dx=\cancel{dga}\frac{h^2}{2}\cdot x_{punto\,aplicación}$$

$$[\frac{x^3}{3}]_0^h=\frac{h^2}{2}\cdot x_{punto\,aplicación}\Rightarrow\frac{h^3}{3}=\frac{h^2}{2}\cdot x_{punto\,aplicación}\Rightarrow x_{punto\,aplicación}=\frac{2}{3}h$$

Numéricamente $x_{punto\,aplicación}=\frac{2}{3}30=20\,m$
El punto de aplicación, centro de presión, está a 20 m de **profundidad** respecto a la superficie.
(Es profundidad: en la expresión dgh la h=0 es el punto superior)
$|\vec{M}|=20\cdot 2,646\cdot 10^8=5,292\cdot 10^9\,N\cdot m$
Como vector sería un vector paralelo al eje que va de uno a otro lado de la base del dique y sentido según la regla del producto vectorial.

A4. Un depósito de gran sección cerrado contiene agua y sobre ella aire comprimido ejerciendo una presión de 3 atmósferas. A una distancia vertical de 2 m bajo la superficie libre del líquido hay practicado un orificio circular de 0,4 cm de diámetro situado a 1 m sobre el suelo. Calcular: (1,25 ptos)
a) La velocidad de salida del agua. (0,25 ptos)
b) El gasto teórico y práctico, sabiendo que el coeficiente de contracción de la vena líquida es 0,61. (0,25 ptos)
c) El alcance horizontal de la vena líquida. (0,25 ptos)
d) La velocidad del líquido al llegar al suelo. (0,25 ptos)
e) El ángulo que forma tal velocidad con la horizontal. (0,25 ptos)

Ver Valencia 2002-F5, Cataluña 1995-5
http://www.sc.ehu.es/sbweb/ocw-fisica/problemas/fluidos/problemas/dinamica_problemas.xhtml

a) Utilizamos la ecuación de Bernouilli $p+\rho g z+\frac{1}{2}\rho v^2=cte$ e igualamos en dos puntos del depósito
Tomamos z como altura con z=0 en la base del depósito, valores positivos crecientes hacia arriba
A: superficie superior
-Término presión fluido: 3 atm = 3·101325=303975 Pa
-Término presión cinética: v=0 (se indica "gran sección" y el agujero pequeño, diámetro 0,4 cm)
-Término presión altura: $\rho g h_{llenado}$
B: agujero inferior
-Término presión fluido: 1 atm= 101325 Pa
-Término presión cinética: v_{salida}
-Término presión altura: $\rho g h_{orificio}$
Igualando ambos términos
Tomamos g=9,81 m/s^2 y ρ=1000 kg/m^3

$$P_A+\rho g h_{llenado}+0=P_B+\rho g h_{orificio}+\frac{1}{2}\rho v_{salida}^2$$

$$\frac{2}{\rho}(P_A-P_B)+2g(h_{llenado}-h_{orificio})=v_{salida}^2$$

$$\frac{2}{1000}(303975-101325)+2\cdot 9,81\cdot 2=v_{salida}^2$$

$$v_{salida}=\sqrt{444,54}=21,08\,m/s$$

b) El término gasto hace referencia al caudal
$Q_T=S\cdot v$
En el orificio de diámetro 0,4 cm, radio 0,002 m
$Q_T=\pi\cdot 0,002^2\cdot 21,08=2,65\cdot 10^{-4}$ m^3/s
El gasto práctico es $Q^p=0,61\cdot Q_T=0,61\cdot 2,65\cdot 10^{-4}=1,62\cdot 10^{-4}$ m^3/s
c) El chorro de salida lo podemos considerar un lanzamiento horizontal con esa velocidad, composición de MRU horizontal y MRUA vertical. Tomamos eje y vertical y con valores positivos hacia arriba, con lo que a=-g m/s^2, con referencias x=0 en borde depósito, y=0 en el suelo.
MRUA vertical: $y=y_0+v_{0y}t+\frac{1}{2}at^2$, en este caso $y=h_{orificio}-\frac{1}{2}gt^2$. El tiempo que tarda en llegar al suelo es $t=\sqrt{\frac{2h_{orificio}}{g}}$

MRU horizontal: $x=x_0+v_{0x}t$

Numéricamente $x=21,08\cdot\sqrt{\frac{2\cdot 1}{9,81}}=9,52\,m$

d) La velocidad horizontal y no varía, y la velocidad vertical al llegar el suelo es

$$v=-g\cdot t=-9,81\cdot\sqrt{\frac{2\cdot 1}{9,81}}=-4,43\,m/s$$

La velocidad al llegar al suelo es $\vec{v}=-4,43\,\vec{i}+21,08\,\vec{j}\,m/s$

El módulo es $|\vec{v}|=\sqrt{4,43^2+21,08^2}=21,54\,m/s$

e) El ángulo que forma la velocidad con la horizontal al llegar al suelo es

$$\alpha=\arctan\left(\frac{-4,43}{21,08}\right)=-11,9^o$$

1.- Una presa, con forma de paralelepípedo, cuyas dimensiones son 100 m de base, 6 m de altura y 2 m de grosor, contiene agua hasta el borde superior.
a) Deduzca la expresión de la fuerza total o equivalente sobre la pared de la presa y determine su valor con las dimensiones de la misma.
b) Obtenga la profundidad a la que está aplicada esta fuerza (centro de presión)
c) Calcula la densidad mínima del material de la presa para que al llegar el agua a la parte superior de la misma no vuelque en torno al borde inferior de la cara que no está en contacto con el agua (d_{agua}= 1000 kg/m³)

Resuelto por Álvaro aquí http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=3569#p16189
Ver Ceuta 2018-4, Madrid 1994-1
Tomamos g=9,8 m/s²
a) La fuerza total será la suma de todas las fuerzas infinitesimales que se ejercen sobre la pared. La fuerza está asociada a la presión hidrostática, que depende solamente de la altura. Para calcular el diferencial de presión tomamos diferenciales de superficie que tengan altura dx y anchura a. Utilizando el principio fundamental de estática de fluidos, la presión hidrostática a una profundidad x será P=dgx (no consideramos presión atmosférica, también está presente en el otro lado de la pared). La fuerza asociada a esta presión se ejerce por el principio de Pascal en todas las direcciones, incluyendo la dirección perpendicular al plano de la pared.
Sobre un elemento de la pared la fuerza será df=P·dS=dgx·a·dx. Llamamos h a la altura.

$$F_{total}=\int_0^h df=\int_0^h dga\cdot x\cdot dx=dga\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^h=dga\frac{h^2}{2}$$

Numéricamente para a=100 m, h=6 m $F_{total}=9{,}8\cdot 10^3\cdot 100\cdot\frac{6^2}{2}=1{,}764\cdot 10^7\,N$

b) Se pide el punto de aplicación de la fuerza resultante total, que planteamos como un caso de fuerzas paralelas, de modo que la suma de los momentos de fuerza respecto de un punto (tomamos el borde superior) sea igual al momento total, siendo la fuerza la ya calculada anteriormente.

$$\int_0^h x\cdot df=F_{total}\cdot x_{punto\,aplicación}\Rightarrow\int_0^h \cancel{dga}\cdot x^2\,dx=\cancel{dga}\frac{h^2}{2}\cdot x_{punto\,aplicación}$$

$$\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^h=\frac{h^2}{2}\cdot x_{punto\,aplicación}\Rightarrow\frac{h^3}{3}=\frac{h^2}{2}\cdot x_{punto\,aplicación}\Rightarrow x_{punto\,aplicación}=\frac{2}{3}h=\frac{2}{3}6=4\,m$$

El punto de aplicación, centro de presión, está a 4 m de **profundidad** respecto a la superficie.
(Es profundidad: en la expresión dgh la h=0 es el punto superior)
c) Se trata de un equilibrio de rotación respecto al eje asociado al borde inferior de la cara que no está en contacto con el agua; hay dos fuerzas, la fuerza que ejerce el agua de la presa sobre la pared (asociada a puntos 1 y 2) y el peso de la pared.
Planteamos el equilibrio $M_{total}=0$

$$\vec{r}_{F\,aplicada}\times\vec{F}_{aplicada}+\vec{r}_{peso}\times\vec{P}_{pared}=0$$

$$\left(d_{base\,a\,punto\,aplación}\right)\cdot F_{total}-\left(distancia_{cara\,externa\,a\,plano\,vertical\,centro\,masas}\right)\cdot V\cdot\rho\cdot g=0$$

$$2\cdot 1{,}764\cdot 10^7-\frac{2}{2}\cdot 100\cdot 6\cdot 2\cdot\rho\cdot 9{,}8=0\Rightarrow\rho=\frac{2\cdot 1{,}764\cdot 10^7}{100\cdot 6\cdot 2\cdot 9{,}8}=3000\,kg/m^3$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 26 septiembre 2016
CC BY

El examen eran dos modelos A y B a elegir uno de los dos, cada uno con 6 preguntas, y el tiempo de realización 3 horas.

FÍSICA Y QUÍMICA. MODELO B

2.- Un globo rígido sin pérdida de calor, de volumen 1000 L, tiene un peso de 250 g en el aire y en su parte inferior abierta se coloca un algodón empapado en alcohol que se enciende. El alcohol arde totalmente y algodón cae al suelo y en ese momento se suelta el globo que asciende con una aceleración de 1,2 $m \cdot s^{-2}$.
Calcular la densidad del aire del interior de globo y la masa de alcohol consumida.
Datos: Q(alcohol)=16,72 $KJ \cdot g^{-1}$; P = 70 cm de Hg; t = 27 ºC; M(aire)=28,97u d(aire en condiciones normales)=1,293 $Kg \cdot m^{-3}$; C_p(aire)=29,26 $J \cdot ºC^{-1} \cdot mol^{-1}$. Se suponen despreciables los gases emitidos en la combustión.
(1,5 puntos)

Nota: en enunciado se indica "peso de 250 g" y siendo enunciado de física debería indicar masa. Asumimos que los 250 g es solamente la masa del globo, sin incluir la masa del aire.
Se usa K mayúscula para prefijo kilo, cuando se debe usar k minúscula
https://www.boe.es/buscar/act.php?id=BOE-A-2010-927#ciii

Como se indica que se desprecien los gases de combustión, no hay masa adicional de gases, y se podría pensar que en un recipiente cerrado la masa de aire caliente es igual a la masa de aire frío, pero si fuese así, como el volumen también es constante (el globo es rígido), si no varía la cantidad de masa no podría variar la densidad y el globo no subiría: deben escapar gases para que la densidad disminuya (al estar más caliente es menos denso, y la misma cantidad de gases ocuparía más volumen), y eso cuadra con que el enunciado diga explícitamente "parte inferior abierta"

Como conocemos la aceleración con la que asciende, planteamos fuerzas y calculamos el valor del empuje
Si tomamos eje x vertical y dirigido hacia arriba, las fuerzas que intervienen cuando sube son:
Hacia x negativas:

- Peso = $m \cdot g = m_{globo} \cdot g + m_{aire\ caliente} \cdot g$, y $m_{aire\ caliente} = d_{airecaliente} \cdot V_{globo}$
  La masa del algodón y de alcohol no intervienen.
- Rozamiento opuesto al movimiento, no lo consideramos

Hacia x positivas:

- Empuje asociado al volumen desalojado de aire frío $E = d_{aire\,frío} \cdot V_{globo} \cdot g$

Aplicando la segunda ley de Newton

$$d_{aire\,frío} \cdot V_{globo} \cdot g - (m_{globo} \cdot g + d_{aire\,caliente} \cdot V_{globo} \cdot g) = (m_{globo} + d_{aire\,caliente} \cdot V_{globo}) \cdot a$$

$$(d_{aire\,frío} - d_{aire\,caliente}) V_{globo} - m_{globo} = (m_{globo} + d_{aire\,caliente} \cdot V_{globo}) \cdot \frac{a}{g}$$

$$d_{aire\,caliente} \cdot V_{globo} \left(\frac{-a}{g} - 1\right) = m_{globo} \left(\frac{a}{g} + 1\right) - d_{aire\,frío} \cdot V_{globo}$$

$$d_{aire\,caliente} \cdot (-1) \cdot \left(\frac{a}{g} + 1\right) = \frac{m_{globo}}{V_{globo}} \left(\frac{a}{g} + 1\right) - d_{aire\,frío}$$

$$d_{aire\,caliente} = \frac{-m_{globo}}{V_{globo}} + d_{aire\,frío} \frac{g}{a+g}$$

Para calcular sustituimos valores: hay algunos que se dan directamente, pero otros no:
-Enunciado no indica el valor de g: tomamos 9,8 $m \cdot s^{-2}$.
-Hay que calcular la densidad del aire frío en condiciones del enunciado (T=27 ºC = 300 K y P=70 cm Hg = 70/76 atm), ya que no son condiciones normales. Para calcular la densidad a la temperatura y presión dada podemos utilizar la ley de los gases ideales, pero no se proporciona el valor de R en enunciado; lo podemos calcular a partir de los datos (lo indicamos en unidades SI), o

también podríamos plantear una proporción para no tener que calcularlo:
--Si lo hacemos calculando R:

$$PV=nRT=\frac{m}{M}RT\Rightarrow d=\frac{m}{V}=\frac{P\cdot M}{RT}\Rightarrow R=\frac{P\cdot M}{d\cdot T}$$

$$R=\frac{1\,\cancel{atm}\cdot\frac{101325\,Pa}{1\,\cancel{atm}}\cdot 28{,}97\,10^{-3}\,\cancel{kg}/mol}{1{,}293\,\cancel{kg}\cdot m^{-3}273\,K}=8{,}316\,\frac{J}{K\,mol}$$

Para las condiciones del enunciado

$$d=\frac{P\cdot M}{RT}=\frac{70/76\cdot 101325\cdot 28{,}97\cdot 10^{-3}}{8{,}316\cdot(273+27)}=1{,}084\,kg\cdot m^{-3}$$

--Si lo hacemos planteando una proporción para volumen constante:

$$PV=nRT=\frac{m}{M}RT\Rightarrow d=\frac{m}{V}=\frac{P\cdot M}{RT}\Rightarrow\frac{d_1\cdot T_1}{P_1}=\frac{M}{R}=cte$$

$$\frac{1{,}293\cdot 273}{76}=\frac{d_2\cdot(273+27)}{70}\Rightarrow d_2=1{,}084\,kg\cdot m^{-3}$$

Sustituyendo

$$d_{aire\ caliente}=\frac{-0{,}250}{1}+1{,}084\cdot\frac{9{,}8}{1{,}2+9{,}8}=0{,}716\,kg\cdot m^{-3}$$

Para calcular la cantidad de alcohol consumida, debemos calcular la cantidad de energía necesaria para que el aire pase a tener esa nueva densidad / esa nueva temperatura.
El número de moles de gas presentes inicialmente lo podemos calcular simplemente usando la densidad y teniendo en cuenta que 1000 L = $1m^3$, m=d·V=1,084·1=1,084 kg. El número de moles es n=m/M=1084/28,97=36,29 mol aire.
El número de moles de gas presentes cuando sube lo podemos calcular de la misma manera m=d·V=0,716·1=0,716 kg. El número de moles es n=m/M=716/28,97=24,72 mol aire caliente,
Calculamos la temperatura a la que está el gas dentro del globo para ocupar los 1000 L; utilizamos el valor de R calculado antes.

$$PV=nRT\Rightarrow T=\frac{PV}{nR}=\frac{(70/76)\cdot 101325\cdot 1}{24{,}72\cdot 8{,}316}=454\,K$$

Respecto al calor, podemos asumir inicialmente dos cosas, ambas son idealizaciones, lo que se indica es una situación intermedia y el valor real será intermedio a ambos (lo calculamos luego):
A. Se calienta todo el aire que había inicialmente, 36,29 mol de aire, aunque como se ha comentado parte de este aire sale fuera del globo, y realmente no se estará calentando todo hasta esa temperatura, sino que va saliendo temperaturas menores, por lo que la cantidad de energía a aportar sería algo menor.
B. Según la frase del enunciado “sin pérdida de calor” asumimos que todo el calor aportado por la combustión del alcohol queda dentro del aire del interior del globo, y que el aire que sale fuera sale a la temperatura inicial, por lo que son 24,72 mol de aire calentado.
A: $Q=n\cdot C_p\cdot\Delta T=36{,}29\cdot 29{,}26\cdot(454-(273+27))=163524\,J$
B: $Q=n\cdot C_p\cdot\Delta T=24{,}72\cdot 29{,}26\cdot(454-(273+27))=111389\,J$
Utilizando factores de conversión eso supone en masa de alcohol de

A: $163524\,\cancel{J}\cdot\frac{1\,g}{16{,}72\cdot 10^3\,\cancel{J}}=9{,}78\,g\,alcohol$

B: $111389\,\cancel{J}\cdot\frac{1\,g}{16{,}72\cdot 10^3\,\cancel{J}}=6{,}66\,g\,alcohol$

La situación real sería contemplar que presión y volumen son constantes y que el calor se va utilizando en calentar una cantidad de gas variable

$$Q=\int_{273+27}^{454} dQ=\int_{300}^{454} n\cdot C_p\cdot dT=\frac{PV}{R}C_p\int_{300}^{454}\frac{dT}{T}=\frac{PV}{R}C_p[\ln(T)]_{300}^{454}$$

$$Q=\frac{(70/76)\cdot 101325\cdot 1}{8{,}316}29{,}26\ln(\frac{454}{300})=136048\,J$$

$$136048\,\cancel{J}\cdot\frac{1\,g\,alcohol}{16{,}72\cdot 10^3\,\cancel{J}}=8{,}14\,g\,alcohol$$

Comprobamos que el valor real está entre los dos anteriores

enrique@fiquipedia.es Revisado 3 mayo 2016
CC BY

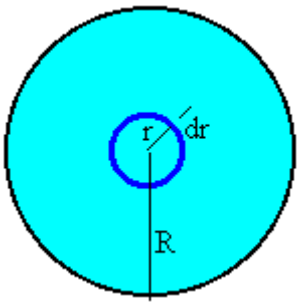
FÍSICA

1.- Unha masa dun fluído, situado nun recipiente cilíndrico, xira cunha velocidade angular ω constante arredor do eixo do cilindro. O fluído é incompresible e de densidade ρ.
a) Calcular canto vale a variación da presión co radio nunha sección horizontal calquera.
b) Sabendo que a presión no eixo vale P_0, achar a presión nun punto calquera a distancia r.

1. Una masa de fluido, situado en un recipiente cilíndrico, gira con una velocidad angular ω constante alrededor del eje del cilindro. El fluido es incompresible y la densidad ρ.
a) Calcule cuánto vale la variación de la presión con el radio en cualquier sección horizontal.
b) Sabiendo que la presión en el eje vale P_0, hallar la presión en un punto cualquiera a una distancia r.

Referencias:
Resuelto por sleepylavoisier en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4018&p=19290#p19270
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/dinamica/circular2/fluido.htm
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/fluidos/dinamica/viscosidad/viscosidad.htm

a) No se indica en enunciado que haya una separación entre fluido y aire, y no lo utilizamos: asumimos que todo el cilindro tiene agua.
Como se indica sección horizontal, asumimos que el eje del cilindro está vertical.
La simetría del problema nos indica que la presión varía radialmente, y será mayor en el exterior, por lo que planteamos la ecuación de Bernouilli con un diferencial de masa que sea un elemento de un anillo concéntrico a una distancia r y de grosor dr, y al ser horizontal ignoramos el término asociado a la altura, por lo que el planteamiento es similar a la deducción del principio fundamental de la hidrostática.



Ángel Franco, copyright

La masa del elemento será dm=dV·ρ=dr·dS·ρ
Utilizando la 2ª ley de Newton

$$(P+dP)\cdot dS - P\cdot dS = dm\cdot a_c = dm\cdot r\cdot \omega^2$$

$$dP\cdot \cancel{dS} = \cancel{dS}\cdot dr\cdot \rho\cdot r\cdot \omega^2$$

$$\frac{dP}{dr} = \rho\cdot \omega^2\cdot r$$

b) Si integramos en un plano horizontal la expresión anterior

$$\int_{P_0}^{P} dP = \rho\cdot\omega^2 \int_0^r r\,dr$$

$$P - P_0 = \frac{1}{2}\rho\cdot\omega^2\cdot r^2$$

Si ahora consideramos una altura h respecto a punto donde tenemos la presión P_0 y añadimos un término asociado a la presión hidrostática

$$P = P_0 + \frac{1}{2}\rho\cdot\omega^2\cdot r^2 + \rho\cdot g\cdot h$$

3. Solución de una situación real de enseñanza

Supuesto práctico

Se encuentra usted impartiendo clase de Física y Química en 4º curso de ESO a un grupo de 20 alumnos y alumnas y se dispone a impartir la Unidad Didáctica: Fuerzas en los fluidos, uno de cuyos contenidos es el "Principio de Arquímedes". La programación de su departamento didáctico establece que una de las prácticas de laboratorio sea "Comprobación del Principio de Arquímedes". En relación con la situación que se le plantea, conteste.

a) Decida si realizaría la práctica antes o después de impartir el contenido de la clase. Debe argumentar didácticamente su decisión.

b) Organización del alumnado a la hora de acudir al laboratorio (posible desdoblamiento del grupo en función de la normativa vigente, ayuda por parte de otros miembros del departamento, etc). Indique claramente todas las acciones que sería necesario adoptar en este sentido.

c) Elabore el guión que entregaría a los alumnos y alumnas. Este guión debe contener como mínimo: Objetivos de la práctica, material necesario, esquema del montaje experimental y tabla de recogida de datos.

d) Indique, en función de la decisión adoptada en el apartado a) cómo evaluaría esta actividad.

Esta resolución de un "supuesto práctico" es la primera que realizo y es muy general, se ponen referencias y enlaces; comentarios y sugerencias sobre qué ampliar o cambiar son bienvenidos.

El enunciado y la resolución hay que ponerlos en contexto:

- Se cita normativa pero la situación legal de las leyes educativas hace que sea muy variable, y es necesaria "arqueología legislativa", que además varía en cada comunidad.
- A nivel estatal en el año de este examen de oposición, 2006, se había aprobado la LOE, pero no se había implantado todavía, ya que según calendario de implantación se implantó en 2008-2009 para 4º ESO, por lo que en su momento esto habría que responderlo con LOGSE https://www.boe.es/buscar/act.php?id=BOE-A-2006-12687#a8
- En el año en el que se realiza la primera resolución de este ejercicio, 2016, está aprobada la LOMCE, y según calendario de implantación se implantará en 2016-2017 para 4º ESO https://www.boe.es/buscar/act.php?id=BOE-A-2013-12886#dfquinta
- En el año en el que se realiza la primera resolución de este ejercicio, 2016, sigue vigente el Real Decreto-Ley 14/2012 que supone modificar las ratios , condicionado a la tasa de reposición, https://www.boe.es/buscar/act.php?id=BOE-A-2012-5337#a2 que permite aumentar un 20% las ratios fijadas en LOE que son de 30 alumnos para secundaria https://www.boe.es/buscar/act.php?id=BOE-A-2006-7899#a157 , lo que supone clases con 36 alumnos, lejos de los 20 indicados.

a) Se pueden comentar varias cosas inicialmente:

-Quizá la respuesta ya esté indicada en la programación/por el departamento, y habría que seguirla.

-El nombre de la práctica contiene la palabra "comprobación", no deducción u obtención, luego parece más adecuado tras haber impartido los contenidos, para comprobar experimentalmente el principio visto de forma teórica.

Como se pide argumentar didácticamente, se podría plantear diferenciar de manera general entre dos enfoques generales de teorías de aprendizaje, aunque a nivel pedagógico se puede extender la respuesta mucho más:

-Realizarlo antes se puede asociar a un enfoque constructivista, el alumno construye su conocimiento, podría orientársele a que obtenga el enunciado del Principio de Arquímedes.

-Realizarlo después se puede asociar a un enfoque conductista, el alumno recibe el Principio de Arquímedes como algo ya elaborado, que debe asumir como cierto y debe aprender tal y como se le enseña, y en la práctica se limita a comprobarlo experimentalmente.
A nivel realista, el momento de antes o después viene condicionado por la disponibilidad de tiempo, de desdobles y en qué momento se realicen. Por limitaciones de tiempo los laboratorios suelen realizarse habiendo realizándose antes una mínima introducción teórica, ya que un enfoque constructivista puede requerir más tiempo, idealmente varias sesiones de prácticas para el mismo concepto.
b) La organización del alumnado en el laboratorio depende de varios elementos:

- Disponibilidad de profesorado para desdobles

  Los desdobles suponen más recursos y con los recortes se han reducido mucho. Al menos en la Comunidad de Madrid no hay normativa que obligue a desdobles, aunque sí la hay en otras, y en este caso habría que citar la de Murcia al ser la comunidad del examen
  http://www.borm.es/borm/documento?obj=anu&id=547257 Artículo 14.- Desdobles en educación secundaria obligatoria y bachillerato.
  4. Para prácticas de laboratorio de Ciencias naturales, Biología y Geología y Física y Química se asignarán desdobles a los grupos con un número de alumnos igual o superior a 25, o 24 si se escolarizan alumnos con necesidades educativas especiales, de acuerdo con los siguientes criterios:
  - 1.º y 2.º de ESO: Un periodo lectivo quincenal para Ciencias naturales.
  - 3.º y 4.º de ESO: Un periodo lectivo quincenal para Biología y Geología y otro período quincenal para Física y Química.
- Disponibilidad de laboratorios

  La normativa no garantiza que un centro con ESO tenga laboratorio de física y química, solamente de "Ciencias experimentales"
  https://www.boe.es/buscar/act.php?id=BOE-A-2010-4132#a14
  c) Al menos un laboratorio de Ciencias Experimentales por cada 12 unidades o fracción.
  La normativa sí lo garantiza en caso de que se imparta bachillerato que imparta la modalidad de ciencias
  https://www.boe.es/buscar/act.php?id=BOE-A-2010-4132#a15
  Tres laboratorios diferenciados de Física, Química y Ciencias.
- Normativa de seguridad

  http://www.boe.es/buscar/act.php?id=BOE-A-2010-4132#preambulo
  5 metros cuadrados *por persona en los espacios diferentes a las aulas como laboratorios, talleres, gimnasios, salas de dibujo, etc.*
  http://www.boe.es/boe/dias/2006/03/28/pdfs/C00001-00952.pdf#page=856
  Tabla 2.1. Densidades de ocupación.
  Locales diferentes de aulas, como laboratorios, talleres, gimnasios, salas de dibujo, etc. ***5 [m²/persona]***
- Disponibilidad de material en el laboratorio

  Aparte del espacio en el laboratorio (número de puestos y espacio) la cantidad de material disponible puede condicionar la agrupación de alumnos.

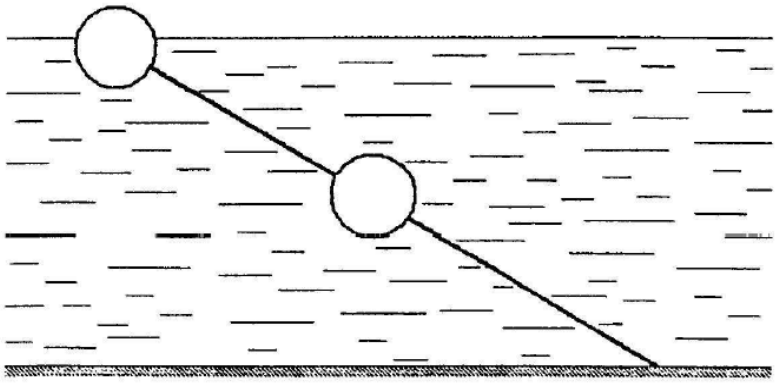
Un comentario general organizativo que combina disonbilidad de laboratorio y de profesorado, es cómo organizar los desdobles si son necesarios (no es posible que vayan los 20 alumnos al tiempo al mismo laboratorio). Puede que haya dos laboratorios, pero para hacerlo al tiempo son necesarios dos profesores. Si solamente hay un laboratorio disponible, irá una mitad y la otra mitad se quedará en el aula de referencia haciendo otro tipo de actividades, a la semana siguiente se intercambian los grupos.
c) Sobre ideas generales de guión de laboratorio, ver Aragón 2015-5, no se repiten aquí de nuevo

También se pueden ver ideas en http://www.fiquipedia.es/home/recursos/practicas-experimentos-laboratorio/practicas-de-laboratorio-de-elaboracion-propia#TOC-Planteamiento, donde con el tiempo puede que haya también un guión completo asociado al principio de Arquímedes, aunque no lo hay en el momento de la primera elaboración de este documento.
El guión propuesto debe incluir los apartados que indica el enunciado, con dos comentarios:
-Los objetivos de la práctica tienen que estar relacionados con el currículo vigente.
-Se cita que se entrega el guión a los alumnos y se cita "tabla de recogida de datos", lo que sugiere que se les entrega impreso a los alumnos y anotan los datos en esa tabla, pero otro planteamiento es que el guión no se entrega, sino que "*los alumnos vayan al laboratorio simplemente con bolígrafo y papel, y "el guión" esté escrito en la pizarra o se les deja en funda de plástico para reutilizarla, que no se la queden, se les explica, y ellos se limitan a tomar datos y anotaciones.*"
El guión debe ser realista en cuanto al tiempo disponible, para que se puede realizar en una sesión, y en cuanto a la disponibilidad de material (dinamómetros, prismas/sólidos a sumergir)
Referencias:

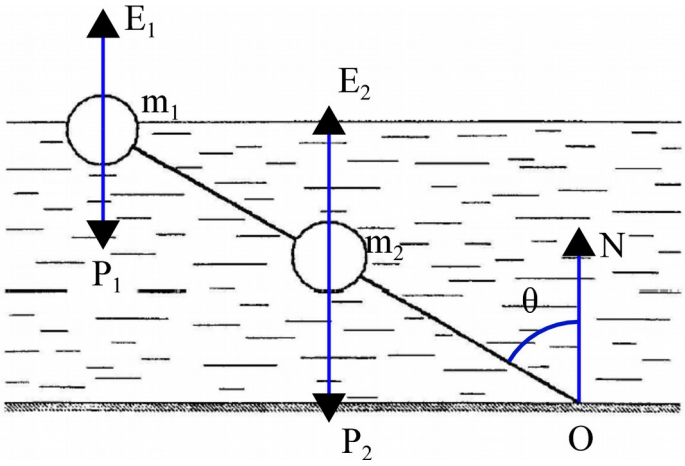
- 01131.24 Experimentos para laboratorios de física. MECÁNICA. Trabajos de laboratorio. Mod. S.C.D. 89, PHYWE ESPAÑA, S.A. MR 22.1.1. Fuerzas de empuje. Principio de Arquímedes
- http://chopo.pntic.mec.es/jmillan/laboratorio_4.pdf#page=7 Práctica 5 "Principio de Arquímedes", Jesús Millán Crespo
- http://cafpe10.ugr.es/cafpe_new/teaching/labo_fisica_general/texto/arquimedes.html
- Guión "Comprobación del Principio de Arquímedes" IES Padre Moret http://irubidefyq.blogspot.com.es/2013/06/profundizacion-en-fisica-y-quimica-4-eso.html

d) Además de responder distinguiendo entre las dos opciones del apartado a (se hace antes o después de impartir el contenido en clase), es importante distinguir entre evaluación y calificación.
-Detallar la evaluación implica aclarar qué tipo de cosas se evalúan y qué es lo que se evalúa en ellas: si se valora que el alumno trabaje ciertas cuestiones previas antes de ir al laboratorio, el trabajo en el laboratorio, la limpieza y orden, trabajo en grupo, el informe (que contenga ciertos apartados, el rigor científico, …), una posible exposición oral en clase,...
-Detallar la calificación implica aclarar cómo se asigna calificación numérica a las evaluaciones y cómo se manejan y combinan.
Lo habitual es que el departamento fije ambas: qué cosas se valoran en el laboratorio y qué peso numérico porcentual tiene cada una de ellas en la nota de laboratorio (por ejemplo informe 50% y trabajo en laboratorio 50%) y a su vez qué peso numérico porcentual tiene el laboratorio en la nota numérica final de la materia (por ejemplo 20% laboratorio y 80% pruebas escritas y trabajo en el aula).
En general en caso de que se optara por realizar el laboratorio antes de impartir los contenidos, habría que valorar más el informe ya que en él estará reflejado cómo el alumno ha elaborado los conceptos a partir de la experimentación. En caso de que se optara por realizar el laboratorio después de impartir los contenidos, habría que valorar que el trabajo en el laboratorio es acorde al guión marcado donde ha utilizado los concocimientos previos.

3. Dos bolas de dimensiones iguales, una ligera de masa m_1 y otra pesada de masa m_2, están fijadas sobre una varilla fina, con la particularidad de que la bola pesada está situada en el punto medio de la varilla, mientras que la ligera está colocada en uno de sus extremos, como indica la figura. Cuando el conjunto se sumerge en agua, en un lugar poco profundo, el extremo libre de la varilla se apoya en el fondo, la varilla se dispone de forma oblicua, y del agua sólo sobresale parte de la bola ligera, con ello, el cociente entre el volumen de la parte emergente y el volumen total de la bola es n. ¿Flotará este sistema o se hundirá si lo echamos al agua en un lugar suficientemente profundo? Determinar la condición de flotabilidad en función del valor de las dos masas y de n.
Despreciar la masa de la varilla



La imagen que se proporciona es una situación de equilibrio, que analizamos dinámicamente, representado todas las fuerzas con el objetivo de obtener una relación entre n y las masas. Tomamos x positivas en sentido vertical hacia arriba
Llamamos V al volumen de las esferas, que es igual entre ambas. Llamamos L a la longitud total de la varilla, estando la masa m_2 en el punto central, a L/2 del extremo.



$$n=\frac{V_{emergido}}{V}=\frac{V-V_{desalojado}}{V}=1-\frac{V_{desalojado}}{V}$$

$$V_{desalojado}=V(1-n)$$

Por la definición que se da de n, $0 \le n \le 1$. Como m_1 es la ligera, $m_1<m_2$, $m_2/m_1>1$
Por definición de empuje, y dado que en masa 2 el volumen desalojado es V, esta misma expresión, multiplicando por densidad del agua y por gravedad la podemos expresar como $E_1=E_2(1-n)$
Despreciamos el empuje asociado a la parte de m_1 que está en aire frente al empuje del agua.
Planteamos el equilibrio de traslación, $F_{total}=0$

$$E_1+E_2+N-P_1-P_2=0$$

$$V(1-n)\cdot\rho_{agua}\cdot g+V\rho_{agua}\cdot g+N-m_1\cdot g-m_2\cdot g=0$$

$$N=g(m_1+m_2-\rho_{agua}V(2-n))$$

Planteamos el equilibrio rotación, $M_{total\ O}=0$ tomamos momento de fuerzas respecto del punto de apoyo de la barra con el fondo.

$$-L\,sen(\theta)E_1-\frac{L}{2}sen(\theta)E_2+L\,sen(\theta)P_1+\frac{L}{2}sen(\theta)P_2=0$$

$$-\cancel{L\,sen(\theta)}V(1-n)\cdot\rho_{agua}\cdot\cancel{g}-\frac{\cancel{L}}{2}\cancel{sen(\theta)}V\rho_{agua}\cdot\cancel{g}+\cancel{L\,sen(\theta)}m_1\cdot\cancel{g}+\frac{\cancel{L}}{2}\cancel{sen(\theta)}m_2\cdot\cancel{g}=0$$

$$-V(1-n)\cdot\rho_{agua}-\frac{V}{2}\rho_{agua}+m_1+\frac{m_2}{2}=0$$

$$m_1+\frac{m_2}{2}=V\rho_{agua}\left(\frac{3}{2}-n\right)$$

$$2m_1+m_2=V\rho_{agua}(3-2n)$$

$$V=\frac{2m_1+m_2}{\rho_{agua}(3-2n)}$$

El equilibrio de traslación da información entre V, n y masas, ya que si está apoyado N>0, luego

$$m_1+m_2-\rho_{agua}V(2-n)>0$$

$$m_1+m_2>\rho_{agua}V(2-n)$$

En esta expresión los dos términos son positivos, ya que n≤1, luego -n≥-1, 2-n≥1

Combinando esta expresión y la obtenida para traslación, sustituyendo el término V(2-n) que es positivo

$$m_1+m_2>\rho_{agua}\frac{(2m_1+m_2)}{\rho_{agua}(3-2n)}(2-n)$$

$$m_1+m_2>(2m_1+m_2)\frac{(2-n)}{(3-2n)}$$

En esa expresión como V(2-n) es positivo, sabemos que el término de la derecha debe ser positivo, lo que implica, ya que $(2m_1+m_2)$ es positivo, y (2-n) es positivo (n es menor que 1), implica que (3-2n) debe ser positivo.

3-2n>0 → 3>2n → n<3/2, condición que no aporta nada ya que sabíamos que n≤1.

Si planteamos la situación en la que la varilla esté sin tocar el fondo, la masa más pesada (m_2)estará abajo y la más ligera (m_1) arriba, y la varilla quedará vertical. Analizar la condición de flotabilidad en este caso es comprobar la diferencia entre peso y empuje, validando si peso aparente es mayor o menor que 0. De nuevo m_2 estará de nuevo totalmente sumergida, pero ahora no sabemos qué parte de m_1 está sumergida. Cualitativamente ahora no hay normal, luego el equilibrio de traslación hace que la componente hacia abajo (descontando la normal ahora inexistente) sea mayor que en la situación anterior, por lo que ahora estará más sumergida que antes, y habrá algo más de empuje que antes, pero no es inmediato saber si ese aumento de empuje compensa la ausencia de normal, más sin saber el ángulo ni el valor de n.

$$P_{aparente}=P-E=P_1+P_2-E_1'-E_2$$

$$P_{aparente}=m_1\cdot g+m_2\cdot g-V_{desalojado\,1}\cdot\rho_{agua}\cdot g-V\cdot\rho_{agua}\cdot g$$

El límite de flotabilidad estaría asociado a que el peso aparente fuera 0 y al mismo tiempo m_1 estuviera totalmente sumergida que sería el empuje máximo. Flota si peso aparente es negativo

$$P_{aparente}<0$$

$$P-E<0\Rightarrow P<E$$

$$m_1\cdot g+m_2\cdot g<V_{desalojado\,1}\cdot\rho_{agua}\cdot g+V\cdot\rho_{agua}\cdot g$$

Usamos la expresión de V en función de masas y n del análisis de la situación en la que está apoyado.

$$m_1\cdot\cancel{g}+m_2\cdot\cancel{g}<V\cdot\rho_{agua}\cdot\cancel{g}+V\cdot\rho_{agua}\cdot\cancel{g}$$

$$m_1+m_2<2\frac{2m_1+m_2}{\rho_{agua}(3-2n)}\cdot\rho_{agua}$$

$$m_1+m_2<2\frac{2m_1+m_2}{3-2n}$$

$$3m_1+3m_2-2nm_1-2nm_2<4m_1+2m_2$$
$$(3-4-2n)m_1<(2-3+2n)m_2$$
$$\frac{-2n-1}{-1+2n}<\frac{m_2}{m_1}$$
$$\frac{1+2n}{1-2n}<\frac{m_2}{m_1}$$

La condición de flotabilidad con n y masas que se pide es $\frac{1+2n}{1-2n}<\frac{m_2}{m_1}$

Si es una igualdad la masa 1 estará totalmente sumergida, es el límite de flotabilidad, y si no se cumple el sistema se hundirá.
Pero como sabemos que $m_2/m_1>1$ podemos ver que:
Término a la derecha de la desigualdad m_2/m_1 siempre es positivo
Numerador (1+2n) siempre es positivo
Denominador (1-2n) puede tener signo positivo o negativo, o ser cero si n=1/2
Cociente (1+2n)/(1-2n) puede tener signo, y hay varias opciones:
-Si 1-2n es negativo, siempre se cumple, lo que quiere decir 1-2n<0 → 1<2n → **n>1/2 siempre flota.**
-Si n=1/2 tenemos una singularidad tal y como está expresado, pero en la expresión original antes de despejar

$$m_1+m_2<2\frac{2m_1+m_2}{3-2\frac{1}{2}}\Rightarrow m_1+m_2<\frac{2}{\cancel{2}}2m_1+m_2\Rightarrow m_1<2m_1$$ Condición imposible, no flotaría

-Si 1-2n es positivo, se cumplirá en función de su valor
Si despejamos n en este caso (1-2n es positivo, no se invierten las desigualdades)

$$m_1+2nm_1<m_2-2nm_2\Rightarrow 2n(m_1+m_2)<m_2-m_1\Rightarrow n<\frac{m_2-m_1}{2(m_1+m_2)}$$

Se ve que si $m_1>m_2$ el numerador es negativo y nunca se cumplirá: no puede flotar si la masa superior es mayor a la central.
Si $m_1<m_2$ el numerador es positivo, y flotará o no en función de la relación entre masas y la relación entre volúmenes que contiene n.

Se podría plantear (no lo pide el enunciado) qué ocurre en aguas poco profundas: una idea sería plantear una condición adicional que para que en aguas poco profundas la varilla esté tocando el fondo, como que $P_2 > E_2$.

Terminamos contestando explícitamente a la pregunta del enunciado:
¿Flotará este sistema o se hundirá si lo echamos al agua en un lugar suficientemente profundo?
Si el sistema flota apoyado según la figura del enunciado, la condición de flotabilidad nos indica que el sistema flotará en vertical cuando no esté apoyado si n>1/2.

Castilla y León 2004
Física 2. Un depósito de agua de gran superficie abierto a la atmósfera, está situado sobre el suelo horizontal. Se practica un pequeño orificio perpendicular a la pared vertical a la altura H sobre el suelo y a la distancia h de la superficie libre del agua que suponemos se mantiene fija.
a) ¿A qué distancia de la base del depósito la vena líquida llegará al suelo?
b) ¿A qué altura H' es preciso realizar otro orificio para que la nueva vena líquida llegue al suelo en el mismo punto?
c) ¿A qué altura H" habría que practicar un orificio para que la distancia de la base del depósito al punto al que la vena líquida llegue al suelo, sea máxima?

Cataluña 1995
Prova pràctica: segona part
Escolliu 4 problemes d'entre els 5 següentes:
5. A la superficie lateral d'un dipòsit cilindric d'alçada H, ple d'aigua, hi fem un forat a una profundidad h per sota de la superficie de l'aigua.
a) Trobeu la distància x, que separa el peu del dipòsit del punt d'impacte a terra, en funció d'H i d'h.
b) Demostreu que hi ha dos punts equidistants del punt de profunditat H/2 que donen igual distancia x.
c) En quin punt de la paret del dipòsit hem de fer el forat per aconseguir que x sigui màxima?

5. En la superficie lateral de un depósito cilíndrico de altura H, lleno de agua, hacemos un agujero en una profundidad h por debajo de la superficie del agua.
a) Encuentre la distancia x, que separa el pie del depósito del punto de impacto en el suelo, en función de H y de h.
b) Demostrar que hay dos puntos equidistantes del punto de profundidad H/2 que dan igual distancia x.
c) ¿En qué punto de la pared del depósito debemos hacer el agujero para conseguir que x sea máxima?

Referencias:
https://es.wikipedia.org/wiki/Teorema_de_Torricelli
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/fluidos/dinamica/vaciado/vaciado.htm
Ver Valencia 2004-5, 2002 Valencia F5

a) Utilizamos la ecuación de Bernouilli $p+\rho g z+\frac{1}{2}\rho v^2=cte$ e igualamos en dos puntos del depósito. Tomamos z como altura con z=0 en la superficie del depósito, valores positivos crecientes hacia arriba, por lo que z tiene sentido opuesto a h que es profundidad, tomándose h como profundidad positiva. *Como con la referencia tomada h=-z, supone ρgz=-ρgh, y supone valores numéricos negativos de mayor valor absoluto en la expresión de Bernouilli a mayor h y mayor profundidad. Puede parecer contradictorio, porque parece sugerir que la presión es menor a medida que z aumenta, mientras que la presión es mayor según se desciende al ser mayor la columna de agua: la expresión de presión hidrostática P=ρgh se puede ver como ΔP=ρgΔh para el caso de tomar referencia P=0 donde se fije h=0, y para el caso de usar z=-h, los incrementos*

cambian de signo $\Delta z=z_f-z_i=-h_f-(-h_i)=-\Delta h$, se llega a que $\Delta P=\rho g\Delta h=-\rho g\Delta z$.
Sustituir el término de presión de altura en el punto inferior como -ρgh y que de un valor negativo, inferior a la superficie, está asociado al desarrollo de Bernouilli (ver desarrollo XXXX-Andalucía-F3) en el que se hace un planteamiento energético en el que energía potencial gravitatoria perdida por el sistema puede ser utilizada en energía cinética del líquido)
A: superficie superior
-Término presión fluido: Presión atmosférica
-Término presión cinética: v=0 (asumimos que el depósito es ancho y el agujero pequeño)
-Término presión altura: 0
B: agujero inferior
-Término presión fluido: Presión atmosférica
-Término presión cinética: v_{salida}
-Término presión altura: -ρgh
Igualando ambos términos

$$P_{atm}+0+0=P_{atm}-\rho g h+\frac{1}{2}\rho v_{salida}^2$$

$$v_{salida}=\sqrt{2gh}$$

El chorro de salida lo podemos considerar un lanzamiento horizontal con esa velocidad, composición de MRU horizontal y MRUA vertical. Tomamos eje y vertical y con valores positivos hacia arriba, con lo que a=-g m/s^2, con referencias x=0 en borde depósito, y=0 en el suelo. H es positivo, y h como profundidad también positivo.
MRUA vertical: $y=y_0+v_{0y}t+\frac{1}{2}at^2$, en este caso $y=(H-h)-\frac{1}{2}gt^2$. El tiempo que tarda en llegar al suelo es $t=\sqrt{\frac{2(H-h)}{g}}$

MRU horizontal: $x=x_0+v_{0x}t$, en este caso $x=\sqrt{2gh}\sqrt{\frac{2(H-h)}{g}}=2\sqrt{h(H-h)}$

b) **[Castilla y León 2004-F2]** Se nos pide una altura H' que tiene el mismo alcance que la altura h.

$$2\sqrt{H'(H-H')}=2\sqrt{h(H-h)}$$

$$\pm(H'H-H'^2)=\pm(H'H-h^2)$$

Una solución es ya conocida, que H'=h $\quad H'H-H'^2=H'H-h^2\Rightarrow H'2=h^2\Rightarrow H'=h$
Otra solución $\quad -H'H+H'^2=H'H-h^2\Rightarrow H'^2-2H'H+h^2=0$
Es una ecuación de segundo grado en H' donde a=1, b=-2H y c=h^2

$$H'=\frac{2H\pm\sqrt{4H^2-4\cdot1\cdot h^2}}{2}=\frac{2H\pm2\sqrt{H^2-h^2}}{2}=H\pm\sqrt{H^2-h^2}$$

Descartamos el signo menos porque la altura del orificio debe ser inferior a la del depósito

$$H'=H-\sqrt{H^2-h^2}$$

[Cataluña 1995-2-5] Se nos pide demostrar que hay dos valores h_1 y h_2 tales que ambos distan la misma distancia del punto central del depósito H/2. Si tomamos h_1 el punto por encima y h_2 el punto por debajo de ese punto medio, teniendo en cuenta que H y h son positivos.
$h_1-H/2=H/2-h_2$, luego equivale y tenemos que llegar a comprobar que $h_1+h_2=H$.

$$2\sqrt{h_1(H-h_1)}=2\sqrt{h_2(H-h_2)}$$

$$h_1H-h_1^2=h_2H-h_2^2$$

$$H(h_1-h_2)=h_1^2-h_2^2=(h_1+h_2)(h_1-h_2)$$

$$H=h_1+h_2$$

c) Para conseguir un alcance x máximo respecto h, derivamos x respecto a h e igualamos a 0.

$$\frac{dx}{dh}=\frac{d\left(2\sqrt{h(H-h)}\right)}{dh}=\frac{2}{2}\frac{1}{\sqrt{h(H-h)}}(H-2h)=\frac{H-2h}{\sqrt{h(H-h)}}$$

$$\frac{dx}{dh}=0\Rightarrow H-2h=0\Rightarrow h=\frac{H}{2}$$

El alcance máximo se alcanza realizando el agujero en el punto medio del depósito.
Podemos realizar la segunda derivada y sustituir para comprobar que es un máximo.

$$\frac{d^2x}{dh^2}=\frac{d\left(\frac{H-2h}{\sqrt{h(H-h)}}\right)}{dh}=\frac{-2\cdot\sqrt{h(H-h)}-\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{h(H-h)}}(H-2h)^2}{h(H-h)}$$

Si h=H/2, h(H-h)=H/2(H-H/2)=H/2·H/2=$H^2/2^2$

$$\frac{d^2x}{dh^2}(x=\frac{H}{2})=\frac{-2\cdot\frac{H}{2}-\frac{1}{2}\frac{1}{\frac{H}{2}}\left(H+2\frac{H}{2}\right)^2}{\frac{H^2}{2^2}}=(-H-\frac{4H^2}{H})\frac{2^2}{H^2}=-20\frac{H}{H^2}=\frac{-20}{H}<0\ máximo$$

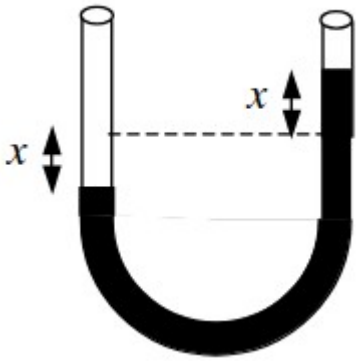
[Castilla y León 2024 F2] Se llama H'' a esa altura, y la respuesta sería H''=H/2

Enunciado no oficial/aproximado.
3.- Determinar o período das oscilacións dunha masa m dun liquido de densidade d , ó ser verquido nun tubo en U de sección circular de radio r. Desprécese a viscosidade do líquido.

3. Determinar el período de oscilación de una masa m de un líquido de densidad d, cuando se vierte en un tubo en forma de U con una sección circular de radio r. Se desprecia la viscosidad del líquido.

Referencias
DINÁMICA Y M.A.S., Javier Junquera, ejercicio I.T.T. 02, 05
https://personales.unican.es/junqueraj/JavierJunquera_files/Fisica-1/dinamica_y_mas.pdf

La situación inicial es que el líquido no esté en equilibrio sino a una altura x en una rama por encima del equilibrio x y a una altura -x en la otra rama.
El peso hace de fuerza recuperadora y baja la rama más alta, la incompresibilidad del líquido hace que la otra rama suba, y la inercia de la masa hace que vuelva a subir por la otra rama.
La conservación de energía hace que la altura subida sea la misma y se produzca un movimiento oscilatorio.
Tomamos referencia h=0 en la posición de equilibrio.
Planteamos la variación de energía potencial entre la situación de la figura, una masa Δm cuyo borde está a una distancia x por encima del equilibrio en una rama y en la otra rama el nivel a una distancia x por debajo, y la situación de equilibrio que es equivalente a que Δm pase al otro lado, que tiene su centro de masas a una distancia x/2.



$\Delta Ep = m \cdot g \cdot \Delta h = S \cdot x \cdot d \cdot g \cdot (x/2 - (-x/2)) = \pi r^2 \cdot g \cdot d \cdot x^2$
Se puede asociar a la expresión $E_p = \frac{1}{2} K x^2$, por lo que es un MAS con $K = 2\pi r^2 dg$

$$K = m\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{K}{m}} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2\pi r^2 d g}} = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{2\pi m}{d g}}$$

4. Un tubo de sección constante y de volumen 10 cm^3 contiene cierto gas perfecto. La temperatura varía linealmente a lo largo del tubo desde t_1=96 ºC hasta t_2=12 ºC, que corresponden a los extremos.
La presión es p=160 cm de mercurio.
Calcular el número de moléculas que contiene.

Procedimientos selectivos Agregados Bachillerato Valencia 1989, Física y Química.
PROBLEMAS DE QUÍMICA
2. Un tubo cilíndrico de sección constante y de volumen 100 mL contiene un gas perfecto. La temperatura dentro del tubo varía linealmente desde t_1=10 ºC hasta t_2=82 ºC, que son los extremos del tubo. Hallar el número de moléculas que hay en el tubo si la expresión en el interior del tubo se supone constante y de valor 190 mmHg.

No son datos pero asumimos $R=0,082\ atm\cdot L/K\cdot mol$ y $N_A=6,022\cdot 10^{23}$
Enunciado indica número de moléculas, pero podría ser un gas ideal y sería monoatómico sin que existieran moléculas, por lo que es más correcto indicar número de partículas.

Utilizamos la ley de los gases ideales, considerando el tubo en secciones de longitud dx, que tienen un volumen S·dx, siendo S la sección, en el interior de cada uno de ellos podemos asumir T es cte aunque la temperatura varía a lo largo del tubo, para el que asumimos una longitud h.
Tomamos origen de longitudes en 0 para la temperatura T_1, tendremos que la temperatura varía linealmente entre T_1 y T_2

$$T=T_1+\frac{T_2-T_1}{h}\cdot x=\frac{T_1 h+(T_2-T_1)x}{h}$$

(Es una variación lineal, luego la ecuación es y=ax+b, siendo y=temperatura, x=posición
Para x=0 $y=T_1=b$, Para x=h, $y=T_2=ah+T_1 \rightarrow a=(T_2-T_1)/h$)
Como el tubo tiene sección constante, V=S·h, y V(x)=S·x

$$PV=nRT\Rightarrow n=\frac{P}{RT}V\Rightarrow dn=\frac{P}{RT}dV=\frac{P}{RT}Sx=\frac{PS}{R}\frac{h}{(T_1h+(T_2-T_1)x)}dx$$

$$n=\int dn=\int_0^h \frac{PV}{R}\frac{1}{(T_1h+(T_2-T_1)x)}dx=\frac{PV}{R}\left[\frac{1}{(T_2-T_1)}\ln(T_1h+(T_2-T_1)x)\right]_0^h$$

$$n=\frac{PV}{R}\frac{1}{T_2-T_1}\ln\left(\frac{T_1h+(T_2-T_1)h}{T_1h}\right)=\frac{PV}{R}\frac{1}{T_2-T_1}\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$$

Validación de la expresión: si $T_1=T_2$, se tiene que obtener n=PV/RT
Se puede hacer por series de Taylor, http://www.wolframalpha.com/input/?i=lim+x+-%3E+y+1%2F%28x-y%29*ln%28x%2Fy%29
Sustituyendo los valores
Enunciado 2004: T_1=273+96=369 K T_2=273+12=285 K

$$n=\frac{\frac{160}{76}\cdot 0,01}{0,082}\frac{1}{285-369}\ln\left(\frac{285}{369}\right)=7,895\cdot 10^{-4}\ mol\ gas$$

$$7,895\cdot 10^{-4}\cdot 6,022\cdot 10^{23}=4,754\cdot 10^{20}\ partículas$$

Enunciado 1989: T_1=273+82=355 K T_2=273+10=283 K

$$n=\frac{\frac{190}{760}\cdot 0,1}{0,082}\frac{1}{283-355}\ln\left(\frac{283}{355}\right)=7,295\cdot 10^{-1}\ mol\ gas$$

$$7,295\cdot 10^{-1}\cdot 6,022\cdot 10^{23}=4,393\cdot 10^{23}\ partículas$$

2. Sobre una boya cilíndrica de 0,20 m^2 de superficie (de base) y 200 kg de masa está situado un cuerpo de 40 kg, flotando el conjunto en el mar. Si el cuerpo cae al mar, demostrar que la boya realiza un movimiento armónico simple y calcular la amplitud y el periodo. Densidad del agua del mar = 1.04 g/cm^3. Se supone que el movimiento de la boya es vertical.

Similar a Baleares 2001-2, Madrid 1996-2, Cataluña 1997-X5
Referencias:
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/fluidos/estatica/boya/boya.htm
http://laplace.us.es/wiki/index.php/Oscilaciones_de_un_cuerpo_parcialmente_sumergido

Se pide demostrar que realiza un movimiento armónico simple; eso supone llegar a la expresión cinemática $a=-\omega^2 x$, dinámica $F=-kx$, o energética $E=\frac{1}{2} kx^2$. Por ello realizamos primero el desarrollo analíticamente sin sustituir los valores.
Primero calculamos la posición de equilibrio de la boya con la masa m encima: esta será la posición incial de la oscilación.
Llamamos h_1 a la porción de boya que está dentro del agua.
En equilibrio Peso=Empuje

$$(m_{cuerpo}+m_{boya})\cdot g = V_{sumergido}\cdot \rho_{líquido} g$$

$$m_{cuerpo}+m_{boya}=S\cdot h_1\cdot \rho_{líquido} \Rightarrow h_1=\frac{m_{cuerpo}+m_{boya}}{S\cdot \rho_{líquido}}$$

Una vez que se caiga la masa, habrá una nueva posición de equilibrio, en la que la boya estará más emergida y habrá menos distancia dentro del agua: esta será la posición de equilibrio de oscilación.

$$m_{boya}\cdot g = V_{sumergido}\cdot \rho_{líquido} g \Rightarrow h_2=\frac{m_{boya}}{S\cdot \rho_{líquido}}$$

Planteamos dinámicamente, considerando que no hay rozamiento ni pérdidas
Tomamos eje x vertical con x positivas hacia arriba, llamamos x a la posición del extremo inferior de la boya, siendo x=0 la posición de equilibrio.

$$-m_{boya}\cdot g + V_{sumergido}\cdot \rho_{líquido}\cdot g = m_{boya}\cdot a$$

$$-m_{boya}\cdot g + S\cdot (h_2 - x)\cdot \rho_{líquido}\cdot g = m_{boya}\cdot a$$

$$-m_{boya}\cdot g + S\cdot \left(\frac{m_{boya}}{S\cdot \rho_{líquido}} - x\right)\cdot \rho_{líquido}\cdot g = m_{boya}\cdot a$$

$$-S\cdot \rho_{líquido}\cdot g\, x = m_{boya}\cdot a \Rightarrow a=\frac{-S\cdot \rho_{líquido}\cdot g}{m_{boya}} x$$

$$T=2\pi\sqrt{\frac{200}{0{,}2\cdot 1040\cdot 9{,}8}}=1{,}97\, s$$

$$a=-\omega^2 x\,;\ \omega=\sqrt{\frac{S\cdot \rho_{líquido}\cdot g}{m_{boya}}}\,;\ T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{m_{boya}}{S\cdot \rho_{líquido}\cdot g}}$$

Lo razonamos dinámicamente; en el momento en el que el cuerpo cae, ya no hay equilibrio, el empuje es mayor que el peso, y empuje menos el peso, que es la fuerza recuperadora, es máxima, y su valor es el peso del cuerpo.

Se puede asociar $P_{cuerpo}=|F_{máx}|=k\cdot A$, siendo $k=m\omega^2$; $A=\frac{F_{máx}}{k}=\frac{m_{cuerpo}\cdot g}{S\cdot \rho_{líquido}\cdot g}=0{,}192\, m$

Cualitativamente se puede ver que realiza un movimiento armónico simple con amplitud $A=h_1-h_2$

$$A=h_1-h_2=\frac{40+200}{0{,}2\cdot 1040}-\frac{200}{0{,}2\cdot 1040}=0{,}192\, m$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 18 febrero 2016
CC BY

PROCEDIMIENTOS SELECTIVOS PARA EL ACCESO E INGRESO EN EL CUERPO DE PROFESORES DE ENSEÑANZA SECUNDARIA. AÑO 2002

PROBLEMAS Y CUESTIONES RELACIONADOS CON LA PARTE "A" DEL TEMARIO.

…

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

Cada apartado del problema debidamente justificado y razonado con la solución correcta se calificará con los puntos indicados a continuación:

…

Problema 1: 2 puntos

1.- Una bomba hidráulica de 400 W de potencia útil es capaz de extraer el líquido contenido en un depósito de forma semiesférica en 2 minutos. Determinar la densidad del líquido sabiendo que el radio de la semiesfera es de 1,5 m.
Considerar g=10 m·s^{-2}

Tomamos referencia: eje z en el eje de la semiesfera, z=0 en la parte superior del depósito, y valores de z positivos hacia arriba. Se incluyen dos planteamientos alternativos, con mismo resultado

A. Considerar el trabajo mecánico total que realiza la bomba como la suma de todos los trabajos infinitesimales para subir a la superficie cada diferencial de masa

Consideramos como diferencial de masa una sección circular de altura dz, que tendrá un volumen $dv = S \cdot dz = \pi r^2 dz$ y una masa $dm = dv\,\rho$

El diferencial de trabajo para subir cada diferencial desde una altura -z hasta 0 será

$$dW = dm \cdot g \cdot z = g \pi r^2 \rho\, z\, dz$$

Por trigonometría $R^2 = z^2 + r^2 \Rightarrow r^2 = R^2 - z^2$

El trabajo total que realiza la bomba será

$$W = \int_0^R dW = \int_0^R g\pi (R^2 - z^2) z \rho\, dz = \pi g \rho \int_0^R (R^2 z - z^3) dz$$

$$W = \pi g \rho [R^2 \frac{z^2}{2} - \frac{z^4}{4}]_0^R = \pi g \rho [\frac{R^4}{2} - \frac{R^4}{4}] = \frac{\pi}{4} g \rho R^4$$

Usando la definición de potencia, W=P·t e igualando

$$400 \cdot 2 \cdot 60 = \frac{\pi}{4} \cdot 10 \cdot \rho \cdot 1{,}5^4 \Rightarrow \rho = \frac{4 \cdot 400 \cdot 2 \cdot 60}{\pi \cdot 10 \cdot 1{,}5^4} = 1207\ kg/m^3$$

B. Calcular el centro de masas de la masa de agua, asumir que pasa a ser una masa puntual, y calcular el trabajo asociado a subirla al borde del recipiente.

$$\vec{r_{CM}} = \frac{\int_v \vec{r}\, dm}{M}$$ por simetría, $x_{CM}=0$, $y_{CM}=0$

$$z_{CM} = \frac{\int_{-R}^0 z\, dm}{M} = \frac{\int_{-R}^0 z \rho \pi r^2 dz}{\rho \frac{1}{2} \frac{4}{3} \pi R^3}$$ Por geometría $r^2 = R^2 - z^2$

$$z_{CM} = \int_{-R}^0 z \rho \frac{3}{2R^3} (R^2 - z^2) z\, dz = \frac{3}{2R^3} [R^2 \frac{z^2}{2} - \frac{z^4}{4}]_{-R}^0 = \frac{3}{2R^3} [\frac{-R^4}{2} + \frac{R^4}{4}] = \frac{3}{2R^3} R^4 (\frac{-1}{4}) = \frac{-3}{8} R$$

$$W = mgh = \frac{1}{2} \frac{4}{3} \pi R^3 \rho g \frac{3}{8} R = \frac{\pi \rho g R^4}{4}$$

$$W = Pt \frac{\pi \rho g R^4}{4} \Rightarrow \rho = \frac{4Pt}{\pi g R^4} = \frac{4 \cdot 400 \cdot 2 \cdot 60}{\pi \cdot 10 \cdot 1{,}5^4} = 1207\ kg/m^3$$

Prueba práctica de Física.
Se valorará tanto el planteamiento y justificación como el desarrollo operativo.
5. Sobre un plano horizontal se encuentra un recipiente lleno de agua hasta un nivel de 60 cm. En una pared lateral se abre un orificio situado a 10 cm por debajo de dicho nivel. Calcúlese a qué distancia cortará al plano horizontal la vena líquida y qué aumento de presión se ha de ejercer sobre la superficie del líquido para que el alcance se duplique.

Referencias:
https://es.wikipedia.org/wiki/Teorema_de_Torricelli
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/fluidos/dinamica/vaciado/vaciado.htm
Ver Valencia 2004-5, Cataluña 1995-2-5

No es dato y tomamos g=9,8 m/s^2 con dos cifras significativas como resto de datos.
No es dato y tomamos densidad del agua 1000 kg/m^3

De manera general utilizamos la ecuación de Bernouilli $p+\rho g z+\frac{1}{2}\rho v^2=cte$ e igualamos en dos puntos del depósito (también se puede plantear como el teorema de Torricelli).
Tomamos z como altura con z=0 en la base del depósito, valores positivos crecientes hacia arriba
A: superficie superior
-Término presión fluido: Presión atmosférica
-Término presión cinética: v=0 (asumimos que el depósito es ancho y el agujero pequeño)
-Término presión altura: $\rho g h_{llenado}$
B: agujero inferior
-Término presión fluido: Presión atmosférica
-Término presión cinética: v_{salida}
-Término presión altura: $\rho g h_{orificio}$
Igualando ambos términos

$$\cancel{P_{atm}}+0+\rho g h_{llenado}=\cancel{P_{atm}}+\rho g h_{orificio}+\frac{1}{2}\rho v_{salida}^2$$

$$v_{salida}=\sqrt{2g(h_{llenado}-h_{orificio})}$$

El chorro de salida lo podemos considerar un lanzamiento horizontal con esa velocidad, composición de MRU horizontal y MRUA vertical. Tomamos eje y vertical y con valores positivos hacia arriba, con lo que a=-g m/s^2, con referencias x=0 en borde depósito, y=0 en el suelo.
MRUA vertical: $y=y_0+v_{0y}t+\frac{1}{2}at^2$, en este caso $y=h_{orificio}-\frac{1}{2}gt^2$. El tiempo que tarda en llegar al suelo es $t=\sqrt{\frac{2h_{orificio}}{g}}$

MRU horizontal: $x=x_0+v_{0x}t$, en este caso $x=\sqrt{2g(h_{llenado}-h_{orificio})}\cdot\sqrt{\frac{2h_{orificio}}{g}}$

El orificio está 10 cm por debajo de la altura de llenado, lo que supone 50 cm.

Numéricamente $x=\sqrt{2\cdot 9{,}8\cdot(0{,}6-0{,}5)}\cdot\sqrt{\frac{2\cdot 0{,}5}{9{,}8}}\approx 1{,}4\cdot 0{,}3194\approx 0{,}447\,m=45\,cm$

Si el alcance se duplica y pasa a ser 90 cm, teniendo la misma altura del orificio, el tiempo de caida es el mismo y la velocidad de salida debe ser
v_{0x}=0,9/0,3194=2,82m/s
Ahora volvemos a plantear Bernoulli con presión adicional arriba, en este caso no se simplifica la

densidad del agua y sí interviene

$$\cancel{P_{atm}} + P + \rho\, g\, h_{depósito} = \cancel{P_{atm}} + \rho\, g\, h_{orificio} + \frac{1}{2}\rho\, v_{salida}^2$$

$$P = \frac{1}{2}\rho\, v_{salida}^2 - \rho\, g\,(h_{depósito} - h_{orificio})$$

$$P = \frac{1}{2}\cdot 1000 \cdot 2{,}82^2 - 9{,}8 \cdot 1000 \cdot (0{,}6 - 0{,}5) \approx 3{,}0 \cdot 10^3\, Pa$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 18 febrero 2016

2. Una boia de forma cúbica i de 20 cm de costat, té una densitat d=0,7 g/cm^3 i es troba surant sobre la superficie de l'aigua (d=1 g/cm^3) d'un embassament. Si l'empenyem endisant-la 5 cm per davall la seva posició d'equilibri i després la deixam en llibertat per a que oscil·li, calcula: el període d'oscil·lació i la velocitat màxima que adquireix.

Una boya de forma cúbica y de 20 cm de lado, tiene una densidad d=0,7 g/cm^3 y se encuentra flotando sobre la superficie del agua (d=1 g/cm^3) de un embalse. Si la empujamos adentrándola 5 cm por debajo su posición de equilibrio y luego la dejamos en libertad para que oscile, calcula: el período de oscilación y la velocidad máxima que adquiere.

Similar a Madrid 1996-2
Referencias:
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/fluidos/estatica/boya/boya.htm
http://laplace.us.es/wiki/index.php/Oscilaciones_de_un_cuerpo_parcialmente_sumergido

Primero calculamos la posición de equilibrio de la boya: qué parte está sumergida.
Llamamos h a la porción de boya que está dentro del agua.
En equilibrio Peso=Empuje

$$V_{boya}\cdot\rho_{boya}\cdot\cancel{g}=V_{sumergido}\cdot\rho_{líquido}\cancel{g}$$

$$\cancel{S_{base}}\cdot 0{,}2\cdot 700=\cancel{S_{base}}\cdot h\cdot 1000$$

$$h=\frac{0{,}2\cdot 700}{1000}=0{,}14\,m=14\,cm$$

Si la boya se adentra 5 cm por debajo de su posición de equilibrio, todavía queda 1 cm por encima del nivel del agua. Asumiendo que no hay pérdidas, tenemos un movimiento armónico simple con amplitud 5 cm. Para calcular el período de oscilación necesitamos calcular el valor de la fuerza recuperadora.
Estando 5 cm sumergido, el empuje menos el peso, que es la fuerza recuperadora, es máximo
Tomamos eje x vertical con x positivas hacia arriba, llamamos x a la posición del extremo inferior de la boya, siendo x=0 la posición de equilibrio.
La parte sumergida de la boya en un instante cualquiera es h-x; en t=0 x=-5 cm y está sumergida 19 cm.
Planteamos dinámicamente

$$-V_{boya}\cdot\rho_{boya}\cdot g+V_{sumergido}\cdot\rho_{líquido}\cdot g=V_{boya}\cdot\rho_{boya}\cdot a$$

$$-0{,}2^2\cdot 0{,}2\cdot 700\cdot 9{,}8+0{,}2^2\cdot(0{,}14-x)\cdot 1000\cdot 9{,}8=0{,}2^2\cdot 0{,}2\cdot 700\cdot a$$

$$-54{,}88+54{,}88-392\,x=5{,}6\,a$$

$$a=-70\,x\Rightarrow a=-\omega^2 x\Rightarrow\omega^2=70\Rightarrow\omega=\sqrt{70}\,rad/s$$

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{\sqrt{70}}\approx 0{,}75\,s$$

El movimiento oscilatorio tendrá una expresión, siendo x=0 la posición de equibrio
$x(t)=-A\cos(\omega t)=-5\cos(\sqrt{70}\,t)\,[x\,en\,cm\,,t\,en\,s]$
La velocidad de oscilación es $v(t)=A\omega\,sen(\omega t)=5\sqrt{70}\,sen(\sqrt{70}\,t)\,[v\,en\,cm/s\,,t\,en\,s]$
La velocidad máxima de oscilación será $v_{máx}=5\sqrt{70}\approx 41{,}8\,cm/s$

enrique@fiquipedia.es Revisado 2 enero 2016
CC BY

A4. Un tub de descarrèga de gasos conté diòxid de carboni a una pressió de 0,1 mm Hg en una concentració de 2,5 micromol/litre. Determineu:
a) La velocitat mitjana de les mol·lècules
b) L'energia cinètica mol·lecular mitjana de les mol·lècules
c) La temperatura del gas
Nota: indiqueu totes aquelles suposicions simplificadores que assumiu, si aquest és el cas.

Un tubo de descarga de gases contiene dióxido de carbono a una presión de 0,1 mm Hg en una concentración de 2,5 micromol/litro. Determinar:
a) La velocidad media de las moléculas
b) La energía cinética molecular media de las moléculas
c) La temperatura del gas
Nota: indique todas aquellas suposiciones simplificadoras que asuma, si este es el caso.

Referencias: http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/estadistica/maxwell/maxwell.html
Suposiciones simplificadoras: asumimos gas ideal y las hipótesis asociadas a la distribución de velocidades moleculares en función de la concentración dada: muchas partículas permite uso de estadística, distancia entre partículas grande, no hay fuerzas apreciables entre partículas, choques elásticos y distribución velocidades al azar.

La velocidad media de las moléculas en este caso tiene la expresión $\bar{v}=\sqrt{8\frac{KT}{\pi m}}$

La velocidad cuadrática media de las moléculas en este caso tiene la expresión $v_{rms}=\sqrt{3\frac{KT}{m}}$

Siendo $K=R/N_A$, la constante de Boltzman
La masa molar de CO_2 es $12+2\cdot16=44$ g/mol
Las velocidadees y la energía cinética media depende de la temperatura, por lo que la tenemos que calcular lo primero aunque sea el último apartado.

c) $$PV=nRT\Rightarrow T=\frac{PV}{nR}=\frac{P}{R}\frac{1}{\frac{n}{V}}=\frac{\frac{0,1}{760}}{0,082}\cdot\frac{1}{\frac{2,5\cdot10^{-6}}{1}}=642\,K$$

a) Para que la velocidad quede expresada en m/s, utilizamos R y K en unidades del Sistema Internacional, con R=8,31 J/(mol·K), y la masa en kg en lugar de g.

$$\bar{v}=\sqrt{\frac{8\frac{R}{\cancel{N_A}}T}{\pi\frac{M}{\cancel{N_A}}}}=\sqrt{8\frac{RT}{\pi M}}=\sqrt{\frac{8\cdot8,31\cdot642}{\pi44\cdot10^{-3}}}=556\,m/s$$

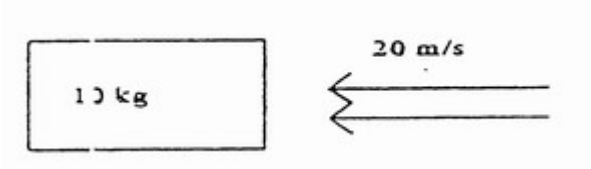
b) La energía cinética media está asociada a la velocidad cuadrática media

$$v_{rms}=\sqrt{3\frac{KT}{m}}=\sqrt{3\frac{RT}{M}}=\sqrt{\frac{3\cdot8,31\cdot642}{44\cdot10^{-3}}}=603\,m/s$$

$$E_c=\frac{1}{2}m\,v_{rms}^2=\frac{1}{2}\cancel{m}\,3\frac{KT}{\cancel{m}}=\frac{3}{2}KT=\frac{3}{2}\frac{8,31}{6,022\cdot10^{23}}642=1,33\cdot10^{-20}\,J$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 1 junio 2025
CC BY SA

PROBLEMA X1. (Se desconoce el número) El bloc de la figura té una massa de 10 kg i frega amb el terra amb un coeficient de fregament estàtic de 0'2 i un coeficient de fregament dinàmic de 0'15. Una mànega d'aigua llança un xorro horitzontal contra l'objecte amb una velocitat de 20 m/s. La mànega pot controlar el cabal però aquest mai no pot superar els 2 L/s.



a) A quin ritme (cabal) ha de llançar-se aigua contra el cos per tal que comenci a moure's?
b) Quina velocitat màxima pot assolir el bloc?

El bloque de la figura tiene una masa de 10 kg y roza con el suelo con un coeficiente de rozamiento estático de 0,2 y un coeficiente de rozamiento dinámico de 0,15. Una manguera de agua arroja un chorro horizontal contra el objeto con una velocidad de 20 m/s. La manguera puede controlar el caudal pero éste nunca puede superar los 2 L/s.
a) ¿A qué ritmo (caudal) debe lanzarse agua contra el cuerpo para que empiece a moverse?
b) ¿Qué velocidad máxima puede alcanzar el bloque?

Tomamos $g=9,81\ m/s^2$ que no es dato y densidad agua = $1000\ kg/m^3$

a) Para que el bloque comience a moverse la fuerza debe ser mayor que la fuerza de rozamiento estática. $F_e=\mu_e \cdot N= \mu_e \cdot m \cdot g=0,2 \cdot 10 \cdot 9,81=19,62$ N
Tenemos que relacionar la fuerza del chorro de agua con el caudal de agua (que es dato en Q= volumen/tiempo) y la velocidad (que es dato y constante).

$$F=\frac{\Delta p}{\Delta t}=\frac{\Delta(m \cdot v)}{\Delta t}=\frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot v=\rho \frac{\Delta V}{\Delta t} \cdot v=\rho \cdot Q \cdot v \Rightarrow Q=\frac{F}{\rho \cdot v}$$

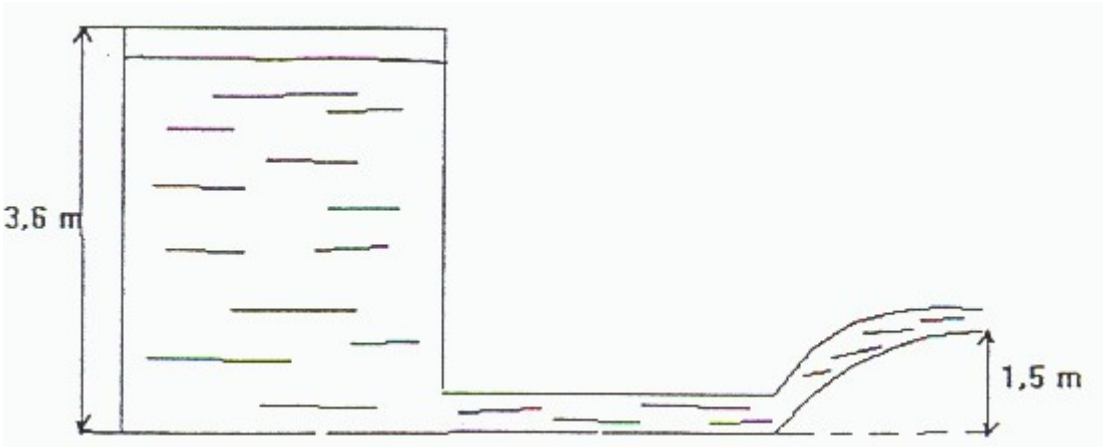
Numéricamente $Q=\frac{19,62}{1000 \cdot 20}=9,81 \cdot 10^{-4} m^3/s=0,981\ L/s$

b) La velocidad máxima implica aceleración cero.
Una vez ha comenzado a moverse actúa la fuerza del chorro y la fuerza de rozamiento dinámica
$F_d=\mu_d \cdot N= \mu_d \cdot m \cdot g=0,15 \cdot 10 \cdot 9,81=14,715$ N
La aceleración cero es respecto al sistema de referencia en el suelo, pero ahora tenemos que tener en cuenta que el bloque se está moviendo, por lo que la relación que hemos establecido antes entre fuerza y velocidad es para la velocidad relativa del chorro respecto al bloque que ahora va variando, ya que el bloque va a ir cada vez más deprisa.
La expresión, que coincide con la anterior si $v_{bloque}=0$ es $F=\rho \cdot Q \cdot (v_{chorro}-v_{bloque})$
Sustituyendo el valor máximo de caudal (2 L/s = 0,002 m^3/s) que conseguirá la máxima velocidad del bloque y planteando la 2ª ley de Newton para aceleración cero

$$1000 \cdot 0,002 \cdot (20-v_{bloquemáx})-14,715=0$$

$$v_{bloquemáx}=20-\frac{14,715}{1000 \cdot 0,002}=12,6\ m/s$$

PROBLEMA X4 (Se desconoce el número). Un gran dipòsit d'aigua té unida una mánega com indica el dibuix. El dipòsit està tancat per la parte superior i conté aire comprimit entre la superficie de l'aigua i la tapa. Quan l'alçada de l'aigua és de 3 m, la pressió manomètrica és 2,4 kg-f / cm^2. Supossant que l'aire situat sobre l'aigua es dilata isotèrmicament i que el pes específic de l'aigua és 1 kg / dm^3:
a) Quina és la velocitat de sortida de l'aigua per la manèga quan l'alçada d'aigua al dipòsit és de 3 m?
b) Quina és la velocitat de sortida de l'aigua quan l'alçada d'aigua al dipòsit ha baixat a 2,4 m?
Es negligeix la fricció. Pressió atmosfèrica = 1 kg-f /cm^2



Un gran depósito de agua tiene unida una manguera como indica el dibujo. El depósito está cerrado por su parte superior y contiene aire comprimido entre la superficie del agua y la tapa. Cuando la altura del agua es de 3 m, la presión manométrica es 2,4 kg-f/cm^2. Suponiendo que el aire situado sobre el agua se dilata isotérmicamente y que el peso específico del agua es 1 kg/dm^3:
a) ¿Cuál es la velocidad de salida del agua por la manguera cuando la altura de agua en el depósito es de 3 m?
b) ¿Cuál es la velocidad de salida del agua cuando la altura de agua en el depósito ha descendido a 2,4 m?
Se desprecia la fricción. Presión atmosférica = 1 kg-f /cm^2

https://es.wikipedia.org/wiki/Presi%C3%B3n_manom%C3%A9trica
Se llama presión manométrica o presión relativa a la diferencia entre la presión absoluta o real y la presión atmosférica.

Asumimos como datos g=9,81 m/s^2 y densidad agua = 1000 kg/m^3
kg-f es la fuerza asociada a 1 kg, sería un kilopondio, si g=9,81 m/s^2, 1kg-f = 9,81 N

a) Calculamos la presión total la superficie del agua (A)

$$P_{atmosférica}=\frac{1\,\cancel{kg-f}}{1\,\cancel{cm^2}}\cdot\frac{9{,}81\,N}{1\,\cancel{kg-f}}\cdot\frac{10^4\,\cancel{cm^2}}{1\,m^2}=9{,}81\cdot10^4\,Pa$$

$$P_{manométrica}=\frac{2{,}4\,\cancel{kg-f}}{1\,\cancel{cm^2}}\cdot\frac{9{,}81\,N}{1\,\cancel{kg-f}}\cdot\frac{10^4\,\cancel{cm^2}}{1\,m^2}=2{,}35\cdot10^5\,Pa$$

$$P_A=P_{atmosférica}+P_{manométrica}=9{,}81\cdot10^4+2{,}35\cdot10^5=3{,}33\cdot10^5\,Pa$$

Aplicamos Bernouilli entre el punto A y la salida de la manguera (B), pero lo expresamos como presiones

$$P_A+\rho g h_A+\frac{1}{2}\rho v_A^2=P_B+\rho g h_B+\frac{1}{2}\rho v_B^2$$

Como la superficie de la manguera es mucho menor que la del depósito, $v_A \approx 0$
La presión en B es la presión atmosférica
Dividimos todo por la densidad y despejamos v_B

$$v_B=\sqrt{2(\frac{P_A}{\rho}+g h_A-\frac{P_B}{\rho}-g h_B)}$$

$$v_B=\sqrt{2(\frac{P_A-P_B}{\rho}+g(h_A-h_B))}$$

$$v_B=\sqrt{2(\frac{3,33\cdot 10^5-9,81\cdot 10^4}{1000}+9,81\cdot(3-1,5))}=22,3\,m/s$$

b) Si el nivel del agua ha descendido a 2,4 m, el aire de la parte superior ha variado de presión, y somo se indica que ha variado isotérmicamente
$P_1V_1=P_2V_2$
Si llamamos S a la superficie del depósito
$V_1=S\cdot(H-h_1)=S\cdot(3,6-3)=0,6\cdot S$
$V_2=S\cdot(H-h_2)=S\cdot(3,6-2,4)=1,2\cdot S$
La presión del aire en el interior es la total, usamos el valor calculado antes
$3,33\cdot 10^5\cdot 0,6=P_2\cdot 1,2 \rightarrow P_2=3,33\cdot 10^5\cdot 0,6/1,2=1,67\cdot 10^5$ Pa

$$v_B=\sqrt{2(\frac{1,67\cdot 10^5-9,81\cdot 10^4}{1000}+9,81\cdot(2,4-1,5))}=12,5\,m/s$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 20 febrero 2016
CC BY

FÍSICA

2. Sobre un recipiente que contiene mercurio se vierte una capa de agua de 10 cm de espesor. A continuación se introduce verticalmente un cilindro de 20 cm de longitud, cuya mitad inferior es de plomo y la superior de madera. Se desea conocer:
a) lo que se introduce en el mercurio cuando se abandona libremente y alcanza su posición de equilibrio.
b) cuál debería ser el espesor de la capa de agua para que su superficie libre coincida con la separación entre el plomo y la madera.
Datos: ρ(Pb)=11,3 g/cm^3; ρ(madera)=0,7 g/cm^3; ρ(Hg)=13,6 g/cm^3

a) Dado que el mercurio es más denso que el plomo, la mitad de plomo flota. Aunque tenga encima madera, su densidad es muy baja comparada con las anteriores, por lo que la separación entre plomo y madera está por encima del nivel del mercurio (como de hecho indica el apartado b)
Como el cilindro mide 20 cm y está sumergido en mercurio menos de 10 cm, la parte del cilindro que emerge del mercurio es mayor de 10 cm, y está totalmente sumergida en agua
En equilibrio, el peso y empuje están equilibrados. Llamamos S a la sección del cilindro.

$$P_{madera}+P_{Pb}=E_{Pb\,en\,Hg}+E_{Pb\,en\,H_2O}+E_{madera\,en\,H_2O}$$

$$\cancel{S}\cdot 0{,}1\cdot\rho_{madera}\cdot\cancel{g}+\cancel{S}\cdot 0{,}1\cdot\rho_{Pb}\cdot\cancel{g}=\cancel{S}\cdot x\cdot\rho_{Hg}\cdot g+\cancel{S}\cdot(0{,}1-x)\cdot\rho_{H_2O}\cdot\cancel{g}+\cancel{S}\cdot x\cdot\rho_{H_2O}\cdot\cancel{g}$$

$$0{,}1\cdot 700+0{,}1\cdot 11300=x\cdot 13600+0{,}1\cdot 1000$$

$$x=\frac{70+1130-100}{13600}=0{,}081\,m=8{,}1\,cm$$

b) En esta situación el único empuje del agua es asociado al la sección del cilindro de plomo que emerge del mercurio y está en agua.

$$P_{madera}+P_{Pb}=E_{Pb\,en\,Hg}+E_{Pb\,en\,H_2O}$$

$$\cancel{S}\cdot 0{,}1\cdot\rho_{madera}\cdot\cancel{g}+\cancel{S}\cdot 0{,}1\cdot\rho_{Pb}\cdot\cancel{g}=\cancel{S}\cdot x\cdot\rho_{Hg}\cdot g+\cancel{S}\cdot(0{,}1-x)\cdot\rho_{H_2O}\cdot\cancel{g}$$

$$0{,}1\cdot 700+0{,}1\cdot 11300=x\cdot 13600+(0{,}1-x)\cdot 1000$$

$$x=\frac{70+1130-100}{13600-1000}=0{,}087\,m=8{,}7\,cm$$

La parte sumergida serían 8,7 cm, luego la capa de agua tendría que tener un grosor de 1,3 cm

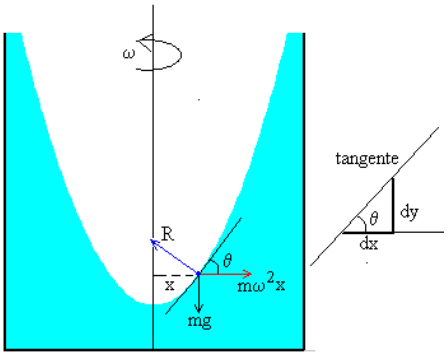
PROBLEMA X4 (Se desconoce el número). Un recipient obert de radi R = 0,5 m col·locat verticalment conté aigua fins a una alçada h = 1,5 m. El recipient gira al voltant d'un eix vertical amb una velocitat angular constant ω. Alçada del cilindre H = 2 m.
a) Trobar l'equació de la superficie lliure del liquid quan aquest ha adquirit la ω del recipient.
b) Quina és la ω màxima per tal que no es vessi l'aigua?

Un recipiente abierto de radio R = 0,5 m colocado verticalmente contiene agua hasta una altura h = 1,5 m. El recipiente gira en torno a un eje vertical con una velocidad angular constante ω. Altura del cilindro H = 2 m.
a) Encontrar la ecuación de la superficie libre del líquido cuando éste ha adquirido la ω del recipiente.
b) ¿Cuál es la ω máxima para que no se derrame el agua?

Planteamiento general en http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica3/dinamica/centrifugo/centrifugo.html del que se toman las imágenes

Desde el punto de vista del observador en rotación, las fuerzas que actúan sobre una partícula de masa m situada en su superficie, a una distancia x del eje de rotación, son

- Peso, mg
- La fuerza centrífuga, $m\omega^2 x$
- La fuerza R que ejercen las otras partículas de fluido sobre la partícula considerada



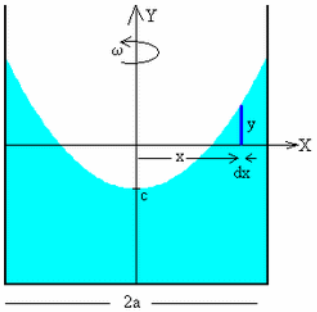
Desde el punto de vista del observador no inercial, la partícula está en equilibrio, por lo que aplicando la 2ª ley de Newton

$$R - mg\,\vec{j} + m\omega^2 x\,\vec{i} = 0$$

La forma de la superficie del líquido en equilibrio será tal que R es perpendicular a la tangente a la curva en cada punto x, luego $\tan\theta = dy/dx = m\omega^2 x/mg$

Separando e integrando $dy = \frac{\omega^2}{g} x\,dx \Rightarrow \int dy = \frac{\omega^2}{g}\int x\,dx \Rightarrow y = \frac{1}{2}\frac{\omega^2}{g}x^2 + C$ (parábola $y=ax^2+b$)

Para determinar la constante de integración *C* (que está asociada al valor de y para x=0 que indica del punto más bajo de la parábola), asumimos que el líquido es incompresible, por cuando se forma la parábola todo el agua que sube por debajo de la línea horizontal que forma el agua en reposo proviene de todo el agua que se ha retirado por debajo de la línea horizontal, de modo que la integral de la curva entre 0 y R (a en el diagrama) es 0.



$$\int_0^R y\,dx = 0 \Rightarrow \int_0^R \left(\frac{1}{2}\frac{\omega^2}{g}x^2 + C\right)dx = 0 \Rightarrow \frac{1}{6}\frac{\omega^2 R^3}{g} + CR = 0$$

$$C = \frac{-1}{6}\frac{\omega^2 R^2}{g} \Rightarrow y = \frac{1}{2}\frac{\omega^2}{g}\left(x^2 - \frac{R^2}{3}\right)$$

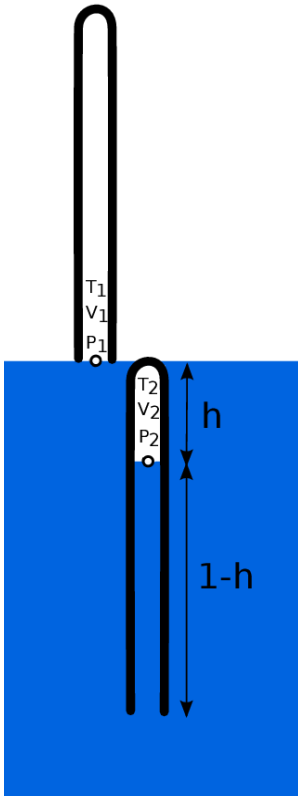
b) Para que no se derrame, el valor de y para x=R será igual a la altura del recipiente desde la superficie del agua, H-h

$$H - h = \frac{1}{2}\frac{\omega^2}{g}\left(R^2 - \frac{R^2}{3}\right) \Rightarrow 2(H-h)g = \omega^2\frac{2}{3}R^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{3(H-h)g}{R^2}} = \sqrt{\frac{3\cdot(2-1{,}5)\cdot 9{,}8}{0{,}5^2}} = 6{,}26\,rad/s$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 12 junio 2016
CC BY

C5. Un tub cilíndric de 100 cm de longitud, tancat per un extrem i ple d'aire sec a 1 atm i 25 ºC s'inverteix en un recipient ple de mercuri fins a introduir l'extrem tancat del tub en línia amb la superfície del mercuri. La pressió baromètrica és 1 atm.
a- Quina és l'alçada de la columna de mercuri interior del cilindre?
b- Quina és la pressió final de l'aire que queda dins la columna?

Un tubo cilíndrico de 100 cm de longitud, cerrado por un extremo y lleno de aire seco a 1 atm y 25 ºC se invierte en un recipiente lleno de mercurio hasta introducir el extremo cerrado del tubo en línea con la superficie del mercurio . La presión barométrica es 1 atm.
a- ¿Cuál es la altura de la columna de mercurio interior del cilindro?
b- ¿Cuál es la presión final del aire que queda dentro de la columna?



a) Al introducir el cilindro invertido la presión que ejerce el mercurio en el extremo abierto es mayor que la presión atmosférica que hay en el interior del tubo, por lo que el mercurio se introduce en el tubo.
Asumimos que la temperatura se mantiene constante, por lo que el gas se comprimirá hasta un volumen tal que la presión que ejerza iguale la presión del mercurio.
Si llamamos h a la profundidad de la columna de aire en el interior del tubo invertido, en el punto inferior de la columna de aire la presión será igual a la presión de una altura h de mercurio más la presión atmosférica del aire exterior al recipiente. Si h=1 m el tubo no estaría introducido en el mercurio, y la presión en el interior y exterior sería 1 atm.
Se indica que el tubo es cilíndrico, asumimos sección S, el volumen de aire será V=h·S
A temperatura constante aplicamos ley gases para una cantidad de aire fijada, y utilizando unidades de Sistema Internacional (despreciamos la presión hidrostática que realiza el aire asociada a la altura h)

$$T_1 = T_2$$

$$P_1 \frac{V_1}{\cancel{nR}} = P_2 \frac{V_2}{\cancel{nR}}$$

$$101325 \cdot 1 \cancel{S} = (d_{mercurio} \cdot g \cdot h + 101325) \cdot h \cdot \cancel{S}$$

$$101325 = (d_{mercurio} \cdot g \cdot h + 101325) \cdot h$$

La densidad del mercurio, asumiendo que no es dato, la podemos deducir conociendo la equivalencia entre 1 atm, 101325 Pa y 760 mmHg, utilizando el principio de estática de fluidos.
P=dgh → 101325=d·9,8·0,76 → d=101325/(9,8·0,76)=13,6·10³ kg/m³

$$101325 = \left(\frac{101325}{\cancel{9,8} \cdot 0,76} \cdot \cancel{9,8} \cdot h + 101325\right) \cdot h$$

$$101325 = 133322\, h^2 + 101325\, h$$

$$133322\, h^2 + 101325\, h - 10132,5 = 0$$

$$h = \frac{-101325 \pm \sqrt{101325^2 - 4 \cdot 133322 \cdot (-101325)}}{2 \cdot 133322} = \frac{-101325 \pm 253579}{266644} = \begin{matrix} 0,57\, m \\ \cancel{-1,33}\, m \end{matrix}$$

La altura de aire en el interior del tubo será 0,57 m = 57 cm, y la altura de la columna de mercurio interior al tubo será 1-0,57=0,43 m = 43 cm
b) Asumiendo temperatura constante

$$P_2 = d_{mercurio} \cdot g \cdot h + 101325 = \frac{101325}{0,76} \cdot 0,57 + 101325 = 177319\, Pa = 1,75\, atm$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 12 enero 2016

CUESTIONES DE FÍSICA

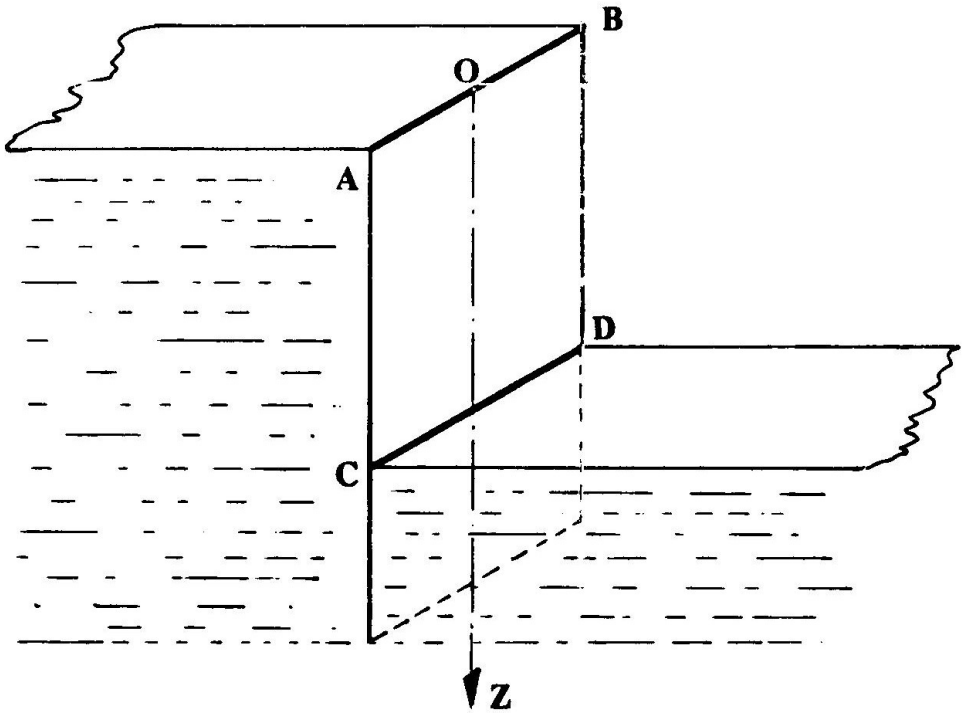
De entre las cuestiones 1, 2, 3 y 4 que a continuación se proponen, el aspirante elegirá libremente y contestará a 3 de ellas.

1.- Una puerta de esclusa vertical, de anchura AB = a, separa dos planos de agua (uno corresponde a AB y el otro a CD) cuya diferencia de alturas es AC = b. Considerando que O es el punto medio de AB y que las cotas (descendentes) se miden sobre OZ:

a) Calcular, en función de su distancia z al punto O, el valor de la fuerza presionante df que se ejerce sobre un elemento de la esclusa, de altura dz. Representar geométricamente la variación de df en función de z.

b) Hallar el valor de la resultante F de estas fuerzas elementales.

c) Determinar el punto de aplicación P de la resultante F, calculando su distancia OP al punto O.



Referencias:

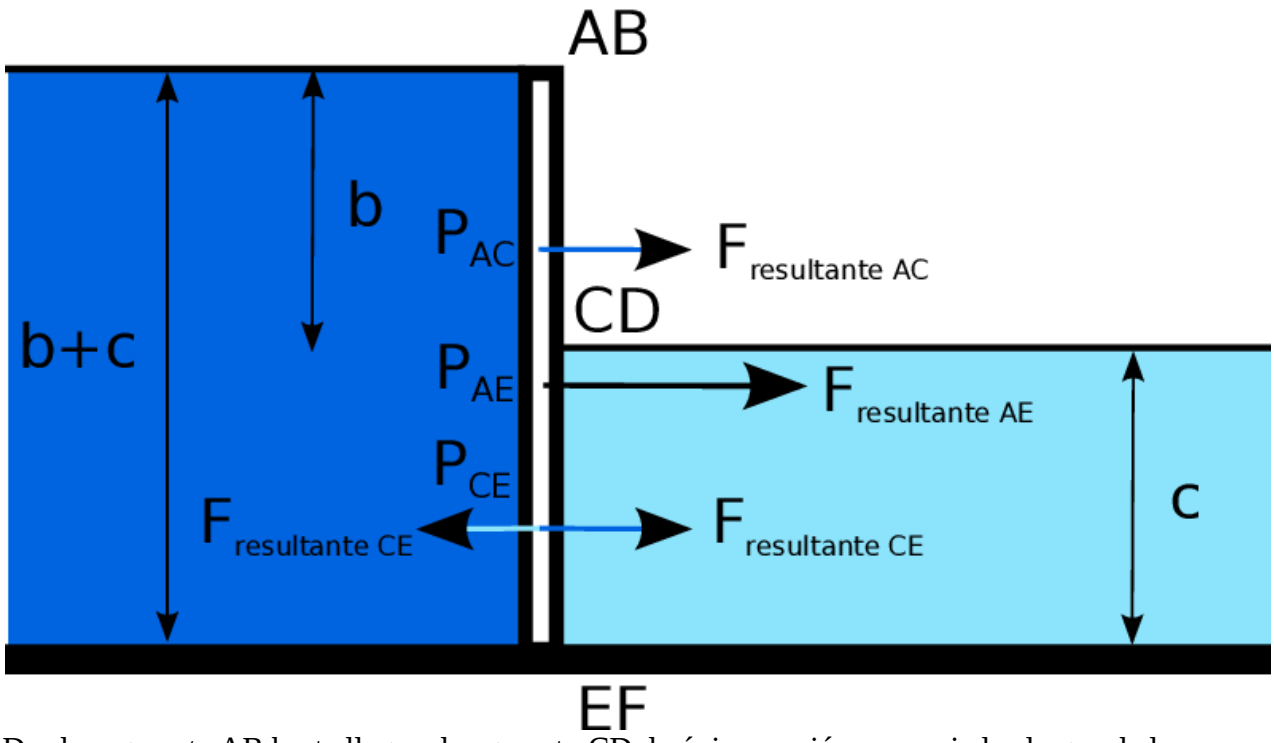
Problema similar a problema 1 de Castilla y León 2015

http://webdelprofesor.ula.ve/ingenieria/cramirez/documentos/Problemas_compuerta_y_manometro_2009.pdf

a) Utilizando el principio fundamental de estática de fluidos, la presión hidrostática a una profundidad z será P=dgz (consideramos solamente el agua como fluido, sin considerar presión atmosférica). La fuerza asociada a esta presión se ejerce por el principio de Pascal en todas las direcciones, incluyendo la dirección perpendicular al plano de la esclusa.

Para que haya dos niveles de agua en la figura, a la izquierda y la derecha de la esclusa, **la esclusa debe llegar hasta el fondo** (si no lo hiciera no sería una esclusa / por el principio de vasos comunicantes no habría dos niveles de agua), pero la figura del enunciado no indica ni nombra explícitamente la profundidad de agua por debajo del segmento CD, aunque sí aparece agua por debajo de CD y sí representa una línea discontinua que indica el fondo. Nombramos puntos EF en el fondo, y llamamos c a la distancia del segmento CD hasta el segmento EF en el fondo.

enrique@fiquipedia.es Revisado 12 enero 2016



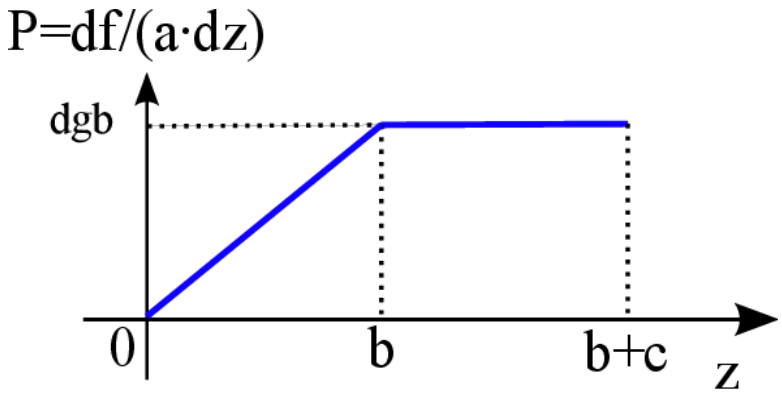
Desde segmento AB hasta llegar al segmento CD, la única presión es asociada al agua de la izquierda en el diagrama, y sobre un elemento de la esclusa, de altura dz, la fuerza será df=P·dS=dgz·a·dz

Desde segmento CD hasta llegar al segmento EF, la presión es la suma de presiones que ejerce el agua a ambos lados, que se restarán; la presión del lado izquierdo será mayor, y podemos plantear.

$df=P_{izquierda}\cdot dS-P_{derecha}\cdot dS=(dgz-dg(z-b))\cdot a\cdot dz=dg(z-z+b)\cdot a\cdot dz=dgb\cdot a\cdot dz$

Se pide "Representar geométricamente la variación de df en función de z", y eso literalmente supondría una representación gráfica df vs z, pero df es un diferencial y debe quedar asociado a otro diferencial, que es dz; para darle sentido físico representamos P=df/dS=df/(a·dz) en función de z.

Lo representamos cualitativamente, podríamos usar datos no proporcionados pero que se pueden asumir conocidos, densidad del agua 1000 kg/m^3 y g=9,8 m/s^2.



Si 0 < z < b: P=df/(a·dz)=dg·z (variación lineal, desde 0 hasta un máximo "dgb")

Si b < z: P=df/(a·dz)=dgb (valor constante)

b) La fuerza resultante de estas fuerzas elementales es (tomando sentido positivo la fuerza hacia la derecha en el diagrama)

Para el tramo AC: $F_{resultante\ AC}=\int_0^b df=\int_0^b dga\cdot z\cdot dz=dga[\frac{z^2}{2}]_0^b=dga\frac{b^2}{2}$

Para el tramo CE: df es constante, pero la fuerza aumentará cuanto mayor sea la profundidad

$F_{resultante\ CE}=\int_0^c df=\int_0^c dgab\cdot dz=dgabc$

La fuerza resultante total es $F_{resultante\ AE}=dga\frac{b^2}{2}+dgabc=dga(\frac{b^2}{2}+bc)$

c) Para el punto de aplicación de la fuerza resultante, lo planteamos como un caso de fuerzas paralelas, de modo que la suma de los momentos de fuerza respecto de O sea igual al momento

total, siendo la fuerza la ya calculada anteriormente.
Lo hacemos para las dos fuerzas y para la total
Tramo AC:

$$\int_0^b z \cdot df = F_{resultante\ AC} \cdot z_{P_{AC}}$$

$$\int_0^b \cancel{dga} \cdot z^2\, dz = \cancel{dga}\, \frac{b^2}{2} \cdot z_{P_{AC}}$$

$$\left[\frac{z^3}{3}\right]_0^b = \frac{b^2}{2} \cdot z_{P_{AC}} \Rightarrow \frac{b^3}{3} = \frac{b^2}{2} \cdot z_{P_{AC}} \Rightarrow z_{P_{AC}} = \frac{2}{3} b$$

La distancia desde setmento AB con punto O a P_{AC} sería (2/3)b
Tramo CE: (aquí hay que integrar entre b y b+c, no entre 0 y c, ya que son distancias respecto de O)

$$\int_b^{b+c} z \cdot df = F_{resultante\ CE} \cdot z_{P_{CE}}$$

$$\int_b^{b+c} \cancel{dgab} \cdot z \cdot dz = \cancel{dgab}\, c\, z_{P_{CE}}$$

$$\left[\frac{z^2}{2}\right]_b^{b+c} = c \cdot z_{P_{AC}} \Rightarrow \frac{(b+c)^2 - b^2}{2} = c \cdot z_{P_{CE}} \Rightarrow z_{P_{CE}} = \frac{c^2 - 2bc}{2c} = \frac{c - 2b}{2}$$

La distancia desde segmento AB con punto O a punto P_{CE} sería (c-2b)/2
Para toda la esclusa, AE

$$\int_0^b z \cdot df + \int_0^{b+c} z \cdot df = F_{resultante\ AE} \cdot z_{P_{AE}}$$

$$\int_0^b \cancel{dga} \cdot z^2\, dz + \int_0^{b+c} \cancel{dga}\, b \cdot z \cdot dz = \cancel{dga} \left(\frac{b^2}{2} + bc\right) \cdot z_{P_{AE}}$$

$$\frac{b^3}{3} + b\,\frac{(b+c)^2 - b^2}{2} = \left(\frac{b^2}{2} + bc\right) \cdot z_{P_{AE}}$$

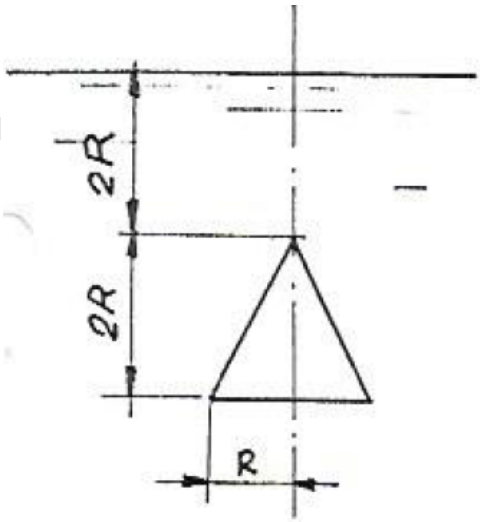
$$z_{P_{AE}} = \frac{2b^3 + 3bc^2 + 6b^2 c}{6} \cdot \frac{2}{b^2 + 2bc} = \frac{2b^2 + 3c^2 + 6bc}{3b + 6c}$$

(también se podría plantear como $F_{resultante\ AC} \cdot z_{P_{AC}} + F_{resultante\ CE} \cdot z_{P_{CE}} \cdot z_{P_{CE}} = F_{resultante\ AE} \cdot z_{P_{AE}}$)
En el caso de c=0, se convierte en la expresión para el tramo AC, y para b=0 se convierte en la expresión para el tramo CE.

enrique@fiquipedia.es Revisado 25 mayo 2016

FÍSICA

2º. Determinar el trabajo mínimo necesario para sacar fuera del líquido un cono macizo que está sumergido en él, según la figura.
El eje del cono permanece siempre vertical y el nivel del líquido constante.
Radio de la base del cono.....R
Altura del cono.....2R
Densidad del líquido.....d
Densidad del cono.....2d



Similar 2002 Castilla-La Mancha 1
Referencias:
http://ocw.upm.es/ingenieria-agroforestal/fisica/contenido/tema-4/cdg-cono.pdf

El trabajo mínimo a realizar para sacarlo fuera del líquido es el asociado a subir el cono una altura 2R, de forma que su base quede alineada con la superficie del líquido.
Se puede considerar que hay un trabajo asociado a desplazar el líquido para que ocupe el hueco que ocupaba inicialmente el cono, pero se indica que el nivel del líquido no varía, así que se asume que no lo hay, porque el líquido de los lados fluye horizontalmente y no hay información de viscosidad.
Asumimos que el valor de R es lo suficientemente pequeño para considerar g constante.
Lo podemos hacer con varios planteamientos:
A. Considerar el trabajo total como la suma de trabajos infinitesimales para subir cada diferencial de masa a la nueva posición.
Tomamos un diferencial de volumen como un disco de altura dz y radio r variable: $dV_{cono}=\pi r^2 dz$
El diferencial de masa de cono $dm=\rho_{cono}\cdot dV_{cono}=2d\pi r^2 dz$
Cada dm hay que subirlo una altura 4R
Relacionamos r con z. Tomamos z=0 en la base del cono.
Usando triángulos semejantes o viendo que el ángulo que forma la generatriz del cono con su eje es tal que su tangente es R/2R=0,5

$$\frac{R}{2R}=\frac{r}{2R-z}\Rightarrow 2r=2R-z\Rightarrow r=R-\frac{z}{2}$$

$$W=\int dW=\int_{abajo}^{superficie} dF_{dentro\,líquido}\,\Delta z+\int_{superficie}^{arriba} dF_{fuera\,líquido}\,\Delta z$$

El diferencial de fuerza dentro del líquido es el peso menos el empuje de ese diferencial
El diferencial de fuerza fuera del líquido es solamente el peso (no consideramos empuje de aire)
Como límite de integración tomamos dentro y fuera del líquido la altura del cilindro, de 0 a 2R, para tomar todos sus diferenciales, poniendo un valor de desplazamiento asociado a cada caso para considerar llegar a la superficie en el caso de esta dentro del líquido o llegar al punto correspondiente del cilindro en su posición fuera del líquido.
- Dentro del líquido: la altura subida por un diferencial en posición inicial z es 4R-z: para z=0 sube 4R dentro del líquido hasta la superficie, para z=2R sube 2R hasta la superficie (el resto sube fuera del líquido)
- Fuera del líquido: la altura subida respecto de la superficie del fluido por un diferencial en posición inicial z es z: para z=0 no sube nada fuera del líquido, para z=2R debe subir 2R.

$$W=\int_0^{2R}(2d\cdot\pi r^2 dz\, g-d\cdot\pi r^2 dz\, g)\cdot(4R-z)+\int_0^{2R}(2d\cdot\pi r^2 dz\, g)\cdot z$$

$$W=d\pi g\int_0^{2R}(R-\frac{z}{2})^2(4R-z)dz+d\pi g\int_0^{2R}(R-\frac{z}{2})^2 2z\,dz$$

$$W=d\pi g\int_0^{2R}(R-\frac{z}{2})^2(4R-z+2z)dz$$

$$W=d\pi g\left(\int_0^{2R}(R^2-Rz+\frac{z^2}{4})(4R+z)dz\right)$$

$$W=d\pi g\left(\int_0^{2R}(4R^3-4R^2z+\cancel{Rz^2}+R^2z-\cancel{Rz^2}+\frac{z^3}{4})dz\right)$$

$$W=d\pi g\left[4R^3z-4R^2\frac{z^2}{2}+R^2\frac{z^2}{2}+\frac{z^4}{16}\right]_0^{2R}$$

$$W=d\pi g\left(\cancel{8R^4-4R^2 2R^2}+R^2 4\frac{R^2}{2}+16\frac{R^4}{16}\right)$$

$$W=3\pi d\, g\, R^4$$

Validaciones:
Lógicas: el trabajo aumenta con d, g y R, siendo nulo si cualquiera de ellos es nulo.

Dimensionales: $[d\pi g 3R^4]=\frac{M}{L^3}\cdot\frac{L}{T^2}L^4=M\frac{L^2}{T^2}=[W]ok$

B. Considerar el trabajo como la variación de energía del cilindro entre ambas posiciones
Tenemos una energía potencial gravitatoria y otra energía potencial de empuje, para las que tenemos que calcular el centro de masas del cono. Por simetría sabemos que está en su eje, pero calculamos la altura. Podemos calcular que está a H/4 que en este caso es 2R/4=R/2, pero lo calculamos

$$z_{CM}=\int_0^{2R}\frac{z\,dm}{M}=\int_0^{2R}\frac{(z\,\cancel{2d\pi}\,r^2dz)}{\frac{1}{3}\cancel{\pi}R^2 2R\,\cancel{2d}}=\frac{3}{2R^3}\int_0^{2R}(R^2-Rz+\frac{z^2}{4})z\,dz$$

$$z_{CM}=\frac{3}{2R^3}\left[R^2\frac{z^2}{2}-R\frac{z^3}{3}+\frac{z^4}{16}\right]_0^{2R}=\frac{3}{2R^3}(R^2 4\frac{R^2}{2}-R8\frac{R^3}{3}+16\frac{R^4}{16})=\frac{3}{2}R(2-\frac{8}{3}+1)$$

$$z_{CM}=\frac{3}{2}R\frac{(6-8+3)}{3}=\frac{R}{2}$$

El trabajo a realizar será el asociado a trasladar el CM contra la gravedad una altura 4R, y el asociado a trasladar el CM contra el empuje una altura 4R-R/2

$$W=M_{cono}g4R-M_{líquido}g(4R-\frac{R}{2})=\frac{1}{3}\pi R^2 2R\,g(2d4R-d(4R-\frac{R}{2}))$$

$$W=\frac{2}{3}\pi d\,g\,R^3(8R-4R+\frac{R}{2})=\frac{2}{3}\pi d\,g\,R^3\frac{(8R+R)}{2}=3\pi d\,g\,R^4$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 28 mayo 2016
CC BY

FÍSICA
3º. Un recipiente muy grande lleno de nitrógeno, que se considera gas perfecto y que siempre está a la presión de 5 atm. pasa a través de una tobera a otro recinto donde la presión es de 4 atm. La temperatura del primer recinto es de 27 ºC. Calcular la velocidad a la entrada del segundo recipiente, suponiendo:
a) Régimen isotérmico
b) Régimen adiabático, calculando además la temperatura del segundo recinto.
Coeficiente adiabático = 1,4
El gas se supone perfecto y se desprecian los cambios de nivel.
La velocidad del gas en el primer recinto se supone nula.
Peso molecular = 28.

Resuelto por sleepylavoisier en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4233#p19996
Aporta como referencias
TERMODINAMICA BASICA Leccion 6 Sistemas abiertos, Pedro Vilarroig
https://www.youtube.com/watch?v=mDvQ3w320h0
Termotecnia básica para ingenieros químicos: procesos termodinámicos y máquinas
Portada, Antonio de Lucas Martínez, Univ de Castilla La Mancha, 2007
https://books.google.es/books?id=Gmcu8FhSuMsC

http://www.ugr.es/~esteban/earth/apuntesbasesfisicas/tr4.pdf

En general en problemas de termodinámica debemos comenzar dejando claro el convenio de signos usado: se utiliza el convenio IUPAC según el cual la primera ley es ΔU=Q+W, Q>0 y W>0 son aportados al sistema (no se utiliza el convenio Clausius según el cual es ΔU=Q-W)

Una tobera en general se considera un proceso adiabático, ya que el proceso es rápido y no hay tiempo para intercambio de calor.

Planteamiento general, para no poner las fórmulas directatamente: si aplicamos la conservación de energía en un sistema con flujo de masa $dU_{masacirculante}+dU_{sistema}=đW+đQ$
El sistema lo consideramos con volumen fijo (aunque varía presión), la masa circulante no, entra y sale de ese volumen fijo con un volumen, presión y velocidades distintas
Desglosamos los tipos de trabajo: energía potencial, cinética, presión y trabajo externo
Los asociados a masa circulante (son negativos porque si la masa negativa lo pierde el sistema lo gana)

$$dU=-mg\,dz-\frac{1}{2}m\,d(c^2)-p\,dV-V dp+đw_e+đq$$ Usamos c para velocidad, z para altura

Dividiendo por m, como ρ=m/V, y llamando v=volumen específico, v=V/m=1/ρ (usamos minúsculas para magnitudes intensivas / específicas)

$$du=-g\,dz-\frac{1}{2}d(c^2)-p\,dv-v\,dp+đw_e+đq$$

No podemos usar la expresión habitual de Bernouilli $p+\rho g z+\frac{1}{2}\rho c^2=cte$ *que es solamente un caso concreto de la anterior simplificado para el caso que el fluido sea incompresible (v=cte, ρ=cte), $du_m=0$, $dw_e=0$ y $dq=0$. Se llega a ella integrando y usando* $v=1/\rho$

$$gz+\frac{1}{2}c^2+vp=cte\Rightarrow \rho gz+\frac{1}{2}\rho c^2+p=cte$$ *Expresión Bernouilli válida solamente si ρ=cte*

En el caso de la tobera asumimos $dw_e=0$ y $dq=0$ (y dz=0 en este caso)

$$du=\frac{-1}{2}d(c^2)-pdv-v\,dp+\cancel{dq}$$

Al mismo tiempo para el sistema por definición $du=\cancel{dq}+\cancel{dw}=\cancel{dq}-pdv\Rightarrow\cancel{dq}=du+pdv$

Si combinamos con la anterior

$$\frac{1}{2}d(c^2)-vdp=0$$

$$\frac{1}{2}\Delta c^2=\int v\,dp$$

Expresión general para la tobera

a) Si el proceso es isotermo, tomamos $T_2=T_1=273+27=300$ K

Usamos R=8,314 J/K·mol (no es dato de enunciado) para obtener dato de velocidad en SI; las unidades de presión no las pasamos a pascales ya que se realiza una división y el cociente es adimensional

Relacionamos con la masa molar dato $v=\frac{V}{m}=\frac{V}{nM}=\frac{RT}{PM}$ y tomamos $c_1=0$

$$\frac{1}{2}(c_2^2-c_1^2)=\frac{RT}{M}\int_1^2\frac{dp}{P}$$

$$c_2=\sqrt{2\cdot 8{,}314\cdot\frac{300}{0{,}028}\ln\left(\frac{5}{4}\right)}=199{,}4\,m/s$$

Con 1 cifra significativa, la velocidad es 200 m/s

b) Si el proceso es adiabático

$$PV^\gamma=cte\Rightarrow P\left(\frac{nRT}{P}\right)^\gamma=cte\Rightarrow P^{1-\gamma}T^\gamma=cte$$

$$5^{(1-1{,}4)}\cdot(273+27)^{1{,}4}=4^{(1-1{,}4)}\cdot T_2^{1{,}4}\Rightarrow T_2=\left(\frac{5^{-0{,}4}\cdot 300^{1{,}4}}{4^{-0{,}4}}\right)^{\frac{1}{1{,}4}}=281\,K$$

Operamos con una variante de la expresión general de la tobera para llegar a una expresión en función de P (ver fórmula 2.26 en página 40 de https://books.google.es/books?id=Gmcu8FhSuMsC página 40) $\frac{1}{2}d(c^2)=\frac{dp}{\rho}$

Aplicamos relaciones de adiabáticas $PV^\gamma=P_0V_0^\gamma\Rightarrow P=P_0\frac{v_0^\gamma}{v^\gamma}=P_0\frac{\rho^\gamma}{\rho_0^\gamma}\Rightarrow dp=\frac{P_0}{\rho_0^\gamma}\gamma\rho^{\gamma-1}d\rho$

$$\frac{1}{2}d(c^2)=\frac{P_0}{\rho_0^\gamma}\gamma\rho^{\gamma-2}d\rho$$

$$\frac{1}{2}(c_2^2-c_1^2)=\frac{P_0}{\rho_0^\gamma}\frac{\gamma}{(\gamma-1)}\left(\rho^{\gamma-1}-\rho_0^{\gamma-1}\right)$$

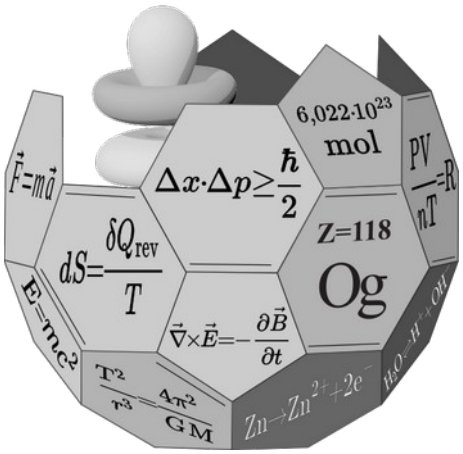
$$\frac{1}{2}c_2^2=\frac{P_0}{\rho_0}\frac{\gamma}{(\gamma-1)}\left(\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\gamma-1}-1\right)$$

Aplicando $\frac{P}{P_0}=\left(\frac{V_0}{V}\right)^\gamma=\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^\gamma\Rightarrow\frac{\rho}{\rho_0}=\left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$ y $\rho_0=\frac{1}{v_0}=\frac{P_0M}{RT}$

$$\frac{1}{2}c_2^2=\frac{P_0}{\rho_0}\frac{\gamma}{(\gamma-1)}\left(\left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right)=\frac{RT}{M}\frac{\gamma}{(\gamma-1)}\left(\left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right)$$

$$c_2=\sqrt{2\frac{RT}{M}\frac{\gamma}{(\gamma-1)}\left(\left(\frac{P}{P_0}\right)^{\gamma-1}-1\right)}=\sqrt{2\cdot 8{,}314\cdot\frac{281}{0{,}028}\frac{1{,}4}{0{,}4}\cdot\left(\left(\frac{5}{4}\right)^{\frac{0{,}4}{1{,}4}}-1\right)}=196\,m/s$$

Con 1 cifra significativa, la velocidad es 200 m/s



Problemas resueltos oposiciones Física y Química

Recopilación revisada 4 septiembre 2025

Termodinámica

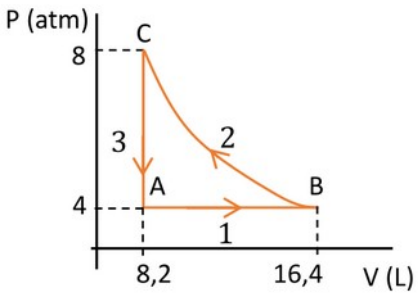
enrique@fiquipedia.es

CC BY SA

enrique@fiquipedia.es Revisado 17 julio 2025
CC BY SA

Ejercicio práctico
Han de resolverse los SEIS PROBLEMAS, cada uno de los cuales se calificará de 0 a 10 puntos. En caso de tener varios apartados, la calificación de cada uno de ellos será la que figure en el texto y de no figurar ninguna se entenderá el mismo valor para todos. La calificación del ejercicio será la correspondiente a la media de las puntuaciones obtenidas en cada uno de los problemas.
Se aplicarán los criterios de corrección generales y específicos de evaluación que ya han sido publicados

2. Tenemos 4 moles de un gas ideal (C_v = 3 cal/mol·K) que realiza el ciclo de la figura, donde el proceso BC es una compresión isoterma.
Calcular para cada etapa del ciclo, el trabajo, el calor y la variación de energía interna.
Datos: 1 atm = 101325 Pa; R = 8,314 J/mol.K = 1,987 cal/mol·K; 1 cal = 4,18 J



Ver Castilla y León 2002-3 (se recorre en otro sentido), Cataluña 2000-A2

En general en problemas de termodinámica debemos comenzar dejando claro el convenio de signos usado: se utiliza el convenio IUPAC según el cual la primera ley es ΔU=Q+W, Q>0 y W>0 son aportados al sistema (no se utiliza el convenio Clausius según el cual es ΔU=Q-W)

Utilizamos la ley de los gases ideales en los distintos puntos para 4 mol de gas para calcular la temperatura de cada estado:

$$T_A=\frac{P_A V_A}{n R}=\frac{4\cdot 8,2}{4\cdot 0,082}=100\,K \qquad T_B=\frac{P_B V_B}{n R}=\frac{4\cdot 16,4}{4\cdot 0,082}=200\,K$$

$T_C=T_B$=200 K (transformación B→ C es isoterma)
c_v=3·4,18=12,54 J/mol·K (se trata de gas monoatómico ya que en ese caso c_v=3/2R≈3 cal/mol·K)
$c_p=c_v+R$=12,54+8,31=20,85 J/mol·K
Calculamos trabajo, calor y variación de energía interna de cada proceso.
Para el **proceso A→ B** (isóbaro)
W=-P·ΔV=-4·101325·(16,4-8,2)·10^{-3}=-3,32 kJ (negativo el sistema se expande a presión constante, trabajo de expansión)
$Q=Q_p=\Delta H=nc_p\Delta T$=4·20,85·(200-100)=8,34 kJ
$\Delta U=Q_v=nc_v\Delta T$=4·12,54·(200-100)=5,02 kJ
El trabajo también se podría calcular como W=ΔU-Q=5,02-8,34=-3,32 kJ
Para el **proceso B→ C** (isotermo)
ΔU=0 (la energía interna es una función de estado, no varía si no varía la temperatura cuando se trata de un gas en el que no ha habido cambio de estado)
$W=-nRT\ln(V_f/V_i)$=-4·8,31·200·ln(8,2/16,4)=4,61 kJ (trabajo aportado, se comprime)
Q=-W=-4,61 kJ (calor desprendido, si se comprime a misma T, desprende calor)
Para el **proceso C→ A** (isocoro)
W=0 (no hay trabajo al ser el volumen constante)
$Q=Q_V=\Delta U=nc_V\Delta T$=4·12,54·(100-200)=-5,02 kJ (liberado, al disminuir presión a volumen constante)
Podemos comprobar que $\Delta U_{AB}+\Delta U_{BC}+\Delta U_{CA}$=5,02+0-5,02=0 al ser un ciclo.

enrique@fiquipedia.es Revisado 21. mayo 2025
CC BY SA

Cantabria 2024

Elija una opción completa de problemas, A o B (máximo 8 puntos).
- Elija una opción completa de ejercicios, C o D (máximo 2 puntos).
- No se pueden mezclar problemas ni ejercicios de diferentes opciones. En caso de hacerlo, se corregirá el que aparezca presentado en primer lugar.
EJERCICIOS: opción A
1) *Un mol de un gas ideal diatómico se encuentra a 300K ocupando un volumen de 3L. Se expansiona isotérmicamente hasta que su volumen es el doble y a continuación se le enfría isobáricamente hasta cierto estado. Un proceso adiabático final, devuelve al gas a su estado inicial.*
a) Determine el valor de las variables termodinámicas en los diferentes estados. (1 punto)
b) Determine el calor intercambiado y el trabajo realizado en cada proceso. (1 punto)

La unidad debe estar separada del valor numérico: debería ser 300 K y 3 L.
Real Decreto 2032/2009, de 30 de diciembre, por el que se establecen las unidades legales de medida.
Capítulo III. Reglas de escritura de los símbolos y nombres de las unidades, de expresión de los valores de las magnitudes y para la formación de los múltiplos y submúltiplos decimales de las unidades del SI
2.6. El valor numérico precede siempre a la unidad y siempre se deja un espacio entre el número y la unidad

Cataluña 1996

PROBLEMA X6 (Se desconoce el número). Un mol de gas diatómic es troba a 300 K i ocupa un volum de 3 litres. S'expandeix a temperatura constant fins a doblar el seu volum, es refreda a pressió constant fins un cert estat a partir del qual segueix un procès adiabàtic que el torna a la posició inicial.
Calcular:
a) El valor de P, V i T en els estats 2 i 3
b) L'intercanvi de Q i W en cada procès
c) El rendiment del cicle
d) La variació d'energia interna en recórrer el cicle

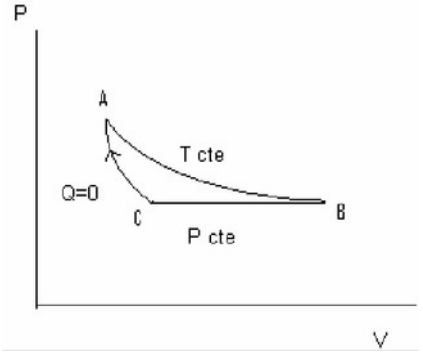
Un mol de gas diatómico se encuentra a 300 K y ocupa un volumen de 3 litros. Se expande a temperatura constante hasta doblar su volumen, se enfría a presión constante hasta cierto estado a partir del cual sigue un proceso adiabático que lo devuelve a la posición inicial.
Calcular:
a) El valor de P, V y T en los estados 2 y 3
b) El intercambio de Q y W en cada proceso
c) El rendimiento del ciclo
d) La variación de energía interna al recorrer el ciclo

Referencia: problema 17 https://www.ugr.es/~aulaff1/cont/cosas/resueltos/tema6.pdf

No se da como dato y usamos: $R=0,082\ atm \cdot L \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1} = 8,31\ J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$ (1 atm·L = 101,325 J)
$\gamma=7/5=1,4$, $c_v=5R/2$, $c_p=7R/2$ al ser un gas ideal diatómico

En general en problemas de termodinámica debemos comenzar dejando claro el convenio de signos usado: se utiliza el convenio IUPAC según el cual la primera ley es ΔU=Q+W, Q>0 y W>0 son aportados al sistema (no se utiliza el convenio Clausius según el cual es ΔU=Q-W)

a) El apartado a de Cantabria 2024 incluye el apartado a de Cataluña 1996, solo que los estados en Cantabria no tienen nombre y en Cataluña se nombran 1, 2 y 3.
Realizamos un diagrama y nombramos los estados como A, B y C.



Estado A:
- V_A=3 L
- $P_A=nRT_A/V_A$=1·0,082·300/3=8,2 atm
- T_A=300 K

Estado B:
- V_B=6 L
- $P_B=nRT_B/V_B$=1·0,082·300/6=4,1 atm
- T_B=300 K (al ser isotermo el proceso A→B)

Estado C:
- P_C=4,1 atm (al ser iscócoro el proceso B→C)
- Al ser adiabático el proceso CA $P_A \cdot V_A^{\gamma} = P_C \cdot V_C^{\gamma}$

$$8,2 \cdot 3^{1,4} = 4,1 \cdot V_C^{1,4} \Rightarrow V_C = \left(\frac{8,2}{4,1} \cdot 3^{1,4}\right)^{\frac{1}{1,4}} = 4,9\, L$$

- $T_C=P_CV_C/nR$=4,1·4,9/1·0,082=245 K

b) El apartado b de Cantabria 2024 es idéntico al apartado b de Cataluña 1996
Proceso A→ B, isotermo, T=cte → ΔU=0, Q=-W

$$W = -\int_A^B PdV = -\int_A^B \frac{nRT}{V} dV = -nRT \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) = -1 \cdot 0,082 \cdot 300 \cdot \ln\left(\frac{6}{3}\right) = -17\, atm{\cdot}L$$

W=-17·101,325=**-1,72·10^3 J** (negativo, realizado por el sistema)
Q=1,72·10^3 J (positivo: aportado al sistema)
Proceso B→ C, isóbaro, P=cte

$$W = -\int_B^C PdV = -P(V_C - V_B) = -4,1 \cdot (4,9 - 6) = 4,51\, atm{\cdot}L$$

W=4,51·101,325=**457 J** (positivo, realizado sobre el sistema)

$$\Delta U = n c_v \Delta T = 1 \cdot (5/2) \cdot 0,082 \cdot (245 - 300) = -11,275\, atm{\cdot}L$$

$$Q = \Delta U - W = -11,275 - 4,51 = -15,785\, atm{\cdot}L$$

Proceso C→ A, adiabático, Q=0, ΔU=W

$$\Delta U = n c_v \Delta T = 1 \cdot (5/2) \cdot 0,082 \cdot (300 - 245) = 11,275\, atm{\cdot}L$$

W=11,275·101,325=**1,14·10^3 J**
c) El rendimiento del ciclo solo se pide en Cataluña 1996
$W_{total}=W_{AB}+ W_{BC} + W_{CA}$=-1,72·10^3+457+1,14·10^3=-123 J
El calor aportado al sistema (desde el foco caliente) es el positivo del tramo AB, los otros son negativos cedidos (hacia el foco frío)

$$\eta = \frac{|W|}{Q_C} = \frac{123}{1,72 \cdot 10^3} = 0,072 = 7,2\%$$

d) La variación de energía interna al recorrer el ciclo solo se pide en Cataluña 1996
Para todo el ciclo ΔU=0 al ser una función de estado.
Podemos comprobar que ΔU_{total}=0-11,275+11,275=0

enrique@fiquipedia.es Revisado 9 febrero 2026
CC BY SA

CS-3.1 Enunciado de Prueba Año: 2021. Especialidad: FÍSICA Y QUÍMICA
Prueba 1A MODELO III. Acceso: 1 y 2

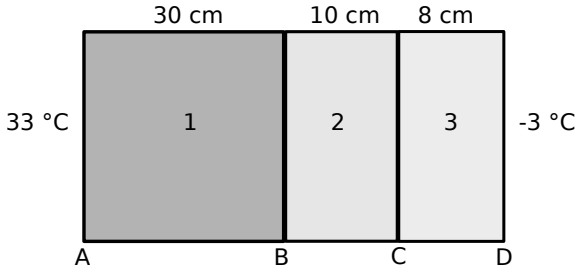
3 Un fluido a 33 ºC de temperatura, está separado de otro que se encuentra a su derecha de -3 ºC de temperatura. El muro de separación es una pared múltiple de 132 cm^2 de superficie cuyas capas, de izquierda a derecha, tienen los siguientes espesores: 30 cm, 10 cm y 8 cm. Sus coeficientes de conductividad térmica son en cada caso:
0,5 $kcal \cdot m^{-1} \cdot h^{-1} \cdot K^{-1}$; 0,2 $kcal \cdot m^{-1} \cdot h^{-1} \cdot K^{-1}$; 0,08 $kcal \cdot m^{-1} \cdot h^{-1} \cdot K^{-1}$.
Calcule el coeficiente de conductividad total y la cantidad de calor que pasa a través de la pared en 1 hora

Ver Cataluña 1995 Problema2-1.

En general en problemas de termodinámica debemos comenzar dejando claro el convenio de signos usado: se utiliza el convenio IUPAC según el cual la primera ley es ΔU=Q+W, Q>0 y W>0 son aportados al sistema (no se utiliza el convenio Clausius según el cual es ΔU=Q-W)

a) Utilizamos la ley de Fourier $\frac{dQ}{dt} = K S \frac{\partial T}{\partial x}$

Planteamos la conservación de energía como flujo en este caso , igualamos la cantidad de calor por unidad de tiempo que se aporta desde la izquierda con la cantidad de calor por unidad de tiempo que recibe la segunda capa y con la que recibe la tercera.



Asumimos dQ/dt por unidad de superficie es constante y lo llamamos Φ (flujo de calor estacionario por unidad de superficie)

$$\Phi = \frac{1}{S}\frac{dQ}{dt} = K_1 \cdot \frac{|\Delta T_{AB}|}{L_{AB}} = K_2 \cdot \frac{|\Delta T_{BC}|}{L_{BC}} = K_3 \cdot \frac{|\Delta T_{CD}|}{L_{CD}}$$

$$|\Delta T_{AB}| + |\Delta T_{BC}| + |\Delta T_{CD}| = 36$$

Despejamos de la primera expresión para expresar las temperaturas en función de T_{AB}

$$|\Delta T_{BC}| = \frac{K_1}{K_2}|\Delta T_{AB}|\frac{L_{BC}}{L_{AB}}$$

$$|\Delta T_{CD}| = \frac{K_1}{K_3}|\Delta T_{AB}|\frac{L_{CD}}{L_{AB}}$$

Sustituyendo

$$|\Delta T_{AB}| + \frac{K_1}{K_2}|\Delta T_{AB}|\frac{L_{BC}}{L_{AB}} + \frac{K_1}{K_3}|\Delta T_{AB}|\frac{L_{CD}}{L_{AB}} = 36$$

$$|\Delta T_{AB}|\left(1 + \frac{K_1}{K_2}\cdot\frac{L_{BC}}{L_{AB}} + \frac{K_1}{K_3}\cdot\frac{L_{CD}}{L_{AB}}\right) = 36$$

Numéricamente

$$|\Delta T_{AB}| = \frac{36}{1+\frac{0,5}{0,2}\cdot\frac{0,1}{0,3}+\frac{0,5}{0,08}\cdot\frac{0,08}{0,3}} = 10,286\,ºC$$

$$|\Delta T_{BC}| = 10,286\cdot\frac{0,5}{0,2}\cdot\frac{0,1}{0,3} = 8,572\,ºC$$

$$|\Delta T_{CD}| = 10,286\cdot\frac{0,5}{0,08}\cdot\frac{0,08}{0,3} = 17,14\,ºC$$

$$\Phi = 0,5\cdot\frac{10,286}{0,3} = 17,14\,kcal\cdot h^{-1}\cdot m^{-2}$$

Se pide el coeficiente de conductividad total, calculamos el promedio

$$\Phi = K_{total}\frac{\Delta T_{total}}{\Delta x_{total}} \Rightarrow K_{total} = \frac{\Phi\cdot\Delta x_{total}}{\Delta T_{total}} = \frac{17,14\cdot(0,3+0,1+0,08)}{36} = 0,2285\,kcal\cdot h^{-1}\cdot m^{-2}$$

Se pide la cantidad de calor que pasa a través de la pared en 1 hora

132 cm² = 132·10^{-4} m²

$$\Phi = \frac{1}{S}\frac{dQ}{dt} \Rightarrow Q = \Phi\cdot S\cdot t = 17,14\cdot 132\cdot 10^{-4}\cdot 1 = 0,2262\,kcal$$

Otro planteamiento: para la asociación de medios utilizamos el concepto de "Resistencia térmica"

$R = \frac{\Delta T}{\Phi} = \frac{\Delta x}{K\,S}$ *con lo que la ley de Fourier se puede expresar como* $\Phi = \frac{\Delta T}{R}$ *que permite combinar resistencias utilizando analogía con la ley de Ohm.*

La resistencia asociada a cada medio es

$$R_1 = \frac{0,3-0}{0,5\cdot 132\cdot 10^{-4}} = 45,45\,\frac{ºC\cdot h}{kcal}$$

$$R_2 = \frac{0,1-0}{0,2\cdot 132\cdot 10^{-4}} = 37,88\,\frac{ºC\cdot h}{kcal}$$

$$R_3 = \frac{0,08-0}{0,08\cdot 132\cdot 10^{-4}} = 75,76\,\frac{ºC\cdot h}{kcal}$$

Combinamos las resistencias en serie

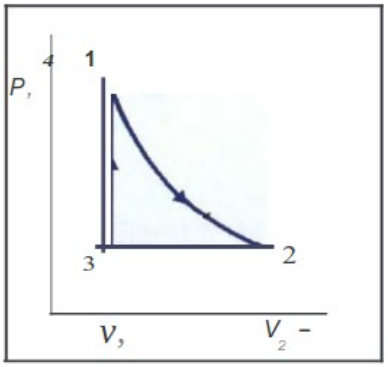
$$R_{equivalente} = R_1+R_2+R_3 = 45,45+37,88+75,76 = 159,09\,\frac{ºC\cdot h}{kcal}$$

El coeficiente de conductividad total, sin utilizar superficie tal y como se hacen en los datos del enunciado sería $K = \frac{\Delta x}{R_{equivalente}\,S} = \frac{0,3+0,1+0,08}{159,09\cdot 132\cdot 10^{-4}} = 0,2286\,kcal\cdot h^{-1}\cdot m^{-2}$

El flujo total $\Phi_{total} = \frac{\Delta T}{R_{equivalente}} = \frac{36}{159,09} = 0,2263\,kcal\cdot h^{-1}$

Despejando el calor $Q = \Phi_{total}\cdot t = 0,2263\cdot 1 = 0,2263\,kcal$

PRIMERA PRUEBA: PARTE A (PARTE PRÁCTICA)
Elija tres problemas de los seis propuestos.
5. 20 g de hidrógeno, inicialmente a la presión de 1 atmósfera y 27 ºC de temperatura, sufren una transformación indicada por el ciclo de la figura.
Calcule: El trabajo, el calor, la variación de energía interna y la variación de entropía en cada una de las transformaciones parciales.
Datos:
$P_1 = 2P_2$
$T_1 = T_2$
$c_p = 7$ cal K^{-1} mol^{-1}
$c_v = 5$ cal K^{-1} mol^{-1}
Masa atómica H = 1 u.



Ver Castilla y León 2002-3
Enunciado original tiene erratas parece que asociadas a OCR, y diagrama tiene puntos 1, 2 y 3 equivalentes a lo que en Castilla y León 2002-3 son 2, 3 y 1

En general en problemas de termodinámica debemos comenzar dejando claro el convenio de signos usado: se utiliza el convenio IUPAC según el cual la primera ley es ΔU=Q+W, Q>0 y W>0 son aportados al sistema (no se utiliza el convenio Clausius según el cual es ΔU=Q-W)

R no es dato explícitamente, pero se indica que es hidrógeno que es diatómico y se sabe que para diatómico $c_p=7/2R$, luego $R=2$ cal·mol^{-1}·K^{-1}.
Como 1 cal = 4,18 J, $R=8,32$ J·mol^{-1}·K^{-1}.
Como J =Pa·m^3, 1 atm =101325 Pa y 1 $m^3=10^3$ L
$R=8,32·1000/(101325)=0,082$ atm·L·mol^{-1}·K^{-1}.

Calculamos valores de P, V y T en los tres puntos:
1: $T_1=273+27=300$ K
$P_1=1$ atm
Masa molar H_2 es 2 g/mol H_2, y 20 g suponen 10 mol de gas.
Usando la ecuación de los gases ideales en punto 1
$V_1=nRT_1/P_1=10·0,082·300/1=246$ L
2: $T_2=T_1=300$ K
$P_2=½P_1=0,5$ atm
$V_2=nRT_2/P_2=10·0,082·300/0,5=492$ L
(el volumen se duplica si la presión se reduce a la mitad a temperatura constante)
3: $P_3=P_2=0,5$ atm
$V_3=V_1=246$ L
$T_3=P_3V_3/nR=0,5·246/10·0,082=150$ K

Llamamos A a la rama que va de 1 a 2; proceso isotermo
Llamamos B a la rama que va de 2 a 3; proceso isobáro
Llamamos C a la rama que va 3 a 1; proceso isócoro

Para el **proceso A** (isotermo)

ΔU=0 (la energía interna es una función de estado, no varía si no varía la temperatura cuando se trata de un gas en el que no ha habido cambio de estado)

W=-nRTln(V_2/V_1)=-10·8,31·300·ln(2)=**-17280 J** (trabajo liberado, se expande)

Q=-W= **17280 J** (calor aportado, si se expande a misma T)

ΔH=0 (entalpía es también una función de estado)

ΔS=Q/T=17280/300=**57,6 J/K** (positiva, aumenta al expandirse a T cte y aumentar V)

Para el **proceso B** (isóbaro)

W=-PΔV=-0,5·(246-492)=123 atm·L ;

W= 123·101,325 = **12463 J** (positivo, trabajo aportado, se comprime)

Q=ΔH=Q_p=$nc_p\Delta T$=10·7·4,18·(150-300)=**-43890 J**

ΔU=Q_v=$nc_v\Delta T$=10·5·4,18·(150-300)=**-31350 J**

El trabajo también se podría calcular como W=ΔU-Q=-31350-(-43890)=12540 J

$$\Delta S=\int \frac{\delta Q}{T};\delta Q=nc_P dT;\Delta S=nc_P\int \frac{dT}{T}=nc_p\ln(\frac{T_3}{T_2})=10\cdot 7\cdot 4,18\cdot\ln(\frac{150}{300})=-202,8\,J/K$$

Para el **proceso C** (isócoro)

W=0 (no hay trabajo al ser el volumen constante)

Q=Q_V=**ΔU**=$nc_V\Delta T$=10·5·4,18·(300-150)=**31350 J**(absorbido, al aumentar P a V constante)

ΔH=$nc_P\Delta T$=10·7·4,18·(300-150)=**43890 J**

$$\Delta S=\int \frac{\delta Q}{T};\delta Q=nc_v dT;\Delta S=nc_v\int \frac{dT}{T}=nc_v\ln(\frac{T_1}{T_3})=10\cdot 5\cdot 4,18\cdot\ln(\frac{300}{150})=144,9\,J/K$$

ΔS=144,9 J/K Variación de entropía positiva, el sistema aumenta de temperatura a V cte.

Comprobamos que en el ciclo la variación de todas las funciones de estado es nula

$\Delta U_A+\Delta U_B+\Delta U_C$=0-31350+31350=0

$\Delta H_A+\Delta H_B+\Delta H_C$=0-43890+43890=0

$S_A+S_B+S_C$=57,6-202,8+144,9≈0 (salvo redondeos)

CC BY SA

Deberá responder a las cuestiones de un máximo de tres ejercicios de entre los seis propuestos. Cada ejercicio se califica sobre 10 según la ponderación indicada en cada apartado. La calificación total de la prueba será la que resulte de dividir la puntuación total obtenida entre tres.

2. Un mol de un gas perfecto, cuyo calor molar a volumen constante es $C_v=\frac{5R}{2}$, describe un ciclo de Carnot cuyo rendimiento es 0,5. Sabiendo que la expansión adiabática realiza un trabajo de 8,314 kJ y que en la expansión isotérmica su presión pasa de 10,00 a 5,00 atm, calcule:
a. Las temperaturas de los focos. (2,5 puntos)
b. El valor de las variables termodinámicas (P,V y T) para cada estado. (2,5 puntos)
c. Los calores y trabajos intercambiados en cada proceso, así como la variación de energía interna y la variación de entropía en cada uno de ellos. (5,0 puntos)
Datos: $R=0{,}082\frac{atm\cdot L}{mol\cdot K}=8{,}314\frac{J}{mol\cdot K}$

Operamos con más precisión pero expresamos resultados finales con 4 cifras significativas; W tiene 4 y otros datos tienen menos: asumimos 1,000 mol, 5,000 atm, y rendimiento 0,5000. 5/2 es un valor exacto.
R=8,314 J/mol·K tiene cuatro cifras significativas, pero R=0,082 atm·L/mol·K tiene dos. Podríamos intentar usar la relación entre atm·L y Pa usando la relación 1 atm = 101325 Pa para expresar con 4 cifras, pero como es dato asumimos y usamos R=0,08200 atm·L/mol·K

Asumimos ciclo de Carnot en sentido habitual: primero expansión isotérmica y luego adiabática (si se indicase explícitamente que se recorre en sentido opuesto sería distinto), por lo que es similar a problemas como 1999-Cataluña-1-3

Referencias
http://www.fiquipedia.es/home/recursos/recursos-para-oposiciones/1999-Catalu%C3%B1a-Problema1-3.pdf?attredirects=0

En general en problemas de termodinámica debemos comenzar dejando claro el convenio de signos usado: se utiliza el convenio IUPAC según el cual la primera ley es ΔU=Q+W, Q>0 y W>0 son aportados al sistema (no se utiliza el convenio Clausius según el cual es ΔU=Q-W)

a) El rendimiento en un ciclo de Carnot nos da la relación entre las temperaturas de los focos. Llamamos $T_{caliente}$ al foco caliente y $T_{frío}$ al foco frío, $T_{caliente}>T_{frío}$.

$$\eta=1-\frac{T_{frío}}{T_{caliente}}\Rightarrow 0{,}5=1-\frac{T_{frío}}{T_{caliente}}\Rightarrow T_{frío}=0{,}5\,T_{caliente}$$

En el tramo adiabático asociado a la expansión, Q=0, ΔU=W, se enfría, el trabajo y la variación de energía interna en una expansión es negativo. Enunciado indica trabajo en valor absoluto.

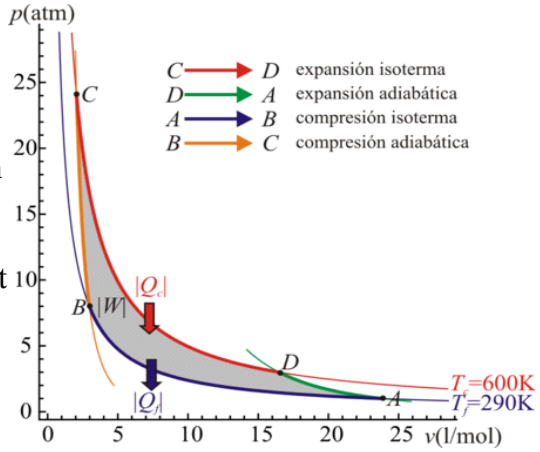
$$W=\Delta U=n c_v \Delta T\Rightarrow -8314=1\cdot 2{,}5\cdot 8{,}314\left(T_{frío}-T_{caliente}\right)$$
$$T_{caliente}-T_{frío}=400{,}0\,K$$

Combinando ambas expresiones

$$T_{caliente}-0{,}5\,T_{caliente}=400{,}0$$
$$T_{caliente}=800{,}0\,K\Rightarrow T_{frío}=400{,}0\,K$$

Resultados finales con cuatro cifras significativas
$T_{caliente}$ =800,0 K
$T_{frío}$=400,0 K

b) Se incluye un diagrama de referencia (con otros valores de P, V y T). Recorremos el ciclo de Carnot en el sentido de agujas del reloj, usamos mismo nombre para los puntos, y a las etapas/tramos los llamamos 1, 2, 3 y 4
En los puntos B y A la temperatura es la del foco frío, y en los puntos C y D la temperatura es la del foco caliente.
Enunciado indica "en la expansión isotérmica su presión pasa de 10,00 a 5,00 atm", y recorriendo el ciclo de Carnot en el sentido de las agujas del reloj está asociada a tramo CD del diagrama, e implica que conocemos las presiones de C y D, por lo que podemos calcular los volúmenes usando la ley de los gases ideales usando $T_C=T_D=800$ K



Ciclo de Carnot, Universidad de Sevilla

$$V_C=\frac{nRT_C}{P_C}=\frac{1\cdot 0{,}082\cdot 800}{10}=6{,}56\,L$$

En la expansión isoterma la presión se reduce a la mitad, lo que implica que el volumen se duplica, $V_D=13{,}12$ L, o también

$$V_D=\frac{nRT_D}{P_D}=\frac{1\cdot 0{,}082\cdot 800}{5}=13{,}12\,L$$

En los tramos adiabáticos $TV^{\gamma-1}=cte$
Podemos ver que el dato de c_v está asociado al caso de un gas ideal diatómico y que el coeficiente adiabático en ese caso es $\gamma=7/5$, pero lo calculamos usando la relación de Mayer,

$$c_p=c_v+R\Rightarrow\gamma=\frac{c_p}{c_v}=\frac{\frac{5}{2}R+R}{\frac{5}{2}R}=\frac{7}{5}=1{,}4$$

Para la expansión adiabática de D a A

$$T_DV_D^{\gamma-1}=T_AV_A^{\gamma-1}\Rightarrow V_A=V_D\left(\frac{T_D}{T_A}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}=13{,}12\cdot\left(\frac{800}{400}\right)^{\frac{1}{1{,}4-1}}=74{,}21793\,L$$

Para la compresión adiabática de B a C

$$T_CV_C^{\gamma-1}=T_BV_B^{\gamma-1}\Rightarrow V_B=V_C\left(\frac{T_C}{T_B}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}=6{,}56\cdot\left(\frac{800}{400}\right)^{\frac{1}{1{,}4-1}}=37{,}10896\,L$$

También podíamos haber aplicado que en un ciclo de Carnot se cumple $V_D/V_A=V_C/V_B$.
Utilizando la ecuación de los gases ideales para los puntos A y B

$$P_A=\frac{nRT_A}{V_A}=\frac{1\cdot 0{,}082\cdot 400}{74{,}21793}=0{,}44194\,atm$$

$$P_B=\frac{nRT_B}{V_B}=\frac{1\cdot 0{,}082\cdot 400}{37{,}10896}=0{,}88388\,atm$$

Resultados finales con 4 cifras significativas

Estado	Temperatura (K)	Presión (atm)	Volumen (L)
C	**800,0**	**10,00**	**6,560**
B	**400,0**	**0,8839**	**37,11**
A	**400,0**	**0,4419**	**74,22**
D	**800,0**	**5,000**	**13,12**

(Algunos valores finales no cumplen exactamente la relación 1 a 2 por el redondeo)
c) Asumimos que el ciclo se recorre en el sentido de las agujas del reloj que es lo habitual.

Tramo 1 (C → D): expansión isotérmica *(tramo con presiones dato en enunciado)*

ΔU=0

W=-nRTln(V_f/V_i)=-1·8,314·800·ln(13,12/6,56)≈**-4610 J** (negativo, W liberado, se expande)

Q=-W=**4610 J** (calor aportado, si se expande a misma T, hay que aportar calor)

ΔS=Q/T=4610/800=**5,7625 J/K**

Tramo 2 (D → A): expansión adiabática

Q=0 → ΔU=W

ΔU=$nc_V\Delta T$=1·(5/2)·8,314·(400-800)≈**-8315 J** *(es dato del enunciado)*

ΔS=0 al ser Q=0

Tramo 3 (A → B): compresión isotérmica

W=-nRTln(V_f/V_i)=-1·8,314·400·ln(37,11/74,22)≈**2305 J** (positivo, W aportado al sistema, se comprime)

ΔU=0 → Q=-W=**-2305 J** (calor cedido, si se comprime a misma T, cede calor)

ΔS=Q/T=-2305/400=**-5,7625 J/K**

Tramo 1 (B → C): compresión adiabática

Q=0 → ΔU=W

ΔU=$nc_V\Delta T$=1·(5/2)·8,314·(800-400)≈**8315 J** *(positivo, W aportado al sistema, se comprime)*

ΔS=0 al ser Q=0

Resultados finales con 4 cifras significativas

Tramo	W (J)	Q (J)	ΔU (J)	ΔS (J/K)
1 (C → D) expansión isotérmica	**-4610**	**4610**	**0**	**5,763**
2 (D → A) expansión adiabática	**-8315**	**0**	**-8315**	**0**
3 (A → B) compresión isotérmica	**2305**	**-2305**	**0**	**-5,763**
4 (B→ C) compresión adiabática	**8315**	**0**	**8315**	**0**
Ciclo	**-2305**	**2305**	**0**	**0**

enrique@fiquipedia.es Revisado 7 mayo 2016
CC BY

El examen eran dos modelos A y B a elegir uno de los dos, cada uno con 6 preguntas, y el tiempo de realización 3 horas.

FÍSICA Y QUÍMICA. MODELO A

5.- Un recipiente cilíndrico cerrado, de paredes impermeables al calor, está dividido en dos partes iguales por un émbolo sin rozamiento, también impermeable al calor. En cada compartimento hay un gas ideal, diatómico e inicialmente ambos están a T=27 ºC y P=71 cm de Hg. El volumen total del cilindro es 10 litros.
El compartimento de la izquierda lleva un sistema de calefacción que permite calentar el gas que hay él; se acciona este sistema y se triplica la presión. Calcular:
a) La temperatura y volumen final de cada compartimento.
b) La cantidad de calor absorbida por el gas de la izquierda.
c) El incremento de entropía del conjunto.
Datos: R=0,082 atm·L·mol^{-1}·K^{-1}; γ=1,4
(2 puntos)

Este enunciado es muy similar y a veces casi idéntico a otros problemas:

- **Idéntico a problema oposiciones Castilla-La Mancha 2006 -Problema 3**
- Similar a oposiciones Castilla y León 2006 Física 4
- Problema 17 de termodinámica de la web de Julián Moreno Mestre http://juliweb.es/ en el fichero http://juliweb.es/termodinamica/capitulo3.pdf
- Universidad de Valladolid, Departamento de Física de la Materia Condensada Cristalografía y Mineralogía, problema 2 de la lista de 5 problemas http://www4.uva.es/goya/Intranet/Pages/SelProbClave.asp?p_Clave=383&p_asignatura=3&p_cuestion=0&B1=Consultar que se obtiene consultando problemas relacionados con entropía http://www4.uva.es/goya/Intranet/Pages/SelAccClave.asp?p_asignatura=3 y cuya resolución está disponible en http://www4.uva.es/goya/Intranet/Pages/Problema.asp?p_Problema=601&p_Clave=383&p_cuestion=0&p_asignatura=3&padre=L y en http://www4.uva.es/goya/Intranet/Pages/Resolucion.asp?p_Problema=601
- Problema 17 de Problemas de Física, Primer Curso, Titulación: Grado en Ingeniería Civil, Departamento de Física Aplicada, Universidad Politécnica de Cataluña http://www.fa.upc.edu/websfa/fluids/camins/pdf/prob_fisica.pdf

En general en problemas de termodinámica debemos comenzar dejando claro el convenio de signos usado: se utiliza el convenio IUPAC según el cual la primera ley es ΔU=Q+W, Q>0 y W>0 son aportados al sistema (no se utiliza el convenio Clausius según el cual es ΔU=Q-W)

Al calentar el lado izquierdo, y ser las paredes impermeables al calor y el volumen total fijo, el lado derecho se comprime: el proceso en la derecha es una compresión adiabática, y se rige por las ecuaciones de las adiabáticas

$$PV^{\gamma}=cte$$

Para usar la expresión se necesita el valor del coeficiente adiabático: si el gas es ideal diatómico, γ=7/5=1,4 que es el valor que se da en el enunciado (en algunas variantes del enunciado no se da ese dato o se indica otro valor)

Necesitamos el valor de la presión en el lado derecho: si se triplica la presión en el recipiente de la izquierda y es en un recipiente que tiene un volumen global de 10 L y que está dividido por un émbolo sin rozamiento, la presión se triplica en ambos lados.
Usamos subíndice 0 para situación inicial igual en ambos lados, 1 para lado izquierdo y 2 para lado

derecho.

$$P_0 V_0^{\gamma} = P_2 V_2^{\gamma} \Rightarrow V_2 = V_0 \left(\frac{P_0}{P_2}\right)^{\frac{1}{\gamma}} = 5 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{5}{7}} = 2{,}28\, L$$

V_1=10-2,28=7,72 L
Para calcular la temperatura usamos la ley de los gases ideales: el número de moles no ha cambiado.

Como son gases ideales, calculamos el número de moles totales inicialmente:
n=PV/RT=(71/76)·10/0,082·(273+27)=0,38 mol gas total.
Como se indica "compartimentos iguales", cada uno tiene inicialmente 5 L volumen y 0,19 mol de gas.

$T_1=P_1V_1/nR$=3(71/76)·7,72/(0,19·0,082)=1388,7 K
$T_2=P_2V_2/nR$=3(71/76)·2,28/(0,19·0,082)=410,1 K

b) El proceso de la izquierda no tiene un nombre claro (varía V, varía T, varía P), no es adiabático porque aunque tenga paredes impermeables al calor se aporta calor con el sistema de calefacción, y en conjunto (el V global es constante) el proceso es isócoro y el W=0, ya que el trabajo de uno compensa al otro.
En el proceso global, al ser el trabajo total nulo por ser volumen constante Q=ΔU
$Q=\Delta U=\Delta U_1+\Delta U_2$
Necesitamos saber c_v, pero como ya sabemos γ=7/5, podemos deducir c_p y c_v, ya que $\gamma=c_p/c_v$ y $c_p=c_v+R$

$$c_v = c_p - R = \gamma\, c_v - R \Rightarrow c_v = \frac{R}{\gamma - 1}$$

(De manera aproximada: R≈2 cal/mol K, luego Cp≈7 cal/mol K y Cv≈5 cal/mol K)
De manera exacta usando dato del enunciado

$$R = 0{,}082 \frac{\cancel{atm}\cdot \cancel{L}}{mol \cdot K} \cdot \frac{101325\, Pa}{1\, \cancel{atm}} \cdot \frac{1\, m^3}{1\, \cancel{L}} = 8{,}31 \frac{J}{mol \cdot K} \Rightarrow R = 8{,}31 \frac{\cancel{J}}{mol \cdot K} \cdot \frac{1\, cal}{4{,}18\, \cancel{J}} = 1{,}987 \frac{cal}{mol \cdot K}$$

$$c_v = 0{,}205 \frac{atm \cdot L}{mol \cdot K} = 20{,}77 \frac{J}{mol \cdot K} = 4{,}97 \frac{cal}{mol \cdot K}$$ *(se ve error respecto de haber asumido valor 5)*

ΔU_1=(asumiendo gas ideal)=$nc_v\Delta T_1$=0,19·20,77·(1388,7-300)=4296 J
ΔU_2=(asumiendo gas ideal)=$nc_v\Delta T_2$=0,19·20,77·(410,1-300)=435 J
$Q=\Delta U_{total}$=4296 +435 =4730 J
c) $\Delta S=\Delta S_1+\Delta S_2$
En el lado derecho la variación de entropía es cero, ya que es adiabático.
En el lado izquierdo podemos plantear la fórmula directamente

$$d\Delta S = \frac{d\,Q_{rev}}{T} = \frac{dU + pdV}{T} = (gas\ ideal) = \frac{n\,c_v\,dT + pdV}{T}$$

Y también lo podemos plantear cualitativamente como la suma de dos etapas (la entropía es una función de estado: ideando los procesos (vistos como camino para llegar de un estado a otro), mientras punto inicial y final sean iguales, el planteamiento es válido):
1º Se calienta a V constante: isócoro ($dQ=nc_vdT$)
2º A esa T constante se expande: isotermo (dQ=pdV, ya que ΔU=0, Q=-W=PΔV)
Desarrollamos e integramos ambos términos

$$d\Delta S = n\,c_v \frac{dT}{T} + \frac{nR}{V} dV \Rightarrow \int d\Delta S = n\,c_v \int_{T_0}^{T_1} \frac{dT}{T} + nR \int_{V_0}^{V_1} \frac{dV}{V}$$

$$\Delta S = n\,c_v \ln\left(\frac{T_1}{T_0}\right) + nR \ln\left(\frac{V_1}{V_0}\right) = 0{,}19 \cdot 20{,}77 \cdot \ln\left(\frac{1388{,}7}{300}\right) + 0{,}19 \cdot 8{,}31 \cdot \ln\left(\frac{7{,}72}{5}\right) = 6{,}73\, J/K$$

(Enunciado aproximado, no se tiene el original)

4. Un gas sufre una expasión adiabática con V = 2 L, T = 320 K y P = 2 atm. La temperatura es ¼ T inicial.

Hallar P, V finales. Gráfica...

Hallar el W, ΔS, ΔV del proceso

Datos: $c_v = 5$, $c_p = 7$

Resuelto por sleepylavoisier en http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=3596#p16355

Comentarios:

Se puede asumir que es c_v y c_p están expresadas en $cal \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$, lo que cuadra con un gas diatómico ideal ($c_v=(5/2)R$ y $c_p=(7/2)R$, siendo $R \approx 2\ cal \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$), aunque realmente basta con saber que están en las mismas unidades y que $\gamma=c_p/c_v=7/5=1,4$

Como no se conoce qué gráfica se pide, se hacen gráficas P vs V, P vs T y V vs T.

En general en problemas de termodinámica debemos comenzar dejando claro el convenio de signos usado: se utiliza el convenio IUPAC según el cual la primera ley es ΔU=Q+W, Q>0 y W>0 son aportados al sistema (no se utiliza el convenio Clausius según el cual es ΔU=Q-W)

Utilizando las ecuaciones de adiabáticas, llamamos 1 al punto inicial y 2 al final.

$$T_1 \cdot V_1^{\gamma-1} = T_2 \cdot V_2^{\gamma-1} \qquad P_1 \cdot V_1^{\gamma} = P_2 \cdot V_2^{\gamma}$$

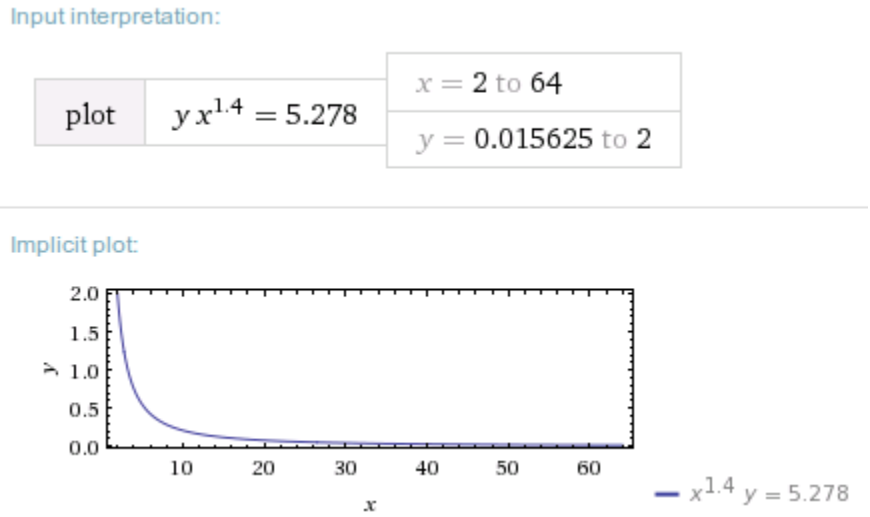
$$\cancel{320} \cdot 2^{0,4} = \frac{\cancel{320}}{4} \cdot V_2^{0,4} \qquad 2 \cdot 2^{1,4} = P_2 \cdot 64^{1,4}$$

$$V_2 = \left(4 \cdot 2^{0,4}\right)^{\left(\frac{1}{0,4}\right)} = 4^{\left(\frac{1}{0,4}\right)} \cdot 2 = 64\,L \qquad P_2 = \frac{\left(2 \cdot 2^{1,4}\right)}{64^{1,4}} = 1{,}5625 \cdot 10^{-2}\,atm$$

Representamos:

- P (atm) vs V (L) : usamos la relación $PV^{\gamma}=cte$, $PV^{1,4}=2 \cdot 2^{1,4}=5{,}278$

http://www.wolframalpha.com/input/?i=plot+yx^(1.4)%3D5.278+from+x%3D2+to+x%3D64+from+y%3D0.015625+to+y%3D2



P (atm) vs T (K) : Buscamos una relación

$$T_1 \cdot V_1^{\gamma-1} = T_2 \cdot V_2^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \Rightarrow \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow P T^{\frac{-\gamma}{\gamma-1}} = cte$$

$$P_1 \cdot V_1^{\gamma} = P_2 \cdot V_2^{\gamma} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

$$2 \cdot 320^{\frac{-1,4}{0,4}} = 3{,}41 \cdot 10^{-9}$$

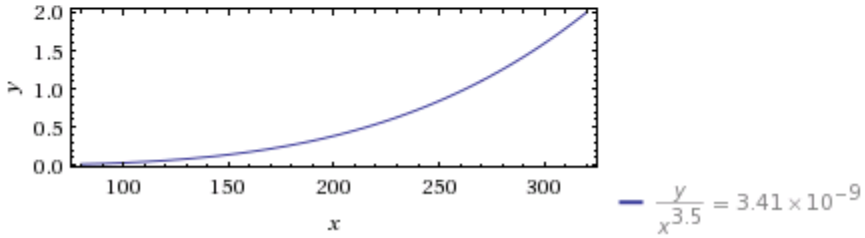
http://www.wolframalpha.com/input/?i=plot+yx^%28-1.4%2F0.4%29%3D3.41e-9+from+x

%3D80+to+x%3D320++from+y%3D0.015625+to+y%3D2

Input interpretation:

plot	$y\,x^{-1.4/0.4} = 3.41\times10^{-9}$	$x = 80$ to 320
		$y = 0.015625$ to 2

Implicit plot:

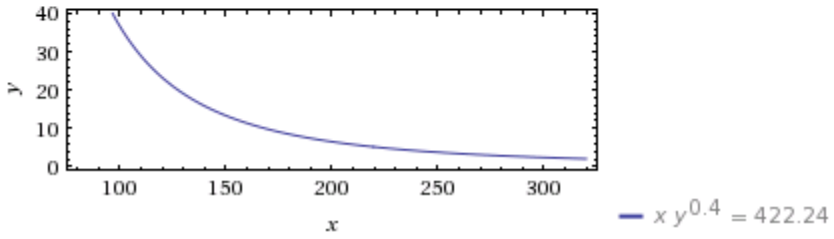


V (L) vs T (K) : Usamos la relación $TV^{\gamma-1}$=cte;$V^{0,4}\cdot T=2^{0,4}\cdot 320=422,24$
Ampliamos el eje vertical para que la representación sea visible
http://www.wolframalpha.com/input/?i=plot+y^(0.4)x%3D422.24+from+x%3D80+to+x%3D320+from+y%3D0.015625+to+y%3D40

Input interpretation:

plot	$y^{0.4}\,x = 422.24$	$x = 80$ to 320
		$y = 0.015625$ to 40

Implicit plot:



ΔV=64-2 = 2L
Al ser adiabático Q=0, W=ΔU=n·c_v·ΔT

El número de moles no se indica: utilizando la ley de los gases ideales $n=\frac{P_1V_1}{RT_1}$

Enunciado no indica R, sino c_p y c_v, por lo que lo expresamos en función de ellos, o mejor respecto γ ya que enunciado no indica unidades. Utilizando la relación de Mayer c_p-c_v=R, con lo que podemos expresar $n=\frac{P_1V_1}{T_1(c_p-c_v)}$ y $nc_v=\frac{P_1V_1}{T_1}\frac{c_v}{c_p-c_v}=\frac{P_1V_1}{T_1}\frac{1}{c_p/c_v-1}=\frac{P_1V_1}{T_1}\frac{1}{\gamma-1}$

$W=\frac{2\cdot2}{320\cdot0,4}\cdot(80-320)=-7,5\,\cancel{atm}\cdot\cancel{L}\,\frac{101325\,Pa}{1\,\cancel{atm}}\,\frac{1\,m^3}{1000\,\cancel{L}}\approx-760\,J$ (Negativo, se expande)

$\Delta S=\int\frac{\delta Q}{T}=0$ Se trata de un proceso adiabático, no hay intercambio de calor.

4. Demuestre que en un proceso adiabático de un gas perfecto se cumple

$$H_2-H_1=\frac{\gamma}{\gamma-1}RT_1\left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right]$$

Siendo T_1 y P_1 las condiciones iniciales y T_2 y P_2 las finales.

En general en problemas de termodinámica debemos comenzar dejando claro el convenio de signos usado: se utiliza el convenio IUPAC según el cual la primera ley es ΔU=Q+W, Q>0 y W>0 son aportados al sistema (no se utiliza el convenio Clausius según el cual es ΔU=Q-W)

Por definición H=U+PV, y si el proceso es adiabático Q=0, luego ΔU=W
En un gas perfecto, PV=nRT, y en un proceso adiabático $PV^{\gamma}=cte$

$$H_2-H_1=U_2-U_1+(P_2V_2-P_1V_1)$$

Por definición de trabajo

$$U_2-U_1=-\int_{V_1}^{V_2}P\,dV$$

$$U_2-U_1=\frac{1}{\gamma-1}\left(\frac{cte}{V_2^{\gamma-1}}-\frac{cte}{V_1^{\gamma-1}}\right)$$

$$U_2-U_1=\frac{1}{\gamma-1}\left(\frac{P_2\cdot V_2^{\gamma}}{V_2^{\gamma-1}}-\frac{P_1\cdot V_1^{\gamma}}{V_1^{\gamma-1}}\right)$$

$$U_2-U_1=\frac{1}{\gamma-1}(P_2\cdot V_2-P_1\cdot V_1)$$

Sustituyendo

$$H_2-H_1=\frac{1}{\gamma-1}(P_2\cdot V_2-P_1\cdot V_1)+(P_2V_2-P_1V_1)=\frac{\gamma}{\gamma-1}(P_2\cdot V_2-P_1\cdot V_1)$$

Buscando la expresión del enunciado donde aparece P_2/P_1 podemos plantear

$$\frac{P_2}{P_1}=\frac{V_1^{\gamma}}{V_2^{\gamma}}\Rightarrow\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1}{\gamma}}=\frac{V_1}{V_2}$$

Y operando con el término de la expresión anterior

$$P_2\cdot V_2-P_1\cdot V_1=P_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}V_2-P_1V_1=P_1V_1\left(\frac{V_1^{\gamma-1}}{V_2^{\gamma-1}}-1\right)=P_1V_1\left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right]$$

En un gas ideal para cada mol se cumple PV=RT, luego sustituyendo $P_1V_1=RT_1$ llegamos a

$$H_2-H_1=\frac{\gamma}{\gamma-1}RT_1\left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right]$$

Valencia 2009-1
Un mol de gas ideal, inicialmente a 100 ºC, describe el siguiente siguiente ciclo reversible: el gas se expande isotérmicamente hasta un volumen doble del inicial y continúa expandiéndose adiabáticamente hasta un volumen el triple del inicial. Desupés se comprime isotérmicamente hasta un volumen V en que, por la compresión adiabática que sigue vuelve el gas a su estado inicial. Calculad el calor, el trabajo, la variación de energía interna y la variación de entalpía, para cada etapa y para el ciclo completo. (C_V = 5R/2; R = 8,31 J $mol^{-1}K^{-1}$)

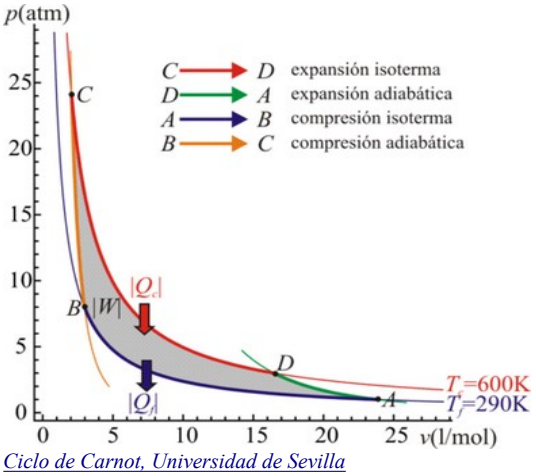
Cataluña 1999
Model 1
3. Un mol de gas ideal, inicialment a 100 ºC, descriu reversiblement el següent cicle: el gas s'expandeix isotèrmicament fins un volum doble de l'inicial i continua expandint-se adiabàticament fins un volum triple de l'inicial; després es comprimeix isotèrmicament fins un volum en què per la compressió adiabàtica que seguix torna el gas al seu estat inicial. Calculeu el calor, el treball, la variació d'energia interna i la variació d'entalpia per cada etapa i per al cicle complet. (C_V=5/2 R; R=8,31 J K^{-1} mol^{-1})

Modelo 1
3. Un mol de gas ideal, inicialmente a 100 ºC, describe reversiblemente el siguiente ciclo: el gas se expande isotérmicamente hasta un volumen doble del inicial y continúa expandiéndose adiabáticamente hasta un volumen triple del inicial; luego se comprime isotérmicamente hasta un volumen en el que por la compresión adiabática que sigue vuelve el gas a su estado inicial. Calcular el calor, el trabajo, la variación de energía interna y la variación de entalpía para cada etapa y para el ciclo completo. (C_V = 5/2 R; R = 8,31 J K^{-1} mol^{-1})

Similar a 2016-Andalucía-F2, en el que el ciclo se recorre en otro sentido
Referencias: http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/estadistica/carnot/carnot.htm
http://acer.forestales.upm.es/basicas/udfisica/asignaturas/fisica/termo1p/primerpisot.html
http://acer.forestales.upm.es/basicas/udfisica/asignaturas/fisica/termo1p/primerpadiab.html
http://laplace.us.es/wiki/index.php/Ciclo_de_Carnot

En general en problemas de termodinámica debemos comenzar dejando claro el convenio de signos usado: se utiliza el convenio IUPAC según el cual la primera ley es ΔU=Q+W, Q>0 y W>0 son aportados al sistema (no se utiliza el convenio Clausius según el cual es ΔU=Q-W)

La secuencia descrita es un ciclo de Carnot, por lo que se hace un tratamiento general como repaso, y se incluye un diagrama de referencia. Llamamos a los puntos en la secuencia del enunciado a, b, c y d (C, D, A y B en el diagrama) y a los tramos 1, 2, 3 y 4
Calculamos P, V y T en cada uno de los puntos, para 1 mol de gas ideal (relativos a los iniciales, no conocemos P_a ni V_a inicial, los valores del diagrama no están asociados a este problema)



Ciclo de Carnot, Universidad de Sevilla

Para los puntos a y b (C y D en diagrama)

$T_a=T_b=273+100=373\,K$ Es el foco caliente.

$V_b=2V_a\Rightarrow\frac{V_b}{V_a}=\frac{P_a}{P_b}=2 \qquad P_b=\frac{P_a}{2}$

Relacionando b y c por ser adiabática (D y A en el diagrama) $P_bV_b^{\gamma}=P_cV_c^{\gamma}\Rightarrow P_c=P_b\left(\frac{V_b}{V_c}\right)^{\gamma}$

Como $C_P=C_V+R=5/2R+R=7/2R$ $\gamma=\frac{C_p}{C_v}=\frac{7/2R}{5/2R}=\frac{7}{5}=1{,}4$ Asociado a gas diatómico ideal

$V_c=3V_a=\frac{3}{2}V_b\Rightarrow\frac{V_c}{V_b}=\frac{3}{2} \qquad P_c=\frac{P_a}{2}\left(\frac{2}{3}\right)^{1{,}4}$

$T_bV_b^{\gamma-1}=T_cV_c^{\gamma-1}\Rightarrow T_c=T_b\left(\frac{V_b}{V_c}\right)^{\gamma-1}=373\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{0{,}4}=317\,K$ (temperatura inferior, es el foco frío)

Relacionando c y d (A y B en diagrama) por ser isoterma $P_cV_c=P_dV_d=nRT_c\Rightarrow\frac{P_c}{P_d}=\frac{V_d}{V_c}$

Relacionando d y a (B y C en diagrama) por ser adiabática $P_dV_d^{\gamma}=P_aV_a^{\gamma}\Rightarrow P_d=P_a\left(\frac{V_a}{V_d}\right)^{\gamma}$

Combinamos $V_d=3V_a\frac{P_c}{P_d}=3V_a\frac{\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}\right)^{1{,}4}\cancel{P_a}}{\cancel{P_a}\left(\frac{V_a}{V_d}\right)^{1{,}4}}=\frac{3}{2}\left(\frac{2}{3}\right)^{1{,}4}V_a\frac{V_d^{1{,}4}}{V_a^{1{,}4}}\Rightarrow\frac{V_d}{V_d^{1{,}4}}=\frac{3/2}{(3/2)^{1{,}4}}\frac{V_a}{V_a^{1{,}4}}\Rightarrow V_d=\frac{3}{2}V_a$

Se llega una expresión que podría haber recordado y planteado sin demostrar $\frac{V_d}{V_a}=\frac{V_c}{V_b}$

Calculamos para cada tramo:

Tramo 1 (a → b): expansión isotérmica

ΔU=0 (la energía interna es una función de estado, no varía si no varía la temperatura cuando se trata de un gas en el que no ha habido cambio de estado)

W=-nRTln(V_f/V_i)=-1·8,31·373·ln(2)=**-2148,5 J** (negativo, W realizado por el gas, se expande)

Q=-W=**2148,5 J** (calor aportado, si se expande a misma T, hay que aportar calor)

ΔH=0 (entalpía es también una función de estado)

Tramo 2 (b → c): expansión adiabática

Q=0 → ΔU=W

ΔU=nC_VΔT=1·(5/2)·8,31·(317-373)=**-1163 J**

Se puede calcular el trabajo por ser un proceso adiabático $PV^{\gamma}=cte$

$$W=-\int_{V_b}^{V_c}P\,dV=-\int_{V_b}^{V_c}\frac{cte}{V^{\gamma}}dV=\frac{1}{\gamma-1}\left(\frac{P_c\cdot V_c^{\gamma}}{V_c^{\gamma-1}}-\frac{P_b\cdot V_b^{\gamma}}{V_b^{\gamma-1}}\right)=\frac{1}{\gamma-1}\left(P_c\cdot V_c-P_b\cdot V_b\right)$$

Aunque no lo parezca, esa expresión es equivalente a $\Delta U=nC_V\Delta T$

$$W=\frac{1}{C_p/C_v-1}\left(nRT_c-nRT_b\right)=\frac{C_V}{C_p-C_V}nR\Delta T=\frac{C_v}{\cancel{R}}n\cancel{R}\Delta T=nC_V\Delta T$$

Comprobamos que valores numéricos coinciden, lo que valida valores P y V obtenidos

$$W=\frac{1}{1{,}4-1}\left(\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}\right)^{1{,}4}P_a3V_a-P_b\cdot V_b\right) \qquad P_aV_a=P_bV_b=nRT_a=1\cdot8{,}31\cdot373=3100\,J$$

$$W=\frac{1}{1{,}4-1}(0{,}85-1)3100=-1163\,J$$ *Negativo, expansión, lo realiza sistema*

ΔH=$nC_P\Delta T$=1·(7/2)·8,31·(317-373)=**-1629 J**

Tramo 3 (c → d): compresión isotérmica

W=-nRTln(V_f/V_i)=-1·8,31·317·ln((3/2)/3)=**1826 J** (positivo, W realizado, se comprime)

ΔU=0 → Q=-W=-**1826 J** (calor liberado, si se comprime a misma T, libera calor)

ΔH=0 (entalpía es también una función de estado)

Tramo 4 (d → a): compresión adiabática

Q=0 → ΔU=W

ΔU=$nC_V\Delta T$=1·(5/2)·8,31·(373-317)=**1163 J** *(se podría repetir la comprobación con W)*

Positivo, W realizado, se comprime

ΔH=$nC_P\Delta T$=1·(7/2)·8,31·(373-317)=**1629 J**

En el ciclo completo:

ΔU=0, **ΔH**=0 (son una función de estado, volvemos a las mismas condiciones)

Lo podemos comprobar (salvo redondeo): ΔU=-1163+1163=0 J, ΔH=-1629+1629=0 J

Q=2148,5+0-1826+0=**323 J**

W=-2148,5-1163+1826+1163 =**-323 J**

>Como ΔU=Q+W, si globalmente ΔU=0 se tiene que cumplir que globalmente Q=-W)

>El trabajo total del ciclo se puede obtener como la suma de trabajos en los tramos isotermos, ya que los trabajos en las transformaciones adiabáticas son iguales y opuestos, por lo que se puede usar la expresión

$W=nR\ (T_1-T_2)\ \ln(V_a/V_b)$=1·8,31(373-317)·ln(0,5)=-323 J

FÍSICA

4.- La figura representa un cilindro con paredes aisladas térmicamente y un émbolo central móvil también aislado térmicamente. Cada compartimento contiene 54 litros de un gas perfecto cuyo calor específico a presión constante es c_p = 4 cal/mol K, a 1 atm y 0ºC. El compartimento izquierdo dispone de un sistema de calefacción que permite calentar el gas que contiene. Se acciona dicho dispositivo y el sistema evoluciona hasta que la presión en el compartimento derecho es de 7,29 atm. Calcula: a) temperatura final del compartimento izquierdo; b) trabajo, en julios, realizado sobre el compartimento derecho teniendo en cuenta que está totalmente aislado; c) calor, en julios, que ha recibido el lado izquierdo.

>No se dispone de enunciado original con la figura, pero se asume que el volumen total es fijo, y enunciado es similar a 2015-Aragón-A5, donde se indican más referencias.
>Se utiliza R=0,082 atm·L/mol·K=(0,082·101,325/4,18)=1,987 cal/mol·K

Referencias
http://www4.uva.es/goya/Intranet/Pages/SelProbClave.asp?p_Clave=367&p_asignatura=3&p_cuestion=0&B1=Consultar
Donde aparecen estas figuras

Resolución http://www4.uva.es/goya/Intranet/Pages/Resolucion.asp?p_Problema=592

En general en problemas de termodinámica debemos comenzar dejando claro el convenio de signos usado: se utiliza el convenio IUPAC según el cual la primera ley es ΔU=Q+W, Q>0 y W>0 son aportados al sistema (no se utiliza el convenio Clausius según el cual es ΔU=Q-W)

a) Al calentar el lado izquierdo, y ser las paredes impermeables al calor y el volumen total fijo, el lado derecho se comprime: el proceso en la derecha es una compresión adiabática, y se rige por las ecuaciones de las adiabáticas

$$PV^{\gamma}=cte$$

Para usar la expresión se necesita el valor del coeficiente adiabático: si utilizamos como valor de R=1,987 cal/mol·K, dado que $c_p=c_v+R$, tenemos que c_v=4-1,987=2,013 cal/mol·K y $\gamma=c_p/c_v$=4/2,013=1,987
Calculamos el valor de volumen final en ambos lados: la presión es la misma ya que el émbolo es móvil.
Usamos subíndice 0 para situación inicial igual, 1 para lado izquierdo y 2 para lado derecho.
Según enunciado cada uno tiene inicialmente 54 L de volumen inicial

$$P_0 V_0^{\gamma}=P_2 V_2^{\gamma}\Rightarrow V_2=V_0\left(\frac{P_0}{P_2}\right)^{\frac{1}{\gamma}}=54\cdot\left(\frac{1}{7{,}29}\right)^{\frac{1}{1{,}987}}=19{,}87\,L$$

V_1=54·2-19,87=88,13 L
Calculamos temperaturas finales con ley de los gases ideales: el número de moles no ha cambiado.
Como son gases ideales, calculamos el número de moles totales inicialmente en cada compartimento: n=PV/RT=1·54/0,082·273=2,412 mol gas total.
Expresando resultados finales con tres cifras significativas
$T_1=P_1V_1/nR$=7,29·88,13/(2,412·0,082)=**3250 K (izquierda)**

No se pide pero calculamos la de derecha $T_2=P_2V_2/nR=7,29\cdot19,87/(2,412\cdot0,082)=732$ K
b) En el compartimento derecho, 2, se ha producido una compresión adiabática, Q=0, luego $\Delta U=W$, y al ser la energía interna una función de estado que depende solamente de la temperatura
$\Delta U_2=n\cdot c_v\cdot\Delta T_2=2,412\cdot2,013\cdot(732-273)=2229$ cal =9316 J (positivo, aportado al sistema)
Expresando resultados finales con tres cifras significativas **W= 9,32 kJ**
c) En el proceso global, al ser el trabajo total nulo W=0 por ser volumen constante (el trabajo de uno compensa al otro) tenemos que $Q=\Delta U$
$Q=\Delta U=\Delta U_1+\Delta U_2$
De manera análoga a lo hecho en compartimento 2
$\Delta U_1=n\cdot c_v\cdot\Delta T_1=2,412\cdot2,013\cdot(3250-273)=14454$ cal =60,4 kJ (positivo, aportado al sistema)
Q=60400+9320=69720 J = **69,72 kJ**

De los ejercicios de Física: 2, 4, 6 y 8: elegir tres.
6.- El agua de un lago tiene una temperatura de 0 ºC. La temperatura del aire que la rodea es de -10 ºC. Calcule el espesor de la capa de hielo que se ha formado al cabo de 24 horas, contadas desde el instante en que el agua empezó a helarse.
Conductividad térmica del hielo = 0,0053 cal/ºK· s · cm. Densidad del hielo=0,9 g/cm^3.
Calor latente de fusión del hielo = 80 cal/g.

Nota: el símbolo correcto es K, no ºK

Comentado por Heisenberg, sleepylavoisier, fisiramix, quimiquilla, Basileia en
http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=6274&p=28051#p28011
http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=6274&p=28051#p28040

Tema 3: Conducción estacionaria unidimens. (I). Rafael Royo, José Miguel Corberán. Curso 2000-20001 http://www.upv.es/upl/U0296615.pdf
http://laplace.us.es/wiki/index.php/Crecimiento_de_una_capa_de_hielo
18.20 del libro de problemas de física de J. Aguilar y J. Casanova (capítulo 18: Calorimetría y propagación del calor, página 189)

Es problema 7 en https://www.scribd.com/document/191376604/Problemas-Disoluciones-Cinetica donde se indica solución 7,98 cm

Otros problemas oposición con Ley Fourier: Cataluña 1995-2-1

Utilizamos la expresión Fourier para conductividad térmica

$$\frac{dQ}{dt}=k\,S\frac{\partial T}{\partial x}$$

También se puede expresar usando flujo definido como $\Phi=\frac{dQ}{dt}\Rightarrow\Phi=k\,S\frac{\partial T}{\partial x}$

(en este caso el flujo tiene unidades de energía por unidad de tiempo, en otras se mide por unidad de superficie y se plantea $\Phi'=\frac{dQ}{S\cdot dt}\Rightarrow\Phi'=k\frac{\partial T}{\partial x}$

Y también usando la idea de resistencia (usando incrementos al asumir que la temperatura es constante para una distancia x dada, la transferencia es unidimensional)

$\Phi=\frac{\Delta T}{R}$ siendo $R=\frac{\Delta x}{k\,S}$ que también lleva a $R=\frac{\Delta T}{\Phi}$

Cualitativamente indica que el flujo es mayor cuanto mayor diferencia de temperatura y mayor cuanto menor resistencia. La resistencia cualitativamente es "causa" (diferencia temperatura) entre "efecto" (flujo de energía por unidad de tiempo), similar a R=V/I en ley de Ohm. A mayor espesor mayor resistencia, a mayor conductividad y mayor superficie menor resistencia. Esto permite hacer planteamientos de resistencias serie y paralelo como en ley de Ohm, aunque no es este caso.
Planteamos para integrar qué considerar constante: tenemos que intentar expresar Q en función Δx, que vamos a llamar x (el espesor de la capa de hielo)

- ΔT: Asumimos lago muy grande/gran masa de aire: temperatura del lago y aire son constantes. Eso implica que ΔT es constante y son 10 ºC.
- k: la conductividad térmica del hielo es constante
- S: la superficie de separación lago y aire es constante.
- Δx, Q, Φ: no son constantes, el espesor de la capa de hielo va variando, y por lo tanto varía la resistencia, y también el flujo, que no es constante. Pero sí podemos plantear que para un

grosor determinado x según crece dx la capa de hielo, hay un dQ y con el un dΦ
Entonces integramos y queda
$Q=m\cdot L_f \rightarrow dQ=dm\cdot L_f=\rho\cdot dV\cdot L_f=\rho\cdot S\cdot dx\cdot L_f$

$$\frac{\rho\cdot S\cdot L_f dx}{dt}=\frac{k S\Delta T}{x}\Rightarrow x\,dx=\frac{k\Delta T}{\rho\cdot L_f}dt\Rightarrow\int_0^x x\,dx=\frac{k\Delta T}{\rho\cdot L_f}\int_0^t dt\Rightarrow\frac{x^2}{2}=\frac{k\Delta T}{\rho\cdot L_f}t\Rightarrow x=\sqrt{\frac{2k\Delta T}{\rho\cdot L_f}t}$$

$$x=\sqrt{\frac{2\cdot 0{,}0053\cdot 10}{0{,}9\cdot 80}}24\cdot 3600=11{,}28\,cm$$

Si hubiéramos considerado Φ' constante, $\Phi'=m\cdot L_f/S\cdot t=\rho\cdot S\cdot x\cdot L_f/S\cdot t=\kappa\bullet\Delta T/x$, lleva a x=8 cm

enrique@fiquipedia.es Revisado 29 octubre 2023
CC BY SA

FÍSICA

2.- Disponse dun cilindro de 20 cm de diámetro cun pistón libre de rozamentos e transmisor perfecto de calor, unido a un vástago. Ponse o cilindro vertical, co vástago cara arriba e suxeitase este de maneira que o pistón situado no centro do cilindro divide ao mesmo en dous volumes iguais de 20 L cadanseu, cheos de ar, considerado un gas perfecto, a presión e temperatura ambientes, que se atopan a 1 atm e 25º C. O cilindro é estanco por ámbalas partes e termicamente illado do exterior. Apóiase un peso de 500 kg no vástago e se libera o conxunto pistón-vástago-peso, que se despraza cara abaixo para logo volver cara arriba, orixinándose un movemento de vaivén ata que finalmente, por fricción co ar interior, o conxunto estabilízase en certa posición. Determinar:
a) As variables termodinámicas -P, V e T- do ar nos dous compartimentos cando se estabiliza e o traballo recibido polo conxunto do ar no cilindro.
b) ¿Hai traballo non útil?. ¿Cal é o incremento total de entropía no universo?.
Datos: R= 0,287 kJ/kg·K. Cp= 1,0043 kJ/kg·K. Cv= 0,7165 kJ/kg·K.

2. Se dispone de un cilindro de 20 cm de diámetro con un pistón libre de rozamientos y transmisor perfecto de calor, unido a una barra. Se pone el cilindro vertical, con la barra hacia arriba y se sujeta de manera que el pistón situado en el centro del cilindro divide el mismo en dos volúmenes iguales de 20 L cada uno, llenos de aire, considerado un gas ideal, a presión y temperatura ambiente, que son 1 atm y 25 ºC. El cilindro está sellado en ambos lados y térmicamente aislado del exterior. Se apoya un peso de 500 kg en el eje y se libera el conjunto pistón-vástago-peso, que se desplaza hacia abajo para luego volver hacia arriba, originando un movimiento de vaivén hasta que finalmente, por la fricción con el aire interior, el conjunto se estabiliza en cierta posición. Determinar:
a) Las variables termodinámicas P, V y T del aire en los dos compartimentos cuando se estabiliza y el trabajo recibido por todo el aire en el cilindro.
b) ¿Hay trabajo no útil?. ¿Cuál es el aumento total de la entropía en el universo?.
Datos: R = 0,287 kJ/kg·K. C_p = 1,0043 kJ/kg·K. C_v = 0,7165 kJ/kg·K.

Referencias:
http://forum.lawebdefisica.com/threads/34882-Problema-de-piston-que-se-desplaza
http://opsfisquim.blogspot.com.es/2015/06/recopilacion-de-problemas-del-foro.html

http://laplace.us.es/wiki/index.php/Cálculos_de_entropía_(GIE)
http://laplace.us.es/wiki/index.php/Segundo_Principio_de_la_Termodin%C3%A1mica#Trabajo_.C3.BAtil_total
http://laplace.us.es/wiki/index.php/Trabajo_en_una_compresi%C3%B3n_por_un_peso#Compresi.C3.B3n_por_una_pesa
http://laplace.us.es/wiki/index.php/Compresi%C3%B3n_adiab%C3%A1tica_de_un_gas_por_un_peso
Comentado por Dudaconpatas, Sleepylavoisier en
http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4018&sid=b75df2d89bde7801af233039eafdfcaf#p19382
Referencia: Vázquez, M.: Problemas resueltos de Termodinámica técnica. Universidad de Vigo. Servicio de publicaciones. Vigo, 1996.(Problemas 21PP y 21SP)

Problemas donde se cita variación entropía universo: 1994 Cataluña B3, 2000 Cataluña A2, 2000 Cataluña C3, 2001 Cataluña A3.

En general en problemas de termodinámica debemos comenzar dejando claro el convenio de

signos usado: se utiliza el convenio IUPAC según el cual la primera ley es ΔU=Q+W, Q>0 y W>0 son aportados al sistema (no se utiliza el convenio Clausius según el cual es ΔU=Q-W)

Describimos la **situación inicial, antes de poner el peso**.
Usamos subíndice i para inicial, **1 para compartimento por debajo del pistón y 2 para compartimento por encima del pistón.**
Asumimos que el volumen de la barra/vástago es despreciable y no interviene térmicamente.
$P_{1i}=P_{2i}$=1 atm = 101325 Pa
$V_{1i}=V_{2i}$=20 L=20·10^{-3} m³
$T_{1i}=T_{2i}=T_i$=273+25=298 K
Convertimos los datos a unidades de Sistema Internacional, ya que R, C_v y C_p están en kJ/kg·K

$$m_{1i}=m_{2i}=\frac{PV}{RT}=\frac{101325\cdot 20\cdot 10^{-3}}{0{,}287\cdot 10^{3}\cdot 298}=0{,}02369\,kg$$

Conociendo el volumen inicial de cada compartimento y su sección, podemos calcular la altura inicial de cada compartimento
Si el diámetro son 20 cm, el radio del pistón es 0,1 m.

$$V_{compart}=S_{compart}\cdot h_{compart}\Rightarrow 20\cdot 10^{-3}=\pi\cdot 0{,}1^{2}\cdot h_{compart}\Rightarrow h_{compart}=\frac{20\cdot 10^{-3}}{\pi\cdot 0{,}1^{2}}=0{,}63662\,m$$

El cilindro en total tiene 2·0,63662=1,27324 m de altura.
Describimos la **situación final, una vez se ha estabilizado con el peso encima**.
Usamos subíndice f para final.
No se proporciona g como dato, usamos g=9,8 m/s^2
Numeramos ecuaciones
[1] $V_{1f}+V_{2f}=40\cdot 10^{-3}$ (el volumen total son 40·10^{-3} m^3)
[2] $T_{1f}=T_{2f}=T_f$ (interconectados por un pistón que es transmisor de calor)
[3] $m_{1f}=m_{2f}=m=0{,}02369$ (La masa en ambos compartimentos es la misma)
En el compartimento 1 (debajo), la presión final es la suma de:
-la presión que ejerce la masa a través del pistón (más masa supondría más P_{1f})
-la presión que ejerce el compartimento de arriba (más presión arriba supondría más P_{1f})
No consideramos que haya que sumar la presión atmosférica: aunque enunciado indica *"...se sujeta de manera que el pistón situado en el centro del cilindro divide el mismo en dos volúmenes iguales ... a presión y temperatura ambiente, que son **1 atm** y 25 ºC"*, solamente indica el valor de la presión inicial. Se indica *"El cilindro está sellado en ambos lados"* por lo que no actúa sobre el compartimento inferior la presión atmosférica directamente, y la presión atmosférica que actúa sobre la barra no la consideramos.

$$P_{1f}=P_{2f}+P_{peso}=P_{2f}+\frac{m\cdot g}{S}=P_{2f}+\frac{500\cdot 9{,}8}{\pi\,0{,}1^{2}}=P_{2f}+155972$$

[4] $P_{1f}=P_{2f}+155972$
Al mismo tiempo

$$P_{1f}V_{1f}=m_{1f}RT_{1f}=mRT_f=0{,}02369\cdot 0{,}287\cdot 10^{3}\cdot T_f=6{,}799\,T_f$$

[5] $P_{1f}V_{1f}=6{,}799\,T_f$

$$P_{2f}V_{2f}=m_{2f}RT_{2f}=mRT_f=0{,}02369\cdot 0{,}287\cdot 10^{3}\cdot T_f=6{,}799\,T_f$$

[6] $P_{2f}V_{2f}=6{,}799\,T_f$

Pensando físicamente, no simplemente relacionando ecuaciones, buscamos relacionar condiciones finales e iniciales. Todo este detalle que sigue no es necesario en la primera parte de la resolución, pero lo mantengo al ser el planteamiento inicial,y porque se obtiene una expresión [7] que sí se usa

en resolución final, y se usa en la segunda parte para cálculo de entropía.
Describimos el proceso entre esas dos situaciones: el cilindro está aislado térmicamente del exterior y no intercambia calor, por lo que se puede pensar en un proceso adiabático, pero el proceso de cada compartimento es separado y no podemos considerar solamente una suma de dos procesos adiabáticos ya que aunque no haya aporte de calor al sistema global de los dos cilindros, sí hay aporte de trabajo al sistema al colocar la masa, y hay intercambio de calor entre los dos compartimentos. Pero sí podemos considerar el proceso como una suma de varios procesos, y se pueden hacer varios planteamientos: como conocemos la presión final del compartimento 1, se puede plantear empezar por un proceso que la consiga como primer paso, pero si planteamos una compresión adiabática de 1 la energía la tiene que aportar 2, y quizá no sea posible que aporte tanta energía (la compresión es debida al peso de una masa de 500 kg que tendrá un valor importante), así que comenzamos con la energía aportada por el pistón que desciende.
A. Transformación a volumen constante de cada compartimento. Aporte de energía asociada al trabajo de desplazamiento de la masa que desciende / a su pérdida de energía potencial. Se puede pensar en la equivalente trabajo-calor de Joule.
Lo tenemos que asignar a un sistema o parte, lo consideramos aportado inicialmente al sistema y ambos aumentan de temperatura ($T_{1A}=T_{2A}$), manteniéndose los volúmenes iguales ($V_{1A}=V_{2A}=20\cdot10^{-3}$ m^3), por lo que su presión aumentará al igual que su temperatura.
B. Transformación adiabática de cada compartimento, el 1 se comprime hasta la **presión final** y se calienta, al tiempo que el 2 se expande y se enfría. Como ambos tienen la misma masa y el mismo calor a volumen constante, el incremento de temperatura es el mismo para ambos pero en sentidos opuestos.
C. Transformación a presión constante de cada compartimento. Equilibrio térmico entre compartimento 1 y 2 sin modificar presión (el 1 inferior estará más caliente y cederá calor al 2 superior), de modo que el volumen de 1 inferior desciende y el de 2 superior aumenta, hasta llegar al **volumen final**.

Planteamos las ecuaciones asociadas a cada uno de los tres subprocesos, para conseguir relacionar situación inicial y final y obtener los valores solicitados:
A. La energía aportada por el bloque en su descenso es Mgh, siendo M=500 kg y h la altura que ha bajado hasta la posición final, h=V/S. Planteando el primer principio de la termodinámica
$\Delta U = W$ y teniendo en cuenta que la variación de energía interna es una función de estado que depende únicamente de la temperatura y que podemos calcular con Cv, en este caso lo hacemos con masas $\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2 = 2\,m\cdot C_v\cdot \Delta T$

$$2\cdot m\cdot C_v\cdot (T_A - T_i) = Mgh$$

$$2\cdot 0{,}02369\cdot 0{,}7165\cdot 10^3\cdot (T_A - 298) = 500\cdot 9{,}8\cdot h$$

$$T_A = 298 + 144{,}34\,h$$

Como hemos mantenido volúmenes, podemos relacionar presiones, que serán las mismas en ambos compartimentos

$$P_{1A} = P_{2A} = P_A = \frac{m\,R\,T_A}{V_A} = \frac{0{,}02369\cdot 0{,}287\cdot 10^3\cdot (298 + 144{,}34\,h)}{20\cdot 10^{-3}} = 1{,}013\cdot 10^5 + 4{,}907\cdot 10^4\,h$$

B. Podemos calcular el coeficiente adiabático con los datos $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{1{,}0043}{0{,}7165} = 1{,}402$
Al ser adiabático con mismas masas y Cv ya habíamos indicado que la variación de temperatura es la misma pero sentidos opuestos, lo validamos

$$\Delta U = 0 \Rightarrow \Delta U_{1\,AB} = -\Delta U_{2\,AB} \Rightarrow \cancel{m\cdot C_v}\cdot \Delta T_{1\,AB} = -\cancel{m\cdot C_v}\cdot \Delta T_{2\,AB} \Rightarrow \Delta T_{1\,AB} = -\Delta T_{2\,AB}$$

$$T_{1B} - T_A = -(T_{2B} - T_A) \Rightarrow T_{1B} - T_A = -T_{2B} + T_A$$

$$T_{1B} = 2\,T_A - T_{2B} = 596 + 288{,}68\,h - T_{2B}$$

Al ser adiabático podemos relacionar presiones y temperaturas para cada compartimento

$$P_{1A}^{1-\gamma} T_{1A}^{\gamma} = P_{1B}^{1-\gamma} T_{1B}^{\gamma}$$

$$P_{2A}^{1-\gamma} T_{2A}^{\gamma} = P_{2B}^{1-\gamma} T_{2B}^{\gamma}$$

Si igualamos ambos términos de la derecha entre sí dado que $T_{1A}=T_{2A}=T_A$ y $P_{1A}=P_{2A}=P_A$ y los términos de la izquierda de ambas son los mismos

$$P_{1B}^{1-\gamma} T_{1B}^{\gamma} = P_{2B}^{1-\gamma} T_{2B}^{\gamma}$$

$$\left(\frac{T_{1B}}{T_{2B}}\right)^{\gamma} = \left(\frac{P_{2B}}{P_{1B}}\right)^{1-\gamma}$$

C. Como es un sistema adiabático, de manera similar a proceso B, pero planteando que es un equilibrio térmico y que $T_{1C}=T_{2C}=T_f$

$$\Delta U = 0 \Rightarrow \Delta U_{1BC} = -\Delta U_{2BC} \Rightarrow \cancel{m \cdot C_v} \cdot \Delta T_{1BC} = -\cancel{m \cdot C_v} \cdot \Delta T_{2BC} \Rightarrow \Delta T_{1BC} = -\Delta T_{2BC}$$

$$T_{1C} - T_{1B} = -(T_{2C} - T_{2B}) \Rightarrow T_{1C} - T_{1B} = -T_{2C} + T_{2B}$$

$$T_{1C} + T_{2C} = T_{1B} + T_{2B}$$

$$2T_C = 596 + 288{,}68\,h$$

$$T_C = 298 + 144{,}34\,h$$

Vemos que

[7] $$T_A = T_B = T_C = T_f = 298 + 144{,}34\,h$$

resultado que ya sabemos la energía interna es una función de estado que depende de la temperatura, y no hay más aporte de energía interna que el realizado en A.

Finalmente no utilizamos en esta parte las expresiones de subproceso B ni el coeficiente adiabático, y en este caso hubiera bastado con saber que la temperatura del subproceso A y del B es la misma para el planteamiento final.

Operando con las ecuaciones intentamos obtener una expresión únicamente de con $V_{2C}=V_{2f}$ para despejar su valor. Como sabemos que compartimento 1 de debajo se comprime e inicialmente tiene 0,63662 m y en situación final ha descendido h (positivo), la altura final del compartimento 2 es 0,63662-h: en la situación final $V_{2f} = S_{cilindro} \cdot h_{2f} = \pi 0{,}1^2 (0{,}63662 - h)$

[8] $$h = 0{,}63662 - \frac{V_{1f}}{\pi 0{,}1^2}$$

Partiendo de [4], sustituyendo [5] y [6]

$$6{,}799 \frac{T_f}{V_{1f}} = 6{,}799 \frac{T_f}{V_{2f}} + 155972$$

$$T_f \left(\frac{1}{V_{1f}} - \frac{1}{V_{2f}}\right) = 2{,}294 \cdot 10^4$$

Sustituimos T_f usando [7] en la que sustituimos h usando [8]

$$\left(298 + 144{,}34\left(0{,}63662 - \frac{V_{1f}}{\pi 0{,}1^2}\right)\right)\left(\frac{1}{V_{1f}} - \frac{1}{V_{2f}}\right) = 2{,}294 \cdot 10^4$$

Por último expresamos V_{2f} en función de V_{1f} usando [1], con lo que queda una expresión con una única incógnita que es el volumen del compartimento inferior V_{1f}

$$\left(298 + 144{,}34\left(0{,}63662 - \frac{V_{1f}}{\pi 0{,}1^2}\right)\right)\left(\frac{1}{V_{1f}} - \frac{1}{40 \cdot 10^{-3} - V_{1f}}\right) = 2{,}294 \cdot 10^4$$

Despejando

https://www.wolframalpha.com/input/?i=(+298+%2B+144.34*(0.63662-+x%2F(pi*0.1%5E2)))*(1%2Fx-1%2F(40e-3+-x)+)%3D+2.294e4

V_{1f}=0,0099975 m³ = 9,9975 L ≈ 10 L
(Valor pequeño, indica que el pistón desciende mucho; razonable viendo que es una masa elevada)
Para el compartimento superior $V_{1f}=40-V_{1f}\approx 30\,L$
La altura que ha descendido es 0,3191 m
Calculamos temperatura final de ambos compartimentos

$$T_f=298+144{,}34\left(0{,}63662-\frac{0{,}0099975}{\pi\,0{,}1^2}\right)=344\,K$$

La presión final de cada compartimento
Inferior $P_{1f}=6{,}799\frac{344}{10\cdot 10^{-3}}=2{,}33886\cdot 10^5\,Pa$
Superior $P_{1f}=6{,}799\frac{344}{30\cdot 10^{-3}}=7{,}7962\cdot 10^4\,Pa$
Respondiendo explícitamente a lo preguntado, y usando 3 cifras significativas:
-Valores **finales** P, V, T :

Compartimento	P (Pa)	V (m^3)	T (K)
1 (inferior)	**$2{,}34\cdot 10^5$**	**$10{,}0\cdot 10^{-3}$**	**344**
2 (superior)	**$7{,}80\cdot 10^4$**	**$30{,}0\cdot 10^{-3}$**	**344**

-Trabajo recibido por todo el aire en el cilindro
El trabajo está asociado al descenso de la masa, comentado en subproceso A, que podemos calcular de dos maneras (lo expresamos con 3 cifras significativas)

$$W=M\cdot g\cdot h=500\cdot 9{,}8\cdot 0{,}3191=1{,}56\cdot 10^3\,J$$

$$W=2\cdot m\cdot C_v\cdot\left(T_f-T_i\right)=2\cdot 0{,}02369\cdot 0{,}7165\cdot 10^3\cdot\left(344-298\right)=1{,}56\cdot 10^3\,J$$

b) Es un proceso real e irreversible, luego el aumento de entropía del universo es positivo. El aumento total de entropía del universo es la suma de variación de entropía del sistema y del exterior; calculamos la variación de entropía del sistema.
Podemos calcular la variación de entropía, como es una función de estado, podemos plantearlo como suma de subprocesos, no necesariamente los descritos en apartado anterior.
Planteamos la variación de entropía de cada compartimento por separado

$$\Delta S=\Delta S_1+\Delta S_2$$

En general para cada compartimento podemos plantear (proceso A a volumen constante, proceso B adiabático sin variación de entropía y proceso C a presión constante)

$$\Delta S=\Delta S_A+\Delta S_B+\Delta S_C=mC_v\ln\left(\frac{T_B}{T_i}\right)+mR\ln\left(\frac{V_B}{V_i}\right)+mC_v\ln\left(\frac{T_A}{T_B}\right)+mR\ln\left(\frac{V_A}{V_B}\right)$$

La expresión se puede deducir planteando a partir del primer principio U=Q+W e integrando, donde se asume que la presión es constante (aplica a proceso C)

$$dS=\frac{\delta Q}{T}=\frac{dU-\delta W}{T}=\frac{m\cdot C_V\cdot dT+P\cdot dV}{T}=m\cdot Cv\cdot\frac{dT}{T}+m\cdot R\cdot\frac{dV}{V}$$

En principio se podría plantear que necesitamos conocer los valores del estado B, que podríamos calcular usando las ecuaciones planteadas sabiendo que las presiones en paso B y paso C final son las mismas, por lo que se podrían usar presiones finales.

$$T_{1B}=2\cdot 344-T_{2B}\Rightarrow T_{1B}=688-T_{2B}$$

$$\frac{T_{1B}}{T_{2B}}=\left(\frac{7{,}80\cdot 10^4}{2{,}34\cdot 10^5}\right)^{\frac{1-1{,}402}{1{,}402}}=1{,}370\Rightarrow T_{1B}=1{,}370\,T_{2B}$$

Combinando ambas

$$688-T_{2B}=1{,}370\,T_{2B}\Rightarrow T_{2B}=\frac{688}{2{,}370}=290{,}3\,K$$

Sustituyendo en una de las otras dos para calcular T_{1B}

$$T_{1B}=688-T_{2B}=688-290,3=397,7\ K$$

$V_{2B}=mRT_B/P_{2B}=0,02369\cdot 287\cdot 290,3/7,8\cdot 10^4=2,53\cdot 10^{-2}\ m^3=25,3\ L$. Luego $V_{1B}=40-25,3=14,7\ L$

Sin embargo no hace falta hacerlo para cada compartimento, porque la expresión de la variación de entropía la podemos simplificar utilizando propiedades de logaritmos en

$$\Delta S=mC_v\ln(\frac{T_A}{T_i})+mR\ln(\frac{V_A}{V_i})$$

$$\Delta S_1=0,02369\cdot 0,7165\cdot 10^3\cdot\ln(\frac{344}{298})+0,02369\cdot 287\cdot\ln(\frac{10}{20})=-2,2762\ J/K$$

(variación de entropía negativa, se comprime)

$$\Delta S_2=0,02369\cdot 0,7165\cdot 10^3\cdot\ln(\frac{344}{298})+0,02369\cdot 287\cdot\ln(\frac{30}{20})=5,1933\ J/K$$

(variación de entropía positiva, se expande)

La variación total $\Delta S=\Delta S_1+\Delta S_2=-2,2762+5,1933=2,9171\ J/K$

Con tres cifras significativas **ΔS=2,92 J/K**

Respecto a trabajo útil, mirando en referencias sobre su significado
http://laplace.us.es/wiki/index.php/Segundo_Principio_de_la_Termodin%C3%A1mica#Trabajo_.C3.BAtil_total
al ser en este caso un sistema adiabático, el único intercambio de energía con el exterior ha sido el aporte de energía de la masa al descender, no hay trabajo útil.

Física 3. En un cilindro de un motor diesel hay aire a la presión de una atmósfera y a 27 ºC de temperatura ocupando un volumen de 1,000 litros. Este aire se comprime cuasiestática y adiabáticamente hasta 0,100 litros, con una relación de compresión 10. Suponiendo que el aire sea gas ideal con índice adiabático igual a 1,40, determinar:
a) Presión y temperatura final
b) El trabajo realizado por el aire
c) La variación de la energía interna del aire

En general en problemas de termodinámica debemos comenzar dejando claro el convenio de signos usado: se utiliza el convenio IUPAC según el cual la primera ley es ΔU=Q+W, Q>0 y W>0 son aportados al sistema (no se utiliza el convenio Clausius según el cual es ΔU=Q-W)

No es dato y utilizamos R=0,082 atm·L·mol^{-1}·K^{-1} = 8,31 J·mol^{-1}·K^{-1}

a) Utilizamos las ecuaciones de adiabásticas con el coeficiente adiabático indicado

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \Rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = (273+27)\left(\frac{1}{0,1}\right)^{1,4-1} = 300 \cdot 10^{0,4} = 753,6\, K$$

$$P_1 V_1^{\gamma} = P_2 V_2^{\gamma} \Rightarrow P_2 = P_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma} = 1\left(\frac{1}{0,1}\right)^{1,4} = 1 \cdot 10^{1,4} = 25,1\, atm$$

También se podría calcular con la ley de los gases uno una vez calculado el otro
El número de moles es el mismo inicial y final n=PV/RT=1·1/0,082·(273+27)=4,065·10^{-2} mol gas
Una vez calculada T_2, P_2=nRT$_2$/V$_2$=4,065·10^{-2}·0,082·753,6/0,1=25,1 atm
Una vez calculada P_2, T_2=P$_2$V$_2$/nR=25,1·0,1/(4,065·10^{-2}·0,082)=753 K
b y c) Adiabático implica Q=0 → ΔU=W
ΔU=nC$_V$ΔT

Necesitamos C$_v$: como tenemos el coeficiente adiabático $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ y $C_p - C_v = R$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_p - R} \Rightarrow \gamma C_p - \gamma R = C_p \Rightarrow C_p = \frac{\gamma}{\gamma - 1} R$$

En este caso $C_p = \frac{1,4}{1,4-1} R = \frac{7}{2} R$ y $C_v = R - \frac{7}{2} R = \frac{5}{2} R$ (que también podríamos haber asociado que el coeficiente adiabático indicado está asociado a un gas ideal diatómico y tiene ese valor de C$_p$.

ΔU=W=4,065·10^{-2}·(5/2)·8,31·(753,6-300)=**383 J**

Trabajo positivo, se realiza sobre el sistema para comprimirlo

El cálculo del trabajo se puede plantear también con la definición de trabajo y $PV^{\gamma} = cte$

$$W = -\int_{V_1}^{V_2} P\, dV = -\int_{V_1}^{V_2} \frac{cte}{V^{\gamma}} dV = \frac{1}{\gamma - 1}\left(\frac{P_2 \cdot V_2^{\gamma}}{V_2^{\gamma-1}} - \frac{P_1 \cdot V_1^{\gamma}}{V_1^{\gamma-1}}\right) = \frac{1}{\gamma - 1}\left(P_2 \cdot V_2 - P_1 \cdot V_1\right)$$

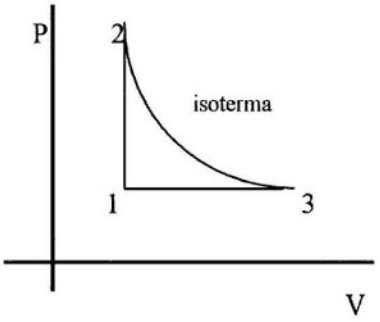
Aunque no lo parezca, esa expresión es equivalente a ΔU=nC$_V$ΔT

$$W = \frac{1}{C_p/C_v - 1}\left(nRT_2 - nRT_1\right) = \frac{C_V}{C_p - C_V} nR\Delta T = \frac{C_v}{\cancel{R}} n\cancel{R}\Delta T = nC_V \Delta T$$

Comprobamos que valores numéricos coinciden (usamos 1 atm·L = 101,325 J)

$$W = \frac{1}{1,4-1}\left(25,1 \cdot 0,1 - 1 \cdot 1\right) = 3,775\, atm{\cdot}L = 383\, J$$

CUESTIÓN 3: Un mol de gas monoatómico describe el ciclo indicado en la figura. Hallar AU, Q, W, AS y AH en cada una de las ramas del ciclo.



$T_1 = 300$ ºK $T_2 = 600$ ºK $V_1 = 10$ l.
R = 0,082 atm.l/mol·ºK; atm.=1,013. 105 pascales
c_v=12,54 Jul/mol ºK c_p=20,9 Jul/mol ºK

Comentarios (se incluye enunciado como era originalmente):
Enunciado usaba A en lugar de Δ, indicaba 105 en lugar "10^5"
Enunciado indica ºK cuando el símbolo correcto es K
http://www.boe.es/buscar/act.php?id=BOE-A-2010-927#ci
Enunciado indica "Jul" cuando el símbolo correcto es J
http://www.boe.es/buscar/act.php?id=BOE-A-2010-927#cii
Enunciado indica 1 atm =1,013·10^5 Pa, cuando son 1,01325·10^5
http://www.bipm.org/en/CGPM/
Enunciado indica que es monoatómico, con lo que idealmente c_p=5/2R, c_v=3/2R, con lo que los datos de c_v y c_p son redundantes, ya que los podríamos calcular si cambiamos de unidades R

$$0{,}082\frac{\cancel{atm}\cdot\cancel{L}}{mol\,K}\cdot\frac{101325\,Pa}{1\,\cancel{atm}}\cdot\frac{1\,m^3}{1000\,\cancel{L}}\approx 8{,}31\frac{J}{mol\,K}$$

y numéricamente (5/2)·8,31≈20,8 y (3/2)·8,31≈12,5, próximos a los valores del enunciado.

Similar a Andalucía 1994-4, solamente que allí no es un ciclo.
Similar a Cataluña 2000-A2

En general en problemas de termodinámica debemos comenzar dejando claro el convenio de signos usado: se utiliza el convenio IUPAC según el cual la primera ley es ΔU=Q+W, Q>0 y W>0 son aportados al sistema (no se utiliza el convenio Clausius según el cual es ΔU=Q-W)

No se indica sentido en el que se recorre el ciclo, asumimos que es según la secuencia en la que se numeran.
Llamamos A a la rama que va 1 a 2; proceso isócoro
Llamamos B a la rama que va de 2 a 3; proceso isotermo
Llamamos C a la rama que va de 3 a 1; proceso isobáro

Calculamos valores de P, V y T en los tres puntos:

1: V_1=10 L; T_1=300 K; $P_1=\frac{nRT_1}{V_1}=\frac{1\cdot 0{,}082\cdot 300}{10}=2{,}46\,atm$

2: $V_2=V_1$=10 L; T_2=600 K; $P_2=\frac{nRT_2}{V_2}=\frac{1\cdot 0{,}082\cdot 600}{10}=4{,}92\,atm$

(la presión se duplica si la temperatura se duplica a volumen constante)

3: $P_3=P_1$; $T_3=T_2$; $P_2V_2=P_3V_3\Rightarrow V_3=V_2\frac{P_2}{P_3}=10\cdot\frac{4{,}92}{2{,}46}=20\,L$

(el volumen se duplica si la presión se reduce a la mitad a temperatura constante)

Para el **proceso A** (isócoro)

W=0 (no hay trabajo al ser el volumen constante)
Q=Q_V=**ΔU**=$nc_V\Delta T$=1·12,54·(600-300)=**3762 J**(absorbido, al aumentar P a V constante)
ΔH=$nc_P\Delta T$=1·20,9·(600-300)=**6270 J**

$$\Delta S=\int \frac{\delta Q}{T}; \delta Q=nc_v dT; \Delta S=nc_v\int \frac{dT}{T}=nc_v \ln(\frac{T_2}{T_1})=1\cdot 12{,}54\cdot \ln(\frac{600}{300})=8{,}69\, J/K$$

ΔS=8,69 J/K Variación de entropía positiva, el sistema aumenta de temperatura a V cte.

Para el **proceso B** (isotermo)

ΔU=0 (la energía interna es una función de estado, no varía si no varía la temperatura cuando se trata de un gas en el que no ha habido cambio de estado)
W=-nRTln(V_3/V_2)=-1·8,31·600·ln(2)=**-3456 J** (trabajo liberado, se expande)
Q=-W=**3456 J** (calor aportado, si se expande a misma T)
ΔH=0 (entalpía es también una función de estado)
ΔS=Q/T=3456/600=**5,76 J/K** (positiva, aumenta al expandirse a T cte y aumentar V)

Para el **proceso C** (isóbaro)

W=-PΔV=-1·2,46·(10-20)=24,6 atm·L ;
W= 24,6·101,325 = **2492,6 J** (positivo, trabajo aportado, se comprime)
Q=ΔH=Q_p=$nc_p\Delta T$=1·20,9·(300-600)=**-6270 J**
ΔU=Q_v=$nc_v\Delta T$=1·12,54·(300-600)=**-3762 J**

El trabajo también se podría calcular como W=ΔU-Q=-3762-(-6270)=2508 J. No coincide exactamente pero si usamos c_p=20,8 Q=-6240 y c_v=12,5, ΔU=3750 la diferencia sería 2490 J, más próximo salvo redondeos.

$$\Delta S=\int \frac{\delta Q}{T}; \delta Q=nc_P dT; \Delta S=nc_P\int \frac{dT}{T}=nc_p \ln(\frac{T_1}{T_3})=1\cdot 20{,}9\cdot \ln(\frac{300}{600})=-14{,}49\, J/K$$

Comprobamos que en el ciclo la variación de todas las funciones de estado es nula
$\Delta U_A+\Delta U_B+\Delta U_C$=3762+0-3762=0
$\Delta H_A+\Delta H_B+\Delta H_C$=6270+0-6270=0
$S_A+S_B+S_C$=8,69+5,76-14,49≈0 (salvo redondeos)

Prueba práctica de Química.
Se valorará tanto el planteamiento y justificación como el desarrollo operativo.
3. Calcule el calor, el trabajo, la variación de energía interna, la variación de entropía, la variación de entalpía y la variación de energía libre, para la compresión isotérmica reversible de un mol de oxígeno a 30 ºC desde 1 atm a 50 atm. Suponer comportamiento ideal.

DATOS GENERALES: Los valores de las constantes, en el S. I. R = 8,31 $J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$; F = 96487 C.

En general en problemas de termodinámica debemos comenzar dejando claro el convenio de signos usado: se utiliza el convenio IUPAC según el cual la primera ley es ΔU=Q+W, Q>0 y W>0 son aportados al sistema (no se utiliza el convenio Clausius según el cual es ΔU=Q-W)

Variación de energía interna
ΔU=0, ya que es una función de estado que depende de la temperatura y la temperatura no varía.

Variación de entalpía
ΔH=0, ya que es una función de estado que depende de la temperatura y la temperatura no varía.

Trabajo:

$$W = -\int_{V1}^{V2} P\,dV = -\int_{V1}^{V2} \frac{nRT}{V}\,dV = -nRT\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

Como es una compresión isotérmica y la temperatura es constante $P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2 \rightarrow V_2/V_1 = P_1/P_2$

$$W = -nRT\ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) = -1 \cdot 8{,}31 \cdot (273+30) \cdot \ln\left(\frac{1}{50}\right) = 9{,}85 \cdot 10^3\,J$$

Trabajo positivo, es una compresión

Calor Q:
$\Delta U = Q + W \rightarrow Q = -W = -9{,}85 \cdot 10^3$ J

Variación de entropía
En un proceso isotermo ΔS=Q/T=-9,85·103/(273+30)=-32,51 J/K

Variación de energía de Gibbs (IUPAC desaconseja usar energía libre
https://goldbook.iupac.org/terms/view/G02629
$\Delta G = \Delta H - T\Delta S = 0 - (273+30) \cdot (-32{,}51) = 9{,}85 \cdot 10^3$ J

enrique@fiquipedia.es Revisado 24 junio 2023
CC BY SA

2001-A3. Responeu, de forma breu però raonada, les següents qüestions:
a) Com es pot aconseguir que augmenti l'entropia de l'univers fent seguir a un gas un cicle termodinàmic que el porta, després de diverses transformacions, a un estat final identic a l'estat inicial?
2000-C3. Contesteu de manera breu, però raonada, les cinc qüestions següents:
b) Com es pot aconseguir que augmenti l'entropia de l'univers fent seguir repetidament a un gas un cicle que el porta sempre a un estat final identic a l'estat inicial?

Responda, de forma breve pero razonada, las siguientes cuestiones:
¿Cómo se puede conseguir que aumente la entropía del universo haciendo seguir [repetidamente] a un gas un ciclo [termodinámico] que lo lleve [, tras varias transformaciones / siempre,] a un estado final idéntico al estado inicial?

Referencias:
http://laplace.us.es/wiki/index.php/Entrop%C3%ADa#Del_universo

El principio de aumento de la entropía indica que la entropía del universo siempre aumenta en cualquier proceso real no reversible, por lo que la respuesta rápida a la pregunta de cómo conseguir aumentar la entropía del universo es haciendo seguir al gas un ciclo cualquiera.
Ampliando la respuesta para comentar más elementos citados en la pregunta:
La entropía es una función de estado y en un proceso cíclico de un sistema en el que el estado final es idéntico al estado inicial la variación de entropía en ese sistema es nula (la variación es cero independientemente de que la máquina realice el ciclo en un proceso reversible (irreal) o irreversible (real)).
Si planteamos la entropía del universo relacionándola con la entropía del sistema asociado al gas ideal al que hacemos seguir el ciclo $\Delta S_{Universo} = \Delta S_{Sistema} + \Delta S_{Exterior}$
Como la variación de entropía del universo debe ser positiva y la del sistema es cero, implica que al hacer el proceso aumentamos la entropía del exterior del sistema. Si pensamos en una máquina térmica como proceso cíclico (convierte calor en trabajo con un foco caliente y uno frío), dado que el foco caliente disminuye su entropía (cede calor), el foco frío aumenta su entropía (recibe calor), la entropía en el foco frío tiene que aumentar más para que haya un aumento neto de la entropía del exterior y del universo. Basta que uno de los procesos del ciclo sea irreversible para que la entropía del universo aumente.
Respecto a máquinas térmicas que realicen ciclos con gas, además del ciclo de Carnot que es una idealización reversible y que aporta un límite máximo de rendimiento, se pueden citar:
https://en.wikipedia.org/wiki/Heat_engine#Gas-only_cycles
Ericsson, Stirling
Combustión interna: Otto, Diesel, Atkinson, Brayton, Lenoir, Miller

C4. Es fon, a la pressió d'l atmosfera, una massa de 1'80 kg de gel que inicialmente és a 260'0K pel sistema d'introduir-lo dins d'un recipient adiabàticament äillat que conté 3'60 kg d'aigua líquida que són a 350'0K. Evidentment, la temperatura de fusió del gel és de 0ºC.
a) Determineu la variació d'energia interna i d'entropia del gel des de l'estat inicial a l'estat flnal.
b) Determineu la variació d'energia interna i d'entropia del conjunt del sistema des del seu estat inicial al fins el seu estat final.
c) Demostreu que la dada sobre la capacitat calorífica molar de l'aigua líquida que figura a la llista de dades del final de l'enunciat d'aquest exercici és compatible amb la definició de caloria.
Nota: a més de les dades relacionades a l'ultim full del quadernet que siguin del vostre interès, podeu usar les següents: entalpia de fusió del gel en cn: 6090 J/mol; capacitat calorífica molar del gel: 36'6 J/mol·K; capacitat calorífica molar de l'aigua líquida: 75'4 J/mol·K

C4. Se funde, a la presión de la atmósfera, una masa de 1,80 kg de hielo que inicialmente está a 260,0 K por el sistema de introducirlo dentro de un recipiente adiabáticamente aislado que contiene 3,60 g de agua líquida que están en 350,0 K. Evidentemente, la temperatura de fusión del hielo es de 0 ºC.
a) Determine la variación de energía interna y de entropía del hielo desde el estado inicial al estado final.
b) Determinar la variación de energía interna y de entropía del conjunto del sistema desde su estado inicial al hasta su estado final.
c) Demostrar que el dato sobre la capacidad calorífica molar del agua líquida que figura en la lista de datos del final del enunciado de este ejercicio es compatible con la definición de caloría.
Nota: además de los datos indicados en la última hoja del cuadernillo que sean de su interés, puede usar las siguientes: entalpía de fusión del hielo en cn: 6090 J/mol; capacidad calorífica molar del hielo: 36,6 J/mol·K; capacidad calorífica molar del agua líquida: 75,4 J/mol·K

Comentario: enunciado original usa ' como separador decimal, pero no se debe utilizar
http://www.fiquipedia.es/home/recursos/recursos-notacion-cientifica/Separador%20decimal.pdf
Se tiene el enunciado original de este enunciado, pero no se dispone del original de "la última hoja del cuadernillo" ni se sabe qué datos tenía.

Referencias:
http://juliweb.es/termodinamica/capitulo3.pdf
Comentado por Dudaconpatas y sleepylavoisier en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4253&p=25068#p25066

En general en problemas de termodinámica debemos comenzar dejando claro el convenio de signos usado: se utiliza el convenio IUPAC según el cual la primera ley es ΔU=Q+W, Q>0 y W>0 son aportados al sistema (no se utiliza el convenio Clausius según el cual es ΔU=Q-W)

a) Para conocer el estado final calculamos la temperatura de equilibrio
Viendo las cantidades de agua y de hielo y sus temperaturas (1,8 kg hielo a -13 ºC y 3,6 kg de agua , el agua a 77 ºC) tenemos que plantear si el equilibrio está en 0 ºC, por encima o por debajo.
Masa molar de H_2O = 18 g/mol H_2O, luego en 3,60 kg son 200 mol H_2O y 1,8 kg son 100 mol H_2O

El calentamiento de 100 mol de hielo de -13 ºC a 0 ºC supone aportar 100·36,6·(0-(-13))= 47580 J (positivo, calor aportado)
El enfriamiento de 200 mol de agua desde 350 K a 273 K supone liberar 200·75,4·(273-350) = -1161160 J (negativo, el agua cede calor)
Por lo tanto ya sabemos que el agua es capaz de calentar el hielo hasta al menos a 0 ºC
La fusión de 100 mol de hielo supone aportar 100·6090=609000 J, energía que sí puede aportar el agua al enfriarse.
Por lo tanto la temperatura de equilibrio es superior a 0 ºC, todo estará como agua, calculamos la temperatura de equilibrio.
Planteamos el equilibrio térmico global para calcular la temperatura final de equilibrio, sabiendo que el sistema está en un recipiente adiabáticamente aislado:
El equilibrio se puede plantear como $Q_{total}=0$, o también $Q_{recibido}(positivo)+Q_{cedido}(negativo)=0$
Los términos asociados al calor recibido por el hielo ya los hemos calculado antes
Los términos asociados al calor recibido y cedido por el agua los calculamos como $m \cdot c_e \cdot \Delta T$, donde el término $\Delta T=T_{final}-T_{inicial}$ es el que determina el signo, positivo recibido y negativo cedido.

$$Q_{recibido\ hielo\ calentamiento}+Q_{recibido\ hielo\ en\ fusión}+Q_{recibido\ agua\ hielo\ calentamiento}+Q_{cedido\ agua\ en\ enfriamiento}=0$$

$$47580+609000+100\cdot 75{,}4\cdot(T_{equilibrio}-273)+200\cdot 75{,}4\cdot(T_{equilibrio}-350)=0$$

$$T_{equilibrio}=\frac{47580+609000-100\cdot 75{,}4\cdot 273-200\cdot 75{,}4\cdot 350}{-100\cdot 75{,}4-200\cdot 75{,}4}=295{,}3\ K$$

Si despreciamos la variación de volumen en la congelación, para el hielo, y al hablar de "hielo" consideramos la masa de hielo, por lo que también contemplamos ese "hielo" como agua tras la fusión del hielo
$\Delta U=Q_{recibido\ hielo}=-Q_{cedido\ agua}=-200\cdot 75{,}4\cdot(295{,}3-350)$
$\Delta U=824876$ J (positivo, el hielo se calienta y gana energía)
La variación de entropía tiene tres tramos: calentamiento como hielo, fusión, y calentamiento como agua. En todos ellos es positiva, porque se calienta.
Calentamiento 260 K → 273 K:

$$\Delta S_{hielo\ calentamiento}=\int \frac{\delta Q}{T}=\int_{T_1}^{T_2} n c_e \frac{dT}{T}=n c_e \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)=100\cdot 36{,}6\ln\left(\frac{273}{260}\right)=178{,}6\ J/K$$

Fusión a 273 K:

$$\Delta S_{hielo\ fusión}=\int \frac{\delta Q}{T}=\frac{Q}{T}=\frac{100\cdot 6090}{273}c=100\cdot 36{,}6\ln\left(\frac{260{,}65}{260}\right)=2231\ J/K$$

Calentamiento 273 K → 295,3 K:

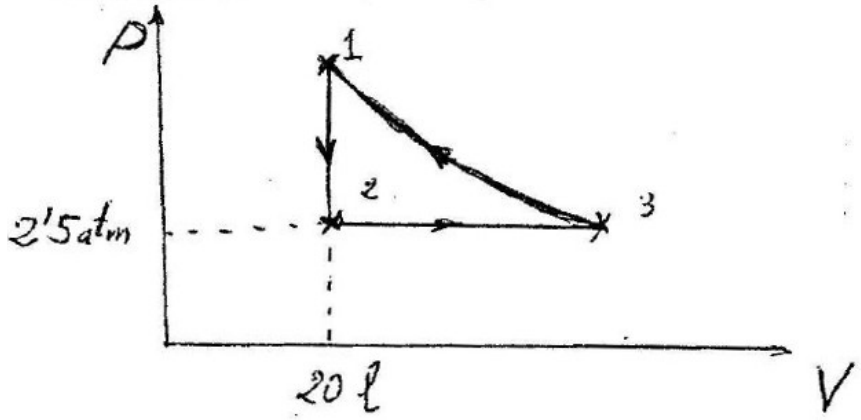
$$\Delta S_{calentamiento\ agua\ hielo}=\int \frac{\delta Q}{T}=\int_{T_1}^{T_2} n c_e \frac{dT}{T}=n c_e \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)=100\cdot 75{,}4\ln\left(\frac{295{,}3}{273}\right)=592\ J/K$$

La variación total es $\Delta S=178{,}6+2231+592=3002\ J/K$
b) Como el sistema está aislado adiabáticamente la variación de energía interna es nula.
La variación de entropía del sistema será la suma de variación de entropía del hielo calculada en apartado a y la variación de entropía del agua, que en este caso solamente tiene un tramo.
La variación será negativa ya que es un enfriamiento
Enfriamiento 350 K → 295,3 K: $\Delta S=200\cdot 75{,}4\ln\left(\frac{295{,}3}{350}\right)=-2563\ J/K$

$\Delta S_{sistema}=\Delta S_{hielo}+\Delta S_{agua}=3002-2563=439\ J/K$ Positivo, proceso espontáneo.
c) La definición de caloría es "la cantidad de energía térmica a intercambiar para elevar 1 K un gramo de agua".

$$c_e(H_2O\ líquida)=75{,}4\frac{\cancel{J}}{\cancel{mol\ H_2O}\cdot K}\cdot\frac{1\ \cancel{mol\ H_2O}}{18\ g\ H_2O}\frac{1\ cal}{4{,}18\ \cancel{J}}\approx 1\frac{cal}{g\ K}$$

A2. 88 g de diòxid de carboni, que suposarem que tenen un comportament de gas ideal a tots el efectes, se sotmeten, des de l'estat 1, al cicle 1 → 2 → 3 → 1 representat a la figura, a través de transformacions que es poden considerar reversibles i, en particular, la transformació 3 → 1 es isoterma. En l'estat 1, la temperatura és de 100 ºC.



a) Determineu la pressió, el volum i la temperatura dels tres estats 1, 2 i 3.
b) Calculeu el treball fet en cadascuna de les tres transformacions i digueu si és d'expansió o de compressió.
c) Raoneu que, en el total del cicle, el sistema ha transferit calor a l'exterior.
d) Quina ha estat la variació total d'entropia del sistema en completar el cicle? I la de l'univers? Raoneu les respostes.

88 g de dióxido de carbono, que supondremos que tienen un comportamiento de gas ideal a todos los efectos, se someten, desde el estado 1, el ciclo 1 → 2 → 3 → 1 representado en la figura, a través de transformaciones que pueden considerarse reversibles y, en particular, la transformación 3 → 1 es isoterma. En el estado 1, la temperatura es de 100 °C.
a) Determinar la presión, el volumen y la temperatura de los tres estados 1, 2 y 3.
b) Calcular el trabajo realizado en cada una de las tres transformaciones y diga si es de expansión o de compresión.
c) Razone que, en el total del ciclo, el sistema ha transferido calor al exterior.
d) ¿Cuál ha sido la variación total de entropía del sistema al completar el ciclo? Y la del universo? Razone las respuestas.
Referencias:
Ver Andalucía 1994-4, donde no hay ciclo pero tramos son similares., Castilla y León 2002 3
Datos reales CO_2: http://webbook.nist.gov/cgi/cbook.cgi?ID=C124389&Mask=1#Thermo-Gas
En general en problemas de termodinámica debemos comenzar dejando claro el convenio de signos usado: se utiliza el convenio IUPAC según el cual la primera ley es ΔU=Q+W, Q>0 y W>0 son aportados al sistema (no se utiliza el convenio Clausius según el cual es ΔU=Q-W)
La masa molar de CO_2 es 12+2·16=44 g/mol, luego tenemos 2 mol de CO_2.
a) Si utilizamos la ley de los gases ideales en los distintos puntos para 2 mol de gas:

Punto 1: V_1=20 L T_1=373K $P_1=\frac{nRT_1}{V_1}=\frac{2\cdot 0{,}082\cdot 373}{20}\approx 3\,atm$

Punto 2: $V_2=V_1$=20 L P_2 = 2,5 atm $T_2=\frac{P_2V_2}{nR}=\frac{20\cdot 2{,}5}{2\cdot 0{,}082}\approx 305\,K$

Punto 3: $P_3=P_2$=2,5 atm $T_3=T_1$=373 K (transformación 3→ 1 es isoterma)

$$V_3=\frac{nRT_3}{P_3}=\frac{2\cdot 0{,}082\cdot 373}{2{,}5}=24{,}47\,L$$

b) No tenemos como dato c_p; para un gas ideal poliatómico $c_p=4R\approx 33{,}24$ J/mol·K
El dato real es c_p=37 J/molK a 305 K y 41 J/molK a 393 K (http://webbook.nist.gov/cgi/cbook.cgi?ID=C124389&Mask=1#Thermo-Gas)
$c_p=c_v+R \rightarrow c_v=c_p-R=33{,}24-8{,}31=24{,}93$ J/mol·K
Calculamos trabajo, calor y variación de energía interna.
Para el **proceso 1→ 2** (isocoro)
W=0 (no hay trabajo al ser el volumen constante)
$Q=Q_V=\Delta U=nc_V\Delta T=2\cdot 24{,}93\cdot(305-373)=-3{,}39$ kJ (liberado, al disminuir presión a volumen constante)
Para el **proceso 2→ 3** (isóbaro)
$W=-P\cdot\Delta V=-2{,}5\cdot 101325\cdot(24{,}47-20)\cdot 10^{-3}=-1{,}13$ kJ (negativo el sistema se expande a presión constante, trabajo de expansión)
$Q=Q_p=\Delta H=nc_p\Delta T=2\cdot 33{,}24\cdot(373-305)=4{,}52$ kJ
$\Delta U=Q_v=nc_v\Delta T=2\cdot 24{,}93\cdot(393-305)=3{,}39$ kJ
El trabajo también se podría calcular como $W=\Delta U-Q=3{,}39-4{,}52=-1{,}13$ kJ
Para el **proceso 3→ 1** (isotermo)
$\Delta U=0$ (la energía interna es una función de estado, no varía si no varía la temperatura cuando se trata de un gas en el que no ha habido cambio de estado)
$W=-nRT\ln(V_f/V_i)=-2\cdot 8{,}31\cdot 373\cdot\ln(20/24{,}47)=1{,}25$ kJ (trabajo aportado, se comprime)
$Q=-W=-1{,}25$ kJ (calor desprendido, si se comprime a misma T, desprende calor)
c) Enunciado indica razonar, no calcular, luego primero lo hacemos solamente con los cálculos de trabajo que se supone tenemos calculados en apartado b, comprobando luego con datos de calor para validar.
El trabajo total lo tenemos calculado y es $W_{1\rightarrow 2}+W_{2\rightarrow 3}+W_{3\rightarrow 1}=0-1{,}13+1{,}25=0{,}12$ kJ; aportamos trabajo al sistema.
En el proceso global $\Delta U=0$, ya que la energía interna es una función de estado, por lo que globalmente $Q=-W=-0{,}12$ kJ; el sistema libera calor, transfiriéndolo al exterior.
Validamos con los cálculos de calor realizados en apartado b, que no eran imprescindibles según el enunciado. El calor total en un ciclo es $Q_{1\rightarrow 2}+Q_{2\rightarrow 3}+Q_{3\rightarrow 1}=-3{,}39+4{,}52-1{,}25=-0{,}12$ kJ
d) La entropía es una función de estado, y en un ciclo la variación de entropía del sistema es cero. Podemos comprobarlo

Para el **proceso 1→ 2** (isocoro) $$S=\int_{T_1}^{T_2}\frac{\delta Q}{T}dT=nc_v\ln\frac{T_2}{T_1}=2\cdot 24{,}93\cdot\ln\left(\frac{305}{373}\right)=-10\,J/K$$

Para el **proceso 2→ 3** (isóbaro) $$S=\int_{T_2}^{T_3}\frac{\delta Q}{T}dT=nc_p\ln\frac{T_3}{T_2}=2\cdot 33{,}24\cdot\ln\left(\frac{373}{305}\right)=13{,}4\,J/K$$

Para el **proceso 3→ 1** (isotermo) $$S=\frac{Q}{T}=\frac{-1{,}25\cdot 10^3}{373}=-3{,}4\,J/K$$

La variación de entropía total en el ciclo es $S_{1\rightarrow 2}+S_{2\rightarrow 3}+S_{3\rightarrow 1}=0$
Como enunciado indica que las transformaciones son reversibles, la variación de entropía del universo es nula.

Model 2
3. El coure pur fon a 1083 ºC, a 1 atm de pressió. Calculeu la variació de l'energia de Gibbs per al procés espontani de solidificació del coure a 1 atm i 847 ºC, sabent que les calors molars del Cu(s) i del Cu(l), a 1 atm de pressió venen donades per les equacions:
$C_{p\ Cu(s)} = 22,64 + 6,28 \cdot 10^{-3} T\ J\ K^{-1}\ mol^{-1}$
$C_{p\ Cu(l)} = 31,38\ J\ K^{-1}\ mol^{-1}$
I que l'entalpia de fusió estàndard del coure a 1083 ºC és igual a $1,297 \cdot 10^{4}\ J\ mol^{-1}$.

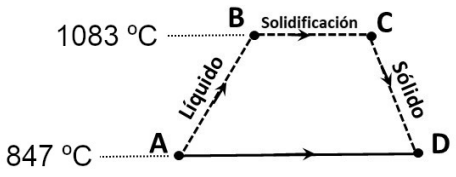
Modelo 2
3. El cobre puro funde a 1083 ºC, a 1 atm de presión. Calcular la variación de la energía de Gibbs para el proceso espontáneo de solidificación del cobre a 1 atm y 847 °C, sabiendo que los calores molares del Cu (s) y del Cu (l), a 1 atm de presión vienen dados por las ecuaciones:
$C_{p\ Cu\ (s)} = 22,64 + 6,28 \cdot 10^{-3} T\ J\ K^{-1}\ mol^{-1}$
$C_{p\ Cu\ (l)} = 31,38\ J\ K^{-1}\ mol^{-1}$
Y que la entalpía de fusión estándar del cobre en 1083 ºC es igual a $1,297 \cdot 10^{4}\ J\ mol^{-1}$.

Referencias:
http://juliweb.es/termodinamica/capitulo3.pdf#page=17 Problema 20
http://www.ugr.es/~carlosg/ftp/Temas_ppt/UGR_TPM_TEMA5.pps Termodinámica de procesos minerales. Tema 5. Energía de Gibbs (G). Transformaciones de sustancias puras. Parte 1 – Energía de Gibbs – Dependencia de la Temperatura, página 75 Variación Isobárica de G con la Temperatura: Caso General – Sin Considerar Cp
Andalucía 1994-4 también aparece variación energía Gibbs variando T/sin ser T constante.

En general en problemas de termodinámica debemos comenzar dejando claro el convenio de signos usado: se utiliza el convenio IUPAC según el cual la primera ley es ΔU=Q+W, Q>0 y W>0 son aportados al sistema (no se utiliza el convenio Clausius según el cual es ΔU=Q-W)

El enunciado puede extrañar al hablar de solidificación del cobre a 1 atm y 847 ºC, que es una temperatura más baja que la temperatura de fusión, por lo que lo normal es que a esa temperatura ya estuviera sólido. Lo razonable que se debe asumir es que se trata de un líquido "superenfriado" https://es.wikipedia.org/wiki/Sobrefusi%C3%B3n

a) Como la energía de Gibbs es una función de estado, la podemos calcular como la asociada a la suma de procesos que tengan mismo punto inicial y final (partir de cobre a 847 ºC líquido y llegar a cobre a 847 ºC sólido) pero para los que podamos calcular variaciones de entropía y entalpía fácilmente. Lo realizamos para 1 mol, por cada mol.



847 ºC = 1120 K
1083 ºC = 1356 K
1 (A-B) Calentamiento como líquido desde 1120 K hasta 1356 K.
2 (B-C) Solidificación a 1356 K desde cobre líquido a cobre sólido.
3 (C-D) Enfriamiento como sólido desde 1356 K hasta 1120 K.

Calculamos la variación de entalpía y entropía de cada tramo para luego calcular energía de Gibbs

1. $\Delta S_1 = \int_{1120}^{1356} \frac{\delta Q}{T} = \int_{1120}^{1356} \frac{c_p}{T} dT = 31,38 \int_{1120}^{1356} \frac{dT}{T} = 31,38 \cdot \ln\left(\frac{1356}{1120}\right) = 6\ J\ K^{-1} mol^{-1}$

Positivo, aumenta la entropía al aumentar temperatura.

$\Delta H_1 = c_p \Delta T = 31{,}38\,(1356-1120) = 7405{,}68\,J\,mol^{-1}$ Positivo, el sistema gana energía.

2. $\Delta S_2 = \frac{Q}{T} = \frac{-1{,}297\cdot 10^4}{1356} = -9{,}56\,J\,K^{-1}\,mol^{-1}$

$\Delta H_2 = Q = -1{,}297\cdot 10^4\,J\,K^{-1}\,mol^{-1}$

3. $$\Delta S_3 = \int_{1356}^{1120} \frac{\delta Q}{T} = \int_{1356}^{1120} \frac{c_p}{T} dT = \int_{1356}^{1120} \frac{22{,}64 + 6{,}28\cdot 10^{-3} T}{T} dT$$

$$\Delta S_3 = 22{,}64 \ln\left(\frac{1120}{1356}\right) + 6{,}28\cdot 10^{-3}(1120-1356) = -4{,}329 - 1{,}482 = -5{,}81\,J\,K^{-1}\,mol^{-1}$$

Negativo, disminuye la entropía al disminuir temperatura.

$$\Delta H_3 = \int_{1356}^{1120} c_p\, dT = \int_{1356}^{1120} 22{,}64 + 6{,}28\cdot 10^{-3} T\, dT$$

$$\Delta H_3 = 22{,}64\,(1120-1356) + 6{,}28\cdot 10^{-3}\left(\frac{1120^2}{2} - \frac{1356^2}{2}\right) = -5343{,}04 - 1834{,}82 = -7177{,}86\,J\,mol^{-1}$$

Negativo, el sistema desprende energía.

En el proceso global:

Variación de entropía global

$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3 = 6 - 9{,}56 - 5{,}81 = -9{,}37\,J\,K^{-1}\,mol^{-1}$

Negativo, el sistema pasa líquido a sólido, "se ordena"

Variación de entalpía global

$\Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_3 = 7405{,}68 - 1{,}297\cdot 10^4 - 7\,177{,}86 = -12742{,}18\,J\,mol^{-1}$

Negativo, desprende energía

Variación de energía de Gibbs global la podemos usando la variación de entalpía y de entropía global calculadas, y teniendo en cuenta que en proceso A-D la temperatura es constante

$\Delta G = \Delta H - T\cdot \Delta S = -12742{,}18 - 1120\cdot(-9{,}37) = -2247{,}78\,J\,mol^{-1}$

ΔG=-2,25 kJ mol^{-1}

Se podría plantear una manera alternativa que es calcular la variación de energía de Gibbs en cada proceso 1, 2 y 3, y obtener la variación de energía de Gibbs como la suma de las variaciones de los tres procesos.

1. Para la energía de Gibbs en principio planteamos $\Delta G_1 = \Delta H_1 - T\Delta S_1$ *pero esa ecuación asume temperatura constante, y tenemos dos valores de temperatura porque el proceso no es a temperatura constante.*

También se puede dudar si H y S dependen de la temperatura: tenemos que para cobre líquido c_p *no depende de la temperatura,* $\Delta c_p = 0$*, por lo que las* ΔH *y* ΔS *son las mismas a cualquier temperatura.*

Para la variación de G con la temperatura, planteamos una ecuación fundamental de termodinámica que se puede deducir

$$G = H - TS = U + PV - TS \Rightarrow dG = dU + dP\cdot V + P\cdot dV - dT\cdot S - T\cdot dS$$

$$Primer\ principio: dU = dQ - P\cdot dV\ ;\ 2^o\ principio\ dQ = T\cdot dS$$

$$dG = dP\cdot V - dT\cdot S$$

En este caso tenemos presión constante, por lo que

$$dG = -S\,dT \Rightarrow \int_{T_{ref}}^{T_f} dG = -\int_{T_{ref}}^{T_f} S\,dT \Rightarrow G_{T_f} = G_{T_{ref}} - \int_{T_{ref}}^{T_f} S\,dT$$

$$\Delta G_{T_f} = \Delta G_{T_{ref}} - \int_{T_{ref}}^{T_f} \left(\Delta S_{ref} + \int_{T_{ref}}^{T_f} \frac{\Delta c_p}{T} dT \right) dT$$

En este caso tenemos $\Delta c_p = 0$*, por lo que*

$$\Delta G_{T_f} = \Delta G_{T_{ref}} - \Delta S_{ref} \cdot \left(T_f - T_{ref} \right)$$

Que se puede demostrar (ver referencias) que en función de entalpía a presión constante equivale a

$$\Delta G_{T_f} = \Delta H_{T_{ref}} - T_f \cdot \Delta S_{ref}$$

Sustituyendo

$\Delta G_1 = 7405{,}68 - 1356 \cdot 6 = -730{,}32\ J\,mol^{-1}$ *Negativo, espontáneo.*

2. $\Delta G_2 = \Delta H_2 - T\,\Delta S_2 = 0$ *Se trata de un cambio de estado, es un equilibrio entre fases.*

3. Ahora sí que c_p *depende de la temperatura, pero es a presión constante, y usamos misma expresión*

$\Delta G_3 = -7177{,}86 - 1120 \cdot (-5{,}81) = -670{,}66\ J\,mol^{-1}$ *Negativo, espontáneo.*

La variación de energía de Gibbs global sería

$$\Delta G = \Delta G_1 + \Delta G_2 + \Delta G_3 = -730{,}32 + 0 - 670{,}66 = -1400{,}98\ J\,mol^{-1}$$

Negativo, espontáneo tal y como ya indica enunciado.

Los valores obtenidos no coinciden usando los dos métodos, pendiente de revisar la inconsistencia, pero este segundo método es menos seguro porque depende de expresiones tomadas de referencias de las que hay que revisar aproximaciones (para la expresión usada se indica "Si no consideramos el efecto del término de Cp")

2. Calcular el rendimiento del ciclo siguiente descrito reversiblemente por un gas perfecto diatómico:
1. Compresión isotérmica a T_1=300 K hasta la presión $P_2=8P_1$ siendo P_1 la presión inicial.
2. Caldeo a volumen constante hasta que la entropía alcanza el mismo valor que tenía en el estado inicial.
3. Expansión adiabática hasta el estado primitivo.

En general en problemas de termodinámica debemos comenzar dejando claro el convenio de signos usado: se utiliza el convenio IUPAC según el cual la primera ley es ΔU=Q+W, Q>0 y W>0 son aportados al sistema (no se utiliza el convenio Clausius según el cual es ΔU=Q-W)

Física Universitaria, Sears-Zemansky, Capítulo 20 La segunda ley de la termodinámica, definición de eficiencia térmica de una máquina.
En Galicia 1995-Física 3 también hay cálculo de rendimiento de ciclo

Calculamos calor, trabajo y entropía en cada tramo, y lo hacemos para 1 mol.
Llamamos a los puntos 1 → (tramo 1) → 2 → (tramo 2) → 3 (tramo 3) → 1
Como se trata de un gas perfecto diatómico, γ=7/5, tenemos c_p=7/2R y c_v=5/2R
1. T=cte, isotermo, ΔU=0 al ser una función de estado, Q=-W

$$W=-\int_{V_1}^{V_2} P\,dV=-nRT\int_{V_1}^{V_2}\frac{dV}{V}=-nRT\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)\quad \text{T=cte}\quad P_1V_1=P_2V_2\Rightarrow\frac{V_2}{V_1}=\frac{P_1}{P_2}\quad V_2=V_1/8$$

$$W=-nRT\ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right)=-1\cdot 8{,}31\cdot 300\cdot\ln\left(\frac{1}{8}\right)=5184\,J$$ Trabajo positivo, se aporta para comprimir

Q=-5184 J Negativo, el sistema cede calor para mantener la temperatura en la compresión a V=cte

$$\Delta S=\int\frac{\delta Q}{T}=\int_{V_1}^{V_2}\frac{P\cdot dV}{T}=nR\int_{V_1}^{V_2}\frac{dV}{V}=nR\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)=nR\ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right)=1\cdot 8{,}31\cdot\ln\left(\frac{1}{8}\right)=-17{,}28\,J/K$$

(También directamente en este caso $\Delta S=\frac{-5184}{300}=-17{,}28\,J/K$)

2. V=cte, isócoro. W=0, ΔU=Q
La variación de T está asociada a la variación de S que tiene que ser la opuesta a la del tramo 1.

$$\Delta S=\int\frac{\delta Q}{T}=\int_{T_2}^{T_3}\frac{n\cdot c_v dT}{T}=n c_v\ln\left(\frac{T_3}{T_2}\right)$$

En un tramo isócoro

$$17{,}28=1\cdot\frac{5}{2}8{,}31\cdot\ln\left(\frac{T_3}{300}\right)\Rightarrow T_3=300\cdot e^{\frac{17{,}28\cdot 2}{5\cdot 8{,}31}}=689{,}2\,K$$

$$Q=n\cdot c_v\cdot\Delta T=1\cdot\frac{5}{2}8{,}31\cdot(698{,}2-300)=8086\,J$$ Positivo, calor aportado

Al ser volumen constante $\frac{P_2}{T_2}=\frac{P_3}{T_3}\Rightarrow P_3=P_2\frac{T_3}{T_2}=\frac{689{,}2}{300}P_2=2{,}3\,P_2$

3. Adiabático, Q=0. ΔU=W

$$\Delta U=nc_v\Delta T=1\cdot\frac{5}{2}8{,}31(300-689{,}2)=-8086\,J$$ Negativo, realizado por el sistema, se expande.

>No es necesario, pero validamos que puntos inicial y final de este tramo cumplen ecuación adiabáticas

$$P_3V_3^{\gamma}=P_1V_1^{\gamma}$$

$$2{,}3\cdot P_2V_2^{1{,}4}=\frac{1}{8}P_2(8V_2)^{1{,}4}\Rightarrow 2{,}3\approx 8^{0{,}4}$$

Resumen tramos:
1. W_1=5184 J (aportado), Q_1=-5184 J (cedido “al foco frío”)

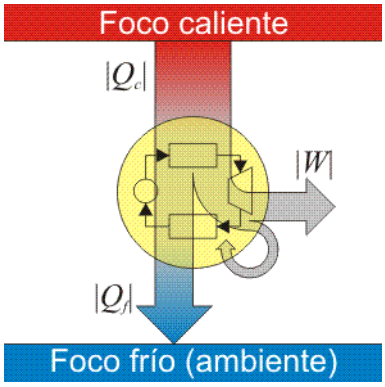
2. $W_2=0$, $Q_2=8086$ J (aportado "desde el foco caliente")
3. $W_3=-8086$ J (cedido), $Q_3=0$
En ciclo la variación de energía interna es nula, por lo que |aportada| = |cedida|, $|Q_2+W_1|= |Q_1+W_3|$ (validamos 8086+5184=5184+8086)
De manera general en una máquina térmica para un ciclo $|Q_{aportado\ desde\ foco\ caliente}| = |W| +|Q_{cedido\ foco\ frío}|$ (validamos |8086||=|5184-8086|| + |-5184|)

Por definición de rendimiento de una máquina térmica $\eta=\frac{|W|}{Q_{aportada\,desde\,foco\,caliente}}$

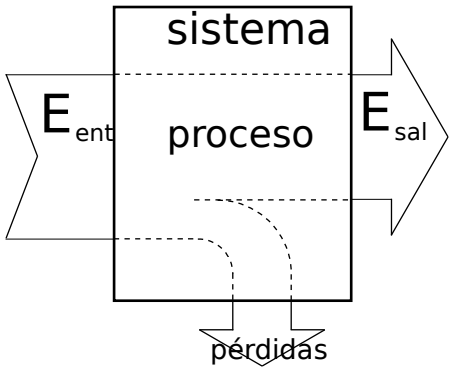
El rendimiento del ciclo es $\eta=\frac{|W_1+W_2|}{|Q_2|}\cdot 100=\frac{|5184-8086|}{8086}\cdot 100=35{,}9\,\%$

Tiene que ser inferior al rendimiento máximo teórico $\eta=1-\frac{T_1}{T_3}=1-\frac{300}{689{,}2}=57\,\%$

>Puede surgir la duda de si para calcular el rendimiento hay que considerar como energía aportada solamente la térmica o toda la aportada incluyendo el trabajo positivo del tramo 4→1; según la definición de rendimiento de máquina térmica solamente se considera el calor tomado del foco caliente.



Máquina térmica, gonfer, GFDL



Rendimiento térmico, wikimedia, cc0

enrique@fiquipedia.es Revisado 16 octubre 2023
CC BY SA

FÍSICA

1.- Un cilindro con un pistón móvil de masa despreciable encierra un gas ideal a T=293 K. Cierta cantidad de agua situada sobre el pistón llena el cilindro hasta una altura H=2 m. Justo por debajo del nivel del agua hay un orificio que permanece inicialmente cerrado. En esta situación de equilibrio, el pistón tiene una altura de 1 m.

a) Suponiendo que la presión atmosférica es de P_0=101 kPa y que la aceleración de la gravedad es g=10 m/s^2, calcular la presión inicial del gas y su densidad (en forma de concentración molar mol/m^3)

b) Si se abre el orificio, el agua comienza a salir lentamente y la presión a la que se ve sometido el gas disminuye de forma suficientemente lenta para considerarse cuasiestática. Consecuentemente el gas se expande, hace que salga más agua por el orificio, disminuya más la presión y el gas siga expandiéndose. Representar un diagrama P-V los sucesivos estados del gas.

c) ¿Podemos asegurar que, al menos inicialmente, la temperatura aumentará durante la expansión?

d) ¿Cuál será su altura máxima?

Resolución revisada incluyendo aportaciones de sleepylavoisier
Resolución revisada con aportaciones y diagramas Roberto Palau Lage y Roberto Palau García
>El enunciado no es totalmente claro, se puede asumir que la altura de 2 m de agua es medida desde el comienzo del cilindro o desde el comienzo del pistón. Asumimos que es desde el comienzo del pistón.
> El enunciado no informa sobre las características de las paredes del cilindro y el pistón, en concreto si son adiabáticas o no, aunque parece dar a entender que no lo son. En este caso conviene tener en cuenta que tanto la temperatura del agua como del aire tendrían que ser 293 K, pues el equilibrio inicial del sistema tiene que incluir el equilibrio térmico.
>Enunciado da datos con 1, 2, y 3 cifras significativas: damos resultados con 1 cifra significativa.

a) Como se indica que la masa del pistón es despreciable, la presión ejercida sobre el gas es la asociada a la columna de agua.

No es dato pero asumimos para el agua densidad 10^3 kg/m^3, por lo que

$$\Delta P = \rho g \Delta h \Rightarrow P = P_0 + \rho g \Delta h = 101 \cdot 10^3 + 10^3 \cdot 10 \cdot 2 = 1{,}21 \cdot 10^5 \, Pa$$

Se indica que es un gas ideal utilizamos la ecuación de los gases ideales.

No es dato pero asumimos R=8,31 J·mol^{-1}·K^{-1}

$$PV = nRT \Rightarrow \frac{n}{V} = \frac{P}{RT} = \frac{1{,}21 \cdot 10^5}{8{,}31 \cdot 293} = 49{,}7 \approx 50 \frac{mol}{m^3}$$

b) Planteamos que por el orificio sale una cantidad de masa de agua muy pequeña, dm, lo que supondrá cierta altura de agua, relacionada con la densidad del agua y con la sección del cilindro, que desconocemos. Si planteamos que dm supone un dh, lo que sí sabemos es que el pistón subirá esa altura, y el volumen ocupado por gas también aumentará en ese dh al tener la misma sección, por lo que variará su concentración molar, expandiéndose como indica el enunciado.

En el recipiente con el gas ni el volumen ni la presión son constantes (varían de forma cuasiestática, P disminuye y V aumenta).

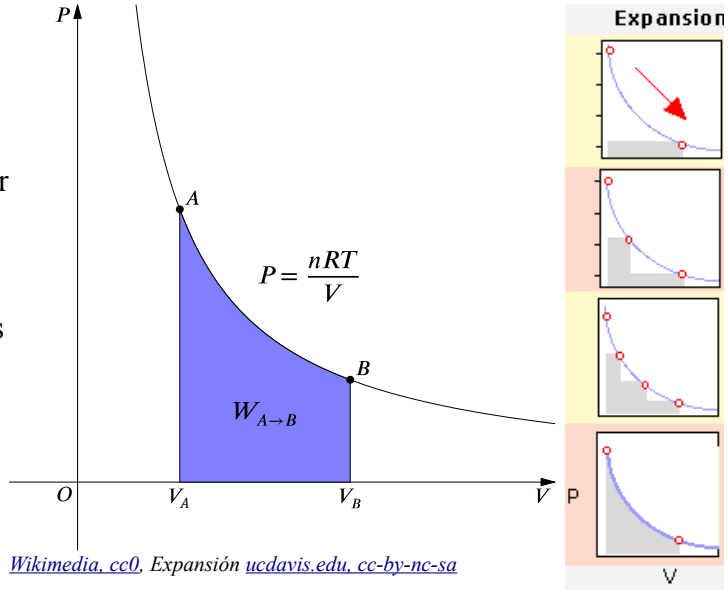
El gas realiza trabajo de expansión y solamente lo puede obtener de su energía interna o de un aporte de calor externo.

-Plantear un proceso isotérmico (que encaja en que P disminuye y V aumenta) implica identificar un aporte de calor, que enunciado no indica.

-Plantear un proceso adiabático implicaría asumir paredes adiabáticas, que enunciado no indica.

Pero está preguntando por el tipo de proceso y quizá por eso se omiten detalles, hay que pensar qué

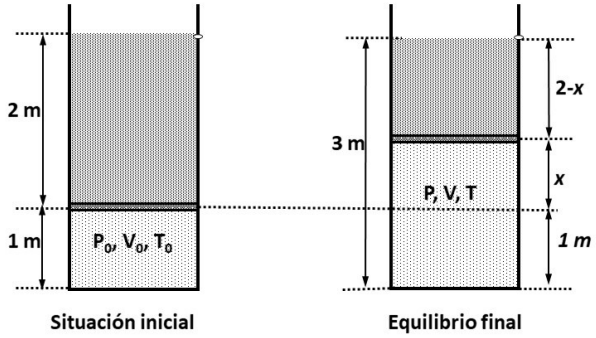
detalle no indicado explícitamente se asume para quedarse con una de las dos opciones.
-Ser un proceso adiabático es excepcional, y mientras no se diga parece razonable que sí hay intercambio de calor con el exterior, o sin estar aislado, que el proceso sea suficientemente rápido como para que al sistema no le dé tiempo a intercambiar calor con el entorno (por ejemplo en una tobera o en un difusor). Indicar explícitamente lento parece descartar esta opción. Otro motivo para descartar adiabático es que no tenemos datos para asumir un coeficiente adiabático concreto (no se indica monoatómico ni diatómico).
-Ser un proceso isotérmico cuadra con un proceso lento, el sistema tiene tiempo para volver a alcanzar el equilibrio térmico con los alrededores, tomando calor del exterior. Precisamente la temperatura interior son 293 K = 20 ºC, y **es razonable asumir que aunque no lo diga el enunciado esa es también la temperatura exterior y es constante**, y que el exterior está realizando un aporte de calor a medida que se produce la expansión, sin que ello modifique la temperatura exterior.
Así que el diagrama P-V sería el de un proceso isotérmico, pero se podría plantear como escalones asociados a los dP y dV por separado teniendo V y P constante. El orden de los escalones tomando como guion el enunciado será
1. "la presión a la que se ve sometido el gas disminuye" La presión disminuye un dP a V constante. Tramo vertical de escalón infinitesimal en diagrama P-V. La temperatura disminuye.
2. " Consecuentemente el gas se expande" El volumen aumenta un dV a P constante. Tramo horizontal de escalón infinitesimal en diagrama P-V. La temperatura aumenta.



Wikimedia, cc0, Expansión ucdavis.edu, cc-by-nc-sa

Pero como son escalones infinitesimales con una escala adecuada la representación es simplemente una isoterma. Como se trata de una expansión, en el diagrama sería ir de punto A a punto B.

Sin embargo este planteamiento genérico no es válido en este caso, porque **con los datos del enunciado es una situación imposible**: la presión que ejerce el líquido encima del pistón es siempre mayor que la presión que ejerce el gas, por lo que el pistón nunca puede subir.
Se incluye un diagrama asumiendo que se llega a un nuevo equilibro (el equilibrio final podría ser expulsar todo el agua si x=2 m)



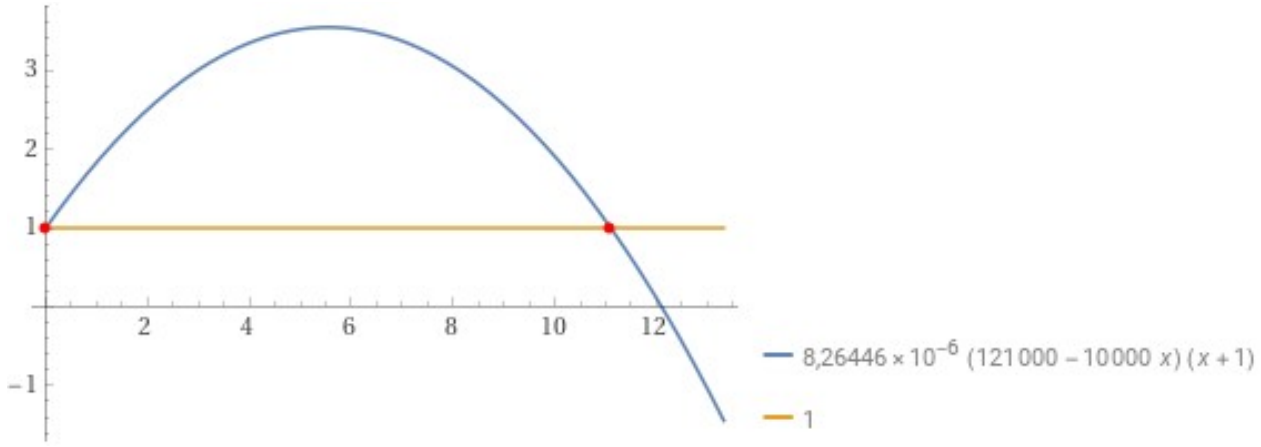
- Planteamos para el gas, al ser un proceso isotermo $P_0 \cdot V_0 = P \cdot V = P \cdot S \cdot x$, siendo S la sección del pistón (usamos ahora P_0 como valor inicial de presión en el gas calculado en apartado a, aunque en enunciado se usa P_0 para la presión atmosférica)

$$1{,}21 \cdot 10^5 \cdot S \cdot 1 = P \cdot S \cdot (1+x) \Rightarrow P_{gas} = \frac{1{,}21 \cdot 10^5}{1+x} Pa$$

- Planteamos para el agua encima del pistón $P_{agua} = 101 \cdot 10^3 + 10^3 \cdot 10 \cdot (2-x) = 1{,}21 \cdot 10^5 - 10^4 \cdot x$
Si igualamos $P_{gas} = P_{agua}$, o lo que es lo mismo que

$$1{,}21\cdot 10^5 - 10^4\cdot x = \frac{1{,}21\cdot 10^5}{1+x}$$
$$1{,}21\cdot 10^5 - 10^4\cdot x + 1{,}21\cdot 10^5 x - 10^4\cdot x^2 = 1{,}21\cdot 10^5$$
$$-10^4\cdot x^2 + 1{,}11\cdot 10^5 x = 0 \Rightarrow \begin{matrix} x=0 \\ x=\frac{1{,}11\cdot 10^4}{10^4}=11{,}1m \end{matrix}$$

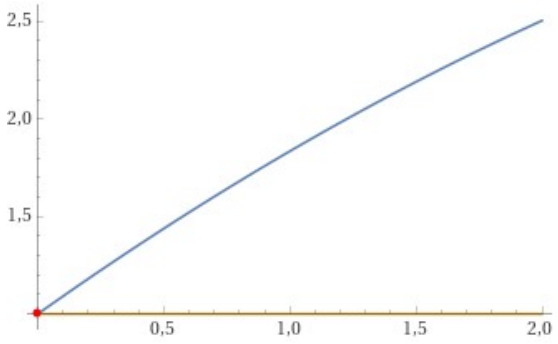
La solución x=0 era conocida asociada al equilibrio inicial, y la segunda es imposible ya que es mayor que la altura total.
Podemos ver que $P_{agua}/P_{gas} > 1$ siempre en el intervalo para x [0,2] de varias maneras:
-Viendo que la ecuación $P_{agua}=P_{gas}$ es una parábola "con las patas hacia abajo", por lo que entre los valores x=0 y x=11,1 el cociente P_{agua}/P_{gas} es siempre mayor que 1.
(Enlaza con la representación comentada más adelante)
https://www.wolframalpha.com/input?i=%28%281.21e5+-+1e4*x%29*%281%2Bx%29%29%2F%281.21e5%29+%3D+1&lang=es

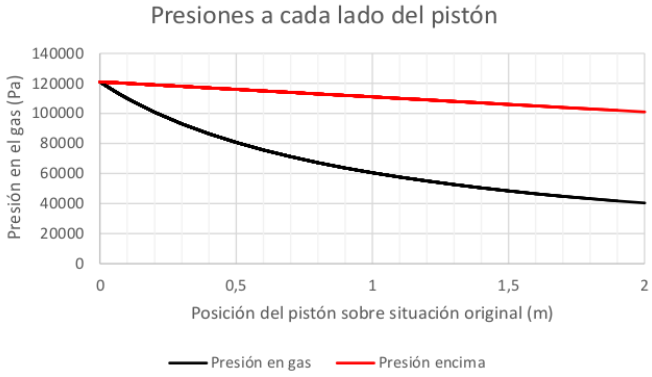


- Representando gráficamente en ese intervalo ambas funciones o el cociente

$$\frac{P_{agua}}{P_{gas}} = \frac{1{,}21\cdot 10^5 - 10^4\cdot x}{\frac{1{,}21\cdot 10^5}{1+x}} = \frac{(1{,}21\cdot 10^5 - 10^4\cdot x)\cdot(1+x)}{1{,}21\cdot 10^5}$$

https://www.wolframalpha.com/input?i=%28%281.21e5+-+1e4*x%29*%281%2Bx%29%29%2F%281.21e5%29+%3D+1+for+x%3D%7B0%2C2%7D&lang=es

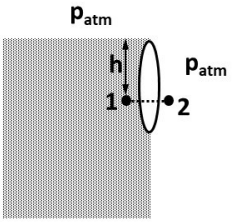




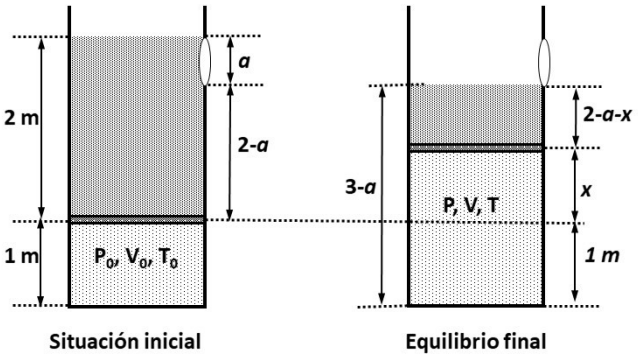
Se puede ver en las notas finales de este ejercicio, que esta imposibilidad viene determinada por la altura despreciable del orificio.
También pueden comprobar en esas notas finales, que tampoco sería posible una evolución del sistema tal como la descrita en el enunciado si el gas sufriese un proceso no isotérmico.
c) En b se ha asumido que es un proceso isotermo, inicialmente la temperatura al disminuir dP

disminuye, aunque luego regresa a 293 K al recibir aporte de calor del exterior que está a 293 K. Pero espontáneamente no es posible el proceso, porque al iniciarse el vaciado del agua por el orificio, si subiese el pistón la disminución de presión en el gas es siempre menor que la disminución de presión que ejerce el fluido, por lo que realmente no subiría expontáneamente si no hay aporte de calor adicional.
d) La altura máxima según lo comentado sería la altura inicial, 1 m, ya que no puede ascender de manera espontánea.

Notas finales (aportadas por Roberto Palau Lage y Roberto Palau García)
1. Caso de que el orificio sea de altura finita
Se ha visto que una evolución del sistema con un desplazamiento significativo del pistón hacia una posición de equilibrio tal como la planteada en el enunciado no es posible.
Esto se explica porque un descenso del nivel de agua causado por el orificio, y la consecuente disminución de presión sobre el pistón, se ve equilibrado por una dilatación del gas que hace ascender el pistón una altura mucho menor que el descenso causado por la altura del orificio. Lo que, siendo el orificio de altura despreciable, provoca que se alcanza el nuevo equilibrio rápidamente y sin variación apreciable en el sistema.
Enunciado indica simplemente "Justo por debajo del nivel del agua hay un orificio", y ese "justo por debajo" indica altura despreciable.



Hay que señalar que, de tener un orificio real una altura finita, es inevitable que se evacue la cantidad de agua correspondiente a la altura del orificio.
Esto se debe a la diferencia de presiones entre dentro y fuera del cilindro a la altura del orificio.
Ver en la figura como como p_1 (=p_{atm}+pa_{gua}) es siempre mayor que p_2 (=p_{atm}).
Por ello la evacuación de una altura de agua igual a la altura del edificio está garantizada. También se evacuará más agua debido al ascenso del pistón empujado por el gas hasta que se encuentre una nueva posición de equilibrio.
Se comprueba a continuación que cuanto más alto sea el orificio, la cantidad de agua evacuada hasta alcanzar dicho equilibrio, será superior en mayor cantidad.
Estudiando el caso genérico de que la altura del orificio sea a>0. Se ve que aparece un nuevo equilibrio que podemos plantear.



En un proceso lento/isotérmico para el gas

$$P_0 \cdot V_0 = P \cdot V$$

$$1{,}21 \cdot 10^5 \cdot S \cdot 1 = P \cdot S \cdot (1+x)$$

Para el agua en el punto de contacto con el pistón, que tiene la misma presión que el gas

$$P_{agua} = 101 \cdot 10^3 + 10^3 \cdot 10 \cdot (2-a-x)$$

Igualando ambas presiones

$$1{,}21 \cdot 10^5 = (1+x)(101 \cdot 10^3 + 10^4 \cdot (2-a-x))$$

$$0 = -a \cdot 10^4 - 10^4 x + 1{,}01 \cdot 10^5 x + 2 \cdot 10^4 x - a \cdot 10^4 x - 10^4 x^2$$

$$0 = -a - x + 10{,}1\, x + 2x - ax - x^2$$

$$x^2 + (a - 11{,}1)x + a = 0$$

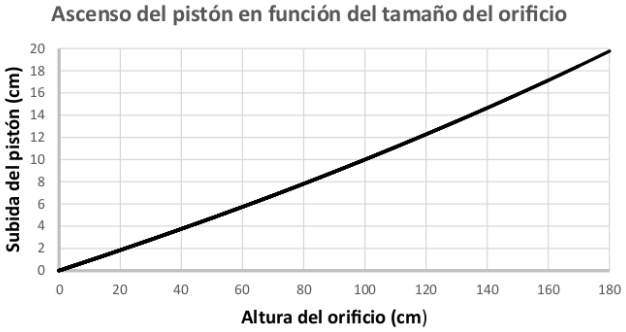
$$x = \frac{11{,}1 - a \pm \sqrt{a^2 + 11{,}1^2 - 22{,}2\,a - 4\,a}}{2}$$

Para que tenga solución el discriminante debe ser positivo, y si buscamos los valores para los que es

cero $a^2+11,1^2-26,2\,a=0 \Rightarrow a=\frac{-11,1^2\pm\sqrt{11,1^4-4\cdot1\cdot(-26,2)}}{2}=\frac{123,2\pm123,6}{2}=\frac{\text{~~negativa~~}}{123,4}$

El rango de valores de a está entre 0 y 123,4 m (incluye el rango que nos interesa de 0 a 2 m)

La función anterior proporciona la relación entre altura del orificio y ascenso del pistón, se representa en el intervalo a de 0 a 1,8 m (0 a 180 cm).



Con un orificio de altura despreciable, a=0, no provoca subida del pistón, x=0.

Con un orificio de 40 cm de altura, el pistón ascendería unos 4 cm sobre su posición inicial.

Con un orificio de 180 cm de altura, el pistón ascendería 20 cm, con lo que se consigue la evacuación total de los 200 cm agua iniciales.

2. Caso de que fuera posible un proceso no isotérmico

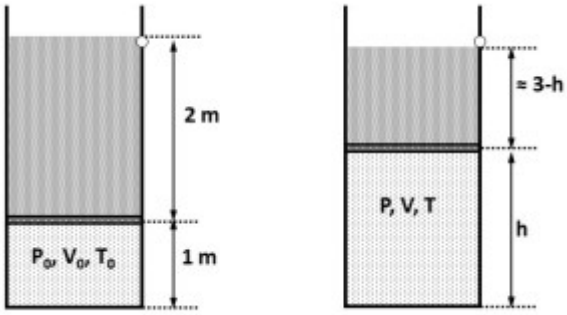
Analizamos si sería posible una evolución del sistema tal como describe el enunciado en caso de que fuese un proceso no isotérmico del gas, sin tener en cuenta las dimensiones del orificio.

Cualitativamente se puede ver que esto no sería posible, pues dada la expansión del gas que describe el enunciado y la falta de foco térmico a mayor temperatura que la inicial del gas, el gas sólo podría variar su temperatura hacia abajo (enfriamiento), con lo que la presión del gas aun sería inferior que en el caso isotérmico, con lo que el pistón ascendería aun menos. De todas formas analizamos numéricamente este caso.

Si el gas evoluciona hasta un nuevo punto de equilibrio en un proceso no isotérmico:

$$\frac{P_0\cdot V_0}{T_0}=\frac{P\cdot V}{T}$$

$$\frac{1,21\cdot10^5\cdot S\cdot1}{293}=\frac{(101\cdot10^3+10^3\cdot10\cdot(3-h))\cdot S\cdot h}{T}$$



Operando se llega a una expresión de T en función de h

$$T=\frac{293}{1,21\cdot10^5}\left((1,01\cdot10^3+3\cdot10^4)h-h^2\right)$$

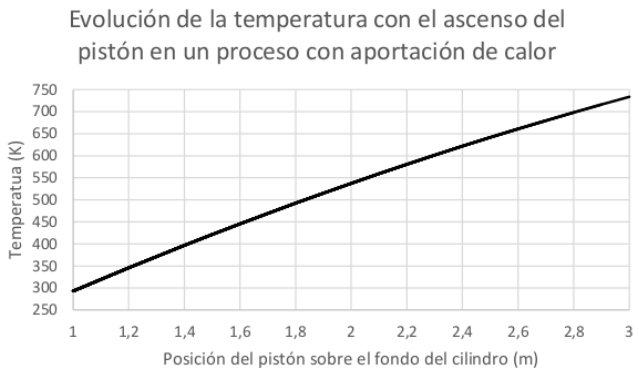
$$T=317,21\cdot h-24,21\,h^2$$

En los valores extremos de altura para este caso:

Si h=1 m, T=293 K

Si h=3 m, T=733,7 K

La ecuación es una función parabólica cuya representación se presenta en la figura adjunta.

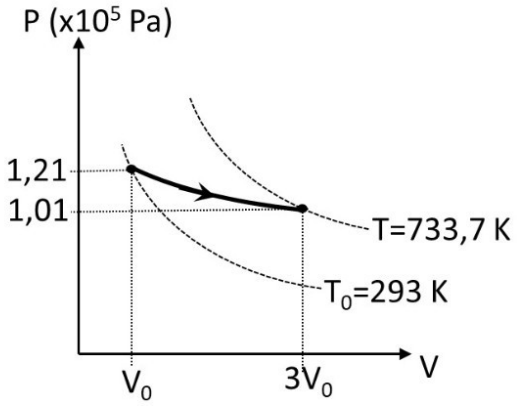


Ésta figura muestra que habría una evolución significativa del sistema si en el proceso aumentara la temperatura del gas, lo que sólo sería posible, en una expansión como esta, si hubiese una aportación de calor al gas.

Sin embargo el problema no cita ningún foco de calor adicional al entorno, por lo que esa aportación solo podría venir por parte de este.

Pero es imposible que el entorno proporcione

espontáneamente calor al gas si éste lograra encontrarse por encima de 293K:
Por tanto, en las condiciones del enunciado sólo sería posible la aportación de calor al gas por parte del entorno en un proceso isotérmico que, como ya se ha visto, para orificio de altura despreciable tiene una única posición de equilibrio que es la inicial.
Por tanto, el sistema no puede evolucionar en estas condiciones espontáneamente y así apenas saldría agua por el orificio.
En resumen, la expansión del gas sólo sería posible de haber una fuente adicional de calor que permitiera calentar el gas por encima de su temperatura inicial (y la del entorno), y de esta forma la altura que subiría el pistón dependería de la cantidad de calor aportada por ese foco. Esto además exigiría paredes adiabáticas y fuente de calor dentro del propio recipiente del gas pues de lo contrario, en un proceso lento como el descrito en el problema, el calor aportado al gas se transmitiría a continuación al entorno, por lo que también sería imposible.
En este caso, y de proporcionar calor en cantidad suficiente para evacuar toda el agua por el orificio, la gráfica p-V del proceso que sufre el gas, sería la de la figura adjunta.



enrique@fiquipedia.es Revisado 4 octubre 2017
CC BY SA

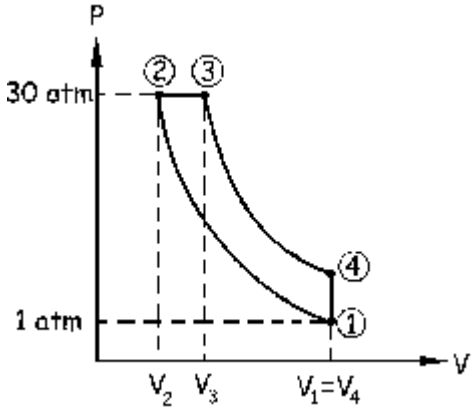
1.- Una masa de aire de 1 kg se encuentra inicialmente a una temperatura de 15 ºC y una presión de 76 cm de Hg. Se le hace describir el siguiente ciclo:
a) Compresión adiabática hasta una presión de 30 atm.
b) Calentamiento a presión constante suministrando 300 kcal.
c) Expansión adiabática hasta llegar al volumen inicial.
d) Transformación isocora hasta llegar a las condiciones iniciales.
Calcular:
1º) Presión, volumen y temperatura final de cada una de las transformaciones.
Rendimiento del ciclo.
Datos:
C_p=0,25 cal·g^{-1}·ºC^{-1}; Coeficiente adiabático, γ=1,4; Masa 1 litro aire c.n.=1,293 g

Referencias
http://www4.uva.es/goya/Intranet/Pages/SelProblema.asp?p_Tema=23&p_Cuestion=0 Problema 9
Resolución http://www4.uva.es/goya/Intranet/Pages/Resolucion.asp?p_Problema=608
Comentado por oposmica y sleepylavoisier en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=3599&p=26454#p26415

En general en problemas de termodinámica debemos comenzar dejando claro el convenio de signos usado: se utiliza el convenio IUPAC según el cual la primera ley es ΔU=Q+W, Q>0 y W>0 son aportados al sistema (no se utiliza el convenio Clausius según el cual es ΔU=Q-W)

Usamos números para las condiciones y letras para las transformaciones.
Expresamos resultados con tres cifras significativas (lo suyo sería usar 2 cs que son las de los peores datos: hay datos que tienen 2 como γ y C_p y datos con 4 como masa en c.n.).
P_1= 76 cm Hg = 1,00 atm
T_1=273+15=288 K
En condiciones normales 1 kg ocupa

$$\rho = 1{,}293 \frac{g}{L} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{10^3}{1{,}293} = 773{,}4\ L$$



http://www.uva.es, Resolución

Utilizamos como condiciones normales 10^5 Pa (según definición IUPAC 1982, antes era 1 atm = 101325 Pa), y con la ley de gases ideales calculamos el volumen a 15 ºC y 1 atm.

$$\frac{P_{cn}V_{cn}}{T_{cn}} = \frac{P_1 V_1}{T_1} \Rightarrow V_1 = V_{cn}\frac{P_{cn}}{P_1}\frac{T_1}{T_{cn}} = 773{,}4 \cdot \frac{10^5}{101325} \cdot \frac{288}{273} = 805\ L$$

(Algo mayor a condiciones normales ya que la temperatura es algo mayor, 15 ºC frente a 0 ºC)

Transformación a (1→2), adiabática
P_2=30 atm

$$P_1 V_1^{\gamma} = P_2 V_2^{\gamma} \Rightarrow V_2 = V_1 \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1}{\gamma}} = 805 \cdot \left(\frac{1}{30}\right)^{\frac{1}{1{,}4}} = 70{,}9\ L$$

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \Rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = 288 \cdot \left(\frac{805}{70{,}9}\right)^{0{,}4} = 761\ K$$

Adiabática, Q=0, ΔU=W
Al ser la energía interna una función de estado que solamente depende de T
No tenemos R como dato explícito, lo debemos deducir a partir de los datos, usando las unidades

adecuadas (si se dan los datos no podemos usar directamente R=0,082 atm·L/mol·K)

$$\gamma=\frac{C_p}{C_v}\Rightarrow C_v=\frac{C_p}{\gamma}=\frac{0,25}{1,4}=0,1786$$

$$C_p=C_v+R\Rightarrow R=C_p-C_v=0,25-0,1786=0,0714\,cal\cdot g^{-1}\cdot {}^oC^{-1}$$

$$0,0714\cdot 4,18\,\cancel{J}\cdot\frac{1\,atm}{101325\,\cancel{Pa}}\cdot\frac{10^3\,L}{1\,\cancel{m^3}}=0,002945\,atm\cdot L/g\cdot K$$

>Validamos: si asociamos a aire de masa molar media unos 28 g, se tiene R≈2 cal/mol·K y R≈0,082 atm·L/mol·K

ΔU=m·C_v ΔT=1000·0,1786·(761-288)=84478 cal = 84,478 kcal (positivo, aportado)

>Comentario: se una vez se tiene P_2 y V_2 se utiliza la ley de los gases ideales para calcular T_2, se tendría que utilizar R, del que no tenemos valor explícito en enunciado. Si usamos el valor anterior

$T_2=P_2V_2/mR=30\cdot 70,9/1000\cdot 0,002945)=722$ K

Pero el valor de R realmente tendría 2 cifras significativas (como Cp y γ) por lo que sería 0,0029 atm·L/g·K, y también los datos previos (70,9 sería 71, pero proviene de haber asumido 805 que serían realmente 810 L con 2 cifras significativas …) Se trata de una discrepancia por precisión.

Transformación b (2→3) , isóbara, Q=300 kcal

P_3=30 atm

Q=m·C_p ΔT; 300000=1000·0,25·(T_3-761) → T_3= 1960 K

$$V_3=m\frac{RT_3}{P_3}=1000\cdot 0,002945\cdot\frac{1961}{30}=192\,L$$

W=-PΔV=-30·(192-70,9)=-3633 atm·L=-88,065 kcal

Transformación c (3→4), adiabática

$V_4=V_1$=805 L

$$P_3V_3^{\gamma}=P_4V_4^{\gamma}\Rightarrow P_4=P_3\left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\gamma}=30\cdot\left(\frac{193}{805}\right)^{1,4}=4,06\,atm$$

$$T_3V_3^{\gamma-1}=T_4V_4^{\gamma-1}\Rightarrow T_4=T_3\left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\gamma-1}=1961\cdot\left(\frac{193}{805}\right)^{0,4}=1110\,K$$

Adiabática, Q=0, ΔU=W

Al ser la energía interna una función de estado que solamente depende de T

ΔU=m·C_v ΔT=1000·0,1786·(1110-1961)=-151989 cal = -151,989 kcal

Transformación d (4→1) , isócora

Isócora W=0

ΔU=Q=m·C_v ΔT=1000·0,1786·(288-1110)=-147,056 kcal (negativo, se enfría)

Resumimos tramos y comprobamos que en el ciclo ΔU=0

Estado	P (atm)	T (K)	V (L)	Transformación	Q (kcal)	W (kcal)	ΔU (kcal)
1	1	288	805				
				a	0	84,478	84,478
2	30	761	70,9				
				b	300	-88,065	211,935
3	30	1960	193				
				c	0	-151,989	-151,989
4	4,06	1110	805				
				d	-147,056	0	-147,056

				Ciclo a-b-c-d	152,944	-155,576	-2,632

(asumimos que ΔU≈0, error por redondeos de haber expresado P,T,V con 3 cifras significativas

$$Rendimiento = \frac{|W|}{Q_{aportado\,desde\,foco\,caliente}} = \frac{155,576}{300} = 0,519 = 51,9\,\%$$

Validamos que es inferior al rendimiento teórico máximo asociado a la diferencia de temperaturas, que sería 1-288/1961=0,85

FÍSICA

1.- b) Un granizo cae desde el aire con velocidad constante desde una altura de 750 m. Calcular cuánto se ha incrementado la temperatura del granizo al llegar el suelo, si su calor específico es 2,34 $J.g^{-1}.ºK^{-1}$.
(1 punto)

Enunciado indica ºK cuando el símbolo correcto es K
http://www.boe.es/buscar/act.php?id=BOE-A-2010-927#ci
Asumimos dato g=9,8 m/s²

En general en problemas de termodinámica debemos comenzar dejando claro el convenio de signos usado: se utiliza el convenio IUPAC según el cual la primera ley es ΔU=Q+W, Q>0 y W>0 son aportados al sistema (no se utiliza el convenio Clausius según el cual es ΔU=Q-W)

La variación de energía mecánica es igual al trabajo de las fuerzas no conservativas, que en este caso será rozamiento con el aire

$$\Delta E_m = W_{F\,no\,conservativas}$$

Como la velocidad es constante, la energía cinética es constante y la variación de energía mecánica es la variación de energía potencial.

$\Delta E_m = \Delta E_p + \cancel{\Delta E_c} = m \cdot g \cdot \Delta h = m \cdot g \cdot (0-750)$ Negativa, pierde energía mecánica

Asumimos que todo esa energía mecánica perdida ha sido aportada al granizo siendo despreciable el calentamiento del aire.
Para el granizo será positiva, ya que la energía mecánica cedida es calor aportado.
Si el granizo no cambia de estado $Q = m \cdot c_e \cdot \Delta T$
Antes de sustituir cambiamos de unidades el calor específico: aunque no intervenga la masa, ponemos todo expresado en unidades del SI, ya que si hubiera masa tendría que estar todo expresado en unidades consistentes $2{,}34 \frac{J}{\cancel{g} \cdot K} \cdot \frac{1000 \cancel{g}}{1\,kg} = 2340 \frac{J}{kg\,K}$

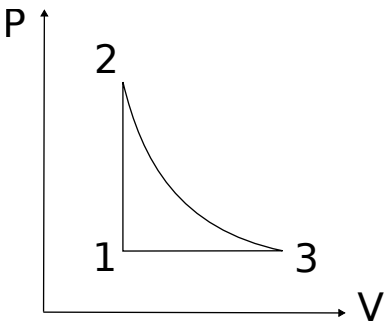
$$-\Delta E_m = Q$$
$$\cancel{m} \cdot g \cdot 750 = \cancel{m} \cdot 2340 \cdot \Delta T$$
$$\Delta T = \frac{9{,}8 \cdot 750}{2340} = 3{,}1\,K$$

Podemos dar resultado como 3,1 K ó 3,1 ºC.

PROBLEMA X7 (Se desconoce el número). Un cilindre proveït d'un èmbol mòbil va contenir 1 mol de gas monoatòmic que ocupa un volum de 2 dm^3 (estat 1). El gas evoluciona mitjançant un procés reversible isocòric fins a assolir una pressió de 10 atm (estat 2). Tot seguit el gas s'expansiona en un procés adiabàtic i reversible fins a un volum de 4 dm^3 (estat 3). Per tancar el cicle el gas és comprimeix reveriblement en un procés isobàric fins a assolir el volum de l'estat inicial. Determinar:
a) Les coordenades termodinàmiques de cada estat d'equilibri al final de cada procés.
b) La calor bescanviada en cada un dels processos.
c) El rendiment del cicle.
d) El rendiment màxim d'una màquina tèrmica que funciona entre les temperatures extremes del cicle.
e) És possible inverir el cicle i utilitzar-lo com a màquina frigorífica? Raonar la resposta.
f) L'eficiència del cicle si aquest s'utilitza com a màquina frigorífica

Un cilindro provisto de un émbolo móvil contiene 1 mol de gas monoatómico que ocupa un volumen de 2 dm^3 (estado 1). El gas evoluciona mediante un proceso reversible isocórico hasta alcanzar una presión de 10 atm (estado 2). A continuación el gas se expansiona en un proceso adiabático y reversible hasta un volumen de 4 dm^3 (estado 3). Para cerrar el ciclo, el gas se comprime reveriblemente en un proceso isobárico hasta alcanzar el volumen del estado inicial. Determinar:
a) Las coordenadas termodinámicas de cada estado de equilibrio al final de cada proceso.
b) El calor intercambiado en cada uno de los procesos.
c) El rendimiento del ciclo.
d) El rendimiento máximo de una máquina térmica que funciona entre las temperaturas extremas del ciclo.
e) ¿Es posible inverir el ciclo y utilizarlo como máquina frigorífica? Razonar la respuesta.
f) La eficiencia del ciclo si éste se utiliza como máquina frigorífica

Ciclo similar en Castilla y León 2002-3 (allí 2 a 3 isotermo y aquí es adiabático)
No se da como dato y usamos: $R=0,082\ atm\cdot L\cdot K^{-1}\cdot mol^{-1} = 8,31\ J\cdot K^{-1}\cdot mol^{-1} = 2\ cal\cdot K^{-1}\cdot mol^{-1}$
$\gamma=5/3$, $c_v=3R/2$, $c_p=5R/2$ al ser un gas ideal monoatómico
En general en problemas de termodinámica debemos comenzar dejando claro el convenio de signos usado: se utiliza el convenio IUPAC según el cual la primera ley es $\Delta U=Q+W$, $Q>0$ y $W>0$ son aportados al sistema (no se utiliza el convenio Clausius según el cual es $\Delta U=Q-W$)



a) Realizamos un diagrama y revisamos datos de estados
Estado 1: V_1=2 L, P_1 desconocida, T_1 desconocida
Estado 2: V_2 desconocida, P_2=10 atm, T_2 desconocida
Estado 3: V_3=4 L, P_3 desconocida, T_3 desconocida
Revisamos información de procesos
Proceso 1→ 2, isócoro, V=cte, luego $V_1=\mathbf{V_2=2\ L}$
Como ya conocemos P_2 y V_2, podemos calcular T_2 con la ley de los gases $T_2=P_2V_2/nR=10\cdot 2/1\cdot 0,082=\mathbf{244\ K}$
Proceso 2→ 3, adiabático, PV^γ=cte, luego $P_2V_2^\gamma=P_3V_3^\gamma$

$$P_3=P_2\left(\frac{V_2}{V_3}\right)^\gamma=10\cdot\left(\frac{2}{4}\right)^{5/3}=3,15\,atm$$

Como ya conocemos P_3 y V_3, podemos calcular T_3 con la ley de los gases
$T_3=P_3V_3/nR=3,15\cdot4/1\cdot0,082=$**154 K**
Proceso 3→ 1, isóbaro, P=cte, luego $P_1=P_3=$**3,15 atm**
Como ya conocemos P_1 y V_1, podemos calcular T_1 con la ley de los gases
$T_1=P_1V_1/nR=3,15\cdot2/1\cdot0,082=$**76,8 K**
Resumimos en una tabla las coordenadas termodinámicas de cada estado

	Presión	Volumen	Temperatura
Estado 1	3,15 atm	2 L	76,8 K
Estado 2	10 atm	2 L	244 K
Estado 3	3,15 atm	4 L	154 K

b) **Proceso 1→ 2**, isócoro, V=cte
$Q=Q_V=\Delta U=nc_V\Delta T=1\cdot(3/2)\cdot2\cdot(244-76,8)=$**502 cal** (positivo, aportado al sistema para aumentar presión a volumen constante)
Proceso 2→ 3, adiabático, **Q=0**
Proceso 3→ 1, isóbaro, P=cte
$Q=Q_P=nc_P\Delta T=1\cdot(5/2)\cdot2\cdot(76,8-154)=$**-386 cal**
c) El calor aportado al sistema (desde el foco caliente) es el positivo del proceso 1
Necesitamos calcular el trabajo en cada tramo
Proceso 1→ 2, isócoro, V=cte, **W=0** (no hay trabajo al ser el volumen constante)
Proceso 2→ 3, adiabático, $W=-\Delta U=-nc_V\Delta T=-1\cdot(3/2)\cdot2\cdot(154-244)=$**-270 cal**
Proceso 3→ 1, isóbaro, P=cte

$$W=-\int_3^1 PdV=-P\left(V_1-V_3\right)=-3,15\cdot\left(2-4\right)=6,3\,atm{\cdot}L=153\,cal$$

$W_{total}=0-270+153=$**-117 cal**

$$\eta=\frac{|W|}{Q_C}=\frac{117}{502}=0,233=23,3\,\%$$

d) El rendimiento máximo es el rendimiento de Carnot

$$\eta=1-\frac{T_f}{T_c}=1-\frac{76,8}{244}=0,685=68,5\,\%$$

e) Sí es posible invertir el ciclo y utilizarlo como máquina frigorífica si se recorre el ciclo en sentido inverso (1→3→2→1), extrayendo calor del foco frío (en proceso 1→ 3) y cediendo calor al foco caliente (en el proceso 2→ 1).
f) La eficiencia ó coeficiente de operación como máquina frigorífica es

$$\varepsilon=COP=\frac{|Q_F|}{|W|}=\frac{386}{117}=3,3$$

Física

2. Determinar la variación de entropía cuando 3,0 moles de agua se calientan desde -15,0 ºC a 130,0 ºC, a presión atmosférica constante. Comentar el resultado:

Datos:

$\Delta H_{fusión}$ del hielo a 0 ºC = 6026 $J.mol^{-1}$

$\Delta H_{vaporización}$ del agua a 100 ºC = 40671 $J.mol^{-1}$

Capacidad calorífica media del hielo = 35,56 $J.mol^{-1}.ºK^{-1}$

Capacidad calorífica del vapor de agua a presión constante: (30,20+0,010 T) $J.mol^{-1}.ºK^{-1}$

>Comentario: El símbolo de kelvin es K, no ºK

Como se pide variación de una función de estado, buscamos un camino para llegar de un estado a otro que permita cálculos sencillos con los datos aportados

(1) Calentamiento hielo de -15 ºC a 0 ºC

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} = \int_{273-15}^{273+0} \frac{n c_p dT}{T} = 3 \cdot 35{,}56 \cdot \ln\left(\frac{273}{258}\right) = 6{,}03\, J/K$$

(2) Cambio de estado, fusión a 0 ºC

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} = \frac{n \Delta H_f}{T} = \frac{3 \cdot 6026}{273} = 66{,}22\, J/K$$

(3) Calentamiento agua de 0 ºC a 100 ºC

El calor específico del agua es 1 cal/g K, no se da como dato. La masa molar del agua es 18 g/mol H_2O, no se dan masas atómicas de H y de O como dato.

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} = \int_{273+0}^{273+100} \frac{m c_e dT}{T} = 3 \cdot 18 \cdot 1 \cdot 4{,}18 \cdot \ln\left(\frac{373}{273}\right) = 70{,}45\, J/K$$

(4) Cambio de estado, vaporización agua a 100 ºC

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} = \frac{n \Delta H_v}{T} = \frac{3 \cdot 40671}{373} = 327{,}11\, J/K$$

(5) Calentamiento gas de 100 ºC a 130 ºC

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} = \int_{273+100}^{373+130} \frac{n c_p dT}{T} = 3 \int_{273+100}^{373+130} \left(\frac{30{,}20}{T} + 0{,}010\right) dt$$

$$\Delta S = 3 \cdot \left(30{,}20 \cdot \ln\left(\frac{403}{373}\right) + 0{,}01 \cdot (403 - 373)\right) = 7{,}91\, J/K$$

Total ΔS=6,02+66,22+70,45+327,11+7,91=478 J/K

>Expresamos resultado final con 3 cifras significativas (datos de enunciado con 2, 3, y 4 cifras)

Como se pide comentar, se comparan los valores asociados a los 5 términos sumados:

-El más importante cuantitativamente es la que corresponde al paso de líquido a vapor

-La siguiente más importante es asociado a l aumento de temperatura del agua líquida, es un cambio de un rango alto de temperaturas (de 0 a 100 ºC) y el calor específico del agua es alto, por lo que implica mucha energía

-Los dos más pequeños están asociados a sólido y gas, variación pequeña de temperatura que casi no contribuye.

Nota: El opositor deberá contestar obligatoriamente a los problemas 3,4 y 7.
De los problemas 1 y 2 optará por uno de ellos y de los problemas, 5 y 6 elegirá otro.

PROBLEMA 4.- Un mol de vapor de agua a 100 ºC es comprimido a 2 atmósferas, en estas condiciones el vapor está sobresaturado y, puesto que la presión y la temperatura se mantienen constantes, al cabo de cierto tiempo se produce la condensación completa. El proceso es:
H_2O (g, 100 °C, 2 atm) → H_2O (l, 100 °C, 2 atm), conociéndose los siguientes datos:
C_p para el vapor de agua = 7 cal/mol K
C_p para el agua líquida = 18 cal/mol K
Calor latente de vaporización del agua = 540 cal/g
Calcule para este proceso: ΔH, ΔG e ΔS.

En general en problemas de termodinámica debemos comenzar dejando claro el convenio de signos usado: se utiliza el convenio IUPAC según el cual la primera ley es ΔU=Q+W, Q>0 y W>0 son aportados al sistema (no se utiliza el convenio Clausius según el cual es ΔU=Q-W)

Se piden variaciones de funciones de estado, buscamos un camino para llegar de un estado a otro que permita cálculos sencillos con los datos aportados:
(1) Expansión isotérmica (disminuye P): se pasa de gas a 100 ºC y 2 atm → gas 100 ºC y 1 atm
(2) Condensación: se pasa de gas a 100 ºC y 1 atm → líquido a 100 ºC y 1 atm
>Usamos 1 atm porque aunque el enunciado no lo diga explícitamente, asumimos que "Calor latente de vaporización del agua = 540 cal/g" es un dato dado en condiciones normales para las que utilizamos 1 atm ya que enunciado usa atm (aunque la definición de condiciones normales cambió en 1982 y ahora es 10^5 Pa y no 1 atm=101325 Pa http://goldbook.iupac.org/S05921.html)
(3) Compresión isotérmica (aumenta P): líquido a 100 ºC y 1 atm → líquido a 100 ºC y 2 atm

(1) Isotérmica, ΔT=0, ΔH≈0, ΔU=0, Q=-W
Gas:
Q=-W=-(-PV)=PV=nRT → P/T =nR/V
Luego se intercambia P por V, ley Boyle: PV=cte → $V_2/V_1=P_1/P_2$
>También PdV+dPV=0 → dv/V=-dP/P

$$\Delta S=\int_1^2 \frac{\delta Q}{T}=nR\int_1^2 \frac{dV}{V}=-nR\int_1^2 \frac{dP}{P}=-nR\ln\frac{P_2}{P_1}=-1\cdot 1{,}987\cdot\ln\left(\frac{1}{2}\right)=1{,}38\,cal/K$$ Entropía positiva, se expande.

ΔG= ΔH-TΔS=0-373·1,38=-514,74 cal
De manera análoga al ser gas ΔG=nRTln(P_2/P_1)=1·1,987·ln(1/2)=-513,73 cal

(2) M(H_2O)=18 g/mol
ΔH=-m·Lf=18·540=-9720 cal
A ser T=cte, ΔS=Q/T=-9720/373=-26,1 cal/K
ΔG=0, proceso de equilibrio (cambio de estado)

(3) T=cte, líquido, no cambia volumen
ΔH≈0, ΔS≈0, ΔG≈0

Proceso global, totales:
ΔH=-9720 cal ΔS=1,38-26,1=-24,72 cal/K ΔG=-514,74 cal

Prova pràctica: primera part
Escolliu 4 problemes d'entre els 5 següentes:
5. En un recipient de parets adiabàtiques es disposa una paret no conductora que el divideix en dos comportaments. El compartiment de l'esquerra conté dos mols d'un gas ideal biatómic a la temperatura T i pressió P, mentre que el de la dreta conté un mol de gas ideal biatómic a la temperatura 2T i pressió P.
Calculeu la variació d'entropia que es produeix en retirar la paret i deixar que els dos gasos es mesclin. Suposeu menyspreable el volum de la paret.
Dada: Constant dels gasos R=8,31 J K^{-1} mol^{-1}.

5. En un recipiente de paredes adiabáticas se dispone una pared no conductora que lo divide en dos compartimentos. El compartimento de la izquierda contiene dos moles de un gas ideal diatómico a la temperatura T y presión P, mientras que el de la derecha contiene un mol de gas ideal diatómico a la temperatura 2T y presión P.
Calcular la variación de entropía que se produce al retirar la pared y dejar que los dos gases se mezclen. Suponga despreciable el volumen de la pared.
Dato: Constante de los gases R = 8,31 J K^{-1} mol^{-1}.

Referencias:
http://juliweb.es/termodinamica/capitulo3.pdf#page=19 Problema 23
http://laplace.us.es/wiki/index.php/Entrop%C3%ADa#Mezcla_de_gases
http://laplace.us.es/wiki/index.php/Entrop%C3%ADa_de_una_mezcla_de_gases
https://es.wikipedia.org/wiki/Mezcla_ideal

En general en problemas de termodinámica debemos comenzar dejando claro el convenio de signos usado: se utiliza el convenio IUPAC según el cual la primera ley es ΔU=Q+W, Q>0 y W>0 son aportados al sistema (no se utiliza el convenio Clausius según el cual es ΔU=Q-W)

Usando ecuación de gases ideales relacionamos temperaturas y presiones: en el de la izquierda $V_{izquierda}=2\frac{RT}{P}$ y en el de la derecha $V_{derecha}=1\frac{R2T}{P}$; ambos recipientes tienen mismo V.
Como la entropía es una función de estado, buscamos una combinación de procesos que tengan mismo estado inicial y final y para los que sea más sencillo calcular la entropía, ya que en este caso no hay una expresión directa.
1. Proceso que haga llegar ambos gases al equilibrio, a misma P y T (como si tabique fuese móvil)
2. Proceso de mezcla, asociado a que se retire el tabique.
El primer proceso lo consideramos a su vez en dos pasos:
1.1 Proceso isócoro, varían P y T con V constante, se iguala T.
1.2 Proceso isotermo, varían P y V con T constante, se iguala P.

1.1 Isócoro, W=0, ΔU=Q

Calculamos la temperatura final:

$$Q_{izquierda}=-Q_{derecha}$$
$$n_{izq}\cdot \cancel{c_v}\cdot \Delta T_{izq}=-n_{der}\cdot \cancel{c_v}\cdot \Delta T_{der}$$
$$2\cdot(T_{eq}-T)=-1\cdot(T_{eq}-2T)$$
$$3T_{eq}=4T\Rightarrow T_{eq}=\frac{4}{3}T$$

Calculamos las presiones asociadas al punto final del proceso anterior. Como es isócoro, P/T=cte

Izquierda: $\frac{P}{T}=\frac{P_{izq1.1}}{T_{eq}}\Rightarrow P_{izq1.1}=\frac{\frac{4}{3}T}{T}P=\frac{4}{3}P$

Derecha: $\frac{P}{2T}=\frac{P_{der\,1.1}}{T_{eq}}\Rightarrow P_{der\,1.1}=\frac{\frac{4}{3}T}{2T}P=\frac{2}{3}P$

Al ser gas diatómico ideal γ=7/5. $c_p=c_v+R$, $c_p/c_v=7/5$ $c_p-c_p\frac{5}{7}=R\rightarrow c_p=\frac{7}{2}R$ $c_v=c_p-R=\frac{5}{2}R$

$\Delta S_{izq}=\int_T^{\frac{4}{3}T}\frac{2\cdot\frac{5}{2}R\,dT}{T}=5R\ln(\frac{(4/3)T}{T})=5\cdot 8{,}31\cdot\ln(\frac{4}{3})=11{,}95\frac{J}{K}$ Positivo, aumenta T

$\Delta S_{der}=\int_{2T}^{\frac{4}{3}T}\frac{1\cdot\frac{5}{2}R\,dT}{T}=5R\ln(\frac{(4/3)T}{2T})=\frac{5}{2}\cdot 8{,}31\cdot\ln(\frac{2}{3})=-8{,}42\frac{J}{K}$ Negativo, disminuye T

$\Delta S_{1.1}=\Delta S_{izq}+\Delta S_{der}=11{,}95-8{,}42=3{,}53\frac{J}{K}$ Positivo

1.2 Isotermo, ΔU=0, Q=-W

Calculamos la presión final y los volúmenes finales, conocida T_{eq} del paso 1.1 anterior

Al ser isotermo, PV=cte. Se igualan presiones, luego $P_{1.2izq}=P_{1.2der}=P_{fin}$

$P_{1.1\,izq}\cdot V_{1.1izq}=P_{1.2\,izq}\cdot V_{1.2\,izq}$

$\frac{4}{3}P\cdot V=P_{fin}\cdot V_{1.2\,izq}$

$P_{1.1\,der}\cdot V_{1.1\,der}=P_{1.2\,der}\cdot V_{1.2\,der}$

$\frac{2}{3}P\cdot V=P_{fin}\cdot V_{1.2\,der}$

$P_{fin}=\frac{\frac{4}{3}P\cdot V}{V_{1.2\,izq}}=\frac{\frac{2}{3}P\cdot V}{V_{1.2\,der}}\Rightarrow 2V_{1.2\,der}=V_{1.2\,izq}$

Como es un recipiente cerrado de volumen total fijo $V_{1.1izq}+V_{1.1der}=V_{1.2izq}+V_{1.2der}=2V$

$2V_{1.2\,der}=2V-V_{1.2\,der}\Rightarrow V_{1.2\,der}=\frac{2}{3}V\Rightarrow V_{1.2\,izq}=\frac{4}{3}V$

Es consistente con plantear que si en la situación final ambos lados tienen misma P y T, el % en volumen coincide con la fracción molar

$\chi_{izq}=\frac{n_{izq}}{n_{total}}=\frac{2}{2+1}=\frac{2}{3}=\frac{V_{1.2\,izq}}{V_{total}}=\frac{\frac{4}{3}V}{2V}=\frac{2}{3}$ $\chi_{der}=\frac{n_{der}}{n_{total}}=\frac{1}{2+1}=\frac{1}{3}=\frac{V_{1.2\,der}}{V_{total}}=\frac{\frac{2}{3}V}{2V}=\frac{1}{3}$

$P_{fin}=\frac{\frac{4}{3}P\cdot V}{\frac{4}{3}V}=P$

$W_{izq\,1.2}=-\int_V^{\frac{4}{3}V}P\,dV=-nRT\int_V^{\frac{4}{3}V}\frac{dV}{V}=-nRT\ln(\frac{\frac{4}{3}V}{V})=-2\cdot 8{,}31\cdot T\cdot ln(\frac{4}{3})=-4{,}78\cdot T\,J$

Negativo, se expande.

$W_{der\,1.2}=-\int_V^{\frac{2}{3}V}P\,dV=-nRT\int_V^{\frac{2}{3}V}\frac{dV}{V}=-nRT\ln(\frac{\frac{2}{3}V}{V})=-1\cdot 8{,}31\cdot T\cdot ln(\frac{2}{3})=3{,}37\cdot T\,J$

Trabajo positivo, se comprime.

$$\Delta S_{izq\,1.2}=\frac{\delta Q}{T_{eq}}=\frac{4{,}78\cdot T}{(4/3)T}=3{,}59\frac{J}{K}$$

$$\Delta S_{der\,1.2}=\frac{\delta Q}{T_{eq}}=\frac{-3{,}37\,T}{(4/3)T}=-2{,}53\frac{J}{K}$$

$\Delta S_{1.2}=3{,}59-2{,}53=1{,}06\frac{J}{K}$ Positivo.

2 Proceso de mezcla

En la situación inicial conocemos las fracciones molares, calculadas antes: al estar a misma P y T, las fracciones molares son iguales a porcentaje en volumen.

No utilizamos directamente la expresión para la variación de entropía de una mezcla, sino que la deducimos:

De manera general se puede plantear en función de presión

$$\Delta S=\int\frac{\delta Q}{T}=\int\frac{dH-V\cdot dP}{T}=\int\frac{n\cdot c_p\cdot dT}{T}-\int\frac{nR\cdot dP}{P}=n\cdot c_p\ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right)-nR\ln\left(\frac{P_f}{P_i}\right)$$

Al mezclarse ambas están a la misma presión, pero varían las presiones parciales.

Como la mezcla se realiza a temperatura constante para cada una de ellas, en la expresión general no aparece el término que depende de la temperatura, y por ejemplo para la izquierda

$$\Delta S_{izq}=-n_{izq}R\ln\left(\frac{P_{f\,izq}}{P_{i\,izq}}\right)$$

Como para cada una de ellas $P_f=\chi\cdot P_i$ y como $\chi=\frac{n}{n_{total}}\Rightarrow n=n_{total}\cdot\chi$ se puede plantear

$\Delta S_{izq}=-n_{izq}R\ln(\chi_{izq})=-n_{total}\chi_{izq}R\ln(\chi_{izq})$ (expresión que se podría haber usado directamente)

En la mezcla $\Delta S_{mezcla}=\Delta S_{izq\,mezcla}+\Delta S_{der\,mezcla}$

Combinando expresiones $\Delta S_{mezcla}=-n_{total}R(\chi_{izq}\ln(\chi_{izq})+\chi_{der}\ln(\chi_{der}))$

Sustituyendo valores

$$\Delta S_{mezcla}=-3\cdot 8{,}31\left(\frac{2}{3}\ln\left(\frac{2}{3}\right)+\frac{1}{3}\ln\left(\frac{1}{3}\right)\right)=15{,}87\frac{J}{K}$$ Positivo, “se desordena” al mezclarse.

En el proceso global

$$\Delta S_{total}=\Delta S_{1.1}+\Delta S_{1.2}+\Delta S_{mezcla}=3{,}53+1{,}06+15{,}87=20{,}46\frac{J}{K}$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 17 junio 2016
CC BY

Prova pràctica: segona part
Escolliu 4 problemes d'entre els 5 següentes:
1. Una bola de gel a 0 ºC, de radi 10 cm, està recoberta per una capa de suro de 5 cm, el qual té una conductividad tèrmica K_1=0,04 W/(m.K). Si la paret externa es troba a una temperatura constant de 22 ºC, determineu:
a) el temps que trigarà el gel en fondre's.
b) si el suro s'hagués recobert amb una capa d'argila d'1 cm de grossor i conductivitat tèrmica K_2=0,048 W/(m.K), quant temps trigaria el gel en fondre's?
Dades: densitat gel = 1 g/cm^3, calor de fusió gel L = 80 cal/g

1. Una bola de hielo a 0 ºC, de radio 10 cm, está recubierta por una capa de corcho de 5 cm, el cual tiene una conductividad térmica K_1 = 0,04 W / (m·K). Si la pared externa se encuentra a una temperatura constante de 22 ºC, determine:
a) el tiempo que tardará el hielo en derretirse.
b) si el corcho se hubiera recubierto con una capa de arcilla de 1 cm de grosor y conductividad térmica K_2 = 0,048 W / (m·K), cuánto tiempo tardaría el hielo en derretirse?
Datos: densidad hielo = 1 g / cm^3, calor de fusión hielo L = 80 cal / g

En general en problemas de termodinámica debemos comenzar dejando claro el convenio de signos usado: se utiliza el convenio IUPAC según el cual la primera ley es ΔU=Q+W, Q>0 y W>0 son aportados al sistema (no se utiliza el convenio Clausius según el cual es ΔU=Q-W)

a) Utilizamos la ley de Fourier $\frac{dQ}{dt} = K S \frac{\partial T}{\partial x}$
Planteamos la conservación de energía como flujo en este caso, igualamos la cantidad de calor por unidad de tiempo que aporta el exterior a través del corcho con la cantidad de calor por unidad de tiempo que recibe el hielo, que estará asociada a su aumento de energía interna al fundirse

$$\left(\frac{dQ}{dt}\right)_{entra\,en\,hielo} = \left(\frac{-dQ}{dt}\right)_{cede\,exterior}$$

$$\left(\frac{dQ}{dt}\right)_{recibe\,hielo} = -K_1 S \frac{\partial T}{\partial x}$$

Con convenio de signos IUPAC la cedida por el exterior es negativa y la aportada al hielo positiva; la suma de ambas es cero.
En este caso utilizamos coordenadas esféricas asumiendo que la temperatura es constante para una distancia radial dada, la transferencia es unidimensional, y usamos dr entre los que habrá dT, que tienen de superficie $S = 4\pi r^2$

$$\left(\frac{dQ}{dt}\right)_{recibe\,hielo} = -K_1 \cdot 4\pi r^2 \frac{dT}{dr}$$

Asumimos dQ/dt es constante y lo llamamos Φ (flujo de calor estacionario)

$$\Phi = -K_1 \cdot 4\pi r^2 \frac{dT}{dr}$$

$$\Phi \frac{dr}{r^2} = -K_1 4\pi dT$$

$$\Phi \int_{R_{esfera}}^{R_{esfera}+r_{corcho}} \frac{dr}{r^2} = -K_1 4\pi \int_{T_{int}}^{T_{ext}} dT$$

$$\Phi \left[\frac{-1}{r}\right]_{0,1}^{0,1+0,05} = -0,04 \cdot 4\pi \left[T\right]_0^{22}$$

$$\Phi = \frac{-0,04 \cdot 4\pi \cdot (0-22)}{\frac{-1}{0,15}+\frac{1}{0,1}} = 3,32\,W \text{ ó } \frac{J}{S}$$

El calor que debe recibir todo el hielo que está a 0 ºC para fundirse es (usamos cm y g como unidades intermedias para utilizar los datos de enunciado)

$$Q = m \cdot L = \frac{4}{3}\pi R^2 \cdot \rho \cdot L = \frac{4}{3}\pi 10^3 \cdot 1 \cdot 80 = 335103\,\cancel{cal}\,\frac{4,18\,J}{1\,\cancel{cal}} = 1,4007 \cdot 10^6\,J$$

>*Calor aportar es elevado: una bola de 10 cm de radio de hielo tiene una masa de más de 4 kg.*

$$\frac{dQ}{dt} = \Phi \Rightarrow \int dQ = \Phi \int dt \Rightarrow Q = \Phi t \Rightarrow t = \frac{Q}{\Phi} = \frac{1,4007 \cdot 10^6}{3,32} = 422 \cdot 10^3\,s \approx 117\,h$$

>*El tiempo es elevado: la conductividad del corcho es muy baja*

http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/tables/thrcn.html

b) Para la asociación de medios utilizamos el concepto de "Resistencia térmica" $R = \frac{\Delta T}{\Phi} = \frac{\Delta x}{K S}$ con lo que la ley de Fourier se puede expresar como $\Phi = \frac{\Delta T}{R}$ que permite combinar resistencias utilizando analogía con la ley de Ohm.

La resistencia asociada a los 10 cm de corcho es

$$R_{corcho} = \frac{22-0}{3,32} = 6,63\,\frac{ºC}{W}$$

Validamos el cálculo de manera general

$$R_{corcho} = \left|\frac{\Delta T}{\Phi}\right| = \left|\frac{\frac{-1}{r_{ext}}+\frac{1}{r_{int}}}{-K_1 \cdot 4\pi}\right| = \left|\frac{\frac{-1}{0,15}+\frac{1}{0,1}}{-0,04 \cdot 4\pi}\right| = 6,63\,\frac{ºC}{W}$$

Usando el mismo cálculo para la capa de arcilla

$$R_{arcilla} = \left|\frac{\frac{-1}{0,16}+\frac{1}{0,15}}{-0,048 \cdot 4\pi}\right| = 0,69\,\frac{ºC}{W}$$

Combinamos ambas resistencias en serie

$$R_{equivalente} = R_{corcho} + R_{arcilla} = 6,63 + 0,69 = 7,32\,\frac{ºC}{W}$$

$$\Phi_{corcho+arcilla} = \frac{\Delta T}{R_{equivalente}} = \frac{22}{7,32} = 3\,W$$

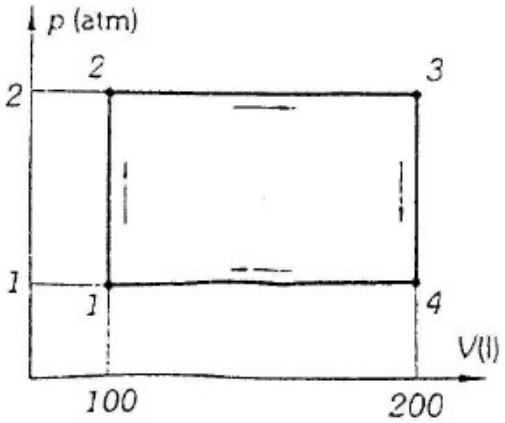
Si volvemos a despejar

$$t = \frac{Q}{\Phi_{corcho+arcilla}} = \frac{1,4007 \cdot 10^6}{3} = 467 \cdot 10^3\,s \approx 130\,h$$

Validación física: tiene que tardar más tiempo si añadimos más capa aislante.

enrique@fiquipedia.es Revisado 18 febrero 2016

F3. Dos moles de gas ideal (c_V= 3 cal/mol.K) describen el ciclo de la figura; determinar la temperatura de cada vértice y el trabajo y calor, variación de energía interna y variación de entropía en cada una de las líneas que constituyen el ciclo, y en el ciclo total. Determinar el rendimiento del ciclo.



Referencias:
Resuelto por sleepylavoisier en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4018#p17891
Física Universitaria, Sears-Zemansky, Capítulo 20 La segunda ley de la termodinámica, definición de eficiencia térmica de una máquina.
En Galicia 1999-Física 2 también hay cálculo de rendimiento de ciclo

En general en problemas de termodinámica debemos comenzar dejando claro el convenio de signos usado: se utiliza el convenio IUPAC según el cual la primera ley es ΔU=Q+W, Q>0 y W>0 son aportados al sistema (no se utiliza el convenio Clausius según el cual es ΔU=Q-W)

Enunciado no indica explícitamente valor R, por lo que podríamos intentar expresar variación de temperaturas en función de variaciones de presiones y volúmenes, sin embargo se pide la temperatura de cada vértice y eso implica asignar un valor a R.
Asumimos R≈2 cal/mol·K, o por el valor de c_v asumimos que se trata de un gas monoatómico, $\gamma=c_p/c_v=5/2$, $c_p=(5/2)R$ y $c_v=(3/2)R$, con lo que $R=(2/3)c_v=2$ cal/mol·K
Como tenemos P en atm y V en L, podemos pasar R a J/mol·K y atm·L/mol·K, aunque también podemos pasar PV de atm·L a cal, que implica muliplicar por 101,325 y dividir por 4,18

$$\cancel{atm \cdot L} \cdot \frac{101325\,\cancel{Pa}}{1\,\cancel{atm}} \cdot \frac{1\,\cancel{m^3}}{1000\,\cancel{L}} \cdot \frac{1\,cal}{4{,}18\,\cancel{Pa \cdot m^3}}$$

Usando la ley de los gases ideales $T=\frac{PV}{nR}$

$$T_1=\frac{P_1V_1}{nR}=\frac{1\cdot100\cdot101{,}325}{2\cdot2\cdot4{,}18}=606\,K$$
$$T_2=\frac{P_2V_2}{nR}=\frac{2\cdot100\cdot101{,}325}{2\cdot2\cdot4{,}18}=1212\,K$$
$$T_3=\frac{P_3V_3}{nR}=\frac{2\cdot200\cdot101{,}325}{2\cdot2\cdot4{,}18}=2424\,K$$
$$T_4=\frac{P_4V_4}{nR}=\frac{1\cdot200\cdot101{,}325}{2\cdot2\cdot4{,}18}=1212\,K$$

Tramo 1-2 (isócoro), W=0, ΔU=Q
W=0 (no hay trabajo al ser el volumen constante)
Q=Q_V=**ΔU**=$nc_V\Delta T$=2·3·(1212-606)= **3636 cal** (aportado, aumenta presión a V cte)

$$\Delta S=\int\frac{\delta Q}{T};\ \delta Q=nc_v\,dT;\ \Delta S=nc_v\int\frac{dT}{T}=nc_v\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)=2\cdot3\cdot\ln\left(\frac{1212}{606}\right)=4{,}16\,cal/K$$

ΔS=4,16 cal/K Variación de entropía positiva, el sistema aumenta de temperatura a V cte.
Tramo 2-3 (isóbaro)

ΔU=$nc_v\Delta T$=2·3·(2424-1212)= **7272 cal**

Q=Q_P=$nc_P\Delta T$=2·5·(2424-1212)= **12120 cal** (positivo, aumenta T a P cte)

$$W=\int -P\cdot dV=-P\Delta V=-2\cdot(200-100)=-200\,atm\cdot L$$

$$W=-200\cdot\frac{101{,}325}{4{,}18}=-4848\,cal$$

W=-4848 cal (negativo, el sistema expande)

El trabajo también se podría calcular como W=ΔU-Q=7272-12120=-4848 cal

$$\Delta S=\int\frac{\delta Q}{T};\delta Q=nc_p dT;\Delta S=nc_p\int\frac{dT}{T}=nc_p\ln(\frac{T_3}{T_2})=2\cdot5\cdot\ln(\frac{2424}{1212})=6{,}93\,cal/K$$

ΔS=6,93 cal/K Variación de entropía positiva, el sistema aumenta de temperatura a P cte.

Tramo 3-4 (isócoro), W=0, ΔU=Q

W=0 (no hay trabajo al ser el volumen constante)

Q=Q_V=**ΔU**=$nc_V\Delta T$=2·3·(1212-2424)= **-7272 cal** (cedido, disminuye presión a V cte)

$$\Delta S=\int\frac{\delta Q}{T};\delta Q=nc_v dT;\Delta S=nc_v\int\frac{dT}{T}=nc_v\ln(\frac{T_4}{T_3})=2\cdot3\cdot\ln(\frac{1212}{2424})=-4{,}16\,cal/K$$

ΔS=-4,16 cal/K Variación de entropía negativa, el sistema disminuye de temperatura a V cte.

Tramo 4-1 (isóbaro)

ΔU=$nc_v\Delta T$=2·3·(606-1212)= **-3636 cal**

Q=Q_P=$nc_P\Delta T$=2·5·(606-1212)= **-6060 cal** (negativo, disminuye T a P cte)

$$W=\int -P\cdot dV=-P\Delta V=-1\cdot(100-200)=100\,atm\cdot L$$

$$W=100\cdot\frac{101{,}325}{4{,}18}=2424\,cal$$

W=2424 cal (positivo, el sistema expande)

El trabajo también se podría calcular como W=ΔU-Q=-3636-(-6060)=2424 cal

$$\Delta S=\int\frac{\delta Q}{T};\delta Q=nc_p dT;\Delta S=nc_p\int\frac{dT}{T}=nc_p\ln(\frac{T_3}{T_2})=2\cdot5\cdot\ln(\frac{606}{1212})=-6{,}93\,cal/K$$

ΔS=-6,93 cal/K Variación de entropía negativa, el sistema disminuye de temperatura a P cte.

En el ciclo, al ser U, y S funciones de estado, su variación es cero.

$$\Delta U_{total}=\Delta U_{1\to2}+\Delta U_{2\to2}+\Delta U_{3\to4}+\Delta U_{4\to1}=3636+7272-7272-3636=0$$

$$\Delta S_{total}=\Delta S_{1\to2}+\Delta S_{2\to2}+\Delta S_{3\to4}+\Delta S_{4\to1}=4{,}16+6{,}93-4{,}16-6{,}93=0$$

Calor y trabajo no son funciones de estado, pero como en el ciclo la variación de energía interna es cero y por el primer principio ΔU=Q+W, sabemos que Q_{total}=-W_{total}.

$$Q_{total}=Q_{1\to2}+Q_{2\to3}+Q_{3\to4}+Q_{4\to1}=3636+12120-7272-6060=2424\,cal$$

$$W_{total}=W_{1\to2}+W_{2\to3}+W_{3\to4}+W_{4\to1}=0-4848+0+2424=-2424\,cal$$

Calculamos el rendimiento del ciclo

Resumen tramos:

1-2. W_{12}=0 cal, Q_{12}=3636 cal (aportado "desde el foco caliente")

2-3. W_{23}=-4848 cal (cedido), Q_{23}=12120 cal (aportado "desde el foco caliente")

3-4. W_{34}=0 cal, Q_{34}=-7272 cal (cedido "al foco frío")

4-1. W_{41}=2424 cal (aportado), Q_{41}=-6060 cal (cedido "al foco frío")

En ciclo la variación de energía interna es nula, por lo que |aportada| = |cedida|,

$|Q_{12}+Q_{23}+W_{41}|=|W_{23}+W_{34}+Q_{41}|$

(validamos 3636+12120+2424=4848+7272+6060)

De manera general en una máquina térmica para un ciclo $|Q_{\text{aportado desde foco caliente}}|=|W|+|Q_{\text{cedido foco frío}}|$

(validamos |3626+12120|=|-4848+2424| + |-7272-6060|)

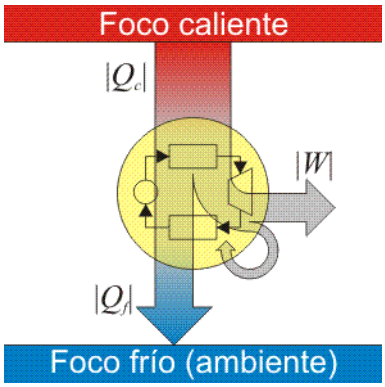
Por definición de rendimiento de una máquina térmica $\eta=\frac{|W|}{Q_{aportada\,desde\,foco\,caliente}}$

enrique@fiquipedia.es Revisado 18 febrero 2016

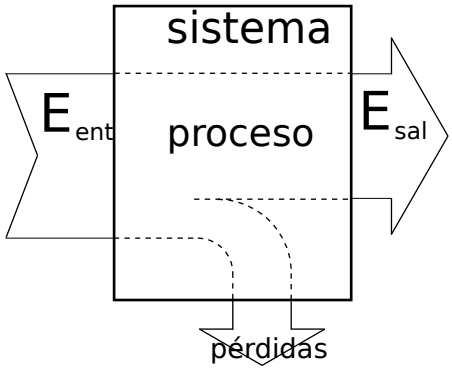
$$\eta = \frac{|W_{2\to3} + W_{4\to1}|}{Q_{1\to2} + Q_{2\to3}} = \frac{|-4848+2424|}{3636+12120} = 0{,}154 = 15{,}4\,\%$$

Tiene que ser inferior al rendimiento máximo teórico $\eta = 1 - \frac{T_1}{T_3} = 1 - \frac{606}{2424} = 75\,\%$

>Puede surgir la duda de si para calcular el rendimiento hay que considerar como energía aportada solamente la térmica o toda la aportada incluyendo el trabajo positivo del tramo 4→1; según la definición de rendimiento de máquina térmica solamente se considera el calor tomado del foco caliente.



Máquina térmica, gonfer, GFDL



Rendimiento térmico, wikimedia, cc0

F4. El semidiámetro aparente bajo el cual se ve el disco solar desde la Tierra es de 16' de arco. Si el Sol se considera como un cuerpo negro esférico de 7 x 10^5 km de radio a la temperatura de 5.800 K, calcular:
a) El flujo total de energía radiante emitida por el Sol.
b) El flujo de energía radiante recibido por unidad de superficie (expresado en langley·min^{-1}) en el límite de la atmósfera terrestre normalmente a los rayos solares, es decir, el valor de la constante solar.
c) La energía recibida cada día por nuestro planeta si su radio se supone igual a 6.370 km.

$\sigma=5{,}67\cdot10^{-8}\ W\cdot m^{-2}\cdot K^{-4}$ (langley = cal/cm^2)

Referencias:
Fundamentos de meteorología; Irene Sendiña Nadal,Vicente Pérez, problema 13 página 72
https://books.google.es/books?id=HE3xtRmNg4kC&pg=PA72&lpg=PA72

Pruebas selectivas para ingreso en el cuerpo de diplomados en meteorología del Estado 2007
http://www.aemet.es/documentos/es/empleo_y_becas/empleo_publico/oposiciones/grupo_a2/otras_convocatorias/ex_dip_int_2007.pdf Supuesto número 2.a
Resuelto por sleepylavoisier en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4018#p17837

a) Utilizamos la ley de Stefan-Boltzman según la cual la radiancia total (potencia emitida por unidad de superficie) para un cuerpo negro es $E=\sigma\cdot T^4=5{,}67\cdot10^{-8}\cdot5800^4=6{,}42\cdot10^7\ W/m^2$
Para calcular el "flujo total de energía" (se utiliza el término flujo pero hace referencia a energía total por unidad de tiempo (potencia), no por unidad de superficie como cuando se usa flujo en campo magnético o eléctrico) necesitamos conocer la superficie del Sol, y para ello hay que conocer su tamaño.
Usando el dato del enunciado $R=7\cdot10^8$ m
La superficie total del Sol es $S=4\pi R^2=4\pi\left(7\cdot10^8\right)^2=6{,}1575\cdot10^{18}\ m^2$
Por lo tanto el flujo total de energía es $\varphi=E\cdot S=6{,}42\cdot10^7\cdot6{,}1575\cdot10^{18}=3{,}82\cdot10^{26}\ W$
b) El flujo por unidad de superficie, considerando propagación isótropa, es el asociado a la superficie de una esfera centrada en el Sol y de radio 1 UA
Sin ser dato podemos conocer que la distancia Tierra-Sol es de 1 UA=$1{,}5\cdot10^{11}$ m, pero debemos calcularlo con datos enunciado aplicando trigonometría, el radio (semidiámetro) del Sol es el cateto opuesto al ángulo de 16' de arco (16'=16/60º) siendo el otro cateto 1 UA, por lo que
$7\cdot10^8$/UA=tg(16/60) → UA=$7\cdot10^8$/tg(16/60)=$1{,}504\cdot10^{11}$ m

$$\Phi=\frac{\phi}{S}=\frac{3{,}82\cdot10^{26}}{4\pi\left(1{,}504\cdot10^{11}\right)^2}=1344\ W/m^2$$

Cambiamos de unidades: 1 W = 1 J/s

$$1344\frac{\cancel{J}}{s\cdot\cancel{m^2}}\cdot\frac{1\,cal}{4{,}18\,\cancel{J}}\cdot\frac{60\,\cancel{s}}{1\,min}\cdot\frac{1\,\cancel{m^2}}{10^4\,cm^2}=1{,}9\frac{langley}{min}$$

c) $Energía=\Phi\cdot S\cdot t=1344\cdot4\cdot\pi\cdot\left(6370\cdot10^3\right)^2\cdot24\cdot3600=5{,}92\cdot10^{22}\ J=1{,}42\cdot10^{22}\ cal$
Se indica en J y cal, enunciado no lo pide en ningunas unidades concretas

enrique@fiquipedia.es Revisado 17 febrero 2016
CC BY

A3. Un mol d'età s'escalfa a 298 K a 1500 K a pressió constant.
$C_p = 5,35 + 1,77 \cdot 10^{-3} T - 678,01 \cdot 10^{-7} T^2 + 8,514 \cdot 10^{-9} T^3$
a- Suposem que es tracta d'un procés reversible. Calculeu la variació d'entropia del sistema i la de l'univers.
b- Suposem que el procés es realitza irreversiblement tot col.locant el gas en un forn a 1500 K. Calculeu la variació d'entropia de l'entorn i la de l'univers.

Un mol de etano se calienta a 298 K a 1500 K a presión constante.
$C_p = 5,35 + 1,77 \cdot 10^{-3} T - 678,01 \cdot 10^{-7} T^2 + 8,514 \cdot 10^{-9} T^3$
a- Supongamos que se trata de un proceso reversible. Calcular la variación de entropía del sistema y la del universo.
b- Supongamos que el proceso se realiza irreversiblemente colocando el gas en un horno a 1500 K. Calcular la variación de entropía del entorno y la del universo.

En general en problemas de termodinámica debemos comenzar dejando claro el convenio de signos usado: se utiliza el convenio IUPAC según el cual la primera ley es ΔU=Q+W, Q>0 y W>0 son aportados al sistema (no se utiliza el convenio Clausius según el cual es ΔU=Q-W)

Enunciado no indica las unidades, pero indica C_p en mayúsculas, por lo que asumimos capacidad calorífica ó calor a presión constante (unidades $J \cdot K^{-1}$), no calor específico a presión constante (unidades $J \cdot K^{-1} \cdot kg^{-1}$). Como indica 1 mol de etano, asumimos que coincide capacidad específica dada con calor molar a presión constante (en $J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$), ya que cp=Cp/n, y en este caso n=1.
Enunciado utiliza cifras que varían entre 3 y 5 cifras significativas: usamos en los resultados 3 cifras.
a) Utilizamos la expresión de C_p y que en un proceso a presión constante $Q=nc_p\Delta T$

$$\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{n\, c_p\, dT}{T} = 1 \int_{298}^{1500} \frac{5,35 + 1,77 \cdot 10^{-3} T - 678,01 \cdot 10^{-7} T^2 + 8,514 \cdot 10^{-9} T^3}{T} dT$$

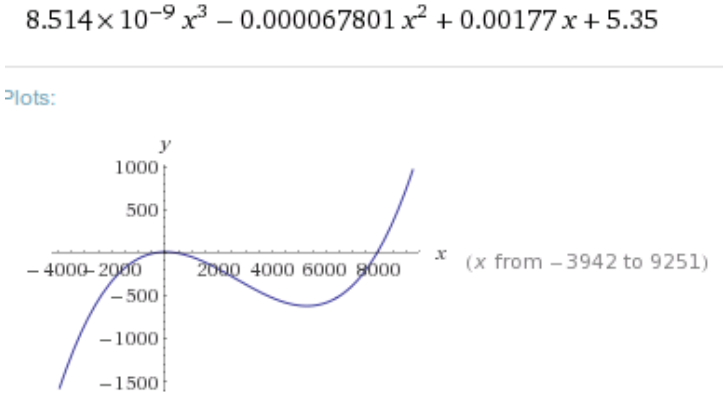
$$\Delta S = \left[5,35 \ln(T) + 1,77 \cdot 10^{-3} T - 678,01 \cdot 10^{-7} \frac{T^2}{2} + 8,514 \cdot 10^{-9} \frac{T^3}{3} \right]_{298}^{1500}$$

$$\Delta S = 5,35 \ln\left(\frac{1500}{298}\right) + 1,77 \cdot 10^{-3} (1500 - 298)$$

$$- 678,01 \cdot 10^{-7} \frac{(1500^2 - 298^2)}{2} + 8,514 \cdot 10^{-9} \frac{(1500^3 - 298^3)}{3}$$

$$\Delta S = -53,0\, J/K$$

>La variación de entropía es negativa aumentando la temperatura, lo que no tiene sentido, pero el origen de ese valor negativo está en que se da una expresión de c_p que varía con T y que puede tener valores negativos.
*http://www.wolframalpha.com/input/?i=5.35+%2B+1.77e-3*x+-+678.01e-7*x^2+%2B+8.514e-9*x^3*



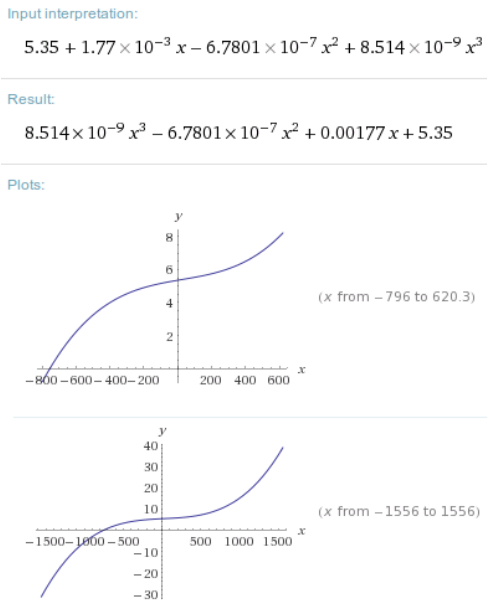
c_p es 0 para T=-264,015 K, T=300,24 K y T=7927,5 K, y es positivo entre los dos primeros valores, y negativo entre los dos últimos.
Los valores reales son positivos http://www.engineeringtoolbox.com/specific-heat-capacity-gases-d_159.html y aunque es un enunciado y se puede leer sin cuestionarlo, se puede plantear:

Esta expresión para T=20 ºC = 293 K vale c_p=0,26 $J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$, mientras que el valor real tabulado a 1 atm es 1,75 $kJ \cdot K^{-1} \cdot kg^{-1}$ = 73,5 $J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$.
http://webbook.nist.gov/cgi/cbook.cgi?ID=C74840&Units=SI&Mask=1#Thermo-Gas
a 300 K son 52,71 $J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$,
¿Qué implicaciones y significado tiene que c_p sea / pueda ser negativo según valor T? Lleva a cosas muy raras que no son el objetivo de este problema
https://en.wikipedia.org/wiki/Heat_capacity#Negative_heat_capacity_.28stars.29
http://cds.cern.ch/record/615157/files/0305006.pdf

La variación de entropía del universo dependerá del resto de procesos que ocurren en el universo. Si asumimos que se pide solamente la variación de entropía del universo asociada a este proceso, al ser reversible, la variación será cero. Aunque el sistema pierda entropía, el resto del universo la ganará.

$$\Delta S_{exterior} = +53{,}0\, J/K$$
$$\Delta S_{universo} = \Delta S_{sistema} + \Delta S_{exterior} = 0$$

Como el resultado no tiene sentido debido a la expresión de C_p, se puede plantear que hay una errata. Un planteamiento (agradezco a Antonio Abrisqueta García el comentario) es que las cifras están todas en notación científica salvo $678{,}01 \cdot 10^{-7}$, por lo que podemos asumir que el valor que se esperaba indicar es $6{,}7801 \cdot 10^{-7}$. Con este valor c_p siempre es positiva para T positivo, y el resultado tiene sentido:
http://www.wolframalpha.com/input/?i=5.35+%2B+1.77e-3*x+-+6.7801e-7*x^2+%2B+8.514e-9*x^3



$$\Delta S = 5{,}35 \ln\left(\frac{1500}{298}\right) + 1{,}77 \cdot 10^{-3}(1500-298) - 6{,}7801 \cdot 10^{-7}\frac{(1500^2-298^2)}{2} + 8{,}514 \cdot 10^{-9}\frac{(1500^3-298^3)}{3}$$
$$\Delta S = 19{,}5\, J/K$$
$$\Delta S_{exterior} = -19{,}5\, J/K$$
$$\Delta S_{universo} = \Delta S_{sistema} + \Delta S_{exterior} = 0$$

b) La variación de entropía es una función de estado, por lo que siendo el mismo proceso sobre el sistema tendrá la misma variación de entropía, sea un proceso reversible o irreversible.
El hecho de que el proceso sea irreversible sí que implica que la variación total de la entropía de universo debe ser positiva.
Calculamos el calor que se ha aportado al sistema para calentarlo

$$Q = \int_{T_1}^{T_2} \delta Q = \int_{T_1}^{T_2} n c_p\, dT = \int_{298}^{1500} (5{,}35 + 1{,}77 \cdot 10^{-3} T - 678{,}01 \cdot 10^{-7} T^2 + 8{,}514 \cdot 10^{-9} T^3)\, dT$$
$$Q = \left[5{,}35\, T + 1{,}77 \cdot 10^{-3}\frac{T^2}{2} - 678{,}01 \cdot 10^{-7}\frac{T^3}{3} + 8{,}514 \cdot 10^{-9}\frac{T^4}{4}\right]_{298}^{1500}$$
$$Q = 5{,}35(1500-298) + 1{,}77 \cdot 10^{-3}\frac{(1500^2-298^2)}{2} - 678{,}01 \cdot 10^{-7}\frac{(1500^3-298^3)}{3} + 8{,}514 \cdot 10^{-9}\frac{(1500^4-298^4)}{4}$$
$$Q = -5{,}66 \cdot 10^4\, J$$

Sale de nuevo negativo: es "aportado negativo" por la expresión de c_p, por lo que si el sistema libera energía en forma de calor, el exterior la recibe, y es positiva para el exterior.

Para el exterior, considerándolo el horno a 1500 K, $\Delta S_{exterior}=\frac{Q}{T}=\frac{5,66\cdot 10^4}{1500}=37,7\,J/K$

La entropía del universo es $\Delta S_{universo}=\Delta S_{gas}+\Delta S_{exterior}=-53,0+37,7=-15,3\,J/K$

Lo que no tiene sentido por ser negativa

Si lo que resolvemos utilizando de nuevo el coeficiente del enunciado revisado.

$\Delta S_{sistema}=19,5\,J/K$

Para el exterior

$$Q=5,35(1500-298)+1,77\cdot 10^{-3}\frac{(1500^2-298^2)}{2}$$
$$-6,7801\cdot 10^{-7}\frac{(1500^3-298^3)}{3}+8,514\cdot 10^{-9}\frac{(1500^4-298^4)}{4}$$
$$Q=1,83\cdot 10^4\,J$$

Ahora el calor es positivo; hay que aportarlo para calentarlo

Para el exterior, considerándolo el horno a 1500 K, el sistema cede calor al sistema, y su calor es negativo $\Delta S_{exterior}=\frac{Q}{T}=\frac{-1,83\cdot 10^4}{1500}=-12,2\,J/K$

La entropía del universo es $\Delta S_{universo}=\Delta S_{gas}+\Delta S_{exterior}=19,5-12,2=7,30\,J/K$

>*Comentario: no se utiliza para nada el dato del enunciado de que el gas sea etano*

C2. Un mol d'un gas ideal monoatòmic es troba inicialment a una pressió de 2 atm i a una temperatura de 273 K. Es porta a una pressió de 4 atm per un procés reversible caracteritzat perquè P/V es constant. Calculeu:
a- El volum inicial i el volum i la temperatura finals.
b- El calor, el treball, la variació d'energia interna i la de l'entalpia del procés.

Un mol de un gas ideal monoatómico se encuentra inicialmente a una presión de 2 atm y a una temperatura de 273 K. Se lleva a una presión de 4 atm por un proceso reversible caracterizado porque P/V es constante. Calcular:
a- El volumen inicial y el volumen y la temperatura finales.
b- El calor, el trabajo, la variación de energía interna y la de la entalpía del proceso.

En general en problemas de termodinámica debemos comenzar dejando claro el convenio de signos usado: se utiliza el convenio IUPAC según el cual la primera ley es ΔU=Q+W, Q>0 y W>0 son aportados al sistema (no se utiliza el convenio Clausius según el cual es ΔU=Q-W)

Comentado por manticore y sleepylavoisier en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=6152

Resolución tal y como indica enunciado (se dispone del original e indica P/V=cte)
a) Utilizando la ecuación de los gases ideales
Situación inicial $V=\frac{nRT}{P}=\frac{1\cdot 0{,}082\cdot 273}{2}=11{,}2\,L$
Si P/V es constante
Situación inicial y final $\frac{P_i}{V_i}=\frac{P_f}{V_f}\Rightarrow V_f=V_i\cdot\frac{P_f}{P_i}=11{,}2\cdot\frac{4}{2}=22{,}4\,L$
(Como P/V es constante, podríamos haber planteado que como P se duplica (pasa de 2 a 4 atm), el volumen también se duplica y pasa de 11,2 a 22,4 L)
En la situación final $T=\frac{PV}{nR}=\frac{4\cdot 22{,}4}{1\cdot 0{,}082}=1093\,K$
El sistema se está calentando (aumenta T) y expandiendo (aumenta V).
b) Calculamos el trabajo, teniendo en cuenta que P/V es constante y lo sacamos fuera de la integral

$$W=-\int_{V_i}^{V_f}P\,dV=\frac{-P}{V}\int_{V_i}^{V_f}V\,dV=\frac{-P}{V}\left[\frac{V^2}{2}\right]_{V_i}^{V_f}$$

$$W=\frac{-2}{11{,}2}\left(\frac{22{,}4^2}{2}-\frac{11{,}2^2}{2}\right)=-33{,}6\,atm\cdot L$$

$$W=-33{,}6\,\cancel{atm\cdot L}\cdot\frac{101{,}325\,J}{1\,\cancel{atm\cdot L}}=-3405\,J$$

El trabajo es negativo, liberado por el sistema, se expande.
Se indica que es un gas monoatómico, por lo que $c_v=3/2\cdot R$ y $c_p=5/2\cdot R$
Tomamos R=8,31 J/mol·K
$\Delta U=n\cdot c_v\cdot\Delta T=1\cdot(3/2)\cdot 8{,}31\cdot(1093-273)=10221$ J
$Q=\Delta U-W=10221-(-3405)=13626$ J
Calor positivo, el sistema recibe calor, se expande aumentando la temperatura
$\Delta H=n\cdot c_p\cdot\Delta T=1\cdot(5/2)\cdot 8{,}31\cdot(1093-273)=17036$ J

Resolución asumiendo errata y que se pretendía indicar PV=cte.
a) Si PV es constante, se trata de un proceso isotermo, la temperatura es constante, luego la

temperatura final es igual a la inicial.
Utilizando la ecuación de los gases ideales

Situación inicial $V=\frac{nRT}{P}=\frac{1\cdot 0{,}082\cdot 273}{2}=11{,}2\,L$

Situación inicial y final $P_i V_i = P_f V_f \Rightarrow V_f = V_i \cdot \frac{P_i}{P_f} = 11{,}2 \cdot \frac{2}{4} = 5{,}6\,L$

También podíamos haber visto cualitativamente que si a temperatura constante se duplica la presión, el volumen se reduce a la mitad.
b) Si la temperatura es constante, al ser la energía interna y la entalpía funciones de estado, su variación es cero.
ΔU=0
Q=-W

$$W=-\int_{V_i}^{V_f} P\,dV=-\int_{V_i}^{V_f}\frac{nRT}{V}\,dV=-nRT\left[\ln V\right]_{V_i}^{V_f}$$

$$W=-nRT\ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)=-1\cdot 0{,}082\cdot 273\cdot\ln\left(\frac{5{,}6}{11{,}2}\right)=15{,}5\,atm{\cdot}L$$

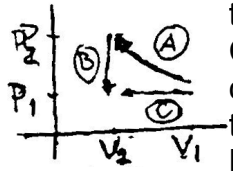
$$W=15{,}5\,\cancel{atm\cdot L}\cdot\frac{101{,}325\,J}{1\,\cancel{atm\cdot L}}=1571\,J$$

El trabajo es positivo, es aportado al sistema, ya que se comprime.
Q=-1571 J
Calor negativo, el sistema libera calor, ya que se comprime a temperatura constante.
ΔH=0

enrique@fiquipedia.es Revisado 17. abril 2016

PROBLEMA 4.-

Un mol de gas perfecto monoatómico, inicialmente a un volumen de V_1=5 L, presión P_1 y temperatura T_1=298 K experimenta los siguientes cambios reversibles: A Compresión isoterma a un volumen mitad. B Enfriamiento a volumen constante, hasta que la presión vuelve a su valor inicial P_1, siendo la temperatura final T_2. C Disminución de volumen hasta presión constante P_1. Según la figura.

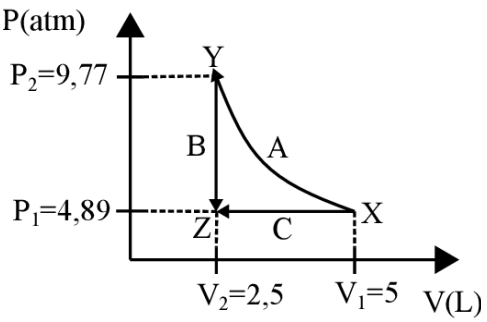


a) Calcular P_1, P_2 y T_2. También Q, W, ΔU, ΔH, ΔS y ΔG para A y B separadamente.
b) ¿Son los valores (sin considerar el signo) de ΔU, Q y W, para la etapa C mayores, iguales o menores que los valores de estas cantidades para la suma de las etapas A y B?

El diagrama (con esa resolución en enunciado original conseguido) parece un ciclo pero no lo es, y lo representado con las flechas sí es consistente con el texto: se está hablando de procesos distintos: se puede llegar de punto X a punto Z bien con procesos A+B o bien con proceso C.
No se proporciona en enunciado como dato el valor de R, por lo que tomamos R≈2 cal/molK
En general en problemas de termodinámica debemos comenzar dejando claro el convenio de signos usado: se utiliza el convenio IUPAC según el cual la primera ley es ΔU=Q+W, Q>0 y W>0 son aportados al sistema (no se utiliza el convenio Clausius según el cual es ΔU=Q-W)
Similar a Cataluña 2000-A2 y Castilla y León 2002-3
Cataluña 1999-2-3 también aparece variación energía Gibbs variando T/sin ser T constante.
Referencias:
http://www.lehman.edu/faculty/dgaranin/Statistical_Thermodynamics/PHY303-assignment-2-solutions.pdf

a) Si utilizamos la ley de los gases ideales en los distintos puntos para 1 mol de gas:
En lugar de llamar a los puntos como 1 y 2 (porque puede ser confuso que punto 2 tenga P_1 y V_2) usamos letras:

- Llamamos punto X al punto de partida de proceso A
- Llamamos punto Y al punto final de procesos A, inicial de proceso B.
- Llamamos punto Z al punto final de proceso B y punto final de proceso C.



Punto X:

$V_X=V_1=5$ L

$T_X=T_1=298$ K

$P_X=P_1$ $P_X V_X = nRT_X \Rightarrow P_X = \frac{nRT_X}{V_X} = \frac{1 \cdot 0{,}082 \cdot 298}{5} = 4{,}89\,atm$ **P_1=4,89 atm**

Punto Y:

$V_Z=V_2=V_1/2=2{,}5$ L (el volumen se reduce a la mitad)

$T_Z=T_1$ (proceso A es compresión isoterma)

$P_Z=P_2$ $P_Z V_Z = nRT_Z \Rightarrow P_Z = \frac{nRT_Z}{V_Z} = \frac{1 \cdot 0{,}082 \cdot 298}{2{,}5} = 9{,}77\,atm$ **P_2=9,77 atm**

Validación cualitativa: P se duplica, ya que a T constante el V se reduce a la mitad.

Punto Z:

$V_Y=V_2=V_1/2=2{,}5$ L (en proceso C el volumen se reduce al mismo valor que en proceso A)

$P_Y=P_1$

$T_Y=T_2 \quad P_Y V_Y = nRT_Y \Rightarrow T_Y = \frac{P_Y V_Y}{nR} = \frac{4{,}89 \cdot 2{,}5}{1 \cdot 0{,}082} = 149\,K$ **T_2=149 K**

Validación cualitativa: T se reduce a la mitad, ya que a P constante el V se reduce a la mitad.
Como se trata de un gas monoatómico, el coeficiente adiabático es $\gamma=5/3=c_P/c_V$, como $c_P=c_V+R$, $R\approx2$ cal/molK, tenemos que $c_P\approx5$ cal/molK / $c_V\approx3$ cal/molK.

Para el **proceso A** (isotermo)

ΔU=0 (la energía interna es una función de estado, no varía si no varía la temperatura cuando se trata de un gas en el que no ha habido cambio de estado)

W=-nRTln(V_f/V_i)=-1·2·298·ln(2,5/5)=**413 cal** (trabajo aportado, se comprime)

Q=-W=**-413 cal** (calor desprendido, si se comprime a misma T, desprende calor)

ΔH=0 (entalpía es también una función de estado)

ΔS=Q/T=-413/298=**-1,39 cal/K** (negativa, disminuye al comprimirse a T constante y disminuir el volumen)

ΔG=ΔH-TΔS=0-298·(-1,39)=**413 cal** (positivo, compresión no espontánea)

Para el **proceso B** (isócoro)

W=0 (no hay trabajo al ser el volumen constante)

Q=Q_V=ΔU=nc_VΔT=1·3·(149-298)=**-447 cal** (liberado, al disminuir presión a volumen constante

ΔH=nc_PΔT=1·5·(149-298)=**-745 cal**

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T};\ \delta Q = nc_v\,dT;\ \Delta S = nc_p \int \frac{dT}{T} = nc_v \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = 1 \cdot 3 \cdot \ln\left(\frac{149}{298}\right) = -2{,}079\,cal/K$$

ΔS=-2,079 cal/K Variación de entropía negativa, el sistema disminuye de temperatura a volumen constante.

ΔG=ΔH-TΔS, asume una temperatura constante, lo que no ocurre en este proceso, por lo que no se puede usar esa definición. Para calcular G, partiendo de la ecuación de Gibbs dG=dP·V-dT·S no podemos cambiar sin más diferenciales por Δ, porque al integrar V sí es constante, pero S no lo es. Necesitamos la dependencia de S con la temperatura. Como $\Delta S=n\cdot c_v\cdot\ln(T_2/T_1)$, se podría asumir que $S(T)=n\cdot c_v\cdot\ln(T)$, y entonces ya tenemos la dependencia de T para hacer la integral, pero podría haber un factor en ambos que se simplificase, tanto valor inicial constante S_0, como factor que multipique T y se simplifique al restar logaritmos. Respecto al valor inicial, el término S_0 no es dato, así que debemos expresar el resultado en función de él. Respecto al factor multiplicador de T, por definición de calor a volumen constante y teniendo en cuenta que la entropía es una función de estado, para un proceso isócoro, al integrar sí llegamos a esa expresión sin factor multiplicador

$$dS = \frac{dQ}{T} = (isócoro) = \frac{dU}{T} = \frac{nc_v\,dT}{T} \Rightarrow \int dS = \int \frac{nc_v\,dT}{T} \Rightarrow S - S_0 = nc_v \ln\frac{T}{T_0} \Rightarrow S = cte + nc_v \ln T$$

Sí que puede aparecer factor multiplicador con modificaciones en la constante de la integral, y la entropía de un gas ideal (ver referencias) se puede representar como $S=n\cdot c_v\cdot ln(TV^{\gamma-1})$, ecuación que pasa la validación de que si es un proceso adiabático la entropía se mantiene constante.
Planteando la integral

$$dG = V\,dP - S\,dT \Rightarrow \int_{T_1}^{T_2} dG = \int_{T_1}^{T_2} V\frac{nR}{V}\,dT - \int_{T_1}^{T_2} (S_0 + n\cdot c_v\cdot\ln(T))\,dT$$

$$\Delta G = 1\int_{298}^{149} R\,dT - \int_{298}^{149} S_0\,dT - 1\cdot c_v \int_{298}^{149} \ln(T)\,dT$$

$$Cambio\ de\ variable: \begin{matrix} u=\ln(T) \rightarrow du = \frac{1}{T} \\ dT = dv \rightarrow v = T \end{matrix}$$

$$\Delta G = 1 \cdot 2 \cdot (149 - 298) - S_0 (149 - 298) - c_v \cdot \left([T \cdot ln(T)]_{298}^{149} - \int_{298}^{149} dT \right)$$

$$\Delta G = -298 + 149 \cdot S_0 - 3 \cdot [T \cdot ln(T) - T]_{298}^{149}$$

$$\Delta G = -298 + 149 \cdot S_0 - 3 \cdot 149 (\ln(149) - 1) + 3 \cdot 298 (\ln(298) - 1) = 149 \cdot S_0 + 2111\, cal$$

Positivo, no es espontáneo enfriar y comprimir

b) La energía interna es una función de estado, por lo ΔU entre los puntos X y Z es la misma independientemente de cómo se pase de uno a otro, a través del proceso C o a través de proceso A+B. Por lo tanto **el valor de ΔU para la etapa C es igual que el valor de ΔU para A+B.**

La variación de energía interna entre X y Z es negativa, es la misma para proceso A+B en la que es 0-447 cal que para cualquier otro proceso.

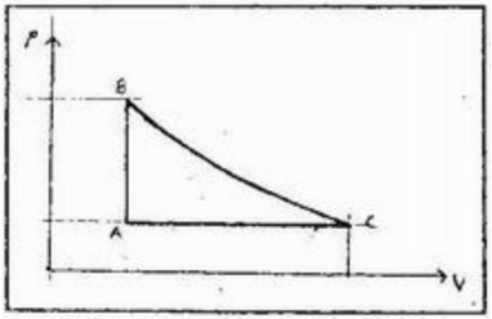
Al pasar de punto X a Z se reduce el volumen a la mitad, por lo que el trabajo es positivo.

W lo podemos obtener integrando la curva PV, por lo que **el valor de W, sin considerar el signo, para la etapa C, es menor que el valor de W, sin considerar el signo, para A+B.**

Como la variación de energía interna es negativa y el trabajo es positivo, al ser ΔU=Q+W el calor tiene que ser negativo. Dado que ΔU tiene el mismo valor entre los punto X y Z podemos plantear que $Q_{A+B}+W_{A+B}= Q_C+W_C$

Como acabamos de razonar que $W_{A+B}>W_C$, para que se cumpla la igualdad $Q_{A+B}+W_{A+B}= Q_C+W_C$ Q_{A+B} tiene que ser un número negativo mayor en módulo que Q_C, por **el valor de Q, sin considerar el signo, para la etapa C es menor que el valor de Q, sin considerar el signo, para A+B.**

PROBLEMA X10 (Se desconoce el número). Un mol d'un gas ideal monoatomic descriu el cicle reversible ABCA de la figura, on el procés BC és una expansió adiabàtica. Si P(B) = 10 atm, V(B) = 2 l y V(C) = 4 l, calculeu: a) la calor absorbida i la calor cedida pel gas i el rendiment obtingut a partir d'aquest cicle i b) el rendiment màxim d'una màquina tèrmica que treballés entre les temperatures límit del cicle.



Un mol de un gas ideal monoatómico describe el ciclo reversible ABCA de la figura, donde el proceso BC es una expansión adiabática. Si P(B) = 10 atm, V(B) = 2 L y V(C) = 4 L, calcula: a) el calor absorbido y el calor cedido por el gas y el rendimiento obtenido a partir de este ciclo y b) el rendimiento máximo de una máquina térmica que trabajara entre las temperaturas límite del ciclo.

En general en problemas de termodinámica debemos comenzar dejando claro el convenio de signos usado: se utiliza el convenio IUPAC según el cual la primera ley es ΔU=Q+W, Q>0 y W>0 son aportados al sistema (no se utiliza el convenio Clausius según el cual es ΔU=Q-W)

a) Utilizando la ecuación de las adiabáticas, calculamos presión del punto C.
Como se indica que es un gas ideal monoatómico, $\gamma=5/3$, $c_P \approx 5/2 \cdot R$ cal/mol·K, $c_V \approx 3/2 \cdot R$ cal/mol·K
Usamos R=8,314 J/mol·K = 0,082 atm·L/mol·K = 1,987 cal/mol·K

$$PV^{\gamma}=cte \Rightarrow P_B V_B^{\gamma}=P_C V_C^{\gamma} \Rightarrow P_C=P_B\left(\frac{V_B}{V_C}\right)^{\gamma}=10\cdot\left(\frac{2}{4}\right)^{\frac{5}{3}}=3{,}15\,atm$$

P(A)=P(C), y V(A)=V(B)
Como se nos indica que es un mol de gas ideal, podemos calcular la temperatura de los tres puntos.

$$PV=nRT$$

$$T_B=\frac{P_B V_B}{nR}=\frac{10\cdot 2}{0{,}082}=243{,}9\,K$$

$$T_C=\frac{P_C V_C}{nR}=\frac{3{,}15\cdot 4}{0{,}082}=153{,}7\,K$$

$$T_A=\frac{P_A V_A}{nR}=\frac{3{,}15\cdot 2}{0{,}082}=76{,}8\,K$$

Tramo AB: volumen constante, proceso isócoro

$$W=0$$

$$Q=\Delta U=n\cdot c_{V.}\,\Delta T=1\cdot\frac{3}{2}\cdot 1{,}987\cdot 4{,}18\cdot(243{,}9-76{,}8)=2081{,}8\,J$$

>El calor es positivo, es aportado al gas al aumentar la presión a volumen constante.

Tramo BC: expansión adiabática

$$Q=0$$

$$W=\Delta U=n\cdot c_V\cdot\Delta T=1\cdot\frac{3}{2}\cdot 1{,}987\cdot 4{,}18\cdot(153{,}7-243{,}9)=-1123{,}8\,J$$

>Trabajo negativo, lo realiza el sistema hacia el exterior (similar a ciclo Carnot)

Tramo CA: presión constante, compresión isóbara

$$W=-P\Delta V=-3,15\cdot(2-4)=4\,atm{\cdot}L\cdot\frac{8,314\,J}{0,082\,atm{\cdot}L}=638,8\,J$$

$$Q=\Delta H=n\cdot c_{p.}\Delta T=1\cdot\frac{5}{2}\cdot 1,987\cdot 4,18\cdot(76,8-153,7)=-1596,8\,J$$

>Calor negativo, lo libera al sistema al disminuir volumen a presión constante.

Resumimos en una tabla para calcular el rendimiento $\eta=\frac{|W_{obtenido}|}{Q_{extraído\,foco\,caliente}}$

	A → B	B → C	C → A
Q	2081,8 J	0 J	-1596,8 J
W	0 J	-1123,8 J	638,8 J

El trabajo neto obtenido en el ciclo es W=0-1123,8+638,8=-485 J

Se ve que toma Q en AB (positivo) y cede en CA (negativo)

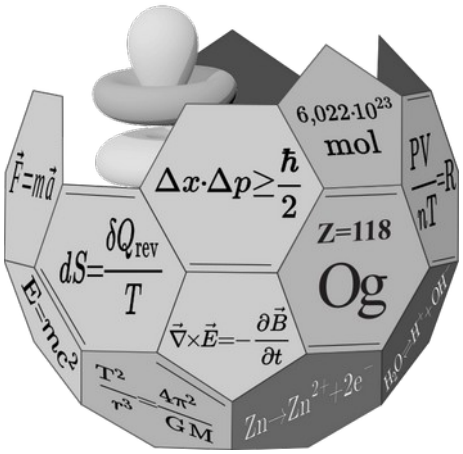
El calor tomado en AB proviene del foco caliente y el cedido en CA va al foco frio.

También $|W_{obtenido}| = |Q_{absorbido}|-|Q_{cedido}|=|Q_{AB}|+|Q_{CA}|=2081,8-1596,8=485$ J

$$\eta=\frac{|W_{obtenido}|}{Q_{extraído\,foco\,caliente}}=\frac{485}{2081,8}=0,233=23,3\,\%$$

b) El rendimiento máximo de una máquina térmica que trabaje entre dos focos a dos temperaturas está asociado al rendimiento de una máquina de Carnot ideal.

$$\eta=1-\frac{T_2}{T_1}=1-\frac{76,8}{243,9}=0,685=68,5\,\%$$



Problemas resueltos oposiciones Física y Química

Recopilación revisada 4 septiembre 2025

Ondas

enrique@fiquipedia.es

CC BY SA

enrique@fiquipedia.es Revisado 17 julio 2025
CC BY SA

Ejercicio práctico
Han de resolverse los SEIS PROBLEMAS, cada uno de los cuales se calificará de 0 a 10 puntos. En caso de tener varios apartados, la calificación de cada uno de ellos será la que figure en el texto y de no figurar ninguna se entenderá el mismo valor para todos. La calificación del ejercicio será la correspondiente a la media de las puntuaciones obtenidas en cada uno de los problemas.
Se aplicarán los criterios de corrección generales y específicos de evaluación que ya han sido publicados

5. Una cuerda está vibrando en un modo estacionario según la siguiente expresión: y = (0,2m) sen(3πx)cos(40πt), x en metros y t en segundos.
La cuerda está localizada entre las posiciones x = 0m y x = 1m.
a) Calcula la amplitud, el número de onda, la frecuencia angular, la longitud de onda, el periodo y la frecuencia de la onda. (4 puntos)
b) Demuestra que las condiciones de contorno corresponden a una onda estacionaria y explica tus resultados. (3 puntos)
c) Dibuja una gráfica cualitativa de la onda, y frente a x, en un cierto instante. ¿Cuántos nodos y vientres (antinodos) muestra esta onda estacionaria? (3 puntos)

Debe haber un espacio entre unidad y valor: sería 0,2 m, 0 m y 1 m
Real Decreto 2032/2009, de 30 de diciembre, por el que se establecen las unidades legales de medida.
Capítulo III. Reglas de escritura de los símbolos y nombres de las unidades, de expresión de los valores de las magnitudes y para la formación de los múltiplos y submúltiplos decimales de las unidades del SI
2.6. El valor numérico precede siempre a la unidad y siempre se deja un espacio entre el número y la unidad

a) La onda estacionaria es el resultado de la interferencia de dos ondas armónicas de la misma frecuencia que se propagan en sentido opuesto, y en este caso su expresión es
$y(x,t)=2A\,sen(\omega t)\cos(kt)$
Se llega a la expresión usando relaciones trigonométricas

$$\cos(A)+\cos(B)=2\cdot\cos\left(\frac{A+B}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{A-B}{2}\right)$$

$$\cos(A)-\cos(B)=-2\cdot sen\left(\frac{A+B}{2}\right)\cdot sen\left(\frac{A-B}{2}\right)$$

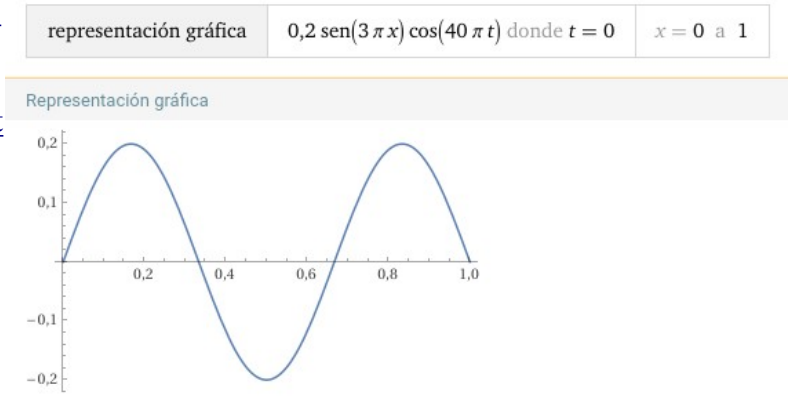
$$sen(A)+sen(B)=2\cdot sen\left(\frac{A+B}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{A-B}{2}\right)$$

$$sen(A)-sen(B)=2\cdot\cos\left(\frac{A+B}{2}\right)\cdot sen\left(\frac{A-B}{2}\right)$$

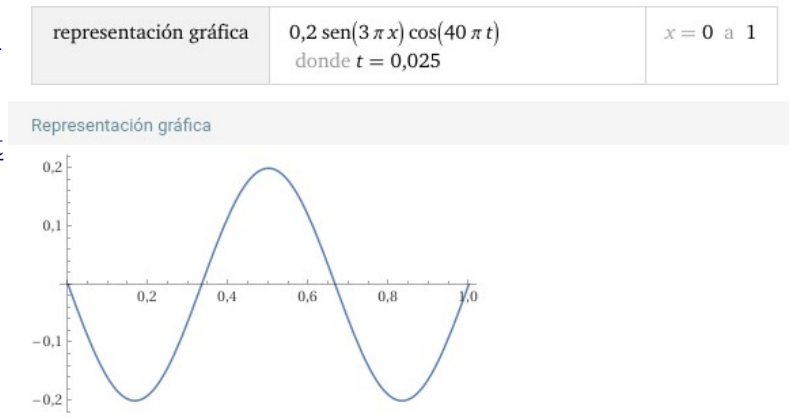
Viendo esas relaciones en este caso se estarían sumando $y_1(x,t)=A\,sen(\omega t-kx)$, $y_2(x,t)=A\,sen(\omega t+kx)$, $y(x,t)=y_1(x,t)+y_2(x,t)$
Es habitual que la onda que se propaga en sentido opuesto tenga un cambio de fase de 180º debido a la reflexión, se sumen $y_1(x,t)=A\,sen(\omega t-kx)$, $y_2(x,t)=-A\,sen(\omega t+kx)$ y se obtenga $y(x,t)=2A\boldsymbol{cos}(\omega t)\boldsymbol{sen}(kt)$, pero es indistinto.
A=0,2 m (de la onda estacionaria, aunque la amplitud de las ondas originales era 0,1 m)
k=3π rad/m
ω=40π rad/s
λ=2π/k=2π/3π=2/3 m
T=2π/ω=2π/40π=1/20 =0,05 s
f=1/T=20 Hz

b) Como la cuerda está localizada entre las posiciones x = 0 m y x = 1 m las condiciones de contorno son las asociadas a esas posiciones.
Para x=0 m → y(0,t)=0,2sen(3π0)cos(40πt)=0 para cualquier valor de t.
Para x=1 m → y(1,t)=0,2sen(3π1)cos(40πt)=0 para cualquier valor de t
La cuerda está fija en sus extremos y la elongación siempre es nula en ambos extremos.
c) Para la representación de la onda entre x=0 m y x=1 m calculamos los vientres y antinodos en ese rango de x.
Nodos, y=0 → 0=0,2sen(3πx) → 0=sen(3πx) → 3πx=arsen(0) → 3πx=±n·π
x=±n/3
Si n=0, x=0 m (en el rango [0, 1] m)
Si n=1, x=1/3 m (en el rango [0, 1] m)
Si n=2, x=2/3 m (en el rango [0, 1] m)
Si n=3, x=3/3=1 m (en el rango [0, 1] m)
Si n>3 está fuera el rango [0, 1] m
Hay cuatro nodos.
Vientres (antinodos), y=±0,2 → ±0,2=0,2sen(3πx) → ±1=sen(3πx) → 3πx=arsen(±1) → 3πx=±π/2±nπ
x=±1/6 ±n/3
Si n=0, x=1/6 m (en el rango [0, 1] m)
Si n=1, x=1/6+1/3 = 1/2 m (en el rango [0, 1] m)
Si n=2, x=1/6+2/3 = 5/6 m (en el rango [0, 1] m)
Si n>2 está fuera el rango [0, 1] m
Hay tres vientres.
Se pide respresentar para cierto instante: tomamos t=0 s y t=0,025 s (T/2) para ver dos “fotos” de la onda estacionaria donde se ven los 4 nodos y los 3 vientres.

https://www.wolframalpha.com/input?i=plot+0.2*sin%283%CF%80x%29*cos%2840%CF%80t%29+from+x%3D0+to+x%3D1+for+t%3D0&lang=es



https://www.wolframalpha.com/input?i=plot+0.2*sin%283%CF%80x%29*cos%2840%CF%80t%29+from+x%3D0+to+x%3D1+for+t%3D0.025&lang=es



Euskera

F1. A eta B itsaspekoak pausagunean dagoen uretan higitzen dira, elkarri hurbiltzen ari direlarik, 8 m/s eta 10 m/s-ko abiadurarekin, hurrenez hurren. Beste itsaspekoa hautemateko,
A-ren sonarrak 1400 Hz-ko maiztasuna duten soinu-uhinak igortzen ditu. Uhin hauek B itsaspekoan islatzen dira.
a. Zein uhin maiztasun hautemango du A itsaspekoan kokatutako behatzaile batek?
b. Kalkulatu behatzaile honek hautemango duen uhin luzera.
Datua: soinuaren abiadura uretan = 1500 m/s.

Los submarinos A y B se mueven en aguas tranquilas, aproximándose a velocidades de 8 m/s y 10 m/s, respectivamente. Para detectar al otro submarino, el sonar del submarino A emite ondas sonoras con una frecuencia de 1400 Hz. Estas ondas son reflejadas por el submarino B.
a. ¿Qué frecuencia de onda detectará un observador ubicado en el submarino A?
b. Calcule la longitud de onda que detectará este observador.
Dato: velocidad del sonido en el agua = 1500 m/s.

a) Al haber movimiento relativo se produce efecto Doppler

$$f' = f \frac{v \pm v_{ob}}{v \pm v_{fo}}$$

En la emisión el foco es A y el observador es B, y ambos tiene acercamiento relativo y hace aumentar la frecuencia percibida por B.

$$f_B = 1400 \frac{1500+10}{1500-8} = 1417\ Hz$$

La onda sonora que llega a B se refleja, y ahora B es el foco y emite la frecuencia recibida y el observador es A, y ambos tiene acercamiento relativo y hace aumentar la frecuencia percibida por A.

$$f_A = 1417 \frac{1500+8}{1500-10} = 1434\ Hz$$

b) $v = \lambda f$

La velocidad de propagación está fijada por el medio

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{1500}{1434} = 1{,}046\ m$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 5 junio 2025
CC BY SA

Elija una opción completa de problemas, A o B (máximo 8 puntos).
- Elija una opción completa de ejercicios, C o D (máximo 2 puntos).
- No se pueden mezclar problemas ni ejercicios de diferentes opciones. En caso de hacerlo, se corregirá el que aparezca presentado en primer lugar.

EJERCICIOS: opción B

2) Supongamos que estiramos con una misma tensión de 60.24N las 4 cuerdas de un violín, que tienen 31.6cm entre sus dos extremos fijos. Las frecuencias fundamentales de sus notas correspondientes son: SOL 196Hz RE 293.7Hz LA 440Hz MI 659.3Hz
a) Deduzca qué cuerda tiene una densidad lineal de 0.347g/m. (0.5 puntos)
b) Si se hace vibrar la cuerda RE ¿a qué velocidad y en qué condiciones debería moverse un oyente para que percibiese "SOL"? (0.5 puntos)
c) ¿Qué separación habrá entre dos personas que perciban 15 y 35dB a partir de una misma nota emitida por una de las cuerdas? (1 punto)

La unidad debe estar separada del valor numérico: debería ser 60.24 N, 31.6 cm, 196 Hz, 293.7 Hz, 659.3 Hz, 35 dB
Real Decreto 2032/2009, de 30 de diciembre, por el que se establecen las unidades legales de medida.
Capítulo III. Reglas de escritura de los símbolos y nombres de las unidades, de expresión de los valores de las magnitudes y para la formación de los múltiplos y submúltiplos decimales de las unidades del SI
2.6. El valor numérico precede siempre a la unidad y siempre se deja un espacio entre el número y la unidad

a) La frecuencia fundamental de una cuerda con ambos extremos fijados está asociada a L=λ/2.
En una cuerda tensa $v=\sqrt{\frac{T}{\mu}}$, que combinando con v=λf, se tiene $\mu=\frac{T}{v^2}=\frac{T}{(\lambda\cdot f)^2}=\frac{T}{(2\cdot L\cdot f)^2}$

Para SOL 196 Hz: $\mu=\frac{60,24}{(2\cdot 0,316\cdot 196)^2}=3,92\cdot 10^{-3}\,kg/m=3,92\,g/m$

Para RE 293,7 Hz: $\mu=\frac{60,24}{(2\cdot 0,316\cdot 293,7)^2}=1,75\cdot 10^{-3}\,kg/m=1,75\,g/m$

Para LA 440 Hz: $\mu=\frac{60,24}{(2\cdot 0,316\cdot 440)^2}=7,79\cdot 10^{-4}\,kg/m=0,779\,g/m$

Para MI 659,3 Hz: $\mu=\frac{60,24}{(2\cdot 0,316\cdot 659,3)^2}=3,47\cdot 10^{-4}\,kg/m=0,347\,g/m$

La cuerda que tiene una densidad lineal de 0,347 g/m es que tiene como frecuencia fundamental MI.
b) Si el foco emite RE 293,7 Hz y el receptor percibe SOL 196 Hz, la frecuencia percibida es menor, por lo que debe haber un alejamiento relativo de modo que la frecuencia percibida disminuya debido al efecto Doppler. $f'=f\frac{v\pm v_{ob}}{v\pm v_{fo}}$

Se pide "a qué velocidad" que se entiende que es un valor pero no se da como dato la velocidad de propagación en el sonido; utilizamos 340 m/s. Existen múltiples opciones en las que tanto observador como foco tienen movimiento relativo y alejamiento relativo; calculamos solo los casos en los que uno de los dos está en reposo.
Si el violín (foco) está en reposo y el receptor se aleja

$$196=293,7\frac{340-v_{ob}}{340}\Rightarrow v_{ob}=340-\frac{196\cdot 340}{293,7}=113\,m/s$$

Si el violín (foco) se aleja y el receptor está en reposo

$$196 = 293,7 \frac{340}{340 + v_{fo}} \Rightarrow v_{fo} = \frac{293,7 \cdot 340}{196} - 340 = 169\, m/s$$

c) Asumiendo ondas esféricas y propagación isótropa, tomamos como superficie de propagación la esfera y podemos plantear sin manejar la potencia del foco, que desconocemos:

$$\frac{I_{15}}{I_{35}} = \frac{r_{35}^2}{r_{15}^2} \Rightarrow \frac{I_0 \cdot 10^{15/10}}{I_0 \cdot 10^{35/10}} = \frac{r_{35}^2}{r_{15}^2} \Rightarrow 100^{-2} r_{15}^2 = r_{35}^2 \Rightarrow r_{15} = 10\, r_{35}$$

La separación entre dos personas que perciban 15 dB y 35 dB será 9 veces la distancia de la distancia de la persona que percibe el sonido con 15 dB.

EJERCICIO 3 (1,5 pts.)
Dos ondas armónicas de igual amplitud (2,0 cm) y frecuencia (50 Hz), viajan a la velocidad de 1,0m·s^{-1} y en sentido positivo del eje OX, existiendo entre ellas una diferencia de fase de π/3 rad.
a. Deducir la ecuación de onda resultante de la interferencia entre las dos.
b. Representa en la misma gráfica el estado de vibración (Ψ) de las ondas según se propaga en el eje (X) para tiempo inicial (t = 0 s), así como la gráfica de la interferencia resultante.
c. Escribir las ecuaciones del movimiento de una partícula situada a 20 cm del origen sobre el eje OX.

a) Utilizamos la expresión general para cada onda utilizando el coseno. Se indica sentido de propagación en sentido positivo del eje x por lo que ponemos signo menos delante del término kx.

$$\Psi_1 = A_1 \cdot \cos(\omega_1 t - k_1 x + \varphi_{01})$$
$$\Psi_2 = A_2 \cdot \cos(\omega_2 t - k_2 x + \varphi_{02})$$

Enunciado indica que tienen la misma amplitud y la misma frecuencia, y al propagarse en el mismo medio, la velocidad de propagación en la misma y tienen el mismo número de onda. Se indica una diferencia de fase de π/3 rad sin indicar qué fase es mayor: asumimos que la segunda tiene mayor fase que la primera.

$$\Psi_1 = A \cdot \cos(\omega t - k x + \varphi_0)$$
$$\Psi_2 = A \cdot \cos(\omega t - k x + \varphi_0 + \frac{\pi}{3})$$

En este caso
A=2,0 cm
ω=2πf=100π rad/s
$v_p=\omega/k \rightarrow k=\omega/v_p=100\pi/1,0=100\pi$ rad/m
Utilizamos el principio de superposición $\Psi = \Psi_1 + \Psi_2$

Usando la identidad trigonométrica $\cos(a)+\cos(b)=2\cdot\cos(\frac{a+b}{2})\cdot\cos(\frac{a-b}{2})$

$$\Psi = 2A \cdot \left(\cos(\omega t - k t + \varphi_0 + \frac{\pi}{6}) \cdot \cos(\frac{-\pi}{6}) \right) = 2A \cos(\frac{-\pi}{6}) \cdot \cos(\omega t - k t + \varphi_0 + \frac{\pi}{6})$$

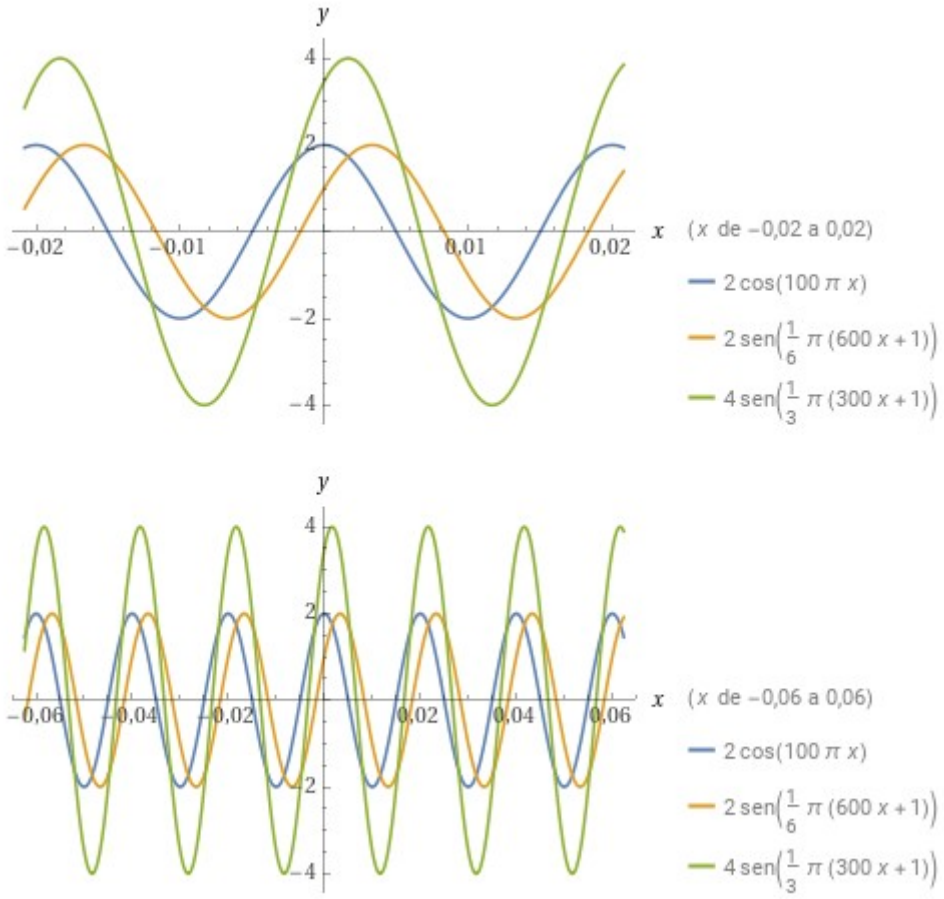
Vemos que es una onda en la que varía la amplitud y la fase inicial respecto a las originales, no es una onda estacionaria (se producen con ondas propagándose en sentidos contrarios).
Numéricamente

$$\Psi = 4 \cos(\frac{-\pi}{6}) \cdot \cos(100\pi t - 100\pi t + \varphi_0 + \frac{\pi}{6}) [\Psi\ en\ cm, x\ en\ m, t\ en\ s]$$

b) Se pide representar conjuntamente $\Psi, \Psi_1\ y\ \Psi_2$ para t=0.
Para la representación tomamos fase inicial nula.

$$\Psi_1(t=0) = 2 \cdot \cos(-100\pi x)$$
$$\Psi_2(t=0) = 2 \cdot \cos(-100\pi x + \frac{\pi}{3})$$
$$\Psi(t=0) = 4 \cdot \cos(-100\pi x + \frac{\pi}{6})$$

Para una representación de funciones periódicas tendríamos en cuenta la frecuencia espacial λ=2π/k=2π/100π=1/50=0,02 m, tendríamos en cuenta la amplitud y el valor para t=0.
Realizamos la representación con wolframalpha: indica en eje vertical y pero sería Ψ.
https://www.wolframalpha.com/input?i=plot+2*cos%28-100pi*x%29%2C+2*cos%28-100pi*x+%2B+pi%2F3%29+%2C+4*cos%28-100pi*x%2Bpi%2F6%29&lang=es



c) Para una partícula a 20 cm del origen en el eje OX, x=0,2 m.
Como se indica “ecuaciones del movimiento” lo hacemos en los tres casos

$$\Psi_1(x=0,2\,m)=2\cdot\cos(100\pi t-100\pi\,0,2+\varphi_0)=2\cdot\cos(100\pi t-20\pi+\varphi_0)[\Psi_1\,en\,cm,t\,en\,s]$$

$$\Psi_2(x=0,2\,m)=2\cdot\cos(100\pi t-100\pi\,0,2+\varphi_0+\frac{\pi}{3})=2\cdot\cos(100\pi t-20\pi+\varphi_0+\frac{\pi}{3})[\Psi_2\,en\,cm,t\,en\,s]$$

$$\Psi(x=0,2\,m)=4\cdot\cos(100\pi t-100\pi\,0,2+\frac{\pi}{6})=4\cdot\cos(100\pi t-20\pi+\frac{\pi}{6})[\Psi\,en\,cm,t\,en\,s]$$

Física y Química Primera prueba parte A
Han de resolverse los seis problemas, cada uno de los cuales se calificará de 0 a 10 puntos. En caso de tener varios apartados, la calificación de cada uno de ellos será la que figure en el texto y de no figurar ninguna se entenderá el mismo valor para todos. La calificación del ejercicio será la correspondiente a la media de las puntuaciones obtenidas en cada uno de los problemas.
Se aplicarán los criterios de corrección generales y específicos de evaluación que ya han sido publicados. En el problema de Química ogánica se admitirá tanto la nomenclatura actual como la de 1993.

5. Se tensa una cuerda uniforme y larga de densidad lineal de masa 0,1 kg/m con una fuerza de 50 N. Un extremo de la cuerda (x = 0 m) se hace oscilar transversalmente (sinusoidalmente) con una amplitud de 0,02 m y un periodo de 0,1 s, de modo que se generan unas ondas que se propagan en la dirección positiva del eje OX.
a) (2 puntos) ¿Cuál es la velocidad de las ondas?
b) (2 puntos) ¿Cuál es la longitud de onda?
c) (4 puntos) Si en el extremo impulsor (x = 0 m) el desplazamiento (y) para t = 0 s es 0,01 m con dy/dt negativa, ¿cuál es la ecuación de las ondas que se mueven?
d) (2 puntos) ¿Cuáles son las máximas velocidades y aceleraciones transversales para cualquier punto de la cuerda?

a) En una cuerda tensa $v=\sqrt{\frac{T}{\mu}}$

Numéricamente $v=\sqrt{\frac{50}{0,1}}=10\sqrt{5}\,m/s\approx 22,36\,m/s$

b) $v=\frac{\lambda}{T}\Rightarrow \lambda=v\cdot T=10\cdot\sqrt{5}\cdot 0,1=\sqrt{5}\,m\approx 2,236\,m$

c) Planteamos la ecuación general de una onda que se propaga en sentido positivo del eje x, por lo que ponemos signo menos delante de kx.

$y(x,t)=A\cos(\omega t-k\,x+\varphi_0)$ $\quad \frac{dy}{dt}=v(x,t)=-A\,\omega\,sen(\omega t-k\,x+\varphi_0)$

A=0,02 m, $\omega=\frac{2\pi}{T}=20\pi\,rad/s$, $k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2}{\sqrt{5}}\pi\,rad/m$

Para t=0, x=0 $\quad 0,01=0,02\cos(\varphi_0)\Rightarrow\varphi_0=\arccos(0,5)=\frac{\pm\pi}{3}rad$

Para t=0, x=0 $\quad v=-0,02\cos 20\pi(\varphi_0)$ Si $\quad \varphi_0=\frac{+\pi}{3}rad, v<0$

La ecuación de onda es $y(x,t)=0,02\cos(20\pi t-\frac{2}{\sqrt{5}}\pi x+\frac{\pi}{3})[x,y\,en\,m;t\,en\,s]$

d) $|v_{máx}|=A\,\omega=0,02\cdot 20\pi=0,4\pi\approx 1,257\,m/s$
$|a_{máx}|=A\,\omega^2=0,02\cdot(20\pi)^2=8\pi^2\approx 78,96\,m/s^2$

EXAMEN DE LA CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA DEL CUERPO DE PROFESORES DE ENSEÑANZA SECUNDARIA, ESPECIALIDAD DE FÍSICA Y QUÍMICA

La siguiente prueba consta de 4 ejercicios (2 de Física y 2 de Química) sobre los contenidos recogidos en el temario vigente de la especialidad. Cada uno de los problemas será calificado con una nota de entre 0 a 2,5 puntos y la nota final de la prueba se expresará en términos de APTO o NO APTO.

2.-a) ¿Qué significa que dos puntos de la dirección de propagación de una onda armónica estén en fase o en oposición de fase? ¿Qué distancia les separaría en cada caso?

b) Una onda armónica de amplitud 0,3 m se propaga hacia la derecha por una cuerda con una velocidad de 2 $m.s^{-1}$ un período de 0,125 s. determine la ecuación de la onda correspondiente sabiendo que el punto x=0 m de la cuerda se encuentra a la máxima altura para el instante inicial, justificando las respuestas.

a) Que dos puntos de la dirección de propagación de una onda estén en **fase** indica que su elongación es la misma en el mismo instante de tiempo, por lo que al ser la ecuación de onda de manera general $y(x,t)=Acos(\omega t \pm kx+\varphi_0)$ el desfase es $\Delta\varphi=\omega\Delta t \pm k\Delta x$ y para la el mismo instante de tiempo Δt=0 luego $\Delta\varphi=k\Delta x$. Como para que la función sinusoidal tenga el mismo valor el defase debe ser un múltiplo (n=1, 2, 3, …) de 2π entonces $2\pi n=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta x \Rightarrow \Delta x=n\cdot\lambda$

Que dos puntos de la dirección de propagación de una onda estén en **oposición de fase** indica que su elongación es la opuesta en el mismo instante de tiempo, por lo que

$$\pi(2n+1)=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta x \Rightarrow \Delta x=(2n+1)\cdot\frac{\lambda}{2}$$

b) Tomamos función coseno, y signo menos delante kx al propagarse en sentido positivo x.

A=0,3 m

T=0,125 s

v= 2 m/s

ω=2π/T=16π rad/s

v=ω/k → k=ω/v=16π/2=8π rad/m

Si t=0, x=0, y=+A → $A=Acos(\varphi_0)\Rightarrow\varphi_0=\arccos(1)=0\,rad$

$$y(x,t)=0{,}3\cos(16\pi t-8\pi x)[x,y\,en\,m;t\,en\,s]$$

Melilla 2021

3. Una cuerda está unida por un extremo a una pared y por el otro a un diapasón que vibra perpendicularmente a la dirección de la cuerda con una frecuencia de 60 Hz. El peso de la cuerda es de 0,43 N y su longitud es de 0,91 m.
a) ¿Cuál será la tensión de la cuerda si la onda estacionaria formada tiene cuatro vientres?
b) Si la amplitud de los vientres de la onda estacionaria es de 2 cm, determinar la ecuación de la onda estacionaria si en el instante inicial, t = 0 s, la cuerda está completamente horizontal.
c) Calcula la velocidad máxima de un punto de la cuerda situado en uno de los vientres.

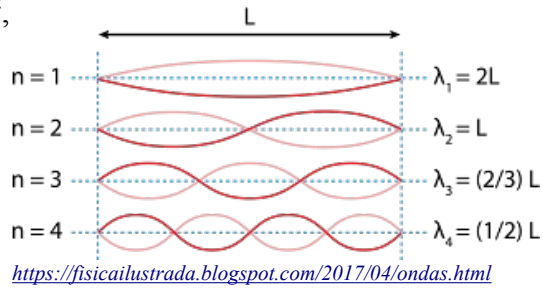
Cataluña 1998

X6. (Se desconoce el número) Una corda està lligada per un extrem a una paret i per l'altre a un diapasó que vibra perpendicularment a la direcció de la corda amb una frecuencia de 60 Hz. El pes de la corda és de 0,43 N i la seva longitud de 0,91 m.
a) Quina és la tensió de la corda si l'ona estacionària que s'hi forma té quatre ventres?
b) Si l'amplitud dels ventres de l'ona estacionària és de 2 cm, determineu l'equació de l'ona estacionària si a l'instant t=0 s la corda està completament horitzontal.
c) Calculeu la velocitat màxima d'un punt de la corda situat en un dels ventres.

Una cuerda está atada por un extremo a una pared y por el otro a un diapasón que vibra perpendicularmente a la dirección de la cuerda con una frecuencia de 60 Hz. El peso de la cuerda es de 0,43 N y su longitud de 0,91 m.
a) ¿Cuál es la tensión de la cuerda si la onda estacionaria que se forma tiene cuatro vientres?
b) Si la amplitud de los vientres de la onda estacionaria es de 2 cm, determine la ecuación de la onda estacionaria si al instante t=0 s la cuerda está completamente horizontal.
c) Calcule la velocidad máxima de un punto de la cuerda situado en uno de los vientres.

a) En una cuerda la velocidad de propagación es $v=\sqrt{\frac{T}{\mu}} \Rightarrow T=\mu v^2$

Asumimos que la cuerda es homogénea y que g=9,81 m/s^2, por lo que su masa es m=P/g=0,43/9,81=4,38·10^{-2} kg
μ=m/L=4,38·10^{-2}/0,91=4,81·10^{-2} kg/m
Para la velocidad tenemos en cuenta que está fija por ambos extremos y que al tener cuatro vientres (puntos de oscilación máxima), L=2λ y λ=L/2=0,91/2=0,455 m.
La frecuencia la fija el foco y son 60 Hz, luego
v= λf=0,455·60=27,3 m/s
Por lo tanto T=4,81·10^{-2}·27,3^2=**35,8 N**



https://fisicailustrada.blogspot.com/2017/04/ondas.html

b) La ecuación de la onda estacionaria tiene la forma y(x,t)=A·sen(kx)·sen(ωt+φ$_0$)
Tomamos fase 0 ya que se indica que en t=0 está totalmente horizontal, luego y es cero para cualquier valor de x. ω=2πf=120π rad/s. k=2π/λ=13,81 rad/m
y(x,t)=0,02·sen(12,81x)·sen(120πt) [x e y en m, t en s]
c) Cada punto de la cuerda describe un MAS con una amplitud distinta, que es máxima en los vientres, cuando sen(12,81x)=1
|v$_{ymáx}$|=A$_{máx}$·ω=0,02·120π=**7,54 m/s**

enrique@fiquipedia.es Revisado 13 agosto 2025
CC BY SA

Se elegirán dos de los 4 ejercicios propuestos uno de Física y otro de Química
2º La ecuación de una onda que se propaga por una cuerda tensa es
Y(x,t)= 0,03sen(2t- 3x)
a) Explique de qué tipo de onda se trata , en qué sentido se propaga y calcule el valor de la elongación en x=0,1 m para t= 0,2 s.
b) Determine la velocidad máxima de las partículas de la cuerda y la velocidad de propagación de la onda

a) Una onda que se propaga por una cuerda tensa es una onda mecánica transversal.
Se propaga en el sentido positivo del eje x al tener un signo – delante de kx.
Asumimos unidades en m y s.
$y(x=0,1\ m;\ t=0,2\ s) = 0,03 \cdot sen(2 \cdot 0,2 - 3 \cdot 0,1) = 2,995 \cdot 10^{-3}\ m$
b) $|v_{máx}| = A\,\omega = 0,03 \cdot 2 = 0,06\ m/s$

$$v_{prop} = \frac{\omega}{k} = \frac{2}{3} \approx 0,67\ m/s$$

CC BY SA

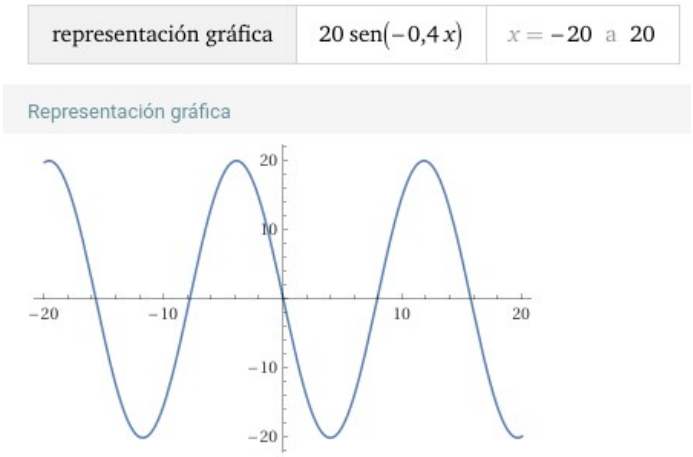
Física 2. La ecuación de una onda transversal que se propaga en una cuerda es

y (x, t) = 20 sen n (2 x - 0,4t)

Donde x e y se expresan en cm y t en segundos. Determinar:
a)Amplitud, longitud de onda y velocidad de propagación de la onda.
b)Velocidad transversal máxima de un punto cualquiera de la cuerda
c)Dibuje en la onda el origen de coordenadas y el valor de estas magnitudes

Se asume que hay errata en enunciado y debería indicar y(x, t) = 20·sen(2x-0,4t)
No se da ninguna indicación sobre la letra n detrás del sen.

a) La expresión de la onda es $y(x,t)=A\cdot sen(\omega t-k x+\varphi_0)$
Se propaga en el sentido positivo del eje x al tener signo – delante de kx.
A=20cm
k=0,4 rad/cm → k=2π/λ → λ= 2π/0,4=5π cm
ω=2 rad/s
v=ω/k=2/0,4=5 m/s
b) $|v_{osc\,máx}|=A\,\omega=20\cdot 2=40\,cm/s$
c) Un onda se puede representar
- En el tiempo para x fijo: es la representación de un MAS, no de una onda.
- En el espacio para t fijo: es la representación de una onda.
Enunciado indica "dibuje en la onda el origen de coordenadas"; se entiende que es representar para t fijo (tomamos t=0) indicando en la representación la posición x=0 del origen de coordenadas.
https://www.wolframalpha.com/input?i=plot+20*sin%28-0.4x%29+from+x%3D-20+to+x%3D20++&lang=es



B4. Un viajero de un tren que marcha a v_0=54 km/h, observa: 1º) que viene un tren en sentido contrario y comprueba que la frecuencia del silbato de la locomotora contraria disminuye al pasar por a su lado y alejarse, a 5/6 del valor que oye antes de pasar y 2º) que el tren contrario tarda en pasar por su ventanilla 3s. Calcula la longitud L del tren contrario y la velocidad v_S de dicho tren. (1,25 ptos)
Dato: Velocidad del sonido en el aire c=340 m/s.

El viajero recibe la frecuencia modificada por Doppler $f'=f\frac{v\pm v_{ob}}{v\pm v_{fo}}$

54 km/h=15 m/s

Cuando se acerca $f'_{ac}=f\frac{340+15}{340-v_S}$

Cuando se aleja $f'_{al}=f\frac{340-15}{340+v_S}$

$$f'_{al}=\frac{5}{6}f_{ac}\Rightarrow\frac{340-15}{340+v_S}=\frac{5}{6}\frac{340+15}{340-v_S}$$
$$325\cdot 6\cdot(340-v_S)=355\cdot 5\cdot(340+v_S)$$
$$663000-1950\,v_S=603500+1775\,v_S$$
$$v_S=\frac{663000-603500}{1775+1950}=15{,}97\,m/s=57{,}5\,km/h$$

El tren recorre su longitud en 3 s y la velocidad relativa del tren respecto a la ventanilla es 15+15,97=30,97 m/s, luego x=v·t=30,97·3=92,91 m

PROBLEMA 1

Una onda transversal se propaga a través de una cuerda, el desplazamiento de las partículas está dado por: y(x, t) = 0,06sen (πx + 20πt + π/2) dada en m, x está en m y t en s. Si la tensión de la cuerda es de 600 N, calcular:

a) El periodo de la onda y la rapidez de la propagación de la onda
(puntuación máxima 1,0 puntos)

b) La densidad de masa lineal de la cuerda y la potencia media
(puntuación máxima 1,0 puntos)

c) La ecuación de la cuerda en t = 4 s y su gráfico
(puntuación máxima 3,0 puntos)

A continuación, considere un punto de la cuerda situado en x = 0 m y determine:

d) La ecuación del movimiento transversal y su gráfico
(puntuación máxima 2,0 puntos)

e) La máxima rapidez y aceleración transversal en x = 0 m
(puntuación máxima 3,0 puntos)

Comentado por fisiramix en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4181&p=29325#p29321
Referencias
http://laplace.us.es/wiki/index.php/Onda_viajera_en_una_cuerda_tensa_(Nov._2017_G.I.C.)
https://www2.montes.upm.es/dptos/digfa/cfisica/ondas/energiaondas.html
Resuelto en https://fisiquimicamente.com/recursos-fisica-quimica/formacion-profesorado/oposiciones/fisica/madrid-2018-E1/
Resuelto en https://www.cede.es/examenes2018/fisicamadrid2018.pdf
Ver http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=6506&p=29336#p29284

a) Tomando la expresión general de una onda $y(x,t)=A\text{sen}(\omega t+kx+\varphi_0)$ tememos
$\omega=20\pi$ rad/s y $k=\pi$ rad/m
$T=2\pi/\omega=1/10=0,1$ s
$v=\omega/k=20\pi/\pi=20$ m/s

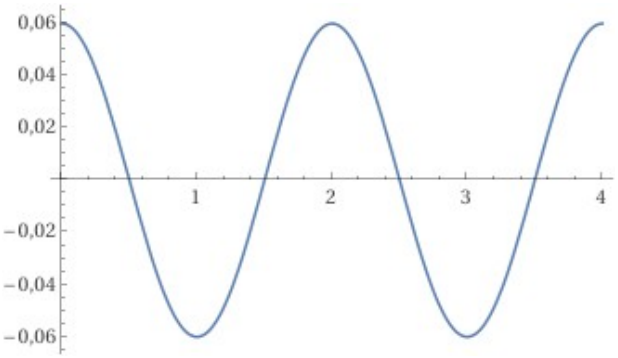
b) En una cuerda tensa $v=\sqrt{\frac{T}{\mu}}\Rightarrow\mu=\frac{T}{v^2}=\frac{600}{20^2}=1,5\,kg/m$

La potencia media la podemos plantear a partir de la energía de un MAS

$$E=\frac{1}{2}\Delta m\cdot v_{máx}^2=\frac{1}{2}\mu\Delta x\cdot A^2\cdot\omega^2=\frac{1}{2}\mu\cdot v\cdot\Delta t\cdot A^2\cdot\omega^2\Rightarrow\frac{E}{\Delta t}=\bar{P}=\frac{1}{2}\mu\cdot v\cdot A^2\cdot\omega^2$$

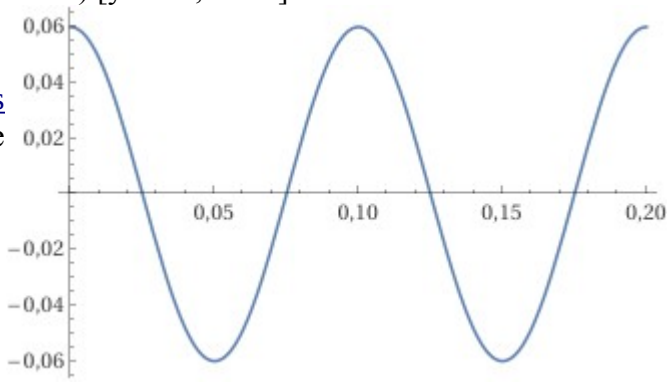
Numéricamente $\bar{P}=\frac{1}{2}\cdot 1,5\cdot 0,06^2\cdot(20\pi)^2=213,2\,W$

c) Para t=4 s
y(x) = 0,06·sen (πx + 20π4+ π/2)= 0,06·sen (πx +π/2) [y en m, x en m]
Hemos usado que sen(φ)=sen(φ+n·2π)
Representamos (en los ejes habría que indicar magnitud y unidades: y(m) y x(m))
https://www.wolframalpha.com/input?i=plot+y%3D0.06*sin%28pix%2Bpi%2F2%29+from+x%3D0+to+x%3D4&lang=es



d) Para x=0 m, la ecuación va a ser de un MAS

y(t) = 0,06·sen (π·0 + 20πt + π/2)= 0,06·sen (20πt +π/2) [y en m, t en s]
https://www.wolframalpha.com/input?i=plot+y%3D0.06*sin%2820*pit%2Bpi%2F2%29+from+t%3D0+to+t%3D0.2&lang=es



e) Derivando la elongación respecto al tiempo se obtiene la expresión de velocidad de oscilación, en la que
$|v_{máx}|=A\omega=0,06\cdot 20\pi=3,77$ m/s
Derivando la velocidad de oscilación respecto al tiempo se obtiene la expresión de aceleración de oscilación, en la que
$|a_{máx}|=A\omega^2=0,06\cdot(20\pi)^2=237$ m/s^2

Baleares Menorca 2018

B2. Es fa vibrar la corda d'un violí en el seu tercer harmònic amb una freqüéncia de 800 Hz. La longitud de la corda, des del ponts fins les clavilles d'afinació, és 330 mm i la massa és de 0.125 g.
a. Quina serà la longitud d'ona del tercer harmònic? I la de l'harmònic fonamental?
b. Determina la velocitat amb la qual es propaga l'ona.
c. Si l'amplitud de les ones transversals que donen lloc a aquesta vibració és 20 mm, quina és l'equació de l'ona que es propaga per la corda?
d. Quina és la velocitat màxima que pot tenir un punt de la corda que està a 200 mm de les clavies i t = 1 s?

Se hace vibrar la cuerda de un violín en su tercer armónico con una frecuencia de 800 Hz. La longitud de la cuerda, desde los puentes hasta las clavijas de afinación, es 330 mm y la masa es de 0.125 g.
a. ¿Cuál será la longitud de onda del tercer armónico? ¿Y la del armónico fundamental?
b. Determina la velocidad con la que se propaga la onda.
c. Si la amplitud de las ondas transversales que dan lugar a esta vibración es 20 mm, ¿cuál es la ecuación de la onda que se propaga por la cuerda?
d. ¿Cuál es la velocidad máxima que puede tener un punto de la cuerda que está a 200 mm de las clavias y t = 1 s?

Castilla y León 2002

CUESTIÓN 1: ¿Cuál debe ser la tensión de la cuerda de un violín para que vibre en su tercer armónico con una frecuencia de 800 Hz.? La longitud de esa cuerda del puente a las clavijas es de 330 mm, y su masa es de 0,125 g.
Si la amplitud de las ondas transversales que dan lugar a esa vibración fuese de 20 mm. ¿Cuál es la ecuación del movimiento de la cuerda del violín?
¿Cuál es la velocidad máxima que puede tener un punto de la cuerda? Aplícalo para un punto que está a 200 mm de las clavijas y t=1 s.

Se trata de una onda estacionaria con ambos extremos fijos.
La longitud de onda de los distintos armónicos en ese caso son múltiplos de media longitud de onda
$L = n \cdot \frac{\lambda}{2} (n = 1, 2, 3, ...)$

Para el tercer armónico, n=3, tenemos que $0{,}330 = 3 \cdot \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 0{,}22\, m$ [Menorca 2018-a]

La longitu de onda del armónico fundamental es $0{,}330 = 1 \cdot \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 0{,}66\, m$ [Menorca 2018-a]

La longitud de onda está relacionada con la frecuencia y la velocidad de propagación
$v = \lambda \cdot f = 0{,}22 \cdot 800 = 176\, m/s$ [Menorca 2018-b]

La velocidad de propagación para una cuerda tensa tiene la expresión $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$

La densidad lineal de masa es $\mu = \frac{m}{L} = \frac{0{,}125 \cdot 10^{-3}}{0{,}330} = \frac{25}{66} \cdot 10^{-3}\, kg/m$

Sustituyendo $176^2 = T \frac{66}{25} \cdot 10^3 \Rightarrow T = 11{,}733\, N$ [Castilla y León 2002]

La ecuación de onda de una onda estacionaria es la suma de dos ondas que se propagan en sentidos opuestos: se indica que la amplitud de estas ondas es de 20 mm, por lo que la amplitud máxima será

el doble. Una suma de funciones trigonométricas se puede expresar como un producto de funciones; varía según la situación la expresión concreta, pero en este caso al ser extremos fijos para múltiplos de media longitud de onda la "amplitud de la elongación dependiente de la posición" debe ser 0 para x=0, por lo que debe ser una función seno (en otras situaciones de ondas estacionarias puede ser otra combinación)

$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx)-A\cos(\omega t+kx)=A(x)\cdot sen(\omega t) \qquad A_{(x)}=2A\,sen\,kx$$

$$y(x,t)=40\cdot sen(\frac{2\pi}{0{,}22}x)\cdot sen(2\pi 800t)[y\,en\,mm,x\,en\,m,t\,en\,s]$$

Se puede validar que en el extremo inicial, x=0, la elongación es 0 independientemente de t.
La velocidad máxima de oscilación es el valor máximo de la derivada de la posición

$$v(x,t)=\frac{d\,y(x,t)}{dt}=40\cdot 1600\cdot\pi\,sen(\frac{2\pi}{0{,}22}x)\cdot\cos(2\pi 800t)[v\,en\,mm/s,x\,en\,m,t\,en\,s]$$

La velocidad máxima de un punto depende de su posición, se puede ver como que hay una "amplitud de la velocidad" que depende de la posición

$$v(x,t)=V_{máx}(x)\cdot\cos(2\pi 800t)[v\,en\,mm/s,x\,en\,m,t\,en\,s]$$

$$Siendo\ V_{máx}(x)=201062\,sen(\frac{\pi}{0{,}11}x)[V_{máx}\,en\,mm/s,x\,en\,m]$$

Se puede validar que en el extremo inicial, x=0, la velocidad es 0 independientemente de t.

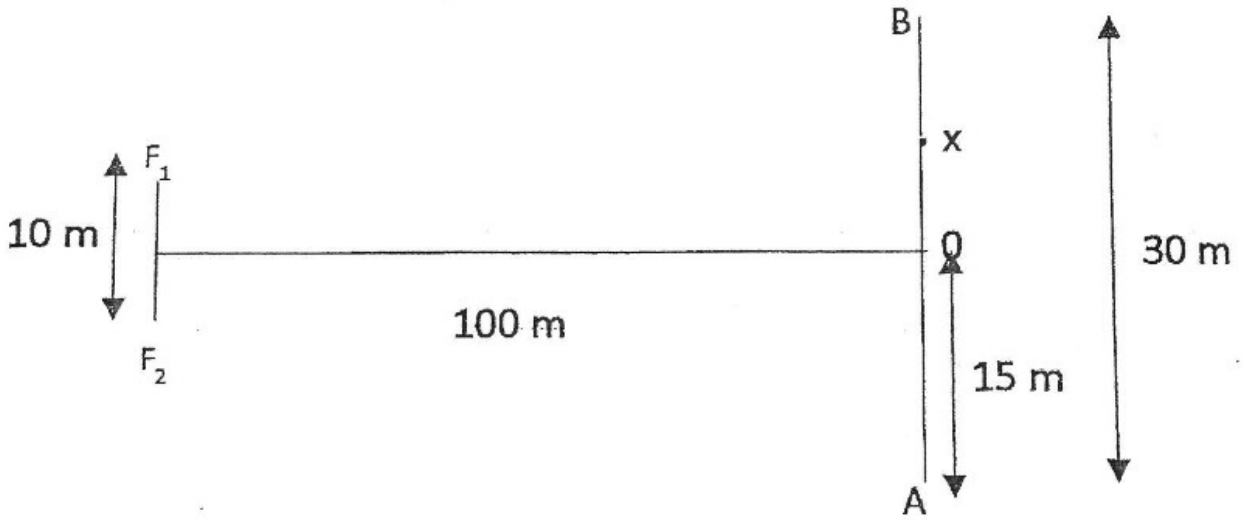
$$|V_{máx}|(x=0{,}2\,m)=201062\,sen(\frac{\pi}{0{,}11}\cdot 0{,}2)=|-108702|=108702\,mm/s$$

Ese es el valor máximo para ese punto, independientemente del instante de tiempo.
Como se da también el instante de tiempo

$$v(x=0{,}2\,m,t=1\,s)=V_{máx}(0{,}2\,m)\cdot\cos(2\pi 800\,1)=-108702\cdot\cos(1600\pi\cdot 1)=-108702\,mm/s$$

Castellano

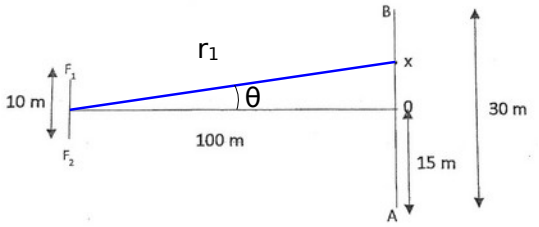
6. Dos altavoces F_1 y F_2 separados por una distancia de 10 m son excitados por un mismo oscilador. Un receptor de escucha se encuentra originariamente en un punto A y se mueve en línea recta hasta un punto B (véase la figura). Si el sonido emitido por los altavoces tiene una frecuencia de 850 Hz. ¿Cuántas veces y en qué puntos x (positivos y negativos) de la recta AB deja de percibir dicho sonido? Haga un dibujo esquemático del "patrón de interferencias" a lo largo de la línea AB.
DATOS: velocidad del sonido = 340 $m.s^{-1}$
(Utilícese la aproximación tg θ ≈ sen θ para ángulos θ pequeños)



http://www.fis.puc.cl/~jalfaro/fis1522/OndasyCalor/oesta/node2.html
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/ondas/difraccion/difraccion.html
El símbolo de tangente es tan, no tg

Ver Madrid 2010-2

Llamamos 2D = 10 m (D=5 m) y R = 100 m
La distancia de F_1 a un punto x es $r_1=\sqrt{(D-x)^2+R^2}$
La distancia de F_2 a un punto x es $r_2=\sqrt{(D+x)^2+R^2}$
La diferencia de fase es $\Delta\varphi=k\Delta x=k|r_1-r_2|$
Enunciado cita θ, planteamos en diagrama ángulo θ de modo que relacione r_1 y r_2 con D y x

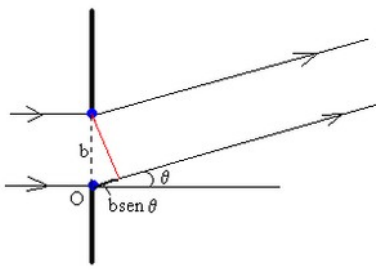


$$|r_1-r_2|\approx 2D\,sen\,\theta$$

$$\tan\theta=\frac{x}{R}=\frac{15}{100}\Rightarrow\theta=\arctan(0,15)=0,1488899476$$

$$\sin(0,1488899476)=0,14834045292$$

La aproximación tan θ ≈ sen θ es válida (son unos 8,53º)
El sonido se deja de percibir cuando la interferencia es destructiva, que implica que el defase es un múltiplo de π rad (n=0 es el primer caso)



$$\pi n=\frac{2\pi}{\lambda}2D\,sen\,\theta\Rightarrow n\lambda=4D\,sen\,\theta$$

Cambiamos ahora $sen\,\theta \approx \tan\theta = \frac{x}{R}$

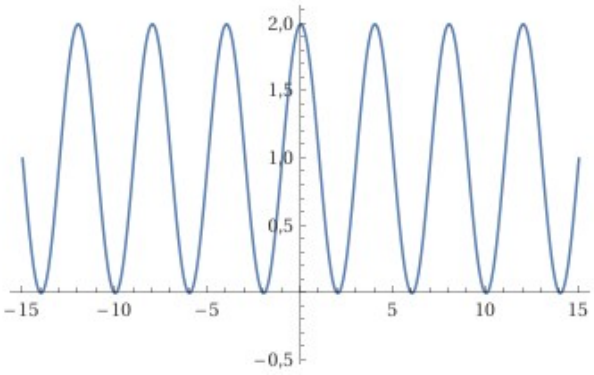
La expresión queda $n\lambda = 4\frac{D}{R}x \Rightarrow x = n\frac{R}{D}\frac{\lambda}{4}$

La longitud de onda es $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{850} = 0{,}4\,m$

Si n=0 → x=0
Si n=1 → x=1·(100/5)·0,4/4=2 m
Si n=2 → x=2·(100/5)·0,4/4=4 m
…
La distancia OB son 15 m, calculamos n para que quede fuera del segmento AB:
15=n·(100/5)·0,4/4=7,5
Vemos que n=7 está dentro y n=8 está fuera.
…
Si n=7 → x=7·(100/5)·0,4/4=14 m
Si n=8 → x=8·(100/5)·0,4/4=16 m
Habrá 7 puntos positivos y 7 negativos en AB donde deje de percibirse el sonido.
Validando sin haber aproximado tangente por seno(sí se usa la aproximación $|r_1 - r_2| \approx 2\,D\,sen\,\theta$)
Para n=7 $n\lambda = 4\,D\,sen\,\theta \Rightarrow 7\cdot 0{,}4 = 4\cdot 5\,sen\,\theta \Rightarrow \theta = arcsen(2{,}8/20) = 8{,}05^o$ (menor 8,53º)
Para n=8 $n\lambda = 4\,D\,sen\,\theta \Rightarrow 8\cdot 0{,}4 = 4\cdot 5\,sen\,\theta \Rightarrow \theta = arcsen(3{,}2/20) = 9{,}21^o$ (mayor 8,53º)
Validando sin aproximación para punto B
$r_1 = \sqrt{(5-15)^2 + 100^2} = 100{,}49875621120890272\,m$
$r_2 = \sqrt{(5+15)^2 + 100^2} = 101{,}98039027185569601\,m$
r_1-r_2=101,98039027185569601-100,49875621120890272=1,481634060646793899 m
Si lo dividimos por media longitud de onda (un desfase de π rad), 1,481634060646793899/0,2≈7,4
Hay interferencias y es necesario un dibujo del patrón de interferencia a lo largo de la línea AB.
$A = A_1 + A_2 \cdot \cos(\Delta\varphi)$ Tomamos A_1=A_2=1 (unidades arbitrarias)
$A = 1 + \cos(\frac{2\pi}{\lambda}2\,D\,sen(\theta)) = 1 + \cos(\frac{4\pi}{0{,}4}5\frac{x}{100}) = 1 + \cos(\frac{\pi}{2}x)$
https://www.wolframalpha.com/input?i=plot+1%2Bcos%28pi*x%2F2%29+from+x%3D-15+to+x%3D%2B15&lang=es

representación gráfica	$1 + \cos\left(\pi \times \frac{x}{2}\right)$	$x = -15$ a $+15$

Representación gráfica



FÍSICA

2.- Dos focos, F_1 y F_2 situados en los puntos (0,0) y (0,b) de un eje cartesiano cuyas coordenadas vienen dadas en metros, emiten ondas síncronas de igual intensidad y frecuencia 600 Hz, que se mueven a 360 m/s. Calcula: a) los puntos del eje X donde las ondas están en fase; b) los puntos del eje Y donde los puntos están en oposición de fase; c) Si F_2 deja de emitir, calcula la distancia entre los puntos que tienen una diferencia de fase de π/4

a) Las distancias siempre son positivas

La distancia de F_1 (0,0) a un punto del eje X (x,0) es $d_1=|x|$

La distancia de F_2 (0,b) a un punto del eje X (x,0) es $d_2=+\sqrt{x^2+b^2}$

Conociendo la velocidad de las ondas y su frecuencia obtenemos la longitud de onda

$$v=\lambda f \Rightarrow \lambda=\frac{v}{f}=\frac{360}{600}=0{,}6\,m$$

Los puntos del eje X en los que están en fase supone que la diferencia de fase es 0 o un múltiplo de 2π rad, lo que implica que la diferencia de caminos sea 0 o un múltiplo de una longitud de onda. Si asumimos b positivo, $d_2>d_1$

$$d_2-d_1=n\cdot\lambda;[n=0,1,2,...]$$

$$+\sqrt{x^2+b^2}-|x|=n\cdot\lambda \Rightarrow x^2+b^2=(|x|+n\cdot\lambda)^2$$

$$x^2+b^2=x^2+2n\lambda|x|+n^2\lambda^2$$

$$|x|=\frac{b^2-n^2\lambda^2}{2n\lambda}=\frac{b^2}{2n\lambda}-n\frac{\lambda}{2}$$

Numéricamente para λ=0,6 m $|x|=\frac{b^2}{n\cdot 1{,}2}-n\,0{,}3$

Hay casos según signo de x.

Si x>0, |x|=x → $x=\frac{b^2}{n\cdot 1{,}2}-n\,0{,}3$

Si x<0, |x|=-x → $x=\frac{-b^2}{n\cdot 1{,}2}+n\,0{,}3$

b) La distancia de F_1 (0,0) a un punto del eje Y (0,y) es $d_1=|y|$

La distancia de F_2 (0,b) a un punto del eje Y (0,y) es $d_2=|b-y|$

Los puntos del eje Y en los que están en oposición de fase supone que la diferencia de fase es π rad o añadiéndole un múltiplo de 2π rad, lo que implica que la diferencia de caminos sea un múltiplo impar de media longitud de onda.

$$d_2-d_1=(2n-1)\cdot\frac{\lambda}{2};[n=1,2,...]$$

$$|b-y|-|y|=(2n-1)\cdot\frac{\lambda}{2}$$

Hay casos según el valor y signo de b e y. Concretamos un ejemplo

Si b>0, y>0, b>y: |y|=y, |b-y|=b-y

$$b-y-y=(2n-1)\cdot\frac{\lambda}{2}\Rightarrow y=\frac{b-(2n-1)\frac{\lambda}{2}}{2}$$

c) Para una única onda podemos comprobar restando fases que entre dos puntos para el mismo instante de tiempo $\Delta\varphi=k\Delta x=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta x$ luego solamente depende de la longitud de onda, es lo mismo para F_1 y F_2 si el otro deja de emitir $\Delta x=\frac{\lambda\Delta\varphi}{2\pi}=\frac{0{,}6\cdot\pi/4}{2\pi}=\frac{0{,}6}{8}=0{,}075\,m$

1. Dos silbatos actúan como focos sonoros puntuales y coherentes de frecuencia 850 Hz. Emiten sonido regular en todas direcciones. Medimos una sonoridad del primer silbato de 100 dB cuando el segundo está apagado y nos encontramos a 1 m del primer silbato. Para percibir esta misma sonoridad en el otro silbato con el primero apagado, nos hemos de situar a 6 metros del segundo silbato. Un punto A está situado a 10 metros del primero y 20 metros del segundo. Determinar:
a) En dicho punto A las sonoridades de las perturbaciones generadas independientemente por cada uno de los focos sonoros y la que resulta cuando ambos actúan a la vez.
b) ¿Cuál sería la distancia mínima en que habría que modificarse la posición del primer emisor mantenimiento constante la del segundo para que la sonoridad percibida en A corresponda a un mínimo? Considérese el medio de propagación homogéneo e isótropo. (Velocidad del sonido, a esa temperatura, en el aire: 340 m/s).

a) Como se piden las sonoridades generadas independientemente, se trata de dos problemas separados. Además de plantear calcular de manera intermedia la intensidad y la potencia de cada foco usando $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow I = I_0 \cdot 10^{\frac{\beta}{10}}$, podemos plantear al tratarse de propagación isótropa tridimensional. Usamos subíndice 1 y 2 para dos distancias (2 asociado a punto "A") y subíndices B y C para cada foco

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2} \quad \rightarrow \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \Rightarrow \frac{\cancel{I_0} \cdot 10^{\frac{\beta_1}{10}}}{\cancel{I_0} \cdot 10^{\frac{\beta_2}{10}}} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \Rightarrow 10^{\frac{\beta_1 - \beta_2}{10}} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \Rightarrow \beta_2 = \beta_1 - 20 \log \left(\frac{r_2}{r_1} \right)$$

Para el primer foco que tenía sonoridad de 100 dB a 1 m con el otro apagado, en el punto A a 10 m

$$\beta_{B2} = 100 - 20 \log \left(\frac{10}{1} \right) = 80\, dB$$

Para el segundo foco que tenía sonoridad de 100 dB a 6 m con el otro apagado, en el punto A a 20 m

$$\beta_{C2} = 100 - 20 \log \left(\frac{20}{6} \right) = 89{,}5\, dB$$

Como se pide la intensidad "que resulta cuando ambos actúan a la vez", y enunciado indica explícitamente "**coherentes**" no se pueden sumar las intensidades sin más, ya que hay que tener en cuenta las interferencias.
Calcular la potencia e intensidad de cada foco (usando las distancias 1 ó 2: usamos 2ª: B2=10 m, C2=20 m)

$$\frac{P_B}{4\pi r_B^2} = I_0 \cdot 10^{\frac{\beta}{10}} = 10^{-12} \cdot 10^8 = 10^{-4} \Rightarrow P_B = 10^{-4} \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^2 = 0{,}1257\, W$$

$$\frac{P_C}{4\pi r_C^2} = I_0 \cdot 10^{\frac{\beta}{10}} = 10^{-12} \cdot 10^{8{,}95} = 10^{-3{,}05} \Rightarrow P_C = 10^{-3{,}05} \cdot 4 \cdot \pi \cdot 20^2 = 4{,}48\, W$$

Sustituyendo contemplando interferencias

$$I_{total\,2} = I_{B2} + I_{C2} + 2\sqrt{I_{B2} \cdot I_{C2}} \cos \delta$$

Donde $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x$

Calculamos la longitud de onda asociada: $v = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{850} = 0{,}4\, m$

$$\delta = \frac{2\pi}{0{,}4}(20 - 10) = 25 \cdot 2\pi\, rad \Rightarrow \cos \delta = 1$$

$$I_{total\,2}=10^{-4}+10^{-3,05}+2\sqrt{10^{-4}\cdot 10^{-3,05}}=0,001588327\,W/m^2$$

$$\beta_{total2}=10\cdot\log\frac{I}{I_0}=10\cdot\log\left(\frac{0,001588327}{10^{-12}}\right)=92\,dB$$

b) Para que la sonoridad percibida en A sea un mínimo, debe haber una interferencia destructiva, que asumiendo focos coherentes, supone un desfase de media longitud de onda.
Si la distancia del segundo foco al punto A son 20 m, son 20/0,4=50·λ
La distancia del primer foco al punto A son 10 m, también múltiplo de la longitud de onda 10/0,4=25·λ. Tendríamos que modificar la posición del primer foco haciendo que su distancia al punto A fuese λ/2=0,2 m mayor.

enrique@fiquipedia.es Revisado 13 febrero 2016

1. Dos focus sonors emeten simultàniament ones de la mateixa freqüencia f=425 Hz, essent la velocitat del so a l'aire c=340 m/s. Si col·locam un aparell enregistrador de sons a x_1=100 m del primer focus i a x_2=101,2 m del segon focus. Calcula si s'enregistrarà so a l'aparell. Explica per què?

Dos focos sonoros emiten simultáneamente ondas de la misma frecuencia f = 425 Hz, siendo la velocidad del sonido en el aire c = 340 m / s. Si colocamos un aparato grabador de sonidos en x_1 = 100 m del primer foco y x_2 = 101,2 m del segundo foco. Calcula si se grabará sonido en el aparato. Explica por qué.

Ćomo son ondas de la misma frecuencia el que se grabe sonido en el aparato o no depende de si se produce o no interferencia, lo que depende de la diferencia de fase con la que lleguen ambos sonidos. Como se indica "simultáneamente" asumimos que emiten en fase.

La longitud de onda es $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{425} = 0{,}8\,m$

La diferencia de distancias entre los focos y el aparato grabador es de 101,2-100=1,2 m, que suponen una diferencia de 1,2/0,8=1,5 longitudes de onda.

Por lo tanto se producirá una interferencia destructiva y no se registrará sonido en el aparato.

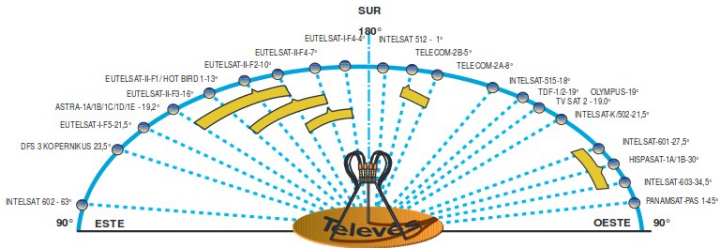
enrique@fiquipedia.es Revisado 6 enero 2016
CC BY

2001-C3. Responeu, de forma breu però raonada, les següents qüestions:
a) Per què son parabòliques la majoria de les antenes destinades a captar la senyal de TV precedent d'un satèl·lit?
2000-B3. Contesteu de manera breu, però raonadament, les cinc qüestions següents:
b) Per què son parabòliques les antenes destinades a captar la senyal de TV precedent d'un satèl·lit?

Responda, de forma breve pero razonada, las siguientes cuestiones:
¿Por qué son parabólicas [la mayoría de] las antenas destinadas a captar la señal de TV procedente de un satélite?

Referencias: http://www.fiquipedia.es/home/recursos/ejercicios/ejercicios-elaboracion-propia-fisica-2-bachillerato/ProblemaFisicadB1.pdf?attredirects=0

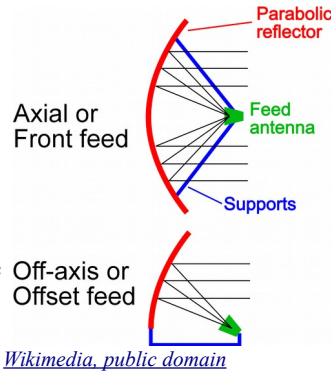
La señal de TV satélite procede de satélites geoestacionarios, que son los únicos que, al estar el satélite en una posición fija relativa al punto de recepción, permiten instalar una antena inmóvil (solamente bien orientada) sin realizar seguimiento con una antena móvil, como se hace con otro tipo de satélites.



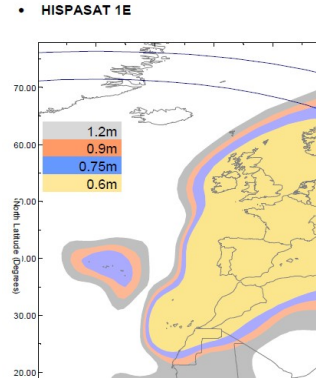
http://www.upv.es/antenas/catalogos/satelite_televes.pdf

La órbita geoestacionaria en el plano ecuatorial tiene una altura fija sobre el ecuador de unos 36000 km, lo que para las señales de radio supone una atenuación importante, distancia que es algo mayor en zonas distantes del ecuador y para satélites cuya longitud no es igual a la del punto de recepción. En transmisión por radio es habitual manejar dB, ya que al usar logaritmos los distintos efectos amplificadores o atenuadores se consideran como sumas o restas. Asumiendo propagación isotrópica, al estar la variación de potencia asociada al inverso del cuadrado de la distancia, una distancia de 36000 km supone una atenuación de $10 \cdot \log\left(\frac{1}{4\pi\left(36 \cdot 10^6\right)^2}\right) = -162\,dB$

Esta pérdida por atenuación elevada debe ser compensada por ganancias, que aparte de amplificación electrónica, aportan las antenas emisoras y receptoras.
En la antena emisora el diagrama de emisión no es isotrópico, sino que concentra la emisión a cierto área de interés, y lleva a idea de PIRE (potencia isotrópica radiada equivalente)
En la antena receptora se utiliza una antena parabólica porque concentra en el foco la señal recibida en toda su área, aportando altas ganancias.
Aparte de la electrónica de amplificación, el funcionamiento se puede visualizar usando las ideas de óptica geométrica sobre espejos parabólicos; dada la gran distancia entre foco y receptor los "rayos" de las ondas son paralelos al eje óptico, por lo que saldrán reflejados por el foco, que es donde se coloca el receptor. Por ello es muy importante su orientación (para que los rayos lleguen paralelos) y la superficie / tamaño de la parábola (asociada a la energía recibida), que según el diagrama de emisión sobre la zona geográfica puede variar; se incluye una imagen de diámetros de antenas para la recepción de HISPASAT 1E.



Wikimedia, public domain



Hispasat, diámetros antenas

C2. L'equació d'una ona mecànica estacionària és:

$$\xi = 6 \cdot \cos\frac{\pi}{2} x \cdot \cos 30\pi t \quad \text{(unitats SI)}$$

a) Determineu l'amplitud i la velocitat de les ones planes que l'han originada.
b) Determineu la distància entre dos nodes consecutius de l'ona estacionària.
c) Determineu la velocitat amb què, en cada instant, oscil·la una partícula del medi situada en el punt d'abscissa x = 3 cm per culpa de l'acció de l'ona estacionària.
d) Les ones longitudinals, poden generar ones estacionàries? O bé aquestes han de ser forçosament originades per ones transversals?

La ecuación de una onda mecánica estacionaria es:

$$\xi = 6 \cdot \cos\frac{\pi}{2} x \cdot \cos 30\pi t \quad \textit{(unidades SI)}$$

a) Determinar la amplitud y la velocidad de las ondas planas que lo han originado.
b) Determine la distancia entre dos nodos consecutivos de la onda estacionaria.
c) Determinar la velocidad con la que, en cada instante, oscila una partícula del medio situada en el punto de abscisa x = 3 cm por culpa de la acción de la onda estacionaria.
d) Las ondas longitudinales, pueden generar ondas estacionarias? O bien éstas deben ser forzosamente originadas por ondas transversales?

a) Una onda estacionaria es el resultado de la interferencia de dos ondas que se propagan en sentidos opuestos y con la misma amplitud, de modo que la amplitud máxima es el doble de la amplitud de cada una de ellas, por lo que la amplitud original era de 3 (unidades SI de la perturbación, puede ser distancia, presión...).
Si pensamos la expresión trigonométrica asociada a suma y resta donde en el resultado aparece el producto de cosenos que es la forma en la que se aporta en el enunciado

$$\cos(A)+\cos(B)=2\cdot\cos\left(\frac{A+B}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{A-B}{2}\right)$$

Calculamos el valor de A y de B, que son las expresiones de fase de cada onda.

$$\frac{A+B}{2}=\frac{\pi}{2}x;\ \frac{A-B}{2}=30\pi t$$

$$\textit{Sumando } 1^o+2^o: A=\frac{\pi}{2}x+30\pi t$$

$$\textit{Restando } 1^o-2^o: B=\frac{\pi}{2}x-30\pi t$$

$$\xi(x,t)=3\cos\left(\frac{\pi}{2}x+30\pi t\right)+3\cos\left(\frac{\pi}{2}x-30\pi t\right)$$

La expresión habitual es $y(x,t)=A\cos(\omega t \pm k x)$, así que aparentemente tenemos dos ondas con signo positivo delante de kx, lo que indicaría mismo sentido de propagación, pero varía el signo delante de t. Si aplicamos que cos(x)=cos(-x) y reordenamos

$$\xi(x,t)=3\cos\left(30\pi t+\frac{\pi}{2}x\right)+3\cos\left(30\pi t-\frac{\pi}{2}x\right) \quad \text{(unidades SI)}$$

$$v=\frac{\omega}{k}=\frac{30\pi}{\frac{\pi}{2}}=60\,m/s$$

b) Un nodo implica que la amplitud siempre es 0 independientemente de t, lo que ocurre cuando

$$\cos\frac{\pi}{2}x=0\Rightarrow\frac{\pi}{2}x=\arccos(0)=\frac{\pi}{2}+n\cdot\pi\Rightarrow x=\frac{\pi}{2}\frac{2}{\pi}+n\cdot\pi\cdot\frac{2}{\pi}=1+n\cdot 2$$

Dos nodos consecutivos distan 2 m.
Cualitativamente podíamos haber dicho que la distancia entre nodos es media longitud de onda

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4\ m$$

c) $v_{osc}(x = 0{,}03\ m) = \frac{d\xi}{dt} = 6 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} 0{,}03\right) \cdot (-30\pi)\, sen(30\pi t) \approx -565\, sen(30\pi t)$ (unidades SI)

d) Las ondas longitudinales sí pueden generar ondas estacionarias, que no están forzosamente originadas por ondas transversales. Un ejemplo de onda estacionaria longitudinal es el sonido en el interior de un tubo.

enrique@fiquipedia.es Revisado 11 abril 2021
CC BY SA

1 PROBLEMAS DE FÍSICA

1.1. Una onda de una emisora de FM tiene una frecuencia de 90 MHz. Si la suponemos plana, viajando en la dirección positiva del eje OX, con su campo eléctrico polarizado según la dirección positiva del eje OZ y con una amplitud de 0,4 V/m, determine:

a) las ecuaciones de los campo eléctrico y magnético.
b) la densidad de energía media.
c) la intensidad.
Datos: $c=3\cdot10^8$ m/s; $\varepsilon_0=1/4\pi\ 9\cdot10^9$ unidades del S.I.

a) Como se trata de la ecuación de una onda plana, la ecuación de la perturbación, en este caso campo eléctrico y magnético, tiene la forma, para propagación en sentido positivo de eje x.

$$y(x,t)=A\cos(\omega t-k x+\varphi_0)$$

Por sencillez tomamos fase inicial 0.
En una onda electromagnética campo eléctrico y magnético son vectores perpendiculares entre sí y perpendiculares a la dirección de propagación, estando relacionados sus módulos como E=cB

$$\omega=2\pi f=2\pi 90\cdot10^6=1{,}8\cdot\pi\cdot10^8\ rad/s$$

$$c=\frac{\omega}{k}\Rightarrow k=\frac{\omega}{c}=\frac{1{,}8\cdot\pi\cdot10^8}{3\cdot10^8}=0{,}6\cdot\pi\ rad/m$$

Para el campo eléctrico $\vec{E}(x,t)=0{,}4\cos(1{,}8\cdot\pi\,10^8 t-0{,}6\pi x)\vec{k}\,[t\,en\,s, x\,en\,m, E\,en\,V/m]$
Para el campo magnético, como el sentido de propagación es hacia x positivas y se obtiene ese sentido con $\vec{E}\times\vec{B}$, la dirección del campo magnético es hacia y negativas ($\vec{k}\times(-\vec{j})=\vec{i}$)
La amplitud es $B_0=\frac{E_0}{c}=\frac{0{,}4}{3\cdot10^8}=1{,}33\cdot10^{-9}T$

$$\vec{B}(x,t)=-1{,}33\cdot10^{-9}\cos(1{,}8\cdot\pi\,10^8 t-0{,}6\pi x)\,\vec{j}\,[t\,en\,s, x\,en\,m, B\,en\,T]$$

b) La densidad de energía es la suma de densidad de energía asociada a campo eléctrico y magnético

$$u=u_E+u_B=\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2+\frac{1}{2}\frac{1}{\mu_0}B^2=\varepsilon_0 E^2=\frac{B^2}{\mu_0}=\frac{1}{4\pi 9\cdot10^9}0{,}4^2=1{,}4\cdot10^{-12}\frac{J}{m^3}$$

Como se pide el valor medio y tienen una variación con un cuadrado de una función sinusoidal, su valor promedio en un intervalo de múltiplo de un periodo se obtiene multiplicando por ½

$$\int_{t_0}^{t_0+T}\cos^2(\omega t)\,dt$$

Usamos la relación trigonométrica $\cos(2x)=2\cos^2 x-1$

$$\int_{t_0}^{t_0+T}\frac{1+\cos 2(\omega t)}{2}dt=\frac{1}{2}\left[t+\frac{1}{2}sen(2\omega t)\right]_{t_0}^{t_0+T}=\frac{1}{2}T$$

$$\bar{u}=\frac{1}{2}u=7\cdot10^{-13}\frac{J}{m^3}$$

c) La intensidad de onda es el vector de Poynting, tiene dirección y sentido de propagación, y módulo la cantidad de energía que se propaga por unidad de área y tiempo $S=\frac{1}{A}\frac{\Delta U}{\Delta t}$, que es la potencia por unidad de tiempo. En una onda plana $\Delta U=u(A\Delta x)\rightarrow \Delta U/\Delta t=uAc$, por lo que en módulo $S=uc=1{,}4\cdot10^{-12}\cdot3\cdot10^8=4{,}2\cdot10^{-4}$ W/m^2

$$\vec{S}=\varepsilon_0 c^2\,\vec{E}\times\vec{B}=\varepsilon_0 c\,E_0^2\cos^2(\omega t-k x)\,\vec{i}=uc\cos^2(\omega t-k x)\,\vec{i}$$

$$\vec{S}=4{,}2\cdot10^{-4}\cos^2(1{,}8\cdot\pi\,10^8 t-0{,}6\pi x)\,\vec{i}\,[t\,en\,s, x\,en\,m, S\,en\,W/m^2]$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 23 enero 2016
CC BY

B1. Una corda de guitarra té una llargària de 0,75 m i una freqüència fonamental de 440 Hz.
a- A quina velocitat es desplacen les ones en aquesta corda?
b- Per emetre altres sons, s'escurça la corda tot pressionant-la en un punt. Quina llargària donaria una freqüencia fonamental de 660 Hz?

Una cuerda de guitarra tiene una longitud de 0,75 m y una frecuencia fundamental de 440 Hz.
a- A qué velocidad se desplazan las ondas en esta cuerda?
b- Para emitir otros sonidos, se acorta la cuerda todo presionando en un punto. Qué longitud daría una frecuencia fundamental de 660 Hz?

a) Se trata de una onda estacionaria en la que ambos extremos están fijos y su elongacioń es nula, por lo que la frecuencia fundamental está asociada a que en la cuerda quepa media longitud de onda.

$\frac{\lambda}{2}=0{,}75\,m \Rightarrow \lambda=1{,}5\,m \qquad v=\lambda f=1{,}5\cdot 440=660\,m/s$

b) Asumimos que la tensión es la misma y la velocidad de propagación también, por lo que

$\lambda=\frac{v}{f}=\frac{660}{660}=1\,m$ Para la frecuencia fundamental $\frac{\lambda}{2}=0{,}5\,m$ que sería la longitud acortada.

Validación física: es una frecuencia mayor, sonido es más agudo si la cuerda es más corta.

enrique@fiquipedia.es Revisado 11 mayo 2025
CC BY SA

PROBLEMA X8 (Se desconoce el número). Un rat penat vola en direcció perpendicular a una paret amb una velocitat de 6,0 m/s mentre emet un ultrasò de freqüència v = $4,5 \cdot 10^4$ Hz. Quines serán les dues freqüències del so que percebrà i que li permet determinar la distància a la que se troba la paret? Velocitat del so 340 m/s

Un murciélago vuela en dirección perpendicular a una pared con una velocidad de 6,0 m/s mientras emite un ultrasonido de frecuencia v = $4,5 \cdot 10^4$ Hz. ¿Cuáles serán las dos frecuencias del sonido que percibirá y que le permite determinar la distancia a la que se encuentra la pared? Velocidad del sonido 340 m/s

Enunciado usa ν para frecuencia.
El sonido llega a la pared en reposo donde se percibe con una frecuencia mayor al haber acercamiento relativo

$$f' = f \frac{v \pm v_{obs}}{v \pm v_{foc}} = 4,5 \cdot 10^4 \frac{340}{340-6} = 4,58 \cdot 10^4 \, Hz$$

La pared actúa de foco y el sonido llega al murciélago en movimiento donde se percibe de nuevo con una frecuencia mayor al haber acercamiento relativo

$$f'' = f' \frac{v \pm v_{obs}}{v \pm v_{foc}} = 4,58 \cdot 10^4 \frac{340+6}{340} = 4,66 \cdot 10^4 \, Hz$$

PROBLEMAS DE FÍSICA

3.- Dos altavoces A y B de potencia acústica $8 \cdot 10^{-4}$ W y $13{,}5 \cdot 10^{-4}$ W emiten, en todas las direcciones, un sonido de 173 Hz. Si ambos altavoces vibran en fase:

a) ¿Cuál es la diferencia de fase de ambos sonidos en el punto C, situado a 3 m de B y 4 m de A?

b) ¿Cuál es la intensidad sonora en C si deja de funcionar B?, ¿y si deja de funcionar A?.

c) ¿Cuál es la intensidad en C cuando están emitiendo los dos altavoces?

DATOS: Temperatura del aire 23 ºC, R=8,314 J/mol·K ; Mr (aire) =28,9; γ=1,4.

a) Para el mismo instante $\Delta \varphi = k \Delta x$

Para calcular k teniendo la frecuencia calculamos la velocidad de propagación

Dato de masa molar del aire se da sin unidades, es 28,9 g/mol

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} = \sqrt{\frac{1{,}4 \cdot 8{,}314 \cdot (273+23)}{0{,}0289}} = 345{,}28\, m/s$$

$$\Delta \varphi = \frac{\omega}{v} \Delta x = \frac{2\pi 173}{345{,}28}(4-3) = 3{,}14\, rad \approx \pi\, rad$$

b) Como se indica que emite en todas direcciones, asumimos ondas esféricas y propagación isótropa

Usamos intensidad umbral $I_0=10^{-12}$ W/m² que no es dato

Si deja de funcionar B y solo emite A

$$I_A = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{8 \cdot 10^{-4}}{4\pi 4^2} = 3{,}98 \cdot 10^{-6}\, W/m^2$$

$$\beta_A = 10 \log_{10}\left(\frac{I_A}{I_0}\right) = 10 \log_{10}\left(\frac{3{,}98 \cdot 10^{-6}}{10^{-12}}\right) = 66\, dB$$

Si deja de funcionar A y solo emite B

$$I_B = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{13{,}5 \cdot 10^{-4}}{4\pi 3^2} = 1{,}19 \cdot 10^{-5}\, W/m^2$$

$$\beta_B = 10 \log_{10}\left(\frac{I_B}{I_0}\right) = 10 \log_{10}\left(\frac{1{,}19 \cdot 10^{-5}}{10^{-12}}\right) = 70{,}8\, dB$$

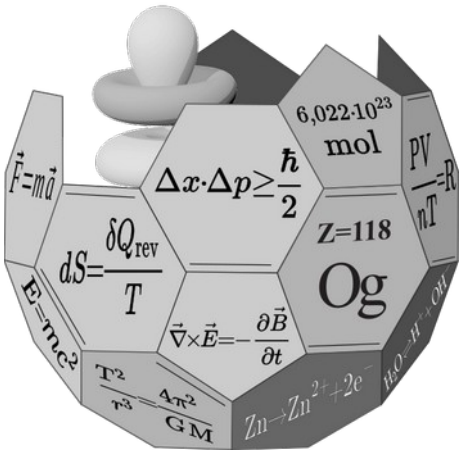
c) En este caso se produce interferencia

$$I_{AB} = I_A + I_B + 2\sqrt{(I_A I_B)}\cos(\Delta\varphi)$$

$$I_{AB} = 3{,}98 \cdot 10^{-6} + 1{,}19 \cdot 10^{-5} + 2\sqrt{3{,}98 \cdot 10^{-6} \cdot 1{,}19 \cdot 10^{-5}}\cos(\pi) = 2{,}12 \cdot 10^{-6}\, W/m^2$$

Sin contemplar interferencias la suma de intensidades sería $1{,}59 \cdot 10^{-5}$ W/m²

$$\beta_{AB} = 10 \log_{10}\left(\frac{I_{AB}}{I_0}\right) = 10 \log_{10}\left(\frac{2{,}12 \cdot 10^{-6}}{10^{-12}}\right) = 63{,}3\, dB$$



Problemas resueltos oposiciones Física y Química

Recopilación realizada 4 septiembre 2025

Óptica

enrique@fiquipedia.es

CC BY SA

EJERCICIO 2 (1,75 PUNTOS)
Se tiene un sistema óptico formado por la unión de dos lentes delgadas, una plano-convexa y otra bicóncava según lo representado en la figura. El índice de refracción de la primera lente es 1,3 y el de la segunda 1,4. Teniendo en cuenta que el radio de las superficies curvas es de 10 cm. Calcular:
a) La potencia en dioptrías de cada lente y la potencia del sistema óptico. (Hasta 0,6 p)
b) El radio de una lente plano-cóncava que fuera equivalente al sistema anterior si se fabrica con un índice de refracción n=1,5. (Hasta 0,25 p)
c) La posición y el tamaño de la imagen de un objeto de 4 cm situado a 15 cm del sistema óptico. (Hasta 0,3 p)
d) Realice el trazado de rayos del apartado anterior indicando el tipo de imagen formada. (Hasta 0,6 p)

Ver 2003 Galicia F3

a) Utilizamos la ecuación del constructor de lentes y el convenio de signos DIN 1335, asumiendo la lente inmersa en el vacío o en aire (n=1) $P=(n_L-1)(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2})$

R_1 es el radio asociado a la cara izquierda de la lente, y R_2 el asociado a la cara derecha, y tienen signo según convenio DIN 1335. La potencia en dioptrías supone distancias en metros.

Lente plano convexa $P_1=(1,3-1)(\frac{1}{\infty}-(\frac{1}{-0,1}))=3\,dipotrías$ (positiva, lente convergente)

Lente bicóncava $P_2=(1,4-1)(\frac{1}{-0,1}-\frac{1}{0,1})=-8\,dipotrías$ (negativa, lente divergente)

Al ser lentes delgadas la potencia del sistema óptico es la suma de potencias
$P_T=P_1+P_2=3-8=-5$ dioptrías
b) Una lente plano cóncava es divergente y tiene una potencia negativa, lo que es consistente con la potencia total calculada en apartado a. Aplicando de nuevo la ecuación del constructor de lentes

$$-5=(1,5-1)(\frac{1}{\infty}-\frac{1}{R_2})\Rightarrow R_2=\frac{1,5-1}{5}=0,1\,m=10\,cm$$

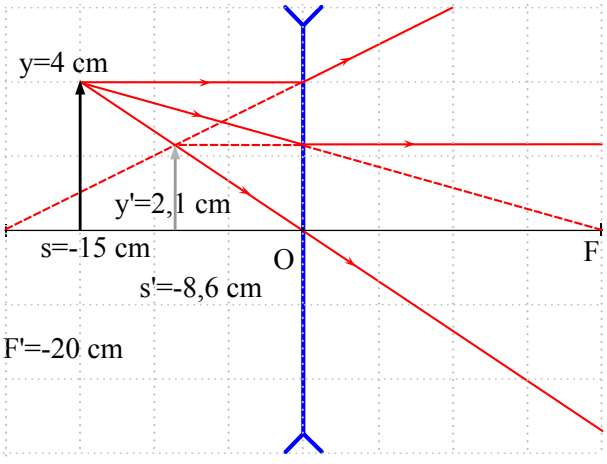
c) Usando convenio DIN 1335 s=-15 cm, y=4 cm
Usando la ecuación para lentes delgadas que asume aproximación paraxial para la lente equivalente
Validamos la aproximación de rayos paraxiales: y/f = 4/50 =0,08. El error de asumir 0,08=sen(0,08) es inferior al 1%, aceptable.

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}=P$$

$$s'=\frac{1}{P+\frac{1}{s}}=\frac{1}{-5+\frac{1}{-0,15}}=-0,086\,m=-8,6\,cm$$

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=\frac{-8,6}{-15}=0,57\Rightarrow y'=0,57\cdot 4=2,3\,cm$$

d) Para representar calculamos f'=1/P=1/-5=-0,2 m = -20 cm



enrique@fiquipedia.es Revisado 22 octubre 2023
CC BY SA

Deberá realizar tres ejercicios de entre los seis propuestos. Cada ejercicio se califica sobre 10 según la ponderación indicada en cada apartado. La calificación total de la prueba será la que resulte de dividir la puntuación total obtenida entre tres.

2. Detrás de una lente delgada, convergente de 5 dioptrías, hay una lámina de caras paralelas normal al eje de la lente. En esas condiciones la imagen de un objeto situado a 50 cm delante de la lente se forma a 36 cm detrás de la misma. Sabiendo que el índice de refracción de la lámina es 3/2: a) Calcular el espesor de la lámina (5 puntos) y b) Dibujar un esquema de la marcha de los rayos. (5 puntos)

Resuelto por koler en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?p=40328#p40328
Referencia con dioptrio plano, apartado b2 de problema 2 Madrid 2015
https://gitlab.com/fiquipedia/drive.fiquipedia/-/raw/main/content/home/recursos/recursos-para-oposiciones/2015-06-24-Madrid-Problema2.pdf
Manual de óptica geométrica. Julio V. Santos Benito. Universidad de Alicante
https://rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/136450/1/Santos-Benito-Manual-de-Optica-Geometrica.pdf

No se indica explícitamente pero asumimos el sistema inmerso en aire con $n_{aire}=1$

a) Usamos la ecuación para lentes delgadas y la definición de potencia P=1/f' para calcular la posición de la imagen formada por la lente. Usando el convenio DIN 1335 s=-0,5 m

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}\Rightarrow\frac{1}{s'}-\frac{1}{-0,5}=5\Rightarrow s'=\frac{1}{5-\frac{1}{0,5}}=\frac{1}{3}m\approx 33,3\,cm$$

La posición es 36 cm debido al efecto de la lámina.
Una lámina de caras paralelas se suele analizar desde el punto de vista de óptica física, con ángulos, no desde el punto de vista de óptica geométrica, con posiciones.
Una lámina de caras paralelas se puede ver como la superposición de dos dioptrios planos separados, y en cada uno de ellos podemos utilizar la ecuación del dioptrio plano $\frac{n}{s}=\frac{n'}{s'}$

El primero aire → vidrio, en el que las posiciones están asociadas al centro óptico del dioptrio asociado a la primera cara de la lámina: $s_1'=\frac{n_{vidrio}}{n_{aire}}s_1$ [1]

El segundo vidrio→ aire, en el que las posiciones están asociadas al centro óptico del dioptrio asociado a la segunda cara de la lámina: $s_2'=\frac{n_{aire}}{n_{vidrio}}s_2$ [2] o también $s_2=\frac{n_{vidrio}}{n_{aire}}s_2'$ [2']

Llamando e al espesor de la lámina (positivo). Tenemos en cuenta que en el primer dioptrio la imagen está en el mismo lado que el objeto (podemos asumir que ambos son negativos) pero el valor absoluto de la imagen mayor al ser $n_{vidrio} > n_{aire}$. , por lo que para pasar de imagen a objeto hay que sumar el espesor. (realmente la posición puede ser positiva, pero los rayos se propagan de izquierda a derecha, en el sentido positivo del eje x)
$s_2=s'_1+e$
Sustituyendo en la expresión anterior la expresión [1] asociada a la primera lámina

$$s_2=\frac{n_{vidrio}}{n_{aire}}s_1+e$$

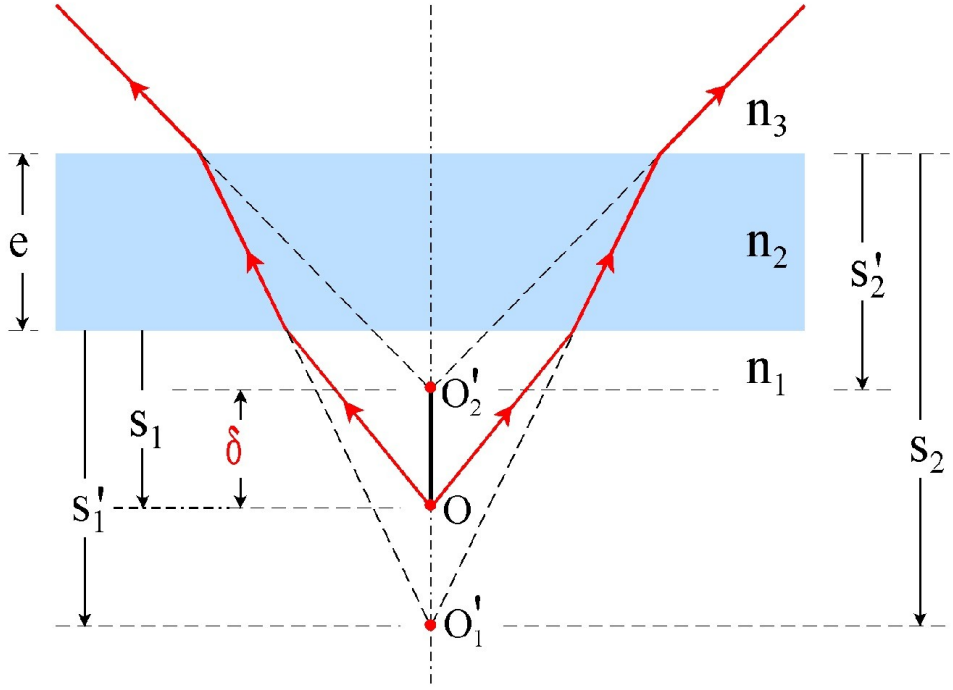
Sustituyendo en la expresión anterior la expresión [2'] asociada a la segunda lámina

$$s_2'=\frac{n_{aire}}{n_{vidrio}}\left(\frac{n_{vidrio}}{n_{aire}}s_1+e\right)=s_1+\frac{n_{aire}}{n_{vidrio}}e$$

No necesitamos calcular la posición de la lámina respecto de la lente, ya que podemos calcular el desplazamiento de posición que produce en la imagen una lámina (desplazamiento axial δ), midiendo la diferencia entre las posiciones del objeto y la posición final. Ambas se deben medir respecto al mismo centro óptico, y tomamos el del dioptrio asociado a la primera cara de la lámina

$$\delta = s_1 + e - s_2' = s_1 + e - \left(s_1 + \frac{n_{aire}}{n_{vidrio}} e\right) = e\left(1 - \frac{n_{aire}}{n_{vidrio}}\right)$$

Se incluye un diagrama de referencia: el eje x sería vertical y con x positivas hacia arriba.

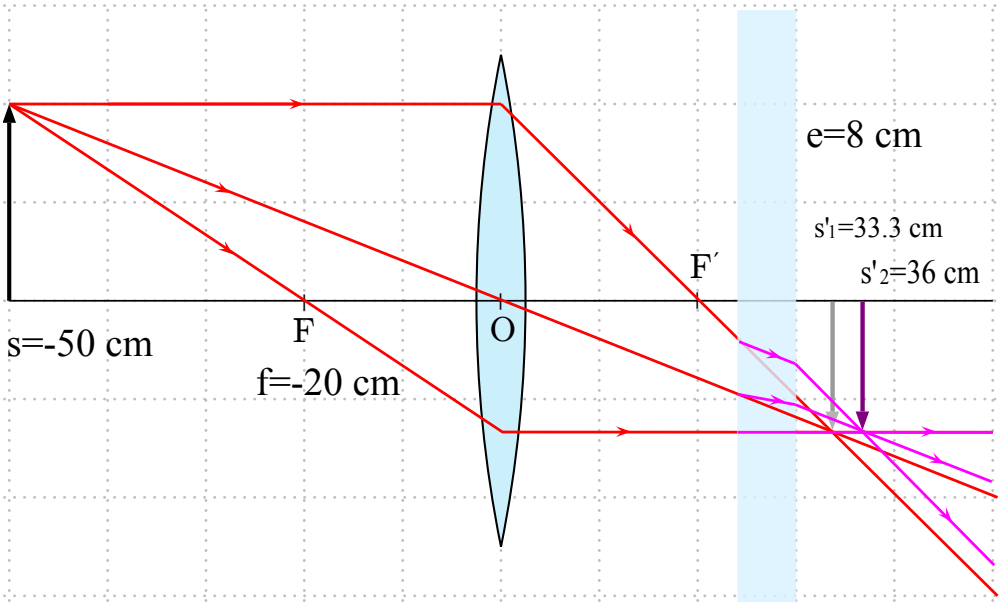


https://rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/136450/1/Santos-Benito-Manual-de-Optica-Geometrica.pdf 1. REFRACCIÓN EN CUERPOS LIMITADOS POR SUPERFICIES PLANAS Y PARALELAS. 1.1. Posición de la imagen: desplazamiento axial.

Sustituyendo numéricamente para este caso

$$0{,}36 - \frac{1}{3} = e\left(1 - \frac{2}{3}\right) \Rightarrow \frac{0{,}36 \cdot 3 - 1}{3} = e\frac{(3-2)}{3} \Rightarrow 1{,}08 - 1 = e \Rightarrow e = 0{,}08 = 8\,cm$$

b) Realizamos el trazado: f'=1/5=0,2 m = 20 cm



enrique@fiquipedia.es Revisado 11 agosto 2025
CC BY SA

OPCIÓN A

1. Un sistema óptico está formado por dúas lentes: a primeira é converxente e con distancia focal de 10 cm; a segunda, situada a 50 cm de distancia da primeira, é diverxente e con 15 cm de distancia focal. Un obxecto de tamaño 5 cm colócase a unha distancia de 20 cm diante da lente converxente.
a) Obteña graficamente mediante o trazado de raios a imaxe que produce o sistema óptico. [0,30 pts]
b) Calcule a posición da imaxe producida pola primeira lente. [0,30 pts]
c) Calcule a posición da imaxe producida polo sistema óptico. [0,25 pts]
d) Cal é o tamaño e a natureza da imaxe final formada polo sistema óptico? [0,30 pts]

Un sistema óptico está formado por dos lentes: la primera es convergente y tiene una distancia focal de 10 cm; la segunda, situada a 50 cm de la primera, es divergente y tiene una distancia focal de 15 cm. Un objeto de 5 cm se coloca a 20 cm de la lente convergente.
a) Obtenga gráficamente, trazando rayos, la imagen producida por el sistema óptico. [0.30 pts]
b) Calcule la posición de la imagen producida por la primera lente. [0.30 pts]
c) Calcule la posición de la imagen producida por el sistema óptico. [0.25 pts]
d) ¿Cuál es el tamaño y la naturaleza de la imagen final formada por el sistema óptico? [0.30 pts]

Ejercicio muy similar a PAU Madrid 2018-Junio-A4: este tiene 4 apartados en lugar de 2 y aquí se pide primero el trazado.
https://gitlab.com/fiquipedia/drive.fiquipedia/-/raw/main/content/home/recursos/recursospau/ficherospaufisicaporbloques/F5.2-PAU-%C3%93pticaGeom%C3%A9trica-soluc.pdf

b) Utilizando el convenio de signos DIN 1335, la potencia P=1/f' de la primera lente nos indica que tiene f' es positivo y es una lente convergente, y la segunda lente tiene f' negativo y es divergente.

Usamos la ecuación de lentes válida en aproximación paraxial $\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}=P$ en cada lente

En la primera lente s_1=-15 cm=-0,15 m

$$\frac{1}{s'_1}-\frac{1}{-0,15}=10 \Rightarrow s'_1=\frac{1}{10-\frac{1}{0,15}}=0,3\,m$$

$$A_1=\frac{y_1'}{y_1}=\frac{s_1'}{s_1}=\frac{0,3}{-0,15}=-2 \Rightarrow y'_1=-2\,y_1=-2\cdot 10=-20\,cm$$

La primera imagen es real, invertida y mayor.

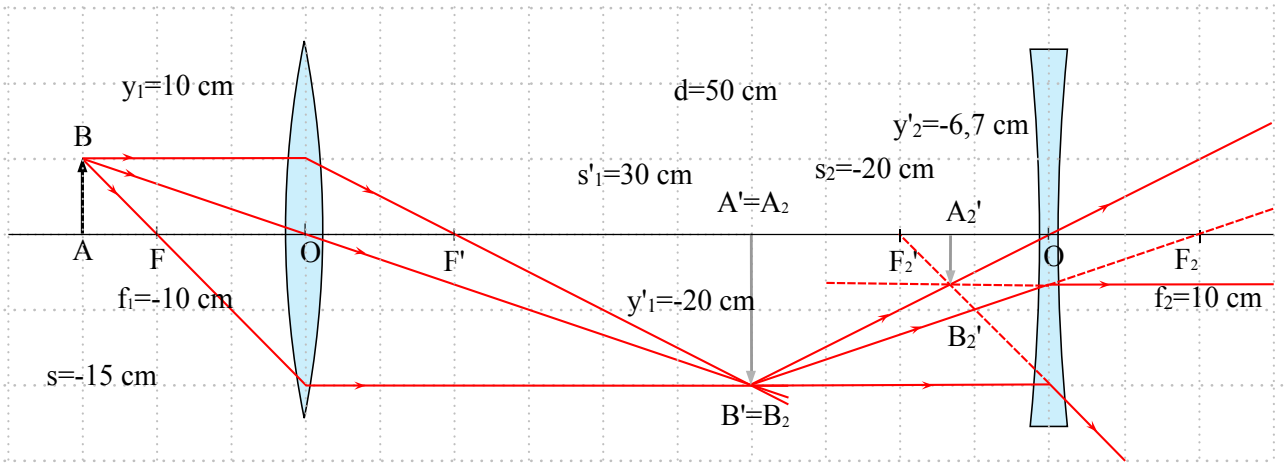
b) En la segunda lente, separada 50 cm = 0,5 m de la primera, $s_2=s'_1-d=0,3-0,5=-0,2$ m

$$\frac{1}{s'_2}-\frac{1}{-0,2}=-10 \Rightarrow s'_2=\frac{1}{-10-\frac{1}{0,2}}=-0,067\,m$$

$$A_2=\frac{y_2'}{y_2}=\frac{s_2'}{s_2}=\frac{-0,067}{-0,2}=0,33 \Rightarrow y'_2=0,33\,y_2=0,33\cdot(-20)=-6,7\,cm$$

La imagen final es virtual, no invertida respecto a la primera imagen pero invertida respecto a objeto inicial, y menor.

a) Realizamos el trazado de rayos.



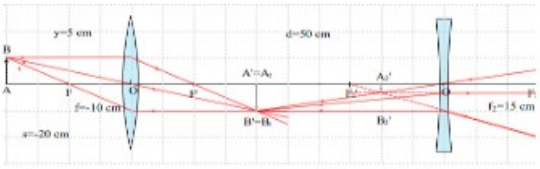
Nota: el diagrama no mantiene la proporción entre ejes x e y (una cuadrícula horizontal son 5 cm, en vertical son 10 cm), pero sí se ve que los ángulos son grandes. Validamos la aproximación de rayos paraxiales: y/f =10/10 = 1. El error de asumir 1=sen(1) es del 16%, más que cuestionable.

En la resolución publicada en la web de la consejería se incluye trazado de rayos tomado de FiQuiPedia, sin notificar ni pedir permiso

XUNTA DE GALICIA
CONSELLERÍA DE CULTURA, EDUCACIÓN E UNIVERSIDADE

OPOSICIÓNS FÍSICA E QUÍMICA 2021
PRIMEIRA PROBA PARTE A
OPCIÓN A

SOL: a)



b) s' = 20 cm; c) s' = -10 cm; d) Aumento = -1/3; Imaxe virtual e invertida

2. Se quiere diseñar una lente para una cámara fotográfica utilizando un vidrio óptico cuyo índice de refracción, n, presenta una dispersión cromática descrita por la ecuación (de Cauchy) $n(\lambda)=1{,}583 + 5000/\lambda^2$, donde la longitud de onda λ se considera en nm.
a. Si se elige que la lente sea planoconvexa y delgada, cuál debe ser el radio de la superficie convexa para que su longitud focal sea F=50 mm para luz de λ=540 nm. (0,5 ptos.)
b. Debido a la dispersión del vidrio la lente presenta aberración cromática. Calcúlese el valor de la aberración cromática longitudinal como la diferencia entre las longitudes focales para luz de 650 nm (rojo) y de 400 nm (violeta). (0,25 ptos.)
c. Si se coloca un objeto de 1 cm de altura a 25 cm ante la lente, cuál será la posición y tamaño de la imagen si se utiliza luz de 540 nm. Realícese el diagrama de trazado de rayos. (0,5 ptos.)
d. Para mejorar su transmisión luminosa la cara plana de la lente se recubre con una película de espesor uniforme, e, de fluoruro de magnesio (n=1,380). ¿Cuál debe ser el valor de e para que no refleje luz a 540 nm? ¿Existirá interferencia destructiva para otras longitudes de onda visibles? Considérese luz incidiendo de forma prácticamente perpendicular en la lente. (0,25 ptos.)

Ver https://es.scribd.com/document/805148291/certamen-OndasOptica-3

a) Si λ=540 nm, $n=1{,}583+5000/540^2=1{,}600$
Utilizamos la ecuación del constructor de lentes delgadas asumiéndola inmersa en el vacío, n=1.
Usamos el convenio de signos DIN 1335, de modo que f' para lente convergente es positivo.

$$\frac{1}{f'}=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)\Rightarrow\frac{1}{50}=(1{,}6-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{\infty}\right)\Rightarrow R_1=0{,}6\cdot 50=30\,mm$$

b) Ahora tenemos la lente construida con R_1=30 mm y R_2=∞

$$\frac{1}{f'}=(n-1)\left(\frac{1}{30}-\frac{1}{\infty}\right)\Rightarrow f'=\frac{30}{n-1}$$

Rojo: λ=650 nm, $n=1{,}583+5000/650^2=1{,}5948$ $\quad f'=\dfrac{30}{1{,}5948-1}=50{,}437\,mm$

violeta: λ=400 nm, $n=1{,}583+5000/400^2=1{,}61425$ $\quad f'=\dfrac{30}{1{,}61425-1}=48{,}840\,mm$

La aberración cromática longitudinal calculaa como la diferencia entre las longitudes focales es 50,437-48,840=1,597 mm
c) Usando convenio de signos DIN 1335, y=1 cm, s=-25 cm.
Como λ=540 nm, f'=50 mm=5 cm
Usando la ecuación de lentes delgadas

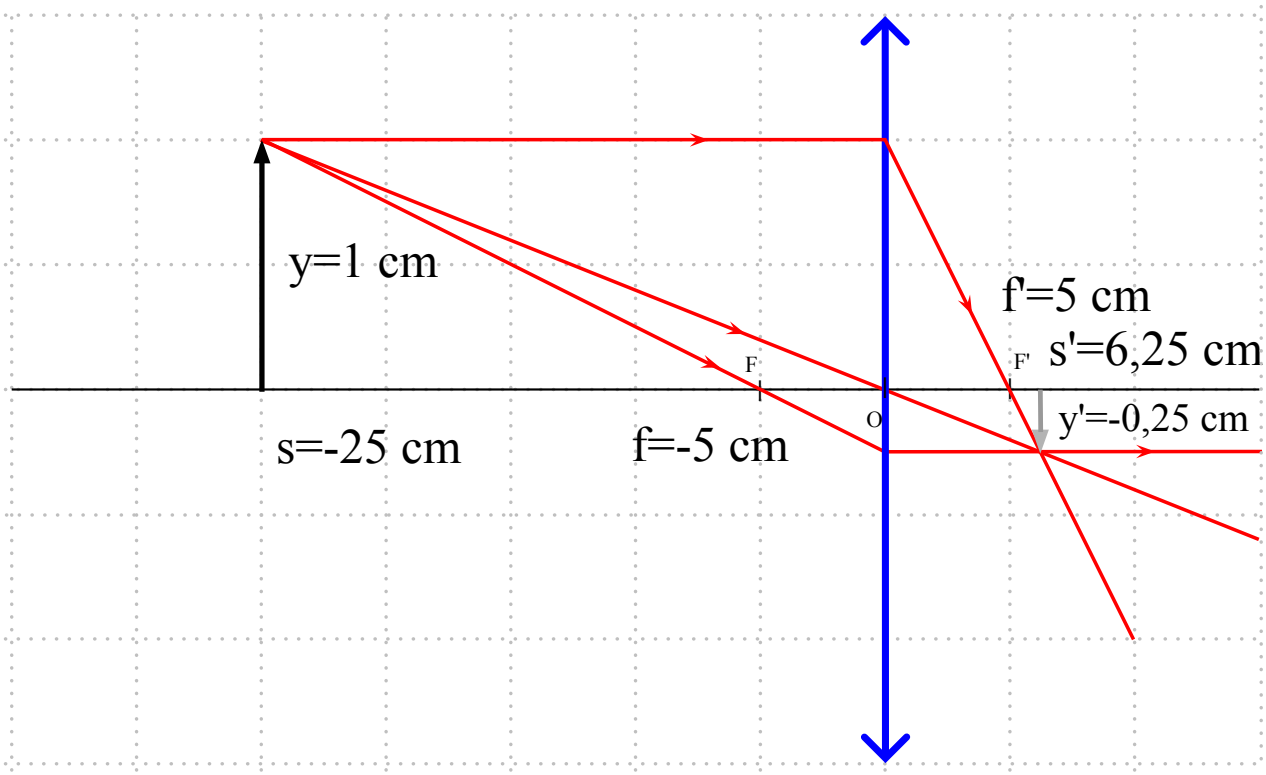
$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$$

$$s'=\frac{1}{\frac{1}{5}+\frac{1}{-25}}=6{,}25\,cm$$

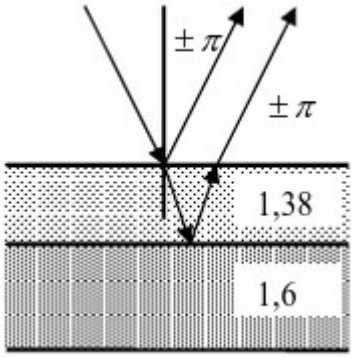
$$A=\frac{y'}{s}=\frac{s'}{s}=\frac{6{,}25}{-25}=-0{,}25$$

$$y'=A\,y=-0{,}25\,cm$$

La imagen es invertida y menor.
Realizamos el trazado de rayos



d) Para no reflejar la luz debe haber una interferencia destructiva.
La interferencia destructiva se produce si el desfase es un múltiplo impar de π rad.
Siendo e el espesor de la capa de fluoruro de magnesio, el camino recorrido por el rayo refractado en la capa de fluoruro de magnesio y reflejado por el vidrio es 2·e·cos(θ)
El defase asociado es $\Delta\varphi=k\Delta x=k\cdot 2\cdot e\cdot\cos(\theta)$
El número de onda en la capa de fluoruro de magnesio es $k=2\pi/\lambda_{MgF2}$
Siendo $\lambda=n_{MgF2}\cdot\lambda_{MgF2}$, por lo que
$\Delta\varphi=n_{MgF2}\cdot(2\pi/\lambda)\cdot 2\cdot e\cdot\cos(\theta)$



Consideramos aproximación paxial (enunciado indica "Considérese luz incidiendo de forma prácticamente perpendicular en la lente"), por lo que cos(θ)≈1
Igualando

$$n_{MgF2}\cdot\frac{2\pi}{\lambda}\cdot 2\cdot e=(2n+1)\pi\Rightarrow e=(2n+1)\frac{\lambda}{4n_{MgF2}}$$

Para n=0 $e=\frac{540\cdot 10^{-9}}{4\cdot 1{,}38}=9{,}78\cdot 10^{-8}m=97{,}8nm$

El rango de longitud de onda visible va entre unos 400 y 750 nm $\lambda=\frac{4\cdot e\cdot n_{MgF2}}{2n+1}$

Para n=0 $\lambda=4\cdot 9{,}78\cdot 10^{-9}\cdot 1{,}38=540nm$
Para n=1 $\lambda=4\cdot 9{,}78\cdot 10^{-9}\cdot 1{,}38/3=180nm$
Para n=2 $\lambda=4\cdot 9{,}78\cdot 10^{-9}\cdot 1{,}38/5=108nm$
No existirá interferencia destructiva para otras longitudes de onda visibles.

Ceuta 2018
3 (idéntico a Valencia 2001 Física 4 en castellano)

Valencia 2001
FÍSICA
4. Dues lents convergents primes L_1 y L_2 de distàncies focals 12 cm i 6 cm, respectivament, es troben separades 12 cm i constituixen un sistema òptic centrat. Es demana:
a) Realizar un traçat de raigs per explicar qualitativament la posició de la imatge d'un objecte il·luminat que es troba situat a 4 cm de la lent L_1.
b) Calcular la posició a que s'hauria de situar una pantalla per a veure la imatge formada i l'augment lateral amb que es veurà.
c) Raonar qué canvis es podran observar en la imatge si es tapa la part superior de la lent L_1 amb una superficie opaca.
(Nota: enunciado original repetía frase de apartado c dentro de b)

2. Dos lentes convergentes delgadas L_1 y L_2 de distancias focales 12 cm y 6 cm, respectivamente, se encuentran separadas 12 cm y constituyen un sistema óptico centrado. Se pide:
a) Realizar un trazado de rayos para explicar cualitativamente la posición de la imagen de un objeto iluminado que se encuentra situado a 4 cm de la lente L_1.
b) Calcular la posición en que se debería situar una pantalla para ver la imagen formada y el aumento lateral con que se vería.
c) Razonar qué cambios se podrán observar en la imagen si se tapa la parte superior de la lente L_1 con una superficie opaca.

Referencias:
http://users.df.uba.ar/dcs/f2bg/labo/guia2.pdf Proyecto 2.- Propiedades de las lentes – Observaciones cualitativas II

a y b) Antes de realizar el trazado de rayos realizamos los cálculos, utilizando el convenio de signos DIN 1335. Para la primera lente s_1=-4 cm, f_1'=12 cm

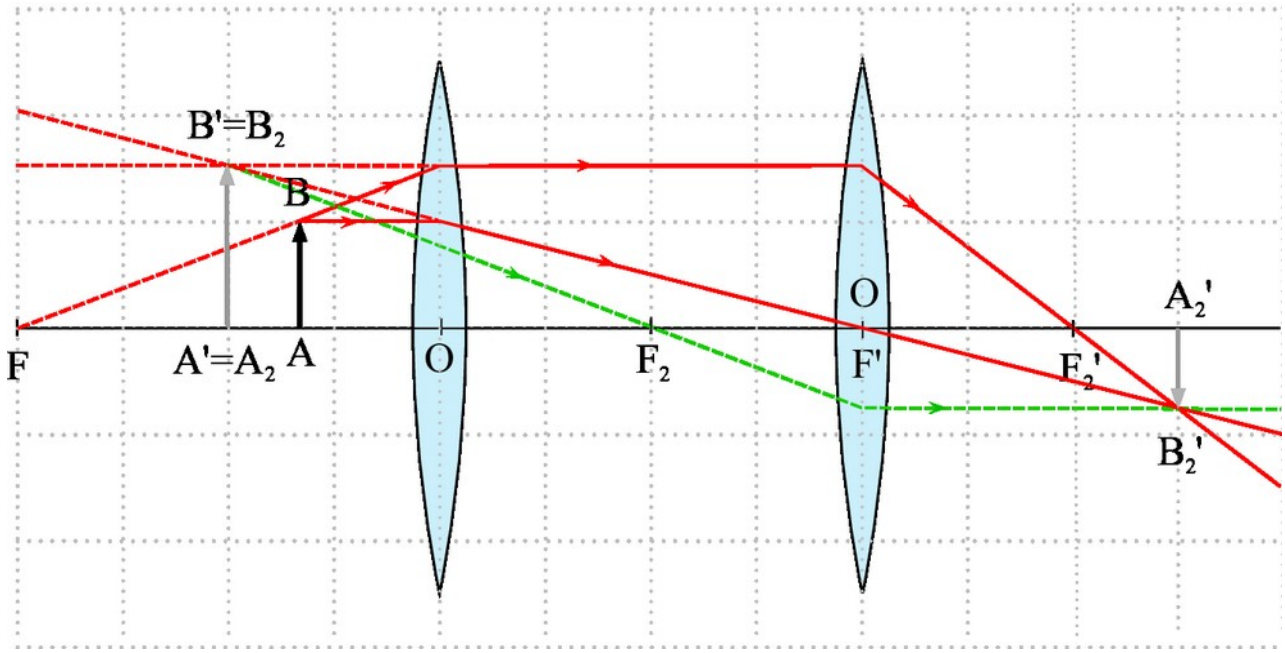
$$\frac{1}{s_1'}-\frac{1}{s_1}=\frac{1}{f_1'}\Rightarrow s_1'=\frac{1}{\frac{1}{f_1'}+\frac{1}{s_1}}=\frac{1}{\frac{1}{12}+\frac{1}{-4}}=-6\,cm$$

La posición es negativa; se trata de una imagen virtual, ya que el objeto esá por delante del foco. La imagen no está invertida.
La imagen formada por la primera lente es el objeto para la segunda lente, por lo que en el segundo caso tenemos tomando origen en el centro de la lente s_2=-18 cm, f_2'=6 cm

$$s_2'=\frac{1}{\frac{1}{f_2'}+\frac{1}{s_2}}=\frac{1}{\frac{1}{6}+\frac{1}{-18}}=9\,cm$$

La posición de la imagen es positiva, en este caso sí es una imagen real del objeto, formada por el cruce de rayos en el sentido de propagación. La imagen sí está invertida.
Como se pide “explicar cualitativamente la posición de la imagen”, además de comentar cada una de las imágenes formadas por cada lente, se comenta la imagen final: puede surgir la duda de si una imagen real de un objeto que era una imagen virtual es real o no. Con el trazado se ve que la imagen

es final es real e invertida. Se incluye una línea de otro color asociada a lo que sería el trazado de rayos si la imagen de partida para la segunda lente fuera real y sí emitiera rayos.
En el trazado de rayos cada cuadrícula horizontal son 3 cm.



Para que una imagen se recoja en una pantalla debe ser real, y en este caso sí se puede recoger: la pantalla debería estar en la posición de la imagen formada por el sistema óptico, que sería a 9 cm de la segunda lente.
El aumento lateral del sistema óptico será la multipicación de los aumentos ópticos

Para la primera lente $A_1=\frac{y_1'}{y_1}=\frac{s_1'}{s_1}=\frac{-6}{-4}=1{,}5$ Positivo y de acuerdo al trazado

Para la segunda lente $A_2=\frac{y_2'}{y_2}=\frac{s_2'}{s_2}=\frac{9}{-18}=-0{,}5$ Negativo y de acuerdo al trazado

El aumento total $A=A_1\cdot A_2=1{,}5\cdot(-0{,}5)=-0{,}75$ Negativo y de acuerdo al trazado

c) Si se tapa parte de la lente con una superficie opaca la imagen se sigue formando, solamente que con menor intensidad. Los rayos salen del objeto en todas direcciones, y los rayos que pasen por la parte inferior seguirán convergiendo en los mismos puntos y formando la misma imagen.

Escoja únicamente 3 problemas de los 6 propuestos.

2.a) Consideremos una lente delgada convergente de distancia focal imagen f'. Demuestre que la distancia más corta que puede darse entre un objeto (real) y su correspondiente imagen (también real) es 4f'. ¿Dónde habría que situar el objeto para que esto ocurriera? ¿Cuáles son las características de la imagen formada?

Usamos el convenio DIN 1335, por lo que al ser convergente f'>0.
Si la imagen es real su posición es positiva, y la distancia entre imagen y objeto es

$$s'-s=D \Rightarrow s'=s+D$$

Si usamos la ecuación de lentes delgadas para s'=s+d

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$$

$$\frac{1}{s}=\frac{1}{s+D}-\frac{1}{f'}=\frac{f'-s-D}{(s+D)f'}$$

$$s=\frac{(s+D)f'}{f'-s-D}$$

$$sf'-s^2-sD=sf'+Df'$$

$$-s^2=D(f'+s)$$

$$D=\frac{-s^2}{f'+s}$$

Sabemos que D >0, f'>0 y s<0, por lo que f'+s<0 y f'< -s
Queremos buscar un mímimo respecto a s, por lo que derivamos respecto a s e igualamos a cero

$$\frac{dD}{ds}=\frac{-2s(f'+s)-(-s^2)}{(f'+s)^2}$$

$$-2s(f'+s)+s^2=0$$

$$-2sf'-2s^2+s^2=0$$

$$s=-2f'$$

Asumimos que es un mínimo (no realizamos la segunda derivada)
La posición en la que habría que colocar el objeto ese **s=-2f'**
La distancia en entre imagen y objeto es $D=\frac{-(-2f')^2}{f'-2f'}=\frac{-4f'^2}{-f'}=4f'$
La posición de la imagen es s'=s+D=-2f'+4f'=2f'
Las características de la imagen, además de real (ya indicado en enunciado)
A=y'/y=s'/s=2f'/-2f'=-1
La imagen es real, invertida y de tamaño natural.

Física

3. La luz del Sol se refleja en la superficie del agua de un estanque de 80 cm de profundidad.
a) ¿Con qué ángulo de reflexión se polariza completamente la luz?
b) Cuando de noche se enciende un foco subacuático en el fondo del estanque, ¿cuál será el radio del círculo luminoso que se ve en la superficie del estanque?
c) Sabiendo que dicho foco se encuentra a 50 cm del borde del estanque, ¿cuál será su profundidad aparente para una persona que se encuentra en el borde del estanque?
Dato: Índice absoluto de refracción del agua n = 1,33.

a) El ángulo de incidencia para el que la luz se polariza es el ángulo de Brewster, que por la segunda ley de Snell de la reflexión será el mismo ángulo que el incidente.
https://es.wikipedia.org/wiki/%C3%81ngulo_de_Brewster
Usando la 2ª ley de Snell de la refracción $n_1 sen(\theta_1)=n_2 sen(\theta_2)$
Para el ángulo de Brewster el rayo reflejado y refractado forman 90º y sen(x)=cos(90º-x)
$n_1 sen(\theta_{Brewster})=n_2 \cos(\theta_{Brewster})$

$$\theta_{Brewster} \arctan(\frac{n_2}{n_1})$$

Numéricamente $\theta_{Brewster} \arctan(1,33/1)=53^o$
b) Se produce un círculo luminoso porque para cierto ángulo se produce reflexión total
$n_{agua} sen(\theta_{límite})=n_{aire} sen(90^o)$
$\theta_{límite}=arcsen(1/1,33)=48,8^o$
Asumiendo que el foco es puntual, al tener el estanque 80 cm de profundidad
tan(48,8º)=R/0,8 → R=0,8·tan(48,8º)=0,91 m
c) Si planteamos un triángulo rectángulo de cateto vertical la profundidad del estanque 80 cm y de cateto horizontal la distancia al borde 50 cm, el ángulo con el que la luz llega desde el foco al borde del estanque es arctan(50/80)=32,0º por lo que se los rayos que emite el foco sí serían visibles en el exterior, pero aplicando la 2ª ley de Snell de la refracción saldrían con

$$n_{agua} sen(\theta_{agua})=n_{aire} sen(\theta_{aire})$$

$$\theta_{aire}=arcsen(\frac{1,33}{1} sen(32^o))=44,8^o$$

El observador fuera sitúa los objetos asumiendo propagación rectilínea, por lo que para ese ángulo le asigna una profundidad a una distancia de 50 cm de tan(44,8º)=50/$Prof_{aparente,}$
$Prof_{aparente}$=50/tan(44,8º)=50,4 cm

Se puede pensar que si se plantea como un dioptrio plano se debería obtener el mismo resultado, pero sin embargo $s'=\frac{n'}{n}s=\frac{1}{1,33}\cdot 80=60,2\,cm$
El resultado es distinto porque el diopotrio plano asume aproximación paraxial, posiciones próximas al eje óptico (a la normal), pero la profundidad aparente sí depende del angulo observado, y en este caso se indica "para una persona que se encuentra en el borde del estanque" y es más correcto hacerlo sin plantearlo como diopotrio.

enrique@fiquipedia.es Revisado 14 febrero 2018
CC BY SA

(Se incluye el enunciado original tomado de las oposiciones, aunque en el año 2015 no dejaron sacar el enunciado a los opositores, de hecho cada enunciado va en una hoja y obligan a comenzar la resolución en la propia hoja del enunciado y entregarla. El enunciado incluía un diagrama, que se incluye en la misma escala, lo que es relevante en el desarrollo. En el examen no dejaban regla; un opositor lo preguntó casualmente antes de abrir sobre de problemas y dijeron que "no hacía falta, si había que hacer algo se podía hacer a mano alzada"))

EJERCICIO PRÁCTICO ESPECIALIDAD: **FÍSICA Y QUÍMICA**

El aspirante comenzará a realizar el ejercicio práctico en el mismo folio del enunciado

CRITERIOS DE CORRECCIÓN
En los problemas se valorará la adecuada estructuración y el rigor en el desarrollo de su resolución y la inclusión de pasos detallados así como la realización de diagramas, dibujos y esquemas. Se tendrá especial rigor en la identificación de los principios y leyes físicas involucradas, la corrección de los resultados numéricos, el uso correcto de unidades, así como con los errores en la formulación, nomenclatura y lenguaje químico.

PROBLEMA 2.

Un objeto AB se encuentra a una distancia de a = 36 cm de una lente convergente con distancia focal f = 30 cm.

Se pide:

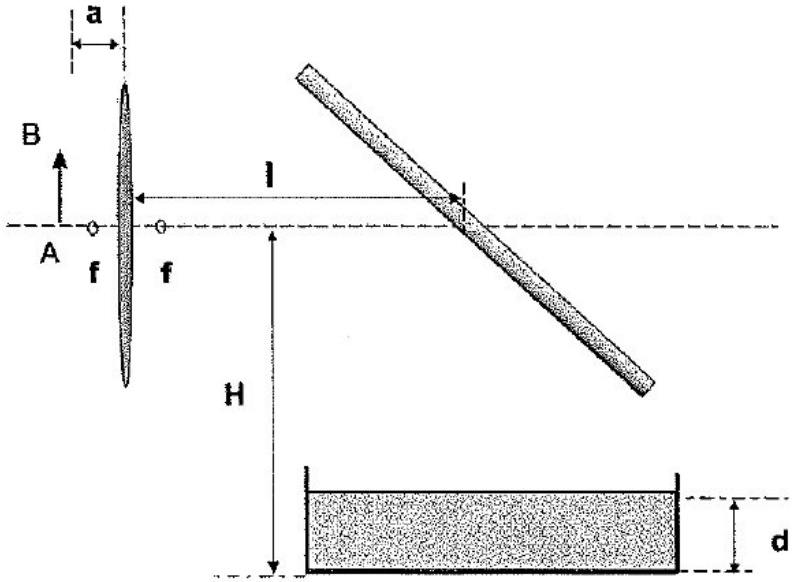
a) Determinar gráfica y analíticamente la posición de la imagen del objeto AB que daría la lente con respecto a ella. ¿Se podría recoger en una pantalla? ¿por qué?

b) Si a continuación se coloca a una distancia l = 1m detrás de la lente un espejo plano, inclinado 45º con relación al eje óptico.

b_1) Determinar gráfica y analíticamente la posición de la nueva imagen. ¿Se podría recoger en una pantalla?

b_2) ¿A qué distancia H del eje óptico es necesario colocar el fondo de una cubeta con agua para obtener en él una imagen nítida del objeto? La profundidad del agua en la cubeta es d = 20 cm.

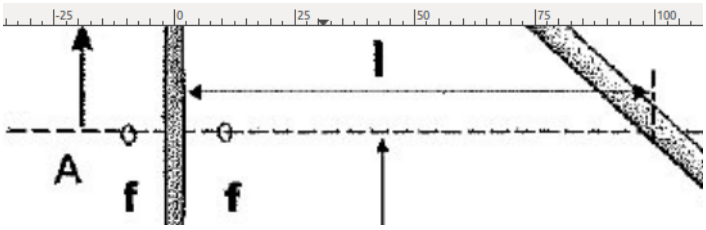
DATOS: Índice de refracción de la luz en el agua = 4/3
Índice de refracción de la luz en el aire = 1



(Puntuación máxima por apartado: a) 1 punto, b_1) 2 puntos, b_2) 7 puntos)

enrique@fiquipedia.es Revisado 14 febrero 2018
CC BY SA

Comentario inicial: la imagen del enunciado no está a escala correcta según los datos del enunciado, y usa f tanto para foco objeto como imagen, cuando según convenio de signos DIN 1335 deberían ser f y f'. Se puede ver como si se toma |OF| ≈ 30 cm según enunciado, entonces |OA| ≈ 60 cm (no los 36 cm del enunciado) y se tendría |I| ≈ 300 cm (no 1 m del enunciado)

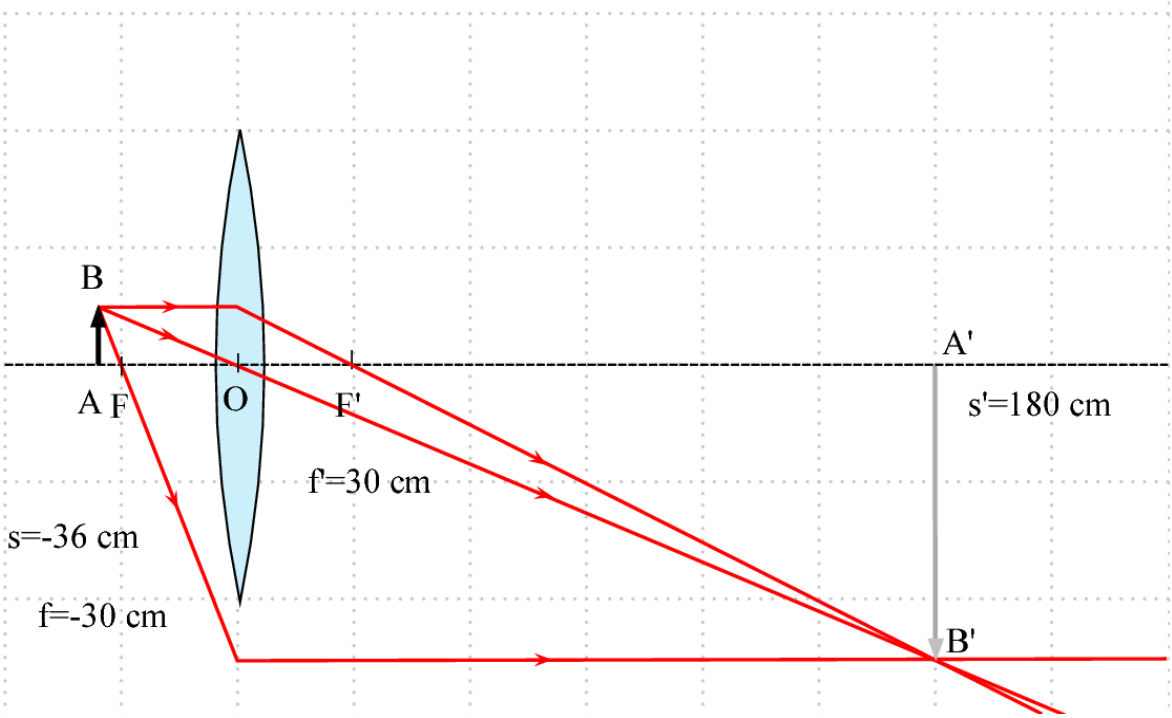


a) Utilizando convenio de signos DIN 1335, se tiene s=-36 cm y para una lente convergente f'=36 cm. Utilizando la ecuación de la lente

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}\Rightarrow\frac{1}{s'}-\frac{1}{-36}=\frac{1}{30}\Rightarrow s'=180\,cm$$ **Posición imagen s'=180 cm**

La imagen (no considerando el espejo del diagrama del enunciado en este apartado, ya que enunciado de apartado a no lo indica y se pide considerarlo en apartado b1) **sí se puede recoger sobre una pantalla**, ya que es una imagen real formada por la prolongación de los rayos en su recorrido directo saliendo del objeto y pasando por el elemento óptico.

Realizamos el **trazado de rayos**, en la escala aproximada del diagrama original y comentamos sobre él la aproximación paraxial, aproximación que es necesaria para que sean válidas las expresiones utilizadas; como enunciado no indica tamaño del objeto, en principio se puede tomar el objeto lo suficientemente pequeño para que la aproximación paraxial sea válida.



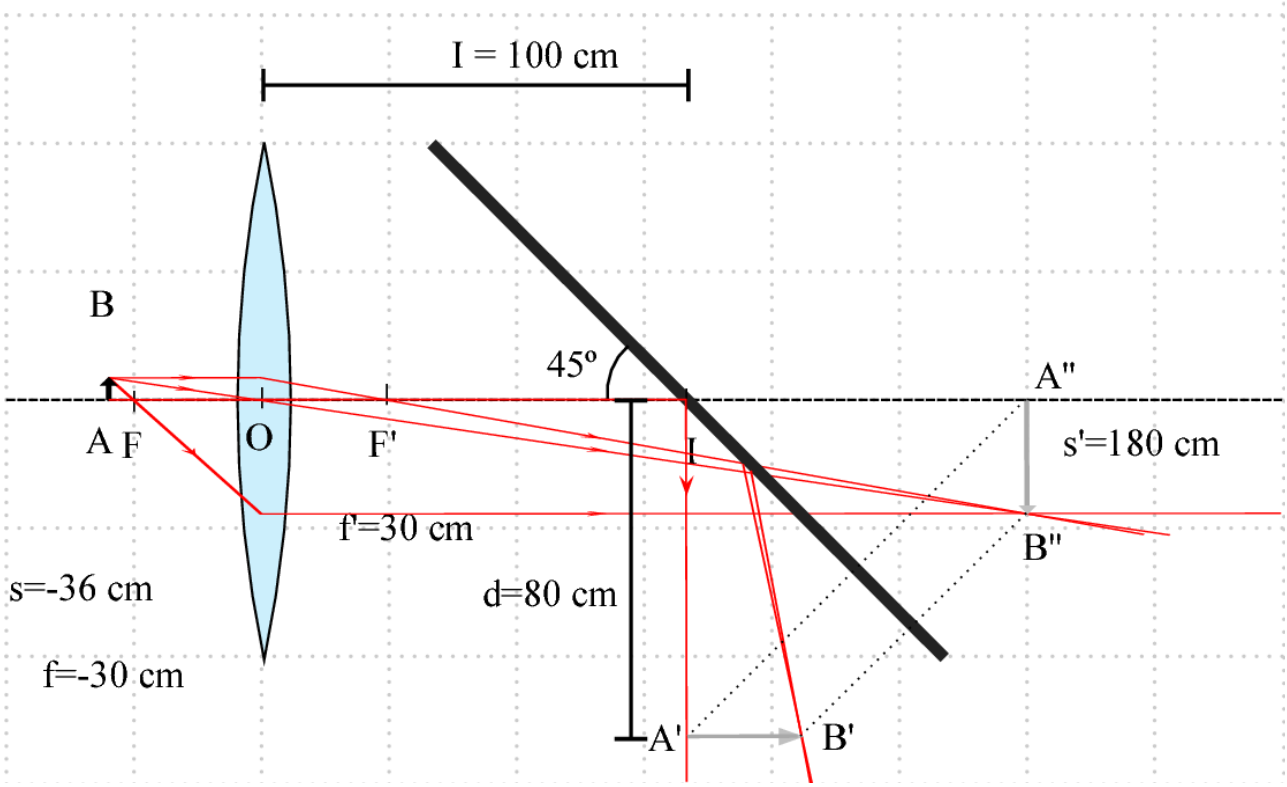
b_1) Como el espejo está a 100 cm a la derecha pero según apartado a la imagen de la lente se forma a 180 cm, la imagen queda detrás del espejo, por lo que realmente no se forma imagen por el espejo, sino que los rayos en su propagación se reflejan en el espejo y se forma una imagen por reflexión en el espejo.

Cualitativamente se ve que el rayo que sale del punto A del objeto va a propagarse a través del eje óptico, incidirá en el espejo formando 45º con la normal al espejo, y saldrá reflejado formando 45º con la normal al espejo y se propagará en el diagrama verticalmente de arriba hacia abajo en dirección al recipiente con agua, por lo que en esa línea estará el punto A'. Sin embargo también se ve cualitativamente que en función del tamaño del objeto, la imagen B' asociada al punto B puede formarse al menos parcialmente fuera del espejo, por lo que sí habría formación de una imagen

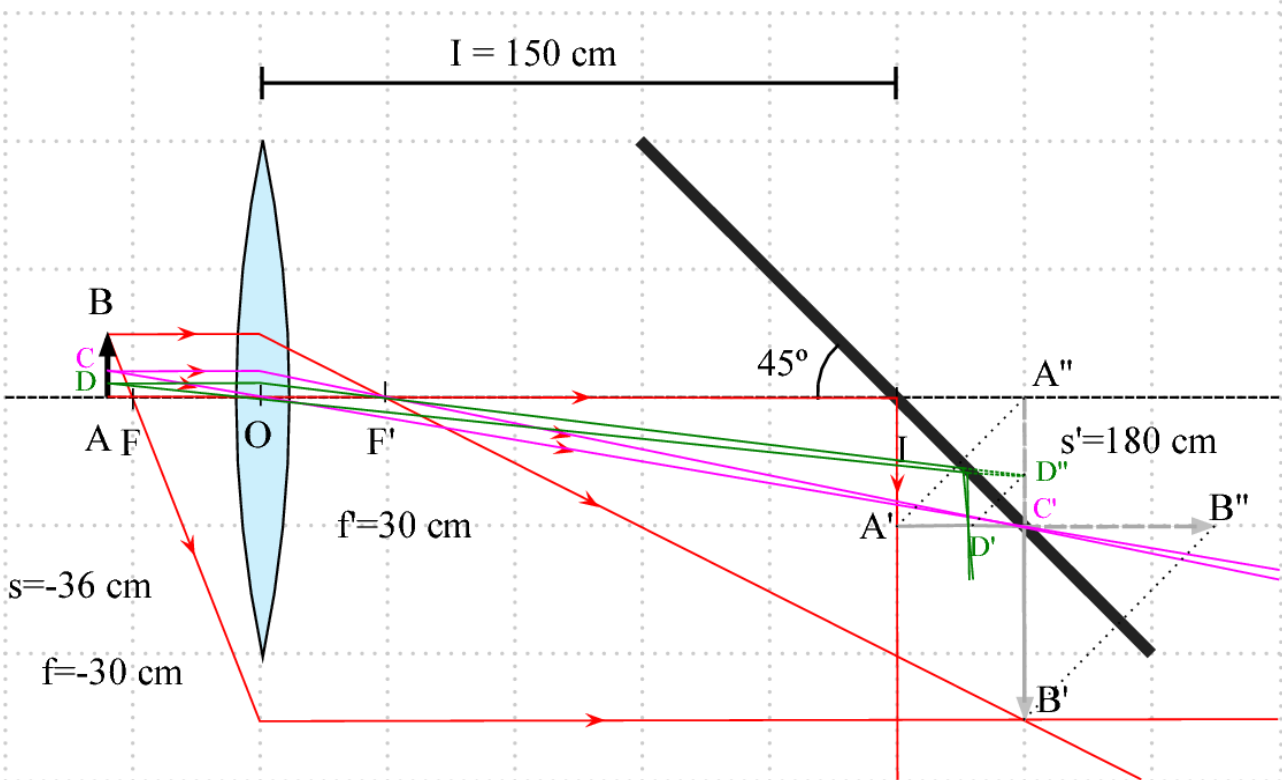
virtual en el espejo. Como el ángulo del espejo son 45º, está a 100 cm de la lente, y la posición de la imagen s'=180 cm, se puede ver fácilmente que si el tamaño de la imagen fuese y'=80 cm, el punto B' se formaría sobre el propio espejo, y que para imágenes mayores se formaría imagen virtual en el espejo.
Utilizando la ecuación de aumento para espejos podemos plantear

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}\Rightarrow\frac{-80}{y}=\frac{180}{-36}\Rightarrow y=16\,cm$$

Si el tamaño del objeto es mayor de 16 cm, parte de la imagen sí se formará delante del espejo.
El tema clave (y que no se cumple en absoluto en la escala del diagrama aportado originalmente en el enunciado) es validar la aproximación paraxial: en el enunciado no se indica tamaño del objeto.
La aproximación paraxial permite aproximar para θ en rad tan(θ)≈θ , sen(θ)≈θ, y cos(θ)≈1. Como en el trazado un rayo suele ir de objeto a centro, un ángulo esencial el que tiene como tangente (altura objeto)/foco, y/f. El error es del 1% tanto en sen como tan para 0,176 rad (≈10º)
En este caso como f=30 cm, y/30=0,176 → y=5,28 cm
Luego manteniendo la aproximación paraxial el tamaño máximo del objeto garantiza que la imagen que forma la lente se forma completamente detrás del espejo, y no hay que tener en cuenta una formación parcial de imagen. **La imagen se formará a una distancia d=80 cm en la vertical del eje óptico**, ya que cualitativamente con la aproximación paraxial podemos pensar en los rayos "casi paralelos" al eje óptico. se podrá Para validarlo, consideramos el caso más desfavorable, y=5,28 cm, luego y'=-26,4 cm, y vamos a realizar una representación a escala, donde cada cuadrícula son 30 cm. Analíticamente podemos decir A' = (100,-80) y B'=(100+y, -80).
La imagen **sí se puede recoger sobre una pantalla**, ya que es una imagen real formada por la prolongación de los rayos en su recorrido directo saliendo del objeto y pasando por el elemento óptico.
Realizamos el **trazado de rayos** con el esejo a 1 m y vemos que la imagen queda totalmente detrás, y que a esta escala el objeto es muy pequeño y el trazado de rayos complicado, pero se ve que la reflexión en el espejo de los rayos provenientes del punto B se realiza en un punto que no se puede aproximar al eje óptico como los rayos provenientes de A.



>Trato aquí un caso aparte (no es necesario en este problema, pero puede surgir la duda y de hecho yo gasté inutilmente un rato pensando en esto en el examen porque la escala del enunciado lleva a realizar un trazado de rayos donde me surgía explicar esto), es cómo tratar esa formación parcial de la imagen delante del espejo, por ejemplo porque la formación de la imagen estuviera muy próxima al espejo. En el diagrama que hice a mano intentando reproducir el original del examen con el espejo a 1 m salía así si se prolongaba el espejo, pero se incluye un diagrama de ejemplo más claro del caso en el que el espejo estuviese a 150 cm de la lente. Es interesante plantear que aunque en la formación de imágenes se tome solamente los puntos A y B en extremos del objeto, se puede hacer el trazado de rayos para cualquier punto del objeto. Se incluye trazado para puntos C y D, y se ve como al haber un espejo, una vez que se forme el objeto o parte de él delante del objeto por la convergencia de rayos, se debe formar una imagen virtual detrás del espejo de la parte de la imagen que quede delante.
Se incluye trazado de rayos con distintos colores, que es algo denso y confuso; no se ha respetado la escala asociada a la aproximación paraxial, ya que con ella sería todavía más denso y poco legible.



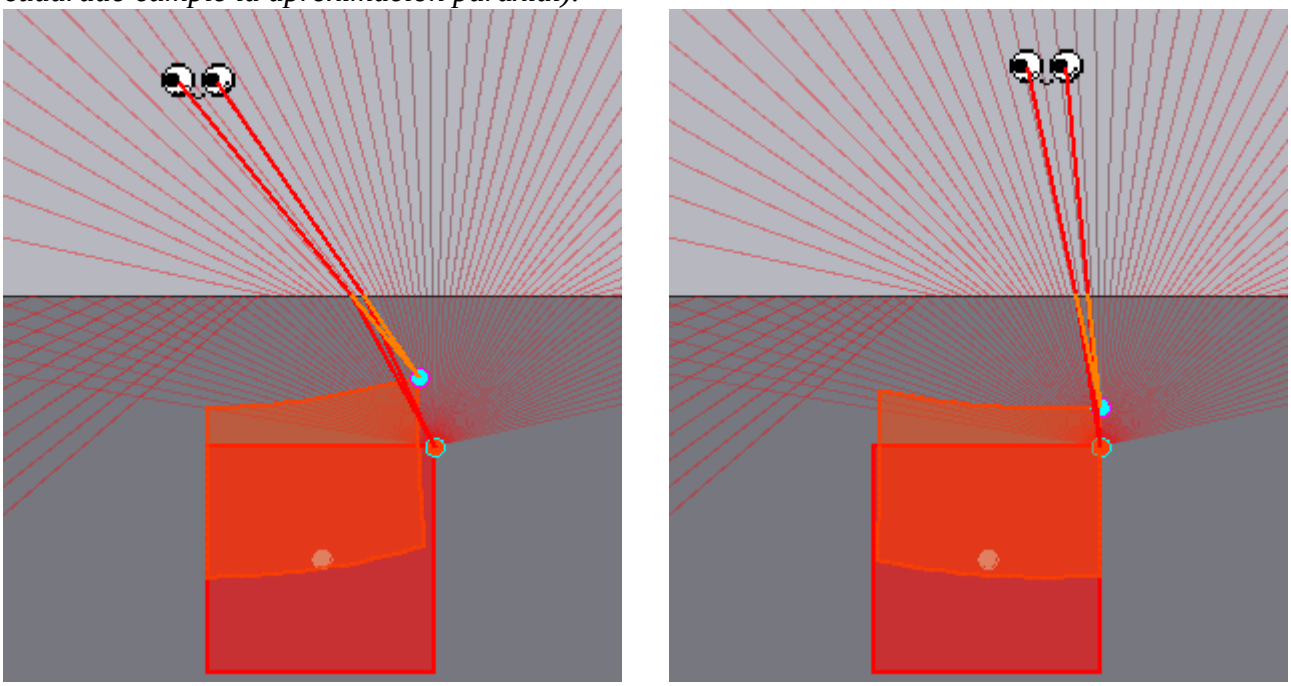
b_2) La separación entre aire y agua es un dioptrio plano, que es un nuevo elemento óptico.
La idea básica es que para tratar elementos ópticos usamos superposición: tratamos el efecto de solamente el primero para obtener una imagen (la que forma el espejo inclinado 45º obtenida en b_1) y luego utilizando esa imagen como objeto del segundo elemento óptico (el dioptrio plano) sin tener en cuenta el elemento óptico anterior obtenemos la nueva imagen, pensando en un dioptrio plano en general, pero teniendo en cuenta la profundidad del recipiente que tiene agua.
Enunciado indica "...para obtener en él [en el fondo de la cubeta] una imagen nítida del objeto" (imagen formada por el dioptrio), tomamos nuevo sistema de referencia DIN 1335 con centro óptico en la separación aire-agua.
Surge la duda de hacia donde está dirigido el eje x en este sistema de referencia:
- En el sentido de propagación de los rayos que provienen del espejo, entrando hacia el agua, tendríamos imagen a la derecha del centro óptico y sería imagen con valor de s' positiva.
- En el sentido en el que el objeto presentado al dioptrio está en x negativas (sería valor de s negativo que es lo habitual), y tendríamos imagen con valor de s' negativa (en el dioptripo plano

objeto e imagen están en el mismo lado del dioptrio y tienen mismo signo).
El criterio a tomar lo fija la normas DIN 1335, que dice explícitamente (norma original en alemán "DIN 1335 Geometrische Optik - Bezeichnungen und Definitionen", versión 2003-12, apartado 3.1 Koordinatensysteme, Lichtrichtung) *"La dirección de salida de la luz en su propagación … antes de una posible reflexión es por convención siempre de izquierda da derecha (dirección original de la luz)"*
Otra referencia que confirma el mismo criterio: *"todas las fórmulas utilizadas consideran que la luz viaja de izquierda a derecha. Debe esquematizarse el problema de manera que la luz incida de izquierda a derecha."* (Jaume Escofet, Asignatura Óptica Geométrica e Instrumental, Escuela Universitaria de Óptica de Tarrasa, Universidad Politécnica de Cataluña Problemas asociación de dioptrio y espejo, cc-by-nc-nd)
Por ello, de acuerdo a convenio DIN 1335, el primer medio es el aire , por lo que n=1 y n'=4/3, y tomamos tomamos s y s' positivas, lo que llama la atención: lo habitual es que la posición del objeto s está a la izquierda del centro óptico, pero en este caso no es así: prevalece el sentido de propagación de los rayos de izquierda a derecha frente a que la posición del objeto esté en x negativas.
El signo entre s y s' no permite distinguir imagen de objeto, y surge ahora una nueva duda; si el fondo del recipiente a 20 cm es la posición de la imagen o es la posición del objeto, ya que:
-En el dioptrio plano con objeto situado en el fondo de un recipiente produce una imagen que está más cerca de la superficie; es asociable a la situación conocida de que, para un observador fuera del agua, la distancia aparente con la que se ven objetos dentro del agua es menor a la real. Según esta idea, el fondo sería la posición del objeto.
-Enunciado habla de imagen en el fondo, ya que hace referencia a imagen en el punto donde convergen los rayos en su propagación (en apartados a y b se pregunta sobre si la imagen se puede recoger en una pantalla). Según esta idea, el fondo sería la posición de la imagen.
La primera opción no es válida, ya que nunca se produciría una imagen en el fondo del recipiente, ya que el objeto tendría que estar más allá del fondo, lo que no es válido aunque pensemos en utilizar superposición y un dioptrio plano "genérico sin considerar su profundidad", sí hay considerar el fondo, ya que más allá de un fondo opaco no se formaría objeto al igual que no se forma detrás del espejo de apartado b.
Tomando s'=20 cm como posición de imagen el fondo, y utilizando las ecuaciones del dioptrio plano, calculamos s que es la posición del objeto de partida que se ha formado, según el sistema de referencia elegido, antes de aplicar superposición

$$\frac{n}{s}=\frac{n'}{s'}\Rightarrow\frac{1}{s}=\frac{4/3}{20}\Rightarrow s=\frac{20\cdot 3}{4}=15\,cm$$

Es decir que el objeto para este dioptrio plano, que es la imagen producida por la reflexión de la imagen producida por la lente en el espejo, se debe formar a 15 cm dentro del agua, que es a 5 cm de la superficie.
Para que el objeto esté a 15 cm de la superficie de separación aire-agua, como la distancia H = 80 cm y la profundidad de agua es h = 20 cm, tenemos
H=d-15+h → H=80-15+20=**85 cm.**
Es relevante que este apartado vale 7 puntos sobre 10 del total del ejercicio, por lo que si en los anteriores se ha intentado aportar detalles, todavía son más importantes en este para dejar clara la resolución, así que se incluyen estas disgresiones, aunque no se piden en el enunciado. De hecho este ejercicio es confuso e inicialmente puse una resolución incorrecta, con trazados erróneos, ya que hacerlos "a mano alzada", aunque luego se pasen a ordenador, puede llevar a error.
Se pueden buscar imágenes en las que se aprecia que un objeto en el fondo del agua es visualizado desde el aire a una profundidad menor; en lugar de incluir una imagen en concreto se incluyen dos imágenes asociadas a una simulación interactiva, donde se muestra un objeto con tamaño (un

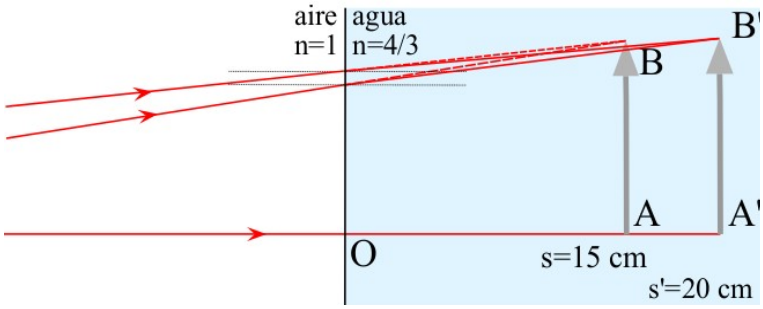
cuadrado) y se aprecia que cuando no hay aproximación paraxial sí hay deformación y un aumento no exactamente igual a 1, que es al aumento del dioptrio plano bajo aproximación paraxial (en lo relativo al punto analizado y la posición observador: en la escala representada no todo el objeto cuadrado cumple la aproximación paraxial).

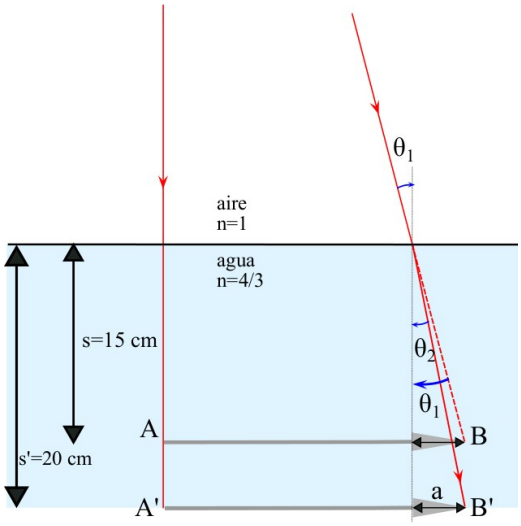


NTNUJAVA Virtual Physics Laboratory (enlace a simulación interactiva) Izquierda situación no paraxial, derecha sí paraxial

El enunciado no pide un trazado de rayos explícitamente, ya que de hecho en un dioptrio plano el aumento es 1 y no se suele realizar trazado de rayos en dioptrios planos, pero lo realizamos primero solamente para el dioptrio, enlazando con el trazado de rayos realizado en apartado b_1 donde los rayos llegaban al agua con cierta inclinación.

Representamos las rectas normales en los puntos donde los rayos realizan el cambio de medio y representamos cualitativamente de manera que para mayor índice de refracción el rayo esté más próximo a la normal.





Se puede hacer el mismo razonamiento también con la ley de Snell, asumiendo la aproximación paraxial con lo que tenemos que AB = A'B', y que para ángulo de incidencia θ_1 y para refractado θ_2 se cumple sen θ ≈ tg θ ≈ θ, por lo que sobre el diagrama podemos plantear

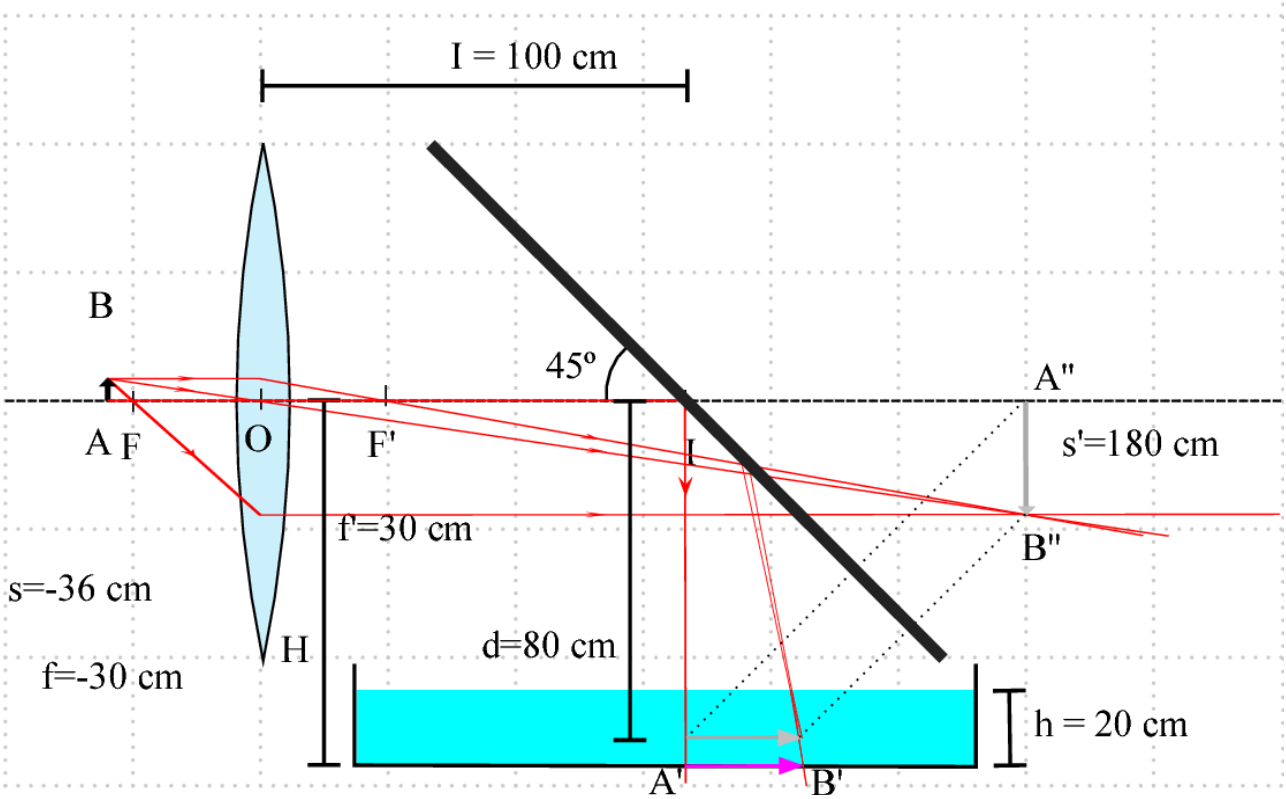
$tg\theta_1 = a/s$

$tg\theta_2 = a/s'$

$$n_1 sen\,\theta_1 = n_2 sen\,\theta_2 \Rightarrow 1\frac{a}{s} = \frac{4}{3}\frac{a}{s'} \Rightarrow s = \frac{3}{4}s' = \frac{3\cdot 20}{4} = 15\,cm$$

Incluimos también un trazado de rayos global, donde de nuevo la representación de rayos es densa, y algunos rayos se representan más finos para distinguirse. Hacerlo a mano alzada es confuso;

enlazando con las imágenes mostradas anteriores, se tiene que tener presente que la prolongación de los rayos procedentes del aire convergen en un punto más próximo a la superficie que los rayos refractados dentro del agua, que lo hacen a más distancia de la superficie. También es confuso el concepto de imagen y objeto: en las imágenes mostradas anteriores el observador está en el aire, y la imagen es el objeto que está más cerca de la superficie (asociable a la situación conocida de que, para un observador fuera del agua, la distancia aparente con la que se ven objetos dentro del agua es menor a la real) y el objeto es el más lejano a la superficie, pero en este caso es el objeto el más cercano a la superficie y la imagen el más lejano: la imagen es la asociada al cruce de los rayos en su propagación una vez refractados.



Con estos trazados se aprecia que el aumento no es exactamente 1, y puede surgir la duda de por qué si hemos usado un dioptrio plano el aumento no es 1, cuánto difiere de 1, y si ese aumento depende del tamaño del objeto de partida. Cualitativamente se ve que la razón es que el elemento óptico anterior al dioptrio no es realmente la lente, sino el espejo formando 45º que junto al tamaño del objeto original hace que los rayos asociados al punto B lleguen a la superficie de separación aire-agua con cierto ángulo (no ocurre para los rayos asociados al punto A). Pero al mismo tiempo si pensamos en la aproximación paraxial (el tamaño de objeto original es pequeño), ese rayo es "casi paralelo" al rayo asociado al punto A, por lo que el aumento es "casi 1".
Se podría intentar coger unos valores concretos y realizar los cálculos, comprobando que el uso de la ecuación del dioptrio es válido. También se podría realizar de manera genérica en función del tamaño original de la imagen, pero es un desarrollo largo y no se hace porque no se pide, aunque se comenta por encima como sería.
Para los rayos asociados al punto B habría que usar la ley de Snell de la refracciónу la geomería de la situación para calcularlo, y dejarlo en función del tamaño del objeto de partida.
Habría que calcular la coordenada x del punto de impacto del rayo que sale del punto B en el espejo inclinado 45º. Llamamos t al tamaño objeto (segmento AB) para no confundir y de tamaño con y de coordenada.
El rayo proveniente de B tras pasar por la lente es la recta que pasa por el punto (30,0) y por el punto (180,-5t)

$$\frac{x-30}{180-30}=\frac{y-0}{-5t-0}\Rightarrow(x-30)(-5t)=150\,y\Rightarrow y=t-\frac{x}{30}$$

El espejo es la recta que pasa por el punto (100,0) y tiene una pendiente -1

$$y=mx+n\Rightarrow y=-x+n\Rightarrow 0=-100+n\Rightarrow n=100\Rightarrow y=-x+100$$

Igualamos ambas ecuaciones:

$$t-\frac{x}{30}=-x+100\Rightarrow\frac{29}{30}x=100-t\Rightarrow x=\frac{30}{29}(100-t)$$

El rayo asociado a este rayo anterior que sale de este punto del espejo tras la reflexión es la recta que pasa por ese punto y por el punto donde se forma la imagen original, que es (-80,100+5t) Calcularíamos la ecuación de esta recta, y con ella el ángulo que forma con la normal a la superficie de separación aire-agua.
Aplicando la ley de Snell de refracción calcularíamos el ángulo asociado al rayo refractado, con lo que tendríamos la ecuación de ese rayo. Hallando el punto de corte de se rayo con el fondo del recipiente con agua (recta y=-73,3) podríamos saber el tamaño de la nueva imagen formada.
Se podría validar que si t es muy pequeño, el aumento debe ser aproximadamente 1.

Referencias:
http://www.fisica.ru/2017/theory/22_optica_instrumentos.php

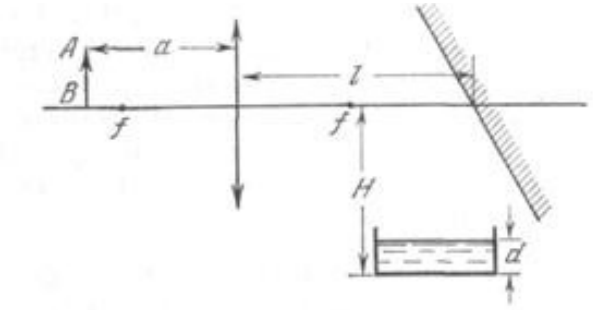
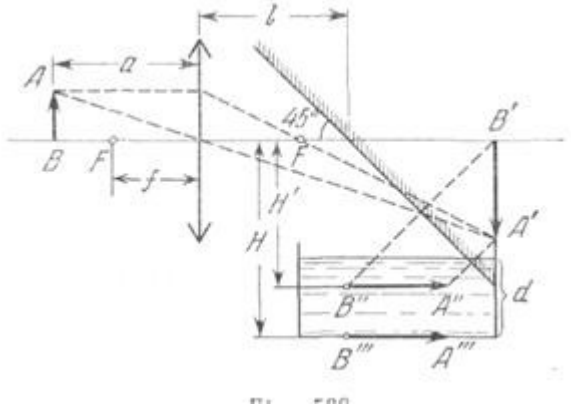


Fig. 256



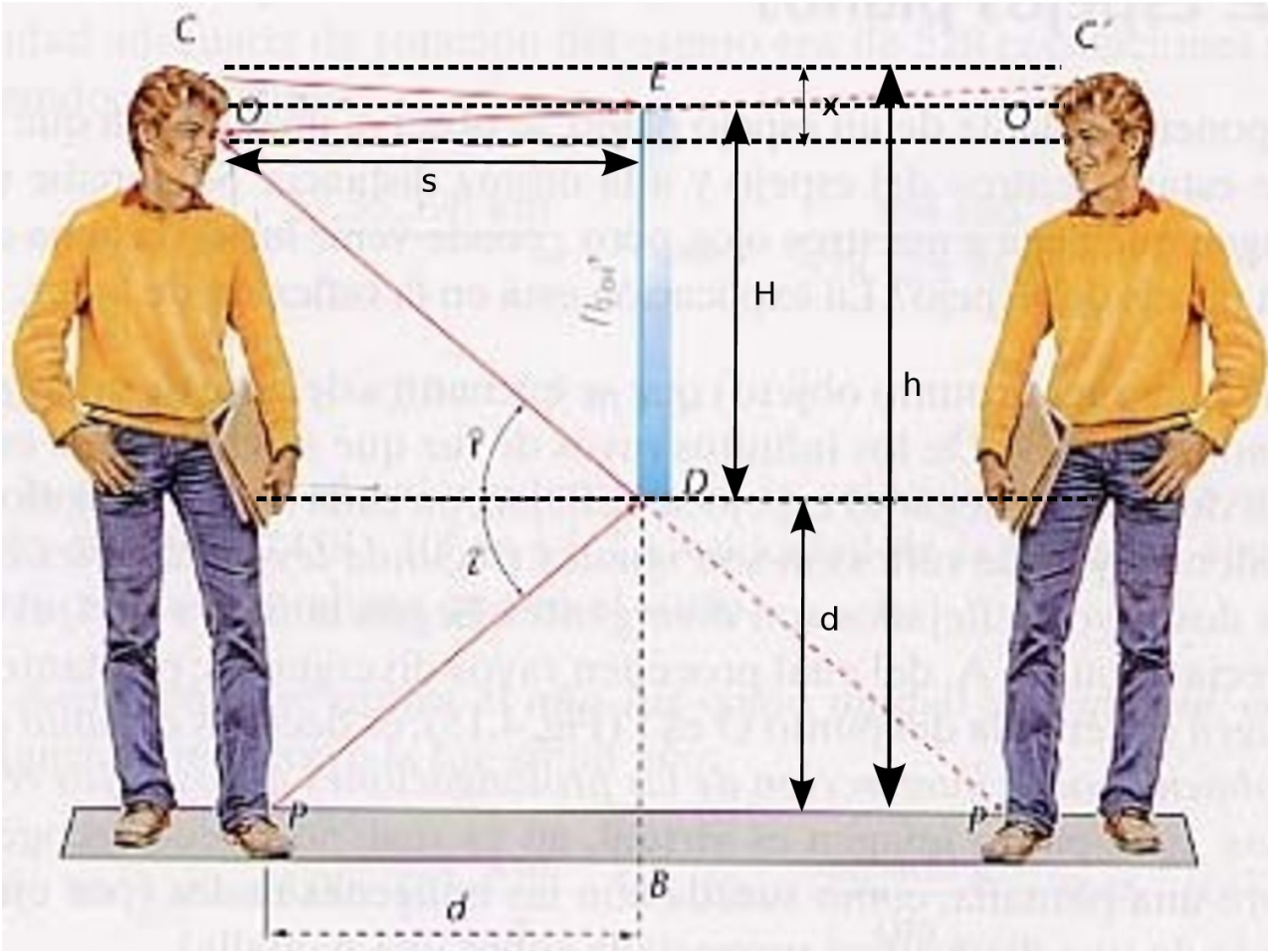
Ejercicio 771 donde se incluye figura 256, y coinciden los datos pero no la escala de la figura
Un objeto AB se encuentra a una distancia a=36 cm de una lente con distancia focal f=30 cm. A una distancia l=1 m, detrás de la lente está instalado un espejo plano, inclinado en 45° con relación al eje óptico (fig. 256). ¿A qué distancia H del eje óptico es necesario colocar el fondo de una cubeta con agua para obtener en él una imagen nítida del objeto? La profundidad del agua en la cubeta es d=20 cm.

enrique@fiquipedia.es Revisado 1 febrero 2016

1. ¿Qué tamaño mínimo, H, deberá tener un espejo plano y a qué altura d sobre el suelo deberá ser colocado para que un sujeto de altura h y separado una distancia s del espejo, vea reflejada su imagen completa? Nota: la distancia de los ojos a la parte superior de la cabeza es x.

Referencias:
http://webs.ono.com/manoloruizrojas/PDF/F2b_42_OP_OG.pdf A.4.1, resuelta al final
http://www.fisic.ch/cursos/primero-medio/reflexi%C3%B3n-de-la-luz-y-espejos-planos/

Se incluye un diagrama que parte de uno que aparece las dos referencias citadas, que no incluyen licenciamiento, pero puede que esté tomado de un material cyo licenciamiento se desconoce.



Utilizando las leyes de la reflexión, la altura de los ojos es 2d, la altura del espejo H=d+x/2, y la altura total h=2d+x.
Despejando en la segunda, d = (h-x)/2, y sustituyendo en la primera H=h/2 -x/2+x/2=h/2
La dimensión es la mitad de la altura de la persona, y no depende de la distancia s a la que esté la persona.
La altura d depende de la altura de la persona y de la distancia x de los ojos a la parte superior de la cabeza.

enrique@fiquipedia.es Revisado 2 febrero 2016
CC BY

2. Para medir la longitud de onda de un rayo láser se dispone de una red de difracción por transmisión de 600 líneas/mm. Al situar la red a una distancia de 45,0 cm de la pantalla, se observa que la distancia entre el máximo central y el primer máximo es de 18,4 cm.

a) Determine la longitud de onda del rayo láser.

b) Obtenga las posiciones sobre la pantalla de los 2º y 3º máximo principal.

c) Al iluminar una lámina de cesio con este láser se extraen electrones.

c.1. Determine la energía máxima de esos electrones.

c.2. Obtenga el momento lineal del electrón emitido y la longitud de onda asociada discutiendo si el cálculo es o no relativista.

Datos: Trabajo de extracción del cesio: 1,90 eV.

$h=6{,}626\times10^{-34}$ Js, $m_e=9{,}11\times10^{-31}$ kg, $e=1{,}60\times10^{-19}$ C

Referencias:

http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/phyopt/sinslit.html

http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/phyopt/sindoub.html#c1

http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica_/ondas/interfer/difraccion/difraccion.html

http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica_/ondas/interfer/redes/redes.html

Expresamos resultados con 3 cifras significativas, como todos los datos del enunciado (salvo constante de Planck con 4 cifras)

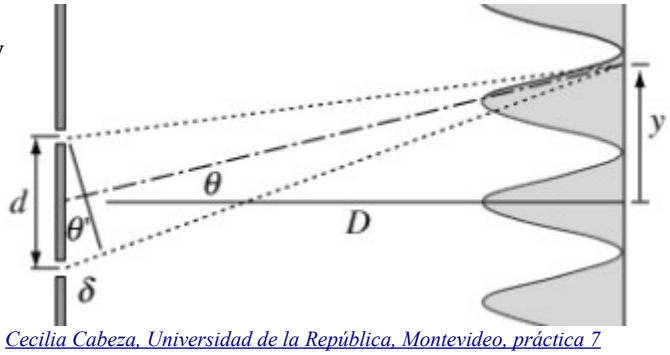
a) La indicación de que se trata de una red de "difracción por transmisión" nos indica que se trata de rendijas, que es lo habitual; el otro tipo de red de difracción sería de reflexión.

El dato asociado a la red nos indica la distancia entre rendijas de la red

$$600\frac{línea}{mm}\Rightarrow d=\frac{1}{600\frac{línea}{mm}}\approx 1{,}67\frac{\mu m}{línea}$$

La anchura de cada rendija no la conocemos, pero en general es menor que la separación entre rendijas, por lo que los nulos del diagrama de difracción (asociados al ancho de la ranura) están más separados que los nulos del diagrama de interferencia (asociados a la distancia entre ranuras), por lo que lo habitual es considerar solamente la interferencia.

Si realizamos un diagrama, esa distancia de la red es la distancia entre dos focos emisores (d) y es mucho mayor que la distancia a la pantalla. Para dos rendijas consecutivas, como la distancia D >>d, se tiene que desde ambas rendijas son casi paralelos, θ≈θ', y el desfase es δ=d·senθ.



Cecilia Cabeza, Universidad de la República, Montevideo, práctica 7

Un máximo es una interferencia constructiva, y se produce cuando los focos emiten en fase / de forma coherente (lo garantiza el ser un láser) y el desfase es un múltiplo de una longitud de onda, por lo que se debe cumplir d·senθ=n·λ, y para el primer máximo tras el máximo central se cumplirá d·senθ=λ.

Del diagrama podemos expresar que tan(θ)=y/D→ θ=arctan(18,4/45,0)=22,2º

(en este caso no podemos aproximar tan(θ)≈sen(θ)≈θ)

Despejando $\lambda=1{,}67\cdot10^{-6}\cdot\text{sen}(22{,}2º)=6{,}32\cdot10^{-7}$ m

Aparte de poder haber planteado directamente la ecuación $d\cdot sen(\theta_{máx}) = \pm n\,\lambda$ (n = 0,1,2…), se puede comentar un planteamiento geométrico: calcular la distancia desde el punto donde se

genera el máximo a cada uno de los focos, restarlos, y así obtener la longitud de onda.
La distancia de red es la distancia entre dos focos emisores; la distancia al centro será la mitad
Distancia desde el punto superior de rendija:

$$\sqrt{(0{,}45^2+(0{,}184-0{,}5\cdot 1{,}67\cdot 10^{-6})^2)}=0{,}48616489721152968594\,m$$

Distancia desde el punto inferior de rendija :

$$\sqrt{(0{,}45^2+(0{,}184+0{,}5\cdot 1{,}67\cdot 10^{-6})^2)}=0{,}48616426516219517 9\,m$$

Diferencia camino desde ambos focos:
0,48616489721152968594-0,486164265162195179= 6,32·10^{-7} m
El resultado es el mismo, pero esta manera de hacerlo depende de la precisión / número de cifras que maneje la calculadora

b) Segundo máximo:

$$d\cdot sen(\theta_{n=2})=2\cdot\lambda\rightarrow\theta_{n=2}=arcsen(\frac{2\cdot 6{,}32\cdot 10^{-7}}{1{,}67\cdot 10^{-6}})=49{,}2^{o}$$

Altura en pantalla y_2=45,0·tan(49,2º)=52,1 cm

Tercer máximo

$$d\cdot sen(\theta_{n=3})=3\cdot\lambda\rightarrow\theta_{n=3}=arcsen(\frac{3\cdot 6{,}32\cdot 10^{-7}}{1{,}67\cdot 10^{-6}})\Rightarrow No\,existe$$

c)

c.1 El apartado menciona "energía máxima", sin especificar el tipo de energía. Calculamos la energía **cinética** máxima (ver PAU 2010-Junio-Coincidentes-B-Cuestión 3)

La frecuencia asociada a esa longitud de onda es

$$c=\frac{\lambda}{T}=\lambda\, f\Rightarrow f=\frac{c}{\lambda}=\frac{3\cdot 10^{8}}{6{,}32\cdot 10^{-7}}=4{,}75\cdot 10^{14}\,Hz$$

La energía asociada a un fotón de esa radiación

$$E=h\,f=6{,}626\cdot 10^{-34}\cdot 4{,}75\cdot 10^{14}=3{,}15\cdot 10^{-19}\,J$$

De acuerdo a la expresión para el efecto fotoeléctrico

$$E_{incidente}=W_0+E_{cmáx}\Rightarrow E_{cmáx}=E_{incidente}-W_0$$

El trabajo de extracción en Julios, dado que 1eV = 1,60·10^{-19} J es de 1,90·1,60·10^{-19}=3,04·10^{-19} J

$E_{cmáx}$=3,15·10^{-19}-3,04·10^{-19}=1,10·10^{-20} J

c.2 La calculamos utilizando a priori la expresión no relativista

$$E_c=\frac{1}{2}m\,v^2\Rightarrow v=\sqrt{\frac{2\,E_c}{m}}=\sqrt{\frac{2\cdot 1{,}10\cdot 10^{-20}}{9{,}11\cdot 10^{-31}}}=1{,}55\cdot 10^{5}\,m/s$$

Momento lineal: p=mv = 9,11·10^{-31}·1,55·10^{5}=1,41·10^{-25} kg m s^{-1}

Longitud de onda de De Broglie asociada: λ=h/p=6,626·10^{-34}/1,41·10^{-25}=4,70·10^{-9} m

Aunque se aprecia que v<<c, comprobamos que es válida la aproximación no relativista.

$$\beta=\frac{v}{c}=\frac{1{,}55\cdot 10^{5}}{3{,}00\cdot 10^{8}}=5{,}17\cdot 10^{-4}=5{,}17\cdot 10^{-2}\,\%$$

$$\gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}=\frac{1}{\sqrt{1-(5{,}17\cdot 10^{-4})^2}}\approx 1{,}00000013$$

Se suele hablar de velocidades relativistas asociándolas de manera práctica a v≥0,14c, ya que para en ese caso γ difiere de la unidad en un 1%.

B5. Una lent de radis 40 mm i -60 mm, espesor 4 mm i índex 1,5, està platejada en la seva cara posterior. Donat un objeto a l'eix a -100 mm de la primera cara, calcula la posició de la imatge final

Una lente de radios 40 mm y -60 mm, espesor 4 mm e índice 1,5, está plateada en su cara trasera. Dado un objeto en el eje a -100 mm de la primera cara, calcula la posición de la imagen final

Ecuación de lentes gruesas en Cantabria 2024 D5
https://espanol.libretexts.org/Fisica/Optica/%C3%93ptica_Geom%C3%A9trica_(Tatum)/02%3A_C%C3%A1lculos_de_lentes_y_espejos/2.11%3A_Lentes_Gruesas
2.11 Thick Lenses https://www.astro.uvic.ca/~tatum/goptics/geomop2.pdf
Thick Lenses Systems between Arbitrary Index of Refraction Optical Media. A Simple Optical Model for the Human Eye https://pubs.sciepub.com/ijp/9/6/1/
Thick Lenses and the ABCD Formalism
https://www.sjsu.edu/faculty/beyersdorf/Archive/Phys158F06/10-12%20Thick%20Lenses%20and%20the%20ABCD%20formalism.pdf

La cara plateada la consideramos como un espejo
Usando convenio de signos DIN 1335, R_1=40 mm implica cara convexa y R_2=-60 mm indica también convexa: es una lente biconvexa y el espejo es cóncavo.
No es válido plantear usar la ecuación de constructor de lentes gruesas asumiendo que está inmersa en aire, n_m=1, porque eso asumiría que hay refracción en ambas caras, y en la cara plateada solo hay reflexión $\frac{1}{f'}=(n_l-n_m)\left[\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}+\frac{(n_l-n_m)d_l}{n_l R_1 R_2}\right]$
Hay que plantear como un dioptrio esférico más un espejo y de nuevo diopotrio esférico de la reflexión.
1. Refracción del aire al vidrio por la primera cara

$$\frac{n'}{s'}-\frac{n}{s}=\frac{n'-n}{r}\Rightarrow\frac{1,5}{s'}-\frac{1}{-100}=\frac{1,5-1}{40}\Rightarrow s'=\frac{1,5}{\frac{0,5}{40}-\frac{1}{100}}=600\,mm$$

2. Reflexión en el espejo formado por la segunda cara plateada
La posición respecto al espejo es 600-4=596 mm, positiva.

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{2}{r}\Rightarrow\frac{1}{s'}-\frac{1}{596}=\frac{2}{-60}\Rightarrow s'=\frac{1}{\frac{2}{-60}-\frac{1}{596}}=-28,56\,mm$$

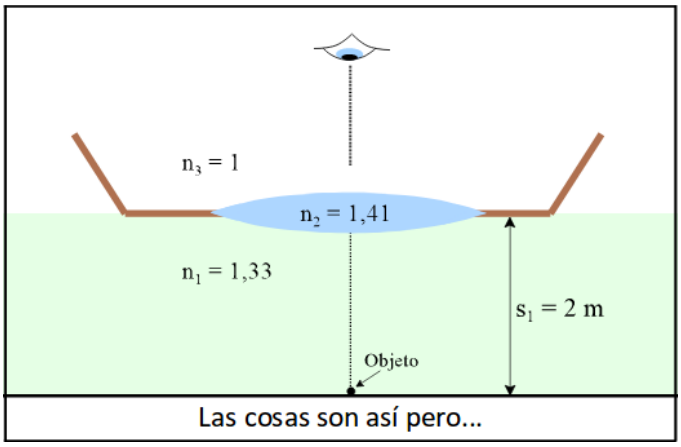
3. Refracción del vidrio al aire por la primera cara
Ahora la luz viaja de derecha a izquierda, por lo que las posiciones a la derecha del dioptrio vidrio aire son negativas y a la izquierda positivas. Con este nuevo criterio tenemos que la posición del objeto es de -28,56+4=-24,56 mm (a la derecha del dioptrio) y el radio del dioptrio ahora es negativo, -40 mm

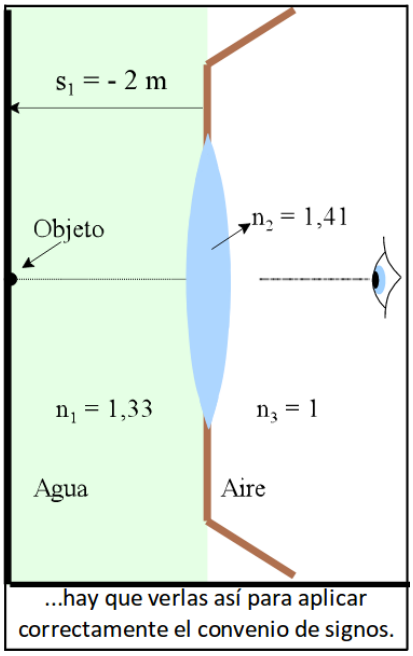
$$\frac{n'}{s'}-\frac{n}{s}=\frac{n'-n}{r}\Rightarrow\frac{1}{s'}-\frac{1,5}{-24,56}=\frac{1-1,5}{-40}\Rightarrow s'=\frac{1}{\frac{0,5}{40}-\frac{1,5}{24,56}}=-20,59\,mm$$

Eso implica 20,59 mm a la derecha del diopotrio, lo que supone 16,59 mm a la derecha de la cara plateada, y la imagen sería virtual. No hacemos trazado (escala 600 mm vs 4 mm lo hace difícil)

6. En el fondo de una barca hay una pieza circular de vidrio que hace de lente y facilita la visión subacuática. El índice de refracción del aire es 1, el del agua 1,33 y el del vidrio 1,41. La pieza de vidrio, que podemos considerar como una lente delgada, tiene forma biconvexa con el mismo radio de curvatura en ambas caras. Si la distancia entre el fondo del río, por donde navega la barca, y el vidrio es de 2 m. ¿Qué radio de curvatura tendrán las caras de la lente para que haga el papel de lupa de 3 aumentos al mirar el fondo del río?

Comentado por sleepylavoisier en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=6098&p=27514#p27441
Es un ejercicio resuelto en las referencias asociadas a esta imagen





Imágenes tomadas de
http://www.fisicaenppt.esy.es/Problemas_de_%C3%93ptica_Geom%C3%A9trica.pdf#page=43
Problemas de óptica geométrica, Julio V. Santos
Problema 35

El eje óptico sería vertical, y el sentido de propagación de rayos sería de abajo hacia arriba, pero lo consideramos de izquierda a derecha. Utilizando el convenio de signos DIN 1335, s=-2 m.

Hay varios sistemas ópticos, lo podemos plantear de dos maneras:
Planteamiento 1. Dos dioptrios esféricos
Referencias
En las referencias asociadas a las imágenes de Julio V. Santos está resuelto como 2 dioptrios.
http://www.ub.edu/javaoptics/teoria/textguia_es.pdf
Aumento lateral, página 10, ecuación 1.7

Para cada dioptrio se puede plantear el aumento lateral $\beta' = \frac{y'}{y} = \frac{n}{n'}\frac{s'}{s}$

La combinación de los dos dioptrios tiene como aumento total la multiplicación de ambos aumentos

$$\beta' = \beta'_1 \cdot \beta'_2$$

$$\beta'_1 = \frac{n_1}{n_2'}\frac{s_1'}{s_1} = \frac{1,33}{1,41}\cdot\frac{s'_1}{(-2)} = \frac{-1,33}{2,82}s'_1$$

La imagen del primero es el objeto del segundo: $s'_1 = s_2$

$$\beta'_2 = \frac{n_2}{n_3'}\frac{s_2'}{s_2} = \frac{1,41}{1}\cdot\frac{s'_2}{s'_1} = 1,41\frac{s'_2}{s'_1}$$

Combinando ambas

$$\beta' = \frac{-1,33}{2,82} \cancel{s'_1} 1,41 \frac{s'_2}{\cancel{s'_1}} = -0,665\, s'_2$$

Como el aumento total es 3

$$3 = -0,665\, s'_2 \Rightarrow s'_2 = -4,511\, m$$

Planteamos la invariante de Abbe en cada dioptrio $\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n'-n}{r}$

Ambos tienen mismo radio pero signo distinto

Primer dioptrio: r_1=r (positivo) $\frac{1,41}{s'_1} - \frac{1,33}{-2} = \frac{1,41-1,33}{r}$

Segundo dioptrio: r_2=-r (negativo) $\frac{1}{-4,511} - \frac{1,41}{s_2} = \frac{1-1,41}{-r}$

La imagen del primero es el objeto del segundo: $s'_1 = s_2$, por lo que sumando

$$\frac{-1,33}{-2} + \frac{1}{-4,511} = \frac{0,08+0,41}{r} \Rightarrow r = \frac{0,49}{\frac{-1,33}{-2} + \frac{1}{-4,511}} = 1,105\, m$$

Planteamiento 2. Utilizamos superposición de efectos.

Referencias:

Ejemplo óptica geométrica con superposición elementos: 2000 Madrid X1

https://ocw.upc.edu/curs_publicat/370504/2011/1

PROBLEMAS DE ÓPTICA GEOMÉTRICA E INSTRUMENTAL, Unidad 9:9.2 Asociación de lentes delgadas y dioptrios planos, Jaume Escofet, página 8 "Caso 1: Dioptrio plano o asociación de dioptrios planos situados delante de la lente L."

PROBLEMAS DE ÓPTICA GEOMÉTRICA E INSTRUMENTAL, Unidad 8: 8.3 Asociación de lente delgada y dioptrios planos, Jaume Escofet

Comentario para ejercicio 1 que refleja idea superposición:

1. Se determina, en primer lugar, la imagen que forma el conjunto dioptrios planos. A continuación, considerando la imagen anterior domo el objeto para la lente L, se determina la imagen que forma dicha lente

En la superposición usamos subíndice 1 para el primer efecto y 2 para el segundo.

Planteamos primero el efecto del dioptrio entre agua (n) y aire (n'), pero es importante tener presente que no es la superposición con un dioptrio plano que tendría aumento 1, sino con un dioptrio esférico cuyo radio de curvatura coincide con el de la lente, en este caso dioptrio convexo con r positivo.

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n'-n}{r} \rightarrow$$

$$\frac{1}{s_1'} - \frac{1,33}{-2} = \frac{1-1,33}{r} \Rightarrow \frac{1}{s_1'} = \frac{-1,33}{2} - \frac{0,33}{r} \Rightarrow s_1' = \frac{1}{\frac{1,33}{-2} - \frac{0,33}{r}} = \frac{-2r}{1,33r+0,66}$$

$$\beta' = \frac{y'}{y} = \frac{n}{n'}\frac{s'}{s} \rightarrow A_1 = \frac{n_1 s'_1}{n_2 s_1} = \frac{1,33}{1\cdot(-2)} s_1' = \frac{1,33\cdot(-2r)}{-2\cdot(1,33r+0,66)} = \frac{1,33r}{1,33r+0,66}$$

Luego superponemos el efecto de la lente, tomando la posición de la imagen del dioptrio como objeto de la lente: la imagen del primero es el objeto del segundo: $s'_1 = s_2$

$$A = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \rightarrow A_2 = \frac{s_2'}{s_2}$$

Sabemos que el aumento total es 3

$$A = A_1 \cdot A_2 = 3 \Rightarrow \frac{1,33}{-2}\frac{s_2'}{s_1'} = 3 \Rightarrow s_2' = \frac{-2 \cdot 3}{1,33} = -4,51\, m$$

Para calcular el radio usamos la fórmula del constructor de lentes, y debemos asumir un medio en el que está inmersa, n_L es el índice relativo al medio; el efecto aire-agua ya lo hemos tenido en cuenta al tratar el dioptrio plano, y surge la duda de si usar sobre aire o sobre agua. Tomamos inmerso en aire.

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = (n_L - 1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

Como el radio de curvatura es el mismo en ambas caras, $r=R_1=-R_2$

$$\frac{1}{s_2'} - \frac{1}{s_2} = (1,41 - 1)\frac{2}{r} \Rightarrow \frac{1}{s_2'} = \frac{1}{s_2} + \frac{0,82}{r}$$

Como $s'_1=s_2$, planteamos $1/s_2 = 1/s_1'$, y usando el valor de s_2' ya calculado

$$\frac{1}{-4,51} = \left(\frac{-1,33}{2} - \frac{0,33}{r}\right) + \frac{0,82}{r} = \frac{-1,33}{2} + \frac{0,49}{r} \Rightarrow r = \frac{0,49}{\frac{1}{-4,51} + \frac{1,33}{2}} = 1,105\, m$$

Mirando referencias, otra opción sería no ambiar la posición del objeto, sino la posición del foco de la lente. Una lente inmersa en dos medios distintos tiene distancias focales distintas, no se usaría la ecuación del constructor de lentes habitual.
Para hacer el trazado de rayos, se haría tras calcular los focos asociados a cada uno de los dos dioptrios, distintos: primero trazado sobre dioptrio izquierdo, y la imagen de éste luego se usa como objeto para trazado con dioptrio derecho.

enrique@fiquipedia.es Revisado 15 octubre 2023
CC BY SA

FÍSICA

4.- Un espello esférico cóncavo, de 1 m de radio, está enfronte dun espello plano colocado perpendicularmente ao eixo do espello, como se ve na figura. A distancia entre os dous espellos é 1,70 m. A 30 cm do espello plano e, apoiada sobre o eixo, atópase unha frecha obxecto de 2 cm de altura, de maneira que calquera raio que parte dela, reflíctese primeiro no espello plano e despois no esférico. Determinar:
a) A posición da imaxe final.
b) O tamaño da imaxe final, indicando se é real ou virtual.
c) Se a reflexión se producise primeiro no espello cóncavo e despois no plano, ¿obteríase o mesmo resultado?. Xustifica a resposta representándoa graficamente.

4. Un espejo cóncavo esférico, de 1 m de radio, está en frente de un espejo plano colocado perpendicular al eje del espejo, como se muestra en la figura. La distancia entre ambos espejos es de 1,70 m. A 30 cm del espejo plano y, apoyada sobre el eje, se encuentra una flecha objeto de 2 cm de altura, de modo que cualquier rayo que parte de ella, se refleja primero en el espejo plano y después en el esférico. Determinar:
a) La posición de la imagen final.
b) El tamaño de la imagen final, indicando si es real o virtual.
c) Si la reflexión se produjese primero en el espejo cóncavo y después en el plano, ¿se obtendría el mismo resultado?. Justifica la respuesta representándola gráficamente.

Referencia:
2001-Valencia-F4 donde también se razona si la imagen final es real o virtual habiendo sido virtual en un punto intermedio.

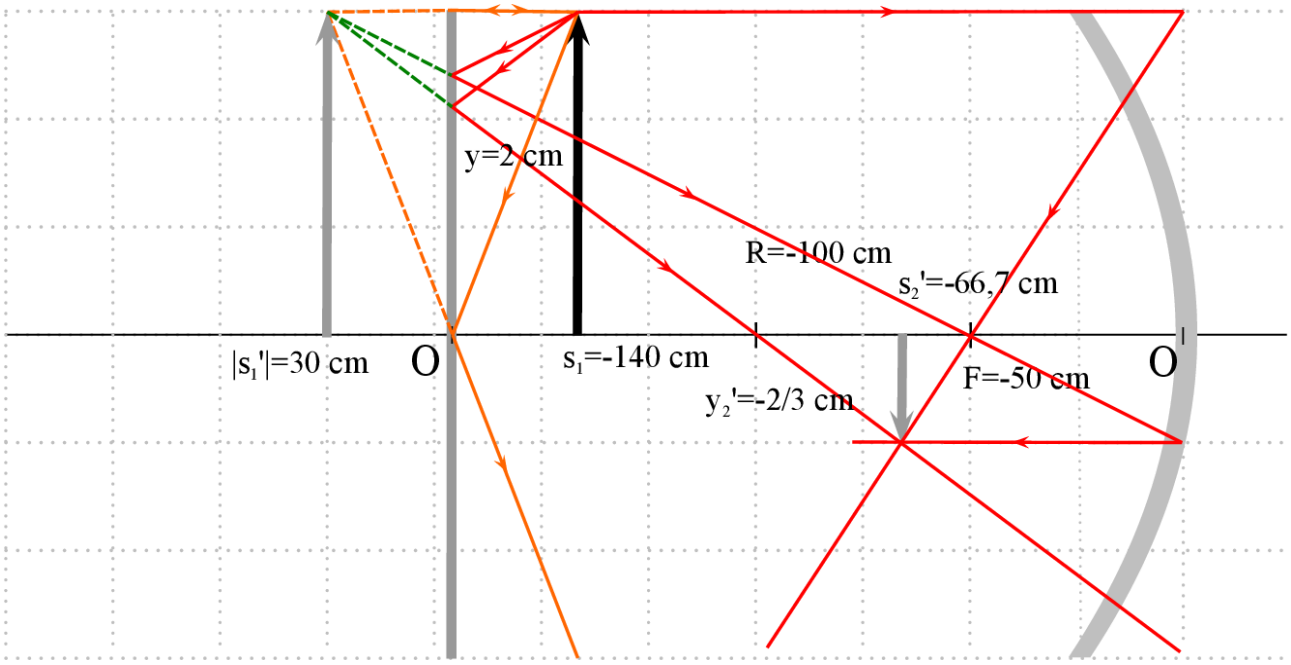
No se dispone de enunciado original con la figura citada, pero leyendo el enunciado completo se ve que es un espejo plano en frente de uno cóncavo. Según convenio DIN 1335 los rayos parten del objeto y se propagan de izquierda a derecha, por lo que si se dice que inciden primero en el espejo plano, se puede pensar que el dibujo tendría el espejo plano a la derecha; tiene sentido que sea así para que sea "más lioso" pensar cómo tratar luego los signos en el cóncavo.
La idea esencial es que cuando tenemos un sistema óptico formado por varios elementos aplicamos superposición: consideramos el primer elemento por el que pasan los rayos, y la imagen obtenida la utilizamos como objeto del siguiente elemento, realizando las transformaciones necesarias para adaptar el nuevo centro óptico y eje óptico al nuevo elemento que tratemos.
Para poder utilizar las ecuaciones de espejos asumimos aproximación paraxial, que podemos ver que se cumple cualitativamente: tenemos distancias de m frente a tamaño de objeto de cm. y/f=2/50=0,04, y el error de asumir 0,04=sen(0,04) es inferior al 1%, aceptable.
a) Planteamos primero el espejo plano a la derecha del objeto, que según convenio DIN 1335 tendrá una posición s_1=-30 cm, y una imagen s_1'=30 cm.
Esa imagen del espejo plano pasa a ser el objeto del espejo cóncavo que es el nuevo elemento óptico, pero ahora tenemos que cambiar eje óptico: los rayos yendo de izquierda a derecha implica que la posición del objeto s_2=-170-30=-200 cm, a la izquierda del espejo que transformando las referencias pasa a estar a la derecha. Con esta transformación, como el espejo es cóncavo, su radio es negativo, R=-100 cm.
Planteamos la ecuación para el espejo:

$$\frac{1}{s_2'}+\frac{1}{s_2}=\frac{1}{f}=\frac{2}{R}\Rightarrow s_2'=\frac{1}{\frac{2}{R}-\frac{1}{s_2}}=\frac{1}{\frac{2}{-100}-\frac{1}{-200}}=\frac{-200}{3}\approx -66{,}7\,cm$$

Esta posición está medida respecto al espejo cóncavo y en dirección hacia el espejo plano.

b) El aumento de un espejo plano es la unidad y no lo tenemos en cuenta.

$$A=\frac{y_2'}{y_2}=\frac{-s_2'}{s_2}=\frac{200}{3\cdot(-200)}=\frac{-1}{3}\Rightarrow y_2'=\frac{-1}{3}\,y_2=\frac{-2}{3}\,cm$$



Para razonar si es real o virtual hacemos el trazado de rayos (aunque en este apartado no se pide explícitamente en el siguiente se pide indirectamente para razonar si son iguales), pero podemos ver cualitativamente que si está en una posición "delante del espejo plano" no es virtual para el espejo plano y será real. Es real si los rayos se cortan en su recorrido, no sus prolongaciones.

c) Ahora planteamos que primero s_1=-140 cm para el espejo cóncavo, y usamos la ecuación del espejo con la nueva referencia.

$$\frac{1}{s_1'}+\frac{1}{s_1}=\frac{1}{f}=\frac{2}{R}\Rightarrow s_1'=\frac{1}{\frac{2}{R}-\frac{1}{s_1}}=\frac{1}{\frac{2}{-100}-\frac{1}{-140}}=\frac{-700}{9}\approx-77{,}8\,cm$$

Esa posición de imagen es respecto al espejo cóncavo, y esa imagen del espejo cóncavo pasa a ser el objeto del espejo plano que es el nuevo elemento óptico, pero ahora tenemos que cambiar eje óptico: los rayos van de izquierda a derecha, e implica que la posición del objeto respecto al espejo es negativa respecto al espejo, y su valor depende de la distancia de 170 cm entre ambos

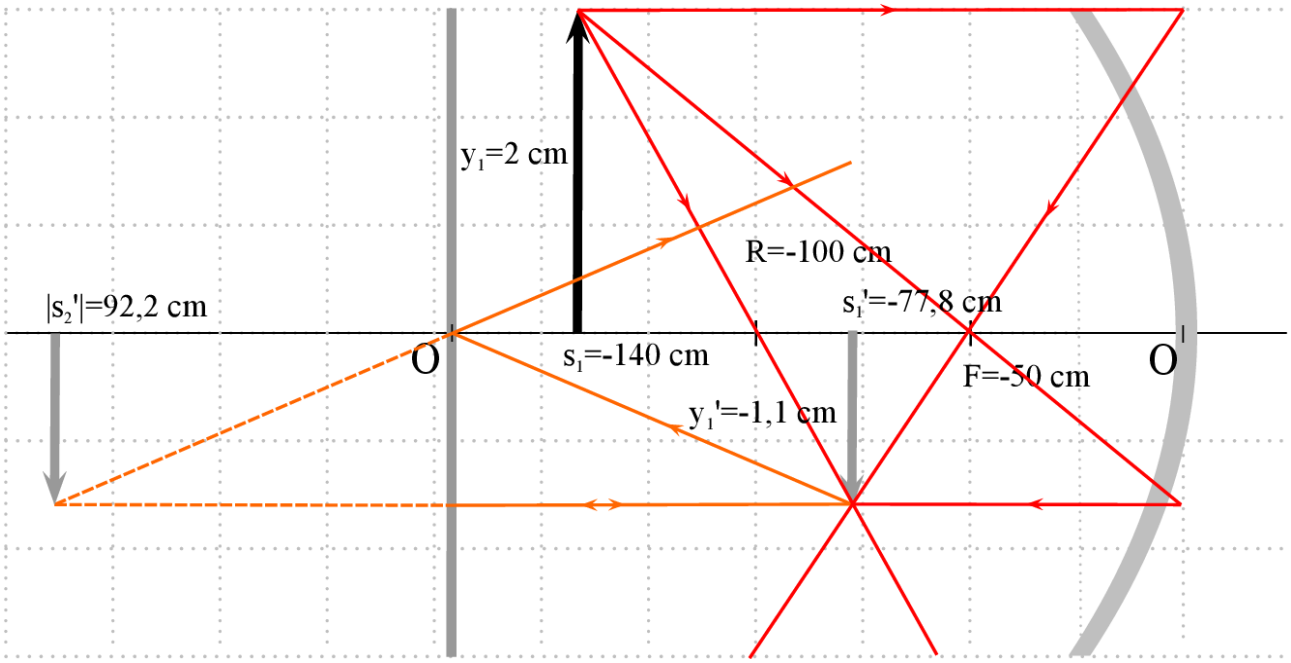
$$s_2=-\left(\frac{-700}{9}+170\right)=\frac{-830}{9}\approx-92{,}2\,cm$$

Esta es una posición a la izquierda del espejo plano tras la trasformación de referencias.

Por lo tanto la imagen se forma a 92,2 cm del espejo plano, "detrás de él", siendo virtual.

Realizamos el trazado de rayos, y calculamos el aumento para validar si coincide con lo representado; el aumento de un espejo plano es la unidad y no lo tenemos en cuenta.

$$A=\frac{y_1'}{y_1}=\frac{-s_1'}{s_1}=\frac{-(-700)}{9\cdot(-140)}=\frac{-5}{9}\approx-0{,}56\Rightarrow y_1'=\frac{-5}{9}\,y_2=\frac{-10}{9}\approx-1{,}11\,cm$$



La respuesta a la pregunta es que no se obtiene el mismo resultado. Estando entre ambos espejos, los rayos pueden ir hacia ambos lados, y cada espejo forma una imagen, que no coinciden. Que haya varias imágenes no lo veo cualitativamente mal, es como ponerse en un ascensor entre dos espejos y ver múltiples imágenes que se van repitiendo asociadas a múltiples reflexiones en cada espejo, cada una con una posición; en este problema también habría múltliples imágenes, pero solamente calculamos las primeras.

Enunciado no oficial/aproximado.
2.- Un espello esférico convexo, que actúa de retrovisor dun coche parado, proporciona unha imaxe virtual dun vehículo que se aproxima con velocidade constante. O tamaño de dita imaxe é igual a 1/10 do tamaño real do vehículo cando este se atopa a 8 m do espello. Determina:
a) ¿Cal é o radio de curvatura do espello?
b) ¿A qué distancia do espello se forma a correspondente imaxe virtual?
c) Un segundo despois a imaxe observada no espello duplicouse. ¿A qué distancia do espello se atopa agora o vehículo?
d) ¿Cal era a súa velocidade?

2. Un espejo esférico convexo, que actúa de retrovisor de un coche parado, proporciona una imagen virtual de un vehículo que se aproxima con velocidad constante. El tamaño de esta imagen es igual a 1/10 de la tamaño del vehículo cuando está a 8 m espejo. Determina:
a) ¿Cuál es el radio de curvatura del espejo?
b) ¿A qué distancia del espejo se forma la correspondiente imagen virtual?
c) Un segundo más tarde, la imagen observada en el espejo se duplica. ¿A qué distancia del espejo está ahora el vehículo?
d) ¿Cuál es su velocidad?

Referencias
LA FÍSICA EN PROBLEMAS. Félix A. González. Editorial TEBAR FLORES, S.L. Albacete. 1995. ISBN 84-7360-141-6. Página 557.

a) Utilizamos la ecuación de los espejos asumiendo aproximación paraxial.
$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}$ Donde $f=\frac{R}{2}$ y el aumento es $A=\frac{-s'}{s}=\frac{y'}{s}$
En un espejo convexo la imagen siempre es menor y no invertida, por lo que el aumento es positivo
$A=\frac{-s'}{s}=\frac{1}{10}\Rightarrow s'=\frac{-s}{10}$
Según convenio DIN 1335, la posición del objeto es negativa, s=-8 m, y el radio del espejo convexo será positivo. $\frac{10}{-s}+\frac{1}{s}=\frac{2}{R}\Rightarrow\frac{10}{-(-8)}+\frac{1}{-8}=\frac{10-1}{8}=\frac{2}{R}\Rightarrow R=\frac{2\cdot 8}{9}=\frac{16}{9}\,m\approx 1{,}78\,m$
b) $s'=\frac{-s}{10}=\frac{-(-8)}{10}=\frac{8}{10}m$ Según convenio DIN 1335 el valor positivo es detrás del espejo, a la derecha del centro óptico.
c) Si la imagen se duplica, el aumento se duplica, ya que el objeto ha podido cambiar de posición, pero no de tamaño. Usamos subíndice 2 para la nueva situación, y subíndice 1 para la anterior.
$A_2=\frac{-s_2'}{s_2}=\frac{y_2'}{y_2}=\frac{2}{10}\Rightarrow s_2'=-s_2\frac{2}{10}$
$\frac{1}{s_2'}+\frac{1}{s_2}=\frac{2}{R}\Rightarrow-\frac{10}{2s_2}+\frac{1}{s_2}=\frac{9}{8}\Rightarrow\frac{-10+2}{2s_2}=\frac{9}{8}\Rightarrow s_2=\frac{-8\cdot 8}{2\cdot 9}=\frac{-32}{9}\,m\approx-3{,}56\,m$
d) Como se indica que va a velocidad constante, utilizamos las ecuaciones del movimiento uniforme, calculando velocidad como cociente entre distancia recorrida, que es la diferencia entre posiciones, y el tiempo, que es 1 segundo.
$v=\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{s_2-s_1}{\Delta t}=\frac{-3{,}56-(-8)}{1}=4{,}44\,m/s$

3. Se tiene una lente biconvexa de vidrio (n=1,5) de potencia 2,5 dp, el radio de una de las caras es de 60 cm. Determinar:
a.- El radio de la otra cara (considerar la lente como delgada)
b.- Delante de ella, a 50 cm, se coloca un objeto de 3 cm de altura, determinar la posición de la imagen.
c.- Calcular el tamaño de la imagen anterior y su aumento. ¿Cómo es la imagen obtenida?
d.- Si se coloca otra lente divergente del mismo vidrio, de potencia 4 dp, al lado de la anterior ¿cual será la potencia del sistema?

Comentario: enunciado usa dp, pero no hay un símbolo oficial para la dioptría.
http://www.boe.es/buscar/act.php?id=BOE-A-2010-927#civ
(k) Esta unidad no está recogida en los documentos adoptados por la Conferencia General de Pesas y Medidas.

a) Utilizamos la ecuación del constructor de lentes $\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=(n_L-1)(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2})=\frac{1}{f'}$ y la definición de potencia $P=\frac{1}{f'}$ P en dioptrías si f' está expresada en m.

Como es biconvexa, es convergente y según convenio DIN 1335 f'>0, un radio será positivo y otro negativo. Tomamos R_1=0,6 m para que f'>0.

$$(1,5-1)(\frac{1}{0,6}-\frac{1}{R_2})=2,5\Rightarrow-\frac{1}{R_2}=\frac{2,5}{0,5}-\frac{1}{0,6}=\frac{2,5\cdot6-5}{3}=\frac{10}{3}\Rightarrow R_2=\frac{-3}{10}=-0,3\,m$$

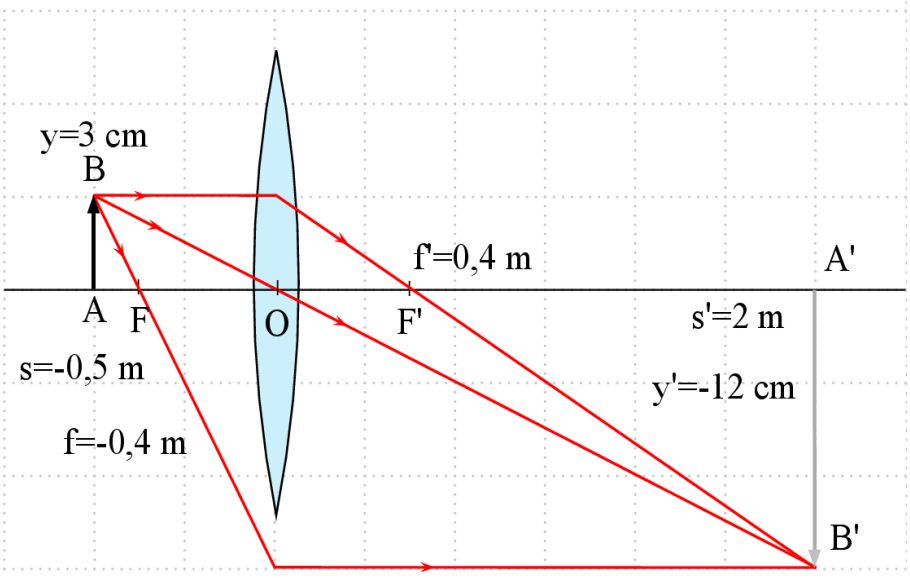
b) Según convenio de signos DIN 1335, s=-0,5 m

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}\Rightarrow\frac{1}{s'}-\frac{1}{-0,5}=\frac{1}{0,4}\Rightarrow s'=\frac{1}{\frac{1}{0,4}-\frac{1}{0,5}}=2\,m$$

c) $A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=\frac{2}{-0,5}=4$

$y'=4\cdot y=4\cdot3=12\,cm$

La imagen obtenida es mayor, invertida y real.
Se incluye trazado de rayos aunque no se pide explícitamente



d) Según convenio de signos DIN 1335 la potencia de una lente divergente es negativa.
Si se colocan dos lentes juntas, la potencia resultante es la suma de potencias, por lo que la potencia total será 2,5 – 4 = -1,5 dp

PARA LA INTEGRACIÓN POR PRIMERA VEZ EN LAS LISTAS DE ESPERA, se necesita el siguiente requisito:
-Obtener en la citada prueba una puntuación igual o superior a cinco
-O bien, obtener en el ejercicio 1 (1A y 1B) una puntuación igual o superior a cinco

2B.- Dos lentes convergentes delgadas se colocan con una separación de 60 cm. La primera lente tiene una distancia focal de 10 cm y la segunda de 15 cm. Si un objeto de 4 cm de altura se cola a 20 cm de la primera lente, ¿cuáles son la posición, el tamaño y las características de la imagen final? Especificar el criterio de signos aplicado.

Usamos el convenio de signo DIN 1335, y asumimos lentes convergentes, de modo que la distancia focal imagen es positiva, f'_1=10 cm y f'_2=15 cm. La posición es negativa s_1=-20 cm, y_1=4 cm.

Usamos la ecuación de lentes válida en aproximación paraxial $\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$

Con la primera lente

$$\frac{1}{s'_1}-\frac{1}{-20}=\frac{1}{10}\Rightarrow s'_1=\frac{1}{\frac{1}{10}-\frac{1}{20}}=20\,cm \qquad A_1=\frac{y_1'}{y_1}=\frac{s_1'}{s_1}=\frac{20}{-20}=-1 \quad y'_1=-y_1=-4 \text{ cm}$$

Para la segunda lente, $s_2=s'_1-d=20-60=-40$ cm. $y_2=y'_1$

Con la segunda lente

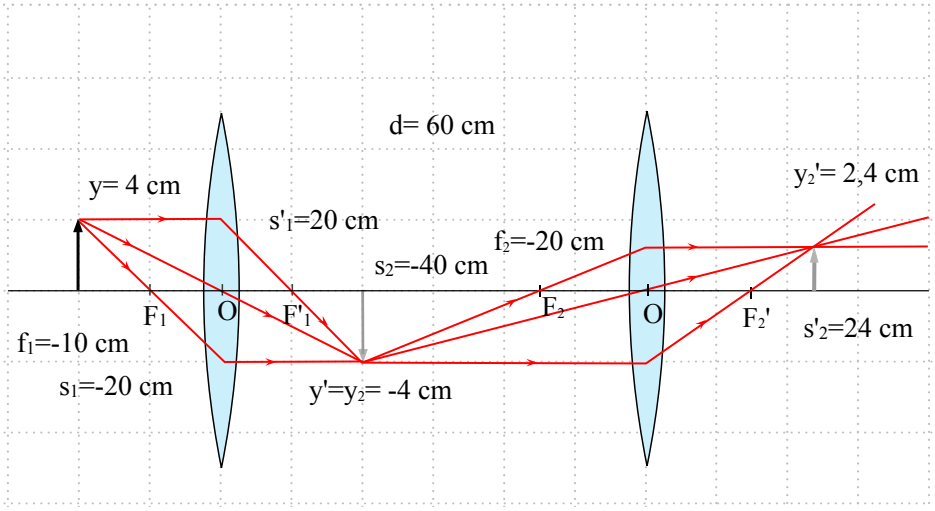
$$\frac{1}{s'_2}-\frac{1}{-40}=\frac{1}{15}\Rightarrow s'_2=\frac{1}{\frac{1}{15}-\frac{1}{40}}=24\,cm \qquad A_2=\frac{y_2'}{y_2}=\frac{s_2'}{s_2}=\frac{24}{-40}=-0,6 \quad y'_2=-0,6\cdot y_2=2,4 \text{ cm}$$

El aumento total es $A_{total}=\frac{y_2'}{y_1}=\frac{y_2'}{y_2}\cdot\frac{y_2}{y_1}=\frac{y_2'}{y_2}\cdot\frac{y_1'}{y_1}=A_2\cdot A_1$ En este caso A_{total}=0,6

La posición de la imagen final es s'_2=24 cm, su tamaño y'_2=2,4 cm y sus características son menor (respecto a la imagen original), invertida (respecto a imagen original) y real

Realizamos el trazado de rayos aunque no se pide, validando que es una imagen real.

Como se da el tamaño de la imagen validamos la aproximación de rayos paraxiales. y/f =4/10= 0,4. El error de asumir 0,4=sen(0,4) es mayor del 1%, cuestionable.



Prueba práctica de Física.
Se valorará tanto el planteamiento y justificación como el desarrollo operativo.
4. Un chorro de electrones de energía 250 eV incide sobre la superficie de una lámina de platino, formando un ángulo de 30º con la normal a aquella. La variación energética de un electrón que penetra en el metal es de 12 eV. Calcúlese:
a) El índice de refracción del platino para electrones de la energía considerada.
b) La velocidad en el metal de las ondas asociadas, y la velocidad real de los electrones.
(Datos: masa electrón = $9{,}1\cdot10^{-31}$ kg; carga electrón=$1{,}6\cdot10^{-19}$ C.)

Se indica 12 eV de variación energía: es pérdida de energía, los electrones pierden y van más despacio.
a) 1º Comprobamos que no es velocidad relativista, solamente Ec, para ver v

$$E_c=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow v=\sqrt{\frac{2E}{m}}=\sqrt{\frac{2\cdot1{,}6\cdot10^{-19}\cdot250}{9{,}1\cdot10^{-31}}}=9{,}376\cdot10^6\,m/s \qquad \beta=\frac{v}{c}=0{,}03<\frac{1}{10}\,ok\,,clásico$$

El índice de refracción por definición es n=c/v, en este caso podemos plantear que es la relación entre velocidades den los dos medios (en el aire la velocidad es c, luego n_a=1), por lo que relacionamos velocidades con energías asumiendo energías no relativistas (son pocos eV de energía),

$$\frac{E_{aire}}{E_{platino}}=\frac{\frac{1}{2}m\,v_a^2}{\frac{1}{2}m\,v_{Pt}^2}=\frac{v_a^2}{v_{Pt}^2}=\frac{\frac{c^2}{n_a^2}}{\frac{c^2}{n_{Pt}^2}}=\frac{n_{Pt}^2}{n_a^2}=n_{Pt}^2\Rightarrow n_{Pt}=\sqrt{\frac{E_{aire}}{E_{platino}}}=\sqrt{\frac{250}{250-12}}=1{,}025$$

b) Enunciado indica “ondas asociadas”, pero la velocidad de la onda asociada a cada electrón del chorro es la misma que la velocidad del electrón, ya que si no fuese así existirían problemas sobre la localización espacial del mismo.
De la energía cinética del platino podemos calcular la velocidad en el platino, que es menor

$$v=\sqrt{\frac{2\,E_c}{m}}=\sqrt{\frac{2\cdot(250-12)\cdot1{,}6\cdot10^{-19}}{9{,}1\cdot10^{-31}}}=9{,}15\cdot10^6\,m/s$$

También podríamos haber hecho $v_{Pt}=v_{aire}/n=9{,}376\cdot10^6/1{,}025=9{,}15\cdot10^6$ m/s
Usamos velocidad de fase, que es la velocidad de propagación de la onda, y para la onda usamos la longitud de onda de De Broglie

$$v_{onda}=\lambda\cdot f\Rightarrow\begin{matrix}\lambda_{De\,Broglie}=\frac{h}{p}\,(De\,Broglie)\\ f=\frac{E}{h}\,(Planck)\end{matrix}\Rightarrow v_{onda}=\frac{h}{p}\cdot\frac{E}{h}=\frac{E}{p}=\frac{\frac{1}{2}m\,v^2}{mv}=\frac{v}{2}$$

Además de la velocidad de fase está la velocidad de grupo de ondas, $v_g=d\omega/dk$. Es imposible que grupo de onda se desplace a velocidad distinta de partícula a la que representa.
En ciertas situaciones v_{grupo} puede ser mayor que c, pero no si la onda representa a una partícula.
https://es.wikipedia.org/wiki/Velocidad_de_grupo
https://es.wikipedia.org/wiki/Velocidad_de_fase

$$v_g=\frac{d\,\omega}{dk}=\frac{\partial E/h}{\partial p/h}=\frac{\partial E}{\partial p}\quad \textit{Si la partícula no es relativista}\quad \frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{1}{2}\frac{p^2}{m}\right)=\frac{p}{m}=v$$

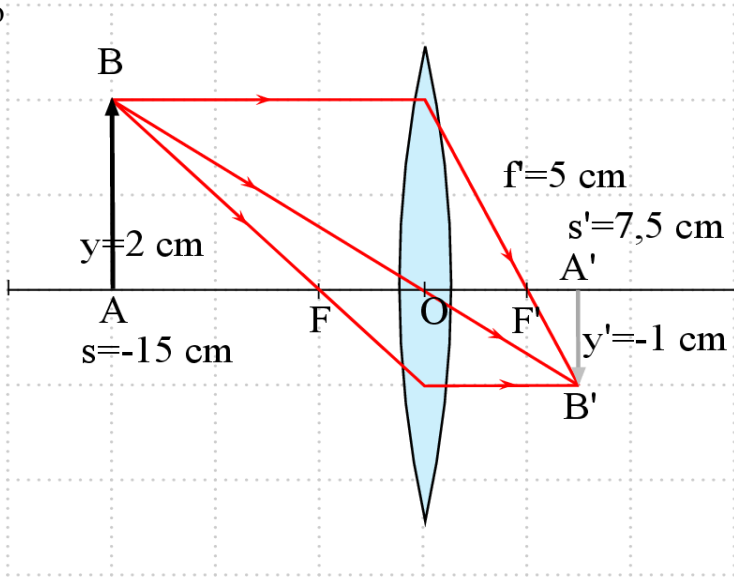
Nota: el dato del enunciado de 30º no se usa para nada.

enrique@fiquipedia.es Revisado 14 enero 2016
CC BY

2001-B2. Un objecte de 2 cm d'alçada se situa a 15 cm d'una lent prima convergent de 20 dioptries, en un pla paral·lel al pla focal de la lent.
a) Dibuixeu un esquema que permeti determinar gràficament la posició de la imatge de l'objecte donat, en l'aproximació paraxial de les lents primes, i useu l'esquema per determinar-la.
b) Amb l'esquema anteriorment dibuixat, calculeu numèricament la posició de la imatge de l'objecte donat.
c) Comproveu el resultat obtingut a b) usant la fórmula de les lents primes.

2001-B1. Un objeto de 2 cm de altura se sitúa a 15 cm de una lente delgada convergente de 20 dioptrías, en un plano paralelo al plano focal de la lente.
a) Dibuje un esquema que permita determinar gráficamente la posición de la imagen del objeto dado, en la aproximación paraxial de las lentes delgadas, y use el esquema para determinarla.
b) Con el esquema anteriormente dibujado, calcular numéricamente la posición de la imagen del objeto dado.
c) Comprobar el resultado obtenido en b) usando la fórmula de las lentes delgadas.

Comentario: el problema es algo extraño, porque en apartado a) se pide dibujar usando la aproximación paraxial, en apartado b) calcular numéricamente (con geometría / trigonometría sobre el dibujo) y en apartado c) usar la fórmula de lentes delgadas, pero esa fórmula se puede deducir en este caso en el apartado b, y apartado c no hay que hacerlo porque no aporta nada nuevo a lo ya hecho en b. El desarrollo es geométrico más que trigonométrico, y una vez realizado del dibujo no se necesita asumir aproximación paraxial tg(x)≈x y sen(x)≈x.
Si la lente tiene 20 dioptrías y es convergente, la distancia focal imagen es positiva según el convenio DIN 1335 $P=1/f' \rightarrow f'=1/P=1/20=0{,}05$ m = 5 cm
a) Realizamos un trazado de rayos usando convenio DIN 1335: objeto a la izquierda con posición negativa. Por claridad no representamos ejes x e y a escala.
En la aproximación paraxial, los rayos que salen del objeto paralelos al eje óptico al pasar por la lente se desvían para pasar por el foco imagen, los rayos que salen pasando por el foco objeto al pasar por la lente se desvían para ir paralelos al eje óptico, y los rayos que pasan por el centro óptico no se desvían.
Como la posición es mayor que la distancia focal y la lente es convergente, tendremos una imagen menor e invertida.
(Indicamos en el diagrama los valores que se obtienen después)



b) Para determinar la posición de la imagen en función de la posición de objeto y focos, consideramos triángulos donde intervengan esas distancias (en este caso sabemos a qué expresión queremos llegar, y la intentamos buscar)
Tomando los triángulos semejantes que pasan por BOF y BOB'F $\frac{-f}{s'}=\frac{OB}{BB'} \Rightarrow \frac{1}{s'}=\frac{OB}{BB'}\left(\frac{-1}{f}\right)$

Tomando los triángulos semejantes que pasan por B'OF' y B'OBF' $\frac{f'}{-s}=\frac{OB'}{BB'}\Rightarrow -\frac{1}{s}=\frac{OB'}{BB'}\frac{1}{f'}$

Sumamos ambas expresiones y usamos que f=-f' $\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{OB+OB'}{BB'}(\frac{1}{f'})$

Como OB+OB' = BB', llegamos a la ecuación de las lentes delgadas $\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$

Sustituyendo numéricamente $\frac{1}{s'}-\frac{1}{-15}=\frac{1}{5}\Rightarrow s'=\frac{1}{\frac{1}{5}-\frac{1}{15}}=7{,}5\,cm$

Aunque no se pide, podemos calcular la expresión para el aumento, viendo que triángulos ABO y A'B'O son semejantes $\frac{y}{s}=\frac{y'}{s'}\Rightarrow\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}$

En este caso el tamaño de la imagen es $y'=\frac{s'}{s}y=\frac{7{,}5}{-15}\cdot 2=-1\,cm$

4. Una lente biconvexa de vidrio, de índice de refracción 1,55, tiene caras cuyos radios son 27 y 30 cm, respectivamente. La lente se coloca sobre un espejo plano horizontal con la cara de radio 30 cm tocando a la superficie del espejo. Si el espacio entre la lente y el espejo se llena con un líquido de índice de refracción 1,35. Determinar:
a) Las distancias focales de la lente de vidrio y de la lente de líquido.
b) La distancia focal de esta combinación y su potencia.

Referencias
http://forum.lawebdefisica.com/threads/25813-Lentes-dioptr%C3%ADa-esf%C3%A9rica

a) En una lente las distancias focales objeto e imagen tienen el mismo valor pero signos opuestos, aunque tengan radios distintos en ambas caras.
Asumimos que se trata de una lente plana, por lo que utilizamos la ecuación del constructor de lentes $\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=(n_L-1)(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2})=\frac{1}{f'}$
Para la lente de vidrio, al ser biconvexa en convergente, según convenio de signos DIN 1335 f'>0, tomamos sentido de propagación desde el aire, por lo que R_1=+30 cm y R_2=-27 cm

$$(1{,}55-1)(\frac{1}{30}-\frac{1}{-27})=\frac{1}{f'_{vidrio}}\Rightarrow f'_{vidrio}=25{,}84\,cm$$

Para la lente de agua, se trata de una lente cóncava-plana, según convenio de signos DIN 1335 f'<0, tomamos sentido de propagación desde agua, por lo que R_1=-30 cm y R_2=∞
>El hecho de que haya un espejo no se utiliza para nada más que para que dar forma plana a una de las superficies de la lente de agua, no se indica ningún cálculo de imagen con ese dato.
En la ecuación del constructor de lentes ponemos el índice de refracción relativo entre el índice de la lente (agua) y el del medio. Y aquí hay que pensar cual es el medio que rodea la lente: físicamente hay contacto con vidrio por un lado y espejo por el otro, pero se está calculando para la lente, y asumimos que está rodeada de aire y usamos luego superposición. Por analogía, se puede pensar en que si se colocan dos lentes juntas (es precisamente lo que se usa en apartado b), la potencia resultante es la suma de potencias dos lentes, pero es indistinto de qué estén realizadas las lentes y de si son biconvexas, plano-convexas, plano-cóncavas, así que si se juntasen por la cara plana dos lentes hechas de vidrios distintos, se suman potencias de cada una que se han calculado como si estuvieran en aire. También se puede pensar en que no estuvieran totalmente en contacto sino separadas por una capa muy fina de aire.

$$(1{,}35-1)(\frac{1}{-30}-\frac{1}{\infty})=\frac{1}{f'_{agua}}\Rightarrow f'_{agua}=-85{,}71\,cm$$

b) Si se colocan dos lentes juntas, la potencia resultante es la suma de potencias
Expresamos las potencias en dioptrías, para lo que expresamos distancias focales en m.

$$P_{total}=P_{vidrio}+P_{agua}=\frac{1}{0{,}2584}+\frac{1}{-0{,}8571}=2{,}70\,dioptría$$

La distancia focal de la combinación la podemos obtener a partir de la potencia total

$$P_{total}=\frac{1}{f'_{total}}\Rightarrow f'_{total}=\frac{1}{2{,}70}=0{,}370\,m=37{,}0\,cm$$

Como se pide calcular primero la distancia focal, la podríamos haber calculado deduciendo la expresión que indica que se suman inversas de distancias focales imagen, que son las potencias

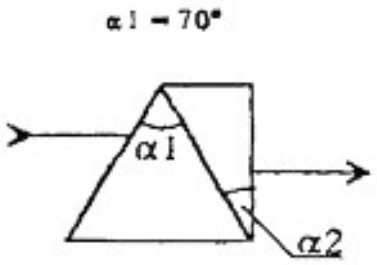
$$\frac{1}{s'_{vidrio}}-\frac{1}{s_{vidrio}}=\frac{1}{f'_{vidrio}};\frac{1}{s'_{agua}}-\frac{1}{s_{agua}}=\frac{1}{f'_{agua}}$$

Si las lentes están juntas, $s'_{vidrio}=s_{agua}$

$$\frac{1}{s'_{agua}} - \frac{1}{s_{vidrio}} = \frac{1}{f'_{vidrio}} + \frac{1}{f'_{agua}}$$

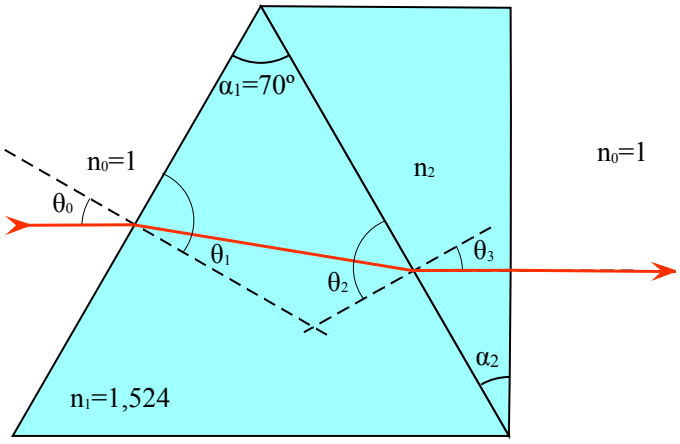
Comentario: no hay un símbolo oficial para la dioptría.
http://www.boe.es/buscar/act.php?id=BOE-A-2010-927#civ
(k) Esta unidad no está recogida en los documentos adoptados por la Conferencia General de Pesas y Medidas.

PROBLEMA X8. (Se desconoce el número) Un raig de llum incideix sobre un prisma isòsceles d'angle α_1, amb índex de refracció $n_1 = 1,524$, segons la figura. Aquest prisma està acoblat a un segon prisma d'índex n_2. Si el raig emergeix perpendicularment a la segona cara del segon prisma, calculeu:
a) el valor de l'angle α_2 en el segon prisma.
b) el valor del seu índex, n_2.



Un rayo de luz incide sobre un prisma isósceles de ángulo α_1, con índice de refracción $n_1 = 1,524$, según la figura. Este prisma está acoplado a un segundo prisma de índice n_2. Si el rayo emerge perpendicularmente a la segunda cara del segundo prisma, calcule:
a) el valor del ángulo α_2 en el segundo prisma.
b) el valor de su índice, n_2.

Asumimos que el índice del exterior es el del vacío, $n_0=1$
a) Si el prisma es isósceles y la cara del segundo prisma es vertical según el diagrama, la vertical del triángulo del prisma, que es la mediatriz de α_1, es paralela a la segunda cara, por lo que $\alpha_2=\alpha_1/2=70/2=35º$
b) Se podría pensar inicialmente en un diagrama general con desviaciones en todas las refracciones, pero en la salida del 2º prisma se puede visualizar que el rayo no se desvía (al aplicar la 2ª ley de Snell de la refracción y ser el ángulo con la normal 0º en un medio también debe ser 0º en el otro, o pensando que los recorridos de los rayos deben ser reversibles, y que si incide perpendicularmente de derecha hacia la izquierda no se desviaría).
Por lo tanto planteamos un diagrama en el que se puede ver que $\theta_3=\theta_0=35º$ (el ángulo de incidencia en el primer prisma desde el vacío, medido desde la normal, es 90º menos el mismo ángulo que en los ángulos inferiores del primer prisma, cada uno de 55º)



Aplicando la 2ª ley de Snell de la refracción
$n_0 \cdot sen(\theta_0)=n_1 \cdot sen(\theta_1) \rightarrow$
$1 \cdot sen(35º)=1,524 \cdot sen(\theta_1) \rightarrow$
$\theta_1=arcsen(sen(35º)/1,524)=38,59º$
Para el ángulo de incidencia en el segundo prisma usando geometría podemos plantear
$180º=90-\theta_1+90-\theta_2+70 \rightarrow 0=70-\theta_1-\theta_2$
$\theta_2=70-38,59=31,41º$
Aplicando la 2ª ley de Snell de la refracción en el paso del primer al segundo prisma
$n_1 \cdot sen(\theta_2)=n_2 \cdot sen(\theta_3) \rightarrow 1,524 \cdot sen(31,41)=n_2 \cdot sen(38,59^{\circ}) \rightarrow n_2=1,524 \cdot sen(31,41)/sen(38,59^{\circ})=1,2734$

Enunciado oficioso, no se tiene el original
Obtenido de http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4181&p=19126#p19126
En marzo 2018 me indican que es de 1998, en 2000 Madrid no convocó oposiciones.

X1.- Detrás de una lente delgada, convergente de 5 dioptrías, hay una lámina de caras paralelas normal al eje de la lente. En estas condiciones la imagen de un objeto situado a 50 cm delante de la lente se forma a 36 cm detrás de la misma. Sabiendo que el índice de refracción de la lámina es 3/2:
a) Calcula el espesor de la lámina
b) Dibujar un esquema de la marcha de los rayos.

Referencias
Universidad de Valladolid, Departamento de Física de la Materia Condensada, Critalografía y Mineralogía, Problema 33 de http://www4.uva.es/goya/Intranet/Pages/SelProblema.asp?p_Tema=18&p_Cuestion=0
Resolución problema 33: http://www4.uva.es/goya/Intranet/Pages/Resolucion.asp?p_Problema=489
Cierta similitud con 2015 Madrid 2 en lo relativo al dioptrio plano

a) Se trata de un sistema formado por varios elementos ópticos, se útiliza superposición, utilizando la imagen obtenida como resultado del uno como objeto del segundo modificando las referencias según sea necesario.
Planteamos primero la lente; según convenio DIN 1335 la posición del objeto es negativo y la lente convergente tiene potencia positiva,
Si asumimos aproximación paraxial, utilizamos la ecuación de lentes

$$\frac{1}{s_1'}-\frac{1}{s_1}=\frac{1}{f'}=P\Rightarrow\frac{1}{s_1'}-\frac{1}{-0{,}5}=5\Rightarrow s_1'=\frac{1}{3}m\approx 0{,}33\,m$$

La lámina de caras paralelas se suele tratar en óptica física con leyes de Snell usando ángulos, no en óptica geométrica usando posiciones, así que puede surgir la duda de cómo tratarla si desconocemos el tamaño del objeto y no tenemos ángulos. La clave es tener presente que una lámina de caras paralelas se puede tratar a su vez como la superposición de dos dioptrios planos.
En los dioptrios planos la invariante de Abbe se transforma en $\frac{s'}{s}=\frac{n'}{n}$
Asumimos la lámina está junto a la lente.
Planteamos primero la transición aire → lámina, por lo que modificamos lo necesario referencias para cumplir con convenio DIN 1335 de que los rayos vaya de izquierda a derecha (no implica necesariamente que la posición del objeto sea negativa). Al coincidir orígentes tenemos s_2=1/3 m, siendo n=1 (aire, tratamos el exterior de la lente) y n'=3/2

$$s_2'=\frac{n'}{n}s_2\Rightarrow s_2'=\frac{3/2}{1}\frac{1}{3}=\frac{1}{2}=0{,}5\,m$$

Validación (comentado en 2015 Madrid 2); la imagen se forma más a la derecha, pero la imagen aparente está más cerca de la superficie de separación.
Planteamos ahora la transición lámina → aire del otro borde de la lámina, cuyo grosor desconocemos, y llamamos d. Modificando lo necesario referencias para cumplir con convenio DIN 1335 de que los rayos vaya de izquierda a derecha (no implica necesariamente que la posición del objeto sea negativa), tenemos $s_3=s_2'$-d (validamos expresión: si d=0,5 m s_3=0 m, si d=0 $s_3=s_2'$, si d=0,25 m s_3=-0,25 m y si d=0,75 m s_3=0,25 m), siendo n=3/2 y n'=1.
También tenemos que plantear que la posición es relativa a la nueva referencia, por lo que el dato de

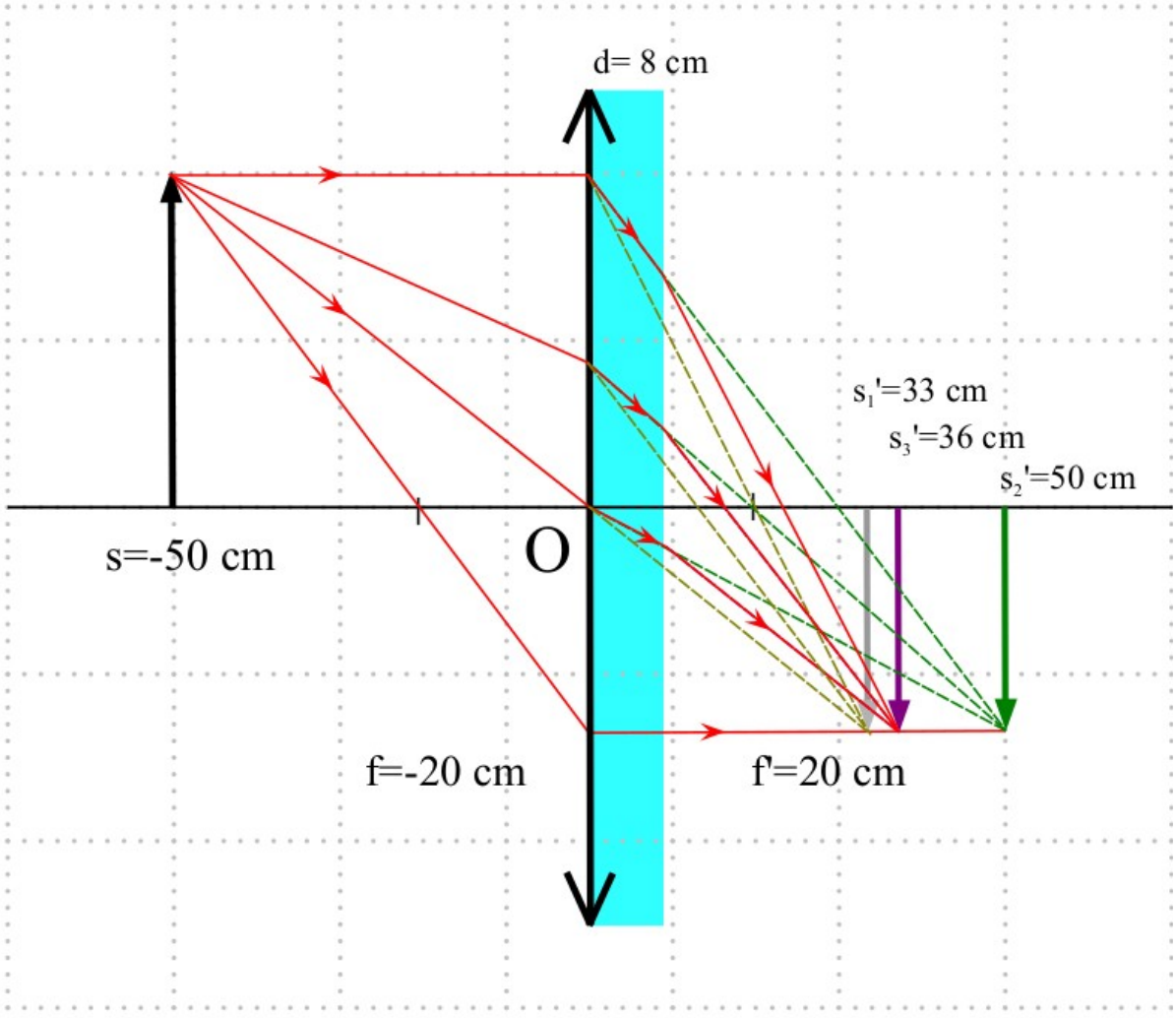
que la imagen final se forma a 36 cm de la lente original hay que tomarlo como s_3'=0,36-d
>Asumimos que lámina tiene un grosor inferior a 0,5 m; si el grosor de la lámina fuese mayor que la posición de la imagen, puede surgir la duda de si tiene sentido plantear la lámina o sería simplemente un único dioptrio plano al quedar la imagen final dentro, habría que salir de dudas con el trazado de rayos.

$$s_3' = \frac{n'}{n} s_3 \Rightarrow \frac{36}{100} - d = \frac{1}{3/2}\left(\frac{1}{2} - d\right)$$

$$\left(-1 + \frac{2}{3}\right) d = \frac{1}{3} - \frac{9}{25} \Rightarrow d = \frac{-2}{75} \cdot \left(\frac{3}{-1}\right) = 0{,}08\, m$$

b) Realizamos el trazado indicando las tres imágenes. El tamaño del objeto es arbitrario, escala vertical y horizontal no coinciden, se asume aproximación paraxial y el objeto sería pequeño.

Validamos aumento: de la lente $A = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{1/3}{-1/2} = \frac{-2}{3}$ Para el dioptrio plano el aumento es 1



PROBLEMA X6 (Se desconoce el número). L'objectiu d'una ullera té 20 mm de diàmetre i la seva distància focal és de 250 mm. Considerant que totes les lents són primes i que el diàmetre de la pupil·la de l'ull és igual a 2 mm, calcula:
a) l'augment normal de la ullera.
b) la distància focal que ha de tenir l'ocular utilitzat.
c) la posició de la pupil·la de sortida.
d) el diàmetre de la pupil·la de sortida si es fes servir un ocular l'augment del qual fos un 50% superior al normal?

El objetivo de un telescopio tiene 20 mm de diámetro y su distancia focal es de 250 mm. Considerando que todas las lentes son delgadas y que el diámetro de la pupila del ojo es igual a 2 mm, calcula:
a) el aumento normal del telescopio.
b) la distancia focal que debe tener el ocular utilizado.
c) la posición de la pupila de salida.
d) ¿el diámetro de la pupila de salida si se utilizara un ocular cuyo aumento fuera un 50% superior al normal?

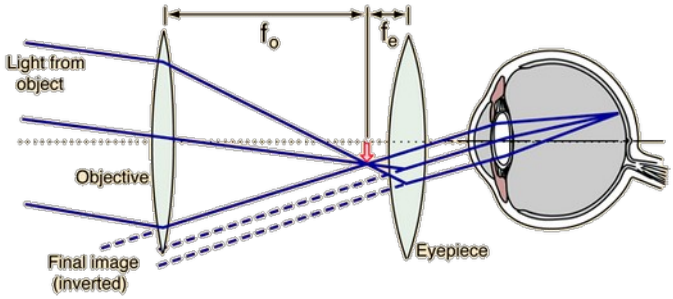
a) El aumento normal es un tipo de aumento angular asociado a un diámetro de pupila de salida (que es igual a la imagen formada por el ocular de la pupila de entrada (que es como se llama la lente objetivo)) igual a 2 mm.
El diámetro angular se calcula como cociente de diámetro del objetivo y diámetro de pupila de salida (expresión que usamos en este apartado) y como cociente de distancia focal de objetivo y distancia focal del occular (expresión que usamos en apartado b)
Aumento normal = Diámetro del objetivo / Diámetro pupila de salida = 20/2=10
Aumento normal = 10
b) Utilizamos ahora la otra expresión para el aumento angular
Aumento angular = Distancia focal del objetivo / Distancia focal del ocular
Como aumento angular coincide con aumento normal si la distancia focal ocular es la que hace que diámetro de pupila de salida sea 2mm, que es este caso, usamos el valor calculado en apartado a.
Distancia focal ocular = Distancia focal del objetivo / Aumento angular = 250/10=25 mm
Distancia focal ocular = 25 mm
c) Como la pupila de salida es la imagen de la pupila de entrada (de la lente objetivo) y la distancia entre lente ocular y objetivo es d = Distancia focal del objetivo + Distancia focal del ocular, si utilizamos la ecuación de lentes delgadas usando convenio DIN 1335 la posición será negativa.
Si asumimos ambas lentes convergentes y las distancias focales positivas, entonces $s=-d=-(f_{oc}+f_{ob})$

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f_{oc}}$$

$$\frac{1}{s'}=\frac{1}{f_{oc}}-\frac{1}{f_{oc}+f_{ob}}=\frac{f_{oc}+f_{ob}-f_{oc}}{(f_{oc}+f_{ob})f_{oc}}=\frac{f_{ob}}{(f_{oc}+f_{ob})f_{oc}}\Rightarrow s'=\frac{(f_{oc}+f_{ob})f_{oc}}{f_{ob}}=\frac{(250+25)\cdot 25}{250}=27,5\,mm$$

Si asumiésemos $f_{ob} >> f_{oc}$ al ser un telescopio, se tiene $s'=f_{oc}$ =25 mm, pero 250 mm no es mucho mayor que 25 mm
La posición de la pupila de salida es 27,5 mm
d) Si el aumento angular es un 50% superior al aumento normal, el aumento angular es 10·1,5=15.
Diámetro pupila de salida = Diámetro del objetivo / Aumento angular = 20/15=1,33 mm
El diámetro de la pupila de salida es 1,33 mm

http://www.hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/geoopt/teles.html



https://phys.libretexts.org/Bookshelves/Optics/Geometric_Optics_(Tatum)/03%3A_Optical_Instruments/3.05%3A_The_Telescope
The real image of the object glass produced by the eyepiece is called the exit pupil of the telescope, and the object glass is the entrance pupil of the telescope. ... The size of the exit pupil should be approximately equal to the size of the entrance pupil of your eye.
https://skyandtelescope.org/astronomy-equipment/choosing-your-telescopes-magnification/
https://skyandtelescope.org/wp-content/uploads/Telescope-formulas.rtf
Magnification = Objective focal length/ Eyepiece focal length
Magnification = Objective diameter/ Exit pupil
f/number = Objective focal length/ Objective diameter
Exit pupil = Eyepiece focal length/ (Objective f/number)
Aperture gain= (Objective diameter/ Eye pupil diameter)
http://armandocaussade.org/astronomy/formulas_sobre_telescopios.pdf
La relación focal de un telescopio se refiere a la razón obtenida mediante división de la longitud focal por la abertura ...A la relación focal se le denomina también como número ƒ.
https://bestofbinoculars.com/what-is-exit-pupil/
You can see the exit pupil if you aim your binoculars or telescope at a bright background. Looking at the eyepiece from a distance, you will see the exit pupil as a round disc of light.
The size of the exit pupil, ie the diameter of the light beam emerging at the eyepiece, is directly related to the optical specifications of the instrument. It can be calculated by dividing the objective lens diameter by the magnification.
Exit pupil (EP) = Diameter of Objective lens / Magnification of instrument

enrique@fiquipedia.es Revisado 24 enero 2016

Prova pràctica: primera part
Escolliu 4 problemes d'entre els 5 següentes:
3. Es disposa d'un microscopi amb un objectiu de 2,5 mm de distància focal. Sabent que la longitud del tub és de 18 cm,
a) calculeu l'augment de l'instrument amb un ocular de 2 cm de distancia focal.
b) quants augments té l'ocular utilizat com a lupa?
c) quina ha d'ésser la distància de l'objecte a l'objectiu del microscopi?

3. Se dispone de un microscopio con un objetivo de 2,5 mm de distancia focal. Sabiendo que la longitud del tubo es de 18 cm,
a) calcular el aumento del instrumento con un ocular de 2 cm de distancia focal.
b) ¿cuántos aumentos tiene el ocular utilizado como lupa?
c) ¿cuál debe ser la distancia del objeto al objetivo del microscopio?

Referencias:
http://bohr.inf.um.es/miembros/moo/p-mic.pdf Microscopios, Miguel Ortuño Ortín
http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/geoopt/micros2.html
http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/geoopt/micros.html#c1
Fisica Universitaria 12ª. Edicion Sears, Zemansky Vol. 2, 34.7 La lente de aumento, 34.8 Microscopios y telescopios

a) El microscopio es un sistema óptico formado por dos lentes convergentes; objetivo próxima al objeto y ocular próxima al ojo. El objetivo forma una imagen real invertida cerca del foco del ocular, y el ocular actúa como lupa y crea una imagen virtual mucho mayor.
Aplicando las ideas de óptica geométrica habituales en bachillerato se podría plantear el aumento del sistema óptico como el aumento lateral total de las dos lentes, de modo que el aumento lateral total fuese $A=y_{oc}'/y_{ob}$, donde como la imagen formada por el objetivo es el objeto para el ocular, podríamos plantear $yob'=yoc$; $s_{ob}'-18=s_{oc}$. Sin embargo el ocular de un microscopio actúa como una lente de aumento, donde lo relevante el aumento angular, y el "aumento del instrumento" solicitado es el aumento angular total, que en el microscopio es el producto de dos factores: el aumento lateral del objetivo y el aumento angular del ocular: $A = m_{ob} \cdot M_{oc}$

El aumento lateral del objetivo es $m_{ob} = \frac{y_{ob}'}{y_{ob}} = \frac{-s_{ob}'}{s_{ob}} \approx \frac{-L}{f_{ob}}$ (L longitud tubo)

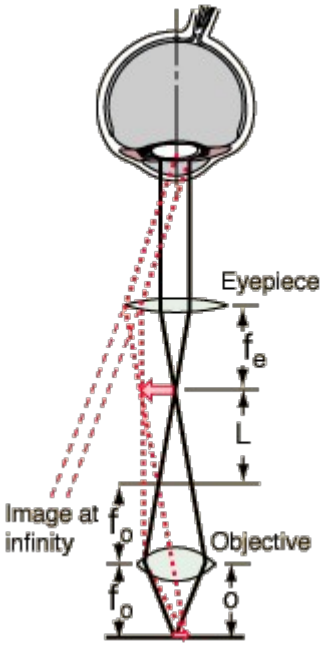
El aumento angular del ocular es $M_{oc} = \frac{\theta'}{\theta} \approx \frac{y/f_{oc}}{y/25} = \frac{25}{f_{oc}}$ (f_{oc}, expresado en cm)

El aumento del instrumento es $A = \frac{-25\,L}{f_{ob} \cdot f_{oc}}$ (f_{oc} en cm, L y f_{ob} en mismas unidades: en algunos libros se omite el signo menos, y se asume todo en cm)

En este caso $A = \frac{-25 \cdot 18}{0{,}25 \cdot 2} = -900$

b) El ocular utilizado como lupa, que es una lente de aumento, tiene como aumento lateral $M = \frac{25}{f} = \frac{25}{2} = 12{,}5$

c) El objeto debe estar a una distancia del objetivo ligeramente superior a la distancia focal del objetivo, que es de 2,5 mm.



Microscopio, Hyperphysics

enrique@fiquipedia.es Revisado 8 mayo 2016
CC BY

A1. El radi de curvatura d'una lent plano-convexa és 30 cm. Davant d'ella s'hi posa un objecte de 5 mm i darrere una pantalla a 4 m de distància.
a- Calculeu la distància a la que s'ha de posar l'objecte per tal de recollir la imatge a la pantalla.
b- Calculeu la medida de la imatge.
c- Si la lent, l'objecte i la pantalla se submergeixen en aigua, calculeu la posició a la que s'haurá de collocar l'objecte perquè la imatge es recuilli a la pantalla.
DADES: L'índex de refracció del vidre és 3/2 i el de l'aigua 4/3.

El radio de curvatura de una lente planoconvexa es 30 cm. Ante ella se pone un objeto de 5 mm y detrás una pantalla a 4 m de distancia.
a- Calcular la distancia a la que se debe colocar el objeto para recoger la imagen en la pantalla.
b- Calcular la medida de la imagen.
c- Si la lente, el objeto y la pantalla se sumergen en agua, calcula la posición en la que se deberá de colocar el objeto para que la imagen se recoja en la pantalla.
DATOS: El índice de refracción del vidrio es 3/2 y el del agua 4/3.

a) Utilizando el convenio de signos DIN 1335, la posición del objeto es negativa, y la pantalla donde se debe formar la imagen es s'=4 m.

Utilizamos la fórmula del constructor de lentes delgadas $\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=(n_L-1)(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2})$, donde n_L es el índice de refracción de la lente, y 1 es el del aire, y R_1 es el radio de la lente en el lado más cercano a la fuente. Asumimos plano-convexa en el sentido de propagación, por lo que tenemos $R_1=\infty$ y R_2=-0,3 (si asumiéramos convexa-plana en el sentido de propagación sería similar)
Calculamos primero la inversa de la distancia focal imagen

$$\frac{1}{f'}=(\frac{3}{2}-1)(\frac{1}{\infty}-(\frac{-1}{0,3}))=\frac{1}{2}\cdot\frac{10}{3}=\frac{10}{6}=\frac{5}{3}\Rightarrow f'=\frac{3}{5}m=0,6m$$ Positiva, es convergente

Una imagen que se puede recoger en una pantalla es real, lo que implica que s<f, negativa, ya que f=-f'=-0,6 m.

$$\frac{1}{4}-\frac{1}{s}=\frac{5}{3}\Rightarrow\frac{1}{4}-\frac{5}{3}=\frac{1}{s}\Rightarrow s=\frac{1}{\frac{3}{12}-\frac{20}{12}}=\frac{-12}{17}\approx-0,7m$$

Debe salir s negativa, a la izquierda de la lente según convenio signos DIN 1335.
Debe salir s<f como se ha comentado al ser una lente convergente y ser la imagen real.

b) Para el aumento lateral, la expresión es $A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}$, similar a espejos, pero cambia signo.

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=\frac{4}{\frac{-12}{17}}=\frac{68}{-12}=\frac{-17}{3}\approx-5,67$$ Imagen mayor e invertida.

$$y'=A\cdot y=\frac{-17}{3}\cdot 5=\frac{-85}{3}=-28,3\,mm$$

Debe salir mayor e invertida, es una lente convergente y la posición del objeto s<f (-0,7 <-0,6)
c) En este caso la distancia focal varía, y la podemos calcular sabiendo que en la expresión de la fórmula del constructor de lentes delgadas n_L se puede expresar con n relativo al medio en el que la lente está inmersa.

$$(n_L-1)\,equivale\,a\,\frac{(n_{lente}-n_{medio})}{n_{medio}}\,para\,n_{medio}=1$$

$$\frac{1}{f'}=(\frac{\frac{3}{2}}{\frac{4}{3}}-1)(\frac{1}{\infty}-(\frac{-1}{0,3}))=(\frac{9}{8}-1)\cdot\frac{10}{3}=\frac{10}{24}=\frac{5}{12}\Rightarrow f'=\frac{12}{5}=2,4\,m$$

Repitiendo los cálculos con esta nueva distancia focal imagen

$$\frac{1}{4}-\frac{1}{s}=\frac{5}{12}\Rightarrow\frac{1}{4}-\frac{5}{12}=\frac{1}{s}\Rightarrow s=\frac{1}{\frac{3}{12}-\frac{5}{12}}=\frac{-12}{2}=-6\,m$$

No se pide explícitamente trazado de rayos, pero se podrían incluir.

enrique@fiquipedia.es Revisado 15 marzo 2025

CUESTIONES DE FÍSICA

De entre las cuestiones 1, 2, 3 y 4 que a continuación se proponen, el aspirante elegirá libremente y contestará a 3 de ellas.

4.- En relación con el microscopio óptico, se solicita:

a) Representar el esquema de formación de imágenes de dicho aparato.

b) De los dos sistemas de lentes de que consta el microscopio, ¿cuál presenta más dificultades de fabricación? ¿Qué aberraciones hay que corregir en un microscopio?

c) Definir lo que se denomina “potencia óptica” y “aumento comercial”

d) Hacer un breve comentario del fundamento físico de otros tipos de microscopios.

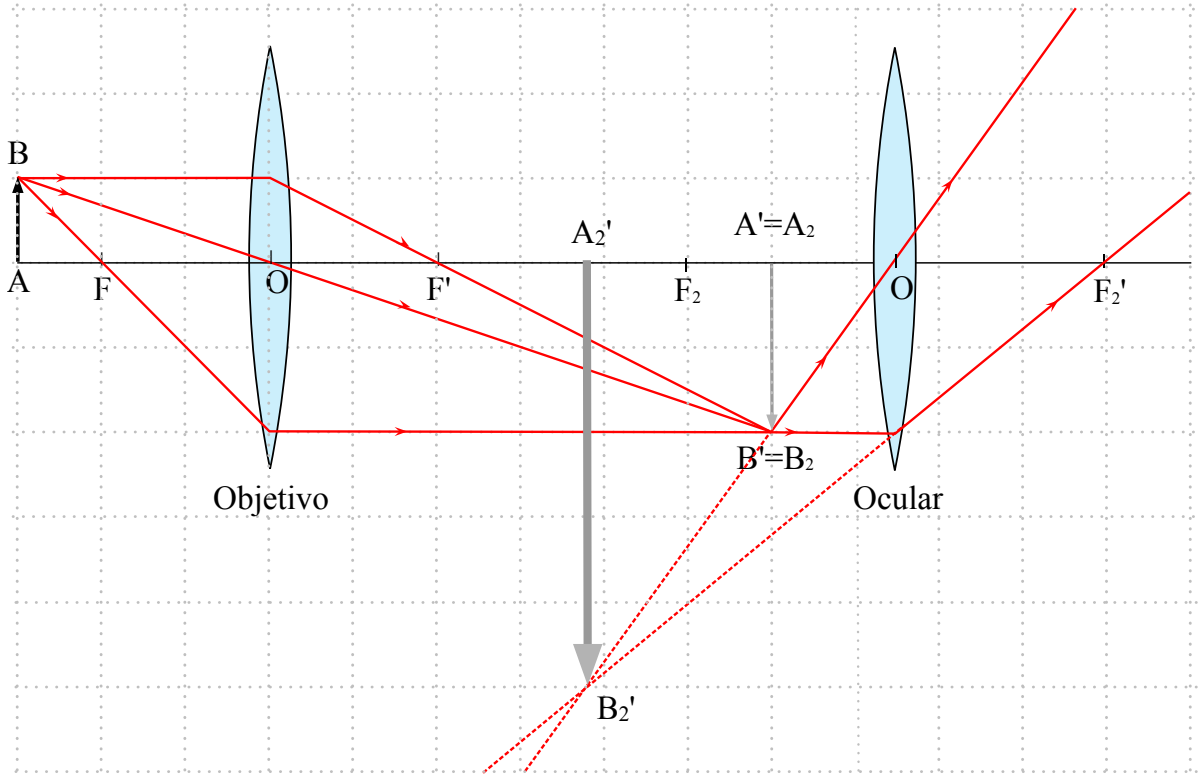
a) El esquema es un sistema óptico formado por dos lentes, objetivo y ocular.

Objetivo: es la lente más próxima al objeto a examinar (distancia focal pequeña). Para que haya aumento, el objeto hay que situarlo a una distancia algo mayor que la focal (ligeramente a la izquierda del foco según convenio de signos DIN 1335), y al tiempo no situado más allá del doble de la distancia focal, forma imagen real, mayor e invertida. Suele tener revólver para elegir lente objetivo entre varias.

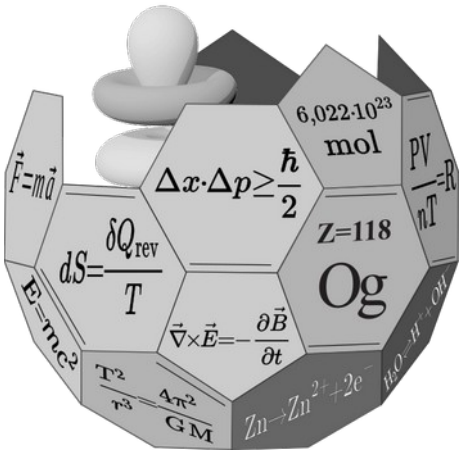
Ocular: se usa como lupa simple para observar imagen formada por objetivo. Es desplazable (macro y micrómetro para regular distancia entre objetivo y ocular) de modo que la imagen formada por el objetivo quede situada dentro de su distancia focal (a la derecha del foco según convenio de signos DIN), para que la lente ocular haga de lupa produciendo una imagen virtual mayor que su objeto (su imagen es virtual, invertida y mayor)

El efecto conjunto de ambas lentes es una multiplicación de ambos aumentos, obteniendo una imagen virtual, invertida y mucho mayor.

Realizamos un esquema gráfico / diagrama de rayos donde no los objetos no están muy próximos a los focos y el aumento es limitado, para que la representación sea visible. En un caso real la diferencia de tamaño entre objeto e imagen final no permitiría distinguir el objeto en el diagrama. (Diagrama tomado de solución PAU Madrid 2004-Modelo-Cuestión 4). Cuanto más próxima esté la imagen formada por el objetivo a la posición del foco del ocular, mayor será el aumento.



b) El que presenta más dificultad de fabricación es el objetivo. Está muy próximo al objeto y cualquier defecto de fabricación es amplificado al igual que la imagen.
Las aberraciones están asociadas a comportamientos distintos a lo que indicaría el comportamiento ideal según la óptica geométrica:
Hay dos tipos de aberraciones:
Geométricas / esféricas: las ecuaciones de óptica asumen rayos paraxiales y que los rayos paralelos al eje óptico pasan el foco, pero eso no ocurre si la lente no es perfectamente esférica o si el objeto es demasiado grande y no se cumple la aproximación paraxial.
Cromática: las ecuaciones de óptica asumen el mismo índice de refracción para todas las frecuencias, pero eso no ocurre si la luz no es monocromática y el índice de refracción varía con la frecuencia.
La corrección de aberracción geométrica supone la construcción adeduada de la lente objetivo. La corección de la aberración cromática se consigue con varias lentes.
Referencias:
https://es.wikipedia.org/wiki/Microscopio_%C3%B3ptico#Las_aberraciones
https://es.wikipedia.org/wiki/Aberraci%C3%B3n_crom%C3%A1tica
c) La potencia óptica es la inversa de la distancia focal imagen para una lente, $P=1/f'$, y si la distancia focal se expresa en metros, la potencia se expresa en dioptrías. Según convenio DIN 1335 la potencia para lentes convergentes es positiva y para divergentes es negativa.
La aumento comercial es igual al aumento total, que se obtiene mutiplicando el aumento del objetivo (que puede ser uno de los que permite el revólver) por el aumento del ocular.
d) Se incluyen otros tipos de microscopio según el fundamento físico, por lo que no se incluyen tipos de microscopios que supongan variaciones dentro del mismo principio físico, como puede ser el tipo de luz aportada (ultravioleta, polarizada) o el tipo de configuración de lentes (binocular). Se indica “breve comentario del fundamento físico” así que se describen en un par de líneas.
Microscopio electrónico: usa electrones en lugar de fotones por lo que consigue mayor resolución ya que la longitud de onda de los electrones es menor. Su resolución aproximada es 3 a 20 nm.
Microscopio de efecto túnel: los electrones pueden pasar de la muestra a la punta del microscopio por efecto túnel a través del vacío si la punta está suficientemente próxima. Su resolución aproximada es 0,1 nm lateral y 0,01 nm de profundidad. Supuso el premio Nobel en 1986.
Microscopio de constraste de fases: permite observar células y tejidos vivos sin coloerar, utiliza los distintos índices de refracción de las disintas partes de la muestra, filtrando solamente ciertos ángulos para aumentar su contraste. Supuso el premio Nobel en 1932.
Referencias:
https://es.wikipedia.org/wiki/Microscopio#Tipos_de_microscopios



Problemas resueltos oposiciones Física y Química

Recopilación revisada 4 septiembre 2025

Física moderna

enrique@fiquipedia.es

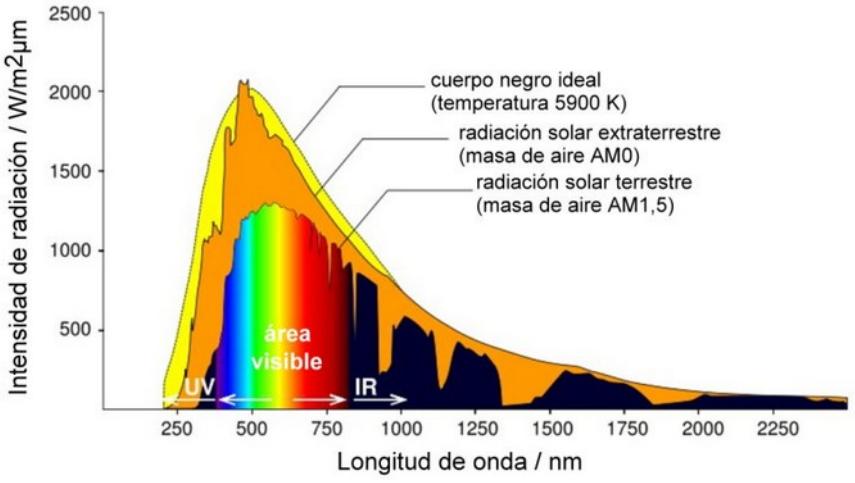
CC BY SA

Euskera

F2. Eguzki plaken funtzionamendua efektu fotoelektrikoan oinarritzen da. Plaka hauetan siliziozko gelaxkak daude, 4,5 eV-eko erauzte-lana dutenak. Eguzki plakak 400 nm-ko erradiazioa jasotzen du.
a. Arrazoitu, Eguzki izpiak energia nahikoa duen efektu fotoelektrikoa emateko.
b. Uhin-luzera maximoaren erdia duen uhinak siliziozko xafla erasotzen badu:
I. Zein abiadurarekin aterako dira elektroiak?
II. Zein izango da balaztatze potentziala?
c. Irudikatu grafikoki elektroien energia zinetikoa izpi erasotzailearen maiztasunaren aurrean.
Datuak: $m_e = 9{,}11\cdot10^{-31}$ kg; $|q_e| = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C; $h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ J·s; $c = 3\cdot10^{8}$ m/s.

El funcionamiento de los paneles solares se basa en el efecto fotoeléctrico. Estos paneles contienen células de silicio con una función de trabajo de extracción de 4,5 eV. El panel solar recibe radiación de 400 nm.
a. La razón por la que los rayos solares tienen suficiente energía para producir el efecto fotoeléctrico
b. Si una onda con la mitad de la longitud de onda máxima incide sobre la lámina de silicio:
I. ¿Con qué velocidad se expulsarán los electrones?
II. ¿Cuál será el potencial de frenado?
c. Represente gráficamente la energía cinética de los electrones en función de la frecuencia del rayo atacante.
Datos: $m_e = 9{,}11\cdot10^{-31}$ kg; $|q_e| = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C; $h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ J·s; $c = 3\cdot10^{8}$ m/s.

a) La energía de los fotones incidentes es $E=hf=hc/\lambda=6{,}63\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^{8}/400\cdot10^{-9}=4{,}9725\cdot10^{-19}$ J
Usando la relación 1 eV = $1{,}6\cdot10^{-19}$ J, la energía incidente es $4{,}9725\cdot10^{-19}/1{,}6\cdot10^{-19}=3{,}1$ eV
Los fotones de λ=400 nm no tienen suficiente energía para que se produzca el efecto fotoeléctrico.
Si se calcula la longitud de onda umbra asociada a ese trabajo de extracción, es
$\lambda=hc/W=6{,}63\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^{8}/4{,}5\cdot1{,}6\cdot10^{-19}=2{,}7625\cdot10^{-7}$ m =276,25 nm
Si miramos el espectro visible y el espectro solar, vemos que 400 nm está en el límite del UV y que 276,25 nm está fuera del visible.
https://www.interempresas.net/Iluminacion/Articulos/225119-Color-y-calor-un-binomio-que-nos-lleva-hasta-los-confines-del-universo.html



La pregunta de por qué se produce efecto fotoeléctrico más que asociada a que la luz solar tiene todo un espectro de radiación y hay radiación de mayor longitud de onda y más energética, está asociada a que los paneles no son simplemente silicio puro y no tiene sentido usar los 4,5 eV.
Realmente el silicio es un semiconductor y tiene una banda prohibida en torno a 1,1 eV
https://es.wikipedia.org/wiki/Banda_prohibida
Esa energía sí es menor que la luz incidente de 400 nm
Cuando llega un fotón, el eletrón pasa de la banda de valencia a la banda de conducción.
Realmene hay que tener en cuenta que hay una unión PN, pero cualitativamente es suficiente
https://es.wikipedia.org/wiki/C%C3%A9lula_fotoel%C3%A9ctrica
b) La longitud de onda máxima la hemos calculado antes asociada a 4,5 eV, y eran 276,25 nm.
Podemos ver que al ser E=hc/λ la mitad de longitud de onda estará asociada a fotones con el doble de energía, 9 eV.
I. Aplicando la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico

$$h\frac{c}{\lambda}=W_0+\frac{1}{2}m v^2$$

$$9\cdot 1,6\cdot 10^{-19}=4,5\cdot 1,6\cdot 10^{-19}+\frac{1}{2}9,11\cdot 10^{-31}v^2$$

$$v=\sqrt{\frac{2\cdot 4,5\cdot 1,6\cdot 10^{-19}}{9,11\cdot 10^{-31}}}=1,257\cdot 10^6 m/s$$

II. El potencial de frenado está asociado a la energía cinética de los electrones, que será de 4,5 eV, por lo que el potencial de frenado será 4,5 V.
c) La energía cinética de los electrones en función de la frecuencia incidente si lo despejamos de la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico

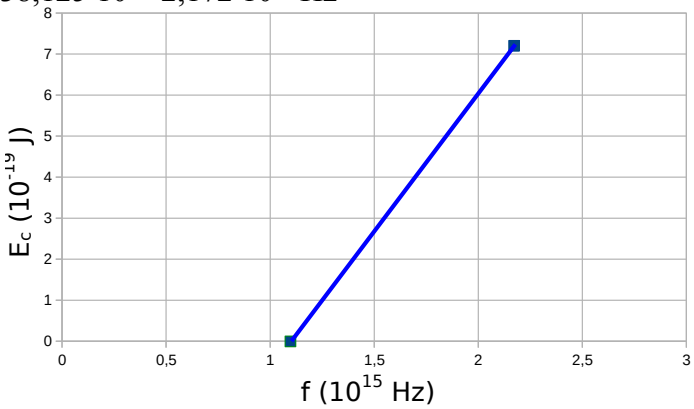
$$hf_{inc}=W_0+E_c \Rightarrow E_c=hf_{inc}-W_0$$

Se puede ver que es una recta y=mx+n donde y=Ec, x=finc, la pendiente es m=h y la ordenada en el origen es $-W_0$.
Representamos con dos puntos:
Si $E_c=0$, $hf_{inc}=W_0$

$f_{inc}=W_0/h=4,5\cdot 1,6\cdot 10^{-19}/6,63\cdot 10^{-34}=1,086\cdot 10^{15}$ Hz

Si $E_c=4,5$ eV$= 4,5\cdot 1,6\cdot 10^{-19}=7,2\cdot 10^{-19}$ J, $\lambda=276,25/2=138,125$ nm

$f_{inc}=c/\lambda=3\cdot 10^8/138,125\cdot 10^{-9}=2,172\cdot 10^{15}$ Hz



Podemos validar que la pendiente es $7,2\cdot 10^{-19}/(2,172\cdot 10^{15}-1,086\cdot 10^{15})=6,63\cdot 10^{-34}$ J·s

Resuelva los siguientes ejercicios. Se pueden utilizar los valores de constantes que se consideren necesarios.

Ejercicio 2. (10 puntos) Responda a las siguientes cuestiones:

2.2 (5 puntos) Para hacer una radiografía se necesitan rayos X de longitud de onda 0,25 Å. Por otra parte, la intensidad del haz de electrones debe ser de 50 mA y el tiempo de exposición 0,1 s. Suponiendo que toda la energía de un electrón útil pasa al fotón emitido, calcular:

a) Diferencia de potencial necesaria para acelerar los electrones. (2 puntos)

b) La potencia requerida. (1 punto)

c) El incremento de temperatura del ánodo, despreciando la energía transportada por el haz de rayos. (2 puntos)

Dato: Capacidad calorífica del material del ánodo: 5 J/ºC

Como se indica que se pueden se pueden utilizar los valores de constantes que se consideren necesarios, tomamos $h=6,63\cdot10^{-34}$ J·s, $c=3\cdot10^{8}$ m/s, $|e|=1,6\cdot10^{-19}$ C

a) La energía del fotón de rayos X con esa longitud de onda es $E=hc/\lambda$

$E=6,63\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^{8}/0,25\cdot10^{-10}=7,956\cdot10^{-15}$ J

Se indica que esa energía es igual a toda la energía de un electrón útil, y se entiende que hace referencia la energía cinética de un electrón que se hace chocar con un material para que emita rayos X.

La energía cinética de los electrones está asociada a la energía potencial ganada en la aceleración, que en módulo es $|e|\Delta V$.

Igualando $\Delta V=7,956\cdot10^{-15}/1,6\cdot10^{-19}=4,9725\cdot10^{4}$ V

b) $$P=\frac{E_{total}}{t}=\frac{n_{electrones}\cdot E}{t}=I\cdot E=\frac{50\cdot10^{-3}\not{C}}{1\,s}\cdot\frac{1\,e^{-}}{1,6\cdot10^{-19}\not{C}}\cdot7,956\cdot10^{-15}=2,48625\cdot10^{3}\,W$$

También se puede plantear $P=V\cdot I=4,9725\cdot10^{4}\cdot50\cdot10^{-3}=2,48625\cdot10^{3}\,W$

c) La energía en 0,1 s es $E=P\cdot t$

Despejamos de $Q=c\cdot\Delta T$

$$\Delta T=\frac{P\cdot t}{c}=\frac{2,48625\cdot10^{3}\cdot0,1}{5}=49,725\,ºC$$

4. En un experimento de física de partículas se detecta una corriente de átomos de Cobalto-60 (^{60}Co) que se mueven a una velocidad del 80% de la velocidad de la luz (0.8c) con respecto al laboratorio. Se sabe que el Co experimenta desintegración beta, transformándose en Níque-60 (^{60}Ni), emitiendo un electrón (e) y un antineutrino electrónico ($\bar{\nu}_e$):

$$^{60}Co \rightarrow {}^{60}\mathrm{Ni} + e^- + \bar{\nu}_e$$

La vida media del Co en su marco de reposo es de 5.27 años.

Las masas atómicas son: ^{60}Co = 59.933819 u, ^{60}Ni = 59.930789 u, e^- = 0.00054858 u (1 u= 931.5 MeV/c^2).
a. Calcule el factor de Lorentz (γ) para el ^{60}Co moviéndose a 0.8c. (10%).
b. Explique cómo este factor afecta la vida media del ^{60}Co observada en el laboratorio (τ) en comparación con su vida media propia (τ_0). ¿Cómo se relaciona τ con τ_0 y γ? (15%)
c. Calcule la energía de desintegración (Q-value) en MeV para la reacción de desintegración del ^{60}Co. (25%).
d. Asumiendo que el ^{60}Co está inicialmente en reposo en su propio marco y que el ^{60}Ni tiene una velocidad despreciable después de la desintegración (simplificación en el marco del laboratorio), determine la energía cinética y la velocidad del electrón emitido en el marco del laboratorio. (30%).
e. Si el ^{60}Co tiene una masa en reposo de 59.933819 u, ¿cuál sería su masa (masa relativista) si se moviera a una velocidad del 0.8c con respecto al laboratorio? Justifique su respuesta, (20%)

Ver 2020 Aragón B2

a)
$$\beta = \frac{v}{c} = 0,8$$
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-0,8^2}} = \frac{5}{3} \approx 1,67$$

b) La vida media propia se mide en el sistema de referencia del ^{60}Co.
El tiempo medido respecto al sistema de referencia en el laboratorio τ se dilata respecto al sistema de referencia en la partícula τ_0 ya que hay movimiento relativo entre ambos.

$$\tau = \gamma\,\tau_0 = \frac{5}{3} \cdot 5,27 = 8,78\,años = 2,00 \cdot 10^8\,s$$

c) Planteamos la energía de desintegración usando E=m·c^2 y considerando despreciable la masa del antineutrino

$$Q-value = E_{productos} - E_{reactivos} = E(^{60}\mathrm{Ni}) + E(e^-) + E(\bar{\nu}_e) - E(^{60}Co)$$
$$Q-value = (59,930789 + 0,00054858 - 59,933819) \cdot 931,5 \frac{MeV}{c^2} c^2$$
$$Q-value = -2,31144273\,MeV$$

Energía liberada, positiva
d) Si el ^{60}Ni obtenido como producto está en reposo, toda la energía de desintegración pasa al electrón y al antineutrino. Como no se da información sobre el antineutrino, podríamos asumir que su energía cinética es cero y toda la energía pasa a energía cinética del electrón.
Sin embargo, se indica que el ^{60}Co inicial está en reposo, por lo que debemos plantear la conservación del momento lineal, que era nulo antes y debe ser nulo después. Si el ^{60}Ni está en

reposo, la suma de momentos lineales de electrón y antineutrino debe ser cero. Como los momentos lineales son vectoriales, ambos tienen el mismo módulo $p_e=p_\nu$·=py ambos deben tener cierta energía cinética sin que podamos asumir cero la del antineutrino.
Como el antineutrino tiene una masa despreciable, toda su energía es cinétia y no tiene energía asociada al reposo, y podemos plantear $E_\nu=p_\nu \cdot c$

$$Q-value=E_{ce}+E_\nu=(\gamma-1)m_e c^2+p_\nu \cdot c$$

Como $p_e=p_\nu=p$ planteamos sin usar el factor de Lorentz usando la expresión donde aparece p

$$E_c=\sqrt{(p_e c)^2+(m_e c^2)^2}-m_e c^2$$

$$Q-value=\sqrt{(p\,c)^2+(m_e c^2)^2}-m_e c^2+p\,c$$

$$Q-value+m_e c^2-pc=\sqrt{(p\,c)^2+(m_e c^2)^2}$$

$$(Q-value+m_e c^2)^2-2(Q-value+m_e c^2)\,pc+pc^2=(p\,c)^2+(m_e c^2)^2$$

$$(Q-value+m_e c^2)^2-2(Q-value+m_e c^2)\,pc=(m_e c^2)^2$$

$$pc=\frac{(Q-value+m_e c^2)^2-(m_e c^2)^2}{2(Q-value+m_e c^2)}$$

$$pc=\frac{\left((Q-value+m_e c^2)+(m_e c^2)\right)\left((Q-value+m_e c^2)-(m_e c^2)\right)}{2(Q-value+m_e c^2)}$$

$$pc=\frac{(Q-value+2m_e c^2)Q-value}{2(Q-value+m_e c^2)}$$

$$pc=\frac{(2{,}31144273+2\cdot 0{,}00054858\cdot 931{,}5)\,2{,}31144273}{2(2{,}31144273+0{,}00054858\cdot 931{,}5)}$$

$$pc=1{,}365\,MeV$$

Se pide la energía cinética

$$E_c=\sqrt{(p_e c)^2+(m_e c^2)^2}-m_e c^2$$

$$E_c=\sqrt{(1{,}364)^2+(0{,}00054858\cdot 931{,}5)^2}-0{,}00054858\cdot 931{,}5=1{,}457-0{,}511=0{,}946\,MeV$$

$$v=\frac{pc^2}{E}=\frac{1{,}365\,c}{1{,}457}=0{,}937\,c$$ (se deja en función de c, ya que no es dato)

e) La "masa relativista" (es lo que utiliza el enunciado aunque no es correcto) sería mayor ya que aumenta la inercial

$$m_{relativista}=\gamma\,m\,c^2=\frac{5}{3}59{,}933819\cdot 931{,}5=9{,}304724\cdot 10^4\,MeV/c^2$$

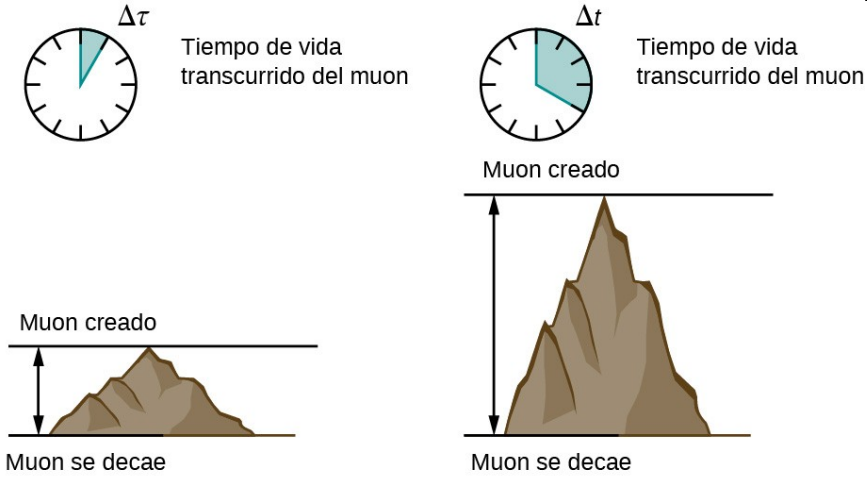
enrique@fiquipedia.es Revisado 6 julio 2024
CC BY SA

Opción B

2. Un grupo de montañeros quiere determinar la altura de una cima. Discutiendo el modo más sencillo de obtenerla, recuerdan los experimentos de medida del flujo de muones provenientes de la radiación secundaria de los rayos cósmicos en la parte alta de la atmósfera. Equipados con un detector de muones, toman dos medidas, una a nivel del mar y otra en la cima de la montaña. Detectan 411 muones por hora a nivel del mar y 579 muones por hora en la cima de la montaña.
La vida media de los muones es de $2{,}2\cdot10^{-6}$ segundos y se desplazan a una velocidad de 0,9978c, siendo c la velocidad de la luz en el vacío. Suponiendo que los muones en su trayecto no interactúan con las partículas de la atmósfera y siendo la masa del muón 207 veces la masa del electrón, determine:
a) ¿Qué altura respecto al nivel del mar tiene la cima de la montaña?
b) ¿Cuánto vale la energía cinética de los muones?
masa electrón = $9{,}11\cdot10^{-31}$ kg

Ver problemas de contracción de longitud y dilatación temporal en pruebas de acceso a la universidad https://gitlab.com/fiquipedia/drive.fiquipedia/-/raw/main/content/home/recursos/recursospau/ficherospaufisicaporbloques/F6.1-2-3-PAU-F%C3%AdsicaModerna-Contracci%C3%B3nLongitudDilataci%C3%B3nTiempo-soluc.pdf, en especial 2020 Septiembre Valencia Cuestión 8 donde se cita http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/Relativ/muon.html#c4
En el enunciado no es dato el valor de c, tomamos $c=3\cdot10^{8}$ m/s

a)Enunciado indica como dato la "vida media" por lo que se trata de vida promedio τ. Esa vida promedio está media en el sistema de referencia del muon, por lo que medido respecto al sistema de referencia en la Tierra el tiempo medido por el muon se dilata, y su vida promedio es mayor
β=v/c=0,9978. $\gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}=\frac{1}{\sqrt{1-0{,}9978^2}}=15{,}08$
Planteamos la ley de desintegración para los muones
Con sistema de referencia en Tierra $\frac{N}{N_0}=e^{\frac{-t}{\tau}}\Rightarrow\ln\left(\frac{411}{579}\right)=\frac{-t}{15{,}08\cdot2{,}2\cdot10^{-6}}\Rightarrow t=1{,}137\cdot10^{-5}s$
Llamamos L_0 a la altura de la montaña medida respecto del sistema de referencia en la Tierra



(a) Marco de referencia del muon (b) Marco de referencia de la Tierra
https://openstax.org/books/f%C3%ADsica-universitaria-volumen-3/pages/5-3-dilatacion-del-tiempo

Respecto al sistema de referencia en muon la distancia se contrae y es $L=L_0/\gamma$
Respecto del sistema de referencia en la Tierra el muon se mueve en un MRU entre dos puntos estacionarios respecto a la Tierra separados L_0.

$L_0=v\cdot t=0,9978\cdot 3\cdot 10^8\cdot 1,137\cdot 10^{-5}=3,403\cdot 10^3$ m

La altura que miden los montañeros es respecto del sistema de referencia en la Tierra, L_0.

También se puede plantear respecto del sistema de referencia en el muon, obteniendo el mismo resultado. Respecto al muon la Tierra se mueve es un MRU entre dos puntos estacionarios respecto al muon separados L.

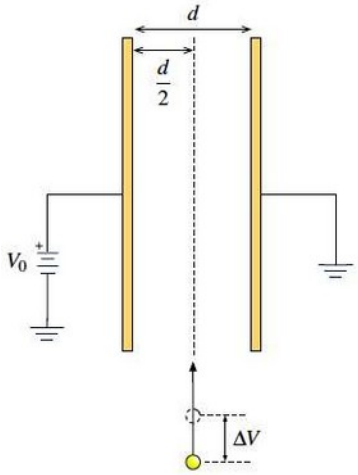
Con sistema de referencia en muon $\frac{N}{N_0}=e^{\frac{-t}{\tau}}\Rightarrow \ln(\frac{411}{579})=\frac{-t}{2,2\cdot 10^{-6}}\Rightarrow t=7,540\cdot 10^{-7}\,s$

$L=v\cdot t=0,9978\cdot 3\cdot 10^8\cdot 7,540\cdot 10^{-7}=2,257\cdot 10^2$ m

$L_0=L\cdot\gamma=3,403\cdot 10^3$ m

b) La energía cinética es $E_c=(\gamma-1)m\cdot c^2=(15,08-1)\cdot 207\cdot 9,11\cdot 10^{-31}(3\cdot 10^8)^2=2,39\cdot 10^{-10}\,J$

2. Un electrón de carga −e y masa m se acelera a través de una diferencia de potencial de V = 10^4 V antes de entrar a una región limitada por dos placas paralelas que tienen una diferencia de potencial igual a V_0 =100 V, separadas por una distancia d = 1 mm y de largo L = 1 m. El electrón entra a esta región en un plano equidistante de las placas. Ignorando efectos de bordes:



a) ¿Cuál es la velocidad del electrón al llegar a la región limitada por las dos placas? (3 puntos)

b) ¿Qué campo magnético B se debe aplicar en la región limitada por las dos placas para que el electrón continúe con trayectoria rectilínea? Indique la dirección de dicho campo en la figura. (3 puntos)

c) Suponga que, una vez aplicado el campo calculado anteriormente, suponga que cuando el electrón ha recorrido una distancia L/2 se quita la fuente de V_0 = 100 V.¿Alcanza a salir el electrón de las placas paralelas?. (4 puntos)

a) En la aceleración con diferencia de potencial se conserva la energía mecánica.
Si el electrón parte de velocidad nula, asumiendo velocidad final no relativista

$$\Delta E_m = 0 \Rightarrow |\Delta E_p| = |\Delta E_c| \Rightarrow |e|\Delta V = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2|e|\Delta V}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^4}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}} = 5{,}93 \cdot 10^7 \, m/s$$

$\beta = \frac{5{,}93 \cdot 10^7}{3 \cdot 10^8} = 0{,}198 = 19{,}8\%$ Es relativista, replanteamos considerando el aumento de inercia

$$|e|\Delta V = (\gamma - 1) mc^2 \Rightarrow \gamma = 1 + \frac{|e|\Delta V}{mc^2} = 1 + \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^4}{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2} = 1{,}0195$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \Rightarrow \beta = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} = \sqrt{1 - \frac{1}{1{,}0195^2}} = 0{,}1946 = 19{,}46\%$$

La velocidad es $v = \beta c = 0{,}1946 \cdot 3 \cdot 10^8 = 5{,}84 \cdot 10^7 \, m/s$ Tras ser acelerado por la diferencia de potencial describe un MRU y su velocidad no varía hasta llegar a las placas.

b) Para que el electrón no se desvíe la fuerza total debe ser nula, la fuerza magnética debe ser de mismo módulo y dirección pero sentido opuesto a la elécrica. Igualando módulos

$$|q| v B = |q| E \Rightarrow B = \frac{E}{v} = \frac{100/0{,}001}{5{,}84 \cdot 10^7} = 1{,}71 \cdot 10^{-3} \, T$$

La fuerza eléctrica sobre el electrón va hacia la izquierda en el el diagrama (el campo eléctrico va hacia la derecha, hacia potenciales menores). Para que la fuerza magnética $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$ vaya hacia la izquierda, siendo la carga negativa, el campo magnético es perpendicular al diagrama y sentido saliente del diagrama hacia el lector.

c) Si solo hay campo magnético describe una trayectoria circular. Calculamos el radio igualando módulos de fuerza magnética y centrípeta teniendo en cuenta el aumento de inercia

$$|q| v B = \gamma m \frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{\gamma m v}{|q| B} = \frac{1{,}0195 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 5{,}84 \cdot 10^7}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1{,}71 \cdot 10^{-3}} = 1{,}98 \cdot 10^{-1} \, m = 19{,}8 \, cm$$

El electrón ha recorrido L/2, 50 cm y está a d/2=0,5 mm. Un arco de circunferencia tangente a la trayectoria del electrón hasta ese momento y que pasase por un borde superior de la placa. Como 50 cm >> 0,5 mm, podemos aproximar que el radio son unos 25 cm, por lo que el electrón sí chocará y no alcanzará a salir de las placas paralelas.

3. El $^{255}_{99}Es$ y el $^{230}_{92}U$ son ambos emisores α, con períodos de semidesintegración, los dos, de aproximadamente 20 días. Los productos de sus desintegraciones, $^{249}_{97}Bk$ y $^{226}_{90}Th$, son emisores β de vidas muy largas. En un recipiente cerrado, de 1,12 L de capacidad, provisto de un manómetro y previamente vaciado, colocamos a 0º C, 2 g de ^{230}U y otros 2 g de ^{253}Es . ¿Cuál será la indicación del manómetro al cabo de 10 días?

La notación correcta es 0 ºC, no 0º C
En enunciado original se indica ^{253}Es cuando antes se ha dado información sobre Es-255. Mirando datos https://en.wikipedia.org/wiki/Isotopes_of_einsteinium#Einsteinium-255 tiene $T_{½}$ de unos 40 días, mientras que https://en.wikipedia.org/wiki/Isotopes_of_einsteinium#Einsteinium-253 lo tiene de unos 20 días. Asumimos errata inicial y es $^{253}_{99}Es$ que también es consistente con que tras una emisión alfa transmute a $^{249}_{97}Bk$ con un número másico 4 unidades menor.

Ver Madrid 1994-X2

a) Usamos la ley de desintegración para calcular el número de partículas alfa emitidas, que tras capturar electrones, pasan a ser helio. No tenemos en cuenta las emisiones de $^{249}_{97}Bk$ ni de $^{226}_{90}Th$ que no generan presión.

$$n(U)=n_0(U)2^{\frac{-t}{T_{1/2}}}=\frac{2}{230}\cdot 2^{\frac{-10}{20}}=6{,}15\cdot 10^{-3}\,mol\,He$$

$$n(Es)=n_0(Es)2^{\frac{-t}{T_{1/2}}}=\frac{2}{253}\cdot 2^{\frac{-10}{20}}=5{,}59\cdot 10^{-3}\,mol\,He$$

El volumen no varía por la transmutación, y consideramos que el volumen de los 2 g de U y 2 g de Es es despreciable

$$P=\frac{nRT}{V}=\frac{(6{,}15\cdot 10^{-3}+5{,}59\cdot 10^{-3})\cdot 0{,}082\cdot 273}{1{,}12}=0{,}23\,atm$$

PROBLEMA 2

Un fotón de 5 MeV genera un par electrón-positrón en las proximidades de un núcleo pesado en reposo.

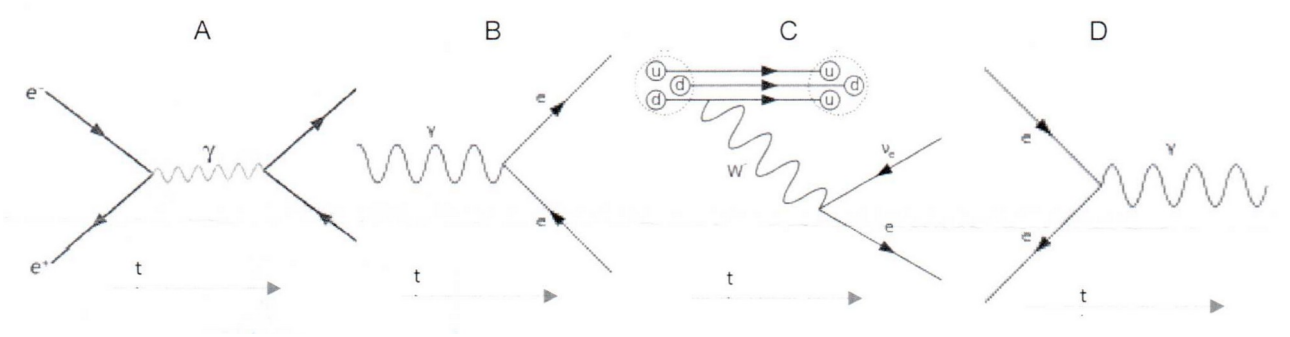
Suponiendo que el electrón y su antipartícula se reparten por igual el exceso de energía, calcula:

a. ¿Cuál debe ser la energía mínima, en MeV, de un fotón para generar un par electrón-positrón? (0,25 puntos)

b. ¿Cuál es la energía cinética, en MeV, de las partículas generadas en este caso? (0,5 puntos)

c. Determina la velocidad del electrón y del positrón, expresada en función de c. Tener en cuenta la corrección relativista de la masa. (0,75 puntos)

d. De los siguientes diagramas de Feynman, ¿cuál corresponde a la generación del par electrón-positrón? (0,25 puntos) ¿Con qué procesos se corresponden los otros diagramas? (0,25 puntos)



a) La energía mínima estaría asociada a generar las dos partículas con energía cinética nula; solo con masa. En ese caso tenemos $E=2\cdot mc^2$.

(no se indica m_e en reposo como dato, se usa $m_e=9,1\cdot10^{-31}$ kg. También puede recordarse el valor habitual en física de partículas 0,511 MeV (las unidades en las que se pide el resultado), pero se deduce a partir de valores aproximados de c y de carga del electrón, que no se dan: $9,1\cdot10^{-31}\cdot(3\cdot10^8)2/1,6\cdot10^{-19}\approx0,511$ MeV)

Numéricamente, la energía mínima del fotón será $E=2\cdot0,511=1,022$ MeV

b) $E_c = E_{total\ relativista}-E_{reposo}$, y utilizando el valor de energía en reposo de ambas partículas calculada en apartado a, tendremos $E_c=5-1,022=3,978$ MeV para ambas partículas. Asumiendo que ambas, tanto positrón como electrón, tienen la misma Ec, será Ec=1,989 MeV para cada una de las dos partículas.

c) Dado que el positrón y el electrón son partículas con masa, en lugar de plantear

$E^2_{total\ relativista}=(mc^2)^2+(pc)^2$ podemos usar la expresión equivalente $E_c=(\gamma-1)mc^2$

Sustituyendo $1,989=(\gamma-1)0,511\Rightarrow\gamma=\frac{1,989}{0,511}+1=4,892$

Usando la definición del factor de Lorentz

$$\gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\Rightarrow\beta=\sqrt{1-\frac{1}{\gamma^2}}=\sqrt{1-\frac{1}{4,892^2}}=0,979$$

$$v=\beta c=0,979\cdot3\cdot10^8=2,937\cdot10^8\ m/s$$

d) Ver “4.1 Representación de procesos con partículas: diagramas de Feynman” en https://gitlab.com/fiquipedia/drive.fiquipedia/-/raw/main/content/home/recursos/recursos-apuntes/apuntes-elaboracion-propia-fisica-2-bachillerato/F2B-F%C3%ADsicaPart%C3%ADculas-Teor%C3%ADa.pdf
El diagrama que corresponde a la generación del electrón-positrón a partir del fotón es B.
El diagrama C corresponde a una desintegración β^-: un quark down de un neutrón se desintegra en un bosón W^-, que luego se desintegra en un electrón y un antineutrino electrónico.
https://en.wikipedia.org/wiki/Beta_decay#%CE%B2%E2%88%92_decay
El diagrama D corresponde a la aniquilación de un electrón y un protón dando lugar a un fotón (el proceso inverso al diagrama B).
El diagrama A corresponde a la suma de D y B; con la indicación del tiempo es una aniquilación electrón-positrón generando un fotón seguida de una generación de par electrón-positrón a partir de ese fotón. Si el fotón fuese virtual y el eje temporal fuese vertical, podría representar una interacción entre un electrón y un positrón.

3. (Accesos 1, 2 y 3) En las instalaciones de un acelerador de partículas se consigue aumentar la masa del electrón en un factor de 15 respecto a la que tiene en reposo.
a).-Determine el valor de la energía cinética ganada por el electrón, en MeV. (0,25 puntos)
A continuación, se hace chocar el electrón contra un positrón que circula en sentido opuesto con la misma velocidad y la misma energía que el electrón, de tal forma que en el choque, se produce la aniquilación de las partículas y la formación de dos fotones con la misma energía, según el proceso

$$e^- + e^+ \rightarrow \text{fotón} + \text{fotón}$$

b).-Determine las velocidades y los momentos lineales del electrón y del positrón. (0,50 puntos)
c).-¿Con qué velocidad percibe el positrón al electrón? ¿Cuál sería esta velocidad desde la perspectiva del universo clásico?. Comente el resultado. (0,75 puntos)
d).-¿Cuál es la frecuencia y longitud de onda de la radiación electromagnética resultante tras la colisión? Describa las características de dicha radiación. (0,50 puntos)
Datos:
Velocidad de la luz en el vacío $c_0 = 3 \cdot 10^8$ m/s
Masa del electrón en reposo $m_{e^-} = 0{,}511 MeV/c^2$
Constante de Planck $h = 6{,}6260755 \cdot 10^{-34}$ J·s
Carga del electrón $q_{e^-} = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C

El valor y la unidad deben ir separados: debería ser 0,511 MeV/c²
Ver Castilla y León 2018-Acceso5-3

a) Si la inercia del electrón aumenta en un factor de 15, el factor de Lorentz es 15

$$E_c = (\gamma - 1) m c^2 = (15-1) 0{,}511 \frac{MeV}{c^2} c^2 = 7{,}154\, MeV$$

b) $$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \Rightarrow \beta = \sqrt{1-\frac{1}{\gamma^2}} = \sqrt{1-\frac{1}{15^2}} = 0{,}9977753$$

$$v = \beta c = 0{,}9977753 \cdot 3 \cdot 10^8 = 2{,}9933259 \cdot 10^8\, m/s$$

$$p = \gamma m v = 15 \cdot 0{,}511 \frac{MeV}{c^2} \cdot 0{,}9977753\, c = 7{,}648\, MeV/c$$

c) Se utiliza la composición de velocidades relativistas
En expresiones habitualmente se usa u, v y u' y es confuso, se escribe de manera distinta:

$$v_{AB} = \frac{v_{AC} - v_{CB}}{1 - \frac{v_{AC} v_{CB}}{c}}$$

v_{AB} es la velocidad del objeto A medida desde el sistema de referencia B.
v_{AC} es la velocidad del objeto A medida desde el sistema de referencia C.
v_{CB} es la velocidad del sistema de referencia C medida desde el sistema de referencia B.
En este caso
Sistema de referencia A: el electrón.
Sistema de referencia B: el positrón.
Sistema de referencia C: el acelerador desde donde se miden velocidades.
Tomamos velocidades positivas en el sentido en el que se mueve el positrón.
v_{AC}=-0,9977753c (del electrón respecto del acelerador)
v_{CB}=0,9977753c (del acelerador respecto del positrón)

$$v_{e^- respecto\, e^+}=\frac{-0{,}9977753\,c-0{,}9977753\,c}{1-\frac{0{,}9977753\,c\,(-0{,}9977753\,c)}{c}}=\frac{-1{,}9955506\,c}{1{,}9955555\,c}=-0{,}9999975\,c$$

El signo negativo indica que el electrón lleva velocidad opuesta al positrón.
Enunciado indica "Cuál sería esta velocidad desde la perspectiva del universo clásico" y se asume que hace referencia a qué velocidad sería utilizando física clásica no relativista. En ese caso se utilizaría la adición relativista de velocidades y

$$v_{e^- respecto\, e^+}=-0{,}9977753\,c-0{,}9977753\,c=-1{,}9955506\,c$$

Sería una velocidad superior a la de la luz, lo que es físicamente imposible.
d) La energía total relativista pasa a la energía de dos fotones

$$E_{fotón}=\frac{E_T}{2}=\frac{\gamma}{2}mc^2=\frac{15}{2}\frac{0{,}511\cdot10^6\cdot1.602\cdot10^{-19}}{e^2}e^2=6{,}139665\cdot10^{-13}\,J$$

$$E_{fotón}=hf\Rightarrow f=\frac{E_{fotón}}{h}=\frac{6{,}139665\cdot10^{-13}}{6{,}6260755\cdot10^{-34}}=9{,}266\cdot10^{20}\,Hz$$

La frecuencia está asociada a rayos gamma, radiación de muy alta energía, muy penetrante e ionizante (produciría efecto Compton o puede producir pares de partícula/antipartícula)

Tiene una longitud de onda $\lambda=\frac{c}{f}=\frac{3\cdot10^8}{9{,}266\cdot10^{20}}=3{,}24\cdot10^{-13}\,m$ menor que el átomo y mayor que el núcleo atómico.

Castilla y León 2021

3. (turno covid) La vida media propia de los mesones μ es $2 \cdot 10^{-6}$ s. Supóngase que un gran grupo de mesones, producidos a cierta altura de la atmósfera, se mueven hacia abajo con velocidad v=0,99c (c=$3 \cdot 10^8$ m/s es la velocidad de la luz). Despreciando las colisiones con la atmósfera durante su descenso, calcule la altura original si el 1% de los que existían en el grupo original sobreviven y alcanzan la superficie terrestre.

Galicia 2003

5. La vida media propia de los muones es aproximadamente 2.10^{-6} s. Supóngase que una gran cantidad de muones producidos a cierta altura de la atmósfera se mueven hacia abajo a una velocidad v=0,99c. El número de colisiones en la atmósfera durante el descenso es pequeño. Si alcanza el suelo el 1% de los que había a una altura h, calcular:
a.- El valor de la altura
b.- La energía cinética de los muones.
La masa del muón es aproximadamente 200 veces la masa del electrón.
Datos: c=3'00.10^8 m/s, m_e=9'11.10^{-31} kg

Comentario: enunciado original usa ' como separador decimal, pero no se debe utilizar
http://www.fiquipedia.es/home/recursos/recursos-notacion-cientifica/Separador%20decimal.pdf

Referencias:
http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/particles/muonatm.html
http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/relativ/muon.html#c1 En versión española
http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/relativ/muon.html#c1 se traduce original inglés "half-life" por vida media, cuando debería usar "periodo de semidesintegración". El dato de vida media suministrada en este enunciado es vida promedio (mean lifetime)
https://en.wikipedia.org/wiki/Muon#cite_note-PDG2012-1
En http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/relativ/muon.html#c6 existe la opción de variar parámetros y realizar cálculos.

Ver Aragón 2023-B2

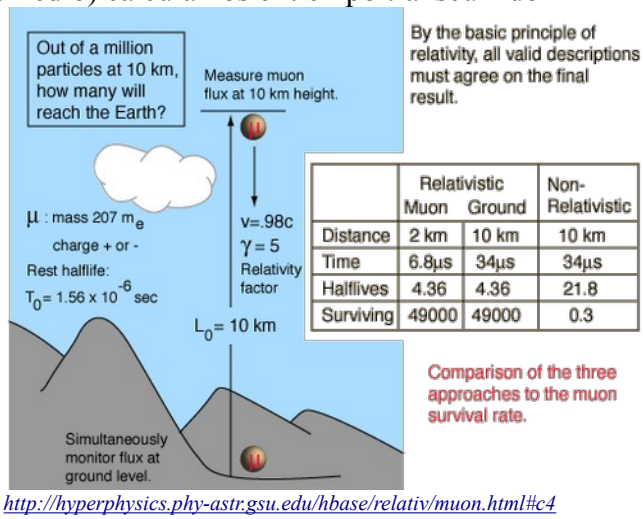
a) Como alcanza el suelo el 1% es que se ha desintegrado el 99%, usando la ley de desintegración y el dato de vida media (usamos dato como vida promedio) calculamos el tiempo transcurrido

$$N = N_0 \cdot e^{\frac{-t}{\tau}}$$

$$0{,}01 = e^{\frac{-t}{2 \cdot 10^{-6}}}$$

$$t = -2 \cdot 10^{-6} \cdot \ln(0{,}01) = 9{,}21 \cdot 10^{-6} s$$

Durante ese tiempo, llevando un MRU con v=0,99c han recorrido x=$0{,}99 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 9{,}21 \cdot 10^{-6}$=2735 m
Pero esos valores están medidos desde el sistema de referencia propio de los muones; necesitamos dar el dato de distancia medida desde un sistema de referencia externo a los muones. Al ser velocidades relativistas los tiempos y distancias dependen del observador; para los muones la



	Relativistic Muon	Relativistic Ground	Non-Relativistic
Distance	2 km	10 km	10 km
Time	6.8μs	34μs	34μs
Halflives	4.36	4.36	21.8
Surviving	49000	49000	0.3

http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/relativ/muon.html#c4

distancia se contrae, por lo que la distancia es $L_{muón}=\frac{L_{Tierra}}{\gamma}$ $\gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}=\frac{1}{\sqrt{1-0,99^2}}=7,09$

$L_{Tierra}=\gamma L_{muón}=7,09\cdot 2735=19391\,m$

b) Con velocidades relativistas la energía cinética no tiene la expresión clásica.

De manera general la energía relativista total es $E^2=p^2c^2+(m_0c^2)^2$, siendo la energía cinética la diferencia entre la energía total y la energía en reposo, que es $E=m_0c^2$. Para partículas con masa se puede plantear que $p=\gamma m_0 v$ lo que lleva a la expresión $E=\gamma m_0 c^2$ y $E_c=(\gamma-1)m_0c^2$

Se puede deducir $E^2=(\gamma^2\beta^2+1)(m_0c^2)^2\Rightarrow E^2=(\frac{\beta^2}{1-\beta^2}+1)(m_0c^2)^2\Rightarrow E=\sqrt{\frac{1}{1-\beta^2}}m_0c^2$

Para el muón en este caso $E_c=(7,09-1)200\cdot 9,11\cdot 10^{-31}(3\cdot 10^8)^2=9,985\cdot 10^{-11}J$

3. (Accesos 5) En el año 2008 se inauguró el LHC -Gran Colisionador de Hadrones-del CERN. En su interior se hacen girar haces de protones a velocidades cercanas a las de la luz, poniéndose de manifiesto los efectos relativistas. Si antes de ser inyectados al anillo, los protones son acelerados desde el reposo a través de un voltaje de 300000 kV.
a).- Calcule la velocidad de los protones cuando son inyectados al anillo y demuestre que su momento lineal es 0'8 GeV · c^{-1} (0'75 Puntos)
b).- Una vez que los protones se han inyectado al anillo, se vuelven a acelerar hasta alcanzar una velocidad de 0'97 c en dos haces que viajan alrededor del anillo en sentidos contrarios con el fin de hacerlos colisionar. Según un observador situado en el sistema de referencia de uno de los protones, ¿a qué velocidad se aproxima el otro protón? (0'25 Puntos)
Datos: Velocidad de la luz en el vacío c = 3 ·10^8 ms^{-1}
Masa del protón en reposo m_p = 938 MeV/c^2
Carga del protón q_p = 1'602 · 10^{-19} C

Ver Castilla y León 2018-Acceso5-3, Castilla y León 2021-3

a) Planteando conservación de energía mecánica, la energía cinética es $Ec=|q|\Delta V$ y es de $3\cdot10^5\cdot10^3$ eV=$3\cdot10^8$ eV=300 MeV=$3\cdot10^8\cdot1{,}602\cdot10^{-19}$=$4{,}806\cdot10^{-11}$ J
Planteamos energía cinética relativista

$$E_c=(\gamma-1)mc^2\Rightarrow\gamma=1+\frac{E_c}{mc^2}=1+\frac{300\,MeV}{938\,\frac{MeV}{c^2}c^2}=1{,}3198$$

$$\gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\Rightarrow\beta=\sqrt{1-\frac{1}{\gamma^2}}=\sqrt{1-\frac{1}{1{,}3198^2}}=0{,}6526$$

$$p=\gamma m v=\gamma m\beta c=1{,}3198\cdot938\,\frac{MeV}{c^2}\cdot0{,}6526\,c=808\,MeV/c=0{,}8\,GeV/c$$

b) Se utiliza la composición de velocidades relativistas
En expresiones habitualmente se usa u, v y u' y es confuso, se escribe de manera distinta:

$$v_{AB}=\frac{v_{AC}-v_{CB}}{1-\frac{v_{AC}v_{CB}}{c}}$$

v_{AB} es la velocidad del objeto A medida desde el sistema de referencia B.
v_{AC} es la velocidad del objeto A medida desde el sistema de referencia C.
v_{CB} es la velocidad del sistema de referencia C medida desde el sistema de referencia B.
En este caso
Sistema de referencia A: el protón que mide.
Sistema de referencia B: el protón que se aproxima.
Sistema de referencia C: el acelerador desde donde se miden velocidades.
Tomamos velocidades positivas en el sentido en el que se mueve el protón que mide.
v_{AC}=-0,97c (del protón respecto del acelerador)
v_{CB}=0,97c (del acelerador respecto del protón)

$$v_{e^-\,respecto\,e^+}=\frac{-0{,}97\,c-0{,}97\,c}{1-\frac{0{,}97\,c(-0{,}97\,c)}{c}}=\frac{-1{,}94\,c}{1{,}9409\,c}=-0{,}9995\,c$$

El signo negativo indica que el electrón lleva velocidad opuesta al positrón.

4.B) Para datar los restos de Cashel, encontrado en un pantano de Irlanda, se ha realizado la prueba del ^{14}C, midiéndose 10 desintegraciones por minuto y gramo de carbono. Sabiendo que el periodo de semidesintegración del ^{14}C es de 5730 años y que en la atmósfera la proporción de átomos es de $\frac{átomos\ ^{14}C}{átomos\ ^{12}C}=1,2\cdot10^{-12}$, cálculese la antigüedad de dichos restos. (0,6p)

b) $A=\frac{10\,desintegraciones}{1\,\cancel{min}}\cdot\frac{1\,\cancel{m}}{60\,s}=\frac{1}{6}\,Bq$

$$A=\lambda N=\frac{\ln(2)}{T_{1/2}}N$$

$$\frac{1}{6}=\frac{\ln(2)}{5730\cdot365\cdot24\cdot3600}N$$

$$N=\frac{5730\cdot365\cdot24\cdot3600}{6\ln(2)}=4,345\cdot10^{10}\,átomos\ ^{14}C$$

Eso suponen $\frac{4,345\cdot10^{10}}{1,2\cdot10^{-12}}=3,621\cdot10^{22}\,átomos\ ^{12}C$

Que a su vez suponen $\frac{3,621\cdot10^{22}}{6,022\cdot10^{23}}\cdot12=0,7216\,g\ ^{12}C$

Si planteamos la ley de desintegración con base 2

$$m=m_0\cdot2^{\frac{-t}{T_{1/2}}}$$

$$0,7216=1\cdot2^{\frac{-t}{5730}}$$

$$\ln(0,7216)=\frac{-t}{5730}\ln(2)$$

$$t=\frac{-\ln(0,7216)\cdot5730}{\ln(2)}=2697\,años$$

Los restos de Cashel hacen referencia a https://es.wikipedia.org/wiki/Hombre_de_Cashel que tienen una antigüedad de 2000 aC, lo que serían unos 4000 años.

1.- A la distancia media a la que la Tierra se encuentra respecto al Sol, la energía radiante que llega a la Tierra es S = 1353 W/m². Podemos estimar la temperatura media del Sol en 6000 K. La radiación absorbida por la Tierra depende del área de sección recta vista desde el Sol, πR^2 , donde R es el radio medio de la Tierra.
No toda la radiación recibida por la Tierra es absorbida, podemos considerar un factor de r= 0,3 que representa la radiación reflejada de nuevo, que constituye la luz que ven los astronautas desde el espacio. La Tierra vuelve a emitir la radiación absorbida al espacio. Si aproximamos la forma en que se irradia como la de un cuerpo negro (Ley de Stefan – Boltzmann), suponemos una constante de emisión radiativa relativa (e = 0,6).
Averigua:
a. La longitud de onda de emisión máxima del espectro de la radiación solar, si a una temperatura de 3000 K esta radiación vale 966 nm.
b. Energía que corresponde en eV a la longitud de onda calculada en el apartado anterior.
c. Deduce una expresión que nos permita calcular la temperatura media de la Tierra en función de los datos antes proporcionados y calcula su valor.
d. Calcula el ritmo o velocidad media con que se absorbe o se emite energía en W / m².
e. Si por efecto de los gases de efecto invernadero disminuye el factor e en un 1%, ¿cuál sería el aumento producido en la temperatura media?
Datos:
h = $6{,}63.10^{-34}$ J.s
K_SB = $5{,}67.10^{-8}$ $Wm^{-2}K^{-4}$
c = 3.10^{8} ms^{-1}
R=6370 km

a) La longitud de onda de emisión máxima está dada por la ley de Wien
https://es.wikipedia.org/wiki/Ley_de_desplazamiento_de_Wien $\lambda_{máx} \cdot T = b$
Como tenemos el valor de temperatura y longitud de onda podemos calcular la constante de Wien
Para 3000 K: $b=3000 \cdot 966 \cdot 10^{-9}=2{,}898 \cdot 10^{-3}$ m·K
Para 6000 K: $2{,}898 \cdot 10^{-3}=6000 \cdot \lambda_{máx} \rightarrow \lambda_{máx}= 2{,}898 \cdot 10^{-3}/6000=4{,}83 \cdot 10^{-7}$ m = 483 nm
También se puede plantear sin calcular b

$$\lambda_{máx\,1} \cdot T_1 = \lambda_{máx\,2} \cdot T_2 \Rightarrow \lambda_{máx\,2} = \lambda_{máx\,1} \cdot \frac{T_1}{T_2} = 966 \cdot \frac{3000}{6000} = 483\,nm$$

b) $$E = hf = \frac{hc}{\lambda} = 6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^{8}}{483 \cdot 10^{-9}} = 4{,}12 \cdot 10^{-19}\,J$$

Usando 1 eV = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J (no es dato en enunciado)

$$E = \frac{4{,}12 \cdot 10^{-19}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 2{,}58\,eV$$

c) La temperatura de la Tierra está asociada a la situación de equilibrio en la que emite la misma potencia que recibe.

$$P_{recibida} = S \cdot \pi R^2 \cdot (1 - r)$$

Para la potencia emitida utilizamos la ley de Stefan-Boltzmann
https://es.wikipedia.org/wiki/Ley_de_Stefan-Boltzmann

$E = e \cdot \sigma \cdot T^4$ donde E es la potencia emisiva en W/m²
(la constante K_SB es la constante de Stefan-Boltzmann que normalmente se representa con σ)
La potencia emitida por la Tierra está asociada a que emite en toda su superficie esférica

$$P_{emitida} = e \cdot \sigma \cdot T^4 \cdot 4\pi R$$

Igualando

$$e\cdot\sigma\cdot T^4\, 4\,\cancel{\pi R^2} = S\cdot\cancel{\pi R^2}\cdot(1-r)\Rightarrow T=\sqrt[4]{\frac{S(1-r)}{4\,e\,\sigma}}$$

Numéricamente $T=\sqrt[4]{\frac{1353(1-0,3)}{4\cdot 0,6\cdot 5,67\cdot 10^{-8}}}=288,8\,K=15,8\,ºC$

d) Para la emitida $E=e\cdot\sigma\cdot T^4$

Numéricamente $E=0,6\cdot 5,67\cdot 10^{-8}\cdot(288,8)^4\approx 237\,W/m^2$

Para la recibida debe coincidir

$$E=\frac{P_{recibida}}{Superficie}=\frac{S\cdot\pi R^2\cdot(1-r)}{4\,\pi R^2}=\frac{1353\cdot(1-0,3)}{4}\approx 237\,W/m^2$$

e) La nueva emisividad es e=0,6·0,99=0,594

Volviendo a calcular según expresión de apartado c

$$T=\sqrt[4]{\frac{1353(1-0,3)}{4\cdot 0,594\cdot 5,67\cdot 10^{-8}}}=289,6\,K=16,6\,ºC$$

El aumento sería de 16,6-15,8=0,8 ºC

OPCIÓN A

8. Sobre un metal inciden fotones de 450 nm de longitud de onda. Los electrones más energéticos expulsados del metal se desvían en un arco circular de 20,0 cm de radio por medio de un campo magnético de módulo $2{,}00\cdot10^{-5}$ T.
a) Calcula la función de trabajo del metal en eV. (0,75 ptos)
b) Razona si fotones con momento 1,00 eV/c podrían producir efecto fotoeléctrico sobre este metal. (0,125 ptos)
c) Calcula la frecuencia umbral ν_0 del metal. (0,25 ptos)
d) Los fotones con frecuencias por debajo de la frecuencia umbral no pueden producir efecto fotoeléctrico en condiciones normales pero sí podrían si la fuente de fotones se moviese hacia el metal. ¿A qué es debido este fenómeno? (0,125 ptos)
Datos: h= $6{,}626\cdot10^{-34}$ J·s, c=$3{,}00\cdot10^{8}$ m/s, m_e= $9{,}11\cdot10^{-31}$ kg, e= $1{,}60\cdot10^{-19}$ C).

a) Calculamos la velocidad de los electrones a partir del campo magnético y el radio igualando módulo de fuerza magnética y fuerza centrípeta

$$|e|\,v\,B=m\frac{v^2}{R}\Rightarrow v=\frac{|e|\,B\,R}{m}=\frac{1{,}60\cdot10^{-19}\cdot2{,}00\cdot10^{-5}\cdot20{,}0\cdot10^{-2}}{9{,}11\cdot10^{-31}}=7{,}03\cdot10^{4}\,m/s$$

Usamos la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico

$$h\frac{c}{\lambda}=W_0+\frac{1}{2}m\,v^2\Rightarrow W_0=6{,}63\cdot10^{-34}\frac{3\cdot10^{8}}{450\cdot10^{-9}}-\frac{1}{2}9{,}11\cdot10^{-31}(7{,}03\cdot10^{4})^2=4{,}40\cdot10^{-19}\,J=2{,}75\,eV$$

b) En los fotones que no tienen masa E=pc → p=E/c
El momento de 1 eV/c supone una energía de 1 eV, inferior a la función de trabajo y no produciría efecto fotoeléctrico sobre ese metal.

c) $$W_0=h\,\nu_0\Rightarrow\nu_0=\frac{W_0}{h}=\frac{4{,}40\cdot10^{-19}}{6{,}63\cdot10^{-34}}=6{,}64\cdot10^{14}\,Hz$$

d) Si la fuente de fotones se mueve hacia el metal se produce Doppler relativista que aumenta la frecuencia recibida y por lo tanto desde el sistema de referencia en el metal la frecuencia sí podría ser superior a la frecuencia umbral.

Para Doppler relativista $f'=\frac{\sqrt{1\pm\beta^2}}{\sqrt{1\mp\beta^2}}f$

enrique@fiquipedia.es Revisado 26 julio 2025
CC BY SA

Deberá realizar tres ejercicios de entre los seis propuestos. Cada ejercicio se califica sobre 10 según la ponderación indicada en cada apartado. La calificación total de la prueba será la que resulte de dividir la puntuación total obtenida entre tres.

2. La constante radiactiva del cobalto-60 vale 0,13 años^{-1} y su masa atómica es de 59,9338222 u.

Calcule:

a. Su periodo de semidesintegración y vida media. (2,5 puntos)

b. La actividad de una muestra de 10 g de este isótopo. (2,5 puntos)

c. El tiempo que ha de transcurrir para que en la muestra anterior queden 2,5 g del isótopo. (2,5 puntos)

d. Su energía de enlace por nucleón, expresada en MeV. (2,5 puntos)

Datos: Z(Co)=27; m_p = 1,007276 u; m_n = 1,008665 u; m_e = 0,0005486 u;
1 u = 1,661·10^{-17} kg; 1 MeV = 1,602·10^{-13} J; c=2,998·10^8 m/s

a) $\lambda = \frac{0,13}{365 \cdot 24 \cdot 3600} = 4,12 \cdot 10^{-9} s^{-1}$

$\tau = \frac{1}{\lambda} = 7,69\, años = 2,43 \cdot 10^8\, s$

$T_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda} = \ln(2)\tau = 5,33\, años = 1,68 \cdot 10^8\, s$

Validamos con referencia https://chemlin.org/isotope/cobalt-60 $T_{½}$ =5,27 años

b) $A = \lambda N = \lambda \frac{m}{M} N_A = 4,12 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{10}{59,933822}$

El número de Avogadro no es dato, pero usamos $N_A \cdot u = 1\ g \rightarrow N_A = 10^{-3}/1,661 \cdot 10^{-27} = 6,02 \cdot 10^{23}$

$A = \lambda N = \lambda \frac{m}{M} N_A = 4,12 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{10}{59,933822} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 4,14 \cdot 10^{14}\, Bq$

c) Usamos la ley de desintegración

$m = m_0 e^{-\lambda t}$

$\frac{2,5}{10} = e^{-0,13 \cdot t}$

$t = \frac{\ln(\frac{2,5}{10})}{-0,13} = 3,62\, años$

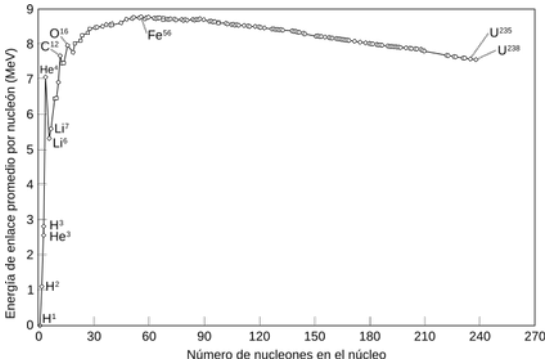
d) La energía de enlace está asociada al defecto de masa. No usamos la masa del electrón.

$\Delta m = 27 \cdot m_p + 33 \cdot m_n - m(^{60}Co) = 27 \cdot 1,007276 + 33 \cdot 1,008665 - 59,9338222 = 0,548575\, u$

$\Delta E = \Delta m\, c^2 = 0,548575 \cdot 1,661 \cdot 10^{-27} \cdot (2,998 \cdot 10^8)^2 = 8,1897 \cdot 10^{-11}\, J$

$\frac{\Delta E}{nucleón} = \frac{\frac{8,1897 \cdot 10^{-11}}{1,602 \cdot 10^{-13}}}{60} = \frac{5,1122 \cdot 10^2}{60} = 8,52 \frac{MeV}{nucleón}$

Validamos que coincide con el valor aproximado en la gráfica habitual de energía por nucleón https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Binding_energy_curve_-_common_isotopes-es.svg y en datos https://chemlin.org/isotope/cobalt-60 8.7467658 MeV (average binding energy per nucleon) indica 59.9338157(5) u (atomic weight of Cobalt-60)



EL OPOSITOR REALIZARÁ UNA DE LAS DOS OPCIONES PROPUESTAS (A ó B)
La duración de este ejercicio será de 3 horas como máximo

B1.- Un análisis de las fotos de una cámara de burbujas revela que se ha creado un par electrón-positrón al pasar fotones por su líquido. El positrón y el electrón tienen curvaturas iguales en un campo magnético uniforme de intensidad 0,200 T, siendo sus radios de 2,50 cm. Determine la longitud de onda del fotón que produjo el par.
Datos: h = $6{,}63\cdot10^{-34}$ J.s; $q_{e^-} = 1{,}60\cdot10^{-19}$ C; masa en reposo e^- = 0,511 $MeVc^{-2}$; c = $3{,}00\cdot10^{8}$ $m\cdot s^{-1}$

$$E=mc^2 \Rightarrow m=\frac{E}{c^2}=\frac{0{,}511\cdot10^{6}\cdot1{,}60\cdot10^{-19}}{(3\cdot10^{8})^2}=9{,}08\cdot10^{-31}kg$$

Validamos valor https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?me 9.109 383 7139(28) x 10^{-31} kg

En un campo magnético uniforme igualamos fuerza magnética a centrípeta, y asumimos velocidades relativistas y aumento de inercia asociado a velocidad

$$F_m=F_c$$

$$|q|vB=\gamma m\frac{v^2}{R}$$

$$\gamma v=\frac{|q|BR}{m}=\frac{1{,}60\cdot10^{-19}\cdot0{,}200\cdot2{,}50\cdot10^{-2}}{9{,}08\cdot10^{-31}}=8{,}81\cdot10^{8}m/s$$

Si no hubiésemos planteado aumento aumento de inercia asociado a la velocidad se habría obtenido una velocidad mayor que c, sin sentido.

$$\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}v=8{,}81\cdot10^{8}m/s$$

$$v^2=(8{,}81\cdot10^{8})^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)$$

$$c^2v^2=(8{,}81\cdot10^{8})^2c^2-(8{,}81\cdot10^{8})^2v^2$$

$$v^2=\frac{(8{,}81\cdot10^{8})^2c^2}{c^2+(8{,}81\cdot10^{8})^2}$$

$$v=2{,}84\cdot10^{8}m/s$$

$$\gamma=\frac{8{,}81\cdot10^{8}}{2{,}84\cdot10^{8}}=3{,}10$$

La energía del fotón que produjo el par debe ser igual a la suma de energía total relativista de de electrón y positrón formados.

$$E=2\gamma mc^2=2\cdot3{,}10\cdot9{,}08\cdot10^{-31}\cdot(3\cdot10^{8})^2=5{,}07\cdot10^{-13}J$$

$$E=h\frac{c}{\lambda}\Rightarrow\lambda=h\frac{c}{E}=6{,}63\cdot10^{-34}\cdot\frac{3\cdot10^{8}}{5{,}07\cdot10^{-13}}=3{,}92\cdot10^{-13}m$$

Baleares 2018
Menorca A2. Un fotó de 10 MeV d'energia col·lisiona amb un electró lliure en repòs i es dispersa amb un angle de 60º.
Sabent l'equació de l'efecte Compton

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta)$$

Calcula:
a.- La longitud d'ona del fotó dispersat i l'energia cinètica assolida per l'electró en aquest procés.
b.- Quines efectes relativistes es produixen a la massa i la velocitat?
c.- L'energia màxima que podria assolir un electró per la dispersió experimentada per fotons d'aquest valor energètic.

Un fotón de 10 MeV de energía colisiona con un electrón libre en reposo y se dispersa con un ángulo de 60º. Sabiendo la ecuación del efecto Compton

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta)$$

Calcula:
a.- La longitud de onda del fotón dispersado y la energía cinética alcanzada por el electrón en este proceso.
b.- ¿Qué efectos relativistas se producen en la masa y la velocidad?
c.- La energía máxima que podría alcanzar un electrón por la dispersión experimentada por fotones de este valor energético.

Cantabria 1994 *(Enunciado oficioso, no se tiene el original)*
X2. Un fotón de 10 MeV de energía es dispersado 60º tras interaccionar con un electrón libre de una muestra de grafito. Calcular:
a) Frecuencia del fotón dispersado
b) La energía cinética adquirida por el electrón en dicho proceso.
c) Energía máxima que podrá alcanzar el electrón de dicha muestra, debido a la dispersión experimentada por fotones de dicho valor energético.
DATOS: m_e=9,11·10^{-31} kg; h=6,63·10^{-34} J·s; c=3,00·10^{8} ms^{-1}
d) ¿Cuál es el motivo por el que, en el desarrollo teórico del efecto Compton, hay que tener en cuenta el correspondiente balance de momentos lineales mientras que, en el caso del efecto fotoeléctrico, sólo se realiza un balance energético?
e) ¿Qué importancia histórica para el desarrollo de la Física Cuántica aportó el fenómeno de dispersión, descubierto por Arthur H. Compton en 1923?

Referencias:
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/cuantica/compton/Compton.htm

[a) Menorca 2018, a) Cantabria 1994] Se trata de un fotón de alta energía y dispersión, utilizamos la expresión para efecto Compton $\lambda' = \lambda + \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta)$
Como no tenemos λ sino energía del fotón, las relacionamos: E=hf=hc/λ → λ=hc/E

$$\lambda' = \frac{hc}{E} + \frac{h}{mc}(1-\cos\theta)$$

$$\lambda' = 6{,}63\cdot 10^{-34}\cdot\left(\frac{3\cdot 10^{8}}{10\cdot 10^{6}\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}} + \frac{1-\cos 60^{o}}{9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot 3\cdot 10^{8}}\right) = 1{,}3386\cdot 10^{-12}\, m$$

$$f' = \frac{c}{\lambda'} = \frac{3\cdot 10^{8}}{1{,}3386\cdot 10^{-12}} = 2{,}24\cdot 10^{20}\, Hz$$

[a) Menorca 2018, b) Cantabria 1994] La energía ganada por el electrón es la que ha perdido el fotón (que es negativa, perdida)

$$E_c = \Delta E_{fotón} = |E_{final} - E_0| = |hf' - E_0| = |6{,}63\cdot 10^{-34}\cdot 2{,}24\cdot 10^{20} - 10\cdot 10^{6}\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}|$$

$$E_c = 1{,}45\cdot 10^{-12}\, J = 9{,}07\, MeV$$

De los comparamos con los 10 MeV iniciales el 90% de la energía pasa al electrón.

[b) Menorca 2018] El efecto relativista es que la velocidad es próxima a la velocidad de la luz, lo que hace que aumente la inercia de las partículas con masa y cueste más acelerarlas.

$$E_c = (\gamma - 1) m c^2$$

$$\gamma = 1 + \frac{E_c}{mc^2} = 1 + \frac{1{,}45\cdot 10^{-12}}{9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot (3\cdot 10^{8})^2} = 18{,}7$$

[c) Menorca 2018, c) Cantabria 1994] La energía cinética máxima del electrón implicará pérdida máxima de energía por el fotón, que implica mayor diferencia de longitud de onda, implica $(1-\cos\theta)_{max} \rightarrow \cos\theta = -1 \rightarrow \theta = 180^{o}$

$$\frac{c}{f'} = \frac{hc}{E} + 2\cdot\frac{h}{mc}$$

$$\frac{c}{f'} = 6{,}63\cdot 10^{-34}\cdot\left(\frac{3\cdot 10^{8}}{10\cdot 10^{6}\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}} + 2\cdot\frac{1}{9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot 3\cdot 10^{8}}\right) = 4{,}98\cdot 10^{-12}$$

$$f' = \frac{3\cdot 10^{8}}{4{,}98\cdot 10^{-12}} = 6{,}02\cdot 10^{19}\, Hz$$

$$E_c = \Delta E_{fotón} = |E_{final} - E_0| = |hf' - E_0| = |6{,}63\cdot 10^{-34}\cdot 6{,}02\cdot 10^{19} - 10\cdot 10^{6}\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}|$$

$$E_c = 1{,}56\cdot 10^{-12}\, J = 9{,}75\, MeV$$

[d) Cantabria 1994] En efecto Compton el fotón choca con gran energía con el electrón, el fotón no desaparece y tanto el fotón como el electrón salen del choque con cierto momento. El electrón está libre, no ligado al átomo, y se trata como un problema de colisión con balance de momentos lineales y de energía entre las dos partículas involucradas, fotón y electrón.

En efecto fotoeléctrico el fotón comunica toda su energía al electrón, el fotón desaparece y el electrón sale del átomo con cierta energía cinética. El electrón está ligado al átomo, parte de la energía pasa al átomo, la suministrada para poder extraerlo. Tras el choque hay una única partícula, que es el electrón, y se hace balance de energía, no de momentos lineales.

[e) Cantabria 1994] Fue una prueba más de que la luz en la interacción con materia se comporta como partículas, ya que es un fenómento que no se puede explicar con la naturaleza ondulatoria de la luz, sino como choque entre fotón y electrón con conservación de momento lineal como choques entre particulas, utilizando fórmulas relativistas ya que ocurre para velocidades grandes. En el desarrollo de la física cuántica fue importante ya que afianzó la dualidad onda-corpúsculo / principio de complementariedad.

Menorca B3. El $_{26}Fe^{59}$ es un isótop del ferro emprat en farmàcia que es descompon en $_{27}Co^{59}$ emetent radiació. Si el Fe^{59} es deixa 178 dies (cosa que suposa n vegades la seva vida-mitjana ($t_{½}$) la raó molar de Co^{59} a Fe^{59} és 15:1.
c.- Si n és un nombre sencer, quina és la vida mitjana del Fe^{59} en dies?

El $^{59}_{26}Fe$ es un isótopo del hierro empleado en farmacia que se descompone en $^{59}_{27}Co$ emitiendo radiación. Si el ^{59}Fe se deja 178 días (lo que supone n veces su vida-media (t½) la razón molar de ^{59}Co a ^{59}Fe es 15:1.
c.- Si n es un número entero, ¿cuál es la vida media del ^{59}Fe en días?

La notació es con el número másico en la parte superior izquierda: la parte superior derecha ex para la carga.
IUPAC Quantities, Units and Symbols in Physical Chemistry
https://iupac.org/wp-content/uploads/2019/05/IUPAC-GB3-2012-2ndPrinting-PDFsearchable.pdf
A nuclide may be specified by attaching the mass number as a left superscript to the symbol for the element, as in ^{14}C, or added after the name of the element, as in carbon-14.

c) Planteamos la ley de deintegración

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$\frac{N_0}{15} = N_0 e^{-\lambda \cdot 178}$$

$$\ln\left(\frac{1}{15}\right) = -\lambda \cdot 178$$

$$\lambda = \frac{\ln\left(\frac{1}{15}\right)}{178} = 1{,}52 \cdot 10^{-2}\, días^{-1}$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda} = \frac{\ln(2)}{1{,}52 \cdot 10^{-2}} = 45{,}6\, días$$

Como se indica que 178=n·$T_{½}$ siendo n entero

$$\frac{178}{45{,}6} = 3{,}9 \approx 4$$

La vida media en días es 178/4=44,5 días
Referencia https://es.wikipedia.org/wiki/Anexo:Is%C3%B3topos_de_hierro ^{59}Fe 44.495(9) d

3. (Acceso 5) En un laboratorio de física de partículas se producen un tauón y un mesón Π^+ que van al encuentro uno del otro, el tauón con una velocidad de 0,6·c y el pion de 0,8·c, donde c es la velocidad de la luz. Determínese:
a) ¿Con qué diferencia de potencial debe acelerarse el pion para que alcance su velocidad de 0,8·c? (0,5 ptos.)
b) ¿Con qué velocidad "ve" el tauón al pion? (0,5 ptos.)
c) Si la longitud propia del pion es de 1 fermi, ¿con qué longitud lo ve el tauón? (0,5 ptos.)
d) Enúnciese rigurosamente los postulados de la teoría de la relatividad especial. (0,5 ptos.)
Masa en reposo del mesón: 139,6 MeV/c^2. Carga del mesón=Carga del protón.

Enunciado usa pion y hay que saber que el mesón Π es también se llama pion.
Enunciado usa fermi y hay que saber que 1 fermi = 1 fm = 10^{-15} m
Ver Murcia 1998-1.3
https://espanol.libretexts.org/Fisica/Fisica_Conceptual/Introducci%C3%B3n_a_la_F%C3%ADsica_(Parque)/05%3A_F%C3%ADsica_Moderna_-_Mec%C3%A1nica_Cu%C3%A1ntica%2C_Relatividad_Especial_y_F%C3%ADsica_Nuclear_y_de_Part%C3%ADculas/13%3A_Relatividad_Especial/13.05%3A_Adici%C3%B3n_relativista_de_velocidades
https://teoria-de-la-relatividad.blogspot.com/2009/03/7b-suma-relativistica-de-velocidades.html
https://modern-physics.org/adicion-de-velocidades-relativistas-ecuacion-ejemplos-y-teoria/
http://www.relatividad.org/bhole/adicion.html

a) Planteamos la conservación de energía mecánica: toda la energía potencial pasa a energía cinética, que en este caso es relativista.

$$\beta=\frac{v}{c}=0,8\Rightarrow\gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}=\frac{1}{\sqrt{1-0,8^2}}=\frac{5}{3}$$

$$\Delta E_p=\Delta E_c$$

$$|q|\Delta V=(\gamma-1)mc^2$$

$$\Delta V=(\frac{5}{3}-1)\frac{139,6\cdot10^6\cancel{|q|}\,\cancel{e}^2}{\cancel{|q|}\,\cancel{e}^2}$$

$$\Delta V=93,1\cdot10^6 V$$

b) Planteamos primero las transformaciones de Lorentz para las velocidades, usando las expresiones asociadas a que el eje x y x' de los sistemas S_1 en tauón y S_2 en pion que son paralelos (van en la misma línea uno hacia el otro).
La velocidad en el eje y también se modifica aunque no haya velocidad relativa entre sistemas, porque la velocidad depende del tiempo que varía entre los sistemas.

$$\beta=\frac{v}{c};\gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\qquad v'_x=\frac{v_x-v}{1-\frac{\beta}{c}v_x};v'_y=\frac{v_y}{\gamma(1-\frac{\beta}{c}v_x)}$$

En expresiones habitualmente se usa u, v y u' y es confuso, se escribe de manera distinta:

$$v_{AB}=\frac{v_{AC}-v_{CB}}{1-\frac{v_{AC}v_{CB}}{c}}$$

v_{AB} es la velocidad del objeto A medida desde el sistema de referencia B.
v_{AC} es la velocidad del objeto A medida desde el sistema de referencia C.

v_{CB} es la velocidad del sistema de referencia C medida desde el sistema de referencia B.
En este caso
Sistema de referencia A: el pion.
Sistema de referencia B: el tauón.
Sistema de referencia C: el laboratorio desde donde se miden velocidades.
Tomamos velocidades positivas en el sentido en el que se mueve el tauón.
v_{AC}=-0,6c (del pion respecto del laboratorio)
v_{CB}=0,8c (del laboratorio respecto del tauón)

$$v_{\Pi^+ respecto\ \tau}=\frac{-0,6c-0,8c}{1-\frac{0,6c(-0,8c)}{c}}=\frac{-1,4c}{1,48c}=-0,9459c$$

El signo negativo indica que el pion lleva velocidad opuesta al tauón.
c) La longitud propia del pion es 10^{-15} m, y como se el tauón está en movimiento relativo, se produce una contracción de longitud relativista.

$$\beta=\frac{v}{c}=0,9459\Rightarrow\gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}=\frac{1}{\sqrt{1-0,9459^2}}=3,08$$

$$L=\frac{L_0}{\gamma}=\frac{10^{-15}}{3,08}=3,25\cdot10^{-16}m=0,325\,fermi$$

d) Los postulados de la teoría de la relatividad especial son dos:
1. Principio de relatividad: Las leyes de la física son las mismas en todos los sistemas de referencia inerciales.
2. Invariancia de la velocidad de la luz en el vacío. La velocidad de la luz en el vacío es constante e independiente del movimiento relativo entre fuente y observador.

A2. Cuando una superficie de potasio, en el vacío, se ilumina con luz amarilla de 5890 Å se liberan e^- que necesitan para ser detenidos 0,36 V y si se ilumina con luz ultravioleta de 2537 Å, se necesitan 3,14 V.
Calcular: (1,25 ptos)
a) La constante h de Planck. (0,75 puntos)
b) La longitud de onda límite del efecto fotoeléctrico para el potasio. (0,50 puntos)
Datos: carga del electrón = $1.602\,177 \cdot 10^{-19}$ J ; c = $2{,}998 \cdot 10^8$ ms^{-1}

a) Planteamos la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico

$$h\frac{c}{\lambda} = W_0 + |e| V_{frenado}$$

$$h\frac{2{,}998 \cdot 10^8}{5890 \cdot 10^{-10}} = W_0 + 1{,}602177 \cdot 10^{-19} \cdot 0{,}36$$

$$h\frac{2{,}998 \cdot 10^8}{2537 \cdot 10^{-10}} = W_0 + 1{,}602177 \cdot 10^{-19} \cdot 3{,}14$$

Restamos segunda menos primera

$$h\,2{,}998 \cdot 10^8 \left(\frac{1}{2537 \cdot 10^{-10}} - \frac{1}{5890 \cdot 10^{-10}}\right) = 1{,}602177 \cdot 10^{-19} \cdot (3{,}14 - 0{,}36)$$

$$h = \frac{1{,}602177 \cdot 10^{-19} \cdot (3{,}14 - 0{,}36)}{2{,}998 \cdot 10^8 \left(\frac{1}{2537 \cdot 10^{-10}} - \frac{1}{5890 \cdot 10^{-10}}\right)} = 6{,}621 \cdot 10^{-34}\, J{\cdot}s$$

$$W_0 = 6{,}621 \cdot 10^{-34} \frac{2{,}998 \cdot 10^8}{5890 \cdot 10^{-10}} - 1{,}602177 \cdot 10^{-19} \cdot 0{,}36 = 2{,}793 \cdot 10^{-19}\, J \approx 1{,}74\, eV$$

b)

$$W_0 = h\frac{c}{\lambda_0} \Rightarrow \lambda_0 = h\frac{c}{W_0} = 6{,}621 \cdot 10^{-34} \frac{2{,}998 \cdot 10^8}{2{,}793 \cdot 10^{-19}} = 7{,}11 \cdot 10^{-9}\, m = 711\, nm$$

La energía de ionización tabulada para el potasio es de unos 4,34 eV, pero está asociada a potasio gaesoso, y en efecto fotoeléctrico se trata de potasio metálico
https://webbook.nist.gov/cgi/cbook.cgi?ID=C7440097&Mask=20#Ion-Energetics
Para potasio sólido el trabajo de extracción es menor
http://www.hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/Tables/photoelec.html

Escoja únicamente 3 problemas de los 6 propuestos.

4.a) En la dispersión de un fotón por un electrón libre en reposo (de masa m_0), obtenga la expresión de la energía del fotón incidente en función del ángulo θ de dispersión del fotón y de la energía cinética final, E_c, del electrón.

Referencias con efecto Compton: Cantabria 2024-D5-a, 2001 Cataluña C3-b, Andalucía 1998-F4, 1996 Andalucía F4, 1994 Cantabria X2, Valencia 1999-F5

Partimos de la expresión del la variación de longitud de onda en el efecto Compton, donde usamos λ' para la longitud de onda de la radiación reemitida.

$$\lambda' = \lambda + \frac{h}{m_0 c}(1-\cos\theta)$$

El electrón estaba inicialmente en reposo

$$E_{c\,electrón} = \Delta E_{fotón} = E_{incidente} - E_{dispersado}$$

$$E_{incidente} = E_{c\,electrón} + E_{dispersado}$$

La energía del fotón dispersado es $E_{inc}=hc/\lambda'$

$$E_{incidente} = E_{c\,electrón} + \frac{hc}{\lambda + \frac{h}{m_0 c}(1-\cos\theta)}$$

$$E_{incidente} = E_{c\,electrón} + \frac{hc/\lambda}{1 + \frac{hc}{m_0 c^2 \lambda}(1-\cos\theta)}$$

$$E_{incidente} = E_{c\,electrón} + \frac{E_{incidente}\, m_0 c^2}{m_0 c^2 + E_{incidente}(1-\cos\theta)}$$

$$\cancel{E_{incidente}\, m_0 c^2} + (E_{incidente})^2(1-\cos\theta) = E_{c\,electrón}\, m_0 c^2 + E_{c\,electrón}\, E_{incidente}(1-\cos\theta) + \cancel{E_{incidente}\, m_0 c^2}$$

$$(1-\cos\theta)(E_{incidente})^2 - E_{c\,electrón}(1-\cos\theta)\, E_{incidente} - E_{c\,electrón}\, m_0 c^2 = 0$$

$$(E_{incidente})^2 - E_{c\,electrón}\, E_{incidente} - E_{c\,electrón}\, m_0 \frac{c^2}{(1-\cos\theta)} = 0$$

$$E_{incidente} = \frac{-E_{c\,electrón} \pm \sqrt{(E_{c\,electrón})^2 - 4 \cdot \frac{(-E_{c\,electrón}\, m_0 c^2)}{(1-\cos\theta)}}}{2}$$

La expresión de la energía del fotón incidente en función del ángulo θ de dispersión del fotón y de la energía cinética final, Ec, del electrón es, teniendo en cuenta que la energía debe ser positiva

$$E_{incidente} = \frac{-E_{c\,electrón} + \sqrt{(E_{c\,electrón})^2 + 4\frac{E_{c\,electrón}\, m_0 c^2}{(1-\cos\theta)}}}{2}$$

Física.
Cuestión 2.
De los 120g iniciales de una muestra radiactiva se han desintegrado el 10% en una hora. Determinar:
a. La constante de desintegración radiactiva y el periodo de semidesintegración de la muestra.
b. La masa que quedará de la sustancia radiactiva transcurridas 5 horas.

La unidad y el valor van separados: se debe escribir 120 g y no 120g.

a. Aplicamos la ley de desintegración

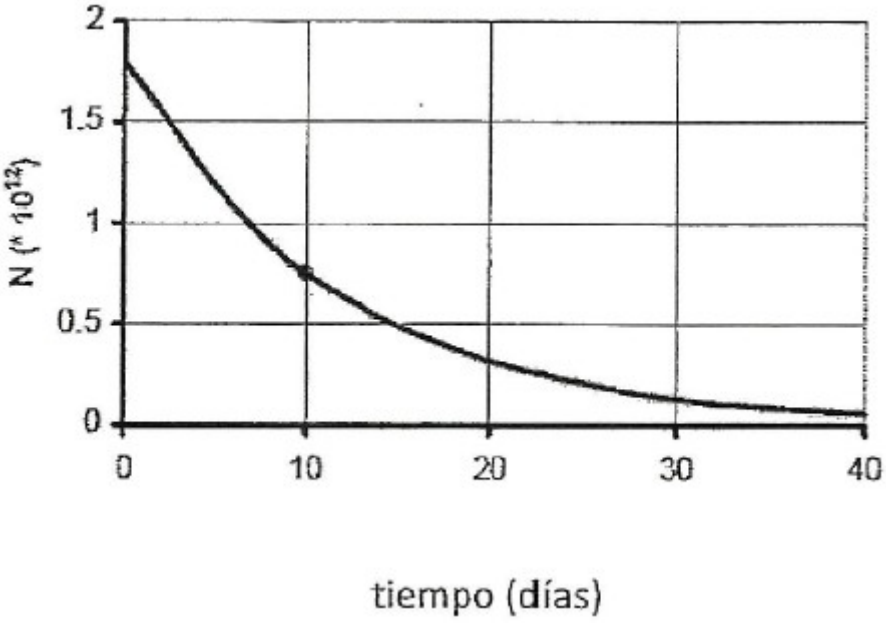
$$m=m_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{m}{m_0}=e^{-\lambda t} \Rightarrow \ln(0,9)=-\lambda \cdot 1 \Rightarrow \lambda=-\ln(0,9)=0,105\,h^{-1}$$

$$T_{1/2}=\frac{\ln(2)}{\lambda}=\frac{\ln(2)}{0,105}=6,6\,h$$

b. $m=m_0 e^{-\lambda t}=120\,e^{-0,105\cdot 5}=71\,g$

8. Después de su uso en hospitales, los productos radiactivos deben ser reprocesados. Según la legislación, su tratamiento se lleva a cabo en el hospital si el valor de su periodo de semidesintegración, $T_{1/2}$, es menor de 71 días. Valores más altos suponen que deben ser confiados a una organización especializada en tratamiento de residuos .
La figura 1 muestra la evolución temporal de una dosis de yodo 131 usado en Medicina para el diagnóstico por gammagrafía de tiroides.

DECRECIMIENTO EXPONENCIAL DE UNA DOSIS DE IODO 131



a) Utilizando la figura, determinar el periodo de semidesintegración, $T_{1/2}$ de la muestra de iodo-131 y el número inicial de núcleos radiactivos, N_0.
b) Demostrar la relación que existe entre la constante de desintegración o constante radiactiva, λ, y el período de semidesintegración, $T_{1/2}$
Deducir el valor de λ en el S.I.
c) Definir actividad, A, o velocidad de desintegración de una sustancia radiactiva, así como su unidad en el S.I. Calcular la actividad media de esta muestra entre 0 y 10 días.
d) ¿Cuántos núcleos radiactivos de I-131 quedarán al cabo de 71 días?
e) La muestra residual de iodo, ¿puede ser reprocesada en el hospital o debe ser enviada a una empresa de gestión de resíduos radiactivos externa?. Justificar la respuesta.
f) La reacción de desintegración mayoritaria del iodo-131 se escribe así:

$$^{131}_{53}I \rightarrow {}^{131}_{54}Xe^{*} + {}^{0}_{-1}e$$

Escribir la composición del núcleo de iodo-131
g) Entre los núclidos propuestos en la tabla que se adjunta, seleccionar posibles isótopos del iodo-131

$^{133}_{54}Cs$ $^{131}_{54}Xe$ $^{132}_{54}Xe$ $^{134}_{54}Xe$ $^{123}_{53}I$ $^{127}_{53}I$

h) ¿La desintegración del iodo-131 es de tipo α, β^- ,β^+ o γ?
El xenón producido no es estable y su reacción de desexcitación es:

$$Xe^{*} \rightarrow Xe + \gamma$$

i) ¿Cuál es la naturaleza de la partícula γ?
j) Precisar el número atómico Z y el número másico A del núcleo de Xénon obtenido después de la reacción de desexcitación
(1,25 ptos)

a) Planteamos la ley de desintegración en base 2, tomando de la gráfica que si t=0, $N_0=1{,}75\cdot10^{12}$ y que si t=10 días, $N=0{,}75\cdot10^{12}$

$$N=N_0 2^{\frac{-t}{T_{1/2}}}\Rightarrow\frac{0{,}75}{1{,}75}=2^{\frac{-10}{T_{1/2}}}\Rightarrow\ln\frac{0{,}75}{1{,}75}=\frac{-10}{T_{1/2}}\ln(2)\Rightarrow T_{1/2}=-10\frac{\ln(2)}{\ln\frac{0{,}75}{1{,}75}}=8{,}18\,días$$

El valor aproximado para iodo 131 es de 8,02 días.

b) El periodo de semidesintegración es el tiempo que una muestra tarda en reducirse a la mitad.
Usando la ley de desintegración con la constante de desintegración, que se obtiene integrando

$$A=\lambda N\Rightarrow-\frac{dN}{dt}=\lambda N\Rightarrow N=N_0 e^{-\lambda t}$$

Si $N=½N_0$, $t=T_{½}$

$$\frac{1}{2}=e^{-\lambda T_{1/2}}\Rightarrow-\ln(2)=-\lambda T_{1/2}\Rightarrow T_{1/2}=\frac{\ln(2)}{\lambda}$$

c) La actividad es una medida del número de desintegraciones por segundo $A=\frac{-dN}{dt}$

La unidad en el Sistema Internacional es bequerel (Bq)

$$\lambda=\frac{\ln(2)}{T_{1/2}}=\frac{\ln(2)}{8{,}18\cdot24\cdot3600}=9{,}8\cdot10^{-7}s-1$$

t=0 $A_0=\lambda N_0=9{,}8\cdot10^{-7}\cdot1{,}75\cdot10^{12}=1{,}72\cdot10^{6}\,Bq$

t=10 días $A=\lambda N=9{,}8\cdot10^{-7}\cdot0{,}75\cdot10^{12}=7{,}35\cdot10^{5}\,Bq$

d) $N=N_0 2^{\frac{-t}{T_{1/2}}}=1{,}75\cdot10^{12}\cdot2^{\frac{-71}{8{,}18}}=4{,}27\cdot10^{9}\,núcleos$

e) Puede ser procesada en el hospital porque según la normativa indicada T ½<71 días
El periodo de semidesintegración depende del material, no varía con el tiempo: la pregunta parece sugerir si la muestra que queda tras 71 días puede ser procesada en el hospital.

f) La composición de un núcleo de iodo-131 es 53 protones y 131-53=78 neutrones.
La reacción indicada en enunciado no es completa y debería ser $^{131}_{53}I\rightarrow{}^{131}_{54}Xe^{*}+{}^{0}_{-1}e+\bar{\nu}_e$

g) Isótopos implica mismo número de protones, lueog solo serán isótopos de iodo-131 los que tengan Z=53 que son $^{123}_{53}I$ y $^{127}_{53}I$

h) La desintegración del iodo-131 mostrada es de tipo β^-, se emite un electrón.

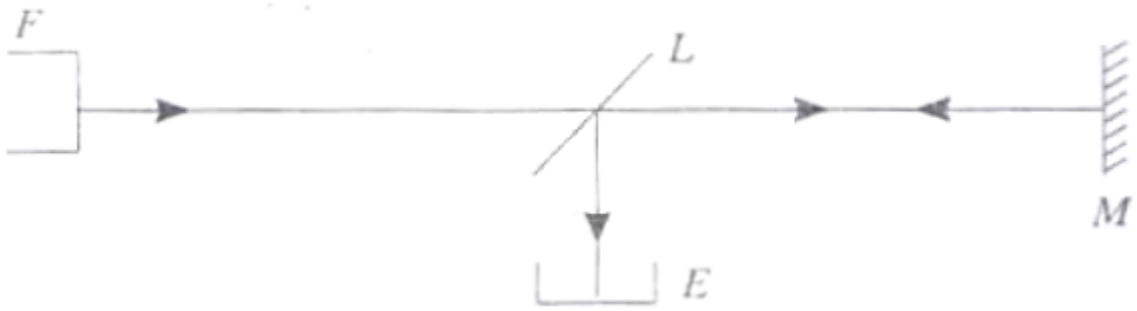
i) La partícula γ es un fotón de alta energía.

j) En la reacción de desexcitación no hay transmutación y no varía Z ni A, Z=54 asociada a xenón y A=131 ya que en la transmutación de iodo-131 a xenón A no varía.

enrique@fiquipedia.es Revisado 21 junio 2018
CC BY SA

3. Consideremos el esquema representado en la figura. En él una fuente láser F emite un haz (que supondremos, por sencillez, plano) de frecuencia angular ω_0, el cual se refleja en el espejo plano M y es recogido finalmente por un espectroscopio E. Hallar la frecuencia ω medida por E en los tres casos siguientes:
a) El espejo M se aleja con velocidad v de la fuente en la dirección de propagación del haz (E y F se mantienen fijos)
b) La fuente láser se aleja con velocidad v de M en la dirección de propagación del haz (E y M se mantienen fijos).
c) El espectroscopio E se aleja con velocidad v de la lámina semirreflectante L en la dirección de propagación del haz (F y M se mantienen fijos)

Considerar las dos soluciones: v<<c y v relativista.



Asumimos que el medio es el vacío, que no se indica explícitamente (salvo al mencionar c sin más)
Teoría / disgresiones varias / aclaraciones (esto no es necesario en examen, no es la solución)
Parte de estas disgresiones están incluídas en los apuntes de teoría de física de 2º de Bachillerato de www.fiquipedia.es
Lo primero a tener en cuenta es que se trata de la luz, que tiene una velocidad de propagación constante en el vacío c, independientemente del sistema de referencia desde el que se mida, de acuerdo la Teoría de la Relatividad; da igual que se mueva foco, espejo o receptor.
Como se indica que contemplemos dos soluciones, debemos contemplar dos casos que son distintos, en cada uno de ellos hay expresiones diferentes para efecto Doppler:
1. No relativista (v<<c). Doppler "clásico" en variante asociado a Luz con v << c, siendo v la velocidad relativa entre foco y observador.
Caso movimiento objetos "clásico/no relativista":

$$f' = \frac{v \pm v_o}{v \pm v_f} f$$ v onda, $v_o=v_{observador}$, $v_f=v_{foco}$, f' es la percibida por observador, f emitida.

Acercamiento: f' ↑ (signo + en numerador si se acerca observador y - en denominador si es el foco)
Alejamiento: f' ↓ (signo - en numerador si se aleja observador y + en denominador si es el foco)
Caso luz "clásico/no relativista":
Son expresiones resultado de aproximación $\gamma=1$. Hay dos expresiones distintas!
-Referencia en foco, observador móvil (enlaza con expresión clásica):

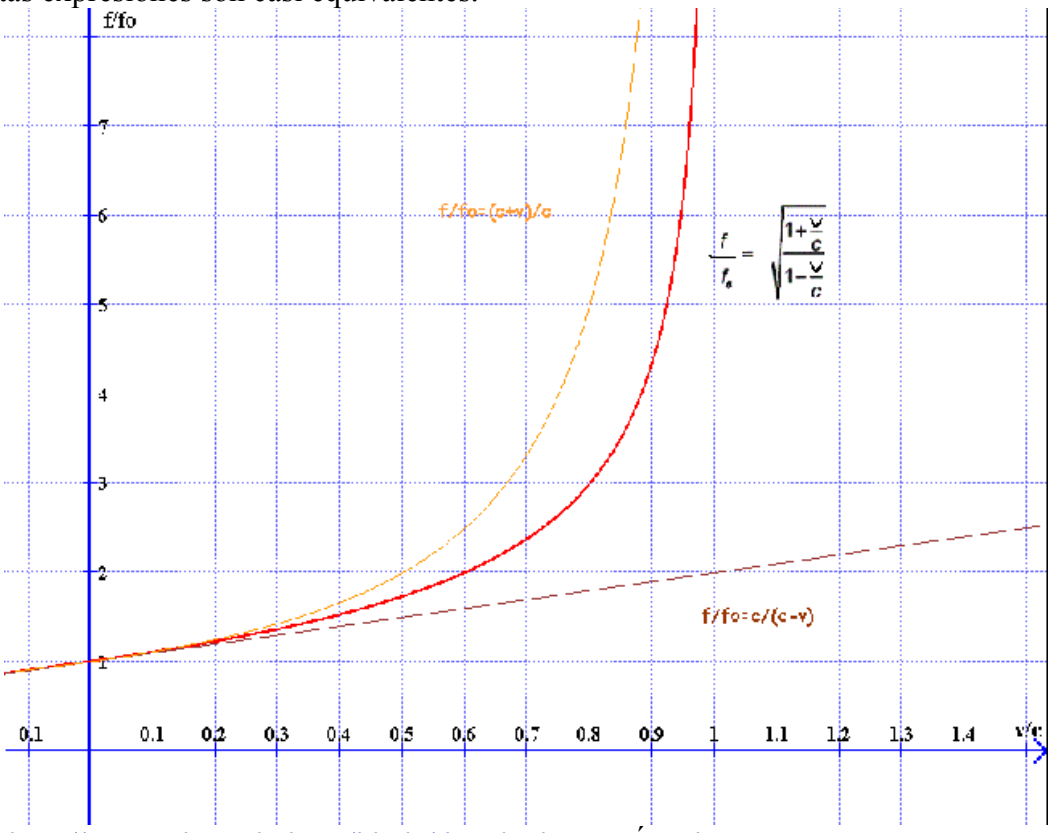
$$f' = \frac{c \pm v}{c} f$$ General, $v=v_o-v_f$, velocidad relativa, + es acercamiento.

Alejamiento relativo: f'↓ (desplazamiento hacia el rojo) (signo -)
Acercamiento relativo: f'↑ (signo +)
-Referencia en observador, foco móvil (enlaza con expresión clásica)

$$f' = \frac{c}{c \mp v} f$$ General, $v=v_f-v_o$, velocidad relativa, + es alejamiento.

Alejamiento relativo: f'↓ (desplazamiento hacia el rojo) (signo + en expresión)

Acercamiento relativo: f'↑ (signo – en expresión)
Dos expresiones por ser aproximación: a v<<c ambas expresiones coinciden aunque no lo parezca!
Se puede ver gráfica y cómo para velocidades no relativistas v<<c con valores inferiores al 14%, la las distintas expresiones son casi equivalentes.



http://www.relatividad.org/bhole/doppler.htm © Ángel Torregrosa

2. Relativista (v comparable a c, se suelen considerar velocidades superiores a un 14% de c que hacen que el factor de Lorentz γ difiera un 1% de la unidad). Doppler "relativista", v vuelve a ser velocidad relativa entre foco y **receptor**; el término observador en relatividad se reserva para sistema de referencia.
- Si asumimos sistema de referencia en foco, "foco en reposo", v es velocidad del receptor luz ("observador en fórmula Doppler clásica", que está en numerador de expresión clásica, y la velocidad del foco que va en denominador es 0), y además habrá dilatación temporal Δt'(en movimiento, receptor onda) = γΔt (en reposo, foco), para el receptor de la onda el "tic de reloj" dura más, por lo que recibe mayor cantidad de oscilaciones de la onda/fotones por segundo propio del receptor y la frecuencia recibida aumenta "f'=γf".
En este caso existen varias expresiones equivalentes para el término que relaciona f' y f:

$$f' = \gamma \frac{c \pm v}{c} f = \gamma (1 \pm \beta) f = \frac{(1 \pm \beta)}{\sqrt{1-\beta^2}} \cdot f = \frac{\sqrt{1 \pm \beta}}{\sqrt{1 \mp \beta}} f$$

Alejamiento relativo: f'↓ (– en numerador)
Acercamiento relativo: f'↑ (+ en numerador)

- Si asumimos sistema de referencia en receptor, "receptor en reposo", v es velocidad del foco de luz ("foco en fórmula Doppler clásica", que está en denominador de expresión clásica, y la velocidad del observador que va en numerador es 0), y además habrá dilatación temporal Δt'(en movimiento, foco) = γΔt(en reposo, receptor onda), para el receptor el "tic de reloj" dura menos, por lo que recibe menor cantidad de oscilaciones de la onda /fotones por segundo propio del receptor y la frecuencia recibida disminuye "f'=f/γ"

$$f' = \frac{1}{\gamma} \frac{c}{c \pm v} f = \frac{1}{\gamma} \frac{1}{(1 \pm \beta)} f = \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1 \pm \beta} f = \frac{\sqrt{1 \pm \beta}}{\sqrt{1 \mp \beta}} f$$

$f'=\frac{\sqrt{1\pm\beta}}{\sqrt{1\mp\beta}}f$ La expresión final es única: ambas son y deben ser equivalentes por el principio de relatividad : desde todos los sistemas de referencia inerciales el resultado es el mismo, la elección de sistema de referencia inercial no afecta al resultado.

Es importante tener presente que aunque el Doppler en general es oblicuo, solamente contemplamos Doppler longitudinal (en la dirección de propagación) que es el de las expresiones mostradas. Existe Doppler relativista transverso "relacionado con ángulos de 90º", pero no aplica a este caso ya que se habla siempre de "dirección de propagación del haz"

¿Cómo aproximar?

Se puede pensar en ver la situación no relativista (v<<c) como una aproximación de la relativista para velocidades no relativistas, y puede surgir la duda de que en general, v << c implica β≈0 y γ≈1 con lo que tendríamos que γ(1-β)≈1 y tendríamos que no hay variación de frecuencia. Aunque pueda intentar asociarse a la experiencia esa no variación (¿hay variación en el color de la luz recibida desde un coche en movimiento como ocurre con la frecuencia del sonido recibido?), es erróneo, ya que sí sabemos que hay Doppler por ejemplo en un radar de medición de velocidad donde hay variación de frecuencia aunque v << c.

Aunque se escriba la expresión escrita como $f'=\gamma(1\pm\beta)f$ hay que pensar en β no como un parámetro "relativista" sino como v/c donde c es un caso concreto de velocidad de una onda concreta, mientras que γ sí viene de la dilatación de tiempo relativista. Si se aproxima γ≈1 (sin dilatación temporal) pero manteniendo sin aproximar β como v/c en esa expresión, se llegaría a la expresión no relativista. El hecho de que "γ incluya dentro β=v/c" es lo que permite obtener expresiones simplificadas para el caso de Doppler relativista longitudinal.

Es "habitual" realizar una aproximación por Taylor tomando unos pocos términos

(se puden los primeros términos de series de Taylor concretas usando por ejemplo http://www.wolframalpha.com/input/?i=taylor+series+at+x%3D0++1%2Fsqrt(1-x%5E2%2Fa%5E2), que por cierto me comentan en 2018 que en algunos libros indican el tercer término de ese desarrollo con un valor incorrecto)

Utilizamos f(x) para indicar función genérica que no hay que confundir con f de frecuencia.

$f(x)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n$ Que se suele realizar para a=0.

$f(x)=\sqrt{\frac{1+x}{1-x}} \rightarrow f(x)=1+x+\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x^3+...$

$f(x)=\sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \rightarrow f'=\gamma\frac{c-v}{c}f=\frac{\sqrt{1-\frac{v}{c}}}{\sqrt{1+\frac{v}{c}}}=f\left(1-\frac{v}{c}+\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}-\frac{1}{2}\frac{v^3}{c^3}+...\right)$

Enunciado indica frecuencia angular $\omega_0=2\pi f_0$, por lo que como se pide expresión ω podemos usar las expresiones anteriores, cambiando f' por ω y f por ω_0

Resolución

a) **Se aleja espejo M.** Existe Doppler en recepción por espejo M, que al estar alejándose recibe frecuencia menor, y existe Doppler en emisión por espejo M, que vuelve a ser un foco que se aleja. El efecto global es es como si la velocidad de alejamiento del foco fuera el doble, lo que se puede razonar (obviando el papel de L que está en reposo respecto a foco F y receptor E y que no interviene, y obviando dilatación temporal) pensando que receptor en E ve la luz procedente de la imagen de F en M que es F', y que F' se aleja a velocidad aparente 2v, ya que por cada distancia d que se aleja M, F' se aleja 2d.

Consideramos fuente móvil, observador fijo:

-No relativista: $\omega = \frac{c}{c+2v}\omega_0$

El desarrollo asociado de serie de Taylor ... $\omega = \omega_0(1-2\frac{v}{c}+4\frac{v^2}{c^2}-8\frac{v^3}{c^3}+...)$

-Relativista: $\omega = \frac{1}{\gamma}\frac{c}{c+2v}\omega_0 = \frac{\sqrt{1-2\frac{v}{c}}}{\sqrt{1+2\frac{v}{c}}}\omega_0$

El desarrollo asociado de serie de Taylor $\omega = \omega_0(1-2\frac{v}{c}+2\frac{v^2}{c^2}-4\frac{v^3}{c^3}+...)$

Se puede comprobar aproximando por Taylor los dos primeros términos de la aproximación llevan a la expresión no relativista.
Se puede ver como se podría plantear como movimiento relativo, con "foco fijo" y velocidad observador v, y coincidiría con los dos primeros términos de las expresiones anteriores

$\omega = \frac{c-2v}{c}\omega_0 = (1-2\frac{v}{c})\omega_0$

b) **Se aleja foco F.** Si F se aleja solamente existe efecto Doppler en recepción por alejamiento a velocidad v; espejo no influye porque F y F' se alejan a la misma velocidad.

-No relativista: $\omega = \frac{c}{c+v}\omega_0$

El desarrollo asociado de serie de Taylor ... $\omega = \omega_0(1-\frac{v}{c}+\frac{v^2}{c^2}-\frac{v^3}{c^3}+...)$

-Relativista: $\omega = \frac{1}{\gamma}\frac{c}{c+v}\omega_0 = \frac{\sqrt{1-\frac{v}{c}}}{\sqrt{1+\frac{v}{c}}}\omega_0$

El desarrollo asociado de serie de Taylor $\omega = \omega_0(1-\frac{v}{c}+\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}-\frac{1}{2}\frac{v^3}{c^3}+...)$

Se puede comprobar aproximando por Taylor los dos primeros términos de la aproximación llevan a la expresión no relativista.
Incluso se puede ver como se podría plantear como movimiento relativo, con "foco fijo" y velocidad observador v, y coincidiría con los dos primeros términos de las expresiones anteriores

$\omega = \frac{c-v}{c}\omega_0 = (1-\frac{v}{c})\omega_0$

c) **Se aleja espectroscopio E.** El observador se aleja, hay alejamiento relativo y la frecuencia disminuirá.

-No relativista: $\omega = \frac{c-v}{c}\omega_0 = (1-\frac{v}{c})\omega_0$

No es necesario desarrollo en serie de Taylor.
En situación no relativista no es igual a situación b)

-Relativista: $\omega = \gamma\frac{c-v}{c}\omega_0 = \frac{\sqrt{1-\frac{v}{c}}}{\sqrt{1+\frac{v}{c}}}\omega_0$

$\omega = \omega_0(1-\frac{v}{c}+\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}-\frac{1}{2}\frac{v^3}{c^3}+...)$

enrique@fiquipedia.es Revisado 21 junio 2018
CC BY SA

Idéntico caso b relativista.
Se puede comprobar aproximando por Taylor los dos primeros términos de la aproximación llevan a la expresión no relativista.

enrique@fiquipedia.es Revisado 2 febrero 2016
CC BY

2. Para medir la longitud de onda de un rayo láser se dispone de una red de difracción por transmisión de 600 líneas/mm. Al situar la red a una distancia de 45,0 cm de la pantalla, se observa que la distancia entre el máximo central y el primer máximo es de 18,4 cm.

a) Determine la longitud de onda del rayo láser.

b) Obtenga las posiciones sobre la pantalla de los 2º y 3º máximo principal.

c) Al iluminar una lámina de cesio con este láser se extraen electrones.

c.1. Determine la energía máxima de esos electrones.

c.2. Obtenga el momento lineal del electrón emitido y la longitud de onda asociada discutiendo si el cálculo es o no relativista.

Datos: Trabajo de extracción del cesio: 1,90 eV.

$h=6{,}626\times10^{-34}$ Js, $m_e=9{,}11\times10^{-31}$ kg, $e=1{,}60\times10^{-19}$ C

Referencias:

http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/phyopt/sinslit.html

http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/phyopt/sindoub.html#c1

http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica_/ondas/interfer/difraccion/difraccion.html

http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica_/ondas/interfer/redes/redes.html

Expresamos resultados con 3 cifras significativas, como todos los datos del enunciado (salvo constante de Planck con 4 cifras)

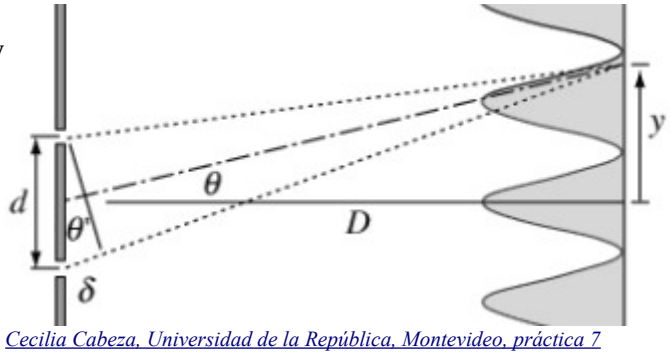
a) La indicación de que se trata de una red de "difracción por transmisión" nos indica que se trata de rendijas, que es lo habitual; el otro tipo de red de difracción sería de reflexión.

El dato asociado a la red nos indica la distancia entre rendijas de la red

$$600\frac{línea}{mm}\Rightarrow d=\frac{1}{600\frac{línea}{mm}}\approx 1{,}67\frac{\mu m}{línea}$$

La anchura de cada rendija no la conocemos, pero en general es menor que la separación entre rendijas, por lo que los nulos del diagrama de difracción (asociados al ancho de la ranura) están más separados que los nulos del diagrama de interferencia (asociados a la distancia entre ranuras), por lo que lo habitual es considerar solamente la interferencia.

Si realizamos un diagrama, esa distancia de la red es la distancia entre dos focos emisores (d) y es mucho mayor que la distancia a la pantalla. Para dos rendijas consecutivas, como la distancia D >>d, se tiene que desde ambas rendijas son casi paralelos, θ≈θ', y el desfase es δ=d·senθ.



Cecilia Cabeza, Universidad de la República, Montevideo, práctica 7

Un máximo es una interferencia constructiva, y se produce cuando los focos emiten en fase / de forma coherente (lo garantiza el ser un láser) y el desfase es un múltiplo de una longitud de onda, por lo que se debe cumplir d·senθ=n·λ, y para el primer máximo tras el máximo central se cumplirá d·senθ=λ.

Del diagrama podemos expresar que tan(θ)=y/D→ θ=arctan(18,4/45,0)=22,2º

(en este caso no podemos aproximar tan(θ)≈sen(θ)≈θ)

Despejando $\lambda=1{,}67\cdot10^{-6}\cdot\text{sen}(22{,}2º)=6{,}32\cdot10^{-7}$ m

Aparte de poder haber planteado directamente la ecuación $d\cdot sen(\theta_{máx}) = \pm n\,\lambda$ (n = 0,1,2…), se puede comentar un planteamiento geométrico: calcular la distancia desde el punto donde se

genera el máximo a cada uno de los focos, restarlos, y así obtener la longitud de onda.
La distancia de red es la distancia entre dos focos emisores; la distancia al centro será la mitad
Distancia desde el punto superior de rendija:

$$\sqrt{(0{,}45^2+(0{,}184-0{,}5\cdot 1{,}67\cdot 10^{-6})^2)}=0{,}48616489721152968594\,m$$

Distancia desde el punto inferior de rendija :

$$\sqrt{(0{,}45^2+(0{,}184+0{,}5\cdot 1{,}67\cdot 10^{-6})^2)}=0{,}48616426516219517 9\,m$$

Diferencia camino desde ambos focos:
0,48616489721152968594-0,486164265162195179= 6,32·10^{-7} m
El resultado es el mismo, pero esta manera de hacerlo depende de la precisión / número de cifras que maneje la calculadora

b) Segundo máximo:

$$d\cdot sen(\theta_{n=2})=2\cdot\lambda\rightarrow\theta_{n=2}=arcsen(\frac{2\cdot 6{,}32\cdot 10^{-7}}{1{,}67\cdot 10^{-6}})=49{,}2^{o}$$

Altura en pantalla y_2=45,0·tan(49,2º)=52,1 cm

Tercer máximo

$$d\cdot sen(\theta_{n=3})=3\cdot\lambda\rightarrow\theta_{n=3}=arcsen(\frac{3\cdot 6{,}32\cdot 10^{-7}}{1{,}67\cdot 10^{-6}})\Rightarrow No\,existe$$

c)

c.1 El apartado menciona "energía máxima", sin especificar el tipo de energía. Calculamos la energía **cinética** máxima (ver PAU 2010-Junio-Coincidentes-B-Cuestión 3)

La frecuencia asociada a esa longitud de onda es

$$c=\frac{\lambda}{T}=\lambda\, f\Rightarrow f=\frac{c}{\lambda}=\frac{3\cdot 10^{8}}{6{,}32\cdot 10^{-7}}=4{,}75\cdot 10^{14}\,Hz$$

La energía asociada a un fotón de esa radiación

$$E=h\,f=6{,}626\cdot 10^{-34}\cdot 4{,}75\cdot 10^{14}=3{,}15\cdot 10^{-19}\,J$$

De acuerdo a la expresión para el efecto fotoeléctrico

$$E_{incidente}=W_0+E_{cmáx}\Rightarrow E_{cmáx}=E_{incidente}-W_0$$

El trabajo de extracción en Julios, dado que 1eV = 1,60·10^{-19} J es de 1,90·1,60·10^{-19}=3,04·10^{-19} J

$E_{cmáx}$=3,15·10^{-19}-3,04·10^{-19}=1,10·10^{-20} J

c.2 La calculamos utilizando a priori la expresión no relativista

$$E_c=\frac{1}{2}m\,v^2\Rightarrow v=\sqrt{\frac{2\,E_c}{m}}=\sqrt{\frac{2\cdot 1{,}10\cdot 10^{-20}}{9{,}11\cdot 10^{-31}}}=1{,}55\cdot 10^{5}\,m/s$$

Momento lineal: p=mv = 9,11·10^{-31}·1,55·10^{5}=1,41·10^{-25} kg m s^{-1}

Longitud de onda de De Broglie asociada: λ=h/p=6,626·10^{-34}/1,41·10^{-25}=4,70·10^{-9} m

Aunque se aprecia que v<<c, comprobamos que es válida la aproximación no relativista.

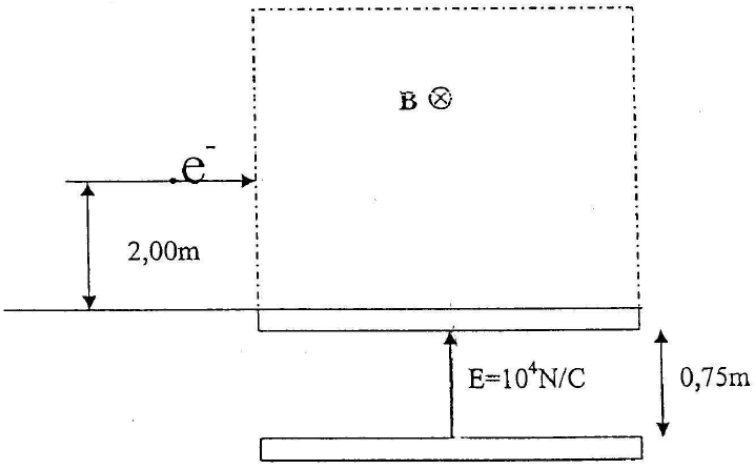
$$\beta=\frac{v}{c}=\frac{1{,}55\cdot 10^{5}}{3{,}00\cdot 10^{8}}=5{,}17\cdot 10^{-4}=5{,}17\cdot 10^{-2}\,\%$$

$$\gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}=\frac{1}{\sqrt{1-(5{,}17\cdot 10^{-4})^2}}\approx 1{,}00000013$$

Se suele hablar de velocidades relativistas asociándolas de manera práctica a v≥0,14c, ya que para en ese caso γ difiere de la unidad en un 1%.

1. Problemas relacionados con el currículo de la especialidad

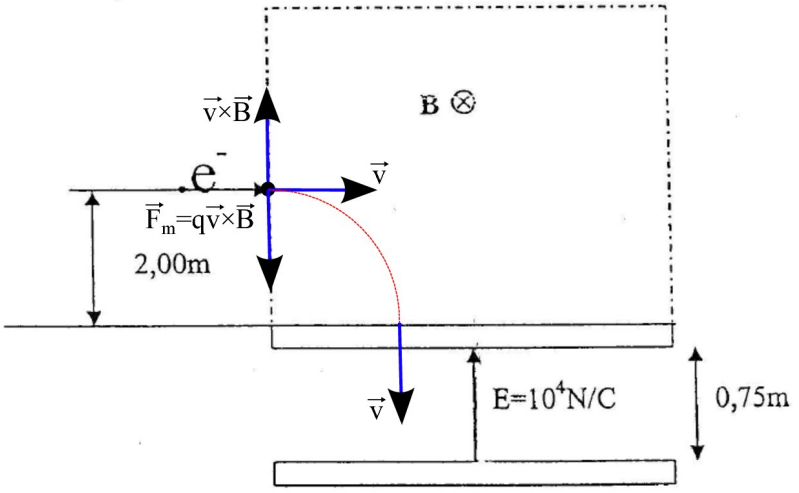
2. Un electrón se mueve en línea recta y con velocidad constante v=2·10^8 m/s, tal y como muestra el dibujo. Para dirigirlo hacia un condensador plano se usa un campo magnético uniforme B, que actúa en la zona punteada de la figura. Encuentre:
a) Módulo del campo magnético necesario.
b) Velocidad del electrón al abandonar el condensador.
c) Energía cinética relativista del electrón para la velocidad que lleva tras abandonar el condensador (en J y MeV).
Datos: |e|=1,6·10^{-19} C;
m_e=9,1·10^{-31} kg; c=3·10^8 m/s



Asturias 2016: no se tienen enunciados originales para confirmar, pero uno de los problemas de física es igual a este problema, solamente que no se indica el sentido del campo magnético.

Referencias:
https://physics.stackexchange.com/questions/20919/relativistic-centripetal-force
https://en.wikipedia.org/wiki/Gyroradius#Relativistic_case

a) Para dirigirlo hacia el condensador asumimos que entra (habrá un agujero) perpendicularmente a las placas, por lo que tiene que realizar un giro de 90º con radio 2,00 m.
A ser una velocidad relativista, tenemos que considerar el aumento de la inercia del electrón (cualitativamente a veces se habla de "masa relativista") que implica una variación del radio respecto al caso clásico.
La expresión a la que se se llega
En la región con campo magnético el módulo de la velocidad no varía, $\beta=\frac{v}{c}=\frac{2}{3}\Rightarrow\gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}=1{,}34164$



Si planteamos la ley de Lorentz y dado que velocidad y campo forman 90º

$$|e|vB=\gamma m_e\frac{v^2}{R}\Rightarrow B=\frac{\gamma m_e v}{|e|R}=\frac{1{,}34164\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot 2\cdot 10^8}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 2}=7{,}63\cdot 10^{-4}\,T$$

b) Durante la aceleración del condensador toda la energía potencial pasa a energía cinética, pero de nuevo consideramos situación relativista, se mantiene el módulo de velocidad respecto a la situación anterior.

Al ser un campo uniforme, tenemos que $|E|=\frac{|\Delta V|}{|\Delta x|}\Rightarrow|\Delta V|=0{,}75\cdot 10^4=7500\,V$

La variación de energía potencial $|\Delta E_p| = |q\,\Delta V| = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 7500 = 1{,}2 \cdot 10^{-15}\,J$

El electónn se acelera en contra del campo, hacia potenciales mayores, luego es positiva.

Esa energía se invierte en aumentar la energía cinética relativista, que para partículas con masa es $E_c = (\gamma - 1) m c^2$ (la energía cinética es la energía relativista total menos la masa en reposo)

Si planteamos la diferencia entre la energía cinética relativista al final e inicial y la conservación de energía relativista (la masa en reposo es invariante)

$$\Delta E_p + \Delta E_c = 0 \Rightarrow \Delta\left((\gamma - 1) m c^2\right) = \Delta E_p$$

$$\gamma_{final} - \gamma_{inicial} = \frac{\Delta E_p}{m c^2} \Rightarrow \gamma_{final} = 1{,}34164 + \frac{1{,}2 \cdot 10^{-15}}{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2} = 1{,}35629$$

$$\gamma_{final} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_{final}^2}} \Rightarrow \beta_{final}^2 = 1 - \frac{1}{\gamma_{final}^2} \Rightarrow \beta_{final} = \sqrt{1 - \frac{1}{1{,}35629^2}} = 0{,}67556$$

$$v_{final} = \beta_{final} \cdot c = 0{,}67556 \cdot 3 \cdot 10^9 = 2{,}0268 \cdot 10^8\,m/s$$

c) Para partículas con masa la energía cinética relativista es

$$E_c = (\gamma - 1) m c^2 = (1{,}35629 - 1) \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 2{,}918 \cdot 10^{-14}\,J = 0{,}182\,MeV$$

2. Problemas relacionados con el currículo de la especialidad

4. Un electrón de una muestra excitada de hidrógeno que se encuentra en el nivel de energía n=4 pierde energía pasando al nivel n=2. Calcule: a) Diferencia de energía entre los dos niveles en eV; b) Momento angular del electrón en el nivel 4 según el modelo de Bohr. c) Velocidad máxima de los electrones emitidos al incidir el fotón emitido sobre un trozo de cesio.

Datos: Constante de Rydberg R=10967757,6 m^{-1}; Constante de Planck h=6,63·10^{-34} J·s; m_e=9,11·10^{-31} kg; |e|=1,6·10^{-19} C; c=3·10^8 m/s; Trabajo de extracción del cesio W=2,1 eV

a) La constante de Rydberg se proporciona en m^{-1}, por lo que nos indica la longitud de onda

$$\frac{1}{\lambda}=R\left(\frac{1}{n_f^2}-\frac{1}{n_i^2}\right)=10967756{,}6\cdot\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{4^2}\right)=2{,}056\cdot10^6\,m^{-1}\Rightarrow\lambda=4{,}86\cdot10^{-7}\,m=486\,nm$$

La longitud de onda está asociada a un fotón que tiene la energía del salto electrónico, que es la diferencia de energía entre los dos niveles que se pide

$$E=hf=h\frac{c}{\lambda}=6{,}63\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^8\cdot2{,}056\cdot10^6=4{,}09\cdot10^{-19}\,J=2{,}56\,eV$$

b) El momento angular del electrón en el modelo de Bohr está cuantizado, siendo $L=n\hbar$

Para n=4, $L=4\cdot\frac{6{,}63\cdot10^{-34}}{2\pi}=4{,}22\cdot10^{-34}\,J{\cdot}s$

c) Utilizando la ecuación del efecto fotoeléctrico

$$E_{incidente}=W_{extracción}+E_{c\,máx}$$

$$2{,}56=2{,}1+E_{c\,máx}$$

$$\frac{1}{2}9{,}11\cdot10^{-31}v_{máx}^2=0{,}46\cdot1{,}6\cdot10^{-19}$$

$$v=379496\,m/s$$

Enunciado no oficial/aproximado.
1.- O ^{98}Pd desintégrase por positróns en ^{98}Rh. Os seus periodos de semidesintegración respectivos son de 17 e 8,7 minutos. Encontrar a actividade máxima do segundo nucleido en función da preparación, se no momento inicial había só núcleos do primeiro elemento.

1.- El ^{98}Pd se desintegra por positrones en ^{98}Rh. Sus respectivos periodos de semidesintegración son de 17 y 8,7 minutos. Encontrar la actividad máxima del segundo nucleido en función de la preparación, si en el momento inicial sólo había núcleos del primer elemento.

Referencias

Física Nuclear y de Partículas, Antonio Ferrer Soria, Universitat de València. Cadenas Radiactivas, Ecuaciones de Bateman
"RADIACTIVIDAD Y DECAIMIENTO RADIACTIVO" MARCO ANTONIO ALPACA CHAMBA
http://es.slideshare.net/MarcoAntonio235/decaimiento-radiactivo-43388833
MÉTODOS CLÁSICOS DE RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS Juan Luis Varona Malumbres http://www.unirioja.es/cu/jvarona/downloads/LibroED.pdf#page=30
RECETA 5. Ecuaciones lineales de primer orden y'+a(x)y=b(x)

El ^{98}Pd ("padre", Paladio, Z=46), se desintegra en ^{98}Rh ("hijo", Rodio, Z=45)
Por definición de actividad $A=\lambda N$
Tenemos dos tipos de núcleos: hay dos cantidades de núcleos y dos constantes
En lugar de usar N_{Pd} y N_{Rh} , λ_{Pd} y λ_{Rh} usamos subíndice 1 para padre y 2 para hijo (los mismos subíndices que aparecen en referencias para ecuaciones de Bateman)
El padre se va desintegrando en el hijo, y está claro cómo conocer la cantidad de núcleos del padre.

$$A_1=\lambda_1 N_1 \Rightarrow \frac{-dN_1}{dt}=\lambda N_1 \Rightarrow \frac{dN_1}{N_1}=-\lambda_1 dt \Rightarrow \ln\left(\frac{N_1}{N_1}\right)=-\lambda_1 t \Rightarrow N_1=N_{1_0}e^{-\lambda_1 t}$$

Pero la cantidad de núcleos del hijo tiene dos contribuciones:
-Los núcleos del hijo que aparecen procedentes de la desintegración del padre
-Los núcleos del hijo que desaparecen por su propia desintegración.
La actividad del núcleo hijo de Rh sigue cumpliendo $A_2=\lambda_2 N_2$ pero es importante tener claro que **ahora no podemos plantear simplemente que** $A_2=\frac{-dN_2}{dt}$ **.**
Cualitativamente podemos ver que los núcleos de hijo presentes son los procedentes de padres que aparecen menos los que se desintegran

$$dN_2=\lambda_2 N_2 dt-\lambda_1 N_1 dt$$

$$\frac{dN_2}{dt}=\lambda_2 N_2-\lambda_1 N_1$$

Esta expresión es una ecuación diferencial, que podemos combinar N_1 con la expresión anterior para los núcleos del padre y obtener $\frac{dN_2}{dt}=\lambda_1 N_{1_0}e^{-\lambda_1 t}-\lambda_2 N_2$ (1)
Esta tiene una solución no muy compleja http://www.wolframalpha.com/input/?i=dx%2Fdt+%3D+a*exp%28-bt%29-k*x
Se puede resolver viendo que es un caso de y'+a(x)y=b(x) siendo $a(x)=\lambda_2 ; b(x)=\lambda_1 N_{10}e^{-\lambda_2 t}$ (ver referencias)
Pero en lugar de resolverla, sabemos que es un caso de las ecuaciones de Bateman, y sin plantear directamente la expresión final sí planteamos que la solución tiene esta forma

$$N_2=\alpha e^{-\lambda_1 t}+\beta e^{-\lambda_2 t} \quad (2)$$

Nos piden N_2 máxima, necesitamos los valores de α y β en función de los datos, que son las constantes de desintegración

Derivando N_2 obtenemos nueva expresión

$$\frac{dN_2}{dt}=-\alpha\lambda_1 e^{-\lambda_1 t}-\beta\lambda_2 e^{-\lambda_2 t} \quad (3)$$

Igualamos expresiones (1) y (3) para dN_2/dt

$$\lambda_1 N_{1_0} e^{-\lambda_1 t}-\lambda_2 N_2=-\alpha\lambda_1 e^{-\lambda_1 t}-\beta\lambda_2 e^{-\lambda_2 t}$$

Sustituyendo la expresión (2) para dejarlo en función de t obtenemos α

$$\lambda_1 N_{1_0} e^{-\lambda_1 t}-\lambda_2(\alpha e^{-\lambda_1 t}+\beta e^{-\lambda_2 t})=-\alpha\lambda_1 e^{-\lambda_1 t}-\beta\lambda_2 e^{-\lambda_2 t}$$

$$\lambda_1 N_{1_0} e^{-\lambda_1 t}=\alpha e^{-\lambda_1 t}(\lambda_2-\lambda_1)$$

$$\lambda_1 N_{1_0}=\alpha(\lambda_2-\lambda_1)$$

$$\alpha=N_{1_0}\frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}$$

Para obtener β necesitamos utilizar una condición inicial: en t=0, N_2 es cero: usamos ecuación (2).

$$0=\alpha e^0+\beta e^0\Rightarrow\beta=-\alpha$$

Sustituyendo en (2) los valores de α y β para tener la expresión de N_2.

$$N_2=N_{1_0}\frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}e^{-\lambda_1 t}-N_{1_0}\frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}e^{-\lambda_2 t}=N_{1_0}\frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}(e^{-\lambda_1 t}-e^{-\lambda_2 t})$$

(Expresión que es directamente la ecuación de Bateman)

La actividad que es lo que nos pide el enunciado

$$A_2=\lambda_2 N_2=N_{1_0}\frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}(e^{-\lambda_1 t}-e^{-\lambda_2 t})$$

Nos piden que sea máxima, derivamos e igualamos a cero

$$\frac{dA_2}{dt}=0\Rightarrow\cdot N_{1_0}\frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}(-\lambda_1 e^{-\lambda_1 t}+\lambda_2 e^{-\lambda_2 t})=0$$

$$-\lambda_1 e^{-\lambda_1 t}+\lambda_2 e^{-\lambda_2 t}=0\Rightarrow\lambda_1 e^{-\lambda_1 t}=\lambda_2 e^{-\lambda_2 t}=0$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2}=e^{\lambda_1 t-\lambda_2 t}\Rightarrow\ln(\frac{\lambda_1}{\lambda_2})=(\lambda_1-\lambda_2)t$$

El máximo (no validamos con derivada segunda) se produce para

$$t=\frac{\ln(\frac{\lambda_1}{\lambda_2})}{\lambda_1-\lambda_2}$$

Numéricamente $T_{1/2}=\frac{\ln(2)}{\lambda}\Rightarrow\lambda_1=\frac{\ln(2)}{17}min;\lambda_2=\frac{\ln(2)}{8,7}min;$

$$t=\frac{\ln\left(\frac{\cancel{\ln(2)}}{17}\cdot\frac{8,7}{\cancel{\ln(2)}}\right)}{\frac{\ln(2)}{17}-\frac{\ln(2)}{8,7}}=17,22\,min=1033,3\,s$$

El resultado final pedido es la actividad máxima "en función de la preparación", que entendemos como la actividad inicial $A_{1_0}=\lambda 1\cdot N_{1_0}$ o el número de núcleos inicial N_{1_0}, que no son dato.

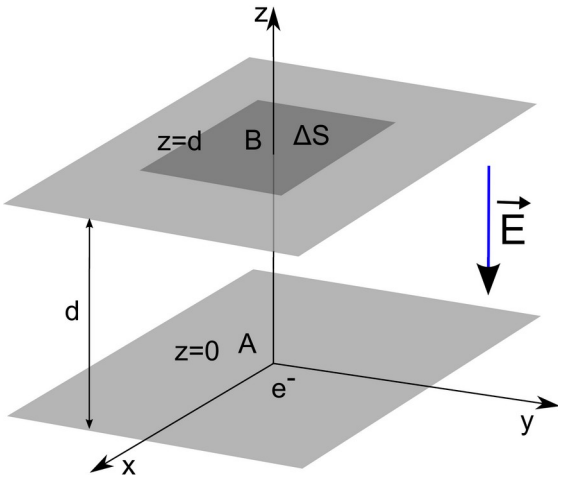
$$A_{2\,máx}=N_{1_0}\frac{\frac{\ln(2)}{17}\frac{\ln(2)}{8,7}}{\frac{\ln(2)}{8,7}-\frac{\ln(2)}{17}}(e^{\frac{-\ln(2)}{17}17,22}-e^{\frac{-\ln(2)}{8,7}17,22})=0,0202\,N_{1_0}[núcleos/min]=3,37\cdot10^{-4}N_{1_0}Bq$$

FÍSICA

3.- Se considera un condensador formado por dos placas planas y paralelas entre sí, A y B. La placa A en el plano (x,y) con z=0. La placa B está en el plano z=d. Entre ambas placas hay un campo eléctrico constante E, perpendicular a ellas.
Desde el punto (0,0) en t=0 de la placa A sale emitido un electrón con velocidad despreciable, el cual, bajo el efecto del campo E, llega a la placa B, dentro de una pequeña región ΔS.
Estímese el orden de magnitud de ΔS.
Nota: Cabe esperar que los efectos cuánticos sean pequeños pero no despreciables y por tanto se puede aceptar que la incertidumbre de p_x(Δp_x) y de x_0 (Δx_0) e y_0 (Δy_0) - punto de la placa B - sean del mismo orden de magnitud que los valores absolutos de las correspondientes variables.
Es decir $\Delta p_x \approx |p_x| ; \Delta x_0 \approx |x_0| ; \Delta y_0 \approx |y_0|$

Referencia: 100 problemas de Física cuántica, de Ramón Fernández y José Luis Sánchez. Alianza Editorial. Madrid, 1996 (problema 5).

La región tendrá un tamaño $\Delta S = \Delta x \cdot \Delta y$
Planteamos el principio de incertidumbre de Heisenberg en x e y, no como desigualdad sino considerando que los efectos son pequeños pero no despreciables.



$$\Delta x \Delta p_x \approx \frac{\hbar}{2} \Rightarrow \Delta x \approx \frac{\hbar}{2 \Delta p_x}$$

$$\Delta y \Delta p_y \approx \frac{\hbar}{2} \Rightarrow \Delta y \approx \frac{\hbar}{2 \Delta p_y}$$

$$\Delta S = \Delta x \cdot \Delta y \approx \frac{\hbar^2}{4 \cdot \Delta p_x \cdot \Delta p_y}$$

Con aproximación del enunciado

$$\Delta S \approx \frac{\hbar^2}{4 \cdot p_x \cdot p_y}$$

Tenemos que relacionar la incertidumbre en momento de ejes x e y con la del eje z.
Planteamos MRUA en eje z y asociamos el tiempo a las velocidades en ejes x e y donde planteamos MRU (asumimos situación no relativista)
En eje z:

2ª ley de Newton: $\sum F_z = m \cdot a_z \rightarrow e \cdot E = m_e \cdot a_Z \rightarrow a_z = \frac{e \cdot E}{m_e}$

Ecuación del movimiento entre A y B, MRUA: $z = \frac{1}{2} a_z t^2$

Como la distancia entre A y B es d, podemos plantear: $d = \frac{e \cdot E \cdot t^2}{2 \cdot m_e} \rightarrow t = \sqrt{\frac{2 m_e \cdot d}{e \cdot E}}$

$$p_x = m_e \cdot v_x = m_e \cdot \frac{x}{t} = m_e \cdot x \sqrt{\frac{e \cdot E}{2 m_e \cdot d}}$$

$$p_y = m_e \cdot v_y = m_e \cdot \frac{y}{t} = m_e \cdot y \sqrt{\frac{e \cdot E}{2 m_e \cdot d}}$$

Sustituyendo

$$\Delta S \approx \frac{\cancel{\hbar}^2}{4 \cdot \Delta S \cdot m_e^2 \cdot \frac{e \cdot E}{2 m_e \cdot d}} \Rightarrow \Delta S = \sqrt{\frac{\cancel{\hbar}^2 2 m_e d}{4 m_e^2 e E}} = \cancel{\hbar} \sqrt{\frac{d}{2 m_e e E}}$$

Nota: el planteamiento de asumir equipartición de la energía cinética $p_x^2 = p_y^2 = p_z^2 = \frac{1}{3} p^2$ *no es válido ya que es razonable pensar que la energía cinética en el eje z será distinta al ser acelerado el electrón en ese eje z por la dirección del campo. Era el planteamiento utilizado inicialmente en la resolución, se revisa tras localizar la referencia gracias a Roberto Palau García y Roberto Palau Lage.*

Si lo hiciéramos $\Delta S \approx \frac{\cancel{\hbar}^2}{4 \cdot (1/3) p^2}$

El momento lineal del electrón lo podemos relacionar con su energía cinética, y ésta a su vez con la diferencia de tensión entre placas del condensador, que a su vez depende de E y d, en enunciado.

Si asumimos velocidades no relativistas $E_c = \frac{1}{2} m_e v^2 = \frac{1}{2} \frac{p^2}{m_e} \Rightarrow p^2 = 2 m_e E_c$

La energía cinética del electrón en el otro extremo de la placa la podemos obtener planteando la conservación de la energía mecánica, considerando velocidad inicial es cero

$\Delta E_m = 0 \Rightarrow \Delta E_c + \Delta E_p = 0 \Rightarrow \Delta E_c = -\Delta E_p \Rightarrow E_c = -q \Delta V$

Dado que es un condensador y el campo eléctrico es constante

$\Delta V = -E \cdot \Delta x = -E \cdot d$ *(considerando d positivo, ΔV es negativo, el electrón va a potenciales mayores)*

Sustituyendo

$E_c = e \cdot E \cdot d \qquad \Delta S \approx \frac{3 \cancel{\hbar}^2}{8 m_e e E d}$

enrique@fiquipedia.es Revisado 6 mayo 2023
CC BY SA

FÍSICA

4.- Se aceleran electrones emitidos por un cátodo caliente por medio de una diferencia de potencial entre aquel y una superficie anódica plana. Al llegar aquellos a las proximidades de esta última (perpendicular a la superficie), lleva una energía cinética no relativista T_0=400 eV. Al chocar los electrones con el ánodo, se emite radiación electromagnética de rayos X.

a) Hállese su longitud de onda mínima y la correspondiente frecuencia si dicha radiación de R-X, con λ mínima, incidiese sobre una placa de sodio. Estúdiese la posibilidad de producir efecto fotoeléctrico.

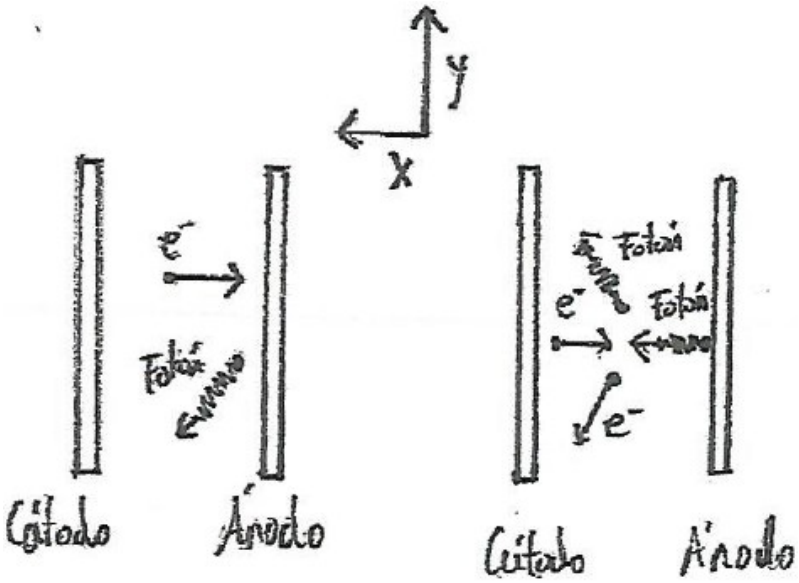
DATO: La función de trabajo del sodio es W_0=1,82 eV.

b) Supóngase que un electrón emitido por el cátodo, justamente al llegar a las proximidades del ánodo (perpendicular a la superficie) sufre una colisión totalmente elástica con un fotón de la radiación de R-X. El fotón tiene una longitud de onda mínima y se mueve perpendicular a la superficie anódica (esta dirección se tomará como eje x positivo). Hállese la λ de la radiación electromagnética reemitida tras la colisión en una dirección que forma un ángulo θ con el eje.

DATOS:

$c=3\cdot10^8$ m/s

$h=4{,}1\cdot10^{-15}$ eV·s



Referencias con efecto Compton:

2001 Cataluña C3-b, 1996 Andalucía F4, 1994 Cantabria X2

a) Utilizamos la ecuación del efecto fotoeléctrico

$$E_{radiación\,incidente} = W_{extracción} + E_{cinética\,máxima\,electrones}$$

Si queremos validar si se produce el efecto fotoeléctrico, debemos validar energías / valor de la frecuencia/longitud de onda umbral, asociada a que la energía cinética sea nula.

-Con energías podemos decir que sí se producirá porque los electrones al chocar el electrón con el ánodo emite radiación por frenarse, por lo que toda su energía cinética es emitida en forma de radiación, y la radiación incidente sobre el cátodo es de 400 eV, mayor que el trabajo de extracción de 1,82 eV.

-Con frecuencia/longitud de onda y los datos dados

$$h f_{umbral} = W_0 \Rightarrow f_{umbral} = \frac{W_0}{h} = \frac{1{,}82}{4{,}1\cdot10^{-15}} = 4{,}4\cdot10^{14}\,Hz$$

Esa es una frecuencia en el límite del rango visible, luego si la frecuencia de la radiación incidente es de rayos X, sí se producirá.

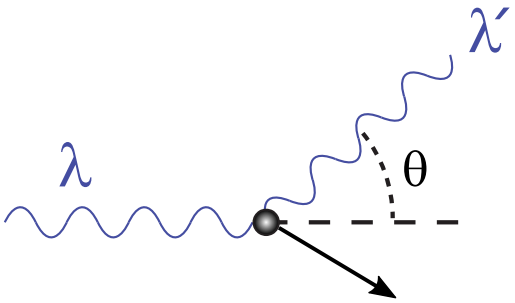
Si lo expresamos en longitud de onda $\lambda_{umbral}=\frac{c}{f_{umbral}}=\frac{3\cdot 10^8}{4{,}4\cdot 10^{14}}=682\,nm$ es más fácil recordar que el rango visible está entre unos 400 y 750 nm, y sería un rojo próximo al infrarrojo, por lo que si esa es la umbral está claro que rayos X sí producirían efecto fotoeléctrico.
Podemos calcular la frecuencia máxima y longitud de onda mínima asociada a los rayos X para validarlo

$$E=hf_{incidente}\Rightarrow f_{incidente}=\frac{E}{h}=\frac{400}{4{,}1\cdot 10^{-15}}=9{,}756\cdot 10^{16}\,Hz$$

$$\lambda_{incidente}=\frac{c}{f_{incidente}}=\frac{3\cdot 10^8}{9{,}756\cdot 10^{16}}=3{,}075\cdot 10^{-9}\,m=3{,}075\,nm$$

b) Planteamos efecto Compton, donde usamos λ' para la longitud de onda de la radiación reemitida.

$$\lambda'=\lambda+\frac{h}{mc}(1-\cos\theta)$$



JabberWok, cc-by-sa

Como se dice que el fotón tiene una longitud de onda mínima, usamos la frecuencia máxima, asociada a que toda la energía cinética del fotón incidente en el ánodo pasó a rayos X.
No tenemos como dato la masa del electrón, podemos usar el dato $9{,}1\cdot 10^{-31}$ kg, o también se puede recordar que en energía son 0,51 MeV dado que los datos del enunciado están expresados en eV.

$$\lambda'=3{,}075\cdot 10^{-9}+\frac{4{,}1\cdot 10^{-15}}{\frac{0{,}51\cdot 10^6}{(3\cdot 10^8)^2}\cdot 3\cdot 10^8}(1-\cos\theta)=3{,}075\cdot 10^{-9}+2{,}41\cdot 10^{-12}(1-\cos\theta)$$

Podemos validar que la energía cinética es no relativista para el electrón (usamos datos de carga de electrón y masa que no están en el enunciado)

$$E_c=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow v=\sqrt{\frac{2E_c}{m}}=\sqrt{\frac{2\cdot 400\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}}{9{,}1\cdot 10^{-31}}}=1{,}186\cdot 10^7\,m/s$$ *v/c=0,04 <0,14, no relativista.*

(Enunciado oficioso, no se tiene el original)
X3. El análisis de la fotografía de una cámara de burbujas revela la creación de un par electrón-positrón cuando los fotones pasan a través de la materia. Las trazas del electrón y el positrón tienen curvaturas opuestas en el campo magnético uniforme de 0,20 $Wb \cdot m^{-2}$ y sus radios de curvatura son de $2,5 \cdot 10^{-2}$ m.
a) ¿Cuál era la energía y la longitud de onda del fotón productor del par?
b) Aunque en este caso la energía cinética del electrón y del positrón son iguales, generalmente se suele producir un positrón con una energía cinética ligeramente mayor a la del electrón, ¿por qué ocurre esto?
c) La primera evidencia experimental del proceso de producción de pares fue obtenida por Anderson en 1933. ¿Qué importancia tuvo este descubrimiento con respecto a la teoría relativista del electrón de Dirac?
Datos: h=$6,63 \cdot 10^{-34}$ J·s; Carga del electrón = $1,6 \cdot 10^{-19}$ C; Masa del electrón=$9,1 \cdot 10^{-31}$ kg; c=$3 \cdot 10^{8}$ $m \cdot s^{-1}$

Apartado a) corresponde al problema 197 de
https://www.portalesmedicos.com/publicaciones/articles/1958/15/Examenes-de-Radiofisica-Hospitalaria.-Preguntas-y-respuestas-examen-RIR-%28RFH%29-2007---2008

>Expresamos resultados con 2 cifras significativas como datos del enunciado.
a) Se trata de conversión energía en masa, es física de altas energías y son necesarias fórmulas relativistas. La fuerza magnética es la fuerza de Lorentz $\vec{F}=q(\vec{v}\,x\,\vec{B})$ que igualamos en módulo a la fuerza centrípeta y obtenemos la expresión para el momento lineal del electrón o del positrón (ambos misma masa)

$$qvB=m_{rel}\frac{v^2}{R}\Rightarrow m_{rel}v=qBR=p=1,6\cdot 10^{-19}\cdot 0,2\cdot 2,5\cdot 10^{-2}=8\cdot 10^{-22}\,kg\,m/s$$

Usamos $m_{rel}=\gamma m$ para hacer referencia a la idea cualitativa de "masa relativista" teniendo en cuenta el aumento de inercia por velocidades relativistas. Al usar m sin más se asume masa en reposo que es la única que existe como invariante relativista.
La energía relativista del electrón o del positrón

$$E=\sqrt{m^2c^4+p^2c^2}=\sqrt{(9,1\cdot 10^{-31})^2(3\cdot 19^8)^4+(8\cdot 10^{-22})^2(3\cdot 10^8)^2}=2,5\cdot 10^{-13}\,J$$

Como enunciado da la carga del electrón lo expresamos en eV: E=1,6 MeV
La energía del fotón será el doble $E_{fotón}$=$5,0 \cdot 10^{-13}$ J (3,2 MeV)
La longitud de onda será; $E=hf=\frac{hc}{\lambda}\Rightarrow\lambda=\frac{hc}{E}=\frac{6,63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^8}{5,0\cdot 10^{-13}}=4,0\cdot 10^{-13}m$

>No se pide, pero podemos calcular la velocidad a la que se mueven los electrones y positrones producidos para comprobar que se trata de velocidades relativistas:

$$p=\gamma m v\Rightarrow \gamma v=\frac{p}{m}=\frac{8\cdot 10^{-22}}{9,1\cdot 10^{-31}}=8,79\cdot 10^8 m/s$$

$$\frac{v^2}{1-\frac{v^2}{c^2}}=(8,79\cdot 10^8)^2\Rightarrow v^2c^2=(c^2-v^2)(8,79\cdot 10^8)^2\Rightarrow v^2(c^2+(8,79\cdot 10^8)^2)=c^2(8,79\cdot 10^8)^2$$

$$v=\frac{(3\cdot 10^8)(8,79\cdot 10^8)}{\sqrt{(3\cdot 10^8)^2+(8,79\cdot 10^8)^2}}=2,84\cdot 10^8\,m/s$$

b) Una cámara de burbujas es un medio denso; cuando se produce el par electrón-positrón hay un núcleo atómico próximo que atrae ligeramente al electrón que acaba de producirse, lo que lo frena y hace que la energía cinética observada para él sea algo menor que la observada para el positrón.

c) La teoría relativista del electrón de Dirac predecía la existencia de una partícula con las mismas características que el electrón pero con carga opuesta. La observación del positrón en la producción del pares positrón-electrón confirmó la existencia de la partícula predicha por Dirac.

enrique@fiquipedia.es Revisado 13 febrero 2016
CC BY

1 PROBLEMAS DE FÍSICA

1.2. a) Deduzca a partir de la ley de desintegración de núcleos radiactivos la relación que existe entre la constante radiactiva y el período de semidesintegración.
b) La actividad de una muestra de madera recién cortada es 1000 Bq y la de una muestra fosilizada de la misma es 100 Bq. ¿Cuál será la edad de la muestra radiactiva?. El período de semidesintegración del radioisótopo carbono-14 es 5.736 años.
c) Defina y calcule la vida media de un gramo de muestra de carbono-14 que presenta una actividad de 3 núcleos/minuto.

a) La ley de desintegración radiactiva es indica que el número de núcleos presente disminuye de manera exponencia, siendo λ la constante radiactiva

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

El período de semidesintegración, $T_{½}$ es el tiempo asociado a que el número de núcleos se reduzca a la mitad, por lo que

$$\frac{N_0}{2} = N_0 \cdot e^{-\lambda T_{½}} \Rightarrow \ln\frac{1}{2} = -\lambda T_{½} \Rightarrow T_{½} = \frac{\ln(2)}{\lambda}$$

b) Utilizamos la ley de desintegración radiactiva para la actividad, y la expresamos en función del período de semidesintegración $A = A_0 \cdot e^{-\lambda t} = A_0 \cdot e^{\frac{-t}{\tau}} = A_0 \cdot 2^{\frac{-t}{T_{½}}}$

$$100 = 1000 \cdot 2^{\frac{-t}{5736}} \Rightarrow \ln\left(\frac{100}{1000}\right) = \frac{-t}{5736} \cdot \ln(2) \Rightarrow t = -5736 \cdot \frac{-\ln(10)}{\ln(2)} = 19056\, años$$

c) La vida media es el promedio estadístico de vida de una partícula antes de desintegrarse. Es el tiempo que tarda un núcleo elegido al azar en desintegrarse. Es el inverso de la constante radiactiva

$$\tau = \frac{1}{\lambda}$$

Para N núcleos, la vida promedio es el promedio de vida de N núcleos antes de desintegrarse, por lo que es $\tau_N = \frac{N}{\lambda} = \tau N = \frac{T_{½}}{\ln(2)} N$

Se pide para "1 g de muestra de carbono-14 que presenta una actividad de 3 núcleos/minuto"
La actividad es A=3/60=0,05 Bq, y por definición $A=\lambda N = N \cdot \ln(2)/T_{½}$
No puede ser que todo el gramo sea C-14, ya que habría $N=(1/14)\cdot 6{,}022\cdot 10^{23}=4{,}3\cdot 10^{22}$ núcleos, y la actividad sería $A=4{,}3\cdot 10^{22}\cdot \ln(2)/(5736\cdot 365\cdot 24\cdot 3600)=1{,}65\cdot 10^{11}$ Bq.
En base a la actividad el número de núcleos presente es $0{,}05=N\cdot \ln(2)/(5736\cdot 365\cdot 24\cdot 3600) \rightarrow N=1{,}3\cdot 10^{10}$ núcleos

Por lo tanto $\tau_{1gC-14} = \frac{5736}{\ln(2)} 1{,}3 \cdot 10^{10} = 1{,}076 \cdot 10^{14}\, años$

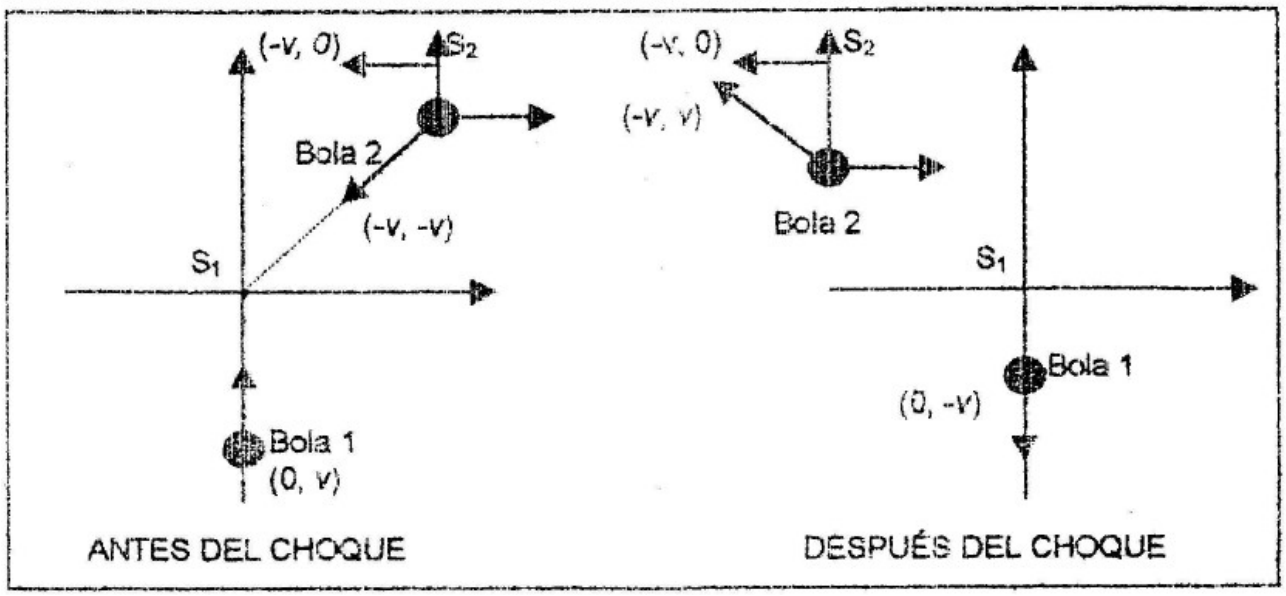
1 PROBLEMAS DE FÍSICA

1.3. Estudiar el choque elástico y central de dos bolas de igual masa M, que se dirigen la una hacia la otra sobre el plano OXY con velocidades $\vec{v}_{2a}=(-v,-v)$; $\vec{v}_{1a}=(0,v)$, referidas ambas al sistema S_1 en reposo relativo. (Ver figura)

a) Comprobar que en S_1 el momento lineal se conserva desde el punto de vista de la dinámica clásica.

b) Si consideramos la bola 1 asociada a S_1 y la bola 2 asociada a S_2, comprobar que las transformaciones de Lorentz para la velocidad no garantizan la conservación del momento lineal, en la suposición de que éste se defina como $\vec{p}=M\vec{v}$.

c) Comprobar que las transformaciones de Lorentz para la velocidad garantizan la conservación de la cantidad de movimiento, cuando ésta se define de acuerdo con $\vec{p}=\frac{M}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\vec{v}$.



Referencias:
Comentado por sleepylavoisier en http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4239#p18332 citando sección 39.6 Momento Lineal Relativista de Tipler.
https://sites.google.com/site/jvilchesp/fisica/sistemas/si860
https://en.wikipedia.org/wiki/Velocity-addition_formula
http://physics.cos.ucf.edu/main/wp-content/uploads/2012/05/Relativity-4.pptx
http://isites.harvard.edu/fs/docs/icb.topic1145127.files/Scanned%20topic%209.pdf
http://readingfeynman.org/tag/relativistic-momentum/
https://en.wikibooks.org/wiki/Special_Relativity/Dynamics

a) La expresión general es $\frac{d\vec{p}}{dt}=\vec{F}$, y si durante el coque las fuerzas externas son nulas, se llega a la conservación del momento lineal, $\vec{p_{antes}}=\vec{p_{después}}$

Desde el punto de vista de la dinámica clásica $\vec{p}=m\vec{v}$ y planteamos, usando subíndice a para antes (como hace el enunciado) y d para después, y tomando los valores de después del diagrama (los valores de antes están duplicados en enunciado y diagrama)

Para S_1:

$m_1\cdot v_{1ax}+m_2\cdot v_{2ax}=m_1\cdot v_{1dx}+m_2\cdot v_{2dx}\Rightarrow M\cdot 0+M\cdot(-v)=M\cdot 0+M\cdot(-v)$ Sí se conserva

$m_1 \cdot v_{1ay} + m_2 \cdot v_{2ay} = m_1 \cdot v_{1dy} + m_2 \cdot v_{2dy} \Rightarrow M \cdot v + M \cdot (-v) = M \cdot (-v) + M \cdot v$ Sí se conserva

>Una manera alternativa de verlo en este caso en el que las masas son iguales, en lugar de partir de la conservación de momento es llegar a ella: podemos plantear con los valores dados que $\vec{v_{1antes}} + \vec{v_{2antes}} = \vec{v_{1después}} + \vec{v_{2después}} = (0-v, v-v) = (0-v, -v+v) = (-v, 0)$ *que multiplicando por M en ambos lados y usando la definición clásica de momento se convierte en* $\vec{p_{antes}} = \vec{p_{después}}$ *que es lo que se pide demostrar.*

b) Planteamos primero las transformaciones de Lorentz para las velocidades, usando las expresiones asociadas a que el eje x y x' de los sistemas S_1 y S_2 son paralelos.

La velocidad en el eje y también se modifica aunque no haya velocidad relativa entre sistemas, porque la velocidad depende del tiempo que varía entre los sistemas.

$$\beta = \frac{v}{c}; \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad v'_x = \frac{v_x - v}{1 - \frac{\beta}{c} v_x}; v'_y = \frac{v_y}{\gamma \left(1 - \frac{\beta}{c} v_x\right)}$$

En las expresiones v indica velocidad relativa entre sistemas, y v_x y v_y son las velocidades medidas respecto S_1, siendo las velocidades ' las velocidades medidas desde S_2.

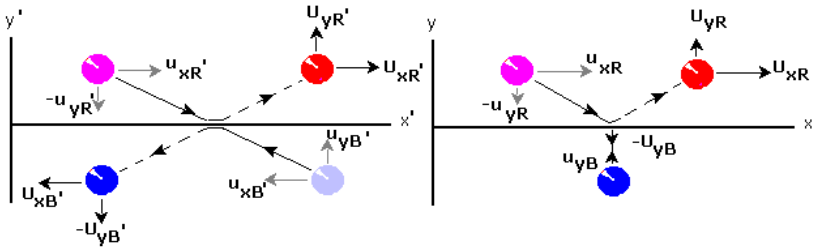
En el diagrama parece que S_2 está ligado a la bola 2, con lo que las velocidades de la bola 2 medidas desde ese sistema serían nulas, pero al mismo tiempo "se indica/se interpreta" (-v,0) como velocidad del sistema S_2; nos quedamos con ese dato, con lo que S_2 no está ligado a la bola 2, y la bola 2 sí tiene velocidad respecto de ese sistema S_2.

La frase del enunciado **"la bola 2 asociada a S_2"** no es clara; se puede interpretar de dos maneras:

1. Ahora la velocidad dada $\vec{v_{2a}} = (-v, -v)$ no es la velocidad respecto S_1 sino medida desde S_2,
2. Ahora la velocidad x de la bola 2 y la velocidad de S_2 coinciden medidas desde S_1, con lo que la velocidad x de la bola 2 medida desde S_2 es nula y la única velocidad que tiene la bola 2 medida desde S_2 sería en eje y. No podemos decir en general esas velocidades de bola 2 sean ahora (0,-v) antes y (0,v) después, ya que enunciado para bola 2 solamente indica (-v,v), y aunque aparezca S_2 dibujado sobre la bola 2, que v_y no varía al cambiar de sistema estaría usando adición de velocidades que no es válida al citar la transformación de Lorentz.

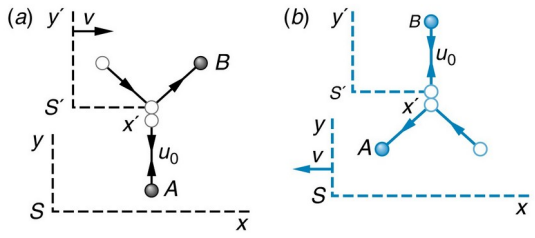
Hay ejemplos de "colisión relativista típica de dos partículas", se incluyen unos diagramas sin retocar en los que los sentidos respecto a eje x están invertidos respecto a la situación del enunciado de este problema.

La opción 1 sería similar a este diagrama, donde la situación de la derecha sería análogo a verlo desde S_1 donde la bola B (blue) sería la bola 1, y la bola R (red) la bola 2. La situación de la izquierda sería análogo a verlo desde S_2 donde la bola 1 que antes no tenía movimiento en eje x sí lo tiene ahora, teniendo ambas bolas movimientos opuestos. Las U simbolizan después y las u antes.



Relativistic particle collisions, RobinH, GFDL

La opción 2 sería similar a este diagrama (similar a Tipler pero ahí tiene derechos de autor), donde en ambas situaciones se asume que una de las dos bolas no tiene componente x.



University of Central Florida, "Relativistic Momentum"

La opción 2 es la que se puede ver resuelta en Tipler, y cuadra en cierto modo con reutilizar el apartado a donde se sabía que en el eje y por conservación la suma de momentos debe ser cero.

La opción 2 supone fijar valores para velocidades respecto a cada sistema por separado, y no se

tiene por qué cumplir que la suma de momentos en el eje y sea cero. Sin plantearlo relativista, se tendría que respecto S_2 tenemos antes v_B(-v,-v) y v_A (v,v) y después v_B(-v,v) y v_A(v,-v), por lo que sí sigue siendo cero en el eje y.
Optamos por la 1 para hacer algo distinto a Tipler: la velocidad dada $\vec{v_{2a}}=(-v,-v)$ es ahora respecto a S_2.
Con estas expresiones calculamos las velocidades de la bola 1 asociadas a S_2 ya que para la bola 2 ya las tenemos respecto a S_2

$$v_{1axS2}=\frac{v_{1axS1}-v_{xS2S1}}{1-\frac{\beta}{c}v_{1axS1}}=\frac{0-(-v)}{1-\frac{\beta}{c}0}=v \qquad v_{1dxS2}=\frac{v_{1dxS1}-v_{xS2S1}}{1-\frac{\beta}{c}v_{1dxS1}}=\frac{0-(-v)}{1-\frac{\beta}{c}0}=v$$

$$v_{1ayS2}=\frac{v_{1ayS1}}{\gamma_{sist}(1-\frac{\beta}{c}v_{1axS1})}=\frac{v}{\gamma_{sist}(1-\frac{\beta}{c}0)}=\frac{v}{\gamma_{sist}} \qquad v_{1dyS2}=\frac{v_{1dyS1}}{\gamma_{sist}(1-\frac{\beta}{c}v_{1dxS1})}=\frac{-v}{\gamma_{sist}(1-\frac{\beta}{c}0)}=\frac{-v}{\gamma_{sist}}$$

>Es importante con confundirse; aquí v es tanto el valor de velocidad entre sistemas de referencia como el valor de velocidad de las partículas respecto a su sistema de referencia, pero ambos valores no tienen por qué coincidir ni se ponen en los mismos sitios en las expresiones (en algunos desarrollos se usa u y v para distinguirlas). El valor de γ tiene v en su fórmula, y en la transformada de velocidad hace referencia a la v entre sistemas, por lo que tiene en este caso tiene un valor fijado "v" que se mantiene antes y después, pero cuando se habla de la expresión de momento relativista en γ se usa la velocidad respecto al único sistema que manejemos.
Usamos γ asociado a la velocidad respecto del sistema y γ_{sist} asociado a la velocidad entre sistemas.
Para S_2 y la definición clásica de momento lineal $\vec{p}=M\vec{v}$:

$m_1\cdot v_{1ax}+m_2\cdot v_{2ax}=m_1\cdot v_{1dx}+m_2\cdot v_{2dx}\Rightarrow M\cdot v+M\cdot(-v)=M\cdot v+M\cdot(-v)$ En el eje x sí se conserva

$m_1\cdot v_{1ay}+m_2\cdot v_{2ay}=m_1\cdot v_{1dy}+m_2\cdot v_{2dy}\Rightarrow M\cdot\frac{v}{\gamma_{sist}}+M\cdot(-v)=M\cdot(\frac{-v}{\gamma_{sist}})+M\cdot v$

En el eje y no se conserva
>Una manera alternativa de verlo en este caso similar al apartado a, en el que las masas son iguales, en lugar de partir de la conservación de momento es llegar a ella: podemos plantear con los valores dados $\vec{v_{1antes}}+\vec{v_{2antes}}\neq\vec{v_{1después}}+\vec{v_{2después}}\Rightarrow(v-v,\frac{v}{\gamma_{sist}}-v)\neq(-v+v,-\frac{v}{\gamma_{sist}}+v)$ *que multiplicando por M en ambos lados y usando la definición clásica de momento se convierte en* $\vec{p_{antes}}\neq\vec{p_{después}}$ *que es lo que se pide demostrar.*
c) Ahora planteamos para S_2 y la nueva definición de momento lineal $\vec{p}=\gamma M\vec{v}$
El módulo de velocidad de la bola 1 respecto de S_2 es

$$v_{1a}=\sqrt{v_{1ax}^2+v_{1ay}^2}=\sqrt{v^2+\frac{v^2}{\gamma_{sist}^2}}=\sqrt{v^2(\frac{\gamma_{sist}^2+1}{\gamma_{sist}^2})}=v\sqrt{\frac{\frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}}+1}{\frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}}}}=v\sqrt{\frac{\frac{c^2+c^2-v^2}{c^2-v^2}}{\frac{c^2}{c^2-v^2}}}=\frac{v}{c}\sqrt{2c^2-v^2}$$

$$v_{1d}=\sqrt{v_{1dx}^2+v_{1dy}^2}=\ldots=v_{1a}=\frac{v}{c}\sqrt{2c^2-v^2}$$

$$\gamma_{1a}=\gamma_{1d}=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^4}(2c^2-v^2)}}=\frac{c^2}{\sqrt{c^4-2c^2v^2+v^4}}=\frac{c^2}{\sqrt{(c^2-v^2)^2}}=\frac{c^2}{c^2-v^2}=\frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}}=\gamma_{sist}^2$$

$$v_{2a}=v_{2d}=\sqrt{v_{2ax}^2+v_{2ay}^2}=\sqrt{2}\,v$$

$$\gamma_{2a}=\gamma_{2d}=\frac{1}{\sqrt{1-2\frac{v^2}{c^2}}}=\frac{1}{\sqrt{\frac{c^2-2v^2}{c^2}}}=\frac{c}{\sqrt{c^2-2v^2}}$$

$$\gamma_{1a}\cdot m_1\cdot v_{1ax}+\gamma_{2a}\cdot m_2\cdot v_{2ax}=\gamma_{1d}\cdot m_1\cdot v_{1dx}+\gamma_{2d}\cdot m_2\cdot v_{2dx}$$

$$\gamma_{1a}\cdot M\cdot v+\gamma_{2a}\cdot M\cdot(-v)=\gamma_{1d}\cdot M\cdot v+\gamma_{2d}\cdot M\cdot(-v)$$

En el eje x de nuevo sí se conserva (lo hemos repetido para eje x aunque ya se conservaba) .

$$\gamma_{1a}\cdot m_1\cdot v_{1ay}+\gamma_{2a}\cdot m_2\cdot v_{2ay}=\gamma_{1d}\cdot m_1\cdot v_{1dy}+\gamma_{2d}\cdot m_2\cdot v_{2dy}$$

$$\gamma_{sist}^2\frac{\cancel{M}v}{\gamma_{sist}}+\frac{c}{\sqrt{c^2-2v^2}}\cancel{M}(-v)=\gamma_{sist}^2\cancel{M}\frac{(-v)}{\gamma_{sist}}+\frac{c}{\sqrt{c^2-2v^2}}\cancel{M}v$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}-\frac{c}{\sqrt{c^2-2v^2}}=\frac{-1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}+\frac{c}{\sqrt{c^2-2v^2}}$$

$$\frac{\cancel{2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=\cancel{2}\frac{c}{\sqrt{c^2-2v^2}}$$

$$\frac{c^2}{c^2-v^2}=\frac{c^2}{c^2-2v^2}$$

No se conserva en el eje y, cualitativamente se ve que es porque hemos forzado $v_{2a}=v_{2d}=\sqrt{2}v$, lo que hace que la interpretación 1 no sea válida.

Si usamos la interpretación 1, $\vec{v_{2a}}=(0,-v)$ y $\vec{v_{2d}}=(0,v)$

El desarrollo es idéntico para la bola 1, y para la bola 2 ahora tenemos $v_{2a}=v_{2d}=v$

Ahora tendríamos $\gamma_{2a}=\gamma_{2d}=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=\gamma_{sist}$

Planteando ahora la conservación en el eje y obtenemos que el momento es cero en ambos casos y se conserva.

$$\gamma_{1a}\cdot m_1\cdot v_{1ay}+\gamma_{2a}\cdot m_2\cdot v_{2ay}=\gamma_{1d}\cdot m_1\cdot v_{1dy}+\gamma_{2d}\cdot m_2\cdot v_{2dy}$$

$$\gamma_{sist}^2\frac{\cancel{M}v}{\gamma_{sist}}+\gamma_{sist}\cancel{M}(-v)=\gamma_{sist}^2\cancel{M}\frac{(-v)}{\gamma_{sist}}+\gamma_{sist}\cancel{M}v$$

$$\gamma_{sist}-\gamma_{sist}=-\gamma_{sist}+\gamma_{sist}$$

EJERCICIO PRÁCTICO. SESIÓN Nº 1. FÍSICA
4.
Rayos X monocromáticos de 100 keV de energía son dispersados por un bloque de carbono.
a) Si la dispersión se produce bajo un ángulo de 45º, ¿cuál será la longitud de onda de los rayos X dispersados?
b) ¿Para qué ángulo de la dispersión Compton la energía cinética del electrón de retroceso será máxima?
c) En el caso anterior, ¿cuál es la longitud de onda asociada al electrón?
d) El dispositivo experimental disponible permite medir el momento lineal del electrón con una precisión del 0,003 %. ¿Con qué incertidumbre podremos conocer la posición del electrón?
e) Describa brevemente los fundamentos teóricos en los que se ha basado para resolver el problema.
$m_e = 9{,}11\cdot10^{-31}$ kg h = $6{,}63\cdot10^{-34}$ J·s c = $3{,}00\cdot10^{8}$ m·s^{-1} 1 e$^-$ = $1{,}60\cdot10^{-19}$ C

a) Utilizando la expresión para la dispersión Compton

$$\lambda' = \lambda + \frac{h}{mc}(1-\cos\theta)$$

Primero calculamos la longitud de onda original de los rayos X a partir de su energía

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E} = \frac{6{,}63\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^{8}}{100\cdot10^{3}\cdot1{,}6\cdot10^{-19}} = 1{,}243\cdot10^{-11}\,m$$

$$\lambda' = 1{,}243\cdot10^{-11} + \frac{6{,}63\cdot10^{-34}}{9{,}11\cdot10^{-31}\cdot3\cdot10^{8}}(1-\cos 45^{o}) = 1{,}314\cdot10^{-11}\,m$$

La nueva longitud de onda es mayor: el fotón en el choque pierde energía que pasa al electrón, por lo que la longitud de onda es mayor, que implica f menor y menos energía.
b) La E_c del electrón será máxima cuando la energía perdida por el fotón en el choque sea máxima, lo que implica mayor variación longitud de onda, que implica $(1-\cos\theta)_{máximo}$, que implica $\cos\theta=-1$, luego $\theta=180^o$
>Cualitativamente el electrón "rebota"
c) En este caso $E_{c\,electrón} = \Delta E_{fotón} = E_0 - \frac{hc}{\lambda'}$

$$\lambda' = \lambda + 2\frac{h}{mc} = 1{,}243\cdot10^{-11} + \frac{2\cdot6{,}63\cdot10^{-34}}{9{,}11\cdot10^{-31}\cdot3\cdot10^{8}} = 1{,}728\cdot10^{-11}\,m$$

$$E_{c\,electrón} = 100\cdot10^{3}\cdot1{,}6\cdot10^{-19} - \frac{6{,}63\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^{8}}{1{,}728\cdot10^{-11}} = 4{,}5\cdot10^{-15}\,J = 28\,keV$$

>En efecto fotoeléctrico la E es pequeña, no relativista, pero en efecto Compton sí es relativista.
$E_c = (\gamma-1)\,m\,c^2 = (\gamma-1)\,E_0$ Donde m es la masa en reposo
$E_0 = 9{,}11\cdot10^{-31}\cdot(3\cdot10^{8})^2 = 8{,}2\cdot10^{-14}$ J

$$\gamma = 1 + \frac{E_c}{E_0} = 1 + \frac{4{,}5\cdot10^{-15}}{8{,}2\cdot10^{-14}} = 1{,}054878$$ Como difiere de la unidad en más de un 1%, es relativista.

Calculamos la velocidad para calcular la longitud de onda de De Broglie

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \Rightarrow \beta = \sqrt{1-\frac{1}{\gamma^2}} = 0{,}318 > 0{,}14$$

El valor 0,14 es un umbral donde empezar a considerar situación relativista, ya que supone un error en el valor de γ de un 1%.

$$\beta = \frac{v}{c} \Rightarrow v = \beta\cdot c = 0{,}318\cdot3\cdot10^{8} = 9{,}54\cdot10^{7}\,m/s$$

$$\lambda_{De\ Broglie}=\frac{h}{p}=\frac{h}{\gamma mv}=\frac{6{,}63\cdot10^{-34}}{1{,}054878\cdot9{,}11\cdot10^{-31}\cdot9{,}54\cdot10^{7}}=7{,}23\cdot10^{-12}\,m$$

>Puede surgir la duda de si cualitativamente hay “variación de masa relativista” (no la calculamos explícitamente pero sería γm, si en las expresiones de apartados a y b hay que usar masa relativista: no hyay que usarla, ya que expresiones Compton asumen m en reposo con la que choca el fotón.

d) $\Delta p\cdot\Delta x\geq\frac{h}{4\pi}\Rightarrow\Delta x\geq\frac{h}{4\pi\Delta p}=\frac{6{,}63\cdot10^{-34}}{4\cdot\pi\cdot3\cdot10^{-5}\cdot1{,}054878\cdot9{,}11\cdot10^{-31}\cdot9{,}54\cdot10^{7}}=1{,}92\cdot10^{-8}m$

Mucho mayor que el radio del átomo

e) Simplemente se citan algunos fundamentos teóricos asociados a las fórmulas utilizadas, realizar una “descripción breve” depende del tiempo disponible.

$\lambda'=\lambda+\frac{h}{mc}(1-\cos\theta)$ Efecto Compton

$E=hf=\frac{hc}{\lambda}$ Cuantización de energía, constancia de la velocidad de la luz

$E_{total}=\gamma mc^2$ Energía relativista

$\lambda_{De\ Broglie}=\frac{h}{p}$ Longitud de onda de De Broglie

$\Delta p\cdot\Delta x\geq\frac{h}{4\pi}$ Principio de incertidumbre

enrique@fiquipedia.es Revisado 6 mayo 2023
CC BY SA

2001-C3. Responeu, de forma breu però raonada, les següents qüestions:
b) Quina és la diferència fonamental entre l'estat final dels fotons en l'efecte fotoelèctric i en l'efecte Compton?
2001-B3. Responeu, de forma breu però raonada, les següents qüestions:
a) Quina és la diferència fonamental entre la situación inicial en que se troben els electrons en l'efecte fotoelèctric i la situació inicial en què es troben els electrons en ll'efecte Compton?

Responda, de forma breve pero razonada, las siguientes cuestiones:
2001-C3. b) ¿Cuál es la diferencia fundamental entre el estado final de los fotones en el efecto fotoeléctrico y en el efecto Compton?
2001-B3 a) ¿Cuál es la diferencia fundamental entre la situación inicial en que se encuentran los electrones en el efecto fotoeléctrico y la situación inicial en la que se encuentran los electrones en el efecto Compton?

Referencias:
Física. Alonso, M., Finn E.J.. Editorial Addison Wwesley Iberoamericana. Delaware, EUA, 1995.(Apdo 30.7)
Física General. Rossel, J. Editorial AC. Madrid, 197 ((Parte VI, capítulo 2, apartado 1)

C3. b) En el efecto fotoeléctrico los fotones en su estado final desaparecen, ya que tras incidir en el metal, son absorbidos por un electrón y toda su energía pasa a ser energía del electrón, que supera la energía de ionización y queda libre del átomo.
En el efecto Compton los fotones en su estado final no desaparecen, ya que son disperados en un choque elástico con un electrón libre, le transfieren parte de su energía, pero no toda, por lo que varía su frecuencia y longitud de onda según la fórmula asociada al efecto Compton

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta)$$

Comentario: se pregunta sobre la diferencia entre el estado final de fotones, pero se podría comentar también sobre el estado inicial. En el efecto fotoeléctrico los fotones tienen asociada una energía baja, del orden de eV que son los valores de energía de ionización de los metales, lo que supone luz visible o ultravioleta. En el efecto Compton los fotones tienen asociada una energía alta, normalmente rayos X o gamma.

B3. a) En el efecto fotoeléctrico los electrones se consideran ligados al átomo o a una red cristalina (caso de los metales), dentro de un pozo de potencial del que pueden salir si el fotón incidente les aporta energía suficiente. Si la luz incidente aporta la energía asociada al trabajo de extracción, los electrones son desligados del núcleo pero no tiene una energía cinética alta; una energía cinética alta supone que la radiación incidente sea energética y eso lleva al efecto Compton.
En el efecto Compton los electrones se consideran desligados del átomo, ya que la interacción es con fotones de alta energía y esa energía se emplea fundamentalmente en aportar energía cinética al electrón, energía que pierde el fotón sin llegar a desaparecer.

enrique@fiquipedia.es Revisado 23 enero 2016
CC BY

B3. Responeu, de forma breu però raonada, les següents qüestions:
c) Expliqueu, a partir exclusivament de consideracions energètiques perquè no és possible la conversió espotània d'un protó en un neutró i si que ho és, en canvi, la d'un neutró en un protó.

B3. Responda, de forma breve pero razonada, las siguientes cuestiones:
c) Explique, a partir exclusivamente de consideraciones energéticas porque no es posible la conversión espotánea de un protón en un neutrón y si lo es, en cambio, la de un neutrón en un protón.

En la conversión entre partículas la consideración esencial es la conservación de la "masa energía", y la masa en reposo de un neutrón es mayor que la masa en reposo de un protón.
En la conversión neutrón a protón existe un excedente de "masa energía", por lo que es un proceso de desintegración que puede producirse espontáneamente: un neutrón fuera del núcleo es inestable y se desintegra en un protón, un electrón y un antineutrino, lo que ocurre con cierta probabilidad y tiene cierta vida promedio en torno a unos 15 minutos.
Sin embargo la conversión de un neutrón en protón requiere un aporte de energía. Un ejemplo de situación en la que se produce es la "captura electrónica K", en la que el electrón está aportando energía, o la emisión beta positiva, en la que un protón pasa a un neutrón, un positrón y un neutrino, pero que no se produce con protones libres, solamente con protones dentro de un núcleo en situaciones en las que puedan coger energía.

Otras ideas además de "consideraciones exclusivamente energéticas"
En la conversión entre partículas hay otra consideración importante que es la conservación de la carga, que se produce en cualquier tipo de proceso. En el caso de un neutrón como único punto de partida y protón como destino, en la conversión el resultado debe seguir siendo neutro, por lo que se debe producir también una partícula de carga negativa, que en este caso es el electrón. En el caso del protón como punto de partida y neutrón como destino, es necesario que haya una partícula cargada negativamente junto con el protón (electrón en captura K), o una partícula positiva en el punto destino (positrón en emisión beta positiva)
Se podría decir que el protón tiene menos masa que el protón porque la masa del quark up es menor que la del quark down, el protón tiene un quark up y dos down, y el neutrón tiene dos quarks down y uno down, pero la masa total no está asociada solamente a la masa de los quarks que lo forman.
http://francis.naukas.com/2012/04/30/la-masa-de-un-proton-la-masa-de-sus-quarks-y-la-energia-cinetica-de-sus-gluones/

A2. En un experiment sobre efecte fotoelèctric, s'utilitza llum monocromática i un càtode d'un metal alcalí. Quan la llum té una longitud d'ona de 310 nm (valor mesurat amb una precisió del 1'1%), el potencial del tall del fenomen s'observa que és de 1'82 V. En canvi, quan la llum utilitzada té una longitud d'ona de 380 nm (valor també mesurat amb una precisió del 1'1%) el potencial de tall es redueix a 0'90 V.
a) Determineu el valor de la "funció de treball" o energia mínima necessària per arrencar un electró del metall alcalí.
b) Determineu la longitud d'ona llindar per produir efecte fotoelèctric quan la llum incideix en el metall alcalí considerat.
Nota: pareu atenció a expressar el resultat amb un número de xifres significatives convenient, d'acord ambs el marges d'imprecisió de les dades i del valors de les constants físiques que utilizeu.

A2. En un experimento sobre el efecto fotoeléctrico, se utiliza luz monocromática y un cátodo de un metal alcalino. Cuando la luz tiene una longitud de onda de 310 nm (valor medido con una precisión del 1,1%), el potencial del corte del fenómeno se observa que es de 1,82 V. En cambio, cuando la luz utilizada tiene una longitud de onda de 380 nm (valor también medido con una precisión del 1,1%) el potencial de corte se reduce a 0,90 V.
a) Determinar el valor de la "función de trabajo" o energía mínima necesaria para arrancar un electrón del metal alcalino.
b) Determine la longitud de onda umbral para producir efecto fotoeléctrico cuando la luz incide en el metal alcalino considerado.
Nota: preste atención a expresar el resultado con un número de cifras significativas conveniente, de acuerdo ambs el márgenes de imprecisión de los datos y de los valores de las constantes físicas que utiliza.

Comentario: enunciado original usa ' como separador decimal, pero no se debe utilizar
http://www.fiquipedia.es/home/recursos/recursos-notacion-cientifica/Separador%20decimal.pdf

a) Utilizando la ecuación para el efecto fotoeléctrico $E_{incidente} = W_{extracción} + E_{cinética\ máxima}$
La energía incidente es la energía asociada a los fotones para la longitud de onda dada.
El trabajo de extracción es la "función trabajo" que indica el enunciado
El potencial de corte es el potencial de frenado, asociado a la energía cinética máxima con la que pueden ser emitidos los electrones.
Tomamos los datos con 3 cifras significativas, que son las máximas que apreciamos en los datos de potencial de frenado y longitud de onda: c=3,00·10^{8} m/s, h=6,63·10^{-34} J·s, |e|=1,60·10^{-19} C

$$h\frac{c}{\lambda} = W_{extracción} + q\cdot\Delta V$$

$$W_{extracción} = h\frac{c}{\lambda} - q\cdot\Delta V$$

310 nm: $W_{extracción} = 6{,}63\cdot10^{-34}\frac{3{,}00\cdot10^{8}}{310\cdot10^{-9}} - 1{,}60\cdot10^{-19}\cdot1{,}82 = 3{,}50\cdot10^{-19}\,J$ (3 cifras significativas)

380 nm: $W_{extracción} = 6{,}63\cdot10^{-34}\frac{3{,}00\cdot10^{8}}{380\cdot10^{-9}} - 1{,}60\cdot10^{-19}\cdot0{,}90 = 3{,}8\cdot10^{-19}\,J$ (2 cifras significativas)

El tratamiento exacto implica usar propagación de errores. Si asumimos las constantes que solamente hay error en las medidas para las que se indica precisión de 1,1%

$$|\Delta W_{extracción}| = \left| \frac{\partial (h\frac{c}{\lambda} - q\cdot\Delta V)}{\partial \lambda} \Delta\lambda \right| = \frac{hc}{\lambda^2}\Delta\lambda$$

$$\Delta\lambda = 310 \cdot 0{,}011 = 3{,}41\, nm$$

310 nm $$\Delta W_{extracción} = 6{,}63\cdot 10^{-34} \frac{3{,}00\cdot 10^{8}}{(310\cdot 10^{-9})^2} \cdot 3{,}41\cdot 10^{-9} = 7{,}06\cdot 10^{-21}\, J$$

Viendo el resultado anterior, el error es de un 2%, y es correcto usar 3 cifras significativas.

$$\Delta\lambda = 380 \cdot 0{,}011 = 4{,}18\, nm$$

380 nm $$\Delta W_{extracción} = 6{,}63\cdot 10^{-34} \frac{3{,}00\cdot 10^{8}}{(380\cdot 10^{-9})^2} \cdot 4{,}18\cdot 10^{-9} = 5{,}76\cdot 10^{-21}\, J$$

Viendo el resultado anterior, el error es de un 1,5%, y se podrían usar 3 cifras significativas; se han tomado dos porque el dato 0,90 V que en este desarrollo hemos tomado como sin error tiene solamente 2 cifras significativas.

Sin embargo se trata de un único metal y debemos tomar un único valor para el trabajo de extracción: usamos el valor que tiene más cifras significativas, $3{,}50\cdot 10^{-19}$ J, ya que en él el valor del potencial de frenado tiene más cifras significativas.

b) La longitud de onda umbral es la asociado a un fotón incidente cuya energía es la del trabajo de extracción.

$$W_{extracción} = h\frac{c}{\lambda_{umbral}} \Rightarrow \lambda_{umbral} = h\frac{c}{W_{extracciño}} = 6{,}63\cdot 10^{-34}\frac{3{,}00\cdot 10^{8}}{350\cdot 10^{-19}} = 5{,}68\cdot 10^{-9} m = 568\, nm$$

OPOSICIONS AL COS DE PROFESSORS D'ENSENYEMENT SECUNDARI
JULIOL 2001
FÍSICA Y QUÍMICA

PROVA PRÁCTICA
FÍSICA

1. a) Demostre que la potencia óptica de la radiació necessaria per produir efecte fotoelectric en un metall del qual el traball d'extracció es W_e ve donada per:

$$P_{opt}=\frac{I\cdot V_f}{\left(1-\frac{W_e}{h\cdot f}\right)}$$

on Wf es es potencial de frenat, f es la frequencia de la radiació incident i I la intensitat del corrent produit.
b) Es disposa d'una font de llum monocromática de 820 nm i 2,1 mW de potencia óptica que illumina la superficie d'un metall del qual el treball d'extracció es 1,9 eV. Es produix efecte fotoeléctric? Cuánts fotons per segon incideixen sobre el metall? Dades: $h=6{,}63\cdot10^{-34}$ J·s

a) Demuestre que la potencia óptica de la radiación necesaria para producir efecto fotoeléctrico en un metal cuyo trabajo de extracción es W_e viene dada por:

$$P_{opt}=\frac{I\cdot V_f}{\left(1-\frac{W_e}{h\cdot f}\right)}$$

Donde V_f es el potencial de frenado, f la frecuencia de la radiación incidente e I la intensidad de corriente producida.
b) Si se dispone de una fuente de luz monocromática de 820 nm y 2,1 mW de potencia óptica que ilumina la superficie de un metal cuyo trabajo de extracción es 1,9 eV. ¿Se produce efecto fotoeléctrico? ¿Cuantos electrones por segundo inciden sobre el metal? Datos: $h=6{,}63\cdot10^{-34}$ Js

Comentario: se tiene una "solución oficial original" (quizá la que se pasó a los tribunales) que indica qué puntuación se le da a cada parte de la respuesta.

Cantabria 2021

PRUEBA 1-B: EJERCICIO PRÁCTICO
ESPECIALIDAD: FÍSICA Y QUÍMICA
El aspirante ha de elegir una de las dos opciones de problemas que a continuación se presentan.
No se puede mezclar problemas de opciones diferentes. El tiempo para realizar el ejercicio práctico es de 3 horas.
OPCIÓN B

4. Siendo I la intensidad de la corriente producida por la placa de una célula fotoeléctrica, V_f el potencial de frenado, f la frecuencia de la radiación incidente y W_e el trabajo de extracción:
a) (2 puntos) Demuéstrese que la potencia óptica para producir efecto fotoeléctrico en dicha placa metálica viene dada por la expresión:

$$P_{opt}=\frac{I\cdot V_f}{\left(1-\frac{W_e}{h\cdot f}\right)}$$

Si iluminamos con luz monocromática de 400 nm y 10^{-2} W de potencia sobre una placa cuyo trabajo de extracción es 2,9 eV, y suponemos un rendimiento cuántico del 100% (un electrón emitido por cada fotón incidente).
b) (4 puntos) Calcula el número de fotones incidentes por segundo y el valor de la intensidad eléctrica producida.
c) (4 puntos) Halla la longitud de onda asociada a los electrones emitidos con la velocidad máxima posible.
Datos: h=6,626.10^{-34} J .s ; $m_{electrón}$=9,109.10^{-31} kg ; $q_{electrón}$=−1,602.10^{-19} C

Enunciado Cantabria tiene 4 cifras significativas en datos enunciado, damos resultados con 4 cifras significativas

Valencia 2001 a / Cantabria 2021 a
a) La potencia óptica es la energía que transportan los fotones por unidad de tiempo

$$P_{opt}=\frac{E}{t}=\frac{nhf}{t}=\frac{n(W_e+eV_f)}{t}=\frac{nW_e+neV_f}{t}$$

En la expresión a la que queremos llegar aparece I=Q/t=ne/t , luego ne=It, y además aparece hf, así que operamos

$$P_{opt}=\frac{nhf}{t}\frac{W_e}{hf}+IV_f=P_{opt}\frac{W_e}{hf}+IV_f\Rightarrow P_{opt}=\frac{IV_f}{\left(1-\frac{W_e}{hf}\right)}$$

Valencia 2001 b
Se produce efecto fotoeléctrico si la energía del fotón es mayor que el trabajo de extracción
E=hf=hc/λ=6,63·10^{-34}·3·10^{8}/820·10^{-9}=2,43·10^{-19} J = 1,52 eV
Como el valor es menor al trabajo de extracción de 1,9 eV, no se produce efecto fotoeléctrico.
El número de electrones por segundo que inciden sobre el metal se puede obtener a partir del dato de la potencia óptica y la energía de cada fotón.
P=nhf/t=(n/t)·hf → (n/t)=P/hf=2,1·10^{-3}/2,43·10^{-19}=8,66·10^{15} fotones/s
Cantabria 2021 b
Se puede asumir que que se produce efecto fotoeléctrico, pero lo validamos calculando la energía de cada fotón y comparando con el trabajo de extracción
E=hf=hc/λ=6,626·10^{-34}·3·10^{8}/400·10^{-9}=4,9695·10^{-19} J = 3,102 eV
Como el valor es mayor al trabajo de extracción de 1,9 eV, sí se produce efecto fotoeléctrico.
El número de electrones por segundo que inciden sobre el metal se puede obtener a partir del dato de la potencia óptica y la energía de cada fotón
P=nhf/t=(n/t)·hf → (n/t)=P/hf=10^{-2}/4,9695·10^{-19}=2,012·10^{16} fotones/s
Como se indica que el rendimiento cuántico es 100%, eso supone 2,012·10^{16} electrones/s
Se nos pide corriente eléctrica y la damos en amperios, 1 A = 1 C/s
I=2,012·10^{16} electrones/s · (1,602·10^{-19} C/e)=3,223·10^{-3} A = 3,223 mA
Cantabria 2021 c
La longitud de onda asociada a los electrones es la longitud de onda de De Broglie.
La velocidad máxima posible de los electrones está asociada a la energía cinética máxima.
Usando la ecuación de efecto fotoeléctrico
$E_{incidente}=W_0+E_c$ → E_c= 4,9695·10^{-19} -1,9·1,602·10^{-19}=1,9257·10^{-19} J

E_c= ½ mv^2 → $v=\sqrt{\frac{2E_c}{m}}$

$$\lambda_{De\ Broglie}=\frac{h}{mv}=\frac{h}{\sqrt{m2E_c}}=\frac{6{,}626\cdot10^{-34}}{\sqrt{9{,}109\cdot10^{-31}\cdot2\cdot1{,}9257\cdot10^{-19}}}=1{,}119\cdot10^{-9}\,m$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 22 enero 2016
CC BY

2000-A3. Contesteu de manera breu, però raonadament, les cinc qüestions següents:
c) Compareu la longitud d'ona associada a un protó lliure, a un electró lliure i a un fotó lliure quan les tres partícules tenen el mateix moment linial.
2000-C3.
c) Compareu la longitud d'ona associada a un protó lliure, a un electró lliure i a un fotó lliure que tinguin la mateixa energia cinètica.

2000-A3. Conteste de manera breve, pero razonadamente, las cinco cuestiones siguientes:
c) Compare la longitud de onda asociada a un protón libre, a un electrón libre y un fotón libre cuando las tres partículas tienen el mismo momento lineal.
2000-C3
c) Compare la longitud de onda asociada a un protón libre, a un electrón libre y un fotón libre que tengan la misma energía cinética.

La relación entre longitud de onda y momento lineal es $\lambda = \frac{h}{p}$
El protón y el electrón son partículas con masa, y la longitud de onda asociada es la longitud de onda de De Broglie.
El fotón se puede ver como una partícula sin masa o como una onda, siendo la longitud de onda la asociada a su visión como onda. $\lambda = \frac{c}{f}$

Si las tres partículas tienen el mismo momento lineal, las tres partículas tendrán la misma longitud de onda asociada.

Si las tres partículas tienen la misma energía cinética, se puede pensar en usar $E_c = \frac{1}{2}mv^2 = p^2/2m$, pero esa expresión es válida solamente cuando hay masa y cuando las velocidades no son relativistas, e incluso en el caso de que haya masa, igualdad de energía cinética no implica necesariamente igualdad de momento lineal. De manera general la energía cinética es la diferencia entre la energía relativista total y la masa en reposo. La energía total es $E^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4$
En el caso de los fotones que no tienen masa en reposo, así que la energía total es cinética E=pc
En el caso de una partícula con masa, $E_c = E - m_0c^2$, y operando

$$p^2c^2 + m_0^2c^4 = E_c^2 + 2E_cm_0c^2 + m_0^2c^4$$

$$p = \frac{\sqrt{E_c^2 + 2E_cm_0c^2}}{c}$$

Comparando entre protón y electrón, a igualdad de energía cinética, si la masa es de protón es mayor, el momento lineal será mayor, y eso hará que la longitud de onda asociada sea menor.
Comparando entre una partícula con masa y el fotón, a igualdad de energía cinética, como el fotón no tiene masa y p=E/c, el momento lineal de la partícula con masa será mayor, y su longitud de onda asociada será menor.

Aunque no se pide nada más, se puede comentar que implicaciones tiene en cuanto a velocidad.
En los fotones el momento lineal es $p = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}$ *, y tener cierto valor de momento lineal implica tener cierta frecuencia.*
En las partículas con masa el momento lineal es p=mv, por lo que tener cierto momento lineal implica tener cierta masa (que puede ser "masa relativista") y velocidad.

Un electrón a 1% c tiene $p = 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 0{,}01 \cdot 3 \cdot 10^{8} = 2{,}733 \cdot 10^{-24}\ kg\,m/s$
Un fotón que tenga el mismo momento lineal tiene que tener una longitud de onda
$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{2{,}733 \cdot 10^{-24}} = 2{,}4 \cdot 10^{-10} m = 0{,}24\ nm$ *que queda fuera del espectro visible, serían rayos X*
Un protón a 1% c tiene $p = 1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot 0{,}01 \cdot 3 \cdot 10^{8} = 5{,}01 \cdot 10^{-21}\ kg\,m/s$
Un fotón que tenga el mismo momento lineal tiene que tener una longitud de onda
$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{5{,}01 \cdot 10^{-21}} = 1{,}3 \cdot 10^{-13} m$ *que queda fuera del espectro visible, serían rayos gamma*

C3. Contesteu de manera breu, però raonadament, les cinc qüestions següents:
a) El període de semidesintegració del iode-131 (que és un emissor beta) és de 7,31 dia. Identifiqueu el núclid resultant del procés de desintegració beta del iode-131 i calculeu la vida mitjana i la constant radiactiva del iode-131 per aquesta desintegració radiactiva.

C3. Conteste de manera breve, pero razonadamente, las cinco cuestiones siguientes:
c) El período de semidesintegración del yodo-131 (que es un emisor beta) es de 7,31 días. Identifique el nucleido resultante del proceso de desintegración beta del yodo-131 y calcule la vida media y la constante radiactiva del yodo-131 para esta desintegración radiactiva.

c) Una emisión beta es la emisión de un electrón, que proviene de que un neutrón del núcleo se haya desintegrado en un protón, un electrón y un antineutrino. Por lo tanto en el núcleo el A se mantiene, pero en el núcleo hay un neutrón menos y un protón más, el Z del núcleo aumenta en una unidad, y dado que el punto de partida es $^{131}_{53}I$, el nucleido resultante es $^{131}_{54}Xe$
(Como se habla de beta sin más se asume beta negativa, emisión un electrón, no beta positiva, emisión de positrón. Si fuera la emisión de un positrón porque un protón pasa a un neutrón, un positrón y un neutrino, también se mantendría el A, pero el Z disminuiría en una unidad, y el nucleido resultante sería $^{131}_{52}Te$ *. Consultando en http://ptable.com/#Isotope para yodo todos los isótopos realizan emisiones beta negativa)*
Calculamos el tiempo de vida promedio relacionándolo con el periodo de semidesintegración

$$T_{1/2}=\ln(2)\tau \Rightarrow \tau=\frac{7{,}31}{\ln(2)}=10{,}5\,días$$

La constante radiactiva es la inversa del tiempo de vida promedio

$$\lambda=\frac{1}{\tau}=\frac{1}{10{,}5}=9{,}5\cdot 10^{-2}\,días^{-1}$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 26 mayo 2025
CC BY SA

PROBLEMA X7. (Se desconoce el número) Un mW de llum de longitud d'ona 4.560 Å incideix sobre una superficie de cesi. Calculeu el corrent d'electrons alliberat i el minim potencial retardador necessari per anul·lar aquest corrent. Suposeu un rendiment quàntic del 0,5%.

Un mW de luz de longitud de onda 4.560 Å incide sobre una superficie de cesio. Calcule la corriente de electrones liberada y el mínimo potencial retardador necesario para anular esta corriente. Suponga un rendimiento cuántico del 0,5%.

Asumimos que el valor del enunciado es 4560 Å: el punto es el separador de millares.
Asumimos que son datos la velocidad de la luz $c=3\cdot10^{8}$ m/s, la constante de Planck $h=6{,}63\cdot10^{-34}$ J·s, el valor absoluto de la carga del electrón $e=1{,}6\cdot10^{-19}$ C y el trabajo de extracción del cesio $W_0=1{,}95$ eV$=3{,}12\cdot10^{-19}$ J https://en.wikipedia.org/wiki/Work_function#Work_functions_of_elements
La energía incidente es $E=hc/\lambda=6{,}63\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^{8}/4560\cdot10^{-10}=4{,}36\cdot10^{-19}$ J
Vemos que la energía incidente es mayor que el trabajo de extracción y se emitirá un electrón por cada fotón incidente, ajustado según el rendimiento cuántico
https://es.wikipedia.org/wiki/Rendimiento_cu%C3%A1ntico
La potencia incidente nos permite calcular el número de electrones emitidos por segundo

$$10^{-3}\,\frac{\cancel{J}}{s}\cdot\frac{1\,\cancel{fotón}}{4{,}36\cdot10^{-19}\,\cancel{J}}\cdot\frac{0{,}5\,\cancel{electrón}}{100\,\cancel{fotón}}\cdot\frac{1{,}6\cdot10^{-19}\,C}{1\,\cancel{electrón}}=1{,}83\cdot10^{-6}\,C/s=1{,}83\,\mu A$$

Entendemos potencial retardador como potecial de frenado.
Utilizando la ecuación de Einstein para el efecto fotoeléctrico

$$h\cdot\frac{c}{\lambda}=W_0+|e|V_{frenado}$$

$$V_{frenado}=\frac{hc}{\lambda|e|}-\frac{W_0}{|e|}=\frac{6{,}63\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^{8}}{4560\cdot10^{-10}\cdot1{,}6\cdot10^{-19}}-1{,}95=0{,}78\,V$$

PROBLEMA X7 (Se desconoce el número). Es tenem 100 g d'una mostra radiactiva, la velocitat de desintegració de la qual és tal que, en un dia, s'ha transformat el 20% de la massa original. Calcula:
a) la constant de desintegració, el període i la vida mitjana.
b) el descens de la seva activitat fins aquest moment.
c) la massa que quedarà 20 dies després.

Se tiene 100 g de una muestra radioactiva, cuya velocidad de desintegración es tal que, en un día, se ha transformado el 20% de la masa original. Calcula:
a) la constante de desintegración, el período y la vida media.
b) el descenso de su actividad hasta ese momento.
c) la masa que quedará 20 días después.

a) Si se ha transformado un 20%, queda un 80%

$$m = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \Rightarrow \frac{80}{100} = e^{-\lambda \cdot 24 \cdot 3600} \Rightarrow \lambda = \frac{-\ln(0,8)}{24 \cdot 3600} = 2,583 \cdot 10^{-6}\, s^{-1} = 0,2231\, días^{-1}$$

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{2,583 \cdot 10^{-6}} = 3,871 \cdot 10^{5}\, s = 4,482\, días$$

$$T_{1/2} = \ln(2) \cdot \tau = 2,683 \cdot 10^{5}\, s = 3,105\, días$$

b) A=λN, y N=n·m/M, luego A es proporcional a la masa y la actividad disminuye en la misma proporción que disminuye la masa, un 20%

c) $m = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} = 100 \cdot e^{-0,2231 \cdot 20} = 1,154\, g$

C4. Una cèl.lula fotoelèctrica és il.luminada simultàniament per dues radiacions monocromàtiques de longitudes d'ona λ_1=0,228 μm i λ_2=0,54 μm. L'energia d'extracció d'un electró del càtode és W_0=3,40 eV.
a- Esbrineu si les dues radiacions provoquen efecte fotoelèctric.
b- Calculeu la velocitat màxima dels electrons emesos en les condicions de l'experiencia.
c- El rendiment quàntic (relació entre el nombre d'electrons extrets i de fotons incidents) es 2,5·10-3 i la intensitat del corrent de saturació i=1,2 μA. Expresseu, en mW, la potència lluminosa rebuda pel càtode a causa de la radiació.
Dades: h=6,62·10-34 J·s
m_e=9,11·10^{-31} kg
e=1,6·10^{-19} C

Una célula fotoeléctrica es iluminada simultáneamente por dos radiaciones monocromáticas de longitudes de onda λ_1 = 0,228 μm y λ_2 = 0,54 μm. La energía de extracción de un electrón del cátodo es W_0 = 3,40 eV.
a- Averigüe si las dos radiaciones provocan efecto fotoeléctrico.
b- Calcular la velocidad máxima de los electrones emitidos en las condiciones de la experiencia.
c- El rendimiento cuántico (relación entre el número de electrones extraídos y de fotones incidentes) es 2,5·10^{-3} y la intensidad de la corriente de saturación i=1,2 μA. Expresa, en mW, la potencia luminosa recibida por el cátodo debido a la radiación.
Datos: h = 6,62·10^{-34} J·s
m_e = 9,11·10^{-31} kg
e = 1,6·10^{-19} C

a) Solamente se producirá efecto fotoeléctrico si la energía de los fotones incidentes es superior a la energía de extracción, o si la longitud de onda incidente es inferior a la longitud de onda umbral.

$$h\frac{c}{\lambda_{umbral}}=W_0\Rightarrow\lambda_{umbral}=h\frac{c}{W_0}=6{,}62\cdot10^{-34}\cdot\frac{3\cdot10^{8}}{3{,}40\cdot1{,}6\cdot10^{-19}}=3{,}65\cdot10^{-7}\,m=365\,nm$$

Como λ_1 = 228 nm es menor que la umbral, será más energética y sí producirá efecto fotoeléctrico.
Como λ_2 = 540 nm es mayor que la umbral, será menos energética y no producirá efecto fotoeléctrico.
b) Utilizando la ecuación para el efecto fotoeléctrico $E_{incidente}=W_{extracción}+E_{cinética\,máxima}$

$$E_{c\,máx}=h\frac{c}{\lambda}-W_0=6{,}62\cdot10^{-34}\frac{3{,}00\cdot10^{8}}{228\cdot10^{-9}}-3{,}40\cdot10^{-19}\cdot1{,}82=3{,}27\cdot10^{-19}\,J$$

Se pide velocidad $E_c=\frac{1}{2}m\,v^2\Rightarrow v=\sqrt{\frac{2\,E_c}{m}}=\sqrt{\frac{2\cdot3{,}27\cdot10^{-19}}{9{,}11\cdot10^{-31}}}=8{,}5\cdot10^{5}\,m/s$

c) La corriente de saturación está asociada a que todos los electrones extraídos del cátodo llegan al ánodo $I=\frac{Q}{t}=\frac{n_{extraídos}\cdot e}{t}\Rightarrow n_{extraídos}=I\cdot\frac{t}{e}$

$$\eta=\frac{n_{extraídos}}{n_{incidentes}}\Rightarrow n_{incidentes}=\frac{n_{extraídos}}{\eta}=\frac{It}{\eta e}$$

$$P_{luminosa}=\frac{E_{incidente}}{t}=\frac{n_{incidentes}\,hf}{t}=\frac{I\cancel{t}hf}{\eta e\cancel{t}}$$

$$P_{luminosa}=\frac{1{,}2\cdot10^{-6}\cdot6{,}62\cdot10^{-34}\cdot\left(3\cdot10^{8}/228\cdot10^{-9}\right)}{2{,}5\cdot10^{-3}\cdot1{,}6\cdot10^{-19}}=2{,}61\cdot10^{-3}\,W=2{,}61\,mW$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 14 febrero 2016

Q3. El radio-226 se desintegra con un período de semidesintegración de 1.622 años, emitiendo partículas alfa y transformándose en radón-222. Calcular el volumen de radón (en condiciones normales) que se obtiene con 2 gramos de radio-266 durante 40 años.

Referencias:
Resuelto en enero 2016 por Basileia en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4018&p=18041#p17620

Las partículas alfa son núcleos de helio $^{4}_{2}He^{2+}$ por lo que también se produce helio como gas, pero se pide solamente el volumen de radón.
No se indica en enunciado como dato el número de Avogadro, así que planteamos la desintegración con moles en lugar de con número de núcleos, que son proporcionales.
En 2 g de radio 226 tenemos 2/226 mol Ra-226
Utilizando la ley de desintegración radactiva, en 40 años

$$n = n_0 \cdot e^{-\lambda t} = n_0 \cdot e^{\frac{-t}{\tau}} = n_0 \cdot 2^{\frac{-t}{T_{½}}}$$

$$n = \frac{2}{226} \cdot 2^{\frac{-40}{1622}} = 8{,}70 \cdot 10^{-3} mol\ Ra-226$$

El número de moles de Ra-226 que se han tranformado en Rn-222 es
2/226- $8{,}70 \cdot 10^{-3} = 1{,}496 \cdot 10^{-4}$ mol Rn-222
Utilizando la ley de los gases ideales en condiciones normales

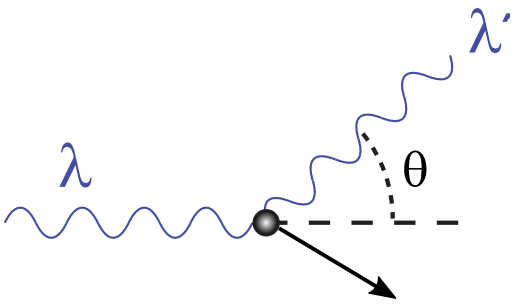
$$V = \frac{nRT}{P} = \frac{1{,}496 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}082 \cdot 273}{1} = 3{,}35 \cdot 10^{-3} L\ Rn-222$$

PROBLEMAS DE FÍSICA

5.- En un experimento sobre efecto Compton, un fotón de frecuencia f = $3 \cdot 10^{18}$ Hz, incide sobre un electrón en reposo. Si el fotón dispersado sale con un ángulo de 30º, respecto de la dirección de incidencia:
a) Calcular la dirección en la que sale el electrón después de la interacción, así como su velocidad.
b) ¿A qué zona del espectro pertenece el fotón incidente?, ¿y el dispersado?, ¿cuál es la longltud de onda de este último?.
c) ¿Cuál es el corrimiento Compton?.
(Trabájese en la aproximación no relativista).
DATOS: c = $3 \cdot 10^{8}$ m/s; h = $6{,}62 \cdot 10^{-34}$ J·s; m_e = $9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg

http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/cuantica/compton/Compton.htm
Referencias con efecto Compton: Cantabria 2024-D5-a, 2001 Cataluña C3-b, Andalucía 1998-F4, 1996 Andalucía F4, 1994 Cantabria X2

a) Planteamos efecto Compton, donde usamos λ' para la longitud de onda de la radiación reemitida.



JabberWok, cc-by-sa

$$\lambda' = \lambda + \frac{h}{mc}(1-\cos\theta) \qquad \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^{8}}{3 \cdot 10^{18}} = 10^{-10} m$$

$$\lambda' = 10^{-10} + \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}}{9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^{8}}(1-\cos 30^{o})$$

$$\lambda' = 10^{-10} + 3{,}245 \cdot 10^{-13} = 1{,}003245 \cdot 10^{-10} m$$

El electrón estaba inicialmente en reposo

$$E_{c\,electrón} = \Delta E_{fotón} = E_{fotón\,incidente} - E_{fotón\,dispersado} = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'}$$

$$E_{c\,electrón} = 6{,}62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}\left(\frac{1}{10^{-10}} - \frac{1}{1{,}003245 \cdot 10^{-10}}\right) = 6{,}42 \cdot 10^{-18} J$$

En efecto fotoeléctrico la E es pequeña, no relativista, pero en efecto Compton sí puede ser relativista. Enunciado indica que se trabaje en la aproximación, no relativista, lo validamos

$E_c = (\gamma - 1) m c^2 = (\gamma - 1) E_0$ Donde m es la masa en reposo $E_0 = 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^{8})^2 = 8{,}2 \cdot 10^{-14}$ J

$\gamma = 1 + \frac{E_c}{E_0} = 1 + \frac{6{,}42 \cdot 10^{-18}}{8{,}2 \cdot 10^{-14}} = 1{,}000078$ Como difiere de la unidad menos de un 1%, no es relativista.

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6{,}42 \cdot 10^{-18}}{9{,}11 \cdot 10^{-31}}} = 3{,}75 \cdot 10^{6} m/s$$

Para calcular la dirección planteamos la conservación del momento lineal. Tomamos eje x en sentido del movimiento del fotón incidente y eje y en el sentido en el que sale el fotón dispersado.

$$p_{x\,antes} = p_{x\,después\,fotón} + p_{x\,después\,electrón}$$

$$\frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'}\cos\theta + p_{x\,después\,electrón}$$

$$p_{x\,después\,electrón} = 6{,}62 \cdot 10^{-23}\left(\frac{1}{10^{-10}} - \frac{1}{1{,}003245 \cdot 10^{-10}}\cos 30\right) = 9{,}055 \cdot 10^{-25} kg \cdot m/s$$

$$p_{y\,antes} = p_{y\,después\,fotón} + p_{y\,después\,electrón}$$

$$0 = \frac{h}{\lambda'} sen\,\theta + p_{x\,después\,electrón}$$

$$p_{y\,después\,electrón} = 6{,}62 \cdot 10^{-23}\left(0 - \frac{1}{1{,}003245 \cdot 10^{-10}} sen\,30\right) = -3{,}299 \cdot 10^{-24}\,kg \cdot m/s$$

$$\arctan\left(\frac{p_{y\,después\,electrón}}{p_{y\,después\,electrón}}\right) = \arctan\left(\frac{-3{,}299 \cdot 10^{-24}}{9{,}055 \cdot 10^{-25}}\right) = -74{,}65^{o}$$

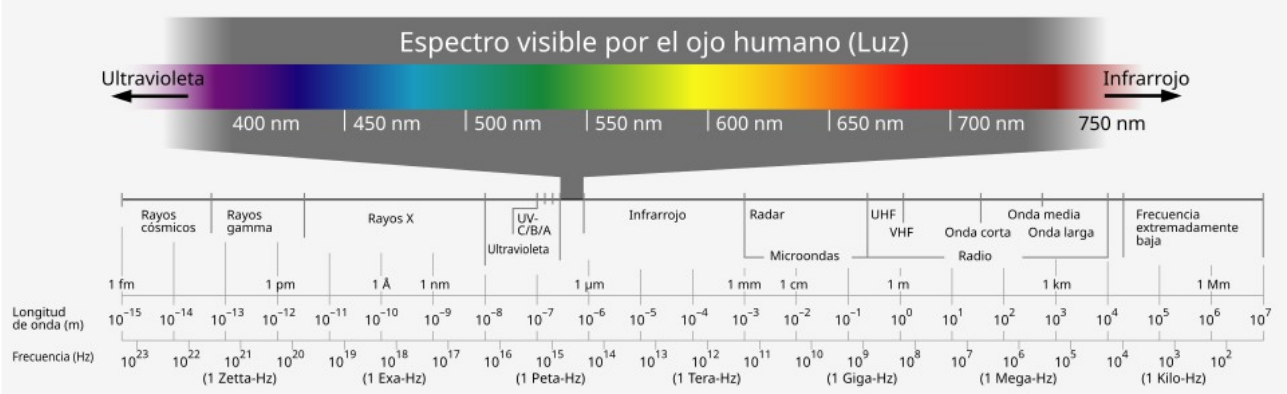
Comprobamos que la velocidad obtenida a partir del momento lineal es la misma que hemos obtenido antes

$$p = \sqrt{p^2_{x\,después\,electrón} + p^2_{y\,después\,electrón}} = \sqrt{(-3{,}299 \cdot 10^{-24})^2 + (9{,}055 \cdot 10^{-25})^2} = 3{,}42 \cdot 10^{-24}\,kg \cdot m/s$$

$$v = \frac{p}{m} = \frac{3{,}42 \cdot 10^{-24}}{9{,}11 \cdot 10^{-31}} = 3{,}75 \cdot 10^{6}\,m/s$$

b) El fotón incidente con $\lambda=10^{-10}$ m están en la zona de rayos X

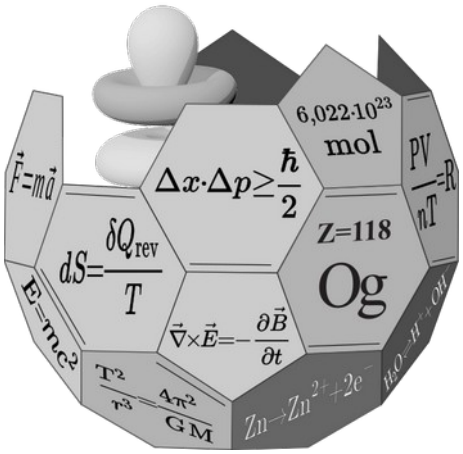
El fotón dispersado con $\lambda=3{,}245 \cdot 10^{-13}$ m están en la zona de rayos gamma



https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Electromagnetic_spectrum-es.svg

c) El corrimiento de Compton es la variación en la longitud de onda

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta) = \lambda' - \lambda = 1{,}003245 \cdot 10^{-10} - 10^{-10} = 3{,}245 \cdot 10^{-13}\,m$$



Problemas resueltos oposiciones Física y Química

Recopilación realizada 4 septiembre 2025

Química general

enrique@fiquipedia.es

CC BY SA

Rioja 2025

Resuelva los siguientes ejercicios. Se pueden utilizar los valores de constantes que se consideren necesarios.

Ejercicio 4. (10 puntos) Responda a las siguientes cuestiones:

4.2 (5 puntos) La presión ejercida por el cianuro de hidrógeno sobre una disolución de ácido cianhídrico 1 M es de 0,02 atm. A una disolución de cianuro de sodio 0,33 M se le añade ácido nítrico concentrado hasta que el pH sea 9,699. ¿Cuál será la presión del cianuro de hidrógeno sobre esta nueva disolución? Se considera despreciable el volumen de ácido nítrico añadido.

K_a (ácido cianhídrico) = $4 \cdot 10^{-10}$

Extremadura 2006

5.- La presión ejercida por el HCN (g) sobre una disolución de HCN 1 M es de 0,02 atm. A una disolución NaCN 0,33 M se le añade ácido nítrico concentrado hasta que el pH sea 9,699. ¿Cuál será la presión del HCN (g) sobre esta nueva disolución? Se considera despreciable el volumen de ácido nítrico añadido.

K_a (HCN) = $4 \cdot 10^{-10}$

Se da la presión parcial del HCN para cierta concentración, que aplicando la ley de Henry
$P(HCN(gas))=k \cdot [HCN(aq)]$
En este caso k=0,02/1=0,02 atm/M
En la disolución 0,33 M de NaCN los iones cianuro CN^- son neutralizados por la adición de ácido nítrico HNO_3 según la reacción
$CN^- + H^+ \rightleftarrows HCN$
Se tiene una disolución reguladora donde hay al mismo tiempo HCN y la base conjugada CN^-
$pKa=-\log_{10}(4 \cdot 10^{-10})=9,398$
Usamos Henderson-Hasselbalch

$$pH = pKa + \log_{10}\left(\frac{[CN^-]}{[HCN]}\right)$$

$$9,699 = 9,398 + \log_{10}\left(\frac{[CN^-]}{[HCN]}\right)$$

$$\frac{[CN^-]}{[HCN]} = 10^{9,799-9,398} = 2,000$$

Según la neutralización $CN^- + H^+ \rightleftarrows HCN$, por cada x mol de HCN formado se consume x mol de CN^-, de modo que teniendo inicialmene $[CN^-]=0,33$ M para mismo volumen en el equilibrio
$[CN^-]=0,33-x$
$[HCN]=x$

$$\frac{0,33-x}{x} = 2,000 \Rightarrow x = [HCN]\frac{0,33}{3} = 0,11\,M$$

Usando la ley de Henry con la constante calculada
$P(HCN(gas))=0,02 \cdot 0,11=2,2 \cdot 10^{-3}$ atm

enrique@fiquipedia.es Revisado 5 febrero 2025
CC BY SA

Elija una opción completa de problemas, A o B (máximo 8 puntos).
- Elija una opción completa de ejercicios, C o D (máximo 2 puntos).
- No se pueden mezclar problemas ni ejercicios de diferentes opciones. En caso de hacerlo, se corregirá el que aparezca presentado en primer lugar.

EJERCICIOS: opción A

4) Al analizar una muestra de 0.6000g de un compuesto del 83.33% de pureza, se obtuvo una mezcla de cloruro de sodio y de cloruro de potasio, de masa 0.1180g. Tratando estos cloruros a continuación con nitrato de plata se obtuvieron 0.245g de cloruro de plata. ¿Cuál es el porcentaje de óxido de sodio y de óxido de potasio en la muestra? (2 puntos)
DATOS: Masas atómicas en u: Cl=35.45; Na=23,00; K=39.10; Ag=107.87; O=16,00

La unidad debe estar separada del valor numérico: debería ser 0.6000 g, 0.1180 g, 0.245 g
Real Decreto 2032/2009, de 30 de diciembre, por el que se establecen las unidades legales de medida.
Capítulo III. Reglas de escritura de los símbolos y nombres de las unidades, de expresión de los valores de las magnitudes y para la formación de los múltiplos y submúltiplos decimales de las unidades del SI
2.6. El valor numérico precede siempre a la unidad y siempre se deja un espacio entre el número y la unidad
Referencia: problema 9 página 137 de Manual de Química del agua. Teoría y Práctica, ISBN: 978-958-8320-76-2, en el que no se usa pureza, se indica 0,5000 g feldespato y 0,2451 g AgCl.
https://editorial.unimagdalena.edu.co/Content/ArchivosLibros/tempx1x2x3x4x5x6x7x8x9x0/librox1x2x3-3028/dd3f7af65eafbeb17a1b2647a0a40304.pdf

a) Llamamos x a la masa de NaCl e y a la masa de KCl y planteamos x+y=0,1180 [1]
El cloruro de plata es una sal poco soluble, al añadir $AgNO_3$ se producen las reacciones
$NaCl + AgNO_3 \rightarrow NaNO_3 + AgCl\ (s)$
$KCl + AgNO_3 \rightarrow KNO_3 + AgCl\ (s)$
Como tenemos la masa de AgCl (s) planteamos relaciones estequiométricas que nos relacionen las masas x e y con la cantidad de AgCl (s) obtenido

Para NaCl: $x\ g\ NaCl \cdot \frac{1\ mol\ NaCl}{23+35,45\ g\ NaCl} \cdot \frac{1\ mol\ AgCl}{1\ mol\ NaCl} \cdot \frac{107,87+35,45\ g\ AgCl}{1\ mol\ AgCl} = 2,452\ x\ g\ AgCl$

Para KCl: $y\ g\ KCl \cdot \frac{1\ mol\ KCl}{39,1+35,45\ g\ KCl} \cdot \frac{1\ mol\ KCl}{1\ mol\ NaCl} \cdot \frac{107,87+35,45\ g\ AgCl}{1\ mol\ AgCl} = 1,922\ y\ g\ AgCl$

Podemos plantear una segunda ecuación:
2,452x+1,922y=0,245 [2]
Combinando [1] y [2] tenemos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas
2,452(0,1180-y)+1,922y=0,245
2,452·0,1180-2,452y+1,922y=0,245
-0,53y=0,245-0,289336 → y=-0,044336/-0,53=0,08365 g KCl
x=0,1180-0,08365=0,03435 g NaCl
Planteamos ahora la reacción entre NaCl y KCl con Na_2O y K_2O

Para NaCl: $0,03435\ g\ NaCl \cdot \frac{1\ mol\ NaCl}{23+35,45\ g\ NaCl} \cdot \frac{1\ mol\ Na_2O}{2\ mol\ NaCl} \cdot \frac{23\cdot 2+16\ g\ Na_2O}{1\ mol\ Na_2O} = 0,01822\ g\ Na_2O$

Para KCl: $0,08365\ g\ KCl \cdot \frac{1\ mol\ KCl}{39,1+35,45\ g\ KCl} \cdot \frac{1\ mol\ K_2O}{2\ mol\ KCl} \cdot \frac{39,1\cdot 2+16\ g\ K_2O}{1\ mol\ K_2O} = 0,05285\ g\ K_2O$

Los porcentajes en la muestra son
Na_2O: 0,01822/0,6000=0,03037=3,037%
K_2O: 0,05285/0,6000=0,08808=8,808%

enrique@fiquipedia.es Revisado 17 octubre 2023
CC BY SA

Deberá realizar tres ejercicios de entre los seis propuestos. Cada ejercicio se califica sobre 10 según la ponderación indicada en cada apartado. La calificación total de la prueba será la que resulte de dividir la puntuación total obtenida entre tres.

5. A 700 cm^3 de una mezcla gaseosa de amoniaco y dihidrógeno se añaden 500 cm^3 de dioxígeno. Se hace reaccionar la mezcla y, tras condensar el agua, al volver a las condiciones primitivas de presión y temperatura, queda un residuo de 275 cm^3 de una mezcla de dinitrógeno y dioxígeno. Hallar la composición, en % en volumen, de la mezcla inicial de dihidrógeno y amoniaco. Justificar los pasos dados. (10 puntos)

Referencias
Catalula 1999 Problema 2-4
https://gitlab.com/fiquipedia/drive.fiquipedia/-/raw/main/content/home/recursos/recursos-para-oposiciones/1999-Catalu%C3%B1a-Problema2-4.pdf

Asumimos que tenemos las masas atómicas H=1, N=14, O=16
Planteamos las reacciones:
$2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O$
$4NH_3 + 3O_2 \rightarrow 2N_2 + 6H_2O$
Como todos los compuestos gaseosos están medidos en las mismas condiciones, la relación entre volúmenes es la misma que entre el número de moles, y podemos interpretar las reacciones como volúmenes expresados en cm^3.
Llamamos x a los cm^3 de dihidrógeno iniciales, y llamamos y a los cm^3 de amoniaco
x+y=700
Los cm^3 obtenidos de la mezcla de N_2 y O_2 los relacionamos con los valores x e y de partida:
Tendremos ½·y de N_2 (la estequiometría amoniaco a dinitrógeno es 4 a 2)
Tendremos oxígeno final asociado al exceso que hubiese inicialmente, por lo que a la cantidad oxígeno inicial 500 cm^3, le quitamos el oxígeno lo consumido, que son ½·x en la reacción del dihidrógeno + 3/4·y en la reacción del amoniaco
½y + (500 – ½·x – 3/4y) = 275
-0,5x+0,5y-0,75y=275-500
-0,5x-0,25y=-225
2x+y=900
Resolvemos el sistema de ecuaciones
x+y=700 → y=700-x
2x+700-x=900
x=200 cm^3 de H_2
y=500 cm^3 de NH_3
Se pide composición en % de la mezcla inicial
%(H_2)=200/700=28,6 %
%(NH_3)=500/700=71,4 %

CS-3.1 Enunciado de Prueba Año: 2023. Especialidad: FÍSICA Y QUÍMICA
Prueba 1A MODELO II. Acceso: 1 y 2
3.- Una mezcla supuesta ideal de tetracloruo de carbono y de cloruro estánnico, hierve a 90 ºC. A esta temperatura las presiones de vapor del CCl_4 y del $SnCl_4$ son, respectivamente, 1112 mmHg y 362 mmHg. Hallar la composición del líquido y la del vapor que empieza a destilar, calculadas en fracción molar y en tanto por ciento en masa.
Datos: Masas atómicas (u): C = 12; Cl = 35,5; Sn = 118,7

En el original indica "tetracloruo" en lugar de tetracloruro.
Desde normas 2005 IUPAC no admite -ico para indicar estado de oxidación y no es válido cloruro estánnico: debería ser tetracloruro de estaño o cloruro de estaño(IV)
Ejercicio 6 de https://personales.ulpgc.es/cling.dip/prob5.html

Masa molar (CCl_4)=12+4·35,5=154 g/mol CCl_4
Masa molar ($SnCl_4$)=118,7 +4·35,5=260,7 g/mol $SnCl_4$

Composición del líquido:
Al haber solo dos componentes en la mezcla $\chi_{CCl_4}=1-\chi_{SnCl_4}$
Usamos la ley de Raoult $P_{Total}=P_{CCl_4}+P_{SnCl_4}=P^o{}_{CCl_4}\cdot\chi_{CCl_4}+P^o{}_{SnCl_4}\cdot(1-\chi_{CCl_4})$
Si la mezcla hierve quiere decir que la presión total es P_{Total} = 760 mmHg

$$760=1112\cdot\chi_{CCl_4}+362\cdot(1-\chi_{CCl_4})$$
$$\chi_{CCl_4}=0{,}531$$
$$\chi_{SnCl_4}=1-0{,}531=0{,}469$$

El tanto por ciento en masa no depende de la cantidad de líquido: tomamos 1 mol de mezcla total
Masa (CCl_4)=154·0,531=81,77 g
Masa ($SnCl_4$)=260,7·0,469=122,27 g
%(CCl_4)=81,77/(81,77+122,27)=0,401 = 40,1%
%($SnCl_4$)=100-40,1=59,9%

Composición del vapor:

$$P_{CCl_4}=P_{Total}\cdot\chi_{vapor\,CCl_4}$$
$$\chi_{vapor\,CCl_4}=\frac{P^o{}_{CCl_4}\cdot\chi_{CCl_4}}{P_{Total}}=\frac{1112\cdot0{,}531}{760}=0{,}777$$
$$\chi_{vapor\,SnCl_4}=1-\chi_{vapor\,CCl_4}=0{,}223$$

El tanto por ciento en masa no depende de la cantidad de líquido: tomamos 1 mol de mezcla total
Masa (CCl_4)=154·0,777=119,7 g
Masa ($SnCl_4$)=260,7·0,223=58,14 g
%(CCl_4)=119,7/(119,7+58,14)=0,673 = 67,3%
%($SnCl_4$)=100-67,3=32,7%

Baleares 2021 Mallorca A
Exercici número 3 (20/120 punts)
El naftalè
(enunciado idéntico a Baleares 2006 A1)

Baleares 2006
A1.
Quan dissolem 1,00 g de sofre en 20,0 g de naftalé, la disolució resultant congela a 1,28 ºC per davall del punt de fusió del naftalé pur. La constant crioscòpica del naftalé és 6,8 K/molal. Calcula:
a) La masa molecular del sofre dissolt en el naftalé.
b) La fórmula molecular del sofre.
c) La pressió osmótica que exercirá el sofre en aquesta dissolució a la temperatura de 127 ºC si la densitat d'aquesta és 1,12 g/cm^3.

Cuando disolvemos 1,00 g de azufre en 20 g de naftaleno, la disolución se congela a 1,28 ºC por debajo del punto de fusión del naftaleno puro. La constante crioscópica del naftaleno es 6,8 K/molal. Calcular:
a) El peso molecular del azufre disuelto en el nafataleno.
b) La fórmula molecular del azufre.
c) La presión osmótica que ejercerá el azufre en esta disolución a la temperatura de 127 ºC si la densidad de ésta es 1,12 g/cm^3

a) $\Delta T = K_c m \Rightarrow 1{,}28 = 6{,}8 \frac{1/M}{0{,}020} \Rightarrow M = \frac{6{,}8}{1{,}28 \cdot 0{,}020} = 265{,}625 \approx 266\ g/mol$

b) M(Fmolecular)=n·M(Fempírica)
Fórmula empírica S, M(Fempírica)=32
n=265,625/32=8,3 ≈8
Fórmula molecular S_8

c) Para la disolución d=m/V → V= m/d.
Como vamos a usar R, manejamos atm y L. Cambiamos unidades de densidad para manejar L: 1,12 g/cm^3 = 1120 g/L

$$\pi = cRT = \frac{n}{V} RT = \frac{m/M}{m_{disolución}/d_{disolución}} RT = \frac{1/265{,}625}{(20+1)/1120} \cdot 0{,}082 \cdot (273+127) = 6{,}59\ atm$$

EL OPOSITOR REALIZARÁ UNA DE LAS DOS OPCIONES PROPUESTAS (A ó B)
La duración de este ejercicio será de 3 horas como máximo
A4. (2,5 puntos) Se calcinan 1,0210 g de un mineral y el residuo que se obtiene, formado por sulfato de potasio y sulfato de magnesio, tiene de masa 0,7469 g. Una vez disuelto se determina el contenido de sulfato con cloruro de bario y se obtiene un precipitado de 1,1836 g de sulfato de bario. Dar la fórmula del mineral y su contenido en agua.
Masas atómicas:
Mg = 24,3; O = 16,0; K = 39,1; Ba = 137,3; S = 32,0; Cl = 35,5; H = 1,0

Ver Aragón 2015-B5

Sin ser dato del enunciado, hay que saber que el sulfato de bario es una sal muy poco soluble (Kps=1,08·10^{-10}), por lo que en cuanto haya presentenes en la disolución iones Ba^{2+} procedentes del $BaCl_2$ e iones SO_4^{2-} procedentes del K_2SO_4 y $MgSO_4$, se combinarán y precipitarán; por ser poco soluble podemos asumir que precipitará todo y será el compuesto que precipite el que forme los 1,1836 g de precipitado $BaSO_4$.
Utilizando factores de conversión, calculamos los moles de SO_4^{2-}
Masa molar $BaSO_4$=137,3+32+4·16=233,3 g/mol $BaSO_4$

$$1{,}1836\,\cancel{g\,BaSO_4}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\,BaSO_4}}{233{,}3\,\cancel{g\,BaSO_4}}\cdot\frac{1\,mol\,SO_4^{2-}}{1\,\cancel{mol\,BaSO_4}}=5{,}0733\cdot10^{-3}\,mol\,SO_4^{2-}$$

Todos esos moles provienen de K_2SO_4 y de $MgSO_4$
Llamamos x a los gramos de K_2SO_4 e y a los gramos de $MgSO_4$
x+y=0,7469 (1)
Masa molar K_2SO_4=2·39,1+32+4·16=174,2 g/mol K_2SO_4
Masa molar $MgSO_4$=24,3+32+4·16=120,3 g/mol $MgSO_4$

$$\frac{x}{174{,}2}+\frac{y}{120{,}3}=5{,}0733\cdot10^{-3}\ (2)$$

Resolvemos el sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas

$$\frac{x}{174{,}2}+\frac{0{,}7469-x}{120{,}3}=5{,}0733\cdot10^{-3}$$

$$120{,}3\,x+174{,}2\cdot0{,}7469-174{,}2\,x=5{,}0733\cdot10^{-3}\cdot120{,}3\cdot174{,}2$$

$$-53{,}9\,x=-23{,}79$$

$$x=\frac{23{,}79}{53{,}9}=0{,}4414\,g\,K_2SO_4$$

$$y=0{,}7469-0{,}4414=0{,}3055\,g\,MgSO_4$$

$$n(K^+)=2\cdot\frac{0{,}4414}{174{,}2}=5{,}068\cdot10^{-3}\,mol\,K^+$$

$$n(Mg^{2+})=\frac{0{,}3055}{120{,}3}=2{,}539\cdot10^{-3}\,mol\,Mg^{2+}$$

Vemos que $n(K^+)/n(Mg^{2+})=5{,}068\cdot10^{-3}/2{,}539\cdot10^{-3}\approx2$
Es un mineral donde hay dos cationes K^+ por cada uno de Mg^{2+}
Como se indica que se pierde agua, puede ser una sal hidratada $K_2Mg(SO_4)_2\cdot nH_2O$
El agua que se ha perdido en la calcinación es 1,0210-0,7469=0,2741 g
Si todo es agua, suponen $n(H_2O)=0{,}2741/18=1{,}523\cdot10^{-2}$ mol H_2O
Si lo comparamos con los moles de Mg^{2+}: $1{,}523\cdot10^{-2}/2{,}539\cdot10^{-3}=3$
La fórmula del mineral es $K_2Mg(SO_4)_2\cdot6H_2O$

Model 2. Cas 1. Qüestions prèvies. ...L'azida de sodi (NaN_3) s'utilitza en els airbags d'alguns vehicles. L'impacte d'una col·lisió desencadena la seva descomposició en sodi metàl·lic i nitrogen gas. El nitrogen gas produït infla ràpidament la bossa que es troba entre el conductor i el vidre davanter, protegint el conductor de l'impacte. Davant la reactivitat del sodi generat en la descomposició de l'azida sòdica, la bossa de l'airbag conté nitrat de potassi i òxid de silici (IV). El sodi metàl·lic reacciona amb nitrat de potassi, formant-se nitrogen gas i una mescla d'òxids de potassi i de sodi. Aquests òxids reaccionen posteriorment amb l'òxid de silici formant el silicat doble de sodi i potassi inert ($KNaO_3Si$).
…c) Iguala les reaccions produïdes en l'activació de l'airbag. A partir de la reacció de descomposició de l'azida sòdica, calcula el volum de nitrogen generat a 275ºC i 823 mm Hg per la descomposició de 60 g d'azida sòdica.
…Dades: R = 8,31 J/k·mol; 1 atm = 101300 Pa
Masses atòmiques: C =12; Na = 23; N = 14; H=1; O = 16; K = 39,1; Cr= 52
...
La azida de sodio (NaN_3) se utiliza en los airbags de algunos vehículos. El impacto de una colisión desencadena su descomposición en sodio metálico y nitrógeno gas. El nitrógeno gas producido infla rápidamente la bolsa que se encuentra entre el conductor y el vidrio delantero, protegiendo al conductor del impacto. Ante la reactividad del sodio generado en la descomposición de la azida sódica, la bolsa del airbag contiene nitrato de potasio y óxido de silicio (IV). El sodio metálico reacciona con nitrato de potasio, formándose nitrógeno gas y una mezcla de óxidos de potasio y de sodio. Estos óxidos reaccionan posteriormente con el óxido de silicio formando el silicato doble de sodio y potasio inerte ($KNaO_3Si$).
… c) Iguala las reacciones producidas en la activación del airbag. A partir de la reacción de descomposición de la azida sódica, calcula el volumen de nitrógeno generado a 275 ºC y 823 mm Hg por la descomposición de 60 g de azida sódica.
...Datos: R = 8,31 J/K·mol; 1 atm = 101300 Pa
Masas atómicas: C =12; Na = 23; N = 14; H=1; O = 16; K = 39,1; Cr= 52

No debe haber un espacio entre metal y número de oxidación en paréntesis en romanos: debería ser silicio(IV). El símbolo de kelvin es K mayúscula, debería ser 8,31 J/K·mol
Debe haber un espacio entre unidad y valor: debería ser 275 ºC
c) $2NaN_3 \rightarrow 2Na + 3N_2$
$10Na + 2KNO_3 \rightarrow 5Na_2O + K_2O + N_2$
$Na_2O + K_2O + 2SiO_2 \rightarrow 2KNaO_3Si$
Masa molar NaN_3=23+3·14=65 g/mol NaN_3

De la primera reacción $60\,\cancel{g\,NaN_3}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\,NaN_3}}{60\,\cancel{g\,NaN_3}}\cdot\frac{3\,mol\,N_2}{2\,\cancel{mol\,NaN_3}}=1{,}5\,mol\,N_2$

De la segunda reacción $60\,\cancel{g\,NaN_3}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\,NaN_3}}{60\,\cancel{g\,NaN_3}}\cdot\frac{2\,\cancel{mol\,Na}}{2\,\cancel{mol\,NaN_3}}\cdot\frac{1\,mol\,N_2}{10\,\cancel{mol\,Na}}=0{,}1\,mol\,N_2$

Usando la ley de los gases ideales

$$8{,}31\frac{\cancel{J}}{mol\cdot K}\cdot\frac{1\,\cancel{Pa\cdot m^3}}{1\,\cancel{J}}\cdot\frac{1\,atm}{101300\,\cancel{Pa}}\cdot\frac{1000\,L}{1\,\cancel{m^3}}=0{,}082\,atm\cdot L\cdot K^{-1}\cdot mol^{-1}$$

$$V=\frac{nRT}{P}=\frac{1{,}6\cdot 0{,}082\cdot(273+275)}{823/760}=66{,}4\,L$$

Model 2. Cas 2. Qüestions prèvies.

c) El vi és una solució aquosa d'etanol i altres substàncies, les quals li confereixen el color, l'olor i el paladar característics. S'utilitza en el procés de flamejat, cremant l'etanol que conté amb l'oxigen de l'aire i formant-se diòxid de carboni i aigua. Escriviu l'equació química corresponent i calculeu quin volum de diòxid de carboni, a 127ºC i 740 mm Hg s'obté en la combustió de 25g d'etanol.
Dades: … R = 8,31 J/K·mol 1 atm = 101300 Pa
Masses atòmiques: C =12 O = 16 H = 1 ...

c) El vino es una solución acuosa de etanol y otras sustancias, que le confieren el color, el olor y el paladar característicos. Se utiliza en el proceso de flameado, quemando el etanol que contiene con el oxígeno del aire y formándose dióxido de carbono y agua. Escriba la ecuación química correspondiente y calcule qué volumen de dióxido de carbono, a 127 ºC y 740 mm Hg se obtiene en la combustión de 25 g de etanol.
Datos: … R = 8,31 J/K·mol 1 atm = 101300 Pa
Masas atómicas: C = 12 O = 16 H = 1 …

El valor debe ir separado de la unidad: debería ser 127 ºC.

a) Masa molar etanol CH_3-CH_2OH, C_2H_6O =2·12+6+16=46 g/mol CH_3-CH_2OH
$C_2H_6O + 3O_2 \rightarrow 2CO_2 + 3H_2O$

$$25\,\cancel{g\,C_2H_6O}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\,C_2H_6O}}{46\,\cancel{g\,C_2H_6O}}\cdot\frac{2\,mol\,CO_2}{1\,\cancel{mol\,C_2H_6O}}=1{,}087\,mol\,CO_2$$

Usando la ley de los gases ideales

$$8{,}31\,\frac{\cancel{J}}{mol\cdot K}\cdot\frac{1\,\cancel{Pa\cdot m^3}}{1\,\cancel{J}}\cdot\frac{1\,atm}{101300\,\cancel{Pa}}\cdot\frac{1000\,L}{1\,\cancel{m^3}}=0{,}082\,atm\cdot L\cdot K^{-1}\cdot mol^{-1}$$

$$V=\frac{nRT}{P}=\frac{1{,}087\cdot 0{,}082\cdot(273+127)}{740/760}=36{,}6\,L$$

Model 1. Cas 1. Qüestions prèvies.

c) Aprofitant una de les sortides que es fan en el centre, anem a buscar mostres d'aigua del riu per analitzar la duresa de l'aigua, causada per la presencia de ions Ca^{2+} i Mg^{2+}. Amb una dissolució de sal disòdica d'EDTA es pot determinar la concentració present dels dos cations. A un pH de $9,5^{-10}$ i utilitzant negre d'Eriocrom T, es determinen simultàniament el Ca^{2+} i el Mg^{2+}. A pH molt elevat (pH=12) el magnesi tendeix a acomplexar amb els OH^- del medi i precipita en forma de $Mg(OH)_2$, no reacciona amb l'EDTA, i valorant amb calcó es pot determinar la quantitat de Ca^{2+} dissolt. Tots dos ions formen amb l'EDTA complexos d'estequiometria 1:1.
La valoració de 100 ml d'aigua del riu que conté Ca^{2+} i Mg^{2+} consumeix a pH=12,5 40 ml d'una solució d'EDTA 0,02 M. La valoració d'uns altres 100 ml a pH=10 consumeix 62,5 ml de la dissolució d'EDTA. Determina la concentració de Mg^{2+} present a les mostres analitzades.
Dades:...Masses atòmiques: Ca= 40 Mg = 24,3 C = 12 O =16

c) Aprovechando una de las salidas que se realizan en el centro, vamos a buscar muestras de agua del río para analizar la dureza del agua, causada por la presencia de iones Ca^{2+} y Mg^{2+}. Con una disolución de sal disódica de EDTA se puede determinar la concentración presente de ambos cationes. A un pH de 9,5-10 y utilizando negro de Eriocromo T, se determinan simultáneamente el Ca^{2+} y el Mg^{2+}. A pH muy elevado (pH=12) el magnesio tiende a acomplejarse con los OH^- del medio y precipita en forma de $Mg(OH)_2$, no reacciona con el EDTA, y valorando con calcón se puede determinar la cantidad de Ca^{2+} disuelto. Ambos iones forman con el EDTA complejos de estequiometría 1:1. La valoración de 100 ml de agua del río que contiene Ca^{2+} y Mg^{2+} consume a pH=12,5 40 ml de una solución de EDTA 0,02 M. La valoración de otros 100 ml a pH=10 consume 62,5 ml de la disolución de EDTA. Determina la concentración de Mg^{2+} presente en las muestras analizadas.
Datos:...Masas atómicas: Ca= 40 Mg = 24,3 C = 12 O =16

c) A pH=12,5 solo precipitan los iones Ca^{2+}, y como la estequiometría de los iones con EDTA es 1:1, el número de moles es el mismo.
$0,02 \cdot 0,040 = 0,0008$ mol EDTA = 0,0008 mol Ca^{2+}
$[Ca^{2+}] = 0,0008/0,1 = 0,008$ M
A pH=10 precipitan ambos iones, y como es una muestra distinta el número de moles de EDTA es la suma de los moles de ambos iones
$0,02 \cdot 0,0625 = 0,00125$ mol EDTA
En 100 mL de la segunda muestra hay $0,1 \cdot 0,008 = 0,0008$ mol Ca^{2+}, por lo que el número de moles de Mg^{2+} es 0,00125- 0,0008=0,00045 mol Mg^{2+}
$[Mg^{2+}] = 0,00045/0,1 = 0,0045$ M

Model 1. Cas 1. Qüestions prèvies.

d) 1,020 g d'una mescla de carbonat de calci i de carbonat de magnesi, s'ha escalfat fins que aquestes sals han descompost en diòxid de carboni i en els òxids de calci i de magnesi, respectivament. La massa obtinguda de la mescla d'òxids ha estat de 0,536 g. Quina era la massa de cada carbonat en la mostra inicial?
Dades: ...Masses atòmiques: Ca= 40 Mg = 24,3 C = 12 O =16

d) 1,020 g de una mezcla de carbonato de calcio y de carbonato de magnesio, se ha calentado hasta que estas sales han descompuesto en dióxido de carbono y en los óxidos de calcio y de magnesio, respectivamente. La masa obtenida de la mezcla de óxidos ha sido de 0.536 g. ¿Cuál era la masa de cada carbonato en la muestra inicial?
Datos: ...Masas atómicas: Ca= 40 Mg = 24,3 C = 12 O =16

d) Llamamos x a la masa de $CaCO_3$, y a la masa de $MgCO_3$
Masa molar $CaCO_3$ = 40+12+3·16=100 g/mol $CaCO_3$
Masa molar $MgCO_3$ = 24,3+12+3·16=84,3 g/mol $MgCO_3$
Masa molar CaO = 40+16=56 g/mol CaO
Masa molar MgO = 24,3+16=40,3 g/mol MgO
Tenemos 2 incógnitas y necesitamos 2 ecuaciones
x+y=1,020 [1]
El número de moles de $CaCO_3$=x/1100 es igual a CaO, y el de $MgCO_3$=y/84,3 al de MgO

$$\frac{x}{100}\cdot 56+\frac{y}{84,3}\cdot 40,3=0,536 \quad [2]$$

$$0,56\,x+0,478\,y=0,536$$

Sustituyendo x=y-1,020

$$0,56(1,020-y)+0,478\,y=0,536$$

$$0,5712-0,56\,y+0,478\,y=0,536$$

$$y=\frac{0,5712-0,536}{0,56-0,478}=0,4293\,g\,MgCO_3$$

x=1,020-0,4293=0,5907 g $CaCO_3$

Química 2. Se hace estallar 50 mL de una mezcla de metano, eteno y propano, en presencia de 250 mL de oxígeno. Después de la combustión, y condensando el vapor de agua producido el volumen de los gases era 175 mL, que quedaron reducidos a 60 mL, después de atravesar una disolución concentrada de hidróxido de sodio. Calcule la composición en porcentaje de la mezcla gaseosa inicial. Todos los volúmenes están medidos en las mismas condiciones de presión y temperatura.

Planteamos las combustiones:
metano: $CH_4 + 2O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O$
eteno: $C_2H_4 + 3O_2 \rightarrow 2CO_2 + 2H_2O$
propano: $C_3H_8 + 5O_2 \rightarrow 3CO_2 + 4H_2O$
Llamamos x a los mL de metano, y a los mL de eteno y z a los mL de propano.
Tenenemos 3 incógnitas y necesitamos 3 ecuaciones
x+y+z=50 [1]
Los 175 mL de gas finales incluyen el O_2 no consumido y el CO_2.
El CO_2 se absorbe en la disolución de NaOH, por lo que el volumen de CO_2 gaseoso producido es 175 – 60 =115 mL
x+2y+3z=115 [2]
El O_2 inicial es consumido por las tres combustiones y quedan 60 mL que no son absorbidos en la disolución de NaOH
250-2x-3y-5z=60
Reordenando
2x+3y+5z=190 [3]
Restamos [2]-[1]
y+2z=65
Restamos [3]-2·[1]
y+3z=90
Restando estas dos ecuaciones
z=25 mL
y=65-2·25=15 mL
x=50-25-15=10 mL
La composición en porcentaje es
metano: 10/50=0,2=20%
eteno: 15/50=0,3=30%
propano: 25/50=0,5=50%

Murcia 2021

3) El sulfuro de hidrógeno es un gas incoloro que se puede producir durante procesos biológicos e Industriales. De entre sus características físico-químicas cabe destacar que el sulfuro de hidrógeno que su solubilidad en agua es del orden de 0,10 mol L^{-1} a 20 ºC, mostrando un comportamiento ácido (ácido sulfhídrico).
Uno de los usos conocidos del sulfuro de sodio es la eliminación del pelo de las pieles de vacuno en los procesos tradicionales de curtido. El coste medioambiental de estos procesos comporta unos vertidos de aguas residuales con concentraciones elevadas de sulfuro. Un método clásico para la determinación de la concentración de sulfuro en aguas se basa en la oxidación del sulfuro a azufre elemental, mediante la adición de un exceso de iodo en medio ácido (tamponado a pH 5,5 con HAc/NaAc) y posterior valoración del exceso de iodo con tiosulfato de sodio que se oxida a tetrationato, utilizando almidón como indicador.
A) Calcule el PH de una disolución saturada de H_2S en agua. (4 puntos)
(Datos. Ácido sulfhídrico $Ka_1 = 9,6 \cdot 10^{-8}$; $Ka_2 = 1,3 \cdot 10^{-14}$).
B) Calcule la concentración de H_2S en un agua residual procedente de una fábrica de curtidos que se ha analizado según el siguiente procedimiento: a 200 mL de muestra de agua acidificada a pH 5,5 se le añaden 20,0 mL de disolución de I_2 0,0150 M, se agita un momento y se añaden 5 gotas de disolución de almidón al 0,5 % y; a continuación, la disolución se valora con tiosulfato de sodio 0,0200 M hasta la desaparición del color azul, consumiéndose 17,8 mL. (4 puntos)
C) La marcha analítica del sulfhídrico, que se ha utilizado durante más de un siglo para realizar la determinación cualitativa de cationes, se basa en las propiedades precipitantes del ion sulfuro, que dependen del pH del medio. Los iones Co^{2+} y Mn^{2+} se encuentran en el grupo III de dicha marcha donde precipitan ambos como sulfuros. ¿Es posible la separación directa de Co(II) y Mn(II), ambos con concentración 0,010 M, por precipitación de sus correspondientes sulfuros en una disolución acuosa saturada de H_2S ajustando el pH con una disolución amortiguadora ácido acético 1 M / acetato de sodio 1 M (pH = 4,74)? (2 puntos)
(Datos. Sulfuro de cobalto(II) $K_s = 4,6 \cdot 10^{-21}$; sufuro de manganeso(II) $K_s = 9,7 \cdot 10^{-14}$).

Aragón 2015

B1.- A) Uno de los procesos de curtido de pieles para la eliminación del pelo es su tratamiento con sulfuro de sodio en una concentración entre el 2 y el 3% de la masa de la piel. Este proceso comporta unas aguas con alto contenido en sulfuro y otras sustancias para los que se establece un valor máximo de concentración de 10 ppm de sulfuro. Para determinar dicha concentración se puede oxidar el sulfuro a azufre elemental por la adicción de un exceso de yodo en medio ácido (tamponado a pH= 5,5 con ácido acético/acetato de sodio) y posterior valoración del exceso de yodo con tiosulfato de sodio que se oxida a tetrationato utilizando almidón como indicador.
Escribe y ajusta todas las reacciones que tienen lugar.
Calcula la concentración del ion sulfuro en el agua residual de una curtiduría que se ha analizado por el siguiente procedimiento: A 200 mL de muestra de agua acidificada a pH = 5,5 se le añaden 20 mL de disolución de yodo 0,015 M, se agita y se añaden 5 gotas de disolución de almidón al 0,5% y la disolución acuosa se valora con tiosulfato de sodio 0,02 M hasta la desaparición del color azul consumiéndose 17,8 mL.
B) Si a la muestra del vertido original se le añade iones cobalto (II) e iones manganeso

(II), ambos con concentración 0,01 M, indica si precipitará algún sulfuro en una disolución saturada de sulfuro de hidrógeno ajustando el pH con una disolución tamponada de la misma concentración de ácido acético y acetato de sodio. Cabe destacar que el sulfuro de hidrógeno tiene una solubilidad en agua de 0,1 M a 20 ºC.
Datos: K_{ps}(sulfuro de cobalto (II)) = 4,6 10^{-21}; K_{ps} (sulfuro de manganeso (II)) = 9,7 10^{-14}; pK_a (ácido acético) = 4,74; pK_{a1} (ácido sulfhídrico) = 7; pK_{a2} (ácido sulfhídrico) = 14.
(2 puntos)

Referencias:
P6. Olimpiadas de Química. Cuestiones y Problemas (S. Menargues & A. Gómez)
PROBLEMAS de la XXI OLIMPIADA NACIONAL de QUÍMICA (Castellón, 1-4 mayo 2008)
Problema 3 (problema 50). Apartado a (pH aparece en Murcia 2021,
http://www3.uji.es/~safont/olimpiada/material/Pr6.pdf
Olimpiada gallega de Química 2014, Problema 2
https://www.colquiga.org/pruebas-anteriores
https://en.wikipedia.org/wiki/Thiosulfate Tiosulfato de sodio: $Na_2S_2O_3$
https://en.wikipedia.org/wiki/Tetrathionate Tetraionato $S_4O_6^{2-}$

Murcia 2021 A.
Planteamos los equilibrios

$H_2S + H_2O \leftrightarrows HS^- + H_3O^+$ $\qquad K_{a1}=\frac{[HS^-][H_3O^+]}{[H_2S]}$

$HS^- + H_2O \leftrightarrows S^{2-} + H_3O^+$ $\qquad K_{a2}=\frac{[S^{2-}][H_3O^+]}{[HS^-]}$

Consideramos el primer equilibrio despreciando el segundo ya que $Ka_2 << Ka_1$

	$H_2S + H_2O \leftrightarrows HS^- + H_3O^+$			
Inic	0,1	exc	0	0
Eq	0,1-x	exc	x	x

$$K_{a1}=\frac{[HS^-][H_3O^+]}{[H_2S]} \Rightarrow 9{,}6\cdot10^{-8}=\frac{x^2}{0{,}1-x}$$

Considerando x << 0,1 al ser Ka_1 pequeña

$$x=\sqrt{0{,}1\cdot9{,}6\cdot10^{-8}}=9{,}8\cdot10^{-5}\,M$$ (La aproximación es válida)

$pH=-\log_{10}([H_3O^+])=4{,}0$

Aragón 2015 A/Murcia 2021 B.
Planteamos las reacciones redox:
Oxidación del sulfturo a azufre por la adición de yodo:

Oxidación: $S^{2-} \rightarrow S + 2e^-$
Reducción: $I_2 + 2e^- \rightarrow 2I^-$
Global: $\mathbf{S^{2-} + I_2 \rightarrow S + 2I^-}$

Valoración del yodo con tiosulfato que se oxida a tretraionato
(En el tiosulfato 1 S tiene estado de oxidación +6 y el otro -2, valor promedio +2
En el tetrationato 2 S tienen estado de oxidación 0 y 2 tienen +5, valor promedio +2,5)

Reducción: $2S_2O_3^{2-} \rightarrow S_4O_6^{2-} + 2e^-$
Reducción: $I_2 + 2e^- \rightarrow 2I^-$
Iónica global: $\mathbf{2S_2O_3^{2-} + I_2 \rightarrow S_4O_6^{2-} + 2I^-}$

Global: $\mathbf{2Na_2S_2O_3 + I_2 \rightarrow Na_2S_4O_6 + 2NaI}$

Planteamos una valoración redox:

n.º eq oxidante = n.º eq reductor

n.º eq I_2 = n.º eq S^{2-} + n.º eq $S_2O_3^{2-}$

$$0{,}020\,\cancel{L}\cdot 0{,}015\,\frac{\cancel{mol\,I_2}}{\cancel{L}}\cdot\frac{2\,mol\,e^-}{\cancel{1\,mol\,I_2}}=n\,\cancel{mol\,S^{2-}}\cdot\frac{2\,\cancel{mol\,e^-}}{1\,\cancel{mol\,S^{2-}}}+0{,}0178\,\cancel{L}\cdot\frac{0{,}02\,\cancel{mol\,S_2O_3^{2-}}}{\cancel{L}}\,\frac{1\,mol\,e^-}{1\,\cancel{mol\,S_2O_3^{2-}}}$$

$$n=\frac{(0{,}020\cdot 0{,}015\cdot 2-0{,}0178\cdot 0{,}02\cdot 1)}{2}=1{,}22\cdot 10^{-4}\,mol\,S^{2-}$$

Esos moles estaban en 200 mL de muestra, por lo que la concentración es

$$\frac{1{,}22\cdot 10^{-4}}{0{,}2}=6{,}1\cdot 10^{-4}\,\frac{mol\,S^{2-}}{L}$$

Aragón 2015 B/Murcia 2021 C.

Planteamos los equilibrios

$H_2S + H_2O \leftrightarrows HS^- + H_3O^+$ $\qquad K_{a1}=\dfrac{[HS^-][H_3O^+]}{[H_2S]}$

$HS^- + H_2O \leftrightarrows S^{2-} + H_3O^+$ $\qquad K_{a2}=\dfrac{[S^{2-}][H_3O^+]}{[HS^-]}$

Combinando ambas para obtener una expresión para S^{2-}

Usamos $[H_2S]$=0,1 M ya que es la solubilidad máxima y se indica que es una disolución saturada

Si es una disolución tamponada con misma concentración de ácido acético que de acetato de sodio, su pH es el pK_a=4,74.

$$K_{a1}\cdot K_{a2}=\frac{[S^{2-}][H_3O^+]^2}{[H_2S]}\Rightarrow[S^{2-}]=\frac{K_{a1}\cdot K_{a2}\cdot[H_2S]}{[H_3O^+]^2}=\frac{10^{-7}\cdot 10^{-14}\cdot 0{,}1}{(10^{-4{,}74})^2}=3{,}02\cdot 10^{-13}\,M$$

Ahora utilizamos los productos de solubilidad y las concentraciones de iones sulfuro para calcular las concentraciones máximas de iones metálicos con las que se produce precipitación:

$$K_{ps}(\mathrm{CoS})=[S^{2-}][Co^{2+}]\Rightarrow[Co^{2+}]=\frac{4{,}6\cdot 10^{-21}}{3{,}02\cdot 10^{-13}}=1{,}52\cdot 10^{-8}\,M$$

Como la concentración $[Co^{2+}]$ es mayor, sí precipitará.

$$K_{ps}(\mathrm{MnS})=[S^{2-}][Mn^{2+}]\Rightarrow[Mn^{2+}]=\frac{9{,}7\cdot 10^{-14}}{3{,}02\cdot 10^{-13}}=0{,}321\,M$$

Como la concentración $[Mn^{2+}]$ es menor, no precipitará.

La respuesta a la pregunta del enunciado es que sí es posible separar los iones Co^{2+}, y Mn^{2+}, con una disolución saturada de H_2S tamponada a un pH de 4,74, ya que en esas condiciones un ion precipitará y el otro no.

4. (Accesos 1, 2 y 3) En una disolución acuosa el ion hierro (III) y el ion sulfocianuro forman el complejo $Fe(SCN)^{2+}$, el cual presenta un máximo de absorción a 580 nm con una absortividad molar de 7 10^3 $L \cdot mol^{-1} \cdot cm^{-1}$.
a. Calcule la absorbancia de una disolución 2,5 10^{-5} M del complejo a esa longitud de onda en una celda de 1 cm de longitud de paso óptico. (0,25 ptos.)
b. Calcule la absorbancia, en una celdilla de 2,5 cm de longitud, de la disolución resultante de tomar una alícuota de 2,50 ml de una disolución que contiene 3,8 ppm de Fe (III), tratarla con exceso de KSCN y llevarla a un volumen final de 50,00 ml.
Razone qué podría suceder, en relación con el cálculo de la absorbancia, si manteniendo la longitud del paso óptico se incrementase notablemente la concentración del complejo en la disolución. (0,75 ptos.)

Ejercicio 7 (solución sin resolución con otros datos, 5,94 ppm y 5,00 mL)
https://www.um.es/documents/4874468/11833054/ej.tema8.pdf/d1d279ea-8f2e-4263-8299-ffa92910dd36 Asignatura: ANÁLISIS QUÍMICO, Grado: Ciencia y Tecnología de los Alimentos, TEMA 8: TÉCNICAS ESPECTROFOTOMÉTRICAS DE ABSORCIÓN UV-VIS
Ejercicio 10 (no resuelto)
https://ia803103.us.archive.org/14/items/PROBLEMAUV/PROBLEMAUV.pdf
PROBLEMARIO DE QUÍMICA ANALÍTICA II, Espectrometría UV-Visible, Elaborado por: Prof. Dr. Gerson Chávez Narváez

Ver Murcia 2000 A1

No es dato y usamos Fe=55,85

a) Utilizamos la ley de Beer-Lambert: $A=\varepsilon \cdot l \cdot c$
https://es.wikipedia.org/wiki/Ley_de_Beer-Lambert
A es la absorbancia, no tiene unidades
ε es el coeficiente de absorción molar (unidades $M^{-1} \cdot cm^{-1}$)
l es la longitud (en este caso 10 cm)
c es la concentración (unidades M)
$A=7 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-5}=0{,}175$
b) 3,8 ppm de Fe (III) = 3,8 mg/L$=3{,}8 \cdot 10^{-3}/55{,}85=6{,}8 \cdot 10^{-5}$ M
Como se toma una alicuota de 2,50 mL y se lleva a 50 mL, la nueva concentración es $6{,}8 \cdot 10^{-5} \cdot 2{,}5/50=3{,}4 \cdot 10^{-6}$ M
No se da la constante de formación del complejo, asumimos que todo el Fe forma complejo y la concentración de $Fe(SCN)^{2+}$ es la misma.
$A=7 \cdot 10^3 \cdot 2{,}5 \cdot 3{,}4 \cdot 10^{-6}=0{,}0595$

En relación con el cálculo de la absorbancia, si manteniendo la longitud del paso óptico se incrementase notablemente la concentración del complejo en la disolución, podría suceder:
- Desviaciones de la Ley de Beer-Lambert que solo es válida para soluciones diluidas. Si la concentración es alta puede haber una relación no lineal entre absorbancia y concentración
También se pueden formar agregados que aumenten la turbidez y la dispersión de la luz haciendo la absorbancia medida sea mayor de lo esperado.

enrique@fiquipedia.es Revisado 14 mayo 2016
CC BY

El examen eran dos modelos A y B a elegir uno de los dos, cada uno con 6 preguntas, y el tiempo de realización 3 horas.

FÍSICA Y QUÍMICA. MODELO A

2.- Una muestra de 2,2886 g de un plaguicida que contiene DDT, (1,1,1-tricloro-2,2-bis(4-clorofenil)-etano o di-(p-clorofenil)-tricloroetano), se mineraliza y la disolución resultante se enrasa a 100,0 mL. A una alícuota de 25,0 mL se añaden 10,0 mL de una disolución de nitrato de plata. En la valoración del exceso con Ag^+ se consumen 3,75 mL de sulfocianuro o tiocianato. Para determinar la concentración de la disolución de nitrato de plata se pesan 0,1226 g de cloruro de sodio, se disuelven en agua y se valoran con una disolución de nitrato de plata requiriendo 21,4 mL de la misma. Si 17,7 mL de sulfocianuro o tiocianato consumen 19,7 mL de esa misma disolución de Ag^+. Calcular el porcentaje de DDT en el plaguicida.
Datos: M(H)=1 u; M(Cl)=35,5 u; M(Na)=23 u; M(C)=12 u.
(2 puntos)

Resuelto por sleepylavoisier en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=3599&p=19220#p16304
Problemas resueltos de Química analítica. PQA 4.28.
http://bob.webcindario.com/quimprac/acuanti4.html
https://ar.answers.yahoo.com/question/index?qid=20150627133005AAj96KO
https://es.wikipedia.org/wiki/Tiocianato
Mineralización Completa http://www.osman.es/ficha/13276
https://sis.nlm.nih.gov/enviro/iupacglossary/glossarym.html

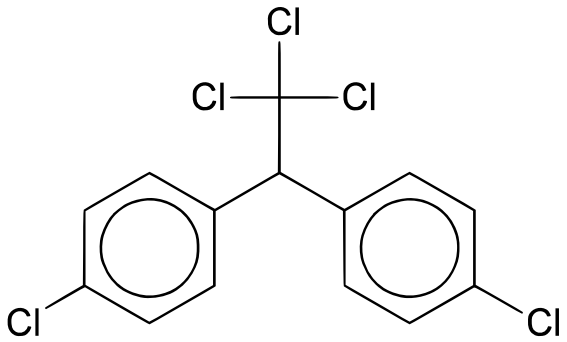
Necesitamos conocer la concentración de iones sulfocianuro /tiocianato (SCN^-), y para ello hay que conocer primero la de $AgNO_3$.
Al combinar $AgNO_3$ con NaCl, ambas sales solubles, los iones de plata y de cloro se combinan para precipitar AgCl que es muy poco soluble. La proporción estequiométrica NaCl y $AgNO_3$ es 1 a 1.

$$\frac{0{,}1226\,\cancel{g\ NaCl}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\ NaCl}}{23+35{,}5\,\cancel{g\ NaCl}}\cdot\frac{1\,mol\ AgNO_3}{1\,\cancel{mol\ NaCl}}}{0{,}0214\,L}=\frac{0{,}1226}{0{,}0214\cdot(23+35{,}5)}=0{,}09793\,M$$

Al combinar $AgNO_3$ con SCN^-, (los iones pueden provenir de una sal soluble como KSCN), los iones plata y tiocianato se combinan para precipitar AgSCN que es muy poco soluble (K_{ps} en torno a 10^{-12}) http://www.solubilityofthings.com/water/ions_solubility/ksp_chart.php. La proporción estequiométrica $AgNO_3$ y SCN^- es 1 a 1.

$$\frac{0{,}0197\,\cancel{L\ AgNO_3}\cdot\frac{0{,}09793\,\cancel{mol\ AgNO_3}}{1\,\cancel{L\ AgNO_3}}\cdot\frac{1\,mol\ SCN^-}{1\,\cancel{mol\ AgNO_3}}}{0{,}0177\,L}=\frac{0{,}0197\cdot0{,}09793}{0{,}0177}=0{,}1090\,M$$

El concepto de “se mineraliza” indica que se transforma un compuesto orgánico en inorgánicos, por lo que todos los átomos de cloro los podemos considerar en la disolución.
A partir del nombre del compuesto y su fórmula identificamos que hay 5 cloros, lo que es importante para la valoración.



Su masa molar es 5·35,5+12·14+9=354,5 g/mol DDT

ºPlanteamos la valoración:
eq.(Cl^- 25 mL DDT) = eq(Ag^+ 10 mL $AgNO_3$ 0,09793 M) - eq(SCN^- en 3,75 mL SCN^- 0,1090 M)

$$n(DDT)\cdot 5 = 0{,}010\,\cancel{L\ AgNO_3}\cdot\frac{0{,}09793\,\cancel{mol\ AgNO_3}}{1\,\cancel{L\ AgNO_3}} - 0{,}00375\,\cancel{L\ SCN^-}\cdot\frac{0{,}1090\,\cancel{mol\ SCN^-}}{1\,\cancel{L\ SCN^-}}$$

n(DDT)=0,00011411 mol DDT en una alícuota de 25 mL, en 100 mL habrá 4 veces más, y el porcentaje en masa, usando la masa molar será

$$\frac{0{,}00011411\cdot 4\cdot 354{,}5}{2{,}2886} = 0{,}0707 = 7{,}07\,\%$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 27 agosto 2015
CC BY

El examen eran dos modelos A y B a elegir uno de los dos, cada uno con 6 preguntas, y el tiempo de realización 3 horas.

FÍSICA Y QUÍMICA. MODELO B

5.- Una muestra contiene sodio, bario y potasio en forma de nitratos. Se toman 0,9996 g y se disuelven en 250,0 mL. Una alícuota de 100,0 mL se trata con ácido sulfúrico, obteniéndose un precipitado de 0,2201 g. La disolución resultante se evapora a sequedad, quedando un residuo de 0,1987 g. En otra alícuota de 100,0 mL se elimina el bario y, tras tratamiento adecuado con tetrafenilborato de sodio, se obtiene un precipitado. ¿Cuál será su masa si el porcentaje de sodio en la muestra es del 11,20%? ¿Cuáles serán los porcentajes de bario y potasio en la muestra?
M(Ba)=137u; M(S)=32u; M(O)=16u; M(Na)=23u; M(K)=39u
(1,5 puntos)

Faltan en el enunciado algunas masas atómicas; parece que durante el examen se pusieron algunas masas que faltaban en la pizarra. Se toma aquí M(B)=10,8 u, M(H)=1,0 u
Enunciado muy similar a PQA 4.17 de http://bob.webcindario.com/quimprac/acuanti4.html

Sin ser dato del enunciado, hay que saber que el tetrafenilborato de sodio se utiliza para determinar la cantidad de iones potasio en la disolución, y se precipita tetrafenilborato de potasio, que es el precipitado final que indica el enunciado.
http://www.linear.es/ficheros/archivos/1150010C.pdf
Los iones potasio en una solución alcalina libre de proteínas reacciona con tetrafenilborato sódico produciendo una suspensión coloidal de tetrafenilborato potásico. La turbidez producida es proporcional a la concentración de potasio presente en la muestra.
La reacción la podemos plantear como
$K^+ + NaB(C_6H_5)_4 \rightarrow KB(C_6H_5)_4 + Na^+$
Para poder calcular la masa del precipitado, necesitamos conocer la masa de K en la alícuota de 100,0 mL, y para ello, calcular antes la masa de sodio (el % en masa es dato del enunciado) y el % de masa en bario (lo podemos calcular). Además se piden el % de masa de bario y de potasio de la muestra inicial en el enunciado.

Sin ser dato del enunciado, hay que saber que el sulfato de bario es una sal muy poco soluble, por lo que en cuanto haya presentenes en la disolución iones Ba^{2+} procedentes del $Ba(NO_3)_2$ e iones SO_4^{2-} procedentes del ácido sulfúrico, se combinarán y precipitarán; por ser poco soluble podemos asumir que precipitará todo y será el compuesto que precipite primero y el que forme los 0,2201 g de precipitado.
Utilizando factores de conversión, calculamos la masa en los 250,0 mL y el % en masa de Ba

$$0{,}2201\,g\,\cancel{BaSO_4}\cdot\frac{1\,mol\,\cancel{BaSO_4}}{137+32+4\cdot16\,g\,\cancel{BaSO_4}}\cdot\frac{137\,g\,Ba}{1\,mol\,\cancel{BaSO_4}}\cdot\frac{250{,}0\,mL\,totales}{100{,}0\,mL\,alícuota}=0{,}3235\,g\,Ba$$

Como se pide el % en masa de Ba de la muestra inicial

$$\frac{0{,}3235\,g\,Ba}{0{,}9996\,g\,muestra}=0{,}3236=32{,}36\,\%\,Ba$$

Sin ser dato del enunciado, hay que saber que la temperatura de ebullición del ácido nítrico (83 ºC) es inferior a la del agua y a la del ácido sulfúrico (337 ºC), por lo que al evaporar a sequedad se evapora junto con el agua el ácido nítrico y lo que quedan son sulfatos; los 0,1987 g de residuo son sulfato de sodio y potasio, ya no queda bario.

Como tenemos el dato del porcentaje en sodio de la muestra, utilizando factores de conversión calculamos la cantidad de sodio y de sulfato de sodio en los 0,1987 g de residuo asociados a la alícuota de 100,0 mL

$$0{,}9996\,\cancel{g\,muestra}\cdot\frac{11{,}20\,\cancel{g\,Na}}{100\,\cancel{g\,muestra}}\cdot\frac{100\,\cancel{mL\,alícuota}}{250\,\cancel{mL\,total}}=0{,}04478\,g\,Na$$

$$0{,}04478\,\cancel{g\,Na}\cdot\frac{2\cdot23+32+4\cdot16\,\cancel{g\,Na_2SO_4}}{2\cdot23\,\cancel{g\,Na}}=0{,}1382\,g\,Na_2SO_4$$

Como los 0,1987 g de residuo son solamente sulfato de sodio y potasio, quedan 0,1987-0,1382=0,0605 g de K_2SO_4

Utilizando factores de conversión, calculamos la masa en los 250,0 mL y el % en masa de K

Calculamos la masa de K como valor intermedio para utilizarlo luego

$$0{,}0605\,\cancel{g\,K_2SO_4}\cdot\frac{2\cdot39\,g\,K}{2\cdot39+32+4\cdot16\,\cancel{g\,K_2SO_4}}=0{,}0271\,g\,K$$

$$0{,}0271\,\cancel{g\,K}\cdot\frac{250{,}0\,\cancel{mL\,totales}}{100{,}0\,\cancel{mL\,alícuota}}=0{,}0678\,g\,K$$

Como se pide el % en masa de K de la muestra inicial

$$\frac{0{,}0678\,g\,K}{0{,}9996\,g\,muestra}=0{,}0678=6{,}78\,\%\,K$$

Utilizando factores de conversión, calculamos la masa de tetrafenilborato de potasio obtenida a partir de la alícuota de 100,0 mL donde había 0,0271 g de K

$$0{,}0271\,\cancel{g\,K}\cdot\frac{39+10{,}8+4\cdot(6\cdot12+5\cdot1)\,g\,KB(C_6H_5)_4}{39\,\cancel{g\,K}}=0{,}2486\,g\,KB(C_6H_5)_4$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 1 septiembre 2024
CC BY SA

Se nombra como problema química 1 porque se hizo antes de tener enunciados originales 3. A diferencia del agua, que reacciona violentamente con los metales alcalinos, el amoníaco líquido se combina con ellos formando disoluciones de intenso color azul. Supongamos que tenemos 1,707 de una disolución de sodio en amoniaco líquido, siendo la fracción molar del metal 0,0937. ¿Cuántos gramos de amoníaco deberíamos evaporar si necesitáramos que la fracción molar aumentase a 0,1325?
Datos: $M(NH_3)=17,0$; $M(Na)=23,0$

INSTRUCCIONES DE REALIZACIÓN DEL EJERCICIO:
-CADA PROBLEMA SE REALIZARÁ EN UN FOLIO INDEPENDIENTE
-SE ENTREGARÁN TODOS LOS FOLIOS, INCLUIDO EL EXAMEN
-SE PUEDE UTILIZAR CALCULADORA CIENTÍFICA NO PROGRAMABLE
CRITERIOS DE CALIFICACIÓN: Cada problema tiene una puntuación de 2,5 puntos
Problema 3: 2,5 puntos

Referencias:
Resuelto y comentado por sleepylavoisier, Basileia y Perechelera en
http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=3533#p15851
Datos gracias a J.A. y enunciado original a Beatrixe, y comentado por Jal, quimiquilla
http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=6407&p=28728#p28728

Como no había datos seguros, se intenta hacer un planteamiento general para sustituir al final, y así usar otros datos solamente implica modificar la parte final. Tomamos datos con 3 cifras significativas (hay de 3 y de 4) y damos datos finales con 3 cifras significativas.

A partir de la fracción molar de Na, calculamos la masa de NH_3.

$$\chi_{Na}=\frac{n_{Na}}{n_{Na}+n_{NH_3}}=\frac{\frac{m_{Na}}{M_{Na}}}{\frac{m_{Na}}{M_{Na}}+\frac{m_{NH_3}}{M_{NH_3}}}=\frac{1}{1+\frac{m_{NH_3}}{m_{Na}}\cdot\frac{M_{Na}}{M_{NH_3}}}\Rightarrow\chi_{Na}\left(1+\frac{m_{NH_3}}{m_{Na}}\cdot\frac{M_{Na}}{M_{NH_3}}\right)=1 \quad [1]$$

$$m_{NH_3}=\left(\frac{1}{\chi_{Na}}-1\right)\frac{M_{NH_3}}{M_{Na}}m_{Na}$$

En planteamiento inicial con enunciado oficioso (del que J.A. recordó valor numérico exacto) se tomaba como dato la masa de Na *"tenemos 1,707 g de sodio en una disolución de amoniaco líquido"* pero en enunciado real el dato es la masa de disolución de Na *"tenemos 1,707 g de una disolución de sodio en amoniaco líquido"*
Buscamos dejar en función de $m_{disolución}=m_{NH_3}+m_{Na}\Rightarrow m_{Na}=m_{disolución}-m_{NH_3}$ [2]

Combinamos [1] y [2] $m_{Na}=m_{disolución}-\left(\frac{1}{\chi_{Na}}-1\right)\frac{M_{NH_3}}{M_{Na}}m_{Na}\Rightarrow m_{Na}=\frac{m_{disolución}}{1+\left(\frac{1}{\chi_{Na}}-1\right)\frac{M_{NH_3}}{M_{Na}}}$ [3]

Sustituyendo en [1] $m_{NH_3}=\left(\frac{1}{\chi_{Na}}-1\right)\frac{M_{NH_3}}{M_{Na}}\frac{m_{disolución}}{1+\left(\frac{1}{\chi_{Na}}-1\right)\frac{M_{NH_3}}{M_{Na}}}$

Como se pide la masa de amoniaco a evaporar, variará la masa de disolución. Calculamos la masa de amoniaco inicial sustituyendo valores (se pude ver en resolución sleepylavoisier expresión directa para realizar una única sustitución al final)

$$m_{NH_3\,inicial}=\frac{17,0}{23,0}1,707\left(\frac{(\frac{1}{0,0937}-1)}{1+(\frac{1}{0,0937}-1)\cdot\frac{17,0}{23,0}}\right)=1,49753\,g\,NH_3$$

Eso quiere decir que tenemos 1,707-1,49753=0,20947 g de Na
(tomamos 3 cifras significativas solamente en resultado final)
Al evaporar la cantidad de Na se mantiene, pero varía la de amoniaco. Sustituyendo valores numéricos en [3]

$$m_{disolución\,final}=m_{Na}\left(1+(\frac{1}{\chi_{Na\,final}}-1)\frac{M_{NH_3}}{M_{Na}}\right)=0,20947\cdot(1+(\frac{1}{0,1325}-1)\frac{17,0}{23,0})=1,22314\,g\,disolución$$

Se ha evaporado la diferencia: 1,707-1,22314=0,48386 g de NH_3 evaporado
Expresamos el resultado con 3 cifras significativas: **0,484 g de NH_3 evaporado**

enrique@fiquipedia.es Revisado 27 mayo 2018
CC BY SA

(Se incluye el enunciado original tomado de las oposiciones, aunque en el año 2014 no dejaron sacar el enunciado a los opositores)

FÍSICA Y QUÍMICA

Han de resolverse los cuatro problemas, cada uno delos cuales se calificará de 0 a 10 puntos. En caso de tener varios apartados la calificación de cada uno de ellos será la que figure en el texto y de no figurar se entenderá el mismo valor para todos. La calificación del ejercicio será la correspondiente a la media de las puntuaciones obtenidas en cada uno de los problemas.

CRITERIOS DE CORRECCIÓN

Por cada falta de ortografía se deducirá medio punto de la calificación del ejercicio, salvo en el caso de tildes en cuyo caso se reducirá 0,25. Cuando se repita la misma falta de ortografía, se contará como una sola.
En los problemas se valorará la adecuada estructuración y el rigor en el desarrollo de su resolución y la inclusión de pasos detallados así como la realización de diagramas, dibujos y esquemas. Se tendrá especial rigor en la identificación de los principios y leyes físicas involucradas, la corrección de los resultados numéricos, el uso correcto de unidades, así como con los errores en la formulación, nomenclatura y lenguaje químico.

1.- ...

Uno de los pasos para la purificación del medicamento es la extracción con disolventes orgánicos. Agregamos 20 ml de éter a una disolución acuosa que contiene 0.20 g del compuesto F en 50 ml de disolución, agitamos la mezcla y dejamos reposar para que se alcance el equilibrio y separar luego las fases (K_d C_{eter}/C_{agua})= 4,7 a 25 ºC).

…

c) (4 puntos) Calcule la cantidad de medicamento purificado que extraeríamos en el disolvente orgánico en el caso indicado. Determine si la cantidad extraída sería mayor con dos extracciones de 10 ml de éter cada una.

Se realiza aquí por separado apartado c ya que es totalmente independiente de a y b.

Resuelto por Kalium Academia (con enunciado aproximado y otros valores) en *http://www.slideshare.net/josemanuelbelmezmacias/ejercicio-01-qumica-orgnica*

c) Utilizando la constante de reparto $K_d = \frac{C_{éter}}{C_{agua}}$

Una única extracción con 20 mL de éter

Llamamos x a los gramos de compuesto F que pasa al éter, que es la cantidad de medicamento que extraeríamos de los 0,20 iniciales; el resto, 0,20 -x quedaría en el agua.

$$4{,}7 = \frac{\frac{x}{0{,}020}}{\frac{0{,}20-x}{0{,}050}} \Rightarrow 4{,}7 \cdot \frac{0{,}020}{0{,}050} = \frac{x}{0{,}20-x} \Rightarrow 1{,}88\,(0{,}20-x) = x \Rightarrow x = \frac{1{,}88 \cdot 0{,}20}{1+1{,}88} = 0{,}1306\,g$$

Expresado con dos cifras significativas extraeríamos 0,13 g
(Se extrae 0,1306/0,2=0,653, el 65,3%)

Dos extracciones con 10 mL de éter

En la primera extracción

$$4{,}7 = \frac{\frac{x}{0{,}010}}{\frac{0{,}20-x}{0{,}050}} \Rightarrow 4{,}7 \cdot \frac{0{,}010}{0{,}050} = \frac{x}{0{,}20-x} \Rightarrow 0{,}94\,(0{,}20-x) = x \Rightarrow x = \frac{0{,}94 \cdot 0{,}20}{1+0{,}94} = 0{,}09691\,g$$

(Se extrae 0,09691/0,2=0,48455, el 48,46%)

Tras decantar, en el agua quedarían 0,20-0,09691=0,10309 g de medicamento, que sería la cantidad de partida en la segunda extracción. Al realizar la segunda extracción quedará una cantidad x' en el éter, y en el agua quedarán 0,10309-x', que vuelven a cumplir la constante de reparto

$$4{,}7=\frac{\frac{x'}{0{,}010}}{\frac{0{,}10309-x'}{0{,}050}}\Rightarrow 4{,}7\cdot\frac{0{,}010}{0{,}050}=\frac{x}{0{,}10309-x'}\Rightarrow 0{,}94\left(0{,}10309-x'\right)=x'$$

$$x'=\frac{0{,}94\cdot 0{,}10309}{1+0{,}94}=0{,}04995\,g$$

(Se extrae 0,04995/0,10309=0,5154, el 48,45%)

En las dos extracciones habremos extraído 0,09691+0,04995=0,14686 g, que expresado con 2 cifras significativas es 0,15 g.

Se extrae más medicamento con dos extracciones de 10 mL (0,15 g) que con una única extracción de 10 mL (0,13 g)

enrique@fiquipedia.es Revisado 24 enero 2016
CC BY

Prueba B 3. Problemas de QUÍMICA

Problema 3

La presión de vapor de una disolución obtenida al disolver 11,346 g de colofonia en 100 g de éter etílico puro vale 0,47 atm, a una temperatura determinada. Teniendo en cuenta que, a esa misma temperatura la presión de vapor del éter puro vale 0,50 atm y la de la colofonia es despreciable, calcule:

a) Las fracciones molares de cada componente y la molalidad de la disolución

b) La masa molecular de la colofonia

Nota: la colofonia es una resina que se utiliza en la fabricación de la goma de mascar.

DATOS: masas atómicas: O=16,00; H=1,00; C=12,00.

a) Eter etílico: CH_3-CH_2-O-CH_2-CH_3 (otros nombres IUPAC dietiléter, etoxietano)

Masa molar (eter etílico)=12,00·4+16,00+10,00=74,00 g/mol

n(éter etílico) = 100/74,00=1,35 mol éter etílico

Asumimos que es una disolución ideal y se cumple en todo el intervalo de concentraciones la ley de Raoult: $P_{vapor\ total} = P_{vapor\ éter\ puro} \cdot \chi_{éter\ en disolución} + P_{vapor\ colofonia\ pura} \cdot \chi_{colofonia en\ disolución}$

Por enunciado $P_{vapor\ éter\ puro} = 0{,}50\ atm\ ;\ P_{vapor\ colofonia\ pura} \approx 0\ atm$

$$\chi_{éter} = \frac{n_{éter}}{n_{total}}$$

$$0{,}47 = 0{,}50 \cdot \frac{1{,}35}{n_{total}} \Rightarrow n_{total} = \frac{0{,}50 \cdot 1{,}35}{0{,}47} = 1{,}44\ mol\ éter\ y\ colofonia\ [en\ disolución]$$

$$\chi_{éter} = \frac{1{,}35}{1{,}44} = 0{,}94$$

n(colofonia) = 1,44-1,35=0,09 mol colofonia

$$\chi_{colofonia} = \frac{n_{colofonia}}{n_{total}} = \frac{0{,}09}{1{,}44} = 0{,}06$$ (También podríamos haberlo obtenido como 1-0,94=0,06)

$$Molalidad = \frac{n^o\ mol\ soluto}{kg\ disolvente} = \frac{0{,}09}{0{,}1} = 0{,}9\ mol\ colofonia / kg$$

b) $$n(colofonia) = \frac{m}{M(colofonia)} \Rightarrow M = \frac{m}{n(cololofonia)} = \frac{11{,}346}{0{,}09} = 126{,}07\ g/mol$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 11 marzo 2018
CC BY SA

B1.
Es disposa d'una dissolució 0,01 M de sulfat de potassi. Calcula la quantitat en g/l de clorur de bari que s'haurà d'afegir perquè la concentració de sulfat que quedi en dissolució sigui tan sol de 10^{-7} M.
Dades: Kps (sulftat de bari) = 10^{-10}

Se dispone de una disolución 0,01 M de sulfato de potasio. Calcula la cantidad en g/L de cloruro de bario que se habrá de añadir para que la concentración de sulfato que quede en disolución sea tan solo de 10^{-7} M.
Datos: K_{ps} (sulfato de bario)=10^{-10}

El sulfato de potasio y el cloruro de bario son solubles, pero una combinación de los iones es poco soluble según el dato que nos dan; según vayamos añadiendo BaCl los iones de bario se combinarán con los de sulfato y precipitarán, por lo que quedarán cada vez menos iones sulfato.
$BaSO_4$ (s) ⇄ Ba^{2+} (ac) + SO_4^{2-} (ac)
$K_{ps}=10^{-10}=[Ba^{+2}][SO_4^{2-}]$
Si queremos $[SO_4^{2-}]=10^{-7}$ → $[Ba^{2+}]_{disuelta}=10^{-10}/10^{-7}=10^{-3}$ M
$[SO_4^{2-}]_{precipitada}=[Ba^{2+}]_{precipitada}$=inicial sulfato – final sulfato = $10^{-2}-10^{-7}\approx10^{-2}$ M
$[Ba^{2+}]=[BaCl_2]$ a añadir = la que precipita + la que queda en disolución = $10^{-2} + 10^{-3}$=0,011 M
Como se pide en g/L
Masa molar ($BaCl_2$)=208,3 g/mol $BaCl_2$ (enunciado original no indica datos, se asume que se dispone de ellos: Ba=137,3 y Cl=35,5)
0,011 mol $BaCl_2$/L· 208,3 g/mol $BaCl_2$= 2,29 g/L

enrique@fiquipedia.es Revisado 7 julio 2015
CC BY SA

De los ejercicios de Química: 1, 3, 5 y 7: elegir tres.

1.- Por calcinación de 73,2 g de halogenato de un metal monovalente (M) se obtuvieron 34,4 g del halogenuro de dicho metal. 118,7 g de otro metal monovalente (M') se combinan exactamente con el halógeno contenido en 46,6 g de halogenuro del metal (M). Calcular la masa atómica de (M').
Masa atómica del oxígeno = 16

Si ambos metales son monovalentes, llamando X al halógeno,
- Su halogenato tiene fórmula MXO_3 (si fuese otro se indicaría hipohalogenito, halogenito o perhalogenato)
- Sus halogenuros tienen fórmula MX y M'X

Llamando M_M a la masa atómica de M, $M_{M'}$ a la masa atómica de M' y M_X a la masa atómica de X

La reacción de calcinación del halogenato de M
$MXO_3 \rightarrow MX + (3/2)O_2$
Aplicando la conservación de la masa, se obtienen 73,2-34,4=38,8 g O_2
Eso suponen 38,8/32=1,2125 mol O_2
Por estequiometría suponen (2/3)·1,2125=0,8083 mol MXO_3
La masa molar de MXO_3 es 73,2/0,8083=90,56 g/mol MXO_3
La masa molar de MX es 34,4/0,8083=42,46 g/mol MX

La reacción de combinación del metal M' con el halógeno es
$M' + \frac{1}{2}X_2 \rightarrow M'X$
Aquí se combinan 118,7 g de M' con la cantidad de X contenido en 46,6 g de MX
Ya sabemos la masa molar de MX y tenemos 46,6/42,46=1,098 mol MX
Ese es el mismo número número de moles de de M'
$M_{M'}$=118,7/1,098=108,1 g/mol M'
Coincide aproximadamente con la masa atómica de Ag que es un metal monovalente.
No se pide pero M podría ser Li (masa atómica 6,94) y X podría ser Cl (masa atómica 35,45) con lo que la masa molar de $LiClO_3$ sería 90,39 g/mol $LiClO_3$ y la de LiCl sería 42,39 g/mol LiCl, próximos a los utilizados.

De los ejercicios de Química: 1, 3, 5 y 7: elegir tres.

3.- Una disolución que contiene 2,92 g de cloruro sódico en 180 g de agua empieza a congelar a 0,95 ºC bajo cero. Admitiendo que el grado de disociación aparente del cloruro sódico no varíe con la temperatura, calcular la presión de vapor de la disolución a 100 ºC.
Kc (agua) = 1,86 ºC/mol
Masa atómicas: Na = 23, Cl = 35,5

Ver Extremadura 1996 Q2

No son dato y usamos masas atómicas O=16 y H=1
No es dato y usamos que presión de vapor de agua pura a 100 ºC es 1 atm=760 mmHg

Para calcular la presión de vapor usamos la ley de Raoult $P_{vapor\ agua} = \chi_{agua} \cdot P^0_{agua}$
Sabemos la presión de vapor de agua pura pero necesitamos la fracción molar, y necesitamos saber la cantidad de moles adicionales a agua. Como se indica grado de disociación, asumimos que la disociación de NaCl no es completa y calculamos el factor de Van't Hoff

La masa molar de NaCl es 23+35,5=58,5 g/mol NaCl
Tenemos 2,92/58,5=0,05 mol NaCl

$$\Delta T = i \cdot k \cdot m \Rightarrow 0,95 = i \cdot 1,86 \cdot \frac{0,05}{0,180} \Rightarrow i = \frac{0,95 \cdot 0,180}{1,86 \cdot 0,05} = 1,84$$

La masa molar del agua es 16+2·1=18 g/mol H_2O y tenemos 180/18=10 mol H_2O

	$NaCl \rightarrow$	Na^+ +	Cl^-
Inic	1	0	0
Eq	1-α	α	α

$i=1+\alpha(\nu-1)$
Como se disocia en dos iones ν=2 $i=1+\alpha \rightarrow \alpha=1,84-1=0,84=84\%$ de disociación.
El número total de partículas es $n_{agua}+i \cdot n_{NaCl}=10+1,84 \cdot 0,05=10,092$

$$\chi_{agua} = \frac{10}{10,092} = 0,99088$$

$$P_{vapor\ agua} = 0,99088 \cdot 760 = 753\ mmHg$$

PROCEDIMIENTOS SELECTIVOS PARA EL ACCESO E INGRESO EN EL CUERPO DE PROFESORES DE ENSEÑANZA SECUNDARIA. AÑO 2002
PROBLEMAS Y CUESTIONES RELACIONADOS CON LA PARTE "A" DEL TEMARIO.
…
CRITERIOS DE CALIFICACIÓN
Cada apartado del problema debidamente justificado y razonado con la solución correcta se calificará con los puntos indicados a continuación:
…
Problema 4: 2,5 puntos

4.- Una muestra de Fe_2O_3 y Al_2O_3 pesa 0,7100 g. Al calentarla en atmósfera de hidrógeno solamente se afecta el Fe_2O_3 que se reduce a Fe metálico. La mezcla, una vez reducida, se pesa resultando ser 0,6818 g.
Halla el % de Al en la mezcla original.
Datos: Masas atómicas (u): Al=26,9 ; Fe=55,8 ; O=16

Como los datos tienen 4 cifras significativas, damos los resultados finales con esas 4 cifras.
Llamamos x a los g de Fe_2O_3, e y a los g de Al_2O_3 en la muestra inicial.
x+y=0,7100
Si el Fe se reduce, el oxígeno del Fe_2O_3 se combina con el hidrógeno, que se oxida pasando de estado de oxidación 0 en H_2 a estado de oxidación +1 en H_2O.
Planteamos la reacción
$Fe_2O_3 + 3H_2 \rightarrow 2Fe + 3H_2O$
Al pesar la mezcla asumimos que no se tiene en cuenta el agua, ya que el peso es menor.
Por lo tanto estamos pesando el Al_2O_3 que no ha sido afectado y el Fe, cuyo número de moles es el doble de los que había de Fe_2O_3 inicialmente.
Masa molar Fe_2O_3 =2·55,8+3·16= 159,6 g/mol
Masa molar Al_2O_3 = 2·26,9+3·16= 101,8 g/mol

$$y + \frac{x}{159,6} \cdot 2 \cdot 55,8 = 0,6818$$

Resolvemos el sistema de 2 ecuaciones con dos incógnitas

$$0,7100 - x + \frac{x}{159,6} \cdot 2 \cdot 55,8 = 0,6818 \Rightarrow x = \frac{0,6818 - 0,7100}{2 \cdot \frac{55,8}{159,6} - 1} = 0,093765\, g\, Fe_2O_3$$

Por lo tanto tenemos y=0,7100-0,093765=0,616235 g de Al_2O_3
La masa de Al es $\frac{y}{101,8} \cdot 2 \cdot 26,9 = \frac{0,616235}{101,8} \cdot 2 \cdot 26,9\, g\, Al$
El % Al, expresado con 4 cifras significativas es $\frac{\frac{0,616235}{101,8} \cdot 2 \cdot 26,9}{0,7100} = 0,4587 = 45,87\,\%$

A3. Responeu, de forma breu però raonada, les següents qüestions:
d) Quines dades más fan falta per determinar el punt de fusió d'una dissolució acuosa de glicerina al 33% en pes, que no són ni en aquest enunciat ni en el full de dades del final del quadernet?

A3. Responda, de forma breve pero razonada, las siguientes cuestiones:
d) ¿Qué más datos hacen falta para determinar el punto de fusión de una disolución acuosa de glicerina al 33% en peso, que no están ni en este enunciado ni en la hoja de datos del final del cuadernillo?

Referencias:
http://www.vaxasoftware.com/doc_eduen/qui/tcriosebu.pdf

No se tiene acceso al esa hoja de datos que se cita, pero se plantea de manera general.
Se asume que se está planteando una variación de la temperatura de fusión de la disolución (descenso crioscópico) como propiedad coligativa de la disolución.
En general para disoluciones diluidas de solutos que no se disocian $\Delta T = K_c \cdot m$
Donde Kc es la constante crioscópica (depende del disolvente) y m la molalidad.
Para pasar de concentración en % en masa a molalidad; no necesitamos datos nuevos.

$$molalidad = \frac{mol\ soluto}{kg\ disolvente}$$

$$\%masa = \frac{m_{soluto}}{m_{disolución}} \cdot 100 = \frac{kg_{soluto}}{kg_{soluto} + kg_{disolvente}} \cdot 100$$

$$\frac{\%masa}{100}(kg_{soluto} + kg_{disolvente}) = kg_{soluto}$$

$$kg_{disolvente} = kg_{soluto}\left(\frac{100}{\%masa} - 1\right)$$

Necesitamos:
1. Pasar de gramos a moles. Necesitamos la masa molar de la glicerina (propan-1,2,3-triol, CH_2OH-$CHOH$-CH_2OH, $C_3H_8O_3$) que requiere conocer las masas atómicas de C, O y H. Tomando C=12, H=1, O=16, sería 92 g/mol

$$mol_{soluto} = \frac{g_{soluto}}{M_{molar}} = \frac{\frac{kg_{soluto}}{1000}}{M_{molar}} = \frac{kg_{soluto}}{1000 \cdot M_{molar}}$$

$$molalidad = \frac{\frac{kg_{soluto}}{1000 \cdot M_{molar}}}{kg_{soluto}\left(\frac{100}{\%masa} - 1\right)} = \frac{1}{1000 \cdot 92 \cdot \left(\frac{100}{33} - 1\right)} = 5 \cdot 10^{-6}\ m$$

2. K_c para el agua, cuyo valor es 1,86 °C·kg/mol
Si usamos todos esos datos $\Delta T = 1{,}86 \cdot 5 \cdot 10^{-6} = 9{,}3^{-6}\ ºC$
Ese descenso dería respecto a la temperatura de fusión del agua, que sin ser dato es conocida.

enrique@fiquipedia.es Revisado 29. mayo 2016
CC BY

A4. 0'500 g d'un aliatge d'alumini i zinc es fan reaccionar amb un àcid clorhídric del 35% en massa i densitat 1'18 g/cm^3. L'hidrogen format es recull sobre aigua a la pressió atmosfèrica (1 atmosfera) i a una temperatura de 25 ºC, i es mesura el volum que ocupa, que és de 560 cm^3. A més, el rendiment del procés s'entén que és del 100%.
a) Calculeu la composició de l'aliatge en percentatges en massa.
b) Calculeu el volum de dissolució clorhídrica consumida en el procés.
c) Si, un cop recollit, l'hidrogen s'expansiona sobre aigua a 25 ºC fins a un volum gasós final d'un litre, determineu la pressió final que tindrà el gas.
Nota: la pressió de vapor de l'aigua a 25 ºC és de 23'8 mm de mercuri

A4. 0,500 g de una aleación de aluminio y zinc se hacen reaccionar con un ácido clorhídrico del 35% en masa y densidad 1,18 g/cm^3. El hidrógeno formado se recoge sobre agua a la presión atmosférica (1 atmósfera) y a una temperatura de 25 ºC, y se mide el volumen que ocupa, que es de 560 cm^3. Además, el rendimiento del proceso se entiende que es del 100%.
a) Calcular la composición de la aleación en porcentajes en masa.
b) Calcular el volumen de disolución clorhídrica consumida en el proceso.
c) Si, una vez recogido, el hidrógeno se expansiona sobre agua a 25 ºC hasta un volumen gaseoso final de un litro, determine la presión final que tendrá el gas.
Nota: la presión de vapor del agua a 25 ºC es de 23,8 mm de mercurio

Comentario: enunciado original usa ' como separador decimal, pero no se debe utilizar
http://www.fiquipedia.es/home/recursos/recursos-notacion-cientifica/Separador%20decimal.pdf
Asumimos que tenemos como datos Zn=65,4; Al=27,0; H=1,00; Cl=35,5

a) Planteamos y ajustamos las reacciones
$2Al\ (s) + 6HCl\ (ac) \rightarrow 2AlCl_3 + 3H_2\ (g)$
$Zn\ (s) + 2HCl\ (ac) \rightarrow ZnCl_2 + H_2\ (g)$
Calculamos los moles de hidrógeno obtenidos.
La presión de 1 atm es la suma de presiones parciales de H_2O y H_2

$$n=\frac{PV}{RT}=\frac{\frac{760-23,8}{760}\cdot 0,560}{0,082\cdot(273+25)}=0,0222\,mol\,H_2$$

Llamamos x a los g de Al e y a los g de Zn en la muestra de 0,500 g.
x+y=0,5
Las masas molares son 65,4 g/mol de Zn y 27,0 g/mol de Al
Usando la estequiometría de la reacción podemos plantear

$$x\,\cancel{g\,Al}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\,Al}}{27,0\,\cancel{g\,Al}}\cdot\frac{3\,mol\,H_2}{2\,\cancel{mol\,Al}}+y\,\cancel{g\,Zn}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\,Zn}}{65,4\,\cancel{g\,Zn}}\cdot\frac{1\,mol\,H_2}{1\,\cancel{mol\,Zn}}=0,0222$$

Resolvemos el sistema de ecuaciones
x+y=0,500 → x=0,500 -y
0,0556·x + 0,0153y=0,0224
0,0556·(0,500-y) + 0,0153y=0,0222
0,0278-0,0222=0,0556y-0,0153y
y=(0,0278-0,0222)/(0,0556-0,0153)=0,139 g Zn
x=0,500-y=0,361 g de Al
%Zn=(0,139/0,500)·100=27,8%
%Al=(0,361/0,500)·100=72,2% (también 100-27,8)
(expresamos resultados con 3 cifras significativas como datos del enunciado)

b) Usando factores de conversión

$$0{,}361\,\cancel{g\ Al}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\ Al}}{27{,}0\,\cancel{g\ Al}}\cdot\frac{6\,mol\ HCl}{2\,\cancel{mol\ Al}}+0{,}139\,\cancel{g\ Zn}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\ Zn}}{65{,}4\,\cancel{g\ Zn}}\cdot\frac{2\,mol\ HCl}{1\,\cancel{mol\ Zn}}=0{,}0444\,mol\ HCl$$

También se podría ver que es el doble del número de moles que de hidrógeno.

Usamos de nuevo factores de conversión

$$0{,}0444\,\cancel{mol\ HCl}\cdot\frac{36{,}5\,\cancel{g\ HCl}}{1\,\cancel{mol\ HCl}}\cdot\frac{100\,\cancel{g\ HCl\ comercial}}{35\,\cancel{g\ HCl}}\cdot\frac{1\,cm^3\ HCl\ comercial}{1{,}18\,\cancel{g\ HCl\ comercial}}=3{,}92\,cm^3\ HCl\ comercial$$

c) La presión final será la suma de presión de vapor de agua y la presión del hidrógeno

La presión parcial del hidrógeno es $P=\frac{nRT}{V}=\frac{0{,}0222\cdot 0{,}082\cdot(273+25)}{1}=0{,}542\,atm$

La presión total será $P_{total}=P_{H_2}+P_{vapor\,H_2O}=0{,}542+\frac{23{,}8}{760}=0{,}573\,atm$

B4. Una mostra de 7'219 g de carbur de calci comercial (i, per tant, impur) es fa reaccionar amb aigua i produeix 1'95 litres d'acetil·lè, mesurats sobre aigua a 15 ºC i a una pressió de 748 mm de mercuri.
a) Calculeu el volum d'acetil·lè sec, mesurat en condicions normals, que s'ha obtingut.
b) Determineu la riquesa (percentatge en massa) en carbur de calci de la mostra original.
c) Determineu la massa d'aigua que s'ha consumit en la reacció i la que s'ha incorporat a la mescla gasosa final.
Nota: la pressió de vapor de l'aigua a 15 ºC és de 13 mm de mercuri.

B4. Una muestra de 7,219 g de carburo de calcio comercial (y, por tanto, impuro) se hace reaccionar con agua y produce 1,95 litros de acetileno, medidos sobre agua a 15 ºC y a una presión de 748 mm de mercurio.
a) Calcular el volumen de acetileno seco, medido en condiciones normales, que se ha obtenido.
b) Determinar la riqueza (porcentaje en masa) en carburo de calcio de la muestra original.
c) Determinar la masa de agua que se ha consumido en la reacción y la que se ha incorporado a la mezcla gaseosa final.
Nota: la presión de vapor del agua a 15 ºC es de 13 mm de mercurio.

Comentario: enunciado original usa ' como separador decimal, pero no se debe utilizar http://www.fiquipedia.es/home/recursos/recursos-notacion-cientifica/Separador%20decimal.pdf
El nombre sistemático IUPAC del acetileno es etino, aunque acetileno está aceptado en (R-9.1 Trivial and semisystematic names retained for naming organic compounds http://www.acdlabs.com/iupac/nomenclature/93/r93_671.htm).
a) La presión de los 1,95 litros está asociado al acetileno y al vapor de agua, luego de los 748 mm de Hg, solamente 748-13=735 mm Hg están asociados al acetileno.

El número de moles de acetileno es $n=\frac{PV}{RT}=\frac{\frac{735}{760}\cdot 1{,}95}{0{,}082\cdot(273+15)}=0{,}08\,mol\,C_2H_2$

En condiciones normales ocupará $V=\frac{nRT}{P}=\frac{0{,}08\cdot 0{,}082\cdot 273}{1}=1{,}79\,L$

b) Planteamos y ajustamos la reacción
$CaC_2 + 2H_2O \rightarrow C_2H_2 + Ca(OH)_2$
Calculamos la cantidad de carburo de calcio que ha reaccionado

$$0{,}08\,\cancel{mol\,C_2H_2}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\,CaC_2}}{1\,\cancel{mol\,C_2H_2}}\cdot\frac{40{,}1+2\cdot 12\,g\,CaC_2}{1\,\cancel{mol\,CaC_2}}=5{,}128\,g\,CaC_2$$

$$riqueza=\frac{5{,}128}{7{,}219}=0{,}71=71\,\%$$

c) $$0{,}08\,\cancel{mol\,C_2H_2}\cdot\frac{2\,\cancel{mol\,H_2O}}{1\,\cancel{mol\,C_2H_2}}\cdot\frac{18\,g\,H_2O}{1\,\cancel{mol\,H_2O}}=2{,}88\,g\,H_2O$$

En número de moles de vapor de agua que genera una presión de 13 mm Hg en un volumen de 1,95 L es $n=\frac{PV}{RT}=\frac{\frac{13}{760}\cdot 1{,}95}{0{,}082\cdot(273+15)}=0{,}0014\,mol\,H_2O$

Equivalen a 0,0014·18=0,0252 g de H_2O que se han incorporado a la mezcla de gases final.

enrique@fiquipedia.es Revisado 9 febrero 2016

C3. Responeu, de forma breu però razonada, les següents qüestions:
e) Expliqueu amb precisió què significa l'anomenat octanatge o “número d'octà” (NO) d'una gasolina i quina relació té amb el funcionament del motor d'explosió.

Responda, de forma breve pero razonada, las siguientes cuestiones:
c) Explique con precisión qué significa el llamado octanaje o "número de octano" (NO) de una gasolina y qué relación tiene con el funcionamiento del motor de explosión.

Referencias
https://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_de_octano
https://es.wikipedia.org/wiki/Motor_de_combusti%C3%B3n_interna#Motor_convencional_del_tipo_Otto

Se hace aquí un intento de resumen básico:
El octanaje mide la capacidad de que un carburante sea comprimido sin producirse autoencendido ó detonación.
En los motores de explosión hay una fase de compresión, y el diseño del ciclo espera que la explosión se produzca en el momento adecuado, que es en el instante en el que se envía la chispa a las bujías al finalizar la compresión, y la explosión parta solamente desde las bujías. Si el carburante se enciende sin intervenir las bujías o desde otro punto se realizan fuerzas sobre los pistones en instantes incorrectos, lo que supone un funcionamiento incorrecto; la explosión no se aprovecha en mover los pistones como se esperaba, además de poder dañarlos.
El octanaje está asociado a la gasolina donde el encendido es con chispa, no a los motores diesel donde no hay chispa y es necesario el autoencendido del combustible.

QUÍMICA

Q2A. Una muestra de 0,250 g que sólo contiene cobre con un 5% de cinc, se disolvió y diluyó a 250 mL. El pH se fijó en 1,1. Se pasa una corriente de sulfuro de hidrógeno hasta que la disolución quede saturada, siendo la concentración del sulfuro de hidrógeno en la disolución 0,1 M. En estas condiciones precipita algo de cinc junto con el cobre. El precipitado obtenido, una vez limpio se calcina a 940 ºC, obteniéndose un residuo de óxidos. Se pide:

a. Masa de precipitado después de la calcinación.

b. Porcentaje de cobre deducido de esa masa al considerar que no ha precipitado cinc.

c. Error cometido por la impurificación

Datos: Kps (ZnS)= $8 \cdot 10^{-25}$

Kps (CuS) = $6 \cdot 10^{-36}$

K_1 (H_2S) = $9{,}1 \cdot 10^{-8}$

K_2 (H_2S)= $1{,}2 \cdot 10^{-15}$

Masa atómica Cu = 63,55 u

Masa atómica Zn = 65,38 u

Ver Valencia 2019-Q1

La masa atómica del oxígeno no es dato y se asume 16,00.

a) Se pide masa de precipitado y se dan productos de solubilidad: calculamos las concentraciones de los iones S^{2-} que provienen de la disociación de H_2S, que tiene dos constantes

K_1: $H_2S \rightleftarrows H^+ + HS^-$

K_2: $HS^- \rightleftarrows H^+ + S^{2-}$

Como no nos interesa la cantidad de HS^-, podemos plantear

$K_1 \cdot K_2$: $H_2S \rightleftarrows 2H^+ + S^{2-}$

Lo que nos da una relación que permite obtener la concentración de S^{2-}

$$K_1 \cdot K_2 = \frac{[H^+]^2[S^{2-}]}{[H_2S]}$$

Si el pH es 1,1, $[H^+]=10^{-1,1}=7{,}943 \cdot 10^{-2}$ M

Despejando

$$[S^{2-}] = \frac{K_1 \cdot K_2 [H_2S]}{[H^+]^2} = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-8} \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-15} \cdot 0{,}1}{(7{,}943 \cdot 10^{-2})^2} = 1{,}731 \cdot 10^{-21} M$$

Una vez conocidas la concentración de S^{2-} en equilibrio, calculamos la concentración de Zn^{2+} y Cu^{2+} (para el cobre usamos estado de oxidación +2 al indicarse como sal CuS) en el equilibrio calculamos la cantidad de precipitado de cada sal.

$$[Zn^{2+}] = \frac{K_{ps}(ZnS)}{[S^{2-}]} = \frac{8 \cdot 10^{-25}}{1{,}731 \cdot 10^{-21}} = 4{,}622 \cdot 10^{-4} M$$

$$[Cu^{2+}] = \frac{K_{ps}(CuS)}{[S^{2-}]} = \frac{6 \cdot 10^{-36}}{1{,}731 \cdot 10^{-21}} = 3{,}466 \cdot 10^{-15} M$$

Calculamos las cantidades que precipitan comparando con las cantidades iniciales

La muestra tiene $0{,}250 \cdot 0{,}05 = 0{,}0125$ g Zn y resto $0{,}250 \cdot 0{,}95 = 0{,}2375$ g Cu

Los moles iniciales son

$n(Zn^{2+}) = 0{,}0125/65{,}38 = 1{,}912 \cdot 10^{-4}$ mol Zn^{2+}

$n(Cu^{2+}) = 0{,}2375/63{,}55) = 3{,}737 \cdot 10^{-3}$ mol Cu^{2+}

Las cantidades que precipitan

Zn: $1,912 \cdot 10^{-4} - 4,622 \cdot 10^{-4} \cdot 0,25 = 7,565 \cdot 10^{-5}$ mol Zn
Cu: $3,737 \cdot 10^{-3} - 3,466 \cdot 10^{-15} \cdot 0,25 \approx 3,737 \cdot 10^{-3}$ mol Cu (prácticamente todo)
Con la calcinación los sulfuros pasan a óxidos
La masa molar de ZnO es 65,38 +16 = 81,38 g/mol ZnO
La masa molar de CuO es 63,55 +16 = 79,55 g/mol CuO
Masa de ZnO = $7,565 \cdot 10^{-5} \cdot 81,38 = 6,156 \cdot 10^{-3}$ g ZnO
Masa de CuO = $3,737 \cdot 10^{-3} \cdot 79,55 = 0,2973$ g CuO
Masa total $6,156 \cdot 10^{-3} + 0,2973 =$ **0,3035 g**
b) Si la masa total 0,30346 g está asociada a CuO
n(CuO)=0,3035/79,55=$3,815 \cdot 10^{-3}$ mol CuO
m(Cu)=$3,815 \cdot 10^{-3} \cdot 63,55 = 0,2424$ g Cu
Porcentaje de Cu respecto de muestra es 0,2424/0,250=0,9696=**96,96%**
c) Masa de Cu real $3,737 \cdot 10^{-3} \cdot 63,55 = 0,2375$ g Cu
Porcentaje de Cu real respecto de muestra es 0,2375/0,250=95,00%
Error absoluto: 96,96-95,00=1,96
Error relativo: 1,96/95,00=2,063%

enrique@fiquipedia.es Revisado 11 febrero 2016

A5. Es torra pirita (FeS_2) impura, amb la finalitat d'obtenir 100 tones diàries de triòxid de sofre en un procés continu que no es para en cap moment. La pirita té una composició del 50% de sofre, 40% de ferro, 1,5% de coure, 0,5% d'arsènic i un 8% de quars (diòxid de silici). En torrar la pirita, tots el elements passen als òxids superiors, llevat del sofre, que es converteix en diòxid de sofre. Calculeu:
a) El consum de mineral per hora.
b) El volum d'aire teòricament necessari en condicions normals per torrar 1 tona de pirita, en la suposició aproximada que l'aire conté un 20% d'oxigen en volum.
c) La massa de residus sòlids, expressada en tones, que s'obtenen diàriament a la factoria.

Se tuesta pirita (FeS_2) impura, con el fin de obtener 100 toneladas diarias de trióxido de azufre en un proceso continuo que no se para en ningún momento. La pirita tiene una composición del 50% de azufre, 40% de hierro, 1,5% de cobre, 0,5% de arsénico y un 8% de cuarzo (dióxido de silicio). Al tostar la pirita, todos los elementos pasan a los óxidos superiores, salvo el azufre, que se convierte en dióxido de azufre. Calcular:
a) El consumo de mineral por hora.
b) El volumen de aire teóricamente necesario en condiciones normales para tostar 1 tonelada de pirita, en la suposición aproximada que el aire contiene un 20% de oxígeno en volumen.
c) La masa de residuos sólidos, expresada en toneladas, que se obtienen a diario en la factoría.

Asumimos datos de masas atómicas Fe=55,8; S=32,1; Cu=63,5; As=74,9; Si=28,1; O=16,0

a) Necesitamos conocer qué parte de S está como pirita pura y cual está como impureza, ya que una parte formará SO_3, y otra SO_2; enunciado indica "salvo el azufre, que se convierte en dióxido de azufre"
En FeS_2 puro tenemos %Fe = (55,8/(55,8+2·32,1))·100=46,5%, y 53,5% de S.
En el 90% del mineral tenemos (40/90)·100=44,4% de Fe y 55,6% de S
Como el porcentaje de azufre en el mineral es mayor al estequiométrico de FeS_2, el mineral contiene FeS_2 pura más cierta cantidad de S (asumimos que no hay impurezas de Fe sin formar parte de la pirita pura), que sería (44,4/46,5)·53,5=51,1% de S sobre el 90%, que supone un 46% de S sobre el total. (40/46=44,4/55,6) Se puede decir que del mineral el 40% de Fe y 46% de S están asociados a pirita FeS_2, y el otro 4% de S es impureza que no forma parte de la pirita.
La masa molar de SO_3 son 32,1+3·16=80,1 g/mol, por lo que en 100 t = $100 \cdot 10^6$ g SO_3 tenemos $100 \cdot 10^6/80,1 = 1,25 \cdot 10^6$ mol SO_3
Planteamos y ajustamos la reacción en la que se obtiene SO_3.
$4FeS_2 + 15O_2 \rightarrow 8SO_3 + 2Fe_2O_3$

$$1,25 \cdot 10^6 \cancel{mol\ SO_3} \cdot \frac{4 \cancel{mol\ FeS_2}}{8 \cancel{mol\ SO_3}} \cdot \frac{2 \cdot 32,1 \cancel{g\ S}}{1 \cancel{mol\ FeS_2}} \cdot \frac{100\ g\ mineral}{46 \cancel{g\ S}} = 8,72 \cdot 10^7\ g\ mineral = 87,2\ t\ mineral$$

b) Enunciado indica "una tonelada de pirita", tras haber utilizado "mineral" en apartado a, y surge la duda de si hace referencia a la "pirita [pura]" o a "pirita [impura, mineral]".
Aunque hubiera sido más lógico que el enunciado usase de nuevo "mineral", asumimos que hace referencia a pirita impura para tratar el caso más complejo; hay que considerar el oxígeno asociado a la pirita pura y a otras reacciones.
Planteamos y ajustamos todas las reacciones en las que interviene oxígeno, poniendo los óxidos con mayor número de oxidación de los metales, salvo el azufre como indica el enunciado. En el caso del cuarzo no se produce reacción, el silicio ya está con estado de oxidación +4.

$4FeS_2 + 15O_2 \rightarrow 8SO_3 + 2Fe_2O_3$
$2Cu + O_2 \rightarrow 2CuO$
$4As + 5O_2 \rightarrow 2As_2O_5$
$S + O_2 \rightarrow 2SO_2$
La estequiometría nos indica que:

Por cada 4 mol de FeS_2, 4 mol de S, necesitamos 15 mol de O_2. (S se oxida de -2 a +6)
Por cada 2 mol de Cu necesitamos 1 mol de O_2. (Cu se oxida de 0 a +2)
Por cada 4 mol de As necesitamos 5 mol de O_2. (As se oxida de 0 a +5)
Por cada mol de S necesitamos 1 mol de O_2. (S se oxida de 0 a +4)

Si tenemos 1 t = 10^6 g de pirita impura, mineral, tenemos:

8% de SiO_2 que no reacciona.
0,5% de As, 5000 g de As, que suponen 5000/74,9=66,76 mol de As
1,5% de Cu, 15000 g de Cu, que suponen 15000/63,5=236,2 mol de Cu
86% de FeS_2, 860000 g de FeS_2, que suponen 860000/(55,8+2·32,1)=7167 mol de FeS_2
4% de S, 40000 g de S, que suponen 40000/32,1=1246 mol de S

Usando la estequiometría necesitaremos:

$$66{,}76\,\cancel{mol\,As}\cdot\frac{5\,mol\,O_2}{4\,\cancel{mol\,As}}+236{,}2\,\cancel{mol\,Cu}\cdot\frac{1\,mol\,O_2}{2\,\cancel{mol\,cu}}$$
$$+7167\,\cancel{mol\,FeS_2}\cdot\frac{15\,mol\,O_2}{4\,\cancel{mol\,FeS_2}}+1246\,\cancel{mol\,S}\cdot\frac{1\,mol\,O_2}{1\,\cancel{mol\,S}}=28324\,mol\,O_2$$

En condiciones normales esos moles de oxígeno ocupan un volumen de

$$V=\frac{nRT}{P}=\frac{28324\cdot 0{,}082\cdot 273}{1}=6{,}34\cdot 10^5\,L\,O_2$$

Asumiendo que el aire tiene un 20% en volumen de oxígeno, el volumen total es $6,34\cdot10^5/0,2=3,17\cdot10^6$ L de aire

c) A diario se obtienen 100 t de SO_3, lo que como se ha calculado en apartado a suponen 87,2 t de mineral y $1,25\cdot10^6$ mol SO_3

Residuos son todos los productos distintos al deseado, SO_3, por lo que usando estequiometría tenemos

$$1{,}25\cdot10^6\,\cancel{mol\,SO_3}\cdot\frac{2\,\cancel{mol\,Fe_2O_3}}{8\,\cancel{mol\,SO_3}}\cdot\frac{2\cdot55{,}8+3\cdot16\,g\,Fe_2O_3}{1\,\cancel{mol\,Fe_2O_3}}=4{,}99\cdot10^7\,g\,Fe_2O_3$$

$$87{,}2\cdot10^6\,\cancel{g\,mineral}\cdot\frac{0{,}5\,\cancel{g\,As}}{100\,\cancel{g\,mineral}}\cdot\frac{4\cdot74{,}9+10\cdot16\,g\,As_2O_5}{4\cdot74{,}9\,\cancel{g\,As}}=6{,}69\cdot10^5\,g\,As_2O_5$$

$$87{,}2\cdot10^6\,\cancel{g\,mineral}\cdot\frac{1{,}5\,\cancel{g\,Cu}}{100\,\cancel{g\,mineral}}\cdot\frac{2\cdot63{,}5+2\cdot16\,g\,CuO}{2\cdot63{,}5\,\cancel{g\,Cu}}=1{,}64\cdot10^6\,g\,CuO$$

$$87{,}2\cdot10^6\,\cancel{g\,mineral}\cdot\frac{8\,g\,SiO_2}{100\,\cancel{g\,mineral}}=6{,}98\cdot10^6\,g\,SiO_2$$

En total $4,99\cdot10^7+6,69\cdot10^5+1,64\cdot10^6+6,98\cdot10^6=5,92\cdot10^7$ g residuos sólidos, que expresados en toneladas como indica el enunciado son 59,2 t de residuos.

C5. Determineu el nombre de dobles enllaços d'un compost etilènic que té una massa mol·lecular de 83 i del qual se sap que quan se'n tracta una mostra de 0,2080 g amb 50 cm^3 d'una solució de bromat de potassi 0,02 M en presència d'un excés de bromur, l'excés de brom consumeix 9,5 cm^3 de solució 0,1 M de tiosulfat de sodi en una valoració iodomètrica.

Determine el número de dobles enlaces de un compuesto etilénico que tiene una masa molecular de 83 y del que se sabe que cuando se trata una muestra de 0,2080 g con 50 cm^3 de una solución de bromato de potasio 0,02 M en presencia de un exceso de bromuro, el exceso de bromo consume 9,5 cm^3 de solución 0,1 M de tiosulfato de sodio en una valoración iodométrica.

En 9,5 cm^3 de tiosulfato de sodio ($Na_2S_2O_3$) 0,1 M hay $0,0095 \cdot 0,1 = 9,5 \cdot 10^{-4}$ mol $Na_2S_2O_3$
La reacción entre el exceso de bromo y el tiosulfato de sodio da tetrationato de sodio
$Br_2 + 2Na_2S_2O_3 \rightarrow 2NaBr + Na_2S_4O_6$
Por la estequiometría han reaccionado $9,5 \cdot 10^{-4}/2 = 4,75 \cdot 10^{-4}$ mol Br_2
Esa es la cantidad en exceso, comprobamos cuánto Br_2 se ha producido por la reacción anterior de bromato de potasio con exceso de bromuro.
Primero planteamos la reacción
$BrO_3^- + Br^- \rightarrow Br_2$
Vemos que el bromo del bromato se reduce de +5 a 0 y el bromo del bromuro se oxida de -1 a 0.
Ajustamos en medio ácido
Semirreacción de reducción: $2BrO_3^- + 12H^+ + 10e^- \rightarrow Br_2 + 6H_2O$
Semirreacción de oxidación: $2Br^- \rightarrow Br_2 + 2e^-$
Multiplicamos la segunda por 5 y sumamos
$2BrO_3^- + 12H^+ + 10Br^- \rightarrow 6Br_2 + 6H_2O$
Dividimos por 2
$BrO_3^- + 5Br^- + 6H^+ \rightarrow 3Br_2 + 3H_2O$
El número de moles de BrO_3^- es $0,050 \cdot 0,02 = 10^{-3}$ mol BrO_3^-
El número de moles de Br_2 generado es $3 \cdot 10^{-3}$ mol Br_2
El número de moles de Br_2 que reaccionaron con el compuesto etilénico es $3 \cdot 10^{-3} - 4,75 \cdot 10^{-4} = 2,525 \cdot 10^{-3}$ mol Br_2
Como la masa molar del compuesto etilénico es 83 g/mol y se utilizaron 0,2080 g, el número de moles de compuesto etilénico es $0,2080/83 = 2,506 \cdot 10^{-3}$ mol compuesto etilénico
Etilénico quiere decir que tiene dobles enlaces: el Br_2 se adiciona a un doble enlace, por lo que reacciona 1 mol de Br_2 por cada mol 1 dobles enlaces que tenga el compuesto.
Se puede ver que $n(Br_2)/n(compuesto) = 2,525/2,506 = 1,008 \approx 1$
El compuesto etilénico tiene un único doble enlace.

enrique@fiquipedia.es Revisado 17 octubre 2023

Model 2
4. Se introdueix en un eudiòmetre 30 cm^3 d'una mescla d'età i acetilè i 120 cm^3 d'oxigen. Es fa esclatar la mescla amb una guspira elèctrica. Després de condensar-se el vapor d'aigua i tornar els gasos a les condicions inicials queda un residu de 81 cm^3 format per diòxid de carboni i oxigen afegit en excés. Calculeu la composició de la mescla.

Modelo 2
4. Se introduce en un eudiómetro 30 cm^3 de una mezcla etano y acetileno y 120 cm^3 de oxígeno. Se hace estallar la mezcla con una chispa eléctrica. Después de condensarse el vapor de agua y devolver los gases a las condiciones iniciales queda un residuo de 81 cm^3 formado por dióxido de carbono y oxígeno añadido en exceso. Calcular la composición de la mezcla.

Referencias:
http://www.matematicasypoesia.com.es/ProbQuimica/ProbQuiBasPr5.htm
http://www.matematicasypoesia.com.es/ProbQuimica/problema142.htm
(en este enlace además de la composición de la mezcla inicial se calcula también la de la final)

Asumimos que tenemos las masas atómicas C=12, H=1
Formulamos los compuestos y planteamos la reacciones de combustión
Etano, C_2H_6, masa molar 30 g/mol
Acetileno (etino), C_2H_2, masa molar 26 g/mol
$C_2H_6 + 7/2\ O_2 \rightarrow 2CO_2 + 3H_2O$
$C_2H_2 + 5/2\ O_2 \rightarrow 2CO_2 + H_2O$
Como todos los compuestos gaseosos están medidos en las mismas condiciones, la relación entre volúmenes es la misma que entre el número de moles, y podemos interpretar las reacciones como volúmenes expresados en cm^3.
Llamamos x a los cm^3 de etano, y a los cm^3 de acetileno
x+y=30
Los cm^3 obtenidos de CO_2 por la combustión completa (hay oxígeno en exceso) serán 2x+2y
En la combustión se consumen 7/2 x + 5/2 y de oxígeno, por lo que podemos plantear
2x+2y + (120 – 7/2 x – 5/2 y) = 81
2x-3,5x +2y-2,5y=81-120
1,5x+0,5y=39
Resolvemos el sistema de ecuaciones
x+y=30 → y=30-x
1,5x+0,5y=39
1,5x+0,5(30-x)=39
1,5x-0,5x=39-15
x=24 cm^3 de etano
y=6 cm^3 de acetileno

enrique@fiquipedia.es Revisado 16 junio 2016
CC BY

QUÍMICA

1.- b) ¿Cuántos gramos de iodo molecular (diiodo) pueden obtenerse de una disolución de ioduro de potasio sobre la que se hace burbujear el gas obtenido de calentar 4,250 g de dióxido de manganeso tratado con ácido clorhídrico? Indicar las reacciones ajustadas que han tenido lugar.
(1 punto)
DATOS: Masas atómicas: Mn=54,9; O=16,0; I=126,9; Cl=35,5; C=12,0; H=1,0; Ca=40,1
R=8,314 $J \cdot mol^{-1} \cdot ºK^{-1}$

El nombre recomendado en español para I es yodo, aunque RAE admite iodo.
Símbolo kelvin es K, no ºK

Resuelto por Basileia en http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4271#p18458

b) Planteamos las reacciones:
-Dióxido de manganeso con ácido clorhídrico
El manganeso del óxido se reduce (pasa de +4 a +2), el cloruro del HCl se oxida (pasa de -1 a 0).
$MnO_2 + HCl \rightarrow MnCl_2 + H_2O + Cl_2$
El gas obtenido es Cl_2
-Obtención de yodo molecular a partir de iones yoduro en la disolución
SR oxidación: $2I^- \rightarrow I_2 + 2e^-$
SR Reducción: $Cl_2 + 2e^- \rightarrow 2Cl^-$
Global: $2I^- + Cl_2 \rightarrow I_2 + 2Cl^-$
Utilizamos factores de conversión y expresamos resultado con 2 cifras significativas

$$4{,}250\,\cancel{g\,MnO_2}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\,MnO_2}}{54{,}9+2\cdot16\,\cancel{g\,MnO_2}}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\,Cl_2}}{1\,\cancel{mol\,MnO_2}}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\,I_2}}{1\,\cancel{mol\,Cl_2}}\cdot\frac{2\cdot126{,}9\,g\,I_2}{1\,\cancel{mol\,I_2}}=12{,}4\,g\,I_2$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 22 febrero 2018
CC BY SA

EJERCICIO PRÁCTICO. SESIÓN Nº 2. QUÍMICA

1.

Al analizar una muestra de 0,6000 g de un compuesto del 83,33 % de pureza, se obtiene una mezcla de cloruro de sodio y de cloruro de potasio que pesa 0,1180 g. Tratando estos cloruros a continuación con nitrato de plata se obtienen 0,2451 g de cloruro de plata.

a) ¿Cuál es el porcentaje de óxido de sodio y de óxido de potasio en la muestra?

b) Describir razonadamente el proceso gravimétrico empleado.

Masas atómicas expresadas en u:

Cl = 35,45 Na = 23,00 K = 39,10 Ag = 107,87 O = 16,00

Comentario: enunciado da los datos con al menos 4 cifras significativas, por lo que se tiene en cuenta a la hora de dar los resultados.

Comentado por Lupitequi y Jal en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4233&p=27478#p27475

a) Primero utilizamos las reacciones que dan cloruro de plata:

$NaCl + AgNO_3 \rightarrow NaNO_3 + AgCl$

$KCl + AgNO_3 \rightarrow KNO_3 + AgCl$

Masa molar AgCl =107,87+35,45=143,32 g/mol AgCl

Masa molar NaCl =23,00+35,45=58,45 g/mol NaCl

Masa molar KCl =39,10+25,45=74,55 g/mol KCl

Llamamos x=g de NaCl , y=g de KCl

$$x\,\cancel{g\ NaCl}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\ NaCl}}{58{,}45\,\cancel{g\ NaCl}}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\ AgCl}}{1\,\cancel{mol\ NaCl}}\cdot\frac{143{,}32\,g\ AgCl}{1\,\cancel{mol\ AgCl}}=2{,}452\,x\,g\ AgCl$$

$$y\,\cancel{g\ KCl}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\ KCl}}{74{,}55\,\cancel{g\ KCl}}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\ AgCl}}{1\,\cancel{mol\ KCl}}\cdot\frac{143{,}32\,g\ AgCl}{1\,\cancel{mol\ AgCl}}=1{,}922\,g\ AgCl$$

Planteamos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$\begin{matrix}2{,}452\,x+1{,}922\,y=0{,}2451\\ x+y=0{,}1180\end{matrix}$$

2,452x+1,922(0,1180-x)=0,2451

(2,452-1,923)x=0,2451-0,2268

x=(0,2451-0,2268)/(2,452-1,923)=0,03459 g NaCl

y=0,1180-0,03459=0,08341 g KCl

Planteamos las reacciones iniciales que dan los cloruros sabiendo que en el compuesto de partida hay óxidos de sodio y de potasio

$Na_2O + 2HCl \rightarrow 2NaCl + H_2O$

$K_2O + 2HCl \rightarrow 2KCl + H_2O$

Masa molar Na_2O =2·23,00+16,00=62,00 g/mol Na_2O

Masa molar K_2O =2·39,10+16,00=94,20 g/mol K_2O

Llamamos x=g de Na_2O , y=g de K_2O

$$x\ \cancel{g\ Na_2O}\cdot\frac{1\ \cancel{mol\ Na_2O}}{62{,}00\ \cancel{g\ Na_2O}}\cdot\frac{2\ \cancel{mol\ NaCl}}{1\ \cancel{mol\ Na_2O}}\cdot\frac{58{,}45\ g\ NaCl}{1\ \cancel{mol\ NaCl}}=0{,}03459\ g\ NaCl$$

$$1{,}885\ x=0{,}03459\Rightarrow x=\frac{0{,}03459}{1{,}885}=0{,}01835\ g\ Na_2O$$

$$y\ \cancel{g\ K_2O}\cdot\frac{1\ \cancel{mol\ K_2O}}{94{,}20\ \cancel{g\ K_2O}}\cdot\frac{2\ \cancel{mol\ KCl}}{1\ \cancel{mol\ K_2O}}\cdot\frac{74{,}55\ g\ KCl}{1\ \cancel{mol\ KCl}}=0{,}08341\ g\ KCl$$

$$1{,}583\ y=0{,}08341\Rightarrow y=\frac{0{,}08341}{1{,}583}=0{,}05269\ g\ K_2O$$

Enunciado indica “porcentaje de óxido de sodio y de óxido de potasio en la muestra”, por lo que interpretando lo que dice de manera literal no habría que usar la pureza.

$$\%\ Na_2O=\frac{0{,}01835}{0{,}6000}\cdot 100=3{,}058\ \%$$

$$\%\ K_2O=\frac{0{,}05269}{0{,}6}\cdot 100=8{,}782\ \%$$

Si usamos la puerza (calculamos porcentaje sobre el compuesto), que es lo que parece que se pretendía indicar al aportar la pureza como dato:

$$\%\ Na_2O=\frac{0{,}01835}{0{,}6000\cdot 0{,}8333}\cdot 100=3{,}670\ \%$$

$$\%\ K_2O=\frac{0{,}05269}{0{,}6\cdot 0{,}8333}\cdot 100=10{,}54\ \%$$

b) El proceso gravimétrico es un caso de análisis en química analítica.
Al obtener sales a partir de óxidos e indicarse “se obtiene una mezcla de cloruro de sodio y de cloruro de potasio que pesa ...” se trata de un método por precipitación: una vez eliminada el agua se pesaría la cantidad de sales.
Al obtener cloruro de plata se trata de un método por precipitación, ya que AgCl es poco soluble.
Referencia https://es.wikipedia.org/wiki/An%C3%A1lisis_gravim%C3%A9trico

enrique@fiquipedia.es Revisado 14 mayo 2016
CC BY

Prova pràctica: primera part
Escolliu 4 problemes d'entre els 5 següentes:
2. Per determinar la composició d'un bicarbonat de sodi comercial, format per bicarbonat de sodi i carbonat de sodi, junt amb petites quantitats d'aigua i sals amóniques volàtils, es van pesar 0,9985 g de substància que es dissolgueren en aigua i es van acidificar amb àcid sulfúric. El diòxid de carboni liberat s'absorbi amb dissolució d'hidròxid de potassa, havent-se comprovat un augment de pes en l'aparell d'absorció de 0,5003 g. La dissolució sulfúrica es va evaporar a sequetat i el residu, després de calcinat, pesá 0,8632 g. Calculeu le percentage de bicarbonat de sodi i de carbonat de sodi.
Dades: Masses atómiques: C=12 O=16 Na=23 S=32 K=40

2. Para determinar la composición de un bicarbonato de sodio comercial, formado por bicarbonato de sodio y carbonato de sodio, junto con pequeñas cantidades de agua y sales amónicas volátiles, se pesaron 0,9985 g de sustancia que se disolvieron en agua y se acidificaron con ácido sulfúrico. El dióxido de carbono liberado se absorbe con disolución de hidróxido de potasio, habiéndose comprobado un aumento de peso en el aparato de absorción de 0,5003 g. La disolución sulfúrica se evaporó a sequedad y el residuo, después de calcinado, pesó 0,8632 g. Calcule el porcentaje de bicarbonato de sodio y carbonato de sodio.
Datos: Masas atómicas: C=12 O=16 Na=23 S=32 K=40

Referencias:
OLIMPIADA QUÍMICA de Castilla y León 2000-2001, Prueba práctica problema 4
http://www.educa.jcyl.es/crol/es/recursos-educativos/olimpiada-quimica.ficheros/545400-Olimpiadas
PROBLEMAS Y CUESTIONES DE LAS OLIMPIADAS DE QUÍMICA (VOLUMEN 1: ESTEQUIOMETRÍA), Sergio Menargues, Fernando Latre, Amparo Gómez, Solución 8.22

Planteamos y ajustamos las reacciones en las que se produce CO_2, despreciamos las "pequeñas cantidades de sales amónicas volátiles"
$Na_2CO_3 + H_2SO_4 \rightarrow Na_2SO_4 + CO_2\ (g) + H_2O\ (l)$
$2NaHCO_3 + H_2SO_4 \rightarrow Na_2SO_4 + 2CO_2\ (g) + 2H_2O\ (l)$
Llamamos x a los gramos de Na_2CO_3 e y a los gramos de $NaHCO_3$ en 0,9985 g de muestra.
Masa molar (Na_2CO_3)=23·2+12+3·16=106 g/mol Na_2CO_3
Masa molar ($NaHCO_3$)=23+1+12+3·16=84 g/mol $NaHCO_3$
Masa molar (CO_2)=12+2·16=44 g/mol CO_2
El aumento de peso en el aparato de absorción está asociado a la masa de CO_2 producida, y usando la estequiometría podemos plantear una ecuación: $\frac{x}{106}+\frac{y}{84}=\frac{0,5003}{44}$
Al "evaporar a sequedad" el único residuo que queda es Na_2SO_4, y usando la estequiometría podemos plantear una segunda ecuación $\frac{x}{106}+\frac{y}{84}\cdot\frac{1}{2}=\frac{0,8362}{142}$
Resolvemos el sistema: si a la primera restamos la segunda

$$\frac{y}{84\cdot 2}=\frac{0,5003}{44}-\frac{0,8362}{142}\Rightarrow y=84\cdot 2\cdot\left(\frac{0,5003}{44}-\frac{0,8362}{142}\right)=0,9209\,g\,NaHCO_3$$

$$x=106\cdot\left(\frac{0,5003}{44}-\frac{0,9209}{84}\right)=0,04318\,g\,Na_2CO_3$$

Los porcentajes con 4 cifras significativas son 0,9209/0,9985=92,23 % de $NaHCO_3$; 0,04318/0,9985=3,324 % Na_2CO_3 ; (resto 100-92,23-3,324=4,45 %)

A5. Dispossem d'una solució aquosa d'àcid nítric, la composició en massa del qual és 65% en l'àcid. A 75 ºC la pressió de vapor de l'àcid nítric és 71990 Pa i la de l'aigua 38450 Pa.
Calculeu la composició centesimal de la solució i la del vapor.

Disponemos de una solución acuosa de ácido nítrico, de la cual la composición en masa es 65% en el ácido. A 75 ºC la presión de vapor del ácido nítrico es 71990 Pa y la del agua 38450 Pa.
Calcular la composición centesimal de la solución y la del vapor.

Medida de la presión de vapor del agua
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/estadistica/otros/vapor1/vapor1.htm
Medida de la presión de vapor del agua a bajas temperaturas
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/estadistica/otros/vapor/vapor.htm

Calculamos primero la composición centesimal de la disolución; como es una propiedad que no depende de la cantidad, tomamos una cantidad cualquiera: 1 kg de disolución.
Formulamos los compuestos y calculamos sus masas molares
Ácido nítrico: HNO_3, masa molar 1+14+3·16=63 g/mol
Agua H_2O, masa molar 18 g/mol
Los elementos para los que calcular su composición centesimal son H, N y O.
Para calcular la composición centesimal primero tenemos que saber la relación en moles.

$$\%\,masa = \frac{m_{ácido}}{m_{ácido}+m_{agua}} = \frac{n_{ácido}\cdot M_{ácido}}{n_{ácido}\cdot M_{ácido}+n_{agua}\cdot M_{agua}} = \frac{M_{ácido}}{M_{ácido}+\frac{n_{agua}}{n_{ácido}}M_{agua}}$$

$$0,65 = \frac{63}{63+\frac{n_{agua}}{n_{ácido}}18} \Rightarrow \frac{n_{agua}}{n_{ácido}} = \frac{\frac{63}{0,65}-63}{18} = 1,885 \Rightarrow n_{agua} = 1,885\, n_{ácido}$$

Si tomamos 1 kg:

$$1000 = n_{ácido}\cdot M_{ácido}+n_{agua}\cdot M_{agua} = n_{ácido}\cdot 63+1,885\cdot n_{ácido}\cdot 18 = 96,93\, n_{ácido}$$

$$n_{ácido} = \frac{1000}{96,93} = 10,32\ mol\ HNO_3$$

$$n_{agua} = 1,885\cdot 10,32 = 19,45\ mol\ H_2O$$

$$\%\,H = \frac{m_H}{m_{total}} = \frac{m_{H\ en\ HNO3}+m_{H\ en\ H2O}}{1000} = \frac{10,32\cdot 1+19,45\cdot 2}{1000} = 0,049 = 4,9\%$$

$$\%\,N = \frac{m_N}{m_{total}} = \frac{m_{N\ en\ HNO3}}{1000} = \frac{10,32\cdot 14}{1000} = 0,144 = 14,4\%$$

$$\%\,O = \frac{m_O}{m_{total}} = \frac{m_{O\ en\ HNO3}+m_{O\ en\ H2O}}{1000} = \frac{10,32\cdot 3\cdot 16+19,45\cdot 16}{1000} = 0,807 = 80,7\%$$

Los tres suman 100 % (también podríamos haber calculado 2 y el tercero como resto hasta 100)

Calculamos la composición centesimal del vapor; como es una propiedad que no depende de la cantidad, tomamos una cantidad cualquiera: 1 L de vapor.
Tenemos que saber la cantidad de moles gaseosos de cada uno de los vapores.

Los datos proporcionados de presión de vapor no se indica explícitamente si son los datos de presión de vapor de sustancias puras o los asociados a la concentración de la disolución (no sabemos si había datos adicionales al final del enunciado). Se aportan referencias al final de datos de presiones de vapor y se plantea la resolución de esta segunda parte del problema de ambas maneras:

a. Asumiendo que los datos del enunciado están asociados a presión de vapor de la mezcla, no son las de las sustancias puras.

Con las referencias al final podría interpretarse que los datos de enunciado son presiones de vapor de sustancias la mezcla, ya que aunque no se tienen valores exactos en algunos casos los valores para sustancias puras son en general algo superiores a los dados en el enunciado.

Para una mezcla de gases % en volumen = % en presión = % en mol (fracción molar en %)
La presión total es la suma de presiones parciales:

$$P_{total} = 71990 + 38450 = 110440\ Pa$$

$$\chi_{vapor\ ácido} = \frac{71990}{110400} = 0{,}65 \qquad \chi_{vapor\ agua} = \frac{38450}{110400} = 0{,}35$$ También lo podemos obtener restando respecto 1.

Si la presión total son 110440 Pa, aplicando la ley de gases ideales

$$n_{total} = \frac{P_{total} \cdot V_{total}}{R\,T} = \frac{\frac{110400}{101325} \cdot 1}{0{,}082 \cdot (273+75)} = 0{,}0382\ mol\ vapores\ gas\ en\ 1\ L$$

$$n_{vapor\ ácido} = 0{,}0382 \cdot 0{,}65 = 0{,}02483\ mol_{vapor\ ácido}$$

$$n_{vapor\ agua} = 0{,}0382 \cdot 0{,}35 = 0{,}01337\ mol_{vapor\ agua}$$

$$m_{total} = n_{vapor\ ácido} M_{ácido} + n_{vapor\ agua} M_{agua} = 0{,}02483 \cdot 63 + 0{,}01337 \cdot 18 = 1{,}80495\ g\ vapores\ gas$$

$$\%\,H_{vapor} = \frac{m_{H\ vapor}}{m_{total}} = \frac{m_{H\ en\ vapor\ HNO3} + m_{H\ en\ vapor\ H2O}}{1{,}80495} = \frac{0{,}02483 \cdot 1 + 0{,}01337 \cdot 2}{1{,}80495}$$

$$\%\,H_{vapor} = \frac{0{,}05157}{1{,}80495} = 0{,}0286 = 2{,}86\,\%$$

$$\%\,N_{vapor} = \frac{m_{H\ vapor}}{m_{total}} = \frac{m_{N\ en\ vapor\ HNO3}}{1{,}80495} = \frac{0{,}02483 \cdot 14}{1{,}80495} = 0{,}1926 = 19{,}26\,\%$$

$$\%\,O_{vapor} = \frac{m_{O\ vapor}}{m_{total}} = \frac{m_{O\ en\ vapor\ HNO3} + m_{O\ en\ vapor\ H2O}}{1{,}80495} = \frac{0{,}02483 \cdot 3 \cdot 16 + 0{,}01337 \cdot 16}{1{,}80495}$$

$$\%\,O_{vapor} = \frac{1{,}40576}{1{,}80495} = 0{,}7788 = 77{,}88\,\%$$

Los tres suman 100 % (también podríamos haber calculado 2 y el tercero como resto hasta 100)

b. Asumiendo que los datos del enunciado están asociados a presión de vapor de sustancias puras.

En este caso es necesario asumir Raoult $P_{total} = P_{ácido} \cdot \chi_{ácido} + P_{agua} \cdot \chi_{agua}$, y necesitamos usar las las fracciones molares de la disolución. La ley de Raoult aplica a disoluciones ideales, muy diluidas, y se puede plantear que con una composición del 65 % en masa no es muy diluida y esta opción parece menos realista.

Reutilizando los cálculos asociados a la disolución para 1 kg, $n_{ácido}$=10,32 mol HNO_3 y n_{agua}=19,45 mol H_2O. El número de moles totales en la disolución es 10,32+19,45=29,77 mol.

$$\chi_{ácido}=\frac{10,32}{29,77}=0,347 \Rightarrow P_{ácido}=71890\cdot 0,347=24946\ Pa$$
$$\chi_{agua}=\frac{19,45}{29,77}=0,653 \Rightarrow P_{agua}=38450\cdot 0,653=25108\ Pa$$

P_{total} =24946+25108=50054 Pa

Teniendo las presiones parciales de cada vapor podemos calcular el número de moles en el vapor y la composición centesimal de manera similar a lo realizado en el caso A, tomando 1 L de vapor (el dato de 1 kg anterior lo hemos usado para calcular la fracción molar de la disolución)
Si la presión total son 50054 Pa, aplicando la ley de gases ideales

$$n_{total}=\frac{P_{total}\cdot V_{total}}{RT}=\frac{\frac{50054}{101325}\cdot 1}{0,082\cdot(273+75)}=0,0173\ mol\ vapores\ gas\ en\ 1\ L$$
$$n_{vapor\ ácido}=0,0173\cdot 0,347=0,00600\ mol_{vapor\ ácido}$$
$$n_{vapor\ agua}=0,0172\cdot 0,653=0,01130\ mol_{vapor\ agua}$$
$$m_{total}=n_{vapor\ ácido}M_{ácido}+n_{vapor\ agua}M_{agua}=0,00600\cdot 63+0,01130\cdot 18=0,5814\ g\ vapores\ gas$$
$$\%H_{vapor}=\frac{m_{H\ vapor}}{m_{total}}=\frac{m_{H\ en\ vapor\ HNO3}+m_{H\ en\ vapor\ H2O}}{0,5815}=\frac{0,00600\cdot 1+0,01130\cdot 2}{0,5815}$$
$$\%H_{vapor}=\frac{0,0286}{0,5815}=0,0492=4,92\%$$
$$\%N_{vapor}=\frac{m_{H\ vapor}}{m_{total}}=\frac{m_{N\ en\ vapor\ HNO3}}{0,5815}=\frac{0,00600\cdot 14}{0,5815}=0,1445=14,45\%$$
$$\%O_{vapor}=\frac{m_{O\ vapor}}{m_{total}}=\frac{m_{O\ en\ vapor\ HNO3}+m_{O\ en\ vapor\ H2O}}{0,5815}=\frac{0,00600\cdot 3\cdot 16+0,01130\cdot 16}{0,5815}$$
$$\%O_{vapor}=\frac{0,4688}{0,5815}=0,8062=80,62\%$$

Los tres suman 100 % (también podríamos haber calculado 2 y el tercero como resto hasta 100)

Referencias datos de presión de vapor

Para agua enunciado indica 38450 Pa

- Ecuación de Antoine https://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n_de_Antoine con A=8,07131 ; B=1730, 63 ; C =233,426 para agua pura a 75 ºC
$$10^{\left(8,07131-\frac{1730,63}{233,426+75}\right)}\cdot\frac{101325}{760}=38463,2\ Pa$$
- http://ddbonline.ddbst.de/AntoineCalculation/AntoineCalculationCGI.exe Para agua pura a 75 ºC indica presión de vapor 38,4632 kPa
- http://www.vaxasoftware.com/doc_edu/qui/pvh2o.pdf Para agua pura a 75 ºC indica 385,95 hPa

Para ácido nítrico enunciado indica 71990 Pa

- Química física; Peter Atkins , Julio de Paula; Editorial Oxford University Press, ISBN 978-950-06-1248-7, problema 4.8 indica "La presión de vapor, p, del ácido nítrico varía con la temperatura de la siguiente manera: y da dato para 70 ºC de 62,3 kPa y para 80 ºC de 89,3 kPa". Para ácido ácido nítrico puro a 75 ºC: la presión de vapor es aproximadamente (62,3+89,3)/2=75,8 kPa
- PHYSICAL PROPERTIES OF CONCENTRATED NITRIC ACID, NATIONAL ADVISORY COMMITTEE FOR AERONAUTICS, TECHNICAL NOTE 2970, June 1953 https://ntrs.nasa.gov/api/citations/19930083628/downloads/19930083628.pdf para 158 ºF (70 ºC) indica 467 mmHg y para 176 ºF (80 ºC) e indica 670 mmHg, por lo que para ácido ácido nítrico puro a 75 ºC: la presión de vapor es aproximadamente (467+670)/2=568,5

mmHg = 75,794 kPa

TABLE II

VAPOR PRESSURE OF NITRIC ACID[a]

Temperature, °F	Vapor pressure, mm of Hg, of - 100 percent HNO_3 (b)	90 percent HNO_3 (c)	Temperature, °C
32	14.4	5.5	0
50	26.6	11	10
68	47.9	20	20
86	81.3	37.3	30
104	133	64.4	40
122	208	107	50
158	[d]467	242	70
176	[d]670	354	80
194	[d]937	504	90
212	[d]1,282	710	100

[a]Order of 50 to 100 percent relative vapor volume.
[b]Data taken from reference 28.
[c]Data taken from reference 22.
[d]Extrapolated values.

NACA

- Vapor Pressure of Aqueous Solutions of Nitric Acid, Guy B. Taylor, Ind. Eng. Chem. 1925, 17, 6, 633–635 https://sci-hub.se/https://pubs.acs.org/doi/pdf/10.1021/ie50186a037
Para ácido nítrico puro indica 460 mmHg = 71994 Pa **(virtualmente idéntico al enunciado)** y también da datos para una disolución al 65% en masa que son muy distintos al enunciado y que son similares a los obtenidos: para el ácido 35 mmHg=4666 Pa frente a 24966 Pa obtenidos en planteamiento b y para el agua 86 mmHg = 11466 Pa frente a 25108 Pa.

Vapor Pressure of Nitric Acid Solutions in Millimeters Mercury

°C.	20% HNO_3	20% H_2O	20% Total	25% HNO_3	25% H_2O	25% Total	30% HNO_3	30% H_2O	30% Total	35% HNO_3	35% H_2O	35% Total
0	...	4.1	4.1	...	3.8	3.8	...	3.6	3.6	...	3.3	3.3
5	...	5.7	5.7	...	5.4	5.4	...	5.0	5.0	...	4.6	4.6
10	...	8.0	8.0	...	7.6	7.6	...	7.1	7.1	...	6.5	6.5
15	...	10.9	10.9	...	10.3	10.3	...	9.7	9.7	...	8.9	8.9
20	...	15.2	15.2	...	14.2	14.2	...	13.2	13.2	...	12.0	12.0
25	...	20.6	20.6	...	19.2	19.2	...	17.8	17.8	...	16.2	16.2
30	...	27.6	27.6	...	25.7	25.7	...	23.8	23.8	0.09	21.7	21.8
35	...	36.5	36.5	...	33.8	33.8	...	31.1	31.1	0.13	28.3	28.4
40	...	47.5	47.5	...	44	44	0.11	41	41	0.20	37.7	38
45	...	62	62	0.09	57.5	57.5	0.17	53	53	0.28	48	48
50	...	80	80	0.13	75	75	0.25	69	69	0.42	63	63
55	0.09	100	100	0.18	94	94	0.35	87	87	0.59	79	80
60	0.13	128	128	0.28	121	121	0.51	113	114	0.85	102	103
65	0.19	162	162	0.40	151	151	0.71	140	141	1.18	127	128
70	0.27	200	200	0.54	187	188	1.00	174	175	1.63	159	161
75	0.38	250	250	0.77	234	235	1.38	217	218	2.26	198	200
80	0.53	307	308	1.05	287	288	1.87	267	269	3.07	243	246
85	0.74	378	379	1.44	352	353	2.53	325	328	4.15	297	301
90	1.01	458	459	1.95	426	428	3.38	393	396	5.50	359	365
95	1.37	555	556	2.62	517	520	4.53	478	483	7.32	436	443
100	1.87	675	677	3.50	628	632	6.05	580	586	9.7	536	540
105	2.50	800	803	4.65	745	750	7.90	690	698	12.7	631	644
110										16.5	755	772

°C.	40% HNO_3	40% H_2O	40% Total	45% HNO_3	45% H_2O	45% Total	50% HNO_3	50% H_2O	50% Total	55% HNO_3	55% H_2O	55% Total	60% HNO_3	60% H_2O	60% Total
0	...	3.0	3.0	...	2.6	2.6	...	2.1	2.1	...	1.8	1.8	0.19	1.5	1.7
5	...	4.2	4.2	...	3.6	3.6	...	3.0	3.0	0.14	2.5	2.6	0.28	2.1	2.4
10	...	5.8	5.8	...	5.0	5.0	0.12	4.2	4.3	0.21	3.5	3.7	0.41	3.0	3.4
15	...	8.0	8.0	0.10	6.9	7.0	0.18	5.8	5.8	0.31	4.9	5.2	0.59	4.1	4.7
20	...	10.8	10.8	0.15	9.4	9.5	0.27	7.9	8.2	0.45	6.7	7.2	0.84	5.6	6.4
25	0.12	14.6	14.7	0.23	12.7	13.0	0.39	10.7	11.1	0.66	9.1	9.8	1.21	7.7	8.9
30	0.17	19.5	19.7	0.33	16.9	17.2	0.56	14.4	15.0	0.93	12.2	13.1	1.66	10.3	12.0
35	0.25	25.5	25.7	0.48	22.3	22.8	0.80	19.0	19.8	1.30	16.1	17.4	2.28	13.6	15.9
40	0.36	33.5	34.0	0.68	29.3	30	1.13	25.0	26.1	1.82	21.3	23.1	3.10	18.1	21.2
45	0.52	43	44	0.96	38.0	39	1.57	32.5	34	2.50	28	30.5	4.20	23.7	28
50	0.75	56	57	1.35	49.5	51	2.18	42.5	45	3.41	36.3	39.7	5.68	31.0	37
55	1.04	71	72	1.83	62.5	64	2.95	54	57	4.54	46.0	51	7.45	39	46
60	1.48	90	92	2.54	80	83	4.05	70	74	6.15	60	66	9.9	51	61
65	2.05	114	116	3.47	100	103	5.46	88	93	8.18	76	84	13.0	64	77
70	2.80	143	146	4.65	126	131	7.25	110	117	10.7	95	106	16.8	81	98
75	3.80	178	182	6.20	158	164	9.6	138	148	13.9	120	134	21.8	102	124
80	5.10	218	223	8.15	195	203	12.5	170	182	18.0	148	166	27.5	126	154
85	6.83	268	275	10.7	240	251	16.3	211	227	23.0	182	205	34.8	156	191
90	9.0	325	334	13.7	292	306	20.9	258	279	29.4	223	252	43.7	192	236
95	11.7	394	406	17.8	355	373	26.8	315	342	37.3	272	309	55.0	233	288
100	15.5	480	495	23.0	430	453	34.2	383	417	47	331	378	69.5	285	354
105	20.0	573	593	29.2	520	549	43.0	463	506	58.5	400	459	84.5	345	430
110	25.7	688	714	37.0	625	662	54.5	560	615	73	485	558	103	417	520
115	32.5	810	843	46	740	786	67	665	732	90	575	665	126	495	621
120							84	785	869	110	685	795	156	590	746
125													187	700	887

°C.	65% HNO_3	65% H_2O	65% Total	70% HNO_3	70% H_2O	70% Total	80% HNO_3	80% H_2O	80% Total	90% HNO_3	90% H_2O	90% Total	100% HNO_3
0	0.41	1.3	1.7	0.79	1.1	1.9	2	...	2	5.5	...	6	11
5	0.60	1.8	2.4	1.12	1.6	2.7	3	...	3	8	...	8	15
10	0.86	2.6	3.5	1.58	2.2	3.8	4	1.2	5	11	...	11	22
15	1.21	3.5	4.7	2.18	3.0	5.2	6	1.7	8	15	...	15	30
20	1.68	4.9	6.6	3.00	4.1	7.1	8	2.4	11	20	...	20	42
25	2.32	6.6	8.9	4.10	5.5	9.6	10.5	3.2	14	27	1	28	57
30	3.17	8.8	12.0	5.50	7.4	12.9	14	4	18	36	1.3	37	77
35	4.26	11.6	15.9	7.30	9.8	17.1	18.5	5.5	24	47	1.8	49	102
40	5.70	15.5	21.2	9.65	12.8	22.5	24.5	7	32	62	2.4	64	133
45	7.55	20.0	27.6	12.6	16.7	29.3	32	9.5	42	80	3	83	170
50	10.0	26.0	36	16.5	21.8	38.3	41	12	53	103	4	107	215
55	12.8	33.0	46	21.0	27.3	48	52	15	67	127	5	132	262
60	16.8	43.0	60	27.1	35.3	62	67	20	87	157	6.5	163	320
65	21.7	54.5	76	34.5	44.5	79	85	25	110	192	8	200	385
70	27.5	68	96	43.3	56	99	106	31	137	232	10	242	460
75	35.0	86	121	54.5	70	124	130	38	168	282	13	295	540
80	43.5	106	150	67.5	86	154	158	48	206	338	16	354	625
85	54.5	131	186	83	107	190	192	60	252	405	20	425	720
90	67.5	160	228	103	130	233	230	73	303	480	24	504	820
95	83.5	195	279	125	158	283	278	89	367	570	29	599	
100	103	238	341	152	192	344	330	108	438	675	35	710	
105	124	288	412	183	231	414	392	129	521	790	42	832	
110	152	345	497	221	270	491	465	155	620				
115	181	410	591	262	330	592	545	185	730				
120	218	490	708	312	393	705	640	219	859				
125	260	580	840	372	469	841							

enrique@fiquipedia.es Revisado 5 diciembre 2015

Este problema aparecía inicialmente asociado a 1996, pero parece no ser de ese año, y se asocia a 1994, pero tampoco es de ese año.

PROBLEMA X2 (se desconoce el número). - En un recipiente de 22,4 litros de volumen, herméticamente cerrado, y a una temperatura de 0 ºC, se introduce un mol de MH_2, que es una sustancia sólida. M, es un metal del grupo IIA del Sistema Periódico, y un isótopo de M, de vida media 20 días, del que está formado el compuesto MH_2, se desintegra, mediante una emisión alfa, dando un compuesto X que no es radiactivo.
Calcular la presión en el interior de la vasija al cabo de 40 días.

>El uso de grupo IIA no está recomendado por IUPAC; es el grupo 2
Al desintegrarse el isótopo M dando lugar a otro compuesto, pueden ocurrir varias cosas:
1-Se liberan partículas alfa que son núcleos de Helio que acabarán capturando electrones y formando gas Helio que contribuirá a la presión
2-Se forma un nuevo elemento Y que tiene el valor de Z dos unidades inferior al elemento M, y ese elemento puede combinarse de otra manera con los átomos de H, llegando a liberar átomos de H que se combinarán formando H_2, lo que también contribuirá a la presión.
3-El nuevo elemento Y, por sí solo o combinado con otros átomos en el compuesto X, puede ser a su vez gas y contribuir a la presión.
Como M está en el grupo 2 y su Z disminuye en 2 unidades, pasará a ser un gas noble del periodo anterior. Esto descarta la opción 2 y confirma la opción 3.
El resumen es que tras la desintegración, se forma helio, un gas noble y se libera H_2, y los tres contribuyen a la presión.
>Tras ver esto es un poco confuso que enunciado indique "compuesto X" cuando no hay ningún compuesto y "el compuesto X" es un nuevo elemento gas en forma monoatómica.
>Se puede pensar que como se indica emisión alfa, y esa emisión la realizan solamente los elementos muy pesados, con Z y A elevada, en el grupo 2 podemos limitarlo al Radio. Se puede comprobar en http://www.ptable.com/#Isotope que para el resto de elementos del grupo 2 distintos al Radio hay isótopos pero su radiación no es alfa. Los isótopos que emiten radiación alfa son $^{223}_{88}Ra$, $^{224}_{88}Ra$ y $^{226}_{88}Ra$. El Ra-224 tiene un periodo de semidesintegración de 11,3 días, y su vida promedio sería de 16,3 días, relativamente próxima al dato del enunciado. El Radio tras la emisión alfa pasará a Radón, pero el Radón solamente tiene dos isótopos y ambos son radiactivos, y enunciado dice que "compuesto X no es radiactivo"; parece que el problema no es consistente con datos reales y hay que entenderlo como algo genérico (indican "M" sin indicar símbolo), y aplicar simplemente que pasa a gas noble.

Contemplando que en la desintegración las partículas alfa liberadas pasan a Helio y además se libera hidrógeno gas.
MH_2 (s) → $^4_2\alpha^{2+}$ + X^{2-} (no radiactivo) + H_2 → ^4_2He + X + H_2
N_0= 1 mol M = $6{,}022\cdot10^{23}$ átomos radiactivos.
Se indica "vida media", tomamos como vida promedio $\tau=1/\lambda=20$ días; $\lambda=1/20=0{,}05$ días^{-1}
El número de núcleos radiactivos que quedan a los 40 días

$$N(40\,días)=N_0\cdot e^{-\lambda t}=6{,}022\cdot10^{23}\cdot e^{-0{,}05\cdot40}=6{,}022\cdot10^{23}\cdot e^{-2}$$

Nº de núcleos de He formados = N_0-N(40 días)=$6{,}022\cdot10^{23}\cdot(1-e^{-2})$
Aplicando la ley de los gases ideales (tendremos tantos moles de He formados como moles del gas noble y de H_2), y despreciando el volumen del sólido, por lo que los 22,4 L asumimos de gas:

$$PV=nRT \rightarrow \quad P(40\,días)=\frac{nRT}{V}=\frac{3\cdot\frac{\cancel{6{,}022\cdot10^{23}}\cdot(1-e^{-2})}{\cancel{6{,}022\cdot10^{23}}}0{,}082\cdot273}{22{,}4}=2{,}592\,atm$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 6 mayo 2025

PROBLEMAS DE QUÍMICA

1.- Se inflaman en un eudiómetro 95 cc de una mezcla de monóxido de carbono, dióxido de carbono y acetileno, con 150 cc de oxígeno. Después de la condensación, el volumen resultante es de 175 cc que, con 200 cc de hidrógeno, se vuelven a inflamar, dejando esta vez un residuo gaeoso de 225 cc. Calcular el volumen de cada gas en la mezcla inicial.

Un eudiómetro mide volúmenes https://es.wikipedia.org/wiki/Eudi%C3%B3metro
Llamamos x al volumen inicial de de CO, y al volumen inicial de CO_2 y z al volumen inicial C_2H_2, todos ellos en cm^3.
Tenemos 3 incógnitas y tenemos que plantear 3 ecuaciones.
x+y+z=95 [1]
En la mezcla inicial se produce combustión del CO y el acetileno (etino)
Asumimos que en este caso el O_2 está en exceso.
$CO + ½ O_2 \rightarrow CO_2$; se producen x cm^3 de CO_2, se consumen x/2 cm^3 de O_2
$C_2H_2 + 5/2 O_2 \rightarrow 2CO_2 + H_2O$ (l); se producen 2z cm^3 de CO_2, se consumen (5/2)z cm^3 de CO_2
Tras la primera combustión el volumen es de CO_2 y de O_2
x+y+2z+(150-x/2-(5/2)z)=175 [2]
El hidrógeno añadido sufre combustión
$H_2 + ½ O_2 \rightarrow H_2O$;
Asumimos que el limitante en este caso es O_2 y sobra H_2, que forma parte del volumen final.
Sobra 200 – 2·(150-x/2-(5/2)z) cm^3 de H_2
x+y+2z+200-2·(150-x/2-(5/2)z)=225 [3]
Resolviendo el sitema
x+y+z=95 [1]
x+2y-z=50 [2']
2x+y+7z=325 [3']
Resolviendo el sistema:
x=50 cm^3 de CO
y=15 cm^3 de CO_2
z=30 cm^3 de C_2H_2

enrique@fiquipedia.es Revisado 6 mayo 2025
CC BY SA

PROBLEMAS DE QUÍMICA

3.- Una mezcla de hidróxidos de litio, potasio y bario pesa 0,5000 g y requiere para neutralizarse 25,43 mL de un ácido 0,5000 N. El mismo peso de muestra da con dióxido de carbono un precipitado de carbonato de bario que requiere 5,27 mL del ácido citado para su neutralización. Determínese los pesos de los tres hidróxidos en la mezcla inicial.
DATOS: Masas atómicas relativas
Li =6,94; K= 39,1; Ba = 137,34; O = 16; H=1

Llamamos x a la masa de LiOH, y a la masa de KOH y z a la masa de $Ba(OH)_2$
Masa molar LiOH = 6,94+16+1=23,94 g/mol LiOH
Masa molar KOH = 39,1+16+1=46,1 g/mol KOH
Masa molar $Ba(OH)_2$ = 137,34+2·(16+1)=171,34 g/mol $Ba(OH)_2$
Tenemos 3 incógnitas y necesitamos 3 ecuaciones
x+y+z=0,5 [1]
Con la primera neutralización tenemos 0,02543·0,5=0,012715 mol H^+ y podemos plantear que se neutraliza con los tres hidróxidos
0,012715=x/23,94+y/46,1+2z/171,34 [2]
Con la segunda neutralización tenemos 0,00527·0,5=0,002635 mol H^+ y podemos plantear que se neutraliza con el carbonato que es el mismo número de moles que de hidróxido de bario, pero que requiere $2H^+$ para su neutralización.
0,002635= 2·z/171,34 [3]
A partir de [3]
z=0,002635·171,34/2=**0,2257 g $Ba(OH)_2$**
Sustituyendo en [1] y [2]
x+y=0,5-0,2257 → x+y=0,2743 [1']
0,012715·23,94·46,1=46,1x+23,94y+2·0,2257·23,94·46,1/171,34
14,0327=46,1x+23,94y+2,9076
46,1x+23,94y=11,1251 [2']
[2']-23,94[1'] → (46,1-23,94)x=11,1251-23,94·0,2743→ x=4,5584/22,16= **0,2057 g LiOH**
y=0,5-0,2257- 0,2057=**0,0686 g KOH**

PROBLEMAS DE QUÍMICA

3. Una fábrica, utiliza diariamente para el proceso de contacto, 20 toneladas de ácido sulfúrico con un 20% de SO_3. La pirita utilizada contiene un 4% de impurezas fijas no sulfuradas y tiene después de la combustión un 1% de azufre en forma de pirita no quemada. El rendimiento de la catálisis es del 94%.

a) ¿Cuál es la proporción de FeS_2 efectivamente quemada?

b) ¿Cuál es el consumo diario de piritas?

c) ¿Qué volumen mínimo de aire es necesario para enviar al horno por kilogramo de pirita para obtener una mezcla gaseosa lo bastante rica en oxígeno para permitir posteriormente la oxidación total del SO_2?

Datos: Masas atómicas: Fe=55,65; S=32; O=16

Composición del aire O=21%; N=79%

Tomamos R=0,082 atm·L·K^{-1}·mol^{-1} que no es dato. No se da valor de temperatura ni presión, tomamos 400 ºC y 1,5 atm asociadas al proceso industrial (mayor presión que la atmosférica desplaza la reacción de obtención de obtención de SO_3 hacia productos por Le Châtelier)

Referencias

https://es.wikipedia.org/wiki/Proceso_de_contacto

a) Planteamos la reacción de combustión de la pirita

$2FeS_2 + 11/2O_2 \rightarrow Fe_2O_3 + 4SO_2$

Después de la combustión el azufre inicial pasa a estar en pirita no quemada y en SO_2

Masa molar(FeS_2)=55,65+32·2=119,65 g/mol FeS_2

Masa molar(Fe_2O_3)=2·55,65+16·3=149,3 g/mol Fe_2O_3

Masa molar(SO_2)=32+16·2=64 g/mol SO_2

Masa molar(SO_3)=32+16·3=80 g/mol SO_3

Como se pide una proporción, da igual la cantidad: asumimos 100 g de pirita impura.

Al tener un 4% de impurezas, tenemos 96 g de pirita pura.

Eso suponen 96/119,65=0,8023 mol FeS_2

Eso suponen 2·0,8023=1,6046 mol S

Como no se ha quemado el 1% de ese azufre, eso supone 0,01·1,6046·32=0,0160 mol S que suponen 0,0160·32=0,5135 g de S no quemado.

Como se indica que el S no quemado está en forma de pirita no quemada, supone

$$0{,}5135\,\cancel{g\,S}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\,S}}{32\,\cancel{g\,S}}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\,FeS_2}}{2\,\cancel{mol\,S}}\cdot\frac{119{,}65\,g\,FeS_2}{1\,\cancel{mol\,FeS_2}}=0{,}9600\,g\,FeS_2$$

La cantidad de FeS_2 quemado es 96,00-0,96=0,9504 g

La proporción pedida respecto a la masa de pirita impura inicial es 95,04%

Respecto a la pirita pura inicial sería 95,04/96=99%, que era dato.

b) El SO_2 reacciona con oxígeno para dar SO_3: etapa de contacto con catalizador pentaóxido de vanadio.

$2SO_2 + O_2 \rightleftarrows 2SO_3$

La cantidad de SO_3, el 20% de 20000 kg, es de 4000 kg, lo que suponen

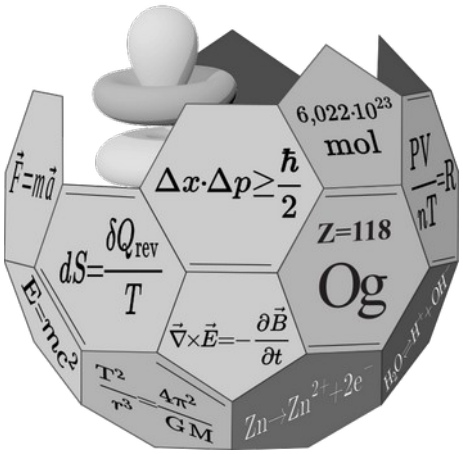
4000/80= 50 kmol SO_3

Si la obtención catalítica de SO_3 tiene un rendimiento del 94%, se han partido de

50/0,94=53,19 kmol SO_2

Utilizando la estequiometría de la reacción de combusión de la pirita, tendremos

53,19/2=26,60 kmol FeS_2
Con la masa molar de la pirita calculamos la cantidad pura que se ha quemado
26,60·119,65=3182,7 kg FeS_2
Como hay un 1% de pirita pura que no se quema y además la pirita de partida tiene un 4% de impurezas, el consumo diario de piritas es mayor. Reutilizamos el % calculado en apartado a
3182,7/0,9504=3348,8 kg FeS_2 impura
c) Calculamos el oxígeno asociado a la combustión y a la etapa de contacto.
Para 1000 g de pirita impura, al tener un 4% de impurezas, tenemos 960 g de pirita pura.
Eso suponen 960/119,65=8,0234 mol FeS_2
Utilizando la estequiometría de la reacción de combusión de la pirita, tendremos
8,0234·(11/4)=22,0644 mol O_2
Para la etapa de contacto se consume 1 mol O_2 por cada 2 de SO_2, y en la combustión se obtienen 2 moles de SO_2 por cada mol de FeS_2, por lo que se consumen 8,0234 mol O_2
En total se necesitan 22,0644+8,0234=30,0878 mol O_2
Eso suponen V=nRT/P= 30,0878·0,082·(273+400)/1,5=$1,107\cdot10^3$ L O_2/kg pirita
Como el aire tiene un 21% de O2, se necesitarán $1,107\cdot10^3$/0,21=$5,271\cdot10^3$ L aire/kg pirita



Problemas resueltos oposiciones Física y Química

Recopilación realizada 4 septiembre 2025

Termoquímica

enrique@fiquipedia.es

CC BY SA

PROBLEMA 1 (1,25 puntos) Un recipiente metálico contiene 49 L de acetileno a 1 atm y 25 ºC. Si se produce su combustión en condiciones adiabáticas, en presencia de la cantidad estequiométrica de aire y a presión constante, ¿se podrá fundir un trozo de hierro?

Datos a 25 ºC y 1 atm:

Sustancia (g)	ΔH^o_f [kcal·mol^{-1}]	C_p [cal·mol^{-1}·ºC^{-1}]
Acetileno	+54,4	10,5
Agua	-57,8	8,1
Dióxido de carbono	-94,1	8,9
Oxígeno	-	7,1
Nitrógeno	-	7,0
$T_{fusión\ Fe}$	1538 ºC	
Constante de los gases R	0,082 atm·L·K^{-1}·mol^{-1}	

Composición del aire: 80 % nitrógeno y 20 % oxígeno.

Planteamos la reacción de combustión de acetileno (etino)

$C_2H_2 + 5/2O_2 \rightarrow 2CO_2 + H_2O$

Calculamos la entalpía de combustión

$$\Delta H^o_c = 2\Delta H^o_f(CO_2) + \Delta H^o_f(H_2O) - [\Delta H^o_f(C_2H_2) + \frac{5}{2}\Delta H^o_f(O_2)]$$

$$\Delta H^o_c = 2(-94,1) - 57,8 - [54,4+0] = -300,4\ kcal/mol\ C_2H_2$$

Calculamos la energía que libera la combustión de la cantidad de acetileno indicada

$n(C_2H_2)=PV/RT=1\cdot 49/(0,082\cdot(273+25))=2$ mol C_2H_2

$$2\ \cancel{mol\ C_2H_2}\cdot\frac{-300,4\ kcal}{1\ \cancel{mol\ C_2H_2}} = -600,8\ kcal$$

Calculamos ahora la cantidad de gases que se deben calentar

Asociado al oxígeno consumido hay cierta cantidad de nitrógeno

$$2\ \cancel{mol\ C_2H_2}\cdot\frac{5/2\ \cancel{mol\ O_2}}{1\ \cancel{mol\ C_2H_2}}\cdot\frac{80\ mol\ N_2}{20\ \cancel{mol\ O_2}} = 20\ mol\ N_2$$

Asociado a productos

$$2\ \cancel{mol\ C_2H_2}\cdot\frac{2\ mol\ CO_2}{1\ \cancel{mol\ C_2H_2}} = 4\ mol\ CO_2 \quad 2\ \cancel{mol\ C_2H_2}\cdot\frac{1\ mol\ H_2O}{1\ \cancel{mol\ C_2H_2}} = 2\ mol\ H_2O$$

El proceso se produce a presión constante y en condiciones adiabáticas: todo el calor liberado se para calentar los gases anteriores (no los reactivos, por lo que sus datos de Cp no se usan

$$Q_p = n\cdot C_p\cdot\Delta T$$

$$600,8\cdot 10^3 = (20\cdot 7,0 + 4\cdot 8,9 + 2\cdot 8,1)\cdot(T_{final} - 25)$$

$$T_{final} = 25 + \frac{600,8\cdot 10^3}{(20\cdot 7,0 + 4\cdot 8,9 + 2\cdot 8,1)} = 3157\ ºC$$

Como la temperatura final es mayor que la del hierro la respuesta esperada es que sí se podría fundir un trozo de hierro (habría que conocer realmente la temperatura inicial del trozo de hierro y su masa)

5. (Accesos 1, 2 y 3) En la reacción I_2 (s) + Br_2 (g) ⇄ 2 IBr (g), el valor de Kp a 25 ºC es 0,164. En la tabla adjunta, se indican las ΔH^o_f de reactivos y productos a 25ºC y las capacidades caloríficas molares a presión constante, considerando estas últimas, constantes en el intervalo de temperaturas comprendido entre 0 y 125 ºC

	I_2 (s)	Br_2 (g)	IBr (g)
ΔH^o_f (kcal /mol)	0	7,34	9,75
Cp (cal / molK)	13,3	8,8	8,7

a) Se introduce Br_2 (g) en un recipiente en el que hay exceso de I_2 (s). La presión y la temperatura se mantienen constantes a 0,164 atm y 25 ºC. Calcule el grado de disociación en el equilibrio (suponga la presión de vapor del yodo despreciable). (0'50 puntos)
b) Obtener las expresiones de la $\Delta H^o_{reacción}$ y la constante Kp en función de la temperatura, y determine posteriormente, sus valores a 125 ºC. (1,00 punto)
c) Explicar el valor de la entalpía de formación del Br_2 (g) en comparación a su homólogo de grupo. (0,50 puntos)
Datos: R=0.082 atm·L/mol·K

Enunciado original utilizaba ↔ para equilibrio cuando es el símbolo para resonancia: el símbolo debe ser ⇄ para reacción en el doble sentido o ⇌ para equilibrio

a) Planteeamos equilibrio con presiones

	I_2 (s) + Br_2 (g) ⇄ 2 IBr (g)	
Inic	exceso P_0	0
Equ	exceso $P_0(1-\alpha)$	$2P_0\alpha$

La presión total es $P_T=P_0(1-\alpha)+2P_0\alpha=P_0(1+\alpha)=0{,}164$ atm

$$K_p=\frac{P_{IBr}^2}{P_{Br_2}}=\frac{(2P_0\alpha)^2}{P_0(1-\alpha)}=4P_0\frac{\alpha^2}{1-\alpha}=4\alpha^2P_0\frac{(1+\alpha)}{1-\alpha^2}=4P_T\frac{\alpha^2}{1-\alpha^2}$$

$$0{,}164=4\cdot0{,}164\cdot\frac{\alpha^2}{1-\alpha^2}\Rightarrow1-\alpha^2=4\alpha^2\Rightarrow\alpha=\sqrt{\frac{1}{5}}=0{,}4472=44{,}72\%$$

b) $dH=C_p\,dT\Rightarrow\Delta H=\int_{T_1}^{T_2}C_p\,dT$

Como Cp en este caso es independiente de la temperatura $\Delta H=C_p\Delta T$

Para una reacción química $\Delta H_r(T_2)=\Delta H_r(T_1)+\Delta C_p\Delta T$

$$\Delta H^o_r=2\cdot\Delta H^o_f(IBr(g))-\Delta H^o_f(Br_2(g))$$
$$\Delta H^o_r=2\cdot9{,}75-7{,}34=12{,}16\,kcal/mol$$
$$\Delta C_p=2\cdot C_p(IBr(g))-[C_p(Br_2(g))+C_p(I_2(s))]$$
$$\Delta C_p=2\cdot8{,}7-[8{,}8+13{,}3]=-4{,}7\,cal/mol\cdot K$$

$T_2=273+125=398$ K

$$\Delta H_r(298\,K)=12{,}16\cdot10^3-4{,}7\cdot(298-273)=1{,}157\cdot10^4\,cal/mol=11{,}57\,kcal/mol$$

La dependencia con la temperatura de Kp esá asociada a la ecuación de Van't Hoff

$$\ln\frac{K_{p2}}{K_{p1}}=\frac{-\Delta H}{R}\left(\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1}\right)$$

La entalpía varía con la temperatura: tomamos un valor medio: (12,16+11,57)/2=11,865 kcal/mol
R=0,082 atm·L/K·mol = 1,987 cal/K·mol

$$K_{p2}=K_{p1}=e^{\frac{-\Delta H}{R}(\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1})}$$

$$K_{p2}=0{,}164\,e^{\frac{-11{,}865\cdot 10^3}{1{,}987}(\frac{1}{398}-\frac{1}{298})}=25{,}2$$

Unidades Kp serían atm

c) Los homólogos del grupo de los halógenos serían:

F_2 (g), $\Delta H^o_f(F_2(g))=0$ (por ser el estado estándar)

Cl_2 (g), $\Delta H^o_f(Cl_2(g))=0$ (por ser el estado estándar)

Br_2 (g), $\Delta H^o_f(Br_2(g))=7{,}35$ kcal/mol

La entalpía de formación del Br_2 (g) es positiva porque para Br_2 (l) es cero al ser ser su estado estándar y para el paso de líquido a gas hay que aportar energía.

Para I_2 (g) no es dato, pero como tanto Br_2 como I_2 son moléculas apolares y solo tienen fuerzas intermoleculares de dispersión, serán más intensas en I_2 al tener mayor tamaño de nube electrónica al tener mayor Z, por lo que sí podemos indicar que $\Delta H^o_f(Br_2(g)) < \Delta H^o_f(I_2(g))$

https://webbook.nist.gov/cgi/cbook.cgi?ID=C7553562&Mask=1#Thermo-Gas *$\Delta_f H°gas$ 62.42 kJ/mol = 14,93 kcal/mol*

Model 1. Cas 3. Qüestions prèvies.

c) Després del partit i per a recuperar-se cal aportar 100g de carbohidrats en els primers trenta minuts després de finalitzar-lo. La jugadora, doncs, pren 100 g de glucosa. L'equació química per degradar metabòlicament la glucosa ($C_6H_{12}O_6$) és la mateixa per la combustió de glucosa en aire, produint-se diòxid de carboni gasós i aigua líquida. Calculeu el volum de diòxid de carboni produït a 37ºC i 1 atm amb el consum dels 100 g de glucosa.

d) Trobeu l'energia alliberada en la combustió dels 100 g de glucosa en condicions estàndard.

Dades: Masses atòmiques C= 12 g/mol, H = 1 g/mol, O = 16 g/mol

R = 8,31 J/k·mol

Entalpies de formació: Glucosa -673,8 kJ/mol

Diòxid de carboni gasós -393,5 kJ/mol

Aigua líquida -187,6 kJ/mol

c) Después del partido y para recuperarse es necesario aportar 100g de carbohidratos en los primeros treinta minutos después de finalizarlo. La jugadora toma 100 g de glucosa. La ecuación química para degradar metabólicamente la glucosa ($C_6H_{12}O_6$) es la misma por la combustión de glucosa en aire, produciéndose dióxido de carbono gaseoso y agua líquida. Calcule el volumen de dióxido de carbono producido a 37ºC y 1 atm con el consumo de los 100 g de glucosa.

d) Encuentre la energía liberada en la combustión de los 100 g de glucosa en condiciones estándar.

Datos: Masas atómicas C= 12 g/mol, H = 1 g/mol, O = 16 g/mol

R = 8,31 J/k·mol

Entalpías de formación: Glucosa -673,8 kJ/mol

Dióxido de carbono gaseoso -393,5 kJ/mol

Agua líquida -187,6 kJ/mol

El valor debe ir separado de la unidad: serían 100 g; 37 ºC; .

El símbolo de kelvin es K mayúscula: debería ser 8,31 J/K·mol

c) $C_6H_{12}O_6 + 6O_2 \rightarrow 6CO_2 + 6H_2O$

Masa molar $C_6H_{12}O_6$ =6·12+12+6·16=180 g/mol $C_6H_{12}O_6$

$$100\,\cancel{g\,C_6H_{12}O_6}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\,C_6H_{12}O_6}}{180\,\cancel{g\,C_6H_{12}O_6}}\cdot\frac{6\,mol\,CO_2}{1\,\cancel{mol\,C_6H_{12}O_6}}=3,33\,mol\,CO_2$$

Usando la ecuación de los gases ideales

V=nRT/P=3,33·0,082·(273+37)/1=84,65 L CO_2

d) Planteamos la ley de Hess con entalpías de formación teniendo en cuenta que para el oxígeno molecular es cero.

$$\Delta H^o = 6\,\Delta H^o_f(CO_2) + 6\,\Delta H^o_f(H_2O) - \Delta H^o_f(C_6H_{12}O_6)$$

$$\Delta H^o = 6\cdot(-393,5) + 6\cdot(-187,6) - (-673,8) = -2812,8\,kJ/mol\,C_6H_{12}O_6$$

$$Q = \Delta H^o = 100\,\cancel{g\,C_6H_{12}O_6}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\,C_6H_{12}O_6}}{180\,\cancel{g\,C_6H_{12}O_6}}\cdot\frac{-2812,8\,kJ}{1\,\cancel{mol\,C_6H_{12}O_6}}=-1563\,kJ$$

CC BY SA

OPCIÓN A
8. A presión, en mmHg, de vapor do benceno líquido cambia coa temperatura segundo a ecuación:

$$\log P = 7{,}652 - \frac{1686}{T} \ .$$

Calcular:
a) O calor molar de vaporización. [0,65 pts]
b) A temperatura normal de ebulición. [0,25 pts]
c) A entropía de vaporización. Que concordancia amosa este último resultado coa constante de Trouton? [0,35 pts]
Datos: R = 1,987 cal/mol·grado

La presión de vapor, en mmHg, del benceno líquido varía con la temperatura según la ecuación:

$$\log P = 7{,}652 - \frac{1686}{T} \ .$$

Calcule:
a) El calor molar de vaporización. [0,65 pts]
b) El punto de ebullición normal. [0,25 pts]
c) La entropía de vaporización. ¿Cómo concuerda este último resultado con la constante de Trouton? [0,35 pts]
Datos: R = 1,987 cal/mol·grado

Ver Aragón 1998-O2, Cataluña 1997-X8

a) Usamos la ecuación de Clausius-Clapeyron $\frac{dP}{dT} = \frac{L}{T\Delta V}$ siendo L calor latente el de cambio de estado el calor de sublimación (desde sólido) o vaporización (desde líquido) según el caso y teniendo en cuenta que la $\Delta V = V_{gas} - V_{condensado} \approx V_{gas}$ y usando la ecuación de los gases ideales $V_{gas} = nRT/P$

$$\frac{dP}{dT} = \frac{\Delta H_{cambio} \cdot P}{T \cdot RT} dT$$

$$\frac{dP}{P} = \frac{\Delta H_{cambio}}{RT^2} dT$$

$$\int \frac{dP}{P} = \int \frac{\Delta H_{cambio}}{RT^2} dT$$

$$\ln P = \frac{-\Delta H_{cambio}}{R} \frac{1}{T} + C$$

Enunciado usa log que entendemos que es $\log_{10}$, y $\ln(P) = \ln(10^{\log 10(P)}) = \ln(10) \cdot \log_{10}(P) \approx 2{,}303 \cdot \log_{10}(P)$
Llegamos a la expresión $\log_{10}(P) = C - \frac{\Delta H_{cambio}}{\ln(10) \cdot R} T^{-1}$ que podemos mapear a la expresión del enunciado
Para el paso de líquido a gas, vaporización

$$\frac{\Delta H_{vaporización}}{\ln(10) \cdot R} = 1686 \Rightarrow \Delta H_{vaporización} = 1686 \cdot \ln(10) \cdot 1{,}987 = 7{,}714 \cdot 10^3 \, cal/mol$$

https://webbook.nist.gov/cgi/cbook.cgi?ID=C71432&Mask=4#Thermo-Phase
ΔH^o_{vap}=33,9 kJ/mol = 8,1 kcal/mol.
Valor calculado próximo a la referencia, ambas del orden de 8 kcal/mol

b) El punto de ebullición normal es la temperatura a la que la presión de vapor del líquido es 1 atm (760 torr)

$$\log_{10}(760) = 7{,}653 - \frac{1686}{T}$$

$$T = \frac{1686}{7{,}653 - \log_{10}(760)} = 353{,}3\,K = 80{,}3\,ºC$$

https://webbook.nist.gov/cgi/cbook.cgi?ID=C71432&Mask=4#Thermo-Phase

$T_{boil}=353{,}3\ K$

c) En el cambio de estado la temperatura es constante, y el calor aportado es la entalpía de vaporización

$$\Delta S^{o}_{vap} = \frac{\Delta H^{o}_{vap}}{T_{vap}} = \frac{7{,}714 \cdot 10^{3}}{353{,}3} = 21{,}8\,cal{\cdot}K^{-1}\cdot mol^{-1}$$

Concuerda con la regla de Trouton que indica que la entropía de vaporización (molar) tiene casi el mismo valor, aproximadamente 10,5R para varios tipos de líquidos en sus puntos de ebullición.
$10{,}5 \cdot 1{,}987 = 20{,}9$ cal·K^{-1}·mol^{-1}

https://es.wikipedia.org/wiki/Regla_de_Trouton

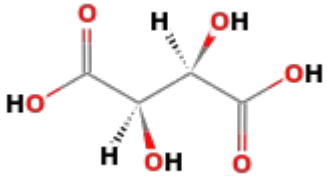
A5. En la combustión de 1.000,0 miligramos de ácido tartárico (ácido 2,3-dihidroxibutanodioico) sólido, a 25°C, con oxígeno puro en una bomba calorimétrica a volumen constante, se desprenden 7.701,32 J. La entalpía de formación del CO_2(g) es -393,5 kJ/mol y la del H_2O(l) es -285,8 kJ/mol. Datos: masa atómica del carbono es 12,01115 ; del oxígeno es 15,9994 y del hidrógeno es 1,00797 ; la constante universal de los gases ideales R es 8,3144 $J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$; punto de congelación del agua 273,15 K. (1,25 ptos)
a) Formule la ecuación química de la reacción de combustión. (0,2 ptos)
b) Determine el calor de combustión del ácido tartárico a volumen constante. (0,35 ptos)
c) Calcule la entalpía de formación del ácido tartárico. (0,35 ptos)
d) Enuncie la fórmula desarrollada del ácido tartárico y razone los tipos de isomería que presenta. (0,35 ptos)

Ejercicio 3.9 (sin resolución) https://www.uv.es/pou/docencia/Piloto0304/Tema3.pdf
Ejercicio 3 (con solución, sin resolución)
https://centros.edu.xunta.es/iesasardineira/drupal/files/Tema4.pdf

a) El ácido tartárico (2,3-dihidroxibutanodioico) es HOOC-CHOH-CHOH-COOH, de fórmula molecular $C_4H_6O_6$
La reacción de combustión ajustada
$C_4H_6O_6$ (s) + 5/2 O_2 (g) → 4CO_2 (g) + 3H_2O (l)
b) Como la combustión se realiza en una bomba calorimétrica, el calor desprendido es a volumen constante, $Q_v=\Delta U$, y según convenio IUPAC, el calor desprendido es negativo.
La masa molar 4·12,01115+6·1,00797+6·15,9994=150,08882 g/mol $C_4H_6O_6$

$$1{,}0000\,\cancel{g\,C_4H_6O_6}\cdot\frac{1\,mol\,C_4H_6O_6}{150{,}08882\,\cancel{g\,C_4H_6O_6}}=6{,}66272\cdot10^{-3}\,mol\,C_4H_6O_6$$

Q_v=-7701,32/6,66272·10^{-3}=-1,155882·10^6 J/mol $C_4H_6O_6$
Q_v= -1155,882 kJ/mol $C_4H_6O_6$
c) $\Delta H=\Delta U-P\Delta V=\Delta U-\Delta n_{gas}RT$
ΔH=-1155,882·10^3 -(4-5/2)·8,3144·(273,15+25)=-1,159600·10^6 J/mol $C_4H_6O_6$
ΔH=-1149,6 kJ/mol $C_4H_6O_6$
Referencia https://webbook.nist.gov/cgi/cbook.cgi?ID=C87694&Mask=2#Thermo-Condensed -1159,3 kJ/mol
Relacionamos entalpía de combustión con las de formación
$\Delta H_r=4\Delta H_f(CO_2)+3\Delta H_f(H_2O)-[\Delta H_f(C_4H_6O_6)+5/2\Delta H_f(O_2)]$
La entalpía de formación del oxígeno molecular es cero.
-1149,6=4·(-393,5)+3·(-285,8) – $\Delta H_f(C_4H_6O_6)$
$\Delta H_f(C_4H_6O_6)$=-1281,8 kJ/mol $C_4H_6O_6$
d) La fórmula desarrollada es HOOC-CHOH-CHOH-COOH
Tiene dos carbonos quirales, el 2 y el 3, con cuatro sustituyentes distintos.
Por ejemplo (2R, 3R) ácido tartárico es



Escoja únicamente 3 problemas de los 6 propuestos.

2.b) La capacidad calorífica molar del oxígeno a presión constante para temperaturas en el intervalo 300 a 400 K y para bajas o moderadas presiones puede aproximarse como

$$\bar{C}_p = a + b \cdot T$$

donde a = 6,15 cal·mol^{-1}·K^{-1} y b = 0,0031 cal·mol^{-1}·K^{-2}. Suponemos que en las condiciones dadas el gas se comporta de manera ideal.
i) Calcule el calor, el trabajo, la variación de energía interna y la variación de entalpía si se calientan 2,00 mol de oxígeno desde 27 a 127 ºC a una presión fija de 1,00 atm.
ii) Calcule el calor, el trabajo, la variación de energía interna y la variación de entalpía si se calientan 2,00 mol de oxígeno desde 27 a 127 ºC a volumen constante.
Dato: 8,31 J·K^{-1}·mol^{-1}

Otros problemas con expresiones de variación de Cp con la temperatura: 1999 Cataluña 2-3, 1998 Andalucía Q2B, 1996 Extremadura F2, 1994 Cataluña A3, 1989 Valencia Q1

En general en problemas de termodinámica debemos comenzar dejando claro el convenio de signos usado: se utiliza el convenio IUPAC según el cual la primera ley es ΔU=Q+W, Q>0 y W>0 son aportados al sistema (no se utiliza el convenio Clausius según el cual es ΔU=Q-W)

27 ºC = 273+27 = 300 K
127 ºC = 273+127 = 400 K
R=8,31 J·mol^{-1}·K^{-1}=1,987 cal·mol^{-1}·K^{-1}
$C_v = C_p - R$

i)

$$Q_p = \Delta H = n \int_{T_1}^{T_2} C_p \, dT$$

$$Q_p = \Delta H = 2{,}00 \int_{300}^{400} (6{,}15 + 0{,}0031\,T)\, dT$$

$$Q_p = \Delta H = 2{,}00 \left[6{,}15\,T + \frac{1}{2} 0{,}0031\,T^2 \right]_{300}^{400}$$

$$Q_p = \Delta H = 2{,}00 \left[6{,}15(400-300) + \frac{1}{2} 0{,}0031(400^2 - 300^2) \right] = 1447\,cal$$

$$W = -P\Delta V = -nR\Delta T = -2{,}00 \cdot 1{,}987 \cdot (400-300) = -397{,}4\,cal$$

$$\Delta U = Q + W = 1447 - 397{,}4 = 1049{,}6\,cal$$

ii)

$$Q_v = n \int_{T_1}^{T_2} C_v \, dT$$

$$Q_v = 2{,}00 \int_{300}^{400} (6{,}15 - 1{,}987 + 0{,}0031\,T)\, dT$$

$$Q_v = 2{,}00 \left[4{,}163\,T + \frac{1}{2} 0{,}0031\,T^2 \right]_{300}^{400}$$

$$Q_v = 2{,}00 \left[4{,}163(400-300) + \frac{1}{2} 0{,}0031(400^2 - 300^2) \right] = 1049{,}6\,cal$$

Al ser volumen constante, W=0

$$\Delta U = Q_v = 1049{,}6\,cal$$

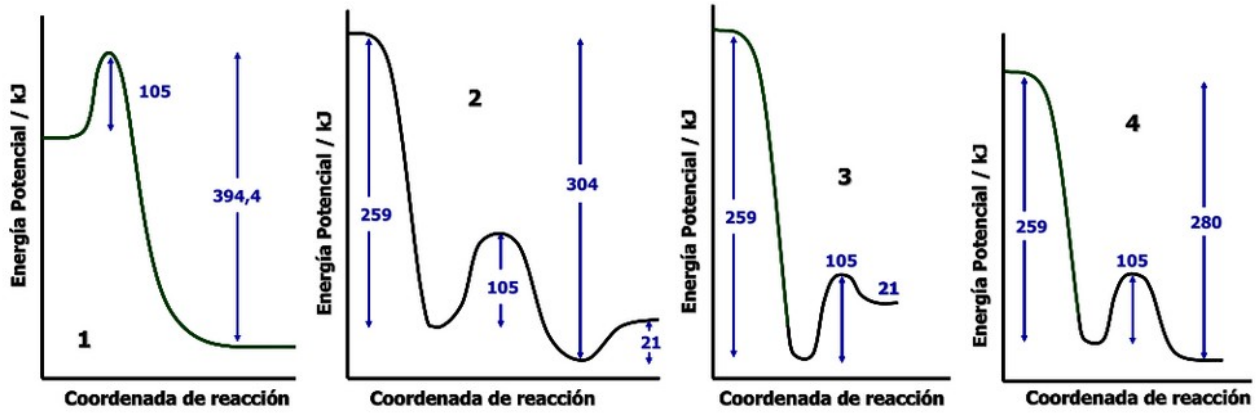
La entalpía es una función de estado y tiene el mismo valor si es la misma cantidad de gas y las temperaturas inicial y final son la misma. Se calcularía de la misma manera y se obtiene mismo valor $\Delta H = 1447\,cal$

Química.
Cuestión 2.
Dada la siguiente cuestión termoquímica: $2H_2$ (g) $+O_2$ (g) $\rightarrow$ $2H_2O$ (g) ΔH= - 483.6KJ
Justifique cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:
a. Al formarse 18g de agua en esas condiciones se desprenden 483.6 KJ
b. Dado que $\Delta H<0$, la formación de agua es un proceso espontáneo.
c. La reacción de formación de agua será muy rápida

El símbolo de kilo es k minúscula, no K.
La unidad va separada del valor: sería 18 g y -483,6 kJ
No es dato y usamos masas atómicas O=16 y H=1

a. La masa molar del agua son 18 g/mol H_2O y 18 g equivalen a 1 mol H_2O
Si la entalpía es 483,6 kJ según el ajuste proporcionado, librear 483,6 kJ está asociado a 2 mol de H_2O, por lo que la afirmación es falsa.
b. Falso. El signo de la variación de entalpía indica si la reacción es exotérmica ($\Delta H<0$) o endotérmica ($\Delta H>0$). La espontaneidad la indica el signo de $\Delta G=\Delta H-T\Delta S$. Como pasa de 3 a 2 moles de gas podemos considerar que se ordena y $\Delta S<0$, pero el signo de ΔG dependerá de la temperatura.
c. Falso. No se proporciona información sobre la velocidad, que dependerá de condiciones cinéticas como temperatura, presencia de catalizador. Por ejemplo podría haber una mezcla de hidrógeno y oxígeno gas que no reaccionase hasta no aportar la energía de activación.

7. El platino se utiliza como catalizador en los automóviles modernos. En la catálisis, el monóxido de carbono (Δ_f Hº = -110,5 kJ · mol $^{-1}$, Δ_f Gº = -137,3 kJ · mol $^{-1}$) reacciona con el oxígeno para dar dióxido de carbono (Δ_f Hº = -393,5 kJ · mol $^{-1}$, Δ_f Gº = -394,4 kJ · mol $^{-1}$)
Determina si:
a) La reacción es espontánea a 25 ºC.
b) La reacción es endotérmica.
c) El valor de ΔSº para la reacción indicando si la entropía del sistema aumenta o disminuye.
La reacción catalítica total es simple pero el mecanismo de reacción en fase homogénea es complicado y con un gran número de pasos de reacción que son:
1) Adsorción de CO y adsorción/disociación de O_2 (ΔH = 259 kJ/mol de CO + O).
2) Energía de activación (105 kJ/mol de CO + O).
3) Formación/desorción de CO_2 (ΔH = 21 kJ/mol de CO_2)
Esta reacción de la oxidación de CO a CO_2 catalizada por Pt se puede representar en un diagrama de energía. Justifica a cuál de los representados en la figura correspondería la respuesta correcta.



(1,25 ptos)

Es un problema de fase local olimpiadas de Química Canarias 1997 (se toma diagrama de soluciones de Menargues/Latre/Gómez-Siurana ya que es más legible)

a) $CO + ½O_2 \rightarrow CO_2$

$$\Delta G^o_r = \Delta G^o_f(CO_2) - [\Delta G^o_f(CO) + \frac{1}{2}\Delta G^o_f(O_2)]$$

$$\Delta G^o_r = -394,4 - [-137,3 + \frac{1}{2}\cdot 0] = -257,1\,kJ$$

La reacción es espontánea ya que ΔG < 0

b)
$$\Delta H^o_r = \Delta H^o_f(CO_2) - [\Delta H^o_f(CO) + \frac{1}{2}\Delta H^o_f(O_2)]$$

$$\Delta H^o_r = -393,5 - [-110,5 + \frac{1}{2}\cdot 0] = -283\,kJ$$

La reacción es exotérmica ya que ΔH < 0

c)
$$\Delta G^o_r = \Delta H^o_r - T\Delta S^o$$

$$\Delta S^o = \frac{\Delta G^o_r - \Delta H^o_r}{-T} = \frac{-257,1-(-283)}{-(273+25)} = -8,69\cdot 10^{-2}\,kJ = -86,9\,J$$

La entropía del sistema disminuye ya que $\Delta S < 0$
d) [Aunque en enunciado no se indica un apartado d separado]
Se indica que "el mecanismo de reacción en fase homogénea es complicado y con un gran número de pasos de reacción", luego se puede descartar el diagrama 1 que solo tiene un paso.
Interpretamos los pasos:
1. Adsorción de CO y adsorción/disociación de O_2 (ΔH = 259 kJ/mol de CO + O).
Esto paso es la formación de las especies intermedias adsorbidas en la superficie del catalizador. Se indica ΔH positivo pero puede hacer referencia al valor absoluto de la energía entre estados: la adsorción inicial suele suponer una disminución de energía desde los reactivos gaseosos a los estados adsorbidos por lo que sería un descenso que encaja con diagramas 2, 3 y 4, en los tres aparece el valor de 259.
2. Energía de activación (105 kJ/mol de CO + O).
La energía de activación es una energía a aportar para que haya reacción con los especies intermedias adsorbidas. Supone un aumento de energía en el diagrama, lo que encaja con diagramas 2, 3 y 4 y en los tres aparece el valor de 105.
3. Formación/desorción de CO_2 (ΔH = 21 kJ/mol de CO_2).
El paso es la formación del producto CO_2 y su liberación de la superficie del catalizador.
Se indica ΔH positivo pero puede hacer referencia al valor absoluto: la formación y desorción del CO_2 puede ser positiva a negativa.
El valor de 21 kJ aparece en diagramas 2 y 3 pero no en el 4.

Sabemos que la entalpía total por apartado b es de -283 kJ
En diagrama 1 la variación de entalpía total es -394,4+105=-289,4 kJ y no coincide.
En diagrama 2 la variación de entalpía total es -304+21=-283 kJ, y coincide.
En diagrama 3 la variación de entalpía total es -250+105-21=-166 kJ y no coincide.
En diagrama 4 la variación de entalpía total es -280 kJ y no coincide.

El diagrama de energía representados que correspondería la respuesta correcta sería el 2.

Q3. Introdúcese un mol de propano e o ar necesario para ter proporción estequiométrica da mestura osíxeno/propano no interior dun recinto illado termicamente do exterior e con volume constante. Inicialmente a mestura de gases atópase a 298 K e unha atm. ¿Cal será a presión e temperatura despois de producida a combustión?. Suponse comportamento ideal. Datos:
Composición do ar, en moles: 21% de osíxeno e 79% de nitróxeno. Calor de vaporización da auga a 25º C: 583,6 cal/g Entalpía de combustión do propano a 25º C, con auga líquida como produto: -530,6 kcal/mol. A calor específica molar, a presión constante (c_p) en $cal \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$, de tódalas especies ven dada por $c_p = b_0 + b_1 \cdot T$, sendo os parámetros b_0 e b_1 de cada substancia os da táboa adxunta:

Especie (en fase gasosa)	Propano	Osíxeno	Nitróxeno	Auga	Dióxido de carbono
b_0	0,4	6,5	6,5	8,15	7,7
$b_1 \cdot 10^3$	65	1,0	1,0	0,5	5,3

Se introduce un mol de propano y el aire requerido para tener relación estequiométrica de la mezcla de oxígeno/propano en el interior de un recinto aislado térmicamente desde el exterior y con volumen constante. Inicialmente la mezcla de gas está a 298 K y 1 atm. ¿Cuál será la presión y la temperatura después de producida la combustión?. Se supone un comportamiento ideal. Datos:
Composición de aire, en moles: 21% de oxígeno y 79% de nitrógeno. El calor de vaporización del agua a 25 °C: 583,6 cal/g Entalpía de combustión de propano a 25 °C con agua líquida como un producto: -530,6 kcal/mol. El calor específico molar, a presión constante (c_p) en $cal \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$, de todas las especies está dada por $c_p = b_0 + b_1 \cdot T$, siendo los parámetros b_0 y b_1 de cada sustancias los de la tabla adjunta:

Especie (en fase gasosa)	Propano	Oxígeno	Nitrógeno	Agua	Dióxido de carbono
b_0	0,4	6,5	6,5	8,15	7,7
$b_1 \cdot 10^3$	65	1,0	1,0	0,5	5,3

Los datos del enunciado se dan de manera extraña: si $b_1 \cdot 10^3 = 65$, quiere decir que $b_1 = 65 \cdot 10^{-3}$
Validamos para uno, dióxido de carbono con la fórmula del enunciado a 300 K son $7,7 + 5,3 \cdot 10^{-3} \cdot 300 = 9,29$ cal/K·mol
Con http://www.engineeringtoolbox.com/carbon-dioxide-d_974.html a 300 K el valor son 0,846 kJ/kg·K, que suponen $0,846 \cdot 1000 \cdot 44 / (1000 \cdot 4,18) = 8,9$ cal/K·mol, aprox ok.
Mismo resultado con http://kinetics.nist.gov/janaf/html/C-095.html 37,221/4,18=8,9 cal/K·mol.
Otra referencia con datos de b_0 y b_1 http://authors.library.caltech.edu/25069/4/AirPollution88-Ch2.pdf#page=15 Aproximate thermodynamic data for species of combustion interest

Referencias:
En 1998-Andalucía-Q2B donde también aparece c_p como función de T.
Comentado por Basileia en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4018&p=18944#p18943 donde sleepylavoisier cita un problema de horno adiabático comentado por interinacomecoco y Basileia.
Comentado en http://forum.lawebdefisica.com/threads/34325-Combustion-de-gases-en-recinto-aislado
Combustion Fundamentals http://authors.library.caltech.edu/25069/4/AirPollution88-Ch2.pdf#page=21 Ejemplo 2.4 Adiabatic Flame Temperature

Planteamos la combustión a 298 K
C_3H_8 (g)+ 5 O_2 (g)→ 3CO_2 (g) + 4H_2O (l)
Inicialmente tenemos 1 mol de propano, y 5 mol de oxígeno, lo que supone

$$5\,\cancel{mol\,O_2}\cdot\frac{79\,mol\,N_2}{21\,\cancel{mol\,O_2}}=18{,}81\,mol\,N_2$$

El nitrógeno es un gas inerte, que no interviene en la combustión, y tenemos la misma cantidad antes y después de la combustión.
Tras la combustión completa, tenemos como gases el N_2 original y el CO_2 producido, que por la estequiometría partiendo de 1 mol de metano supone 3 mol de CO_2.
Como el recinto está aislado, la mezcla de gases recibirá calor de la combustión; calculamos la energía liberada en la combustión para calcular la nueva temperatura de sistema, teniendo en cuenta que el agua producida, 4 moles H_2O, inicialmente a 298 K, lo normal es que reciba suficiente energía para convertirse en gas y contribuya a la presión. Si el agua se quedase en estado líquido, en lugar de asumir que su volumen es despreciable, lo consideramos asumiendo densidad 1 kg/L, de modo que restará ese volumen a los gases en el recipiente, aumentando su presión.
Como tenemos datos de c_p y entalpías planteamos primero con entalpías y luego tenemos en cuenta que se ha producido a volumen constante (despreciando la posibilidad de que el agua quede en estado líquido y lo disminuya) relacionándolo con volumen constante, ya que podemos plantear.
(Usamos minúsculas para calor molar $c_p=C_p/n$)

$$Q_p=Q_v+PV$$
$$\Delta H=\Delta U+\Delta nRT$$
$$C_p=C_v+nR$$
$$c_p=c_v+R$$
$$\Delta C_p=\Delta C_v+\Delta nR$$

Pero para aplicarlo tenemos que tener todas las sustancias como gases, ya que son los datos que tenemos. Utilizamos el proceso de vaporización de agua citado en el enunciado, y asumimos que la temperatura final es superior a 373 K; si al calcularla sale inferior hay que replantearlo.
H_2O (l) → H_2O (g)
Utilizando Hess podemos plantear
"A" C_3H_8 (g)+ 5 O_2 (g)→ 3CO_2 (g) + 4H_2O (l)
"B" H_2O (l) → H_2O (g)
"C": C_3H_8 (g)+ 5 O_2 (g)→ 3CO_2 (g) + 4H_2O (g)
Donde C=A+4B, por lo que con los datos del enunciado

$$\Delta H^o(C)=\Delta H^o(A)+4\Delta H^o(B)=-530{,}6\cdot10^3+4\cdot583{,}6\,\frac{cal}{1\,\cancel{g\,H_2O}}\cdot\frac{18\,\cancel{g\,H_2O}}{1\,mol\,H_2O}=-488580{,}8\,cal/mol$$

Una vez que se ha producido la combustión, llevamos el sistema otra temperatura.
Como se trata de una combustión completa, una vez finalizada no quedan reactivos O_2 ni C_3H_8, así que no planteamos Δc_p con coeficientes estequiométricos de productos y reactivos, que sí usamos luego para calcular la entalpía de reacción a otra temperatura. Asumimos combustión a 298 K y luego la energía asociada a aumentar de temperatura el gas una vez finalizada la combustión "C". Eso implica que los datos de c_p de metano y oxígeno del enunciado no se utilizan. (Se puede pensar en dos etapas: 1º combustión a 298 K, y luego trabajo sobre los gases presentes, que son solamente los productos al ser la reacción completa, trabajo en el que aparece c_p)

$$C_p=3\,c_p(CO_2)+4\,c_p(H_2O)+18{,}81\,c_p(N_2)$$
$$C_p=3(7{,}7+5{,}3\cdot10^{-3}T)+4(8{,}15+0{,}5\cdot10^{-3}T)+18{,}81\cdot(6{,}5+1{,}0\cdot10^{-3}T)$$
$$C_p=177{,}965+36{,}71\cdot10^{-3}T$$

Utilizando las relaciones entre valores a presión constante y a volumen constante, y teniendo en

cuenta que para la reacción C tenemos Δn=4+3-(1+5)=1

$$\Delta U(C)=\Delta H(C)-\Delta nRT=-488580,8-1\cdot 1,987\cdot 298=-489172,926\,cal/mol$$

Una vez realizada esa combustión, planteamos la energía empleada en los gases presentes; tenemos en total 3+4+18,81=25,81 mol de gas.

Planteamos la relación entre C_v y C_p para calcular la variación de energía interna de todos esos gases con el cambio de temperatura

$$C_v=C_p-25,81\cdot R=177,965+36,71\cdot 10^{-3}T-25,81\cdot 1,987=126,68053+36,71\cdot 10^{-3}T$$

El calor aportado a los gases entre 298 y T será

$$C_v=\frac{d\Delta U}{dT}\Rightarrow d\Delta U=C_v\cdot dT$$

$$\int_{298}^{T}C_v dT=\int_{298}^{T}(126,68053+36,71\cdot 10^{-3}T)dT=126,68053(T-298)+36,71\cdot 10^{-3}\frac{(T^2-298^2)}{2}$$

Si combinamos y planteamos que al ser sistema aislado en total la variación de energía interna es cero, llegamos a una expresión en la que podemos despejar T. En el planteamiento ya hemos considerado 1 mol de propano, los moles de productos asociados y 18,81 mol de nitrógeno.

Cualitativamente planteamos la conservación de energía

"calor liberado por combustión (negativa) + energía interna aportada a gases (positiva)= 0"

$$-489172,926+126,68053(T-298)+36,71\cdot 10^{-3}\frac{(T^2-298^2)}{2}=0$$

Despejando sale una solución negativa y T=2929,16 K , lo que valida que el planteamiento de que agua esté en estado gaseoso.

Expresándolo con 4 cifras significativas, T=2929 K.

Se pide presión, como el volumen es constante, y no tenemos dato de R, podemos plantear.

$$\frac{P_i \cancel{V_i}}{n_i T_i}=\frac{P_f \cancel{V_f}}{n_f T_f}\Rightarrow P_f=\frac{P_i n_f T_f}{n_i T_i}$$

El número de moles totales de gas inicialmente es 1+5+18,81=24,81 mol gas

El número de moles totales de gas al final es 3+4+18,81=25,81 mol gas

Sustituyendo y expresando resultado con 4 cifras significativas

$$P_f=\frac{1\cdot 25,81\cdot 29129,16}{24,81\cdot 298}=10,23\,atm$$

6. Una bomba calorimètrica conté 10'80 g de Al i 15'97 g de Fe_2O_3, se col·loca en un calorímetre de gel que conté inicialment 8'000 kg de gel i 8'000 kg d'aigua líquida. La reacció $Al_{(s)} + Fe_2O_{3(s)} \rightarrow Al_2O_{3(s)} + Fe_{(s)}$ és iniciada per control remot, i després s'observa que el calorímetre conté 7'746 kg de gel i 8'254 kg d'aigua. Quin és el ΔH de la reacció suposant que tota la calor despresa fon gel? Dada: calor latent de fusió L_f=333500 J/kg.

Una bomba calorimétrica contiene 10,80 g de Al y 15,97 g de Fe_2O_3, se coloca en un calorímetro de hielo que contiene inicialmente 8,000 kg de hielo y 8,000 kg de agua líquida. La reacción $Al_{(s)} + Fe_2O_{3(s)} \rightarrow Al_2O_{3(s)} + Fe_{(s)}$ es iniciada por control remoto, y después se observa que el calorímetro contiene 7,746 kg de hielo y 8,254 kg de agua . ¿Cuál es el ΔH de la reacción suponiendo que todo el calor desprendido funde hielo? Dato: calor latente de fusión L_f = 333500 J/kg.

Comentario: enunciado original usa ' como separador decimal, pero no se debe utilizar http://www.fiquipedia.es/home/recursos/recursos-notacion-cientifica/Separador%20decimal.pdf

Resuelto por sleepylavoisier en http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4120#p17903

Expresamos resultados finales con 4 cifras significativas como los datos del enunciado.
El calor asociado a fundir 0,254 kg de agua es 0,254·333500 = 84709 J (positivo, calor aportado al hielo para fundirlo)
Ajustamos la reacción
$2Al_{(s)} + Fe_2O_{3(s)} \rightarrow Al_2O_{3(s)} + 2Fe_{(s)}$
Comprobamos si hay reactivo limitante o es proporción estequiométrica
No se dan masas atómicas en el enunciado: usamos valores con 4 cifras significativas como los del enunciado Al=26,98, Fe=55,85, O=16,00 (sin masa atómicas no podríamos calcular el reactivo limitante, y tendríamos que expresar resultados en función de g de reactivos en lugar de mol)

$$10{,}80\,\cancel{g\ Al}\cdot\frac{1\,mol\ Al}{26{,}98\,\cancel{g\ Al}}=0{,}4003\,mol\ Al$$

$$15{,}97\,\cancel{g\ Fe_2O_3}\cdot\frac{1\,mol\ Fe_2O_3}{2\cdot 55{,}85+3\cdot 16{,}00\,\cancel{g\ Fe_2O_3}}=0{,}1000\,mol\ Fe_2O_3$$

Vemos con la estequiometría que el Al está en exceso y Fe_2O_3 es limitante: reaccionarán los 0,1000 mol Fe_2O_3 y el doble, 0,2000 mol de Al.
Asumiendo que todo el calor desprendido en la reacción es el asociado a fundir el hielo, planteamos, poniendo el signo menos ya que sabemos que es una reacción exotérmica

$$\Delta H_r=\frac{-84709\,J}{0{,}1000\,mol\ Fe_2O_3}=-847090\,\frac{J}{mol\ Fe_2O_3}$$

$$\Delta H_r=\frac{-84709\,J}{0{,}2\,mol\ Al}=-423545\,\frac{J}{mol\ Al}$$

ΔH_r=-847,1 kJ/mol Fe_2O_3 , ΔH_r=-423,5 kJ/mol Al
Con la estequiometría de la reacción y asumiendo reacción completa podemos expresar también en función de moles de productos
ΔH_r=-847,1 kJ/mol Al_2O_3 , ΔH_r=-423,5 kJ/mol Fe

OPCIÓN B. PROBLEMA DE QUÍMICA.

1. El carbonato de sodio se produce comercialmente calentando bicarbonato de sodio, el cual se descompone según la reacción:

$$2NaHCO_3\ (s) \rightarrow Na_2CO_3\ (s) + CO_2\ (g) + H_2O\ (g)\ (1)$$

El calor necesario se obtiene quemando un combustible gaseoso cuya composición volumétrica es: 30% de CH_4; 20% de CO_2; 25% de CO y 25% de N_2.

Calcule:

a. El poder calorífico en kcal/mol de dicho combustible, suponiendo una combustión total del mismo en la que se obtiene el agua en forma de vapor. (1 PUNTO)

b. La cantidad de combustible medida en m^3 a 25 ºC y 1 atmósfera que debe emplearse para obtener una tonelada de carbonato de sodio, suponiendo que solo el 70% del calor liberado en la combustión se aprovecha en la reacción (1). (1,5 PUNTOS)

c. La temperatura a la cual la reacción (1) se encuentra en equilibrio. (1 PUNTO)

d. La entalpía de combustión del CH_4 (g) a la temperatura de 500 º K. (1,5 PUNTOS)

Datos: masas atómicas ; Na = 23 uma ; C = 12 uma; O = 16 uma

	$NaHCO_3$	Na_2CO_3	CH_4	CO_2	CO	O_2	H_2O (g)	N_2
ΔHºf (kcal/mol)	-226	-269,5	-17,9	-94	-26,4	-	-57,8	-
Sº (cal/ºK)	24,4	32,5	-	51,1	-	-	45,1	-
C_p (cal/mol ºK)	-	-	14,6	11,9	-	7,9	9,2	-

Símbolo de kelvin es K, no ºK
Símbolo de unidad de masa atómica es u, no uma
Las unidades de S son cal/mol·K
En enunciado original escaneado no se distingue claramente si se facilita Cp ó Cv: se asume que es un valor de Cp promediado en cierto rango de temperaturas, son valores más altos, y quizá haya una errata y sean valores promedio en el rango de temperatura hasta 500 ºC (más de 500 K)

a) Los componentes de la mezcla que sufren combustión son CH_4 y CO

$CH_4 + O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O$

$$\Delta H^o_c(CH_4) = \Delta H^o_f(CO_2) + 2\cdot\Delta H^o_f(H_2O) - \Delta H^o_f(CH_4)$$

$$\Delta H^o_r = -94 - 2\cdot 57,8 - (-17,9) = -191,7\ kcal/mol\ CH_4$$

$CO + ½O_2 \rightarrow CO_2$

$$\Delta H^o_c(CO) = \Delta H^o_f(CO_2) - \Delta H^o_f(CO)$$

$$\Delta H^o_r = -94 - (-26,4) = -67,6\ kcal/mol\ CO$$

Como es una mezcla de gases, la composición en volumen es la misma que la composición molar, por lo que la fracción molar de CH_4 es 0,3 y la de CO es 0,25

$$Poder\ calorífico\ mezcla = \chi_{CH_4}\cdot\Delta H^o_c(CH_4) + \chi_{CO}\cdot\Delta H^o_c(CO)$$

$$Poder\ calorífico\ mezcla = 0,3\cdot(-191,7) + 0,25\cdot(-67,6) = -74,41\ kcal/mol\ mezcla$$

b) Calculamos el calor necesario por mol de carbonato de sodio

$$\Delta H^o_r = \Delta H^o_f(Na_2CO_3) + \Delta H^o_f(CO_2) + \Delta H^o_f(H_2O) - 2\cdot\Delta H^o_f(NaHCO_3)$$

$$\Delta H^o_r = -269,5 - 94 - 57,8 - 2\cdot(-226) = 307\ kcal/mol\ Na_2CO_3$$

La masa molar de Na_2CO_3 es $23\cdot2+12+3\cdot16=106$ g/mol Na_2CO_3

Una tonelada son 10^3 kg y 10^6 g

$$10^6\ \cancel{g\ Na_2CO_3}\cdot\frac{1\ \cancel{mol\ Na_2CO_3}}{106\ \cancel{g\ Na_2CO_3}}\cdot\frac{307\ \cancel{kcal}}{1\ \cancel{mol\ Na_2CO_3}}\cdot\frac{1\ mol\ mezcla}{74,41\ \cancel{kcal}}=3,89\cdot10^4\ mol\ mezcla$$

Usando la ley de los gases ideales

V=nRT/P= 3,89·10^4·0,082·(273+25)/1=9,5·10^5 L=950 m^3 gas mezcla

c) $\Delta S^o_r=S^o(Na_2CO_3)+S^o(CO_2)+S^o(H_2O)-2\cdot S^o(NaHCO_3)$

$$\Delta S^o_r=32,5+51,1+45,1-2\cdot24,4=79,9\ cal/mol\cdot K$$

Equilibrio implica que ΔG=0

$$\Delta G^o=\Delta H^o-T\Delta S^o$$

$$0=307-T\cdot79,9\cdot10^{-3}$$

$$T=\frac{-307}{-79,9\cdot10^{-3}}=3842\ K$$

d) Volvemos a tener la reacción $CH_4 + O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O$

$$\Delta C_p=C_p(CO_2)+2\cdot C_p(H_2O)-C_p(CH_4)-C_p(O_2)$$

$$\Delta C_p=11,9+2\cdot9,2-14,6-7,9=7,9\ cal/mol\cdot K$$

$$\Delta H(T_2)=\Delta H(T_1)+\int_{T_1}^{T_2}\Delta C_p\,dT$$

$$\Delta H(500\ K)=-191,7\cdot10^3+7,9\cdot(500-298)=-1,90\cdot10^5\ cal/mol=-190\ kcal/mol$$

EJERCICIO PRÁCTICO. SEGUNDA PARTE: QUÍMICA

Q2B.- Los calores de combustión del carbono, hidrógeno y metano a 25 ºC y 1 atm de presión son respectivamente, -94,1, -68,3, y -212,8 kcal/mol. Los calores específicos molares a presión constante varían con la temperatura según las ecuaciones:

c_p (C) = 4,03 + 1,14·10^{-3} T cal/K·mol

c_p (H_2) = 6,52 + 0,78·10^{-3} T cal/K·mol

c_p (CH_4) = 5,65 + 11,44·10^{-3} T cal/K·mol

Se pide el calor de formación del metano a presión constante y a volumen constante a 1000 ºC

Comentario: en el fichero escaneado recibido (no dispongo del original para volver a escanear) sí están los signos menos de las potencias, aunque casi imperceptibles

Resuelto por sleepylavoisier en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4233#p18296

Planteamos la reacción de formación del metano y las reacciones de combustión

"A": $2H_2 + C\ (s) \rightarrow CH_4$

"B": $C + O_2 \rightarrow CO_2$

"C": $H_2 + ½O_2 \rightarrow H_2O$

"D": $CH_4 + 2O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O$

Utilizando la ley de Hess podemos plantear

D=-A+B+2C

ΔH(D)=-ΔH(A)+ΔH(B)+2ΔH(C) → ΔH(A)=-ΔH(D)+ΔH(B)+2ΔH(C)

No sumamos sin más, porque tenemos valores a 25 ºC (298 K) y se nos pide a 1000 ºC (1273 K)

Como por definición $c_p = \frac{dQ_p}{dT} \Rightarrow \frac{d\Delta H}{dT} = \Delta c_p \Rightarrow \Delta H_{T_2} - \Delta H_{T_1} = \int_{T_1}^{T_2} \Delta c_p dT$

Donde T_1=298 K y T_2=1273 K

Para calcular la variación de entalpía a 298 K, usamos los datos

$\Delta H_f(CH_4)$ a 25 ºC=-(-212,8)+(-94,1)+2·(-68,3)=-17,9 kcal/mol = -74,822 kJ/mol

>Validando en https://es.wikipedia.org/wiki/Anexo:Tablas_de_entalp%C3%ADas_de_formaci%C3%B3n_de_compuestos el valor es -74.87 kJ/mol

http://webbook.nist.gov/cgi/cbook.cgi?ID=C74828&Units=SI&Mask=1#Thermo-Gas valores en torno a -74 kJ/mol

Para calcular Δc_p asociado a la formación del metano

$$\Delta c_p = c_p(productos) - c_p(reactivos) = c_p(CH_4) - 2 \cdot c_p(H_2) - c_p(C)$$

$$\Delta c_p = 5{,}65 + 11{,}44 \cdot 10^{-3} T - 2\left(6{,}52 + 0{,}78 \cdot 10^{-3} T\right) - \left(4{,}03 + 1{,}14 \cdot 10^{-3} T\right)$$

$$\Delta c_p = -11{,}42 + 8{,}74 \cdot 10^{-3} T$$

Calculamos el término asociado a la integral

$$\int_{298}^{1273} \left(-11{,}42 + 8{,}74 \cdot 10^{-3} T\right) dT = -11{,}42 \cdot (1273 - 298) + 8{,}74 \cdot 10^{-3} \frac{\left(1273^2 - 298^2\right)}{2}$$

$$-4440{,}86175\ cal/mol$$

Combinando ambos y expresando resultado con tres cifras significativas

$\Delta H_f(CH_4)$ a 1000 ºC= -17900-4440,86175= -22,3 kcal/mol

Enunciado pide también calor a volumen constante

La manera más simple es calcular ΔU=ΔH-ΔnRT para 1000 ºC

$\Delta U_f(CH_4)$ a 1000 ºC= -22340,86175 -(-1)·1,987·1273=-19811,41075=-19,8 kcal/mol

Si usamos definición $c_v=\frac{dQ_v}{dT}\Rightarrow\frac{d\Delta U}{dT}=\Delta c_v\Rightarrow\Delta U_{T_2}-\Delta U_{T_1}=\int_{T_1}^{T_2}\Delta c_v dT$

Donde T_1=298 K y T_2=1273 K
Para calcular la variación de energía interna a 298 K, usamos $\Delta U=\Delta H-\Delta nRT$
Para la formación de metano hay 1 mol de moles gaseosos en productos y 2 en reactivos, $\Delta n=-1$
No tenemos dato de R en el enunciado, usamos R=1,987 cal/mol·K
ΔU=-17900-(-1)·1,987·298=-17307,874 cal/mol
Para calcular Δc_v asociado a la formación del metano
$c_p=c_v+R\rightarrow c_v=c_p-R$
>Eso solamente aplica a los gases, para el C sólido asumimos $c_v\approx c_p$

$$\Delta c_v=c_v(productos)-c_v(reactivos)=c_v(CH_4)-2\cdot c_v(H_2)-c_v(C)$$
$$\Delta c_v=3{,}663+11{,}44\cdot10^{-3}T-2(4{,}533+0{,}78\cdot10^{-3}T)-(4{,}03+1{,}14\cdot10^{-3}T)$$
$$\Delta c_v=-9{,}433+8{,}74\cdot10^{-3}T$$

Calculamos el término asociado a la integral

$$\int_{298}^{1273}(-9{,}433+8{,}74\cdot10^{-3}T)dT=-9{,}433\cdot(1273-298)+8{,}74\cdot10^{-3}\frac{(1273^2-298^2)}{2}$$
$$-2503{,}53675\,cal/mol$$

Combinando ambos y expresando resultado con tres cifras significativas
$\Delta U_f(CH_4)$ a 1000 ºC= -17307,874-2503,53675=-19811,41075=-19,8 kcal/mol

OTROS:

2.- Para el benceno, a la temperatura normal de ebullición (353 K) la variación de la presión de vapor con la temperatura vale: $\frac{dP}{dT}=3016\frac{N}{m^2 K}$

Calcúlese el calor de vaporización por gramo de benceno

https://es.wikipedia.org/wiki/Relaci%C3%B3n_de_Clausius-Clapeyron
http://www.cie.unam.mx/~ojs/pub/Termodinamica/node70.html
Problemas de química física; Joan Bertran Rusca,Javier Nuñez
https://books.google.es/books?id=Rb6axLFw7pYC&pg=PA142 problema 9,5
http://personal.us.es/toledo/pdf/problemas.pdf#page=10 problema 6

https://en.wikipedia.org/wiki/Benzene_%28data_page%29 30,77 kJ/mol a 80,1 ºC

Expresamos resultados finales con 3 cifras significativas

Planteamos la ecuación de Clausius-Clapeyron

$$\frac{dP}{dT}=\frac{\Delta H}{T\,\Delta V}\Rightarrow \Delta H=\frac{dP}{dT}T\,\Delta V$$

La variación de volumen la obtenemos a partir de la ecuación de los gases ideales, considerando despreciable el volumen del benceno líquido frente al gas. Lo hacemos para 1 mol, y usamos R=8,314 J/mol·K que no es dato (usamos J ya que dato enunciado está en unidades SI)

$$\Delta V=V_{gas}-V_{líquido}\approx V_{gas}=\frac{nRT}{P}=\frac{1\cdot 8{,}314\cdot 353}{101325}=0{,}02896\,m^3/mol$$

Sustituyendo

$$\Delta H=3016\cdot 353\cdot 0{,}02986=31790\,J/mol\approx 31{,}8\,kJ/mol$$

Se pide por gramo: la masa molar de benceno C_6H_6, aunque no dan datos, es 6·12+6=78 g/mol benceno

$$\Delta H=\frac{31790}{78}=408\,J/g$$

PROBLEMA A1. El ciclohexà es produeix per hidrogenació del benzé segons la reacció:

$$C_6H_6(g) + 3H_2(g) \rightarrow C_6H_{12}(g)$$

A partir de les dades de la taula següent, determineu l'expressió de l'entalpia lliure estàndard en funció de la temperatura i calculeu el seu valor per a aquesta reacció a 400 K.

	ΔH^o_f (kcal·mol^{-1})	S^o_{298} (cal·K^{-1}·mol^{-1})	$C_p = a + bT + cT^2$ (cal·K^{-1}·mol^{-1})		
			a	b	c
$C_6H_6(g)$	19,82	64,3	-3,54	$9,037\cdot10^{-2}$	$-3,667\cdot10^{-5}$
$C_6H_{12}(g)$	-29,43	71,3	-12,46	$1,432\cdot10^{-1}$	$-5,494\cdot10^{-5}$
$H_2(g)$	-	31,23	6,50	$9,0\cdot10^{-4}$	-

El ciclohexano se produce por hidrogenación del benceno según la reacción:

$$C_6H_6(g) + 3H_2(g) \rightarrow C_6H_{12}(g)$$

A partir de los datos de la siguiente tabla, determine la expresión de la entalpía libre estándar en función de la temperatura y calcule su valor para esta reacción a 400 K.

La energía de Gibbs la calculamos como $\Delta G^o=\Delta H^o-TS^o$

La variación de entalpía la calculamos como

$$\Delta H^o = \Delta H^o_{298} + \int_{298}^{T} \Delta C_p \, dT$$

La variación de entropía la calculamos como

$$\Delta S^o = \Delta S^o_{298} + \int_{298}^{T} \frac{\Delta C_p}{T} \, dT$$

Calculamos primero las variaciones a 298 K y ΔC_p

$$\Delta H^o_{298} = \Delta H^o_f(C_6H_{12}(g)) - (\Delta H^o_f(C_6H_6(g)) + 3\cdot\Delta H^o_f(H_2(g)))$$

$$\Delta H^o_{298} = -29,43 - (19,82+0) = -49,25\, kcal/mol$$

$$\Delta S^o_{298} = S^o_{298}(C_6H_{12}(g)) - (S^o_{298}(C_6H_6(g)) + 3\cdot S^o_{298}(H_2(g)))$$

$$\Delta H^o_{298} = 71,3 - (64,3 + 3\cdot 31,23) = -86,69\, cal\cdot K^{-1}\cdot mol^{-1}$$

$$\Delta C_p = C_p(C_6H_{12}(g)) - (C_p(C_6H_6(g)) + 3\cdot C_p(H_2(g)))$$

$$\Delta C_p = -12,46 + 1,432\cdot10^{-1}T - 5,494\cdot10^{-5}T^2 +$$

$$-(-3,54 + 9,037\cdot10^{-2}T - 3,667\cdot10^{-5}T^2 + 3\cdot(6,50 + 9,0\cdot10^{-4}T))$$

$$\Delta C_p = (-12,46 + 3,54 - 3\cdot6,50) + (1,432\cdot10^{-1} - 9,037\cdot10^{-2} - 3\cdot9,0\cdot10^{-4})T +$$

$$(-5,494\cdot10^{-5} + 3,667\cdot10^{-5})T^2$$

$$\Delta C_p = -28,42 + 5,013\cdot10^{-2}T - 1,827\cdot10^{-5}T^2 [cal\,K^{-1}\cdot mol^{-1}]$$

Calculamos la variación de entalpía a cualquier temperatura (la integral polinómica es inmediata)

$$\Delta H^o = -49,25\cdot10^3 + [-28,42T + 5,013\cdot10^{-2}\frac{1}{2}T^2 - 1,827\cdot10^{-5}\frac{1}{3}T^3]_{298}^{T}$$

$$\Delta H^o = -49,25\cdot10^3 - 28,42\,T + 5,013\cdot10^{-2}\frac{1}{2}T^2 - 1,827\cdot10^{-5}\frac{1}{3}T^3 +$$

$$-(-28,42\cdot298 + 5,013\cdot10^{-2}\frac{1}{2}298^2 - 1,827\cdot10^{-5}\frac{1}{3}298^3)$$

$$\Delta H^o = -4,301\cdot10^4 - 28,42\,T + 2,507\cdot10^{-2}T^2 - 6,09\cdot10^{-6}T^3 [\Delta H^o\, en \frac{cal}{mol}, T\, en\, K]$$

Calculamos la variación de entropía a cualquier temperatura (la integral polinómica es inmediata)

$$\Delta S^o = -86{,}69 + \left[-28{,}42\ln(T) + 5{,}013\cdot 10^{-2}T - 1{,}827\cdot 10^{-5}\frac{1}{2}T^2\right]_{298}^{T}$$

$$\Delta S^o = -86{,}69 - 28{,}42\ln(T) + 5{,}013\cdot 10^{-2}T - 9{,}135\cdot 10^{-6}T^2 + \\ -\left(-28{,}42\cdot\ln(298) + 5{,}013\cdot 10^{-2}\cdot 298 - 9{,}135\cdot 10^{-6}\cdot 298^2\right)$$

$$\Delta S^o = 61{,}09 - 28{,}42\ln(T) + 5{,}013\cdot 10^{-2}T - 9{,}135\cdot 10^{-6}T^2 \left[\Delta S^o \text{ en } cal\cdot mol^{-1}\cdot K^{-1}, T \text{ en } K\right]$$

$$\Delta G^o = \Delta H^o - T\Delta S^o = -4{,}301\cdot 10^4 - 28{,}42T + 2{,}507\cdot 10^{-2}T^2 - 6{,}09\cdot 10^{-6}T^3 + \\ -T\left(61{,}09 - 28{,}42\ln(T) + 5{,}013\cdot 10^{-2}T - 9{,}135\cdot 10^{-6}T^2\right)$$

$$\Delta G^o = -4{,}301\cdot 10^4 + 28{,}42\,T\ln(T) - 89{,}51\,T - 2{,}506\cdot 10^{-2}T^2 + 3{,}045\cdot 10^{-6}T^3 \left[\Delta G^o \text{ en } \frac{cal}{mol}, T \text{ en } K\right]$$

Para T=400 K

$$\Delta G^o(400\,K) = -4{,}301\cdot 10^4 + 28{,}42\cdot 400\ln(400) - 89{,}51\cdot 400 - 2{,}506\cdot 10^{-2}\,400^2 + 3{,}045\cdot 10^{-6}\,400^3$$

$$\Delta G^o(400\,K) = -14{,}52\cdot 10^3\, cal/mol = -14{,}52\, kcal/mol$$

PROBLEMA X8 (Se desconoce el número). Les pressions de vapor del cianur d'hidrogen venen donades per les equacions:

$$\log p\ (torr) = 9{,}33902 - 1864{,}4\ T^{-1}\ (sòlid)$$
$$\log p\ (torr) = 7{,}74460 - 1543{,}06\ T^{-1}\ (liquid)$$

Calcula:
a) les calors de sublimació, de vaporització i de fusió.
b) la temperatura i la pressió del punt triple.
c) el punt d'ebullició normal.
Dada: R = 2 cal K^{-1} mol^{-1}

Las presiones de vapor del cianuro de hidrógeno vienen dadas por las ecuaciones:

$$\log p\ (torr) = 9{,}33902 - 1864{,}4\ T^{-1}\ (sólido)$$
$$\log p\ (torr) = 7{,}74460 - 1543{,}06\ T^{-1}\ (liquido)$$

Calcula:
a) los calores de sublimación, vaporización y fusión.
b) la temperatura y la presión del punto triple.
c) el punto de ebullición normal.
Dato: R = 2 cal K^{-1} mol^{-1}

a) Usamos la ecuación de Clausius-Clapeyron $\frac{dp}{dT}=\frac{L}{T\Delta V}$ siendo L calor latente el de cambio de estado el calor de sublimación (desde sólido) o vaporización (desde líquido) según el caso y teniendo en cuenta que la $\Delta V=V_{gas}-V_{condensado}\approx V_{gas}$ y usando la ecuación de los gases ideales $V_{gas}=nRT/P$

$$\frac{dp}{dT}=\frac{\Delta H_{cambio}\cdot P}{T\cdot RT}dT$$
$$\frac{dp}{P}=\frac{\Delta H_{cambio}}{RT^2}dT$$
$$\int\frac{dp}{P}=\int\frac{\Delta H_{cambio}}{RT^2}dT$$
$$\ln p=\frac{-\Delta H_{cambio}}{R}\frac{1}{T}+C$$

Enunciado usa log que entendemos que es $\log_{10}$, y $\ln(p)=\ln(10^{\log_{10}(p)})=\ln(10)\cdot\log_{10}(p)\approx 2{,}303\cdot\log_{10}(p)$

Llegamos a la expresión $\log_{10}(p)=C-\frac{\Delta H_{cambio}}{\ln(10)\cdot R}T^{-1}$ que podemos mapear a las del enunciado

Para el paso de sólido a gas, sublimación

$$\frac{\Delta H_{sublimación}}{\ln(10)\cdot R}=1864{,}4\Rightarrow\Delta H_{sublimación}=1864{,}4\cdot\ln(10)\cdot 2=8{,}586\cdot 10^3\ cal/mol$$

Para el paso de líquido a gas, vaporización

$$\frac{\Delta H_{vaporización}}{\ln(10)\cdot R}=1543{,}06\Rightarrow\Delta H_{sublimación}=1543{,}06\cdot\ln(10)\cdot 2=7{,}106\cdot 10^3\ cal/mol$$

Valor similar al reflejado en https://webbook.nist.gov/cgi/cbook.cgi?ID=C74908&Units=CAL&Mask=4#Thermo-Phase que es en torno a 6,7 kcal/mol

Para la fusión utilizamos la ley de Hess: sublimar = fusionar + vaporizar

$$\Delta H_{fusión}=\Delta H_{sublimación}-\Delta H_{vaporización}=8{,}586\cdot 10^3-7{,}106\cdot 10^3=1{,}48\cdot 10^3\ cal/mol$$

b) En el punto triple las presiones de vapor de sólido y líquido son iguales

$$9{,}33902-\frac{1864{,}4}{T}=7{,}74460-\frac{1543{,}06}{T}$$

$$9{,}33902-7{,}74460=\frac{1864{,}4-1543{,}06}{T}$$

$$T=\frac{1864{,}4-1543{,}06}{9{,}33902-7{,}74460}=201{,}5\,K$$

La presión del punto triple la calculamos con cualquiera de las dos expresiones anteriores

$$\log_{10}(p)=9{,}33902-\frac{1864{,}4}{201{,}5}$$

$$p=10^{9{,}33902-\frac{1864{,}4}{201{,}5}}=1{,}22\,torr$$

c) El punto de ebullición normal es la temperatura a la que la presión de vapor del líquido es 1 atm (760 torr)

$$\log_{10}(760)=7{,}74460-\frac{1543{,}06}{T}$$

$$T=\frac{1543{,}06}{7{,}74460-\log_{10}(760)}=317{,}3\,K$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 24 julio 2025
CC BY SA

PROBLEMAS DE QUÍMICA

1. La reacción C (s) + ½O_2 (g) → CO (g), es exotérmica
y la reacción C (s) + H_2O (g) → CO (g) + H_2 (g) es endotérmica.
Teóricamente una mezcla de vapor de agua y aire (aire: 20% de oxígeno y 80% de nitrógeno en volumen), se puede hacer pasar sobre carbón de cok incandescente de manera que la temperatura permanece constante. Suponiendo que ambas reacciones se efectúan cuantitativamente, calcular la relación de moles de vapor de agua / moles de aire en la mezcla calentada a 100 ºC para que se mantenga la temperatura del carbón a 1000 ºC.

Datos: CO (g) ΔH^o_{f298}=-26,62 kcal/mol; C_p=6,5+10^{-3}T cal/mol·grado
H_2O (g) ΔH^o_{f298}=-58 kcal/mol; C_p=8,15+0,5·10^{-3}T cal/mol·grado
C(s) C_p=1,1+4,8·10^{-3}T cal/mol·grado
H_2(g) C_p=6,62+0,81·10^{-3}T cal/mol·grado
O_2(g) C_p=6,5+10^{-3}T cal/mol·grado
N_2(g) C_p=6,5+10^{-3}T cal/mol·grado

Otros problemas con expresiones de variación de Cp con la temperatura: 1999 Cataluña 2-3, 1996 Extremadura F2, 1994 Cataluña A3

En general en problemas de termodinámica debemos comenzar dejando claro el convenio de signos usado: se utiliza el convenio IUPAC según el cual la primera ley es ΔU=Q+W, Q>0 y W>0 son aportados al sistema (no se utiliza el convenio Clausius según el cual es ΔU=Q-W)

a) Calculamos el cambio de entalpía a 1000 ºC usando la ley de Hess para ambas reacciones
Los datos son a 298 K y se da variación con la temperatura

$$C_p=\frac{dH}{dT}\Rightarrow \Delta C_p=\frac{d\Delta H}{dT}\Rightarrow \int_{T1}^{T2} d\Delta H=\int_{T1}^{T2}\Delta C_p dT\Rightarrow \Delta H(T_2)=\Delta H(T_1)+\int_{T1}^{T2}\Delta C_p dT$$

Primera reacción C (s) + ½O_2 (g) → CO (g)
ΔH_1 = ΔH_f(CO(g), 1000 °C) - ΔH_f(C(s), 1000 °C) - ½·ΔH_f(O_2(g), 1000 °C)

$$\Delta C_{p1}=C_p(CO)-(C_p(C)+\frac{1}{2}C_p(O_2))$$

$$\Delta C_{p1}=6,5+10^{-3}T-(1,1+4,8\cdot 10^{-3}T+\frac{1}{2}6,5\cdot 10^{-3}T)=\Delta C_{p1}=2,15-4,3\cdot 10^{-3}T\ cal/mol{\cdot}grado$$

$$\Delta H_1(1000\,°C)=\Delta H_1(298\,K)+\int_{298}^{1273}\Delta C_{p1}dT$$

$$\Delta H_1(1000\,°C)=(-26,62\cdot 10^3-(0+1/2\cdot 0))+\int_{298}^{1273}(2,15-4,3\cdot 10^{-3}T)dT$$

$$\Delta H_1(1000\,°C)=-26,62\cdot 10^3+[2,15\cdot T-\frac{1}{2}\cdot 4,3\cdot 10^{-3}T^2]_{298}^{1273}$$ exotérmica

$$\Delta H_1(1000\,°C)=-26,62\cdot 10^3+(2,15\cdot(1273-298)-\frac{1}{2}\cdot 4,3\cdot 10^{-3}(1273^2-298^2))$$

$$\Delta H_1(1000\,°C)=-2,7812\cdot 10^4\ cal/mol$$

Para la segunda reacción C (s) + H_2O (g) → CO (g) + H_2 (g)
ΔH_2=ΔH_f(CO(g), 1000 °C) + ΔH_f(H2(g), 1000 °C) - ΔH_f(C(s), 1000 °C) - ½·ΔH_f(H_2O(g), 1000 °C)

$$\Delta C_{p2}=C_p(CO)+C_p(H_2)-(C_p(C)+C_p(H_2O))$$

$$\Delta C_{p2}=6,5+10^{-3}T+6,62+0,81\cdot 10^{-3}T-(1,1+4,8\cdot 10^{-3}T+8,15+0,5\cdot 10^{-3}T)$$

$$\Delta C_{p2}=3,87-3,49\cdot 10^{-3}T\ cal/mol{\cdot}grado$$

$$\Delta H_2(1000\,^\circ C)=\Delta H_2(298\,K)+\int_{298}^{1273}\Delta C_{p2}\,dT$$

$$\Delta H_2(1000\,^\circ C)=(-26{,}62\cdot 10^3+0-(-58\cdot 10^3+0))+\int_{298}^{1273}(3{,}87-3{,}49\cdot 10^{-3}T)\,dT$$

$$\Delta H_2(1000\,^\circ C)=31{,}38\cdot 10^3+[3{,}87\cdot T-\frac{1}{2}\cdot 3{,}49\cdot 10^{-3}T^2]_{298}^{1273}$$ endotérmica

$$\Delta H_2(1000\,^\circ C)=31{,}38\cdot 10^3+(3{,}87\cdot(1273-298)-\frac{1}{2}\cdot 3{,}49\cdot 10^{-3}(1273^2-298^2))$$

$$\Delta H_2(1000\,^\circ C)=3{,}2480\cdot 10^4\,cal/mol$$

Para que la temperatura del carbón se mantenga en 1000 °C, el calor liberado por la primera reacción debe igualar al absorbido por la segunda reacción más el calor que absorben el agua y el aire (oxígeno y nitrógeno) para pasar de 100 ºC a 1000 ºC: no es una situación estacionaria a 1000 ºC porque se está suministrando aire continuamente a 100 ºC. Tenemos en cuenta que la primera reacción está ajustada con ½ en O_2, y la entalpía de combustión es por mol de sustancias con coeficiente 1 (C y CO), por lo que añadimos un 2.

$$n_{O_2}\cdot 2\cdot\Delta H_1(1000\,^\circ C)+n_{H_2O}\cdot\Delta H_2(1000\,^oC)+Q_{absorbido\,O2}+Q_{absorbido\,N2}+Q_{absorbido\,H2O}=0$$

$$Q_{O_2}=n_{O_2}\int_{373}^{1273}(6{,}5+10^{-3}T)\,dT$$

$$Q_{O_2}=n_{O_2}[6{,}5T+\frac{1}{2}10^{-3}T^2]_{373}^{1273}$$

$$Q_{O_2}=n_{O_2}[6{,}5(1273-373)+\frac{1}{2}10^{-3}(1273^2-373^2)]=n_{O_2}6{,}5907\cdot 10^3\,cal$$

Al tener la misma expresión de Cp el N_2 que el O_2, el calor es el mismo.

$$Q_{N_2}=n_{M_2}\int_{373}^{1273}(6{,}5+10^{-3}T)\,dT=n_{N_2}6{,}5907\cdot 10^3\,cal$$

Se pueden combinar y ver que $Q_{aire}=Q_{O2}+Q_{N2}=n_{aire}\cdot 6{,}5907\cdot 10^3$ cal

$$Q_{H_2O}=n_{H_2O}\int_{373}^{1273}(8{,}15+0{,}5\cdot 10^{-3}T)\,dT$$

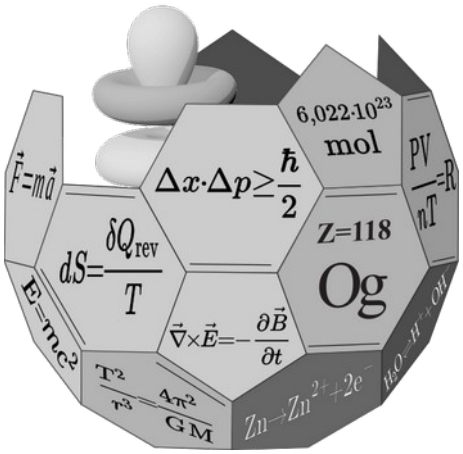
$$Q_{H_2O}=n_{H_2O}[8{,}15T+\frac{1}{2}0{,}5\cdot 10^{-3}T^2]_{373}^{1273}$$

$$Q_{H_2O}=n_{H_2O}[8{,}15(1273-373)+\frac{1}{2}0{,}5\cdot 10^{-3}(1273^2-373^2)]=n_{H_2O}7{,}7054\cdot 10^3\,cal$$

Se nos pide la relación de moles de vapor de agua / moles de aire en la mezcla calentada a 1000 ºC, expresamos todo en función de moles de aire: al tener el aire un 20% en volumen de O_2, y 80% de N_2, $n_{O2}=0{,}2\cdot n_{aire}$ y $n_{N2}=0{,}8\cdot n_{aire}$

$$n_{H_2O}(3{,}2480\cdot 10^4+7{,}7054\cdot 10^3)=n_{aire}(0{,}2\cdot 2\cdot 2{,}7812\cdot 10^4-6{,}5907\cdot 10^3)$$

$$\frac{n_{H_2O}}{n_{aire}}=\frac{0{,}2\cdot 2\cdot 2{,}7812\cdot 10^4-6{,}5907\cdot 10^3}{3{,}2480\cdot 10^4+7{,}7054\cdot 10^3}=0{,}1128=11{,}28\,\%$$



Problemas resueltos oposiciones Física y Química

Recopilación realizada 4 septiembre 2025

Química átomo y enlace

enrique@fiquipedia.es

CC BY SA

Cas 1. Qüestions prèvies 2. A la sortida dels cavallets, mentre contemplen la posta del sol, s'encén un castell de focs artificials. Els colors de la pirotècnia els fa recordar un experiment que van fer al laboratori de Química.
Els focs artificials contenen pólvora. La pólvora és un explosiu format per sofre, carboni i nitrats de metalls alcalins o alcalinoterris. La reacció química que representa l'explosió de la pólvora és complexa. Una estequiometria possible és:

$$10KNO_3\ (s) + 3S\ (s) + 8C\ (s) \rightarrow 2K_2CO_3\ (s) + 3K_2SO_4\ (s) + 6CO_2\ (g) + 5N_2\ (g)$$

La variació d'entalpia de la reacció és ΔHr = - 965Kcal
a) (1,25p) Defineix entalpia estàndard de formació i calcula l'entalpia de formació del CO_2 (g). Es tracta d'una reacció endotèrmica o exotèrmica? Justifica la resposta.
b) (1,25p) En la taula següent es relacionen alguns elements metàl·lics amb el color que emeten quan són excitats a la flama.

Element	Li	Na	K	Ca	Pb	Cu
Color de la flama	Roig intens	Groc	Violeta	Roig-taronja	Blau	Verd

Escriviu les configuracions electròniques del Li, Na, K i Ca i ordeneu aquests elements segons els seus radis atòmics. Justifiqueu els ions més favorables que formaran aquests elements en funció de la seva configuració electrònica. Justifiqueu les respostes d'acord amb les configuracions electròniques i al model atòmic de càrregues elèctriques.
DADES
Z (Li)=3; Z(Na)=11; Z(K)=19; Z(Ca)=20. 1cal=4,18J
Entalpies estàndard de formació (25°C):
$\Delta H_f\ (K_2CO_3)$=-1200kJ, $\Delta H_f\ (K_2SO_4)$= -1400kJ, $\Delta H_f\ (KNO_3)$= - 494kJ

A la salida de los caballitos, mientras contemplan la puesta del sol, se enciende un castillo de fuegos artificiales. Los colores de la pirotecnia les hace recordar un experimento que realizaron en el laboratorio de Química. Los fuegos artificiales contienen pólvora. La pólvora es un explosivo formado por azufre, carbono y nitratos de metales alcalinos o alcalinotérreos. La reacción química que representa la explosión de la pólvora es compleja. Una estequiometría posible es:

$$10KNO_3\ (s) + 3S\ (s) + 8C\ (s) \rightarrow 2K_2CO_3\ (s) + 3K_2SO_4\ (s) + 6CO_2\ (g) + 5N_2\ (g)$$

La variación de entalpía de la reacción es ΔHr = - 965Kcal
a) (1,25p) Define entalpía estándar de formación y calcula la entalpía de formación del CO_2 (g). ¿Se trata de una reacción endotérmica o exotérmica? Justifica la respuesta.
b) (1,25p) En la siguiente tabla se relacionan algunos elementos metálicos con el color que emiten cuando son excitados a la llama.

Elemento	Li	Na	K	Ca	Pb	Cu
Color de la llama	Rojo intenso	Amarillo	Violeta	Rojo-naranja	Azul	Verde

Escriba las configuraciones electrónicas de Li, Na, K y Ca y ordene estos elementos según sus radios atómicos. Justifique los iones más favorables que formarán estos elementos en función de su configuración electrónica. Justifique las respuestas de acuerdo con las configuraciones electrónicas y al modelo atómico de cargas eléctricas.
DATOS
Z (Li)=3; Z(Na)=11; Z(K)=19; Z(Ca)=20. 1cal=4,18J
Entalpías estándar de formación (25°C):
$\Delta H_f\ (K_2CO_3)$=-1200kJ, $\Delta H_f\ (K_2SO_4)$= -1400kJ, $\Delta H_f\ (KNO_3)$= - 494kJ

El símbolo para kilo es k minúscula. El valor debe ir separado de la unidad: debería ser -965 kcal; 1 cal = 4,18 J; -1200 kJ; -1400 kJ; -494 kJ.

a) La entalpía estándar de formación es la entalpía de la reacción de formación de un mol de sustancia a partir de los elementos en su estado estándar, por lo que la entalpía de formación de un elemento en su estado estándar es cero.

$$\Delta H^o = 2 \cdot \Delta H^o_f(K_2CO_3) + 3 \cdot \Delta H^o_f(K_2SO_4) + 6 \cdot \Delta H^o_f(CO_2) + 5 \cdot 0 - [10 \cdot \Delta H^o_f(KNO_3) + 3 \cdot 0 + 8 \cdot 0]$$

$$-965 \cdot 10^3 \cdot 4,18 = 2 \cdot (-1200 \cdot 10^3) + 3 \cdot (-1400 \cdot 10^3) + 6 \cdot \Delta H^o_f(CO_2) - 10 \cdot (-494 \cdot 10^3)$$

$$-2,3737 \cdot 10^6 = 6 \cdot \Delta H^o_f(CO_2) \Rightarrow \Delta H^o_f(CO_2) = -3,956 \cdot 10^5 \, J/mol = -395,6 \, kJ/mol$$

https://webbook.nist.gov/cgi/cbook.cgi?ID=C124389&Mask=1#Thermo-Gas -393,5 kJ/mol

La reacción de formación del CO_2 y la reacción del enunciado son reacciones exotérmicas ya que $\Delta H<0$

b) Li: $1s^2 2s^1$

Na: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$

K: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^1$

Ca: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2$

El radio atómico crece cuanto mayor es el periodo, ya que hay mayor número de capas con electrones. Para el mismo periodo, el radio atómico decrece cuanto mayor es el número atómico, ya que estando los electrones en la misma capa aumenta la carga nuclear efectiva y los electrones están más atraidos. Ordenados de radio atómico menor a mayor Li < Na < Ca < K.

Los iones más favorables serán los más estables, en los que se consigue capas completas y configuración de gas noble

Li^+: $1s^2$ como He

Na^+: $1s^2 2s^2 2p^6$ como Ne

K^+: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$ como Ar

Ca^{2+}: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$ como Ar

3. Indique razonadamente:
a) Cómo evoluciona la primera energía de ionización de los elementos de un mismo periodo al aumentar el número atómico.
b) Si el radio del ión cloruro será mayor o menor que el radio atómico del cloro.
c) Qué tienen en común el Na+ y el O^{-2}.
(2,5 puntos)

La notación correcta es O^{2-} según normas IUPAC 2005
IR-3.2 INDICATION OF MASS, CHARGE AND ATOMIC NMBER USING INDEXES (SUBSCRIPTS AND SUPERSCRITS)
A charge placed on an atom of symbol A is indicated as A^{n+} or A^{n-}, not as A^{+n} or A^{-n}.

a) La primera energía de ionización es la energía mínima a aportar (positiva) para extraer un electrón de un átomo en estado gaseoso en su estado fundamental X(g) → X+(g) + e- . Depende de lo ligado que esté el último electrón al núcleo. En el periodo aumenta al aumentar el número atómico ya que disminuye el radio, el último electrón está más cercano al núcleo y más ligado. Razonando cómo varía el radio atómico en el periodo usado en el razonamiento anterior, de izquierda a derecha el valor máximo de n es el mismo, pero Z y carga del núcleo va aumentando, por lo que los electrones son más atraídos por el núcleo y el tamaño es menor ya que cualitativamente el tamaño se reduce al estar los electrones externos más cerca.
b) El radio del ión cloruro será mayor que el radio atómico del cloro: ambos tiene 17 protones en el núcleo, pero en el caso del ion el número de electrones es mayor, y hacerlo anión añade "capas/subcapas" de electrones.
c) Tanto Na^{+} como O^{2-} con isoelectrónicos porque comparten la configuración electrónica $1s^2 2s^2 2p^6$

3.- Responda razonadamente a las siguientes cuestiones:
a) ¿Cuántos electrones tiene el ion $^{58}_{26}Fe^{3+}$? Escriba su configuración electrónica.
b) ¿Cuál es la composición del núcleo de un anión de símbolo X^- que contiene 18 electrones y cuyo número másico es 35?
c) ¿Cuál es el ion más estable que puede formar el elemento de número atómico 38?
(2,5 puntos)

a) Dado que Z=26 tiene 26 protones, y como la carga es +3, **el ion Fe^{3+} tiene 23 electrones.**
El número de oxidación es +3 en el hierro porque cediendo los 2 electrones de orbital 4s y un electrón de orbitales 3d, consigue una configuración especialmente estable ya que tiene la capa 4s totalmente vacía y la capa 3d llena al 50%.
La configuración electrónica del ion Fe^{3+} es $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^5$ (no es la que se obtiene aplicando sin más el diagrama de Moeller, que sería $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^3$)
b) Si tiene 18 electrones y la carga es -1, el átomo neutro tiene 17 protones, y el elemento con Z=17 es cloro. Como el número másico A es 35, el número de neutrones es 35-17=18.
La composición del núcleo es 17 protones y 18 neutrones.
Como es un problema de oposición y la respuesta anterior es simple, por añadir más se podría citar que cada protón está formado por 2 quarks up y 1 quark down, y los neutrones por 2 quarks down y 1 quark up, por lo que tiene 17·2+18=52 quarks up y 17+18·2=53 quarks down. La carga que aportan los quarks up es 52·2/3=104/3 y la carga que aportan los quarks down es 53·(-1/3)=-53/3, por lo que la carga total es (104-53)/3=51/3=17.
La composición del núcleo es 52 quarks up y 53 quarks down.
c) Z=38 tiene configuración electrónica $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^6 5s^2$ (es estroncio en periodo 5 y grupo 2). **El ion más estable es Sr^{2+} con el que consigue configuración de gas noble kriptón.**

enrique@fiquipedia.es Revisado 15 agosto 2025
CC BY SA

EXAMEN DE LA CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA DEL CUERPO DE PROFESORES DE ENSEÑANZA SECUNDARIA, ESPECIALIDAD DE FÍSICA Y QUÍMICA

La siguiente prueba consta de 4 ejercicios (2 de Física y 2 de Química) sobre los contenidos recogidos en el temario vigente de la especialidad. Cada uno de los problemas será calificado con una nota de entre 0 a 2,5 puntos y la nota final de la prueba se expresará en términos de APTO o NO APTO.

3.- Las configuraciones electrónicas de dos átomos A y B son $1s^2\ 2s^2\ 2p^3$ y $1s^2\ 2s^2\ 2p^5$, respectivamente. Explique razonadamente:

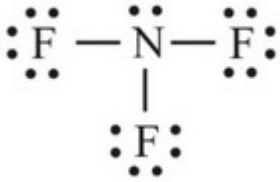
a) El tipo de enlace que se establece entre ambos elementos para obtener el compuesto AB_3.

b) La geometría según la TRPECV del compuesto AB_3.

c) La polaridad del compuesto AB_3 y su solubilidad en agua.

a) A tiene 7 electrones, Z=7, es N, nitrógeno.
B tiene 9 electrones, Z=9, es F, flúor.
Ambos son no metales, el tipo de enlace es covalente.

b) AB_3 es NF_3
N tiene 5 electrones de valencia y F 7 electrones de valencia.
En el diagrama de Lewis el N ocupa la posición central, tiene 4 grupos de electrones, tres foman enlaces simples con cada F y un par solitario. La geometrá es pirámide trigonal



c) Los enlaces NF son polares (el F es más electronegativo) y la geometría de la molécula hace que los momentos dipolares no se cancelen y la molécula sea polar. Como el H_2O es un disolvente polar, será soluble en agua, aunque poco soluble al ser un gas en el rango de temperaturas en el que el agua es líquida.

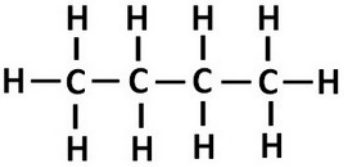
https://en.wikipedia.org/wiki/Nitrogen_trifluoride
Melting point −207.15 °C
Solubility in water 0.021 g/100 mL

Model 1. Cas 2. Qüestions prèvies.

c) Expliqueu la forma, el tipus d'orbitals i els enllaços de la molècula de butà i de la molècula de diòxid de carboni.

c) Explique la forma, el tipo de orbitales y los enlaces de la molécula de butano y de la molécula de dióxido de carbono.

c) Molécula de butano C_4H_{10}, CH_3-CH_2-CH_2-CH_3

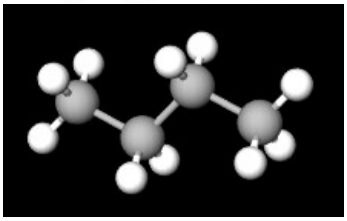


El diagrama de Lewis es la fórmula desarrollada: cada carbono está rodeado por 4 pares de electrones enlazantes

Según teoría RPECV hay 4 grupos de electrones en torno a cada carbono y la geometría es tetraédrica, 109,5º

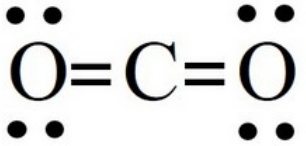
Cada átomo de carbono tiene 4 enlaces simples y tiene hibridación sp^2 con un ángulo de 109,5º

Cada enlace C-H es un enlace σ entre un orbital sp^2 del carbono y un orbital s del hidrógeno.



https://molview.org/?q=Butane

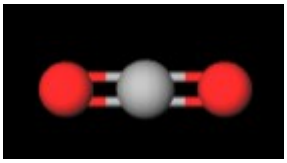
Molécula de dióxido de carbono CO_2



El diagrama de Lewis tiene el carbono en el centro, con dos enlaces dobles, uno con cada oxígeno, y cada oxígeno tiene dos pares de electrones no enlazantes.

Según teoría RPECV hay 2 grupos de electrones en torno al carbono y la geometría es lineal, 180º

El átomo de carbono tiene 2 enlaces dobles: tiene hibridación sp con un ángulo de 180º



Cada enlace C=O es un enlace σ entre un orbital sp del carbono y un orbital sp^2 del oxígeno y un enlace π entre un orbital p del carbono sin hibridar y un orbital p del oxígeno sin hibridar.

https://molview.org/?cid=280

enrique@fiquipedia.es Revisado 16 agosto 2025
CC BY SA

3. Responda razonadamente a las siguientes cuestiones:
a) ¿Cuántos electrones tiene el ion $^{58}_{26}Fe^{3+}$? Escriba su configuración electrónica.
b) ¿Cuál es la composición del núcleo de un anión de símbolo X^- que contiene 18 electrones y cuyo número másico es 35?
c) ¿Cuál es el ion más estable que puede formar el elemento de número atómico 38?
(2,5 puntos)

a) El átomo neutro tiene 26 electrones, y el catión con carga +3 tiene 3 electrones menos, 23.
La configuración electrónica del ion Fe^{3+} $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^0 3d^5$
Es una excepción a la regla de llenado: tiene una capa s vacía y una capa d semillena.
b) Si el anión tiene 18 electrones y carga -1, su Z es una unidad menor, 17, y es cloro.
Si el número másico es 35, el número de neutrones es 35-17=18
El núcleo de $^{35}_{17}Cl^-$ tiene 17 protones y 18 neutrones.
Dado lo breve del ejercicio se puede citar que los cada protón está formado por dos quarks up y uno down, y cada neutrón por dos quark down y uno up, por lo que la composición del núcleo es $17 \cdot 2+18=52$ quarks up y $17+18 \cdot 2=53$ quarks down.
c) El elemento de Z=38 (Sr, estroncio) tiene configuración electrónica
$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^6 5s^2$
El ion más estable es Sr^{2+} en el que consigue configuración electrónica de gas noble, Kr.

Menorca B3. El ferro és el quart element més abundant a lescorça terrestre i es ve emprant des de fa més de 5.000 anys. El ferro és, pero, fácilment oxidable cosa que limita la seva utilització. Per reforçar la resistencia a l'oxidació es poden fer aliatges amb el ferro i un element X que compleix les següents característiques:
i.- La seva massa atómica és més petita que la del ferro
ii.- En la seva primera ionització es veu afectat un electró amb nombres quántics n= 4-ℓ
iii.- En la seva segona ionització l'electró afectat té nombres quántics n = 5 - ℓ
a.- Explica raonadament quin és aquest element X.

El compost D és un agent oxidant inestable que es pot emprar per eliminar el Fe^{+2} de l'aigua. D conté els elements G i Z (a més d'hidrogen). El nombre d'oxidació de Z és +1. En el compost D l'hidrogen está enllagat a l'element amb una electronegativitat més alta. Aquí teniu més informació sobre G i Z:
i.- L'estat normal de G és el de gas diatómic
ii.- G té dos protons més que l'element E. Z_2 és un líquid a 25ºC
iii.- El compost EZ_4 té geometria tetraédrica mentre que el compost EG_2 té una geometria lineal
b.- Identifica els elements G i Z i dibuixa la geometria del compost D segons la teoria de RPECV. Dibuixa, segons la teoria d'EV, els diagrames orbitals de les molécules EZ_4 i EG_2, indicant clarament quina és la hibridació dels orbitals atómics de l'átom central i els enllagos σ i π que es formen.

El hierro es el cuarto elemento más abundante en la corteza terrestre y se viene empleando desde hace más de 5.000 años. El hierro es, sin embargo, fácilmente oxidable lo que limita su utilización. Para reforzar la resistencia a la oxidación se pueden realizar aleaciones con el hierro y un elemento X que cumple las siguientes características:
i.- Su masa atómica es menor que la del hierro
ii.- En su primera ionización se ve afectado un electrón con números cuánticos n= 4-ℓ
iii.- En su segunda ionización el electrón afectado tiene números cuánticos n = 5 - ℓ
a.- Explica razonadamente cuál es este elemento X.

El compuesto D es un agente oxidante inestable que se puede utilizar para eliminar el Fe^{2+} del agua. D contiene los elementos G y Z (además de hidrógeno). El número de oxidación de Z es +1. En el compuesto D el hidrógeno está enlazado al elemento con una electronegatividad más alta. Aquí tiene más información sobre G y Z:
i.- El estado normal de G es el de gas diatómico
ii.- G tiene dos protones más que el elemento E. Z_2 es un líquido a 25 ºC
iii.- El compuesto EZ_4 tiene geometría tetraédrica mientras que el compuesto EG_2 tiene una geometría lineal
b.- Identifica los elementos G y Z y dibuja la geometría del compuesto D según la teoría de RPECV. Dibuja, según la teoría de EV, los diagramas orbitales de las moléculas EZ_4 y EG_2, indicando claramente cuál es la hibridación de los orbitales atómicos del átomo central y los enlagos σ y π que se forman.

El número de oxidación se indica n+ y no +n, debería ser Fe^{2+}

a) Siendo la masa menor que Fe (Z=26 y masa 55,8), las aleaciones habituales son con cromo

(Z=24 y masa 52)
El cromo tiene la configuración electrónica $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^1 3d^5$ (es una excepción)
La primera energía de ionización supone extraer el electrón 4s, luego l=0 (s) y n=4-0=4
La segunda energía de ionización supone extraer un electrón 4d, luego l=2 (d) y n=5-2=3
El elemento X es Cr, cromo
b) Z es Br al ser Br_2 líquido
G gas diatómico es O_2
E con dos protones menos que G es carbono: EZ_4 es CBr_4 (geometría tetraédrica) y EG_2 es CO_2 (geometría lineal)
Compuesto D es HBrO, ácido hipobromoso
Se indica que D es un agente oxidante, no se pide validar pero validamos que Br se reduce de +1 a -1 y oxida el Fe^{2+} a Fe^{3+} . El Fe^{3+} forma hidróxidos menos solubles que Fe^{2+}.
https://en.wikipedia.org/wiki/Standard_electrode_potential_(data_page)
$Fe^{3+} + e^- \rightleftharpoons Fe^{2+}$ 0.771
$BrO^- + H_2O(l) + 2e^- \rightleftharpoons Br^- + 2OH^-$ 0.76
Eso sería en medio básico con $[OH^-]=1$ M.

$$E(BrO^-/Br^-) = E^o(BrO^-/Br^-) - \frac{0{,}05916}{2}\log_{10}\left(\frac{[Br^-][OH^-]^2}{[BrO^-]}\right) \quad (1)$$

En medio ácido $[H^+]=1$ M (sumamos $2H^+$ a cada lado) usando Nernst
$HBrO + H^+ + 2e^- \rightleftharpoons Br^- + H_2O$

$$E(HBrO/Br^-) = E^o(HBrO/Br^-) - \frac{0{,}05916}{2}\log_{10}\left(\frac{[Br^-]}{[HBrO][H^+]}\right) \quad (2)$$

El valor no está tabulado, pero sí lo está pKa HBrO = 8,65 → $Ka=10^{-8{,}65}=2{,}24\cdot10^{-9}$
https://es.wikipedia.org/wiki/%C3%81cido_hipobromoso

$$HBrO \rightleftharpoons BrO^- + H^+ \quad K_a = \frac{[BrO^-][H^+]}{[HBrO]} \Rightarrow [BrO^-] = K_a\frac{[HBrO]}{[H^+]} \quad (3)$$

También tenemos $[OH^-] = \frac{K_w}{[H^+]}$ (4)

Sustituyendo (3) en (1) $E(BrO^-/Br^-) = E^o(BrO^-/Br^-) - \frac{0{,}05916}{2}\log_{10}\left(\frac{[Br^-][OH^-]^2[H^+]}{K_a[HBrO]}\right)$ (5)

Sustituyendo (4) en (5)

$$E(BrO^-/Br^-) = E^o(BrO^-/Br^-) - \frac{0{,}05916}{2}\log_{10}\left(\frac{[Br^-]K_w^2}{K_a[HBrO][H^+]}\right)$$

$$E(BrO^-/Br^-) = E^o(BrO^-/Br^-) - \frac{0{,}05916}{2}\log_{10}\left(\frac{K_w^2}{K_a}\right) - \frac{0{,}05916}{2}\log_{10}\left(\frac{[Br^-]}{[HBrO][H^+]}\right)$$

Combinando con (2)

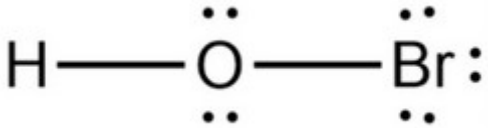
$$E(BrO^-/Br^-) = E^o(BrO^-/Br^-) - \frac{0{,}05916}{2}\log_{10}\left(\frac{K_w^2}{K_a}\right) + E(HBrO/Br^-) - E^o(HBrO/Br^-)$$

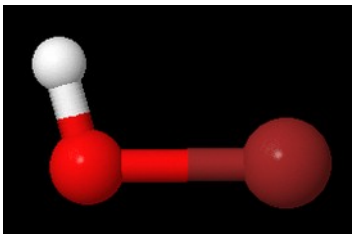
Los potenciales E, no Eº, deben coincidir en las mismas condiciones

$$E^o(HBrO/Br^-) = E^o(BrO^-/Br^-) - \frac{0{,}05916}{2}\log_{10}\left(\frac{K_w^2}{K_a}\right)$$

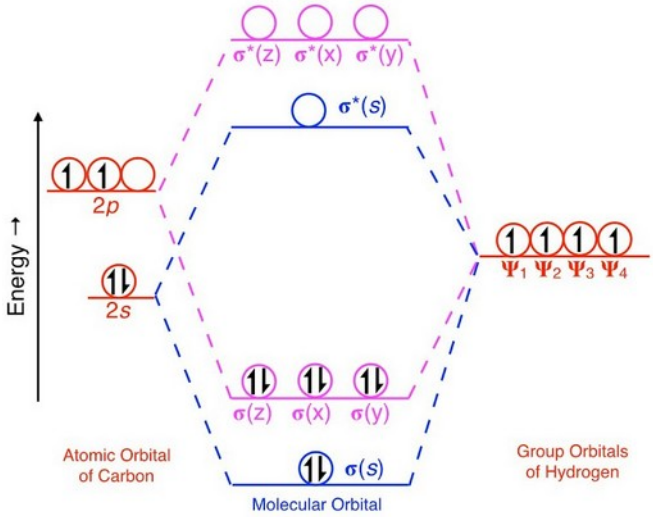
$$E^o(HBrO/Br^-) = 0{,}76 - \frac{0{,}05916}{2}\log_{10}\left(\frac{(10^{-14})^2}{2{,}24\cdot10^{-9}}\right) = 1{,}33\,V$$

La geometría de HBrO según TRPECV parte del diagrama de Lewis

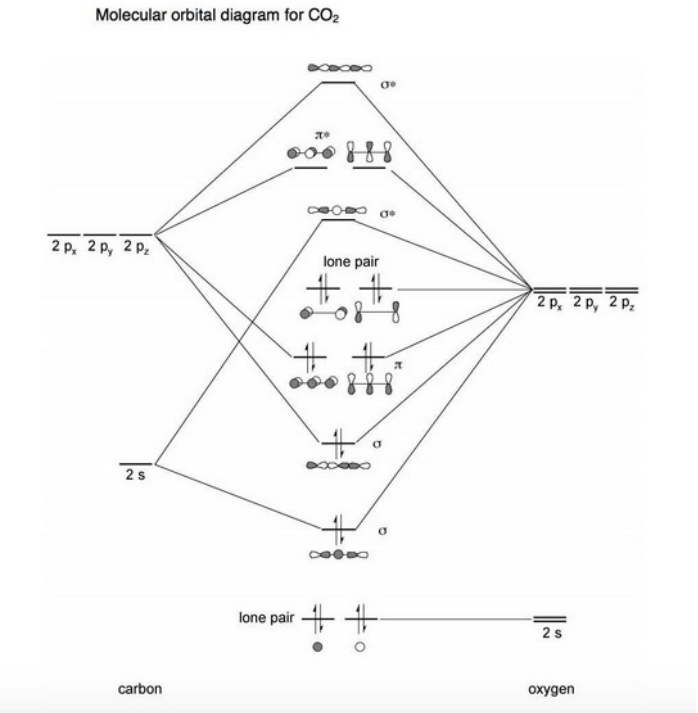




El elemento central es O, que tiene 4 grupos de electrones, dos enlazantes con los que forma dos enlaces σ y dos no enlazantes. La disposición es tetraédrica, pero al haber solo dos enlazantes la geometría es angular.
https://www.chemspider.com/Chemical-Structure.75379.html
Para CBr_4 el átomo central de carbono tiene hibridación sp^3
La geometría es tetraédica, 109,5º
El diagrama de orbitales moleculares sería similar a este (se incluye CH_4 en lugar CBr_4: en el hidrógeno no hay hibridación)
https://www.youtube.com/watch?v=RCXx556vBas



Para CO_2 el átomo central de carbono tiene hibridación sp. La geometría es lineal, 180º.
https://mavink.com/post/DF3A3B520C9CBFFDD0D2FF47175D6B8896AM934AB6/co2-molecular-orbital-diagram



enrique@fiquipedia.es Revisado 11 mayo 2024
CC BY SA

Aquí se incluye solo la resolución del apartado a asociado a enlace, separada de la resolución de apartados b y c asociados a orgánica y cinética.

PRUEBA DE CARÁCTER PRÁCTICO PARA INGRESO AL CUERPO DE PROFESORES DE ENSEÑANZA SECUNDARIA DE FÍSICA Y QUÍMICA. BADAJOZ, 20 DE JUNIO DE 2015

QUÍMICA

4. Resuelva, de forma razonada, las siguientes cuestiones:

a. Referido al ion nitrato: indique la hibridación del átomo central, la estructura y describa sus enlaces de la forma más precisa posible usando la teoría del enlace de valencia y los orbitales híbridos. *(0,3 puntos)*

a) El ión nitrato es el nombre tradicional asociado al nombre sistemático IUPAC 2005 ion trioxidonitrato (1-), de fórmula NO_3^-

Para describir su **estructura** realizamos inicialmente el diagrama de Lewis, para lo que usamos las configuraciones electrónicas: para N es $1s^2\ 2s^2\ 2p^3$, con 5 electrones de valencia, y para O es $1s^2\ 2s^2\ 2p^4$, con 6 electrones de valencia.

Podemos calcular el número de enlaces a representar asumiendo que los 4 átomos consiguen el octeto y no se trata de una excepción:

(nº átomos)·8 = (nº de átomos de cada tipo)·(e^- de valencia de cada tipo)+carga+(nº enlaces)·2

4·8=6·3+5·1+1+N·2

N=4 enlaces

Colocando el N como átomo central vemos que hay dos enlaces simples y uno doble, y hay tres maneras de colocar ese doble enlace, lo que lleva a tres estructuras de resonancia, equivalentes y con mismo peso.

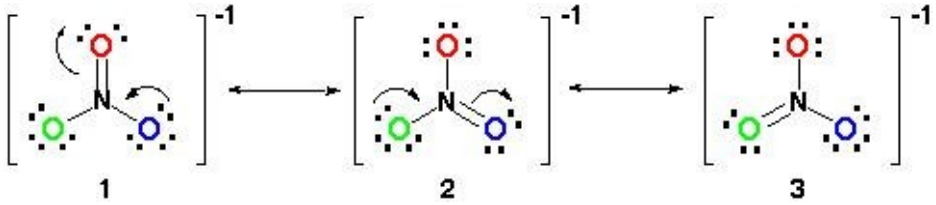
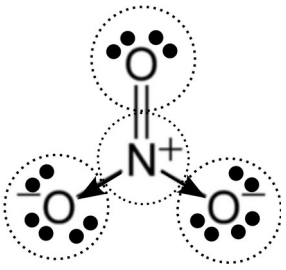


Diagrama Lewis ión nitrato, UC Davis ChemWiki, cc-by-nc-sa

En el diagrama de Lewis también podemos reflejar expresamente la carga formal, que suele indicarse encerrada en un círculo junto a cada átomo, pero se aporta un diagrama en el que aparecen cargas formales sin carga y no aparecen los electrones solitarios. Se ve como la suma de cargas formales es la carga total de la molécula, que es -1.

La carga formal también se puede asociar a enlaces covalentes dativos, ya que la situación en la que en el diagrama de Lewis la carga formal no es nula está asociada a que uno de los dos átomos está aportando ambos electrones del enlace.

Se representa una de las estructuras resonantes de Lewis indicando con un círculo los electrones asociables formalmente a cada átomo (no un círculo para conseguir el octeto, que todos consiguen debido a que en todo el diagrama hay un electrón de más asociado a la carga del ión nitrato, y en este diagrama para decidir qué enlaces son dativos estamos asignado ese electrón extra al N, que tiene 6 en lugar de 5, aunque podría asignarse a uno de los O);



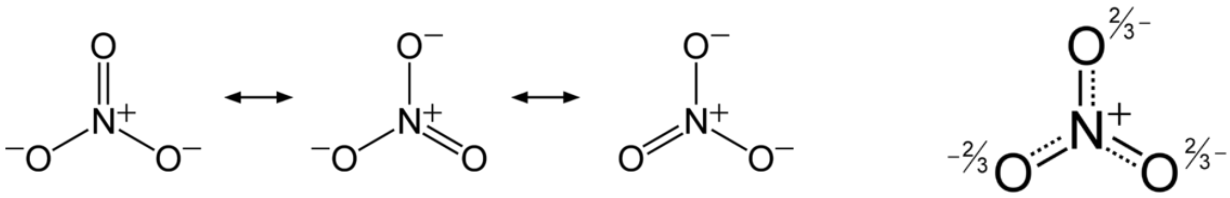
-en el O superior hay 6 electrones y su carga formal es 0

-en los dos O inferiores hay 7 electrones y su carga formal es 1-

-en el N hay 4 electrones y su carga formal es 1+.

También se aporta un diagrama asociado al híbrido de resonancia, representación que resume en un único diagrama una mezcla de las diferentes estructuras de resonancia, por lo que aparecen líneas discontinuas simbolizando “enlaces parciales” (es un promedio de tres estructuras en las que hay un enlace doble en una de ellas y dos enlaces simples en el resto) y cargas formales promedio (el promedio de cada oxígeno para 0,1-,1- es igual a 2/3-)

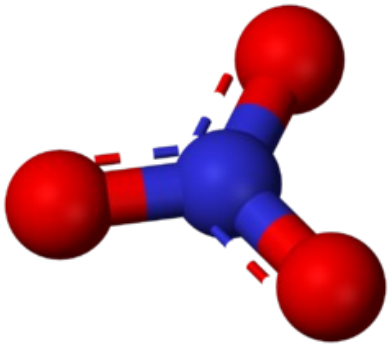
enrique@fiquipedia.es Revisado 11 mayo 2024



Resonancia ión nitrato e hídrido resonancia ión nitrato, Wikimedia, public domain

Mediante los diagramas de Lewis anteriores y la Teoría de Repulsión de Pares de Electrones de la Capa de Valencia (TRPECV, enunciado indica **teoría del enlace de valencia** que hace referencia al solapamiento de orbitales híbridos, pero usamos también esta teoría) se puede razonar que tiene 3 nubes electrónicas rodeando el átomo central de N y se disponen en los vértices de un triángulo equilátero, por lo que la geometría es triangular plana, siendo los ángulos O-N-O de 120º.

Se incluye una representación tridimensional del ión, utilizando la asignación típica de colores según el esquema de colores CPK (Robert Corey, Linus Pauling y Walter Koltun): rojo para oxígeno y azul para nitrógeno.



Wikimedia, public domain

La línea discontinua simboliza “enlaces parciales” como se ha comentado al hablar del hídrido de resonancia.

Mediante la teoría de hibridación, vemos que se trata de una molécula con carga que tiene **hibridación sp^2 en el átomo central (N)**, ya que se en el átomo central se combinan 2 orbitales p y 1 orbital s para dar tres **orbitales híbridos** sp^2 que por solapamiento de orbitales (**teoría del enlace de valencia**) forman un enlace σ con cada átomo de oxígeno, y queda un orbital p sin hibridar que forma un enlace π con uno de los oxígenos. Las estructuras resonantes/mesómeros se pueden ver en la hibridación como variantes en función de con cual de los tres oxígenos se forma ese enlace π y el doble enlace, lo que ayuda a dar estabilidad al anión. La geometría mediante hibridación también lleva a que los ángulos O-N-O son de 120º, ya que es la geometría asociada a los orbitales sp^2.

Aquí se incluye solo la resolución del apartado c asociado a enlace, separada de la resolución de apartados a y b asociados a cinética.

Madrid 2015

EJERCICIO PRÁCTICO ESPECIALIDAD: **FÍSICA Y QUÍMICA**

El aspirante comenzará a realizar el ejercicio práctico en el mismo folio del enunciado

CRITERIOS DE CORRECCIÓN

En los problemas se valorará la adecuada estructuración y el rigor en el desarrollo de su resolución y la inclusión de pasos detallados así como la realización de diagramas, dibujos y esquemas. Se tendrá especial rigor en la identificación de los principios y leyes físicas involucradas, la corrección de los resultados numéricos, el uso correcto de unidades, así como con los errores en la formulación, nomenclatura y lenguaje químico.

PROBLEMA 3.

c) Explicar de forma razonada la estructura de la molécula del N_2O_5.

(Puntuación máxima por apartado: a) 4 puntos, b) 3 puntos, c) 3 puntos)

c) Para describir su estructura realizamos inicialmente el diagrama de Lewis, para lo que usamos las configuraciones electrónicas: para N es $1s^2\ 2s^2\ 2p^3$, con 5 electrones de valencia, y para O es $1s^2\ 2s^2\ 2p^4$, con 6 electrones de valencia.

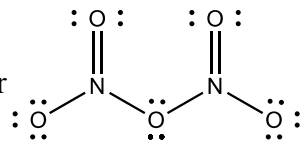
Podemos calcular el número de enlaces a representar asumiendo que los 7 átomos consiguen el octeto y no se trata de una excepción:

(nº átomos)·8 = (nº de átomos de cada tipo)·(e^- de valencia de cada tipo)+(nº enlaces)·2

7·8=6·5+5·2+N·2 → N=8 enlaces

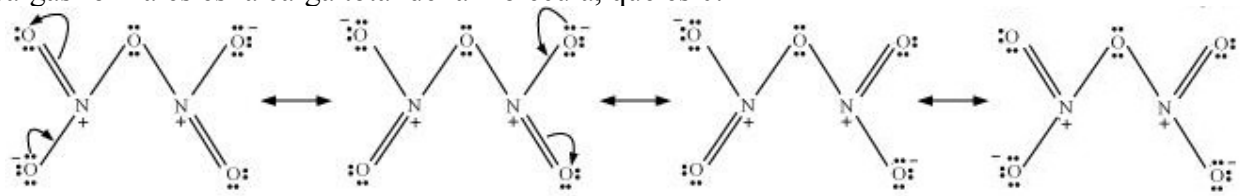
El número de electrones solitarios es (nº de átomos de cada tipo)·(e^- de valencia de cada tipo)-(nº enlaces)·2=6·5+5·2+-8·2=24, luego hay 12 pares de electrones solitarios.

Colocando un oxígeno como átomo central unido con enlaces simples a dos nitrógenos vemos que cada nitrógeno tiene está unido a los otros dos oxígenos con un enlace simple y uno doble, y hay varias maneras de colocar ese doble enlace, lo que lleva a varias estructuras de resonancia, equivalentes y con mismo peso.



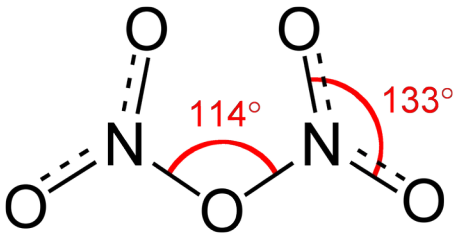
wikimedia, public domain

Se indican cuatro estructuras; el doble enlace en cada uno de los dos nitrógenos tiene dos opciones, y hay varias combinaciones entre cómo están colocados en ambos nitrógenos. El diagrama refleja expresamente la carga formal, que suele indicarse encerrada en un círculo junto a cada átomo, pero se indica cargas formales sin el círculo. Se ve como la suma de cargas formales es la carga total de la molécula, que es 0.



Estructuras resonantes N_2O_5, licenciamiento no detallado (fuente, revisado)

También se aporta un diagrama asociado al híbrido de resonancia, representación que resume en un único diagrama una mezcla de las diferentes estructuras de resonancia, por lo que aparecen líneas discontinuas simbolizando "enlaces parciales" (es un promedio de cuatro estructuras en las que hay un enlace doble en dos de ellas y dos enlaces simples en el resto). El diagrama incluye los ángulos de enlace y no incluye los pares de electrones solitarios.

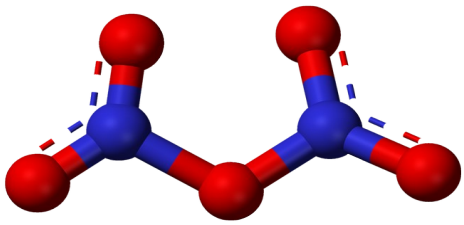


wikimedia, public domain

Se podrían indicar también cargas formales promedio (el promedio de cada oxígeno para 1-,1-,0,0 es igual a 1/2-), y la carga formal de cada nitrógeno es 1+, porque siempre es 1+ en cada una de las cuatro estructuras de resonancia.

enrique@fiquipedia.es Revisado 11 mayo 2024

Mediante los diagramas de Lewis anteriores y la Teoría de Repulsión de Pares de Electrones de la Capa de Valencia (TRPECV) se puede razonar la geometría del átomo de oxígeno central y de los átomos de nitrógeno.
El átomo de oxígeno central tiene 4 nubes electrónicas y se disponen en los vértices de un tetraedro, estando dos vértices ocupados por pares solitarios, por lo que la geometría N-O-N es angular de aproximadamente 109º: el ángulo real es algo mayor ya que los átomos de N y los O enlazados se repelen entre sí.
Los átomos de nitrógeno tienen 3 nubes electrónicas y se disponen en los vértices de un triángulo equilátero, por lo que la geometría es triangular plana, siendo los ángulos O-N-O aproximadamente de 120º: el ángulo real es algo mayor entre los oxígenos que tienen enlaces parciales, ya que la nube de electrones asociada a los enlaces dobles es mayor y hay mayor repulsión.
Se incluye una representación tridimensional de la molécula, utilizando la asignación típica de colores según el esquema de colores CPK (Robert Corey, Linus Pauling y Walter Koltun): rojo para oxígeno y azul para nitrógeno.
La línea discontinua simboliza “enlaces parciales” como se ha comentado al hablar del hídrido de resonancia.



Wikimedia, public domain

Mediante la teoría de hibridación, vemos que se trata de una molécula que tiene hibridación sp^3 en el átomo central de O, se combinan 3 orbitales p y 1 orbital s para dar cuatro orbitales híbridos sp3, dos de cuales tienen pares de electrones solitarios y los otros dos forman un enlace σ con los N.
La molécula tiene hibridación sp^2 en los átomos de N, ya que se en el átomo de N se combinan 2 orbitales p y 1 orbital s para dar tres orbitales híbridos sp^2 que forman un enlace σ con cada átomo de oxígeno, y queda un orbital p sin hibridar que forma un enlace π con uno de los oxígenos. Las estructuras estructuras resonantes/mesómeros se pueden ver en la hibridación como variantes en función de con cual de los dos oxígenos se forma ese enlace π y el doble enlace, lo que ayuda a dar estabilidad al anión. La geometría mediante hibridación también lleva a que los ángulos O-N-O son de 120º, ya que es la geometría asociada a los orbitales sp^2.

enrique@fiquipedia.es Revisado 6 mayo 2023
CC BY SA

1. L'energia d'ionització de l'hidrogen és de 1312 kJ/mol.
a) Aprofite aquest valor per a calcular l'energia de l'estat fonamental de l'atom d'hidrogen. Quina és la freqüència mínima necessària per arrancar un electró a un àtom d'hidrogen que es troba en el seu estat fonamental?
b) Si irradiem un recipient que conté àtoms d'hidrogen a l'estat fonamental amb una radiació de $2,66 \cdot 10^{15}$ Hz, què els ocorrerà als àtoms del gas? I si la freqüència és de $3,08 \cdot 10^{15}$ Hz?
c) Per a les dues radiacions de l'apartat b), quantes línies es detectaran posteriorment a l'espectre d'emissió? Indique el número i calcule la freqüència de la linia de major longitud d'ona.
DADES: constant de Planck, $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J·s; càrrega de l'electró, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C
Número d'Avogadro, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ partícules·mol^{-1}

1. La energía de ionización del hidrógeno es de 1312 kJ / mol.
a) Aproveche este valor para calcular la energía del estado fundamental del átomo de hidrógeno. ¿Cuál es la frecuencia mínima necesaria para arrancar un electrón a un átomo de hidrógeno que se encuentra en su estado fundamental?
b) Si irradiamos un recipiente que contiene átomos de hidrógeno en el estado fundamental con una radiación de $2,66 \cdot 10^{15}$ Hz, qué les ocurrirá a los átomos del gas? Y si la frecuencia es de $3,08 \cdot 10^{15}$ Hz?
c) Para las dos radiaciones del apartado b), ¿cuántas líneas se detectarán posteriormente al espectro de emisión? Indique el número y calcule la frecuencia de la línea de mayor longitud de onda.
DATOS: constante de Planck, $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J·s; carga del electrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C
Número de Avogadro, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ partículas·mol^{-1}

Referencias:
Resuelto por sleepylavoisier en http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=3585

Inicialmente se planteaba simplemente expresar resultados finales con 3 cifras significativas (aunque hay algunos datos con 2 o con 4 cifras, y por validaciones a veces arrastramos más). Debido a la importancia en este problema de la incertidumbre, se revisa con referencias asociadas a propagación de errores aportadas por Roberto Palau García y Roberto Palau Lage
1. Determinación de errores y tratamiento de datos. Posadas, A.M. Departamento de Física aplicada, Universidad de Almería. https://w3.ual.es/~aposadas/TeoriaErrores.pdf
2. Recomendaciones del CEM para la enseñanza… Centro Español de Metrología. Septiembre de 2013. https://www.cem.es/sites/default/files/recomendaciones_cem_ensenanza_metrologia_sep_2014_v01_0.pdf
3. Guía para la expresión de la incertidumbre en la medida. Centro Español de Metrología. Septiembre 2008. https://www.cem.es/sites/default/files/gum20digital1202010_0.pdf
Notas sobre tratamiento de errores:
***1**. Hay que distinguir entre **error absoluto** que puede ser positivo o negativo, y el **valor absoluto del error** que siempre es positivo. En el tratamiento necesario en este problema se utilizará el segundo concepto (página 26 de la referencia 2).*
***2**. En este texto se trata el valor absoluto del error como la **cota superior de la incertidumbre** que posee un cierto valor (apartado 4 de referencia 1).*
***3**. En este ejercicio se busca el valor de un resultado que llamamos **m** sabiendo que está relacionado con ciertas magnitudes de entrada x_i de valor conocido, de acuerdo con una función **f** conocida:*

$$m=f(x_1, x_2, \ldots, x_N)$$

Para determinar la cota superior de la incertidumbre del resultado obtenido, se utilizará la ecuación general de la propagación de errores (epígrafe E.3.2 de la referencia 3, y apartado 6 de

referencia 1):

$\Delta m = \sum_{i=1}^{N} \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \right| \cdot \Delta x_i$ *donde* Δx_i *son el valor absoluto del error de cada magnitud de entrada, y* Δm*, el valor absoluto del error del resultado.*

4. En el cálculo de ***m****, la función utilizada es:*

$$\Delta E = E_0^{'} \cdot \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{m^2} \right) \rightarrow m = \left(1 - \frac{\Delta E}{E_0^{'}} \right)^{-1/2} \rightarrow m = \left(1 - \frac{h \cdot \nu}{E_0^{'}} \right)^{-1/2}$$

En esta expresión se ha denominado E_0**'** *a la energía de ionización expresada en el Sistema Internacional, que resulta de multiplicar el dato* E_0 *en kJ/mol, por* 10^3 *y dividirlo por el número de Avogadro* N_A*. Integrando el* 10^3 *en* E_0 *dado que no aporta error (*$E_0 = 1{,}312 \cdot 10^6$ *J/mol), se tendrá que la expresión anterior resulta ser,* ***en función de los datos del problema (magnitudes de entrada)****:*

$$m = \left(1 - \frac{h \cdot \nu \cdot N_A}{E_0} \right)^{-1/2}$$

Los datos (magnitudes de entrada) tienen tres y cuatro cifras significativas, siendo la incertidumbre de cada uno de ellos una unidad de la última cifra (apartado 4 de la referencia 1). De acuerdo con esto y la ley general de la propagación de errores, la incertidumbre del resultado estará por lo menos en la tercera cifra.

a) La primera energía de ionización es la energía asociada a extraer el electrón más externo del átomo, lo que supone aportarle energía. Tomando referencia de energía 0 en el exterior del átomo, la energía que tendrá el electrón en el átomo es negativa, y su valor absoluto será precisamente la energía aportada. Como el hidrógeno tiene únicamente un electrón, la energía en su estado fundamental sería esa energía.

También se puede plantear con el modelo atómico de Bohr o las fórmulas que utilizan la constante de Rydberg, asociando la energía de ionización a la transición de n=1 a n=∞.

Con valores numéricos y poniendo signo negativo asociado a referencia 0 en el exterior del átomo

$$E_0 = -1312 \frac{\cancel{kJ}}{1 \cancel{mol}} \cdot \frac{1 \cancel{mol}}{6{,}02 \cdot 10^{23} átomo} \cdot \frac{10^3 J}{1 \cancel{kJ}} = -2{,}17940199335548172757 \cdot 10^{-18} \approx 2{,}18 \cdot 10^{-18} J$$

La frecuencia mínima necesaria (frecuencia umbral si lo pensamos como efecto fotoeléctrico) será asociada a una radiación que tenga esa energía

$$E_0 = hf$$

$$f = \frac{E_0}{h} = \frac{2{,}17940199335548172757 \cdot 10^{-18}}{6{,}63 \cdot 10^{-34}} = 3{,}287182493748841218 05 \cdot 10^{15} \approx 3{,}29 \cdot 10^{15} Hz$$

b) En ambos casos las frecuencia son menores a la frecuencia umbral y no se ionizará, pero los electrones sí pueden pasar a algún nivel superior de energía.

Utilizando el modelo atómico de Bohr / fórmulas que utilizan la constante de Rydberg para la energía necesaria para una transición $\Delta E = E_0 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right), m > n$

Como n=1, podemos plantear hasta qué valor de m permite llegar la ΔE=hf asociada a cada frecuencia incidente, teniendo en cuenta que m es un número entero por la cuantización de la energía de los electrones.

$$m = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{hf}{E_0}}}$$

Para $2{,}66 \cdot 10^{15}$ Hz tenemos

$$m=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{6{,}63\cdot10^{-34}\cdot2{,}66\cdot10^{15}}{2{,}17940199335548172757\cdot10^{-18}}}}=2{,}28936449863528324416\approx2{,}289$$, luego esa frecuencia, sin depender de la incertidumbre, solamente permite llegar al valor entero m=2, sin alcanzar m=3.

Para $3{,}08\cdot10^{15}$ Hz tenemos

$$m=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{6{,}63\cdot10^{-34}\cdot3{,}08\cdot10^{15}}{2{,}17940199335548172757\cdot10^{-18}}}}=3{,}9832299579494967007\approx3{,}983$$, luego esa frecuencia solamente permite llegar al valor entero m=3, sin alcanzar m=4.

Comentario: el valor obtenido es próximo a 4, pero no llega a 4 ni es 4 exacto. Se puede ver que afectan redondeos y cifras significativas, y que en el planteamiento del examen quizá querían que diese 4 "exacto", porque si tomamos la energía asociada al salto 4 a 1 (usando el valor de 4 exacto)y tomamos 3 cifras significativas, la energía es la misma que la asociada a la frecuencia indica

$$\Delta E=2{,}17940199335548172757\cdot10^{-18}(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{4^2})=2{,}043189368770764119 6\cdot10^{-18}\approx2{,}04\cdot10^{-18}J$$

$$E=h\cdot f=6{,}63\cdot10^{-34}\cdot3{,}08\cdot10^{15}=2{,}04204\cdot10^{-18}J\approx2{,}04\cdot10^{-18}J$$

De modo que planteamos el cálculo detallado de la incertidumbre para ver si con el margen de error está incluido el valor 4 exacto, por ejemplo que fuese 3,99±0,01.

Aplicando la ecuación general de propagación de errores:

$$\Delta m=\left|\frac{\partial m}{\partial h}\right|\cdot\Delta h+\left|\frac{\partial m}{\partial \nu}\right|\cdot\Delta \nu+\left|\frac{\partial m}{\partial N_A}\right|\cdot\Delta N_A+\left|\frac{\partial m}{\partial E_0}\right|\cdot\Delta E_0$$

donde hay que considerar como valor absoluto del error de cada dato, una unidad de su última cifra significativa. Teniendo en cuenta además que todos los sumandos son positivos, basta determinar el sumando o los sumandos con mayor error en origen, es decir $\boldsymbol{\nu}$ *y h (ambos 0,01), y comprobar si alcanza un valor que permita admitir m=4 dentro de los márgenes de incertidumbre. Así, si alguno de ellos tiene un valor de 0,01 o superior, el valor m=4,00 estará dentro del margen de error pues el valor será: 3,99±0,01, es decir entre 3,98 y 4,00.*

Así,por ejemplo, calculando la aportación del error de la frecuencia:

$$\left|\frac{\partial m}{\partial \nu}\right|\cdot\Delta \nu=\left|-\frac{1}{2}\cdot\left(1-\frac{h\cdot\nu\cdot N_A}{E_0}\right)^{-3/2}\cdot\left(-\frac{h\cdot N_A}{E_0}\right)\right|\cdot\Delta\nu=$$

$$=\frac{1}{2}\cdot\left(1-\frac{6{,}63\cdot10^{-34}\cdot3{,}08\cdot10^{15}\cdot6{,}02\cdot10^{23}}{1{,}312\cdot10^{6}}\right)^{-3/2}\cdot\left(\frac{6{,}63\cdot10^{-34}\cdot6{,}02\cdot10^{23}}{1{,}312\cdot10^{6}}\right)\cdot0{,}01\cdot10^{15}=$$

$$=0{,}0961\ \rightarrow\ 0{,}1$$

Con lo que, además, el valor de m solo admitiría la variación de una cifra decimal, estando comprendido entre 3,9 y 4,1 (apartado 4 de la referencia 1): m=3,99 ±0,1 → 4,0±0,1, es decir, el valor de m estará comprendido entre 3,9 y 4,1.

Por tanto, con la segunda radiación, hay que admitir el salto electrónico de n=1 a m=4, pasando los átomos a un estado excitado.

En una nota final se hace el desarrollo completo del error de m aunque como se ve, con el cálculo del efecto de la incertidumbre en la frecuencia ya no es necesario, pues con otros efectos será algo mayor.

Pero queda por responder a la pregunta más importante ¿que les ocurrirá a los átomos del gas?
Para que se produzca la absorción, el valor de la frecuencia tiene que ser **-exactamente-** el asociado al que la energía del fotón coincida con la diferencia de energía asociada al salto de energía entre los dos niveles de energía, diferencia asociada a los números cuánticos. Si l frecuencia no coincide exactamente, no hay salto, salvo en el caso de una ionización, en el que hay salto hasta n=∞ y la energía extra del fotón pasa a cinética del electrón ya desligado del átomo. Esta idea se puede validar físicamente con la existencia de espectros de absorción.
Por lo tanto, si el valor obtenido en el primer caso de m es 2,289, no podemos decir que pasa de nivel 1 a 2 y sobra energía "asociada 0,289", sino que no se produce el salto y no ocurrirá nada en el átomo, ya que el fotón atravesará el átomo.
En el segundo caso, como m=3,983, tampoco podemos decir que pase de nivel 1 a 4, porque no llega, ni que pase de nivel 1 a 3 y sobre energía, por lo que tampoco ocurrirá nada en el átomo. Teniendo en cuenta el margen de error, sí podría ser m exactamente 4 y sí habría transición.

c) Según lo razonado en la parte final de apartado anterior no ocurriría nada realmente, pero por enunciado parece claro que sí se espera que haya líneas. Para que tenga sentido físico, asumimos que lo que están indicando no es un valor de frecuencia incidente de $2{,}66\cdot10^{15}$ Hz, sino un espectro contínuo entre 0 y $2{,}66\cdot10^{15}$ Hz (y lo mismo para la otra frecuencia).
Así para frecuencias variando de manera contínua entre 0 y $2{,}66\cdot10^{15}$ Hz, habrá una frecuencia en la que los electrones pasarán del nivel 1 al nivel 2, y luego volverán a su estado fundamental, emitiendo luz con una frecuencia

$2\rightarrow 1 \quad f=\frac{E_0}{h}(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{m^2})=\frac{2{,}18\cdot10^{-18}}{6{,}63\cdot10^{-34}}\cdot(1-\frac{1}{4})=2{,}46\cdot10^{15}\,Hz$

Se trata de la primera línea espectral de la serie de Lyman
Para frecuencias variando de manera contínua entre 0 y $3{,}08\cdot10^{15}$ Hz, habrá una frecuencia en la que los electrones pasarán del nivel 1 al 4 (incluimos nivel 4 tras lo razonado en apartado b con la incertidumbre), y luego volverán a su estado fundamental, lo que pueden hacer directamente (de 4 a 1) o pasando antes por el nivel 3 o 2 (4 a 3, de 4 a 2, de 3 a 2, de 3 a 1 y 2 a 1), por lo que en total puede haber 6 líneas espectrales.

$4\rightarrow 3 \quad f=\frac{2{,}18\cdot10^{-18}}{6{,}63\cdot10^{-34}}\cdot(\frac{1}{9}-\frac{1}{16})=1{,}60\cdot10^{14}\,Hz$ Primera línea espectral de la serie de Paschen.

$4\rightarrow 2 \quad f=\frac{2{,}18\cdot10^{-18}}{6{,}63\cdot10^{-34}}\cdot(\frac{1}{4}-\frac{1}{16})=6{,}17\cdot10^{14}\,Hz$ Segunda línea espectral de la serie de Paschen.

$4\rightarrow 1 \quad f=\frac{2{,}18\cdot10^{-18}}{6{,}63\cdot10^{-34}}\cdot(1-\frac{1}{16})=3{,}08\cdot10^{15}\,Hz$ Tercera línea espectral de la serie de Lyman.

$3\rightarrow 1 \quad f=\frac{2{,}18\cdot10^{-18}}{6{,}63\cdot10^{-34}}\cdot(1-\frac{1}{9})=2{,}92\cdot10^{15}\,Hz$ Segunda línea espectral de la serie de Lyman.

$3\rightarrow 2 \quad f=\frac{2{,}18\cdot10^{-18}}{6{,}63\cdot10^{-34}}\cdot(\frac{1}{4}-\frac{1}{9})=4{,}57\cdot10^{14}\,Hz$ Primera línea espectral de la serie de Balmer

$2\rightarrow 1$ es el caso visto para la frecuencia anterior
Se pide la línea de emisión de mayor longitud de onda: mayor longitud de onda implica menor frecuencia, y menor salto energético, está asociada al santo $3\rightarrow 2$ y la frecuencia es $4{,}57\cdot10^{14}$ Hz.
Aunque no se piden longitudes de ondas, podemos calcularlas e indicar cualitativamente si están el el espectro visible y en ese caso su color aproximado.

$4\rightarrow 3 \quad \lambda=\frac{c}{f}=\frac{3\cdot10^{8}}{1{,}60\cdot10^{14}}=1875\,nm$ Infrarrojo

$4 \rightarrow 2 \quad \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{6{,}17 \cdot 10^{14}} = 486\,nm$ Visible, azul.

$4 \rightarrow 1 \quad \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{3{,}08 \cdot 10^{15}} = 97\,nm$ Ultravioleta

$3 \rightarrow 1 \quad \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{2{,}92 \cdot 10^{15}} = 103\,nm$ Ultravioleta

$3 \rightarrow 2 \quad \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{4{,}57 \cdot 10^{14}} = 656\,nm$ Visible, rojo

$2 \rightarrow 1 \quad \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{2{,}46 \cdot 10^{15}} = 122\,nm$ Infrarrojo

Nota final: Cálculo completo del valor absoluto del error en apartado b

Utilizando la ecuación general de la propagación de errores:

$$\Delta m = \left|\frac{\partial m}{\partial h}\right| \cdot \Delta h + \left|\frac{\partial m}{\partial \nu}\right| \cdot \Delta \nu + \left|\frac{\partial m}{\partial N_A}\right| \cdot \Delta N_A + \left|\frac{\partial m}{\partial E_0}\right| \cdot \Delta E_0$$

La aportación del error de la frecuencia al error de ***m*** ya se vio que es 0,1. Se verán ahora las aportaciones de cada uno de los demás datos.

La aportación del error de h:

$$\left|\frac{\partial m}{\partial h}\right| \cdot \Delta h = \left| -\frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{h \cdot \nu \cdot N_A}{E_0}\right)^{-3/2} \cdot \left(-\frac{\nu \cdot N_A}{E_0}\right)\right| \cdot \Delta h =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3{,}08 \cdot 10^{15} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}}{1{,}312 \cdot 10^6}\right)^{-3/2} \cdot \left(\frac{3{,}08 \cdot 10^{15} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}}{1{,}312 \cdot 10^6}\right) \cdot 0{,}01 \cdot 10^{-34} =$$

$$= 0{,}045 \rightarrow 0{,}05$$

La aportación del de N_A:

$$\left|\frac{\partial m}{\partial N_A}\right| \cdot \Delta N_A = \left| -\frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{h \cdot \nu \cdot N_A}{E_0}\right)^{-3/2} \cdot \left(-\frac{h \cdot \nu}{E_0}\right)\right| \cdot \Delta N_A =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3{,}08 \cdot 10^{15} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}}{1{,}312 \cdot 10^6}\right)^{-3/2} \cdot \left(\frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3{,}08 \cdot 10^{15}}{1{,}312 \cdot 10^6}\right) \cdot 0{,}01 \cdot 10^{23} =$$

$$= 0{,}0492 \rightarrow 0{,}05$$

Y la de E_0:

$$\left|\frac{\partial m}{\partial E_0}\right| \cdot \Delta E_0 = \left| -\frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{h \cdot \nu \cdot N_A}{E_0}\right)^{-3/2} \cdot \left(\frac{h \cdot \nu \cdot N_A}{E_0^2}\right)\right| \cdot \Delta E_0 =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3{,}08 \cdot 10^{15} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}}{1{,}312 \cdot 10^6}\right)^{-3/2} \cdot \left(\frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3{,}08 \cdot 10^{15} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}}{(1{,}312 \cdot 10^6)^2}\right) \cdot 0{,}001 \cdot 10^6 =$$

$$= 0{,}0226 \rightarrow 0{,}023$$

Así, $\Delta m = 0,0961+0,045+0,0492+0,0226 = 0,21929 = 0,22$ (ver en el apartado 4 de referencia 1, el caso de que la primera cifra significativa del error sea 1 o 2) (aunque los resultados se han presentado por separado, en realidad se han calculado todos juntos)

Y el valor de $m = 3,99 \pm 0,22$: es decir, entre 3,77 y 4,21, que confirma que m=4 está dentro de los valores admisibles.

CC BY SA

Q4. Responda razonadamente las siguientes cuestiones:
a) A partir de la teoría de orbitales moleculares justifique si es posible que existan las especies: molécula de hidrógeno con una carga positiva y molécula de hidrógeno con una carga negativa. Determinar sus órdenes de enlace y sus configuraciones electrónicas. Sabiendo que la energía de enlace del H_2 es de 436 kJ/mol, estimar aproximadamente la de la molécula de hidrógeno con una carga positiva.
b) Considere la siguiente tabla:

ESPECIE	N_2	N_2^+	O_2	O_2^+
ENERGÍA DE ENLACE (kJ/mol)	945	841	498	623
LONGITUD DE ENLACE (pm)	110	112	121	112

Puede observarse que al eliminar un electrón del N_2 se forma un ión con un enlace más débil y más largo que en la molécula original, mientras que en el ión formado de un O2 tiene un enlace más fuerte y más corto. Explique estos hechos con diagramas que muestren las secuencia y la ocupación de los orbitales moleculares. ¿Qué carácter magnético tendrán las especies N_2^+ y O_2^+?
c) Clasifique las siguientes moléculas en orden creciente de sus puntos de ebullición: CCl_4, Cl_2, ClNO y N_2.

Referencias
https://en.wikipedia.org/wiki/Bond_order

a) oe=orden de enlace = (nº electrones en orbitales enlazantes – nº electrones en orbitales no enlazantes)/2
H_2: $(\sigma_{1s})^2(\sigma^*_{1s})$ oe=(2-0)/2=1
H_2^+: $(\sigma_{1s})^1(\sigma^*_{1s})$ oe=(1-0)/2=1/2
H_2^-: $(\sigma_{1s})^2(\sigma^*_{1s})^1$ oe=(2-1)/2=1/2
La teoría no impide la existencia de estas moléculas, pero orienta sobre su estabilidad: mayor orden de enlace (mayor número de electrones en orbitales enlazantes) implica mayor estabilidad.
Los órdenes de enlace fraccionarios en principio no son estables, aunque H_2^+ en referencias parece que sí es estable *Bruce Averill and Patricia Eldredge, Chemistry: Principles, Patterns, and Applications (Pearson/Prentice Hall, 2007), 409.*
Respecto a la energía de enlace, si el orden de enlace es la mitad, el enlace será más débil, y la energía de enlace será menor. Se podría decir cualitativamente que "aproximadamente la mitad"
Conceptos y modelos de química inorgánica, Bodie Eugene Douglas,John J.
https://books.google.es/books?id=x4N0NPso_GIC&pg=PA129&lpg=PA129
"El enlace resultante, de un electrón, con un orden de enlace ½, es aproximadamente la mitad de fuerte que el enlace por par electrónico de H_2 – σ^2, orden de enlace 1"
Para estimar un valor numérico desconozco expresiones que los relacione numéricamente.
Unas referencias permiten ver que el valor es algo superior a la mitad:
Química general, Maurice Pierre Garric
https://books.google.es/books?id=i54bZ3hS7HIC&pg=PA80&lpg=PA80
H_2^+ 61,1 kcal/mol, H_2 103,2 kcal/mol
Electrones y enlaces químicos, Harry B. Gray
https://books.google.es/books?id=JTEAjdTwOooC&pg=PA45&lpg=PA45
H_2^+ 61,06 kcal/mol, H_2 103,24 kcal/mol

b) Se indican primero las configuraciones electrónicas y los órdenes de enlace

N_2: $(\sigma_{2s})^2(\sigma^*_{2s})^2(\sigma_{2pz})^2(\pi_{2px}=\pi_{2py})^4$ oe=(8-2)/2=3

N_2^+: $(\sigma_{2s})^2(\sigma^*_{2s})^2(\sigma_{2pz})^2(\pi_{2px}=\pi_{2py})^3$ oe=(7-2)/2=2,5

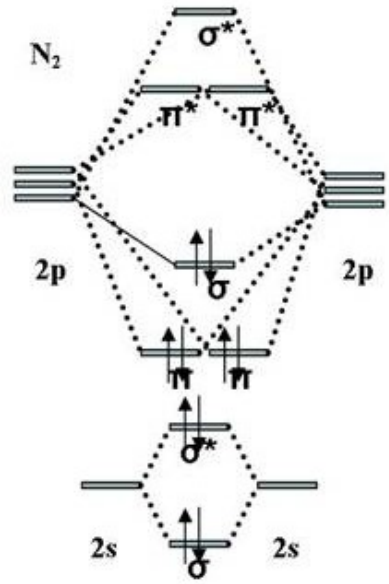
Como el ión tiene menor orden de enlace su energía de enlace es menor y su distancia mayor.

O_2: $(\sigma_{2s})^2(\sigma^*_{2s})^2(\sigma_{2pz})^2(\pi_{2px}=\pi_{2py})^4(\pi^*_{2px}=\pi^*_{2py})^2$ oe=(8-4)/2=2

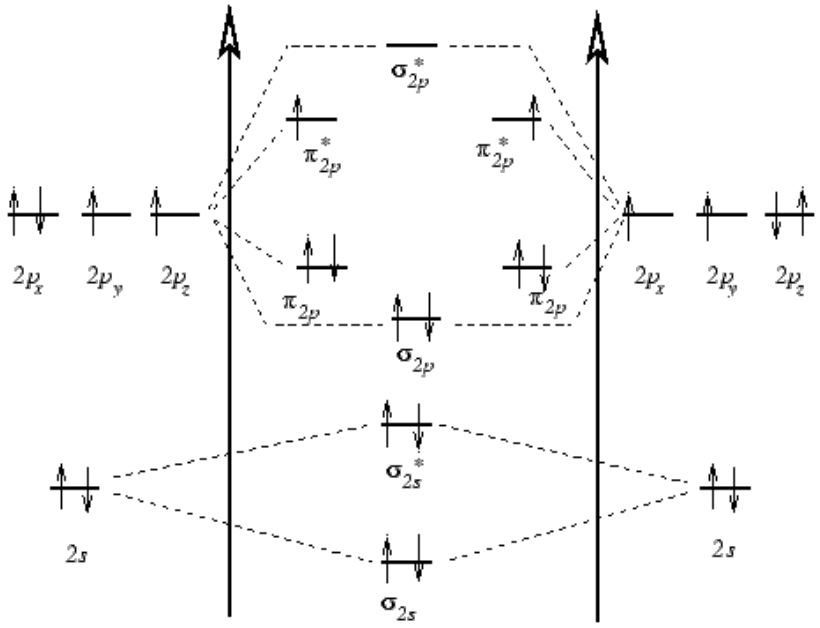
O_2^+: $(\sigma_{2s})^2(\sigma^*_{2s})^2(\sigma_{2pz})^2(\pi_{2px}=\pi_{2py})^4(\pi^*_{2px}=\pi^*_{2py})^1$ oe=(8-3)/2=2,5

Como el ión tiene mayor orden de enlace su energía de enlace es mayor y su distancia menor.

Como se piden diagramas, se incluyen varios:



N_2, UC3M, cc-by-nc-sa



O_2, Luis González McDowell, UCM

Respecto al carácter magnético, como los iones tienen electrones desapareados, tendrán carácter magnético: En ambos hay 1 electrón desapareado, serán paramagnéticos.

c) Los puntos de ebullición dependen de las fuerzas de cohesión entre las partículas que forman las sustancias, y como todas son sustancias covalentes moleculares, dependen de las fuerzas intermoleculares

CCl_4: molécula covalente apolar (enlace C-Cl polar, pero geometría tetraédrica hace que la molécula sea apolar)

Cl_2: molécula covalente apolar (enlace Cl-Cl apolar)

ClNO: molécula covalente polar (enlace Cl-N polar y enlace doble N-O polares, geometría angular, la molécula es polar)

N_2: molécula covalente apolar (enlace triple N-N apolar)

Por lo tanto podemos ordenar a priori por orden creciente de punto de ebullición primero las tres apolares y luego la polar, ya que la fuerza dipolo permanente-dipolo permanente es a priori la más intensa.

Entre las tres apolares habrá fuerzas dipolo instantáneo-dipolo inducido, e interviene el tamaño de la molécula. Ordenando por masas moleculares N_2 (28)< Cl_2 (70) < CCl_4 (154)

La masa molecular de ClNO es 35,5+14+16=65,5 g/mol: podemos ver que la de CCl_4 es mucha más grande y puede hacer que las fuerzas intermoleculares sean suficientemente intensas (de la misma forma en la que el I_2 es sólido mientras Cl_2 es gas solamente por la masa molecular y el tamaño de la nube de electrones)

Por lo que el orden final podemos estimar que será

$N_2 < Cl_2 < CCl_4 \approx$ ClNO

enrique@fiquipedia.es Revisado 5 febrero 2020

Validamos con datos reales:
https://es.wikipedia.org/wiki/Nitr%C3%B3geno 63,14 K
https://es.wikipedia.org/wiki/Cloro 171,6 K
https://es.wikipedia.org/wiki/Cloruro_de_carbono_%28IV%29 250 K
https://en.wikipedia.org/wiki/Nitrosyl_chloride 213,8 K

PARA LA INTEGRACIÓN POR PRIMERA VEZ EN LAS LISTAS DE ESPERA, se necesita el siguiente requisito:
-Obtener en la citada prueba una puntuación igual o superior a cinco
-O bien, obtener en el ejercicio 1 (1A y 1B) una puntuación igual o superior a cinco

2A.- El oro cristaliza según una estructura cúbica centrada en las caras. Calcular la longitud de la arista de la celdilla unidad del oro, razonando los pasos a seguir, a partir de los siguientes datos: Densidad del oro = $19,3 \cdot 10^3$ kg/m^3 ; Masa atómica del oro = 197.

Ver Cataluña 1996-X5

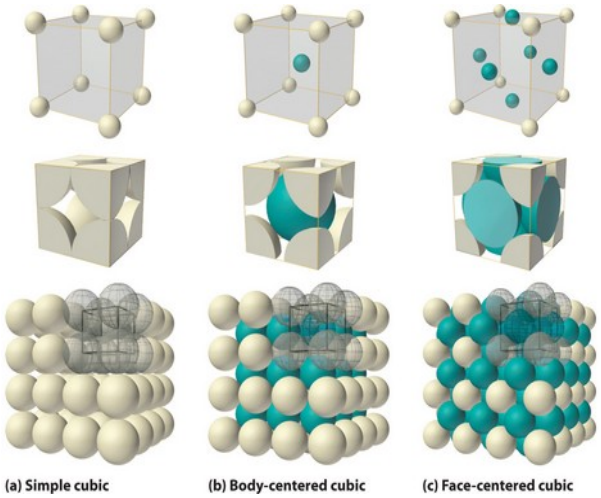
En una celda FCC hay 8·1/8 (vértices) +6·1/2 (caras) =1+3= 4 átomos
Si la arista de la celdilla unidad la llamamos a.

$$\rho_{FCC} = \frac{4 \cdot M}{V_{celdaFCC}} = \frac{4M}{a^3}$$

$$a = \sqrt[3]{\frac{4M}{\rho}}$$

Resolviendo pondiendo la masa en kg de 4 átomos, usando el número de Avogadro, que no es dato y tomamos $N_A=6,022 \cdot 10^{-23}$

$$a = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot 197 \cdot 10^{-3}}{6,022 \cdot 10^{23} \cdot 19,3 \cdot 10^3}} = 4,08 \cdot 10^{-10} m$$



https://chem.libretexts.org/Courses/Heartland_Community_College/HCC:_Chem_161/11:_Liquids_and_Solids/11.7:_Structures_of_Crystalline_Solids

enrique@fiquipedia.es Revisado 17 mayo 2016
CC BY

B3. Responeu, de forma breu però raonada, les següents qüestions:
d) Per què, en general, el punt de fusió de l'element del grupo dels metalls alcalino-terris és més alt que el del metal alcalí del mateix període de la taula periòdica?

B3. Responda, de forma breve pero razonada, las siguientes cuestiones:
d) Porque, en general, el punto de fusión del elemento del grupo de los metales alcalino-térreos es más alto que el del metal alcalino del mismo período de la tabla periódica?

https://en.wikipedia.org/wiki/Metallic_bonding#Strength_of_the_bond

La temperatura de fusión de una sustancia está asociada a vencer las fuerzas que mantienen unidas las partículas que la forman. En ambos casos las sustancias tienen enlace metálico, y en el caso de los metales alcalino-térreos tienen dos electrones de valencia, mientras que los alcalinos tienen un electrón. Comparten más electrones en la nube electrónica y la energía de enlace es mayor.

enrique@fiquipedia.es Revisado 8 mayo 2016
CC BY

B3. Responeu, de forma breu però raonada, les següents qüestions:
e) Ordeneu, per ordre creixent de densitat mesurada en las mateixes condicions en tots els casos, els gasos diòxid de carboni, propà, ozó, sulfur d'hidrogen i argó.

B3. Responda, de forma breve pero razonada, las siguientes cuestiones:
e) Ordene, por orden creciente de densidad medida en las mismas condiciones en todos los casos, los gases dióxido de carbono, propano, ozono, sulfuro de hidrógeno y argón.

Todas las sustancias indicadas son gases a temperatura ambiente; se dice en las mismas condiciones, que podrían ser ciertos valores de presión y temperatura que hicieran que alguno ya fuese líquido, pero se considera que todos son gases.
Si asumimos gases ideales, podemos plantear

$$PV = nRT = \frac{m}{M}RT \Rightarrow \rho = \frac{m}{V} = M\frac{P}{RT}$$

De modo que para las mismas condiciones de presión y temperatura, la densidad del gas aumenta a medida que aumenta su masa fórmula
Las masas fórmula las podemos ordenar H_2S (34) < Ar (40) < CO_2 = C_3H_8 (44) < O_3 (48)

Ordenando sustancias por masa fórmula $H_2S < Ar < CO_2 = C_3H_8 < O_3$

Si pensamos en gases reales, la densidad va a estar asociada a las fuerzas de cohesión entre las partículas del gas, que a su vez podemos relacionar el tipo de fuerzas intermoleculares (o interatómicas en el caso del Argón) que están relacionadas con la polaridad y con los tamaños de las partículas (átomos o moléculas), ya que a mayor tamaño la nube electrónica es mayor y son más relevantes las fuerzas

CO_2: molécula apolar, fuerzas dipolo permanente-dipolo permanente
CH_3-CH_2-CH_3: molécula muy poco polar.
H_2S: molécula polar, fuerzas dipolo permanente-dipolo permanente
O_3: Molécula polar, fuerzas dipolo permanente-dipolo permanente.
Ar: gas noble, las partículas son átomos y solamente hay fuerzas dipolo instantáneo-dipolo inducido

La densidad de CO_2 y propano será muy similar, algo mayor en el propano.
Entre CO_2 y Ar las densidades serán más similares ya que la nube electrónica en el CO_2 es más deformable.

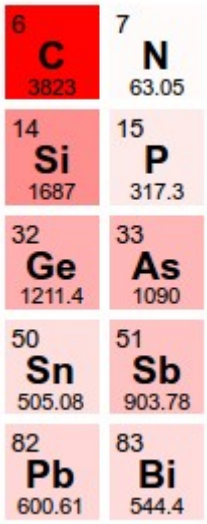
Datos reales (se asume son datos STP, Standard Temperature and Pressure)
http://www.engineeringtoolbox.com/gas-density-d_158.html
H_2S: 1,43 kg/m³
Ar: 1,79 kg/m³
CO_2: 1,78 kg/m³
CH_3-CH_2-CH_3: 1,88 kg/m³
O_3: 2,14 kg/m³

enrique@fiquipedia.es Revisado 28 enero 2016

C3. Responeu, de forma breu però razonada, les següents qüestions:
d) Dos elements químics A i B de números atómics consecutius situats, respectivament, en els grups del carboni i del nitrogen tenen una estructura cristal·lina que presenta punts de fusió molts diferents (A, molt alt; B, molt baix). Què en podeu deduir respecte de la naturalesa dels enllaços presents en l'estructura respectiva?

C3. Conteste de manera breve, pero razonadamente, las cinco cuestiones siguientes:
c) Dos elementos químicos A y B de números atómicos consecutivos situados, respectivamente, en los grupos del carbono y del nitrógeno tienen una estructura cristalina que presenta puntos de fusión muy diferentes (A, muy alto; B, muy bajo). ¿Qué puede deducir respecto de la naturaleza de los enlaces presentes en la estructura respectiva?.

c) La temperatura de fusión está asociada a las fuerzas de cohesión entre las partículas que forman el sólido. La temperatura es alta en sólidos covalentes cristalino, en los que las partículas que forman el sólido son átomos, que están unidos por enlaces covalentes que requieren mucha energía para su rotura.
La temperatura es baja en sólidos covalentes moleculares, en los que las partículas que forman el sólido son moléculas, que están unidos por enlaces intermoleculares, fuerzas de Van der Vaals, que requieren poca energía para su rotura.
La opción más lógica es A=carbono diamante, B=nitrógeno molecular (N_2)
Se incluyen datos para grupos 14 y 15 tomados de http://ptable.com/#Property/MeltingPoint



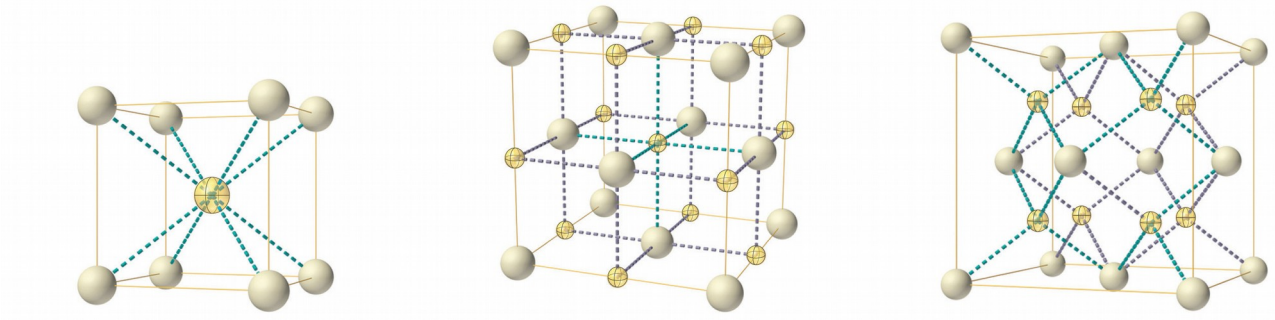
enrique@fiquipedia.es Revisado 17 mayo 2016
CC BY

QUÍMICA

1. El bromuro sódico cristaliza en la misma red que el cloruro sódico. Sabiendo que los radios iónicos son $r_{Na^+}=0{,}97\,\mathring{A}$ y $r_{Br^-}=2{,}00\,\mathring{A}$ y la densidad del bromuro sódico es 3,203 g/cc. Estimar qué fracción de espacio de red cristalina estará vacía. Masas atómicas, Br=79,90 y Na=23.

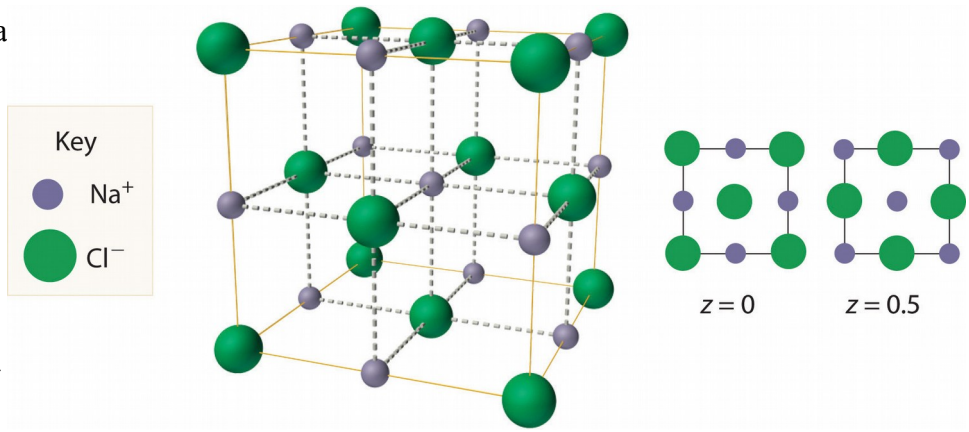
Comentado por Dudasconpatas, Basileia y sleepylavoisier en
http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4018#p19348
Resolución de problemas de química general; Editorial Reverté; Christopher J. Willis;
https://books.google.es/books?id=Llsd3VW7srYC
6.2 Estructuras cristalinas: metales
...En la estructura cúbica centrada en las caras (ccc, también llamada "empaquetamiento cúbico compacto")...
6.3 Estructuras de los compuestos iónicos
"...a la estructura del NaCl se le llama red cúbica centrada en las caras, puesto que está formada por la ordenación ccc de iones de un tipo, que presenta una segunda ordenación ccc de iones de otro tipo, perfectamente encajada en los huecos de la primera"
http://chemwiki.ucdavis.edu/?title=Textbook_Maps/General_Chemistry_Textbook_Maps/Map:_Chemistry_%28Averill_%26_Eldredge%29/12:_Solids/12.3:_Structures_of_Simple_Binary_Compounds

La red en la que cristaliza el cloruro de sodio es la "red cúbica centrada en caras" / ccc / "empaquetamiento cúbico compacto".
En este caso el radio del Na es menor que el del Br (catión/anión=0,97/2=0,485) y dentro de la red cúbica ocupa los huecos **octaédricos**, que supone tener la estructura central del diagrama:



12.3: Structures of Simple Binary Compounds ucdavis.edu cc-by-nc-sa

Se podría pensar en una celda "más simple", pero a efectos de contabilizar en un compuesto iónico hay que considerar una "celda" en la que la carga sea neutra, por lo que aparece mayor número de átomos. Se muestra un nuevo diagrama para NaCl (en este problema es NaBr) en red cúbica centrada en caras, donde "z" indica el valor de la coordenada vertical en la que se realiza "un corte" que se muestra.



12.3: Structures of Simple Binary Compounds ucdavis.edu cc-by-nc-sa

Si asociamos átomos a la celda:
Bromo:

- 8 iones Br^- en los 8 vértices, cada uno de los cuales pertenece a 8 celdas, por lo que tenemos $8 \cdot (1/8)=1$ ión de Br^- en cada celda.
- 6 iones Br^- en las 4 caras, cada uno de los cuales pertenece a 2 celdas, por lo que tenemos $6 \cdot (1/2)=3$ iones de Br^- en cada celda

En total 4 iones Br^- en la celda.
Sodio:

- 12 iones Na^+ en las 12 aristas, cada uno de los cuales pertenece a 4 celdas, por lo que tenemos $12 \cdot (1/4)=3$ iones de Na^+ en cada celda.
- 1 ión Na^+ en el centro, asociable a la celda

En total 4 iones Na^+ en la celda.
Se cumple el requisito de que la celda es neutra.

La densidad es una propiedad intensiva, luego es la misma para el material macroscópico y para la celda, por lo que podemos plantear

$$\rho = \frac{M}{V} \Rightarrow V_{celda} = \frac{m_{celda}}{\rho_{celda}} = \frac{\frac{4 \cdot 79{,}90 + 4 \cdot 23}{6{,}022 \cdot 10^{23}}}{3{,}203} = 2{,}134 \cdot 10^{-22}\, cm^3$$

El volumen de los iones de cada celda, considerándolos esféricos es $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

Manejamos unidades del enunciado $1\,\mathring{A} = 10^{-10}\, m = 10^{-8}\, cm \Rightarrow 1\, cm^3 = 10^{-24}\, \mathring{A}^3$
Usando 2 cifras significativas como en datos del enunciado

$$fracción\ vacía = 1 - \frac{4 \cdot \frac{4}{3}\pi 0{,}97^3 + 4 \cdot \frac{4}{3}\pi 2{,}00^3}{213{,}4} = 0{,}30$$ que equivale a un 30 %

PROBLEMA X5 (Se desconoce el número). a) Demostrar que si l'anió i el catió fossin del mateix volum i el contacte entre ells es mantingués en ambdós casos, el volumen molecular de l'esctructura del NaCl sería 1,3 vegades superior al de l'estructura del CsCl. b) Cert metall cristal·litza en una xarxa cúbica centrada en el cos. Si es manté el contacte entre els àtoms, determinar el percentatge en què canviarà la densitat d'aquest metall si passa a cristal·litzar:
b1/ en una xarxa cúbica simple i
b2/ en una xarxa cúbica centrada en les cares.

a) Demostrar que si el anión y el catión fuesen del mismo volumen y el contacto entre ellos se mantuviera en ambos casos, el volumen molecular de la estructura del NaCl sería 1,3 veces superior al de la estructura del CsCl.
b) Cierto metal cristaliza en una red cúbica centrada en el cuerpo. Si se mantiene el contacto entre los átomos, determinar el pocentaje en el que cambiará la densidad de este metal si pasa a cristalizar:
b1/ en una red cúbica simple y
b2/ en una red cúbica centrada en las caras.

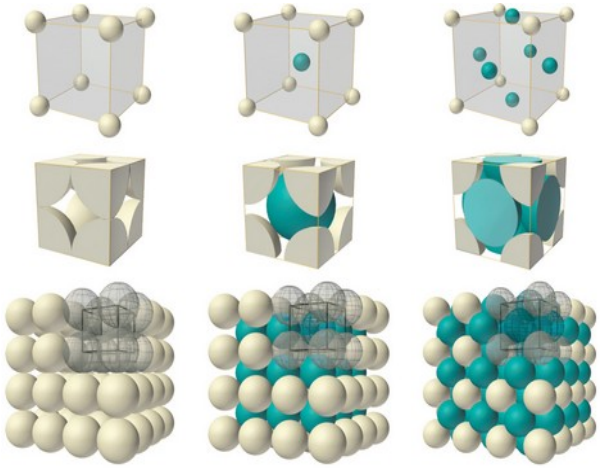
a) Hay que saber que el NaCl cristaliza con estructura red cúbica centrada en las caras (FCC Face Centered Cube) y que el CsCl cristaliza en una red cúbica simple (SC Simple Cube) con dos tipos de iones aunque parezca ser una red cúbica centrada en el cuerpo (BCC Body Centered Cube), BCC solo aplica a casos donde solo hay un tipo de átomos como en los metales.
Enunciado usa "volumen molecular": no hay moléculas al ser cristales iónicos, se entiende que habla de "volumen por fórmula del compuesto".
Analizamos considerando mismos radios de iones:
NaCl: el lado de una cara de la celdad unidad FCC (unos iones ocupan los vértices y los centros de las caras más la posición central y otros los huecos octaédricos) se puede ver que es la suma de cuatro radios si están en contacto, que si son iguales supone

$$4R = a \Rightarrow V_{celdaNaCl} = a^3 = 64R^3$$

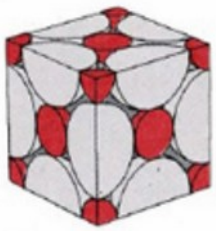
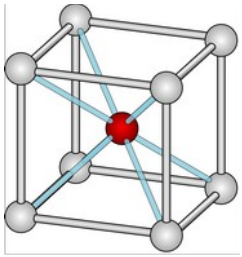
En una celda FCC hay 8·1/8 (vértices) +6·1/2 (caras) + 12·1/4 (aristas) + 1 (centro) =1+3+3+1 = 8 átomos, luego en el volumen de 1 celdas FCC hay en este caso 4 fórmulas NaCl.

$$V_{molecularNaCl} = \frac{V_{celdaNaCl}}{4 \text{ moléculas}} = 16R^3$$

CsCl: la diagonal del cubo de la celdad unidad (análoga a BCC) se puede ver que es la suma de cuatro radios si están en contacto, que si son iguales supone



https://chem.libretexts.org/Courses/Heartland_Community_College/HCC:_Chem_161/11:_Liquids_and_Solids/11.7:_Structures_of_Crystalline_Solids



https://chem.libretexts.org/Ancillary_Materials/Exemplars_and_Case_Studies/Exemplars/Culture/Lattices_and_Unit_Cells_of_Salt

$$4R=\sqrt{3}a \Rightarrow a=\frac{4}{\sqrt{3}}R \Rightarrow V_{celdaCsCl}=a^3=\frac{64}{3\sqrt{3}}R^3$$

En una celda BCC hay 8·1/8 (vértices) + 1 (centro) =1+1=2 átomos, luego en el volumen de una celda hay 1 fórmula CsCl y el volumen molecular es el mismo que el de la celda.

$$\frac{V_{molecularNaCl}}{V_{molecularCsCl}}=\frac{16R^3}{\frac{64}{3\sqrt{3}}R^3}=\frac{3\sqrt{3}}{4}\approx 1,3$$

b) En BCC la diagonal del cubo de la celdad unidad se puede ver que es la suma de cuatro radios si están en contacto, que si son iguales supone

$$4R=\sqrt{3}a \Rightarrow a=\frac{4}{\sqrt{3}}R \Rightarrow V_{celdaBCC}=a^3=\frac{64}{3\sqrt{3}}R^3$$ (como CsCl anterior)

En una celda BCC hay 8·1/8+1=1+1=2 átomos.

Si llamamos M a la masa atómica del metal, la densidad es $\rho_{BCC}=\frac{2\cdot M}{V_{celdaBCC}}=\frac{3\sqrt{3}\cdot M}{32R^3}$

b.1) En una celda SC (Simple Cubic) el lado de una cara de la celdad puede ver que es la suma de dos radios si están en contacto, que si son iguales supone

$$2R=a \Rightarrow V_{celdaSC}=a^3=8R^3$$

En una celda SC hay 8·1/8 (vértices) =1 átomo.

$$\rho_{SC}=\frac{M}{V_{celdaSC}}=\frac{M}{8R^3}$$

$$\frac{\rho_{SC}}{\rho_{BCC}}=\frac{\frac{M}{8R^3}}{\frac{3\sqrt{3}\cdot M}{32R^3}}=\frac{32}{3\cdot 8\sqrt{3}}=\frac{4}{3\sqrt{3}}\approx 0,7698=76,98\%$$

Se pide el porcentaje de cambio: **en el cambio de BCC a SC la densidad desciende un 23,02%**

b.2) En FCC la diagonal de una cara de la celdad unidad se puede ver que es la suma de cuatro radios si están en contacto, que si son iguales supone

$$4R=\sqrt{2}a \Rightarrow a=\frac{4}{\sqrt{2}}R \Rightarrow V_{celdaFCC}=a^3=\frac{32}{\sqrt{2}}R^3$$

En una celda FCC hay 8·1/8 (vértices) +6·1/2 (caras) =1+3= 4 átomos

$$\rho_{FCC}=\frac{4\cdot M}{V_{celdaFCC}}=\frac{\sqrt{2}}{8}\frac{M}{R^3}$$

$$\frac{\rho_{FCC}}{\rho_{BCC}}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{8}\frac{M}{R^3}}{\frac{3\sqrt{3}\cdot M}{32R^3}}=\frac{32\sqrt{2}}{3\cdot 8\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}\approx 1,0887=108,87\%$$

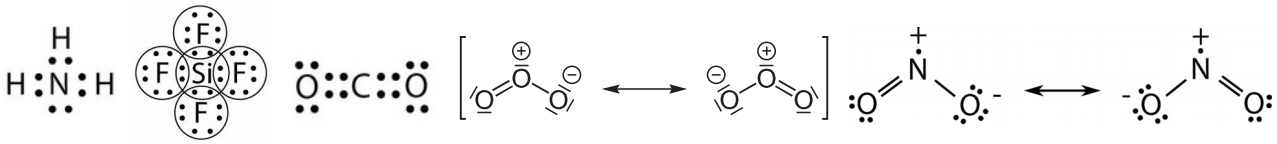
Se pide el porcentaje de cambio: **en el cambio de BCC a FCC** l**a densidad aumenta un 8,87%**

enrique@fiquipedia.es Revisado 26 abril 2016

1. Deducir razonadamente, usando la Teoría de Enlace-valencia y Orbitales Híbridos (TEV-OH), y la Teoría de la repulsión de los pares electrónicos de la capa de valencia (TRPECV), las estructuras espaciales y órdenes de enlace de las siguientes moléculas: NH_3, SiF_4, O_3, CO_2, NO_2.

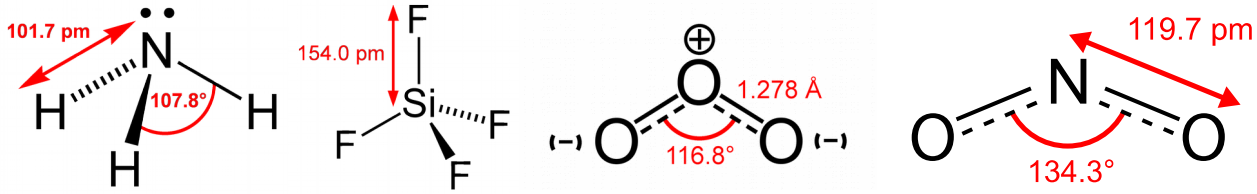
Referencias: 2015 Extremadura problema 4 también razonar estructuras.

Para describir las estructuras realizamos inicialmente los diagrama de Lewis, para lo que identificamos los electrones de valencia, con grupo o usando las configuraciones electrónicas:
H: $1s^1$, 1 electrón de valencia
C: $1s^2\ 2s^2\ 2p^2$, 4 electrones de valencia
N: $1s^2\ 2s^2\ 2p^3$, 5 electrones de valencia
O: $1s^2\ 2s^2\ 2p^4$, 6 electrones de valencia.
Si: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 2p^2$, 4 electrones de valencia
Podemos calcular el número de enlaces a representar asumiendo que todos los átomos consiguen el octeto (pareja en caso de ser H) y no se trata de excepciones:
(nº átomos)·(8 ó 2)= (nº de átomos de cada tipo)·(e^- de valencia de cada tipo)+carga+(nº enlaces)·2
NH_3: 1·8+3·2=1·5+3·1+N·2 → N=3 enlaces
SiF_4: 5·8=1·4+4·7+N·2 → N=4 enlaces
O_3: 3·8=3·6+N·2 → N=3 enlaces
CO_2: 3·8=1·4+2·6+N·2 → N=4 enlaces
NO_2: 3·8=1·3+2·6+N·2 → N=1,5 enlaces
Realizamos diagramas (se incluyen tomados de https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Ozon_Mesomerie.svg (O_3) http://www.peoi.org/Courses/Coursesch/chemintro/contents/frame9c.html cc-by-nc-sa (NH_3, SiF_4, CO_2) y de http://www.ck12.org/user:Robert%20Brown/book/Pacific-High-School-Chemistry/section/9.1/ cc-by-nc (NO_2)

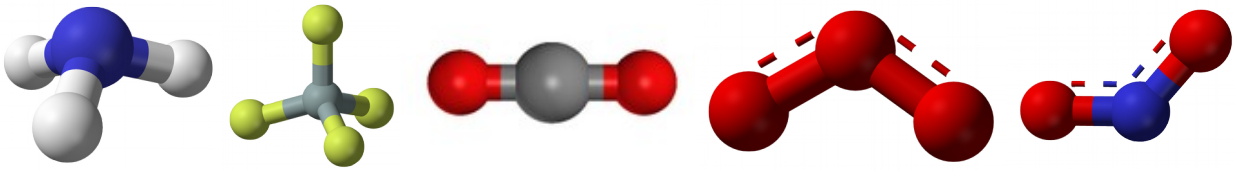


En el caso de NH_3, SiF_4 y CO_2 no hay estructuras resonantes, pero sí hay dos opciones para O_3 dos opciones para NO_2 ambas carga formal (suele indicarse encerrada en un círculo junto a cada átomo como se representa par aozono).
La carga formal también se puede asociar a enlaces covalentes dativos, ya que la situación en la que en el diagrama de Lewis la carga formal no es nula está asociada a que uno de los dos átomos está aportando ambos electrones del enlace. La carga formal se calcula contando con un círculo "que parte por la mitad los enlaces" los elecrones asociables formalmente a cada átomo (no es un círculo para conseguir el octeto, que todos consiguen ya que no hay excepciones)
Para O_3, en la primera estructura representada:
-en el O izquierdo hay 6 electrones y su carga formal es 0
-en el O superior hay 5 electrones y su carga formal es 1+
-en el O derecho hay 7 electrones y su carga formal es 1-
En la otra estructura se intercambian las cargas formales entre los dos oxígenos.
Para NO_2, en la primera estructura representada:
-en el O izquierdo hay 6 electrones y su carga formal es 0
-en el O derecho hay 7 electrones y su carga formal es 1-
-en el N hay 4 electrones y su carga formal es 1+.
En la otra estructura se intercambian las cargas formales entre los dos oxígenos.

Se incluyen diagramas de Lewis asociados al híbrido de resonancia (se incluyen junto con la geometría), representación que resume en un único diagrama una mezcla de las diferentes estructuras de resonancia, por lo que aparecen líneas discontinuas simbolizando "enlaces parciales" (es un promedio de dos estructuras en las que hay un enlace doble en una de ellas y un enlaces simple en el resto). En O_3 aparecen cargas formales promedio pero sin valor, que serían ½- para oxígenos (el promedio de cada oxígeno para 0,1- es igual a 1/2-) y 1+ para oxígeno superior. En NO_2 no aparecen cargas formales promedio, que serían ½- para oxígenos (el promedio de cada oxígeno para 0,1- es igual a 1/2-) y 1+ para nitrógeno.
Mediante los diagramas de Lewis anteriores y la **Teoría de Repulsión de Pares de Electrones de la Capa de Valencia (TRPECV)** se puede razonar geometría:
NH_3: tiene 4 nubes electrónicas rodeando el átomo central de N y se disponen en los vértices de un tetraedro que supone teóricamente 109,5º, pero como no son iguales porque un par es no enlazante y repele a los demás , reduce el ángulo H-N-H. La geometría es piramidal triangular.
SiF_4: tiene 4 nubes electrónicas rodeando el átomo central de Si y se disponen en los vértices de un tetraedro que supone 109,5º ya que son idénticas las 4, por lo que la geometría es tetraédrica.
O_3: tiene 3 nubes electrónicas rodeando el átomo central de O y se disponen en los vértices de un triángulo que supone teóricamente 120º, pero como no son iguales porque un par es no enlazante y repele a los demás, reduce el ángulo ligeramente. La geometría es angular.
CO_2: tiene 2 nubes electrónicas rodeando el átomo central de C y se disponen en posiciones opuestas, haciendo que el ángulo O-C-O sea de 180º. La geometría es lineal.
NO_2: tiene 3 nubes electrónicas rodeando el átomo central de N y se disponen en los vértices de un triángulo que supone teóricamente 120º, pero como no son iguales porque en los enlaces con los oxígenos hay mayor densidad electrónica, el ángulo O-N-O se agranda ligeramente. La geometría es angular.



Se incluye una representación tridimensional de las moléculas, utilizando la asignación típica de colores según el esquema de colores CPK (Robert Corey, Linus Pauling y Walter Koltun): rojo para oxígeno, azul para nitrógeno, blanco para hidrógeno, verde para flúor.



La línea discontinua simboliza "enlaces parciales" como se ha comentado al hablar de hídridos de resonancia.
Mediante la **Teoría de Enlace-valencia y Orbitales Híbridos (TEV-OH)** razonamos geometría en cada caso:
NH_3: molécula que tiene hibridación sp^3 en el átomo central de N en el que se combinan 3 orbitales p y 1 orbital s para dar cuatro orbitales híbridos sp^3 que se disponen orientados a los vértices de un tetraedro que supone teóricamente 109,5º. Tres de ellos forman un enlace σ con cada átomo de hidrógeno, y queda un orbital sp^3 con dos electrones que no forman enlace y repele a los demás , reduce el ángulo H-N-H. La geometría es piramidal triangular.
SiF_4: molécula que tiene hibridación sp^3 en el átomo central de Si en el que se combinan 3 orbitales p y 1 orbital s para dar cuatro orbitales híbridos sp^3 que se disponen orientados a los vértices de un

tetraedro que suponen 109,5º. Los cuatro forman un enlace σ con cada átomo de flúor. La geometría es tetraédrica.
O_3: molécula que tiene hibridación sp^2 en el átomo central de O, en el que se combinan 2 orbitales p y 1 orbital s para dar tres orbitales híbridos sp^2 que se disponen orientados a los vértices de un triángulo y suponen teóricamente 120º. Dos de ellos forman un enlace σ con cada uno de los otros dos átomos de oxígeno. El tercer orbital sp^2 alberga un par de electrones no enlazantes, queda un orbital p sin hibridar que forma un enlace π con uno de los oxígenos. Las estructuras resonantes/mesómeros se pueden ver en la hibridación como variantes en función de con cual de los dos oxígenos se forma ese enlace π y el doble enlace. La geometría mediante hibridación también lleva a que el ángulo O-O-O es algo mayor de 120º.
CO_2: molécula que tiene hibridación sp en el átomo central de C, en el que se combina 1 orbital p y 1 orbital s para dar dos orbitales híbridos sp que se disponen orientados en direcciones opuestas formando 180º. Los orbitales sp forman un enlace σ con cada átomo de los átomos de oxígeno, y quedan dos orbitales p sin hibridar que forman un enlace π con cada uno de los oxígenos. La geometría es lineal.
NO_2: molécula que tiene hibridación sp^2 en el átomo central de N, en el que se combinan 2 orbitales p y 1 orbital s para dar tres orbitales híbridos sp^2 que se disponen orientados a los vértices de un triángulo y suponen teóricamente 120º. Dos de ellos forman un enlace σ con cada átomo de oxígeno. El tercer orbital sp^2 alberga un electróno no enlazantes, queda un orbital p sin hibridar que forma un enlace π con uno de los oxígenos. Las estructuras resonantes/mesómeros se pueden ver en la hibridación como variantes en función de con cual de los dos oxígenos se forma ese enlace π y el doble enlace. La geometría mediante hibridación también lleva a que el ángulo O-N-O es algo menor de 120º.

Respecto a los órdenes de enlace, como no se pide razonar con teoría de orbitales moleculares, no usamos la definición asociada a electrones en orbitales enlazantes frente a no enlazantes, sino más cualitativamente el número de parejas de electrones que hay entre cada pareja de átomos enlazados. Mirando los diagramas de Lewis:
NH_3: orden de enlace 1 en todos los enlaces N-H
SiF_4: orden de enlace 1 en todos los enlaces Si-F
O_3: orden de enlace 1,5 en los enlaces O-O (promedio de las estructuras de resonancia, valor asociado al híbrido de resonancia)
CO_2: orden de enlace 2 en los enlaces C=O
NO_2: orden de enlace 1,5 en los enlaces N-O (promedio de las estructuras de resonancia, valor asociado al híbrido de resonancia)

enrique@fiquipedia.es Revisado 8 diciembre 2015
CC BY

CUESTIONES DE QUÍMICA

De entre las cuestiones 5, 6, 7 y 8 que a continuación se proponen, el aspirante elegirá libremente y contestará a 3 de ellas.

7.- Con la ayuda de la fórmula de Bohr para la energía del electrón en el átomo, deducir la relación entre el potencial de ionización y la carga nuclear correspondiente en la serie Li, Be^{+}, B^{2+}, C^{3+} y en la serie Na, Mg^{2+}, Al^{2+}, Si^{3+}.

La fórmula de la energía del electrón de Bohr es

$$E=-R'Z^2\frac{1}{n^2} \qquad R'=\frac{me^4}{2\hbar^2}$$

Dado lo breve del ejercicio incluímos la deducción

Igualando fuerza centrípeta en órbita circular y fuerza electrostática por ley Coulomb, llegamos la expresión de la energía mecánica en la órbita (cierta analogía con gravitación)

$$F_e=K\frac{Ze^2}{r^2};F_c=m\frac{v^2}{r};KZ\frac{e^2}{r^2}=m\frac{v^2}{r} \qquad r=K\frac{Ze^2}{mv^2}$$

$$E=E_c+E_p=\frac{1}{2}mv^2-K\frac{Ze^2}{r}=K\frac{Ze^2}{2r}-\frac{KZe^2}{r}=\frac{-KZe^2}{2r} \qquad E=-K\frac{Ze^2}{2r}$$

Añadiendo postulado de cuantización de Bohr $l=n\hbar \qquad |r\times mv|=mvr=n\hbar$

$$\left.\begin{array}{l} m^2v^2r^2=n^2\hbar^2 \\ v^2=\frac{KZe^2}{mr}\,(Fc=Fe) \end{array}\right\} m^2\left(\frac{KZe^2}{mr}\right)r^2=n^2\hbar^2\Rightarrow r=\frac{\hbar^2}{KZme^2}n^2$$

$$E_{tot}=\frac{-KZe^2}{2r}=\frac{-KZe^2}{2\frac{\hbar^2}{Zme^2}n^2}=\frac{-KZ^2me^4}{2\hbar^2}\frac{1}{n^2}=-R'Z^2\frac{1}{n^2}$$

La energía de ionización es la energía asociada al salto de un nivel hasta n=∞, y como es aportada será positiva con el mismo valor numérico

En la primera serie son elementos del segundo periodo, luego n=2

$E/Z^2=R'/2^2$=constante para todos los elementos de periodo 2.

$$\frac{E_{i1}(Li)}{9}=\frac{E_{i2}(Be^{+})}{16}=\frac{E_{i3}(B^{2+})}{25}=\frac{E_{i4}(C^{3+})}{36}$$

En la segunda serie son elementos del tercer periodo, luego n=3

$$\frac{E_{i1}(Na)}{121}=\frac{E_{i2}(Mg^{+})}{144}=\frac{E_{i3}(Al^{2+})}{169}=\frac{E_{i4}(Si^{3+})}{196}$$

QUÍMICA
4°. La estabilidad de un subhaluro, AlX, puede ser discutida a partir de la variación de entalpía para la reacción:
AlX_3 (s) + 2 Al (s) ⇆ 3 AlX (s)
A partir de los siguientes datos, deducir la posible formación del AlI en fase sólida.

	Al^+	Al^{3+}	I^-
Radios iónicos (A)	0,9	0,5	2,16

Al ---> Al^+ + 1 e I_1=138 kcal/mol
Al ---> Al^{2+} + 1 e I_2=434 kcal/mol
Al ---> Al^{3+} + 1 e I_2=656 kcal/mol
ΔH_{sub}(Al)=77,5 kcal/mol
Constantes Kapustinskii
K_1=1,202·10^{-7} kJ·m/mol
K_2=3,45·10^{-11} m

Se pone enunciado en formato de letra original, evita confusión entre ele minúscula del aluminio e I mayúscula del yodo.

Referencias:
Subhaluro: https://en.wikipedia.org/wiki/Subhalide
Kapustinskii https://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n_de_Kapustinskii
Monoyoduro de aluminio https://en.wikipedia.org/wiki/Aluminium_monoiodide indica que es inestable a temperatura ambiente
https://es.wikipedia.org/wiki/Cristal#Cristales_i.C3.B3nicos "Su estabilidad depende en parte de su energía reticular; cuanto mayor sea esta energía, más estable será el compuesto."

Para la reacción del enunciado en el caso de X=I, tenemos
$\Delta Hr=3\Delta H_f(AlI)- \Delta H_f(AlI_3)$
Si planteamos el ciclo de Born-Haber asociado a ambas formaciones
AlI: $\Delta Hf(AlI)=\Delta Hsub(Al)+Ei(Al\rightarrow Al^+)+ 1/2\ \Delta H_{sub}(I_2) + 1/2\ Edisoc(I_2) + AE(I) +U(AlI)$
AlI_3: $\Delta Hf(AlI3)=\Delta Hsub(Al)+Ei(Al\rightarrow Al^{3+})+ 3/2\ \Delta H_{sub}(I_2) + 3/2\ Edisoc(I_2) + 3AE(I) +U(AlI_3)$
Si multiplicamos la primera por 3 y restamos la segunda tenemos la variación de entalpía pedida, desapareciendo las partes las que no hay datos
$\Delta H_r=2\Delta H_{sub}(Al)+3E_i(Al\rightarrow Al^+)-Ei(Al\rightarrow Al^{3+})+ 3U(AlI) – U(AlI_3)$

Utilizamos la ecuación de Kapustinskii para calcular la energía de red

$$U=-k_1\frac{\nu|z^+||z^-|}{r^++r^-}\left(1-\frac{k_2}{r^++r^-}\right)$$

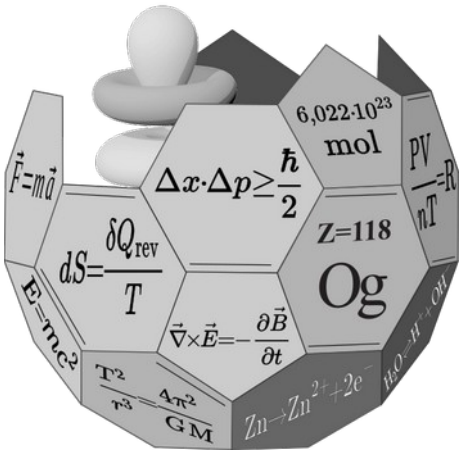
ν= *número de iones en la fórmula empírica*
$|z^+|,|z^-|$= *carga de los iones*

$$U(AlI)=-1{,}202\cdot10^{-7}\frac{2\cdot1\cdot1}{0{,}9\cdot10^{-10}+2{,}16\cdot10^{-10}}\left(1-\frac{3{,}45\cdot10^{-11}}{0{,}9\cdot10^{-10}+2{,}16\cdot10^{-10}}\right)=-697\,kJ/mol$$

$$U(AlI_3)=-1{,}202\cdot10^{-7}\frac{4\cdot3\cdot1}{0{,}5\cdot10^{-10}+2{,}16\cdot10^{-10}}\left(1-\frac{3{,}45\cdot10^{-11}}{0{,}5\cdot10^{-10}+2{,}16\cdot10^{-10}}\right)=-4719\,kJ/mol$$

Sustituyendo y usando kJ como unidades
ΔH_r=2·77,5·4,18+3·138·4,18-(138+434+656)·4,18+3·(-697)-(-4719)=-126,62 kJ/mol
A mayor energía de red mayor estabilidad, pero enunciado indica que "la estabilidad de AlI puede

ser discutida a partir de la variación de entalpía para la reacción [dada]", y como es negativa y es un proceso exotérmico diríamos a priori que sí es estable.



Problemas resueltos oposiciones Física y Química

Recopilación revisada 4 septiembre 2025

Química cinética y equilibrio

enrique@fiquipedia.es

CC BY SA

enrique@fiquipedia.es Revisado 17 julio 2025

Ejercicio práctico
Han de resolverse los SEIS PROBLEMAS, cada uno de los cuales se calificará de 0 a 10 puntos. En caso de tener varios apartados, la calificación de cada uno de ellos será la que figure en el texto y de no figurar ninguna se entenderá el mismo valor para todos. La calificación del ejercicio será la correspondiente a la media de las puntuaciones obtenidas en cada uno de los problemas.
Se aplicarán los criterios de corrección generales y específicos de evaluación que ya han sido publicados

1. En un recipiente de 10 litros se introducen 2 mol de una sustancia A y 1 mol de B, que se transforman en C de acuerdo a la siguiente reacción: A (g) + 3 B (g) ⇌ 2 C (g)
Después de calentar a 227 ºC, se llega a un equilibrio en el que el número de moles de B es igual al de C.
a) Calcule los moles de cada componente en el equilibrio, el valor de la presión parcial de B, y la presión total en el recipiente cuando se alcanza el equilibrio. (2 puntos)
b) Determine los valores de las constantes de equilibrio K_c y K_p. (1 punto)
c) El análisis elemental de la sustancia C indica que está formada exclusivamente por nitrógeno e hidrógeno y que contiene un 82,5 % de nitrógeno. Además, se sabe que $5{,}24 \cdot 10^{-2}$ dm^3 del compuesto C tienen $1{,}35 \cdot 10^{24}$ moléculas. Determine la fórmula molecular y empírica de C. Nombre el compuesto. (2 puntos)
d) Todo el compuesto C que hay tras el equilibrio alcanzado en el apartado a) se extrae y reacciona exactamente con 320 mL de una disolución de ácido clorhídrico. Calcule: (2,5 puntos)
d.1) la concentración molar de la disolución de ácido clorhídrico.
d.2) el pH de la disolución resultante.
e) Una vez alcanzado el equilibrio se introduce en el matraz de reacción 0,1 mol del compuesto C. Justifique hacia dónde se desplazaría el equilibrio y qué pasaría con la concentración de A. (1 punto)
f) Justifique, haciendo referencia a su enlace, geometría molecular, fuerzas intermoleculares y carácter polar o apolar, la alta o baja solubilidad del compuesto C en agua. (1,5 puntos)
Datos: Masas atómicas relativas: $A_r(H) = 1{,}01$; $A_r(N) = 14{,}01$.
Constante de basicidad del compuesto C: $pK_b = 4{,}75$.
Constante de los gases ideales: $R = 0{,}082$ atm·L/K·mol = 8,31 J/K·mol.
Densidad del compuesto C: $d = 0{,}73$ kg/m^3.
Número de Avogadro: $6{,}022 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}.

El mismo día del examen se publica una nota que indica
"Se ha detectado un error en el dato del volumen del ejercicio 1 apartado c) que imposibilita la correcta obtención de la fórmula molecular. Por este motivo se anulan los apartados d) y f) que de él se derivan, así como la parte del apartado c) donde se pedía dicha fórmula.
De esta manera el ejercicio quedaría redactado de la siguiente manera, y las nuevas puntuaciones serán las que aquí aparecen.
Se resalta en enunciado original en rojo lo eliminado, quedando puntuaciones
a) (**3.25** puntos)
b) (**1,75** puntos)
c) (**3.25** puntos)
d) (**1,75** puntos)

Apartados a y b son ejercicio B5 de PAU Andalucía 2001 "modelo 3 / reserva 2"
Similar a 1998 Castilla y León Química (aquí 2 y 1 mol y 10 L , y allí 0,2 y 0,1 mol y 1 L)

a) Planteamos el equilibrio con moles

	A(g) + 3B(g) ⇄		2C(g)
Inicial	2	1	0
Equilibrio	2-x	1-3x	2x

Se indica que en el equilibrio hay el mismo número de moles de B que de C, luego 1-3x=2x → 1=5x → x=1/5=0,2 mol gas

El número de moles de gas de cada sustancia en el equilibrio es

n(A)=2-0,2=1,8 mol A

n(B)=1-3·0,2=0,4 mol B (n(C)=n(B) o también n(C)=2·0,2=0,4 mol C)

El número total de moles de gas en el equilibrio es 1,8+0,4+0,4=2,6 mol gas

La presión total en el equilibrio usando la ley de los gases ideales es

P=nRT/V=2,6·0,082·(273+227)/10=10,66 atm

Las presiones parciales en equilibrio (solo se pide la asociada a B pero calculamos todas para luego usarlas en el cálculo de Kp)

$$P_A = \chi_A \cdot P_T = \frac{1,8}{2,6} \cdot 10,66 = 7,38\, atm$$

$$P_B = P_C = \chi_B \cdot P_T = \frac{0,4}{2,6} \cdot 10,66 = 1,64\, atm$$

b) $$K_P = \frac{P_C^2}{P_A \cdot P_B^3} = \frac{1,64^2}{7,38 \cdot (1,64)^3} = 8,26 \cdot 10^{-2}\, atm^{-2}$$

$$K_c = \frac{K_p}{(RT)^{\Delta n}} = \frac{8,26 \cdot 10^{-2}}{(0,082 \cdot (273+227))^{2-4}} = 138,9\, M^{-2}$$

También se puede plantear primero Kc conociendo moles y volumen

$$K_c = \frac{[C]^2}{[A] \cdot [B]^3} = \frac{(0,4/10)^2}{(1,8/10) \cdot (0,4/10)^3} = 138,9\, M^{-2}$$

c) Planteamos la fórmula empírica asumiendo 100 g de sustancia y usando masa molar 1 para H y 14 para N

N: 82,5/14=5,89 mol N

H: 17,5/1=17,5 mol H

Dividimos por el número menor

N: 5,89/5,89 = 1

H: 17,5/5,89≈3

La fórmula empírica es NH_3

Se realiza el cálculo de fórmula molecular con los datos iniciales para visualizar el error

Para calcular la fórmula molecular calculamos el número de moles de sustancia por volumen

$n=1,35 \cdot 10^{24}/6,022 \cdot 10^{23}=2,24$ mol C

Con los datos de enunciado la densidad es 2,24 mol/$5,24 \cdot 10^{-2}$L=42,75 mol C/L

También se da densidad 0,73 kg/m^3 =730 g/1000 dm^3=0,73 g C/L

La masa molar de la fórmula empírica es 14,01+3·1,01=17,04 g/mol fórmula empírica

La masa molar de la fórmula molecular es N·17,04 g/mol C

Igualando ambas densidades

$$0,73 \frac{\cancel{g\,C}}{L} \cdot \frac{1\, mol\, C}{N \cdot 17,04\, \cancel{g\,C}} = 42,75 \frac{mol\, C}{L}$$

$$N = \frac{0,73}{17,04 \cdot 42,75} = 9,8 \cdot 10^{-4} \approx 10^{-3}$$

N debe ser entero y hay una inconsistencia: si tenemos 2,24 mol C, asumiendo 273 K y 1 atm (no se

indica explícitamente) supondría V=2,24·0,082·273/1=50 L, pero se indica volumen mucho menor. Como se obtiene N=10^{-3}, puede que hubiera un error de un factor 1000 en un dato del enunciado
La densidad es aproximadamente correcta
https://pubchem.ncbi.nlm.nih.gov/compound/ammonia#section=Density
https://www.atsdr.cdc.gov/ToxProfiles/tp126-c4.pdf Density gas 0.7710 g/L Weast et al. 1988
O también usando la ley de los gases ideales y la masa molar 17 g/mol·2,24 mol/50 L =0,76 g/L
El error está en el volumen indicado, no debería ser 5,24·10^{-2} dm^3 sino 5,24·10^{-2} m^3 =5,24·10 dm^3
Con ese dato la densidad es 2,24 mol/5,24·10 L=4,275·10^{-2} mol C/L

$$N=\frac{0,73}{17,04\cdot 4,275\cdot 10^{-2}}\approx 1$$

La fórmula molecular es NH_3 y la sustancia C es amoniaco, y por el ajuste la sustancia A es nitrógeno (N_2) y la B hidrógeno (H_2)
d.1) (Apartado anulado) La cantidad de C = NH_3 tras el equilibrio alcanzado en el apartado a) es 0,4 mol NH_3
Usando la estequiometría de la reacción de neutralización $NH_3 + HCl \rightarrow NH_4Cl$ reacciona el mismo número de moles, por lo que la concentración es 0,4/0,32=1,25 M
d.2) (Apartado anulado) Planteamos el equilibrio con el amonio formado con moles

	$NH_4^+ + H_2O \rightleftarrows$		$NH_3 + H_3O^+$
Inic	0,4	exceso 0	0
Eq	0,4-x	exceso x	x

$$K_a=\frac{[NH_3][H_3O^+]}{[NH_4^+]}\Rightarrow\frac{10^{-14}}{10^{-4,75}}=\frac{x^2}{0,4-x}$$

Asumimos 0,04 >> x

$$x=\sqrt{0,4\frac{10^{-14}}{10^{-4,75}}}=1,50\cdot 10^{-5}\,M$$ *La aproximación es válida*

$pH=-\log_{10}(1,5\cdot 10^{-5})=4,82$
e) Aplicando Le Châtelier, al alterar el equilibrio este se desplaza oponiéndose a ese aumento de cantidad de C, por lo que se desplazaría hacia la izquierda, aumentando la concentración respecto a la calculada en el equilibrio anterior.
f) (Apartado anulado) NH_3 tiene una alta solubilidad en agua ya que el amoniaco es una sustancia covalente molecular polar y con enlace de hidrógeno como el agua.
Justificación de su polaridad: NH_3 tiene un enlace covalente, realizando el diagrama de Lewis y aplicando TRPECV tiene cuatro grupos de electrones, tres enlazantes y uno no enlazante, por lo que la geometría es una pirámide trigonal. Los enlaces N-H son polares ya que el nitrógeno es más electronegativo que el hidrógeno y la geometría molecular no cancela los momentos dipolares por lo que la molécula es polar.
Justificación de la presencia de enlaces de hidrógeno: tiene átomos de hidrógeno unidos a nitrógeno, que es uno de los tres elementos suficientemente electronegativo para formar este tipo de fuerzas intermoleculares.

enrique@fiquipedia.es Revisado 12 julio 2025
CC BY SA

Ejercicio práctico
Han de resolverse los SEIS PROBLEMAS, cada uno de los cuales se calificará de 0 a 10 puntos. En caso de tener varios apartados, la calificación de cada uno de ellos será la que figure en el texto y de no figurar ninguna se entenderá el mismo valor para todos. La calificación del ejercicio será la correspondiente a la media de las puntuaciones obtenidas en cada uno de los problemas.
Se aplicarán los criterios de corrección generales y específicos de evaluación que ya han sido publicados

3. Se añaden 0,717 g de AgCl a 100 mL de agua.
a) Hallar la cantidad de AgCl que se disuelve. (4 puntos)
b) Se agrega un poco de amoniaco concentrado hasta hacerse 2 M en NH_3; hallar si podrá redisolverse todo el cloruro de plata. No varía el volumen al añadir el amoniaco. (6 puntos)
Datos: K_{PS} (AgCl) = $1{,}72\cdot10^{-10}$
Constante de disociación de $Ag(NH_3)_2^+$ = $6{,}8\cdot10^{-8}$
Masas atómicas en umas: Cl = 35,5; Ag = 107,9

El símbolo es u y no uma https://goldbook.iupac.org/terms/view/U06554
Ver 2025 Rioja 3, 2015 Rioja 1, 2002 Valencia Q2, 1999 Cataluña 3-5, 1996 Cataluña B4

a) Planteamos el equilibrio de solubilidad. Al ser el producto de solubilidad tan bajo consideramos que la masa de AgCl (s) no varía

	AgCl(s) ⇄	Ag^+(aq) + Cl^-(aq)	
Inicial	0,717	0	0
Equilibrio	0,717	s	s

$K_{ps}=[Ag^+][Cl^-]=s^2 \rightarrow \quad s=\sqrt{K_{ps}}=\sqrt{1{,}72\cdot10^{-10}}=1{,}31\cdot10^{-5}\,M$
Masa molar AgCl = 107,9+35,5=143,4 g/mol AgCl

$$s=\frac{1{,}31\cdot10^{-5}\,\cancel{mol\ AgCl}}{1\,L}\cdot\frac{143{,}4\,g\ AgCl}{1\,\cancel{mol\ AgCl}}=1{,}88\cdot10^{-3}\,g\ AgCl/L$$

Como tenemos 100 mL de agua, se disuelven $1{,}88\cdot10^{-3}\cdot0{,}1=1{,}88\cdot10^{-4}$ g AgCl
b) Ahora hay dos equilibrios al mismo tiempo
AgCl (s) ⇄ Ag^+ (aq) + Cl^- (aq) con constante K_{ps}
Ag^+ (aq) + 2NH_3 (aq) ⇄ $[Ag(NH_3)_2]^+$ (aq) con constante $K_{est} = 1/K_d$
Sumado ambas (Ag^+ (aq) en ambos lados desaparece)
AgCl (s) + 2NH_3 (aq) ⇄ $[Ag(NH_3)_2]^+$ (aq) + Cl^- (aq) con constante $K_s\cdot K_{est}$
El compuesto obtenido es $[Ag(NH_3)_2]Cl$ cloruro de diaminplata, y se puede plantear

	AgCl (s) + 2NH_3 (aq) ⇄	$[Ag(NH_3)_2]^+$ (aq)	+ Cl^- (aq)	
Inic	exceso	2	0	0
Eq	exceso	2-2s	s	s

$$K_s\cdot K_{est}=\frac{s^2}{(2-2s)^2}\Rightarrow\sqrt{K_s\cdot K_{est}}=\frac{s}{2-2s}\Rightarrow2\sqrt{K_s\cdot K_{est}}=\left(2\sqrt{K_s\cdot K_{est}}+1\right)s$$

$$s=\frac{2\sqrt{K_s\cdot K_{est}}}{2\sqrt{K_s\cdot K_{est}}+1}=\frac{2\cdot\sqrt{1{,}72\cdot10^{-10}\cdot\frac{1}{6{,}8\cdot10^{-8}}}}{2\sqrt{1{,}72\cdot10^{-10}\cdot\frac{1}{6{,}8\cdot10^{-8}}}+1}=9{,}14\cdot10^{-2}\,M$$

Puede haber disueltos en 100 mL un total de $0{,}1\cdot9{,}14\cdot10^{-2}=9{,}14\cdot10^{-3}$ mol Ag
Inicialmente teníamos $0{,}717/143{,}4=5\cdot10^{-3}$ mol Ag, menos de lo que se puede disolver en 100 mL
Respondiendo explícitamente a la pregunta, sí se disolverá todo el AgCl en 100 mL 2M en NH_3

Castellano

1. (2 puntos) Se tienen 10,0 mL de una disolución que contiene ion plomo (II) en concentración $1{,}00\cdot10^{-3}$ M e ion plata en la misma concentración. A dicha disolución se adiciona ácido clorhídrico concentrado (densidad, ρ = 1,18 g/mL; riqueza, 37,08%) gota a gota.
a) Determine qué catión precipitará primero. (0,5 puntos)
b) Después de añadir 10 gotas de la disolución del ácido, de 0,0500 mL cada una, determine qué concentración de ion plomo (II) queda en la disolución final, así como el porcentaje de plomo separado. (1,5 puntos)
DATOS: K_{ps} [cloruro de plata] = $1{,}80\cdot10^{-10}$; Kps [cloruro de plomo (II)] = $1{,}70\cdot10^{-5}$; M(Cl) = 35,45 u; M(H) = 1,008 u

Ver 2021 Cantabria B.1.II

a) Planteamos los equilibrios de solubilidad y la cantidad de ion cloruro necesaria para que se produzca cada una de las precipitaciones

$PbCl_2$ (s) ⇄ Pb^{2+} (aq) + $2Cl^-$ (aq)

$$K_{ps}(PbCl_2)=[Pb^{2+}][Cl^-]^2 \Rightarrow [Cl^-]=\sqrt{\frac{1{,}70\cdot10^{-5}}{1{,}00\cdot10^{-3}}}=1{,}3\cdot10^{-1}\,M$$

$AgCl$ (s) ⇄ Ag^+ (aq) + Cl^- (aq)

$$K_{ps}(AgCl)=[Ag^+][Cl^-] \Rightarrow [Cl^-]=\frac{1{,}80\cdot10^{-10}}{1{,}00\cdot10^{-3}}=1{,}8\cdot10^{-7}\,M$$

Precipitará antes el catión Ag^+ ya que con menor cantidad de HCl se alcanza la concentración de ion cloruro necesaria para que precipite. Para el razonamiento cualitativo no tenemos en cuenta la variación de concentraciones asociada al aumento de volumen por las gotas añadidas.

b) Inicialmente teníamos $0{,}010\cdot10^{-3}=10^{-5}$ mol Pb^{2+} y 10^{-5} mol Ag^+

La masa molar de HCl es 1,008+35,45=36,458 g/mol HCl

La concentración del ácido clorhídrico es

$$\frac{37{,}08\,\cancel{g\ HCl}}{100\,\cancel{g\ disolu}}\cdot\frac{1{,}18\,\cancel{g\ disolu}}{0{,}001\,L}\cdot\frac{1\,mol\ HCl}{36{,}458\,\cancel{g\ HCl}}=12{,}00\,M$$

Como se han echado 10 gotas de 0,0500 mL cada una, se han añadido 0,5 mL $=5\cdot10^{-4}$ L y $12{,}00\cdot5\cdot10^{-4}=6\cdot10^{-3}$ mol HCl y $6\cdot10^{-3}$ mol Cl^-

Vemos que es mucho mayor que el número de moles de iones iniciales de plata y plomo.

Como precipita primero AgCl, podemos aproximar que precipita toda la plata y se consumen 10^{-5} mol Cl^- (la estequiometría de AgCl es 1:1 de plata a cloro)y quedan $6\cdot10^{-3}-10^{-5}=5{,}99\cdot10^{-3}$ mol Cl^-

De nuevo vemos que es mucho mayor que el número de moles de iones iniciales de plomo, pero Kps de $PbCl_2$ no es tan grande y no asumimos que precipita todo.

La concentración de cloruros asumiendo volúmenes aditivos es $[Cl^-]=5{,}99\cdot10^{-3}/0{,}0105=0{,}570$ M

$$K_{ps}(PbCl_2)=[Pb^{2+}][Cl^-]^2 \Rightarrow [Pb^{2+}]=\frac{1{,}70\cdot10^{-5}}{0{,}570^2}=5{,}23\cdot10^{-5}\,M$$

Esa concentración de iones plomo suponen $5{,}23\cdot10^{-5}\cdot0{,}0105=5{,}49\cdot10^{-7}$ mol Pb

El porcentaje de plomo separado es $(10^{-5}-5{,}49\cdot10^{-7})/6\cdot10^{-3}=0{,}9451=94{,}51\%$

Castellano

3. (1,5 puntos) El dimetil éter se descompone en metano, monóxido de carbono, e hidrógeno. La constante cinética del proceso es de $2{,}8\cdot10^{-2}$ min^{-1} cuando tiene lugar a 500 ºC. Colocamos cierta cantidad de dimetil éter en un matraz sellado y dejamos que transcurra la reacción a una temperatura de 500 ºC.

a) Obtenga las expresiones para las presiones parciales de cada uno de los cuatro gases y la presión total (en función del tiempo y de la presión inicial de dimetil éter, P_0). (0,75 puntos)

b) Calcule las fracciones molares de cada uno de los gases presentes en el matraz transcurridos 4 minutos del inicio de la reacción, en el caso de que ésta transcurra a 600 ºC. (0,75 puntos)

DATOS: E_a = 189089 $J\cdot mol^{-1}$; R = 8,314 $J\cdot K\cdot mol^{-1}$

a) La reacción es $CH_3\text{-}O\text{-}CH_3\ (g) \rightarrow CH_4\ (g) + CO\ (g) + H_2\ (g)$

Planteamos la reacción con fórmulas moleculares y ajustada, usando presiones

	$C_2H_6O\ (g)\rightarrow$	$CH_4\ (g)+$	$CO\ (g)+$	$H_2\ (g)$
Inic	P_0	0	0	0
t	P_0-x	x	x	x

La constante cinética nos indica que es una reacción de primer orden, luego plantendo con presiones

$$v = k\,P_{C_2H_6O}$$

$$\frac{-d\,P_{C_2H_6O}}{dt} = k\,P_{C_2H_6O} \Rightarrow \ln\left(\frac{P_{C_2H_6O}}{P_0}\right) = -kt$$

$$P_{C_2H_6O} = P_0\,e^{-kt}$$

$$P_0 - x = P_0\,e^{-kt} \Rightarrow x = P_{CH_4} = P_{CO} = P_{H_2} = P_0\left(1-e^{-kt}\right)$$

La presión total es $P_T = P_0\,e^{-kt} + 3\,P_0\left(1-e^{-kt}\right) = P_0\left(3-2\,e^{-kt}\right)$

b) Usando la ley de Arrhenius $k = A\,e^{\frac{-E_a}{RT}}$

Para 500 ºC $2{,}8\cdot10^{-2} = A\,e^{\frac{-189089}{8{,}314\cdot(273+500)}} \Rightarrow A = 1{,}679\cdot10^{11}\,min^{-1}$

Para 600 ºC $k = 1{,}679\cdot10^{11}\,e^{\frac{-189089}{8{,}314\cdot(273+600)}} = 0{,}8143\,min^{-1}$

$$P_T = P_0\left(3-2\,e^{-0{,}8143\cdot4}\right) \approx 2{,}923\,P_0$$

$$P_{CH_4} = P_{CO} = P_{H_2} = P_0\left(1-e^{-0{,}8143\cdot4}\right) \approx 0{,}9615\,P_0$$

$$\chi_{C_2H_6O} = \frac{1-0{,}9615}{2{,}923} = 1{,}317\cdot10^{-2}$$

$$\chi_{CH_4} = \chi_{CO} = \chi_{H_2} = \frac{0{,}9615}{2{,}923} = 0{,}3289$$

La suma de fracciones molares es $3\cdot0{,}3289+1{,}317\cdot10^{-2} \approx 1$

2. Se introducen 0,1 moles de CO_2 en un matraz de 1 litro que contiene carbono sólido en exceso, a una temperatura de 1000 ºC, hasta que se alcanza el equilibrio. En el equilibrio, la densidad del gas corresponde a un peso molecular medio de 36 g/mol.
a. Calcule la presión de equilibrio y el valor de Kp (30%).
b. Si se introduce una cantidad adicional de helio (gas inerte) hasta que la presión total se duplica, ¿cuál será la cantidad de CO en el equilibrio? Si, en cambio, se duplica el volumen del matraz, introduciendo helio para mantener constante la presión total, ¿qué ocurre con la cantidad de CO en el equilibrio? (25%).
c. Si en el apartado a) hubiera realmente 1,2 g de carbono sólido, ¿cuántos moles de CO_2 deberían haberse introducido para que en el equilibrio solo quedaran trazas de carbono? (20%).
d. Si la constante Kp se duplica al aumentar la temperatura en 10 ºC, ¿cuál es la entalpía estándar de la reacción? (25%).

No se dan como datos las masas atómicas, asumimos C=12 u; O = 16 u.
No se da como dato R, usamos R=0,082 atm·L·K^{-1}·mol^{-1} =8,31 J·K^{-1}·mol^{-1}

a) Planteamos el equilibrio con moles

	C(s) +	CO_2(g)	⇄ 2CO (g)
Inicial	exceso	0,1	0
Equil	exceso	0,1-x	2x

El número de moles totales gaseosos en equilibrio es n_T=x+0,1-x+2x=0,1+x
Masa molar CO_2 =12+16·2=44 g/mol CO_2
Masa molar CO =12+16=28 g/mol CO
La masa molecular media del gas en equilibrio

$$M_{media}=\frac{m_{promedio}}{n_T}\Rightarrow 36=\frac{28\cdot 2x+(0,1-x)\cdot 44}{0,1+x}$$

$$3,6+36x=56x+4,4-44x\Rightarrow 24x=0,8\Rightarrow x=\frac{1}{30}\,mol\,gas$$

n(CO_2)=0,1-1/30≈0,06667 mol CO_2
n(CO)=2/30≈0,06667 mol CO
P_T=n_T·RT/V=(0,1+1/30)·0,082·(273+1000)/1=13,92 atm

$$\chi_{CO}=\frac{2/30}{0,1+1/30}=0,5$$

$$\chi_{CO_2}=\frac{0,1-1/30}{0,1+1/30}=0,5$$

$$K_p=\frac{P_{CO}^2}{P_{CO_2}}=\frac{\chi_{CO}^2 P_T^2}{\chi_{CO_2}\cancel{P_T}}=\frac{0,5^2\cdot 13,92}{0,5}=6,96$$ (unidades serían atm)

b) **Si se introduce una cantidad adicional de helio hasta que la presión total se duplica**
La introducción de un gas inerte a volumen constante aumenta la presión total pero no modifica el equilibrio ya que no varían concentraciones al no variar ni el número de moles ni el volumen de CO ni CO_2, por lo que Kc y Kp son constantes al no variar la temperatura. Las fracciones molares disminuyen (hay mismo número de moles de CO y CO_2 pero mayor número de moles totales) pero las presiones parciales de CO y CO_2 no varían para que se siga manteniendo la constante Kp.
Planteamos cálculos ya que se pide cantidad: tenemos el mismo valor de Kp y el planteamiento del equilibrio no varía ya que el gas inerte no interviene en el equilibrio, y como el equilibrio no

depende del punto de partida, no partimos del equilibrio anterior sino de la situación inicial.

	C(s) +	CO_2(g) ⇄	2CO (g)
Inicial	exceso	0,1	0
Equil	exceso	0,1-x'	2x'

El número de moles totales gaseosos en equilibrio es n_T=0,1-x'+2x'+n_{He}=0,1+x'+n_{He}
Como ahora la presión total se duplica, P'$_T$=2·13,92=27,84 atm
n_T=27,84·1/(0,082·(273+1000))=0,2667 mol gas → 0,1+x'+n_{He}= 0,2667

$$K_p=\frac{P_{CO}^2}{P_{CO_2}}=\frac{\chi_{CO}^2 P_T^2}{\chi_{CO_2} P_T}\Rightarrow 6,96=\frac{\left(\frac{2x'}{0,2667}\right)^2}{\frac{0,1-x'}{0,2667}}\cdot 27,84$$

$$0,25\left(0,1-x'\right)=\frac{\left(2x'\right)^2}{0,2667}\Rightarrow 4x'^2+6,668\cdot 10^{-2}x'-6,668\cdot 10^{-3}=0$$

$$x'=\frac{-6,668\cdot 10^{-2}\pm\sqrt{\left(6,668\cdot 10^{-2}\right)^2-4\cdot 4\cdot\left(-6,668\cdot 10^{-3}\right)}}{2\cdot 4}=\frac{-6,668\cdot 10^{-2}\pm 3,334\cdot 10^{-1}}{8}=\frac{\sout{negativo}}{0,03334}$$

Las cantidades en el equilibrio de CO y CO_2 son las mismas que antes (salvo redondeos)
n(CO_2)=0,1-0,3334≈0,06667 mol CO_2
n(CO)=2·0,3334≈0,06667 mol CO
Podemos calcular n_{He}= 0,2667-0,1-0,03334=0,1334 mol He
Las fracciones molares son ahora menores

$$\chi_{CO}=\frac{0,0667}{0,2667}=0,25$$

$$\chi_{CO_2}=\frac{0,0667}{0,2667}=0,25$$

$$\chi_{He}=\frac{0,1334}{0,2667}=0,5$$

Validamos que la suma de fracciones molares es 1: 0,25+0,25+0,5=1
Las fracciones molares de CO y CO_2 disminuyen respecto al equilibrio anterior (antes eran 0,5) y ahora son la mitad que antes, por lo que las presiones parciales coinciden, ya que al mismo tiempo la presión se duplica.

Si se duplica el volumen introduciendo helio para mantener constante la presión total

Sí disminuyen las concentraciones ya que aumenta el volumen con el mismo número de moles de CO y CO_2, por lo que aplicando Le Châtelier el sistema se opondrá a esa disminución desplazando el equilibrio hacia donde hay más moles de gas, en este caso hacia CO.
De nuevo el planteamiento del equilibrio no varía ya que el gas inerte no interviene en el equilibrio, y como el equilibrio no depende del punto de partida, no partimos del equilibrio anterior sino de la situación inicial.

	C(s) +	CO_2(g) ⇄	2CO (g)
Inicial	exceso	0,1	0
Equil	exceso	0,1-x''	2x''

El número de moles totales gaseosos en equilibrio es n_T=0,1-x''+2x''+n_{He}=0,1+x''+n_{He}
Como la presión total sigue siendo 13,92 atm, pero ahora el volumen se duplica
n_T=PV/RT=13,92·2/(0,082·(273+1000))= 0,2667 mol gas
0,1+x''+n_{He}= 0,2667

$$K_p=\frac{P_{CO}^2}{P_{CO_2}}=\frac{\chi_{CO}^2 P_T^2}{\chi_{CO_2} \cancel{P_T}}\Rightarrow 6,96=\frac{\left(\frac{2x''}{n_T}\right)^2}{\frac{0,1-x''}{n_T}}\cdot 13,92$$

$$0,5\cdot(0,1-x')=\frac{(2x'')^2}{0,2667}\Rightarrow 4x''^2+1,3335x''-0,13335=0$$

$$x''=\frac{-1,3335\pm\sqrt{1,3335^2-4\cdot 4\cdot(-0,13335)}}{2\cdot 4}=\frac{-1,3335\pm 1,9778}{8}=\begin{matrix}\cancel{negativo}\\ 8,05\cdot 10^{-2}\end{matrix}$$

Las cantidades en el equilibrio de CO y CO_2 ahora son
$n(CO_2)=0,1-8,05\cdot 10^{-2}=0,0195$ mol CO_2
$n(CO)=2\cdot 8,05\cdot 10^{-2}=0,161$ mol CO
Vemos que respecto a equilibrio anterior la cantidad de CO aumenta (antes 0,0333 mol CO) y la cantidad de CO_2 disminuye (antes era 0,0333 mol CO_2), de acuerdo con Le Châtelier
Podemos calcular $n_{He}= 0,2667-0,1-8,05\cdot 10^{-2}=0,0862$ mol He
Las fracciones molares son ahora

$$\chi_{CO}=\frac{0,161}{0,2667}=0,604\,;\,\chi_{CO_2}=\frac{0,0195}{0,2667}=0,073\,;\,\chi_{He}=\frac{0,0862}{0,2667}=0,323$$

Validamos que la suma de fracciones molares es 1: 0,604+0,073+0,323=1
Las fracciones molares de CO y CO_2 aumentan y disminuyen respectivamente respecto al equilibrio anterior (antes eran 0,5) y sus valores siguen cumpliendo la constante de equilibrio

$$K_p=\frac{P_{CO}^2}{P_{CO_2}}=\frac{\chi_{CO}^2 P_T^2}{\chi_{CO_2} \cancel{P_T}}=\frac{0,604^2\cdot 13,92}{0,073}\approx 6,96$$

c) Si queremos que solo queden trazas de carbono sólido habiendo introducido inicialmente 1,2 g C, quiere decir que se consume "todo" el C, y según la estequiometría se consumen los mismos moles de C que de CO_2. Se cita apartado a pero no asumimos 0,1 mol de CO_2, ya que se pide cantidad CO_2. El volumen sigue siendo un litro. Inicialmente n(C)=1,2/12=0,1 mol C
Consideramos "trazas" que se consume el 99% del C inicial, queda 0,001 mol C

	C(s) +	CO_2(g)	$\rightleftarrows$ 2CO (g)
Inicial	0,1	y	0
Equil	0,001	y-0,099	2·0,099

El número de moles totales gaseosos en equilibrio es n_T=0,001+y-0,099+2·0,099=y+0,1

$$K_c=K_p(RT)^{-\Delta n}=6,96\cdot(0,082\cdot(273+1000))^{(-(2-1))}=0,06668$$

$$K_c=\frac{[CO]^2}{[CO_2]}=\frac{\left(\frac{n(CO)}{V}\right)^2}{\frac{n(CO_2)}{V}}=\frac{n(CO)^2}{V\cdot n(CO_2)}$$

$$0,06668=\frac{(2\cdot 0,099)^2}{1\cdot(y-0,099)}\Rightarrow y=0,099+\frac{(2\cdot 0,099)^2}{1\cdot 0,6668}=0,687\,mol\,CO_2$$

d) Calculamos la entalpía usando la ecuación de Van'tHoff

$$\ln\left(\frac{K_1}{K_2}\right)=\frac{-\Delta H}{R}\left(\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}\right)\Rightarrow \ln(2)=\frac{-\Delta H}{8,31}\cdot\left(\frac{1}{273+1000+10}-\frac{1}{273+1000}\right)\Rightarrow \Delta H=-9,4\cdot 10^5\,J/mol$$

https://en.wikipedia.org/wiki/Boudouard_reaction indica valor real es del orden -1,7·10^5 J/mol

Rioja 2025

Resuelva los siguientes ejercicios. Se pueden utilizar los valores de constantes que se consideren necesarios.

Problema 3. (10 puntos) ¿En qué factor aumenta la solubilidad del cloruro de plata cuando añadimos 0,5 mol de amoniaco a un decímetro cúbico de disolución saturada de cloruro de plata en equilibrio con el sólido en exceso? Suponga que no hay cambio en el volumen

Datos: Ks (cloruro de plata) = $1{,}76\cdot10^{-10}$; Kd ($[Ag(NH_3)_2]^+$) = $6{,}8\cdot10^{-8}$

Cataluña 1996

B4. Calcular l'augment de solubilitat del clorur d'argent quan afegim 0,5 mol d'amoníac a 1 dm^3 de solució saturada de clorur d'argent en equilibri amb el sòlid en excés. Suposem que no hi ha canvi de volum.

Dades: K_s (AgCl) = $1{,}76\cdot10^{-10}$ mol^2/dm^6 ; K_i ($[Ag(NH_3)_2]^+$)=$6{,}8\cdot10^{-8}$ mol^2/dm^6

Calcular el aumento de solubilidad del cloruro de plata cuando añadimos 0,5 mol de amoniaco a 1 dm^3 de solución saturada de cloruro de plata en equilibrio con el sólido en exceso. Supongamos que no hay cambio de volumen.

Ver 2025 Madrid 3, 2025 Rioja 3, 2015 Rioja 1, 2002 Valencia Q2, 1999 Cataluña 3-5
Resuelto/comentado por opositora, leprofe http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4253#p18777

Para calcular el aumento calculamos primero la solubilidad antes de añadir amoniaco

Planteamos la disociación de la sal

$$AgCl(s) \rightarrow \underset{s}{Ag^+} + \underset{s}{Cl^-}$$

$$K_s = s^2 \Rightarrow s = \sqrt{K_s} = \sqrt{1{,}76\cdot10^{-10}} = 1{,}326649916\cdot10^{-5}\ M$$

$$AgCl(s) \rightarrow \underset{s+x-z}{Ag^+} + \underset{s'=s+x}{Cl^-}$$

$$Ag^+ + 2NH_3 \rightarrow [Ag(NH_3)_2]^+$$

Inic	s	0,5	0
Eq	s+x-z	0,5-2z	z

Se da K_i de inestabilidad muy baja, lo que realmente indica que el complejo es muy estable, siendo la constante de formación del complejo $K_f=1/K_i$

$$K_f = \frac{1}{K_i} = \frac{[[Ag(NH_3)_2]^+]}{[Ag^+][NH_3]^2}$$

Si hacemos un balance de cargas

$[Ag^+]=[Ag^+]_{\text{libre procedente sal}} + [[Ag(NH_3)_2]^+]_{\text{en complejo}}$

$[Ag^+]=[Cl^-]_{\text{libre procedente sal}}$

$$[Cl^-] = [Ag^+] + \frac{[Ag^+][NH_3]^2}{K_i} = [Ag^+]\left(1\frac{[Ag^+][NH_3]^2}{K_i}\right) = \frac{K_{ps}}{[Cl^-]}\left(1+\frac{[NH_3]^2}{K_i}\right)$$

$$[Cl^-] = \sqrt{K_{ps}\left(1+\frac{[NH_3]^2}{K_i}\right)}$$

La concentración de NH_3 a utilizar en esta expresión es la de equilibrio, no simplemente 0,5 M que es la inicial. Podemos poner 0,5 M si se asume:
-Como K_f es alta y $K_i<K_{ps}$, casi todo el Ag^+ pasa a complejo e irá desplazando el equilibrio de solubilidad ($x \approx z$)
-Como K_{ps} es baja $x<<0,5$, por lo que $z<<0,5$

$$[Cl^-]=\sqrt{1,76\cdot 10^{-10}\left(1+\frac{0,5^2}{6,8\cdot 10^{-8}}\right)}=0,025437354\ mol/L$$

s'=s+x → x=s'-s=0,025437354- $1,326649916\cdot 10^{-5}$ = 0,025424087 mol/L
La aproximación $x<<0,5$ M (es un 5%) es válida

$$[Ag^+]=\frac{K_{ps}}{[Cl^-]}=\frac{1,76\cdot 10^{-10}}{0,025437354}=6,91895863\cdot 10^{-9}\ M$$

$$[[Ag(NH_3)_2]^+]=\frac{[Ag^+][NH_3]^2}{K_i}=\frac{6,91895863\cdot 10^{-9}\cdot 0,5^2}{6,8\cdot 10^{-8}}=0,0254373479\ M$$

Las aproximaciones $x \approx z$ y $z<<0,5$ M (es un 5%) son válidas

Respondemos explícitamente a la pregunta del aumento de solubilidad, indicando resultado con 3 cifras significativas. Damos aumento absoluto y relativo

$$\frac{s'}{s}=\frac{0,025437354}{1,326649916\cdot 10^{-5}}=1917,4\approx 1900$$ La solubilidad aumenta unas 1900 veces

$$\Delta s=s'-s=0,025437354-1,326649916\cdot 10^{-5}=0,025424087\approx 0,0254\ mol/L$$

$$\frac{\Delta s}{s}=\frac{0,025424087}{1,326649916\cdot 10^{-5}}=1912,6\approx 1900$$ La solubilidad aumenta un 190000 %

Elija una opción completa de problemas, A o B (máximo 8 puntos).
- Elija una opción completa de ejercicios, C o D (máximo 2 puntos).
- No se pueden mezclar problemas ni ejercicios de diferentes opciones. En caso de hacerlo, se corregirá el que aparezca presentado en primer lugar.

EJERCICIOS: opción B

4) El éter dimetílico se descompone siguiendo el proceso $CH_3–O–CH_3 \rightarrow CH_4 + CO + H_2$ de primer orden, y cuya constante de velocidad a una temperatura dada vale $1{,}35\cdot10^{-3}$ s^{-1}.
a) Determine justificadamente la expresión de la presión parcial de una sustancia gaseosa de la descomposición del éter dimetílico. (1 punto)
b) Determine la presión total al cabo de 215s, si la presión inicial es $5{,}065\cdot10^4$ Pa y se parte de una muestra de éter puro. (1 punto)

La unidad debe estar separada del valor numérico: debería ser 215 s
Real Decreto 2032/2009, de 30 de diciembre, por el que se establecen las unidades legales de medida.

Capítulo III. Reglas de escritura de los símbolos y nombres de las unidades, de expresión de los valores de las magnitudes y para la formación de los múltiplos y submúltiplos decimales de las unidades del SI
2.6. El valor numérico precede siempre a la unidad y siempre se deja un espacio entre el número y la unidad

Referencias
Problema 44 https://www2.ulpgc.es/hege/almacen/download/39/39617/problemas_cq2.pdf que indica como solución total $P=7.621\ x10^4\ N/m^2$

a) Dadas las unidades de la constante de velocidad, se deduce que la reacción es de orden 1, ya que $v=k\cdot[CH_3–O–CH_3]$, las unidades de v son M/s y las unidades de concentración son M.
Planteamos con presiones parciales: la constante cinética también aplica a la velocidad de variación de presiones, ya que PV=nRT se puede plantear como P=(n/V)RT = []RT

	$CH_3–O–CH_3 \rightarrow$	CH_4 +	CO +	H_2
t=0	P_0	0	0	0
t	P_0-P	P	P	P

Al ser de orden 1, $dP/dt=k(P_0-P) \rightarrow dP/(P_0-P)=kdt$

$$\int_0^P \frac{dP}{P_0-P}=\int_0^t k\,dt \Rightarrow [-\ln(P_0-P)]_0^P=[kt]_0^t$$

$$-kt=\ln(P_0-P)-\ln(P_0) \Rightarrow -kt=\ln\left(\frac{P_0-P}{P_0}\right)$$

$$e^{-kt}=1-\frac{P}{P_0} \Rightarrow P=P_0(1-e^{-kt})$$

Validamos la expresión:
Si t=0, P=0
Si t=∞, $P=P_0$
b) Sustituyendo los valores

$$P=5{,}065\cdot10^4(1-e^{-1{,}35\cdot10^{-3}t})[P\ en\ atm, t\ en\ s]$$

Para t=215 s, $P=5{,}065\cdot10^4(1-e^{-1{,}35\cdot10^{-3}215})=1{,}276\cdot10^4\ Pa$
La presión total sería $P_{Total}=P_0-P+P+P=P_0+2P=5{,}065\cdot10^4+2\cdot1{,}276\cdot10^4=7{,}617\cdot10^4$ Pa

enrique@fiquipedia.es Revisado 3 febrero 2025
CC BY SA

Aragón 2023 Opción A

3.- Las técnicas radioquímicas son muy útiles para determinar el producto de solubilidad de muchos compuestos. En un experimento, se prepararon dos disoluciones. En la primera, se disolvieron 0,600 g de yodato de sodio con una pureza en masa del 99,00% en 100 mL de agua destilada; en la segunda, se disolvieron 0,085 g de nitrato de plata con una pureza en masa del 99,95% en 50,00 mL de agua destilada. Esta disolución contiene un isótopo de plata con una radioactividad de 74025 desintegraciones por minuto por mL. Ambas disoluciones se mezclaron, y la mezcla se diluyó posteriormente a 500,0 mL y se filtró para eliminar todo el precipitado que había aparecido. En la disolución filtrada, se midió una radiactividad de 44,44 desintegraciones por minuto por mL.
Nota: las impurezas de la muestra no reaccionan.
a) ¿Cuál es el valor de K_{ps} del compuesto que apareció en el precipitado?
b) ¿Cuánto vale la masa del precipitado?

Elemento	Masa atómica (u)
Nitrógeno	14,007
Oxígeno	15,994
Plata	107,87
Sodio	22,990
Yodo	126,90

Cantabria 2024 Ejercicio Opción C 5b

5) Las técnicas radioquímicas pueden usarse para determinar el producto de solubilidad de muchos compuestos.
b) En un experimento se mezclaron 100mL de una disolución de $NaIO_3$ 0.03M con 50mL de otra disolución 0.01M de $AgNO_3$, que contenía un isótopo de plata con una actividad de 74025 desintegraciones por minuto por mL. La mezcla se diluyó en 500mL y se filtró para eliminar todo el precipitado de $AgIO_3$. En el filtrado se midió una actividad de 44.4 desintegraciones por minuto por mL. ¿Cuál es el valor de la Kps del $AgIO_3$? (1 punto)

Enunciado no pone espacio entre valor y unidades, que es obligatorio: sería 100 mL, 0,03 M, 50 mL, 0,01 M y 500 mL
https://www.boe.es/buscar/act.php?id=BOE-A-2010-927#ciii
Capítulo III. Reglas de escritura de los símbolos y nombres de las unidades, de expresión de los valores de las magnitudes y para la formación de los múltiplos y submúltiplos decimales de las unidades del SI
2.6. El valor numérico precede siempre a la unidad y siempre se deja un espacio entre el número y la unidad

Comentado por koler en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?p=40372#p40372

Resolución según enunciado Aragón 2023 Opción A (Cantabria 2024 Ejercicio Opción C 5b se comenta después)

a) Las dos sales iniciales son muy solubles y se disocian completamente
$NaIO_3\ (s) \rightarrow Na^+\ (ac) + IO_3^-\ (ac)$
$AgNO_3\ (s) \rightarrow Ag^+\ (ac) + NO_3^-\ (ac)$

El precipitado que se forma, conteniendo plata porque el precipitado sigue siendo radiactivo, es yodato de plata.
Ag^+ (ac) + IO_3^- (ac) ⇄ $AgIO_3$ (s)
Masa molar ($NaIO_3$)=22,990+126,90+3·15,994=197,872 g/mol $NaIO_3$
Masa molar ($AgNO_3$)=107,87+14,007+3·15,994=169,859 g/mol $AgNO_3$

$$0{,}600\,\cancel{g\ NaIO_3}\cdot\frac{99}{100}\cdot\frac{1\,mol\ NaIO_3}{197{,}872\,\cancel{g\ NaIO_3}}=3{,}00194\cdot10^{-3}\,mol\ NaIO_3$$

$$0{,}085\,\cancel{g\ AgNO_3}\cdot\frac{99{,}95}{100}\cdot\frac{1\,mol\ AgNO_3}{169{,}859\,\cancel{g\ AgNO_3}}=5{,}00165\cdot10^{-4}\,mol\ AgNO_3$$

Para calcular la constante de desintegración de la plata usamos la actividad inicial, sabiendo el número de moles de plata que tiene. Usamos el número de Avogadro aunque no es dato.

$$A=\lambda\cdot N\Rightarrow\lambda=\frac{A}{N}=\frac{A}{n\cdot N_A}=\frac{74025\frac{desint}{min\,\cancel{mL}}\cdot50\,\cancel{mL}}{5{,}00165\cdot10^{-4}\cdot6{,}0022\cdot10^{23}}=1{,}22884\cdot10^{-14}\,min^{-1}$$

Una vez conocida la constante de desintegración y la actividad final de la disolución en la que está la plata que no ha precipitado, podemos calcular el número de moles que han precipitado

$$A'=\lambda\cdot N'\Rightarrow N'=\frac{A'}{\lambda}=\frac{44{,}44\frac{átomos\,desint}{\cancel{min}\,\cancel{mL}}\cdot500\,\cancel{mL}}{1{,}22884\cdot10^{-14}\,\cancel{min^{-1}}}=1{,}80821\cdot10^{18}\,átomos\,Ag^+\,radiactivos$$

$N_{precipitado}=N_{inicial}-N'=5{,}00165\cdot10^{-4}\cdot6{,}022\cdot10^{23}-1{,}80821\cdot10^{18}=2{,}99391\cdot10^{20}$
Eso suponen $2{,}99391\cdot10^{20}/6{,}022\cdot10^{23}=4{,}97162\cdot10^{-4}$ mol Ag^+ precipitado

Planteando el equilibrio de solubilidad

Ag^+ (ac) +	IO_3^- (ac)	⇄	$AgIO_3$ (s)
$c_0(Ag^+)$	$c_0(IO_3^-)$		0
$c_0(Ag^+)$-x	$c_0(IO_3^-)$-x		x

x es la variación en "concentración" (no aplica realmente a $AgIO_3$ porque existe realmente concentración del soluto precipitado, pero nos permite calcular cantidades)

La "concentración inicial" de yodato proviene de la disociación de $NaIO_3$ usando 500 mL
$c_0(IO_3^-)=3{,}00194\cdot10^{-3}/0{,}5=6{,}00388\cdot10^{-3}$ M

La "concentración inicial" de plata proviene de la disociación del nitrato de plata, usando 500 mL
$c_0(Ag^+)=5{,}00165\cdot10^{-4}/0{,}5=1{,}00033\cdot10^{-3}$ M

La concentración final de plata en el equilibrio la hemos obtenido a partir de actividades
$n(Ag^+)_{eq}=1{,}80821\cdot10^{18}/6{,}022\cdot10^{23}=3{,}00267\cdot10^{-6}$ mol Ag^+
$[Ag^+]_{eq}=3{,}00267\cdot10^{-6}/0{,}5=6{,}00534\cdot10^{-6}$ M

$[Ag^+]_{eq}=c_0(Ag^+)-x=6{,}00534\cdot10^{-6}$
$x=1{,}00033\cdot10^{-3}-6{,}00534\cdot10^{-6}=9{,}94325\cdot10^{-4}$ M
(también lo podríamos haber calculado como la "concentración final" de precipitado, $4{,}97162\cdot10^{-4}/0{,}5=9{,}94324\cdot10^{-4}$ M)
$[IO_3^-]_{eq}=c_0(IO_3^-)-x=6{,}00388\cdot10^{-3}-9{,}94325\cdot10^{-4}=5{,}009555\cdot10^{-3}$ M
$K_{ps}=s\cdot s=s^2$
$K_{ps}=[Ag^+]_{eq}\cdot[IO_3^-]_{eq}=6{,}00534\cdot10^{-6}\cdot5{,}009555\cdot10^{-3}=3{,}00841\cdot10^{-8}$ M^2
El valor de K_{ps} es aproximadamente el asociado al yodato de plata $3{,}17\cdot10^{-8}$
https://en.wikipedia.org/wiki/Silver_iodate

https://www.solubilityofthings.com/water/ions_solubility/ksp_chart.php
https://www.chm.uri.edu/weuler/chm112/refmater/KspTable.html
No se pide explícitamente pero calculamos la solubilidad $s^2=3,00841 \cdot 10^{-8} \rightarrow s=1,7345 \cdot 10^{-4}$ M
b) Masa molar ($AgIO_3$)=107,87+126,90+3·15,994=282,752 g/mol $AgIO_3$
La masa de $AgIO_3$ precipitado es $4,97162 \cdot 10^{-4} \cdot 282,752=0,14057$ g $AgIO_3$

En Cantabria 2024 se da directamente la concentración de $NaIO_3$ que se ve que coincide con la calculada con datos enunciado Aragón 2023 Opción A. $[NaIO_3]=3 \cdot 10^{-3}/0,1=0,03$ M
En Cantabria 2024 se da directamente la concentración de AgNO3, que se ve que coincide con la calculada con datos enunciado Aragón 2023 Opción A $[AgNO3]=5 \cdot 10^{-4}/0,05=0,01$ M
Por lo tanto la resolución a partir de esos datos es la misma.

Extremadura 2023

Modelo 2.4.- Al mezclar 40 mL de una disolución de nitrato de plata, 0,2 M, con 30 mL de otra disolución de bromuro de potasio, 0,5 M, se obtiene un precipitado de color blanco. Se pide:
a) La $[Ag^+]$ que quedará en disolución.
b) La solubilidad del compuesto obtenido en una disolución de amoniaco, 0,5 M. Suponga despreciable la disolución del amoniaco.
Datos: K_s (AgBr) = $5{,}2\cdot10^{-13}$; K_e $[Ag(NH_3)_2^+]$ = $1{,}3\cdot10^{-7}$

Valencia 2002

Química 2. Al mezclar 40 mL de una disolución de nitrato de plata 0,2 M con 20 mL de otra disolución de bromuro de potasio 0,5 M se obtiene un precipitado de color blanco. Se pide:
a) Calcular la concentración de ión plata que quedará en disolución.
b) Calcular cuál sería la solubilidad del compuesto obtenido en una disolución de amoníaco 0,5 M. Suponga la disociación del amoníaco despreciable.
Datos: K_s bromuro de plata = $5{,}2\cdot10^{-13}$; K_{est} $[Ag(NH_3)_2]^+$ =$1{,}3\cdot10^{7}$

a) Calculamos los moles de iones que aporta cada disolución
$n(Ag^+)=0{,}2\cdot0{,}04=0{,}008$ mol Ag^+
Extremadura 2021 $n(Br^-)=0{,}5\cdot0{,}03=0{,}015$ mol Br^-
Valencia 2002 $n(Br^-)=0{,}5\cdot0{,}02=0{,}01$ mol Br^-
La reacción de precipitación es Ag^+ (aq) + Br^- (aq) ⇄ AgBr (s)
Vemos que el reactivo limitante es Ag^+, por lo que con el producto de solubilidad tan pequeño tendremos que se consume prácticamente toda la plata y quedará Br^- sin reaccionar, lo que supone una concentración, asumiendo volúmenes aditivos
Extremadura 2021 $[Br^-]=(0{,}015-0{,}008)/(0{,}04+0{,}03)=0{,}1$ M
Valencia 2002 $[Br^-]=(0{,}01-0{,}008)0{,}002/(0{,}04+0{,}02)=0{,}0333$ M
El producto de solubilidad es $K_s=[Ag^+][Br^-]$
Extremadura 2021 $[Ag^+]=K_s/[Br^-]=5{,}2\cdot10^{-13}/0{,}1=5{,}2\cdot10^{-12}$ M
Valencia 2002 $[Ag^+]=K_s/[Br^-]=5{,}2\cdot10^{-13}/0{,}0333=1{,}56\cdot10^{-11}$ M
b) Ahora hay dos equilibrios al mismo tiempo
AgBr (s) ⇄ Ag^+ (aq) + Br^- (aq) con constante K_s
Ag^+ (aq) + $2NH_3$ (aq) ⇄ $[Ag(NH_3)_2]^+$ (aq) con constante K_{est}
Sumado ambas
AgBr (s) + $2NH_3$ (aq) ⇄ $[Ag(NH_3)_2]^+$ (aq) + Br^- (aq) con constante $K_s\cdot K_{est}$
El compuesto obtenido es $[Ag(NH_3)_2]Br$ bromuro de diaminplata, y su solubilidad se puede plantear

	AgBr (s) + $2NH_3$ (aq)	⇄ $[Ag(NH_3)_2]^+$ (aq)	+ Br^- (aq)
Inic	exceso	0,5	0	0
Eq	exceso	0,5-2s	s	s

$$K_s\cdot K_{est}=\frac{s^2}{(0{,}5-2s)^2}\Rightarrow\sqrt{K_s\cdot K_{est}}=\frac{s}{0{,}5-2s}$$

$$0{,}5\sqrt{K_s\cdot K_{est}}=\left(2\sqrt{K_s\cdot K_{est}}+1\right)s$$

$$s=\frac{0{,}5\sqrt{K_s\cdot K_{est}}}{2\sqrt{K_s\cdot K_{est}}+1}=\frac{0{,}5\cdot\sqrt{5{,}2\cdot10^{-13}\cdot1{,}3\cdot10^{7}}}{2\sqrt{5{,}2\cdot10^{-13}\cdot1{,}3\cdot10^{7}}+1}=1{,}29\cdot10^{-3}\,M$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 16 agosto 2025
CC BY SA

Madrid 2023 Estabilización

1. Una sustancia A se mezcla con cantidades iguales, expresadas en moles, de las sustancias B y C. Admitiendo que, al cabo de 1000 s, la mitad de A haya reaccionado, ¿qué fracción de la cantidad inicial permanecerá todavía sin reaccionar al cabo de 2000 s cuando la reacción sea de segundo orden respecto de A?. Desarrollar a partir de la velocidad de reacción

En este caso es solo el apartado c del enunciado de Madrid 2014

Ceuta 2021

5. Una sustancia A se mezcla con cantidades iguales, expresadas en moles de las sustancias B y C. Admitiendo que al cabo de 1000 s la mitad de A haya reaccionado, ¿qué fracción de la cantidad inicial permanecerá todavía sin reaccionar al cabo de 2000 s?

a) Si es de orden cero respecto a A.
b) Si es de primer orden respecto a A.
c) Si es de segundo orden respecto a A.

Madrid 2014

2.- Una sustancia A se mezcla con cantidades iguales, expresadas en moles, de las sustancias B y C. Admitiendo que al cabo de 1000 segundos la mitad de A haya reaccionado, ¿qué fracción de la cantidad inicial permanecerá todavía sin reaccionar al cabo de 2000 s?

a) (2 puntos) Si la reacción es de orden cero respecto de A
b) (4 puntos) Cuando sea de primer orden
c) (4 puntos) Cuando sea de segundo orden

Castilla y León 2006

Química 1. Un compuesto A se descompone en los compuestos B y C de acuerdo con la ecuación: A → B + C Teniendo en cuenta que transcurridos 1000 s, la concentración de A se reduce a la mitad de la inicial, calcula la fracción de la concentración inicial de A que queda transcurridos 2000 s en los siguientes casos:

a) la reacción es de orden cero respecto a A;
b) la reacción es de orden uno respecto a A;
c) la reacción es de orden dos respecto a A.

Referencias: Se ha encontrado un enunciado muy similar en colecciones de problemas de academias CEVE y Magister

Se pueden plantear directamente las expresiones de periodo de semirreacción en función del orden, o bien la expresión integrada de velocidad (en enunciado Madrid 2023 se indica explícitamente "Desarrollar a partir de la velocidad de reacción"); indicando de dónde proceden no hace falta deducirlas.

Llamamos $a=x_0$ a la cantidad inicial de A, y x a la cantidad de A que ha reaccionado.

A+B+C →	Z ...
a	0
a-x	x

En enunciado Castilla y León no varía el planteamiento, solamente la reacción

A	→	*B+C*
a		*0*
a-x		*x*

v=-d(a-x)/dt=dx/dt

a) Si es de orden 0, dx/dt=k → x=kt

Para t=1000 s ; x=a/2 → a/2=k·1000 → k=a/2000

Para t=2000 s; x=(a/2000)·2000=a

La cantidad que queda sin reaccionar es a-a=0, ha reaccionado todo.

Respondiendo explícitamente al enunciado, la fracción de la cantidad inicial que permanecerá sin reaccionar será 0, el 0%.

b) Si es de orden 1, dx/dt=k(a-x) → dx/(a-x)=kdt ; integrando → -kt=ln(a-x)-ln(a)

Para t=1000 s ; x=a/2 → -k·1000=ln((a-a/2)/a))=-ln(2) → k=ln(2)/1000

Para t=2000 s; $\frac{-\ln(2)}{1000}\cdot 2000=\ln\left(\frac{a-x}{a}\right)\Rightarrow 2^{-2}=\frac{a-x}{a}\Rightarrow 4a-4x=a\Rightarrow x=\frac{3}{4}a$

La cantidad que queda sin reaccionar es a-(3/4)a=a/4

Respondiendo explícitamente al enunciado, la fracción de la cantidad inicial que permanecerá sin reaccionar será 1/4, el 25%.

c) Si es de orden 2, dx/dt=k(a-x)^2 → dx/(a-x)^2=kdt; integrando → $kt=\frac{1}{(a-x)}-\frac{1}{a}$

Para t=1000 s ; x=a/2 → k·1000=1/(a-a/2) -1/a → k=1/1000a

Para t=2000 s; $\frac{2000}{1000a}=\frac{1}{(a-x)}-\frac{1}{a}\Rightarrow\frac{3}{a}=\frac{1}{a-x}\Rightarrow 3a-3x=a\Rightarrow x=\frac{2}{3}a$

La cantidad que queda sin reaccionar es a-(2/3)a=a/3

Respondiendo explícitamente al enunciado, la fracción de la cantidad inicial que permanecerá sin reaccionar será 1/3, el 33,3%.

Disgresiones adicionales *(no aplican al enunciado de Castilla y León)* Aunque con esto bastaría como resolución "convencional", dada la sencillez del problema parece adecuado realizar algunas disgresiones y aclaraciones, ya que en la resolución hasta este punto no se ha utilizado en ningún momento lo indicado sobre sustancias B y C que cita el enunciado.

En el planteamiento se ha asumido que las sustancias B y C, que cita el enunciado con cantidades iguales en moles, no influyen, por lo que indirectamente se asume:

– Que la estequiometría de la reacción (desconocida), hace que no afecten, cosa que podría ocurrir realmente si B ó C fueran limitantes. Por ejemplo si la estequiometría fuese A + 2B + 2C, cuando a los 1000 s se ha consumido la mitad de A, ya se ha consumido todo B y C, por lo que en cualquier instante posterior la fracción de la cantidad inicial que permanecerá sin reaccionar seguirá siendo el 50%, ya que habrá terminado la reacción.

– Que el orden de reacción de B y C (desconocidos) combinado con la estequiometría, hace que no afecten, por lo que indirectamente se ha asumido que es de orden 0 en B y C. Si por ejemplo la estequiometría fuese A+B+C, al partir de cantidades iniciales, a=b=c, y reaccionar la misma cantidad de las tres sustancias, si el orden respecto A, B y C fuese 1, se podría plantear cualitativamente como equivalente a una reacción de orden 3, ya que dx/dt=k(a-x)(b-y)(c-z)=k(a-x)^3

enrique@fiquipedia.es Revisado 10 julio 2023
CC BY SA

Prueba B2 ejercicio práctico
Han de resolverse los SEIS PROBLEMAS, cada uno de los cuales se calificará de 0 a 10 puntos. En caso de tener varios apartados, la calificación de cada uno de ellos será la que figure en el texto y de no figurar ninguna se entenderá el mismo valor para todos. La calificación del ejercicio será la correspondiente a la media de las puntuaciones obtenidas en cada uno de los problemas.
Se aplicarán los criterios de corrección generales y específicos de evaluación que ya han sido publicados.

2. Para la reacción NiO (s) + CO (g) → Ni (s) + CO_2 (g) la constante de equilibrio K_p vale 4540 y 1580 a las temperaturas de 936 y 1125K, respectivamente. Calcula:
a. ΔGº, ΔHº y ΔSº para la reacción a 1000K. (5 puntos)
b. Si se mezclan 4 moles de NiO y 1 mol de CO y se deja que se alcance el equilibrio a 1125K, ¿cuántos moles de Ni se obtendrán? (3 puntos)
c. Si se quiere encontrar las condiciones más favorables para reducir NiO a Ni, qué será mejor, ¿aumentar o disminuir la temperatura?, ¿aumentar o disminuir la presión? Justificar la respuesta. (2 puntos)
Datos: R = 8,314 J/mol·K = 0,082 atm·L/mol·K

Comentario: la escritura correcta es 1125 K y 1000 K con un espacio, no 1125K ni 1000K.
Real Decreto 2032/2009, de 30 de diciembre, por el que se establecen las unidades legales de medida. Capítulo III. Reglas de escritura de los símbolos y nombres de las unidades, de expresión de los valores de las magnitudes y para la formación de los múltiplos y submúltiplos decimales de las unidades del SI 2.6. El valor numérico precede siempre a la unidad y siempre se deja un espacio entre el número y la unidad

Enunciado usa símbolo → pero habla explícitamente de equilibrio y da valores de constantes, por lo que se podría haber usado ⇆. En cualquier caso el valor de la constante es muy alto: está muy desplazado hacia productos y casi es una reacción completa.

a) Conociendo la variación de entalpía a dos temperaturas, planteamos la ecuación de Van't Hoff

$$\ln\left(\frac{K_{p1}}{K_{p2}}\right)=\frac{-\Delta H^o}{R}\left(\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}\right)$$

Numéricamente $\ln\left(\frac{4540}{1580}\right)=\frac{-\Delta H^o}{8{,}314}\left(\frac{1}{936}-\frac{1}{1125}\right)\Rightarrow \Delta H^o=-4{,}89\cdot 10^4\, J/mol$

Para la variación de energía de Gibbs utilizamos la expresión $\Delta G^o=-R\cdot T\cdot \ln(K_p)$
Necesitamos primero el valor K_p a la temperatura de 1000 K indicada, que calculamos usando de nuevo Van't Hoff y el valor de variación de entalpía calculado antes, asumiendo que la variación de entalpía no varía con la temperatura.

$$\ln\left(\frac{4540}{K_{p3}}\right)=\frac{-\left(-4{,}89\cdot 10^4\right)}{8{,}314}\left(\frac{1}{936}-\frac{1}{1000}\right)\Rightarrow \frac{4540}{K_{p3}}=e^{0{,}402}\Rightarrow K_{p3}=3{,}037\cdot 10^3$$

$\Delta G^o=-8{,}314\cdot 1000\cdot \ln(3{,}037\cdot 10^3)=-6{,}67\cdot 10^4$ J/mol
Para la variación de entropía utilizamos la expresión $\Delta G^o=\Delta H^o-T\cdot \Delta S^o$
$\Delta S^o=(\Delta G^o-\Delta H^o)/(-T)=(-6{,}67\cdot 104-(-4{,}89\cdot 104))/(-1000)=17{,}8$ J/K·mol
b) Planteamos el equilibrio, que es heterogéneo, usando moles

	NiO (s) +	CO (g) ⇆	Ni (s) + CO_2 (g)	
Inic	4	1	0	0
Equ	4-x	1-x	x	x

$$K_p=\frac{p(CO_2)}{p(CO)}=\frac{\chi_{CO2}\cdot \cancel{P_T}}{\chi_{CO}\cdot \cancel{P_T}}=\frac{\frac{x}{\cancel{n_T}}}{\frac{1-x}{\cancel{n_T}}}\Rightarrow 1580=\frac{x}{1-x}\Rightarrow 1580=x+1580\,x\Rightarrow x=\frac{1580}{1581}=0{,}999\,mol\ \text{Ni}$$

La reacción es prácticamente completa al tener una constante tan grande y prácticamente reacciona todo el CO, que es el reactivo limitante, obteniéndose prácticamente 1 mol de Ni ya que la estequiometría CO a Ni es 1:1.
c) Si queremos obtener más Ni habrá que de desplazar el equilibrio hacia productos. Usamos el

principio de Le Châtelier:
-Como la reacción es exotérmica, habrá que disminuir la temperatura, de modo que el desplazamiento del equilibrio se oponga a dicha disminución desplazándose hacia productos y liberando energía térmica.
-Como la reacción tiene el mismo número de moles gaseosos en productos y en reactivos, la variación de presión no modificará el equilibrio ni supondrá condiciones más favorables para la obtención de Ni.

enrique@fiquipedia.es Revisado 7 agosto 2025
CC BY SA

Física y Química Primera prueba parte A
Han de resolverse los seis problemas, cada uno de los cuales se calificará de 0 a 10 puntos. En caso de tener varios apartados, la calificación de cada uno de ellos será la que figure en el texto y de no figurar ninguna se entenderá el mismo valor para todos. La calificación del ejercicio será la correspondiente a la media de las puntuaciones obtenidas en cada uno de los problemas.
Se aplicarán los criterios de corrección generales y específicos de evaluación que ya han sido publicados. En el problema de Química ogánica se admitirá tanto la nomenclatura actual como la de 1993.

1. Se dispone de una disolución acuosa 10^{-2} M en Cl^-, 10^{-2}M en Br^- y 10^{-2} M en I^- a la que se le añade nitrato de plata.
a) (4 puntos) Indique en qué orden precipitarán los haluros de plata.
b) (6 puntos) Justifique si puede emplearse esta técnica para separar cuantitativamente los aniones haluro de la muestra, asumiendo que la separación se considera cuantitativa cuando precipita el 99,9 % del ion correspondiente.
Datos: pKs (AgCl) = 9,8; pKs(AgBr) = 12,3; pKs(AgI) = 16,1

Ver Navarra Castellano 2025-1, País Vasco 2018-Q2 (se menciona precipitación fraccionada)

a) El nitrato de plata es una sal soluble que aporta iones Ag^+; necesitamos conocer la concentración de iones Ag^+ necesaria para que precipite cada una de las sales.
Cualitativamente se puede razonar que como las tres sales tienen fórmula AgX liberan un catión Ag^+ y un anión y la concentración de los aniones es la misma, precipitará antes la que tenga menor producto de solubilidad, que supone mayor pKs.
Primero precipitará AgI, luego AgBr y luego AgCl.
Numéricamente

$$K_{ps}(AgCl)=[Ag^+][Cl^-]\Rightarrow[Ag^+]=\frac{K_{ps}(AgCl)}{[Cl^-]}=\frac{10^{-9,8}}{10^{-2}}=1,58\cdot10^{-8}\,M$$

$$K_{ps}(AgBr)=[Ag^+][Br^-]\Rightarrow[Ag^+]=\frac{K_{ps}(AgBr)}{[Br^-]}=\frac{10^{-12,3}}{10^{-2}}=5,01\cdot10^{-11}\,M$$

$$K_{ps}(AgI)=[Ag^+][I^-]\Rightarrow[Ag^+]=\frac{K_{ps}(AgI)}{[I^-]}=\frac{10^{-16,1}}{10^{-2}}=7,94\cdot10^{-15}\,M$$

b) Cuando empieza a precipitar el segundo haluro, Br^-, $[Ag^+]=5,01\cdot10^{-11}$ M
En ese momento, usando el producto de solubilidad del primer haluro, I^-:

$$K_{ps}(AgI)=[Ag^+][I^-]\Rightarrow[I^-]=\frac{K_{ps}(AgI)}{[Ag^+]}=\frac{10^{-16,1}}{5,01\cdot10^{-11}}=1,59\cdot10^{-6}\,M$$

El porcentaje que ha precipitado del primer haluro $(10^{-2}\text{-}1,59\cdot10^{-6})/10^{-2}=0,9998=99,98\%$
Es mayor que 99,9%, la técnica sería válida.
Cuando empieza a precipitar el tercer haluro, Cl^-, $[Ag^+]=1,58\cdot10^{-8}$ M
En ese momento, usando el producto de solubilidad del segundo haluro, Br^-:

$$K_{ps}(AgBr)=[Ag^+][Br^-]\Rightarrow[Br^-]=\frac{K_{ps}(AgBr)}{[Ag^+]}=\frac{10^{-12,3}}{1,58\cdot10^{-8}}=3,17\cdot10^{-5}\,M$$

El porcentaje que ha precipitado del segundo haluro $(10^{-2}\text{-}3,17\cdot10^{-5})/10^{-2}=0,9968=99,68\%$
Es menor que 99,9%, la técnica no sería válida.

CC BY SA

K1. Considerar la siguiente reacción: C(s) + CO_2(g) ⇄ 2CO(g)
a) ¿A partir de qué temperatura es espontánea o dejará de serlo? Suponer que ΔHº y ΔSº no dependen de la temperatura.
Datos.

Sustancia	C(s)	CO_2(g)	CO(g)
ΔHº (kJ·mol^{-1})	0,0	-393,5	-110,5
Sº (J·mol^{-1}·K^{-1})	5,7	213,6	197,9

b) Calcular el valor de Kp y Kc a 1.200 K.
c) En un recipiente de 1,00 L se introducen 20,83 g de C(s), 26,8 g de CO_2 (g) y 21,36 g de CO (g) y se calienta a 1200 K.
c.1. ¿En qué sentido se producirá la reacción?
c.2. Calcular el valor de la presión parcial de cada uno de los gases y la masa de C(s) presente en el recipiente cuando se alcance el equilibrio.
Datos: masas atómicas (u.m.a.): C=12; O=16; R=8,31 J·K^{-1}·mol^{-1}; R=0,082 atm·L·mol^{-1}·K^{-1}

En los datos se debería indicar ΔH^o_f. No se debe utilizar separador de millares y sería 1200 K
a) Para que sea espontánea ΔG<0. Calculamos a qué temperatura ΔG=ΔH-TΔS es cero

$$\Delta H^o = 2\Delta H^o_f(CO(g)) - [\Delta H^o_f(C(s)) + \Delta H^o_f(CO_2(g))]$$
$$\Delta H^o = 2\cdot(-110,5) - [0 - 393,5] = 172,5\, kJ/mol$$
$$\Delta S^o = 2S^o(CO(g)) - [S^o(C(s)) + S^o(CO_2(g))]$$
$$\Delta S^o = 2\cdot(197,9) - [5,7 + 213,6] = 176,5\, J/mol\cdot K$$
$$0 = \Delta H^o - T\Delta S^o \Rightarrow T = \frac{\Delta H^o}{\Delta S^o} = \frac{172,5\cdot 10^3}{176,5} = 977,3\, K$$

Como ΔS es positivo, para temperatura mayores a 977,3 K ΔG sería negativa y espontánea.
b) $\Delta G^o = -RT\ln(K_p) \Rightarrow K_p = e^{\frac{-\Delta G^o}{RT}}$
A 1200 K $\Delta G^o = \Delta H^o - T\Delta S^o = 172,5\cdot 10^3 - 1200\cdot 176,5 = -3,93\cdot 10^4\, J/mol$

$$K_p = e^{\frac{3,93\cdot 10^4}{8,31\cdot 1200}} = 51,47 \quad K_p = K_c(RT)^{\Delta n} \Rightarrow K_c = K_p(RT)^{-\Delta n} = 51,47\cdot(0,082\cdot 1200)^{-1} = 0,523$$

c.1) Como el volumen es 1 L, numéricamente coinciden mol y concentraciones.
20,83/12=1,736 mol C
Masa molar CO_2 =12+2·16=44 g/mol CO_2 → 26,8/44=0,609 mol CO_2
Masa molar CO = 12+16=28 g/mol CO → 21,36/28=0,763 mol CO

$$Q = \frac{[CO]^2}{[CO_2]} = \frac{0,763^2}{0,609} = 0,956$$ es mayor que Kc, luego se desplaza a la izquierda.

c.2)	C(s) +	CO_2(g) ⇄	2CO(g)
Inic	1,736	0,609	0,763
Equ	1,736+x	0,609+x	0,763-2x

$$0,523 = \frac{(0,763-2x)^2}{(0,609+x)} \Rightarrow 0,523x + 0,3185 = 4x^2 - 3,052x + 0,5822 \Rightarrow 4x^2 - 3,573x + 0,2637 = 0$$
$$x = \frac{3,573 \pm \sqrt{(3,573)^2 - 4\cdot 4\cdot(0,2637)}}{2\cdot 8} = \frac{3,573 \pm 2,924}{8} = \begin{matrix} \sout{0,812} \\ 0,0811 \end{matrix}$$

P(CO_2)=(0,609+0,0811)·0,082·1200/1=67,9 atm
P(CO)=(0,763-2·0,0811)·0,082·1200/1=59,1 atm
m(C(s))=(1,736+0,0811)·12=21,8 g C(s)

Andalucía 2021

5. El carbonato de calcio se podrá disolver en agua si se utiliza un borboteo de dióxido de carbono.

a) Escriba las reacciones correspondientes (5 puntos)

b) ¿Qué cantidad de carbonato de calcio se puede disolver por litro de agua? (5 puntos)

$CaCO_3$. $P_S = 10^{-8,4}$

H_2CO_3: $pK_1 = 6,4$. $pK_2 = 10,2$

Solubilidad del dióxido de carbono en agua (a la presión de 1 atm) 4.10^{-2} M

Andalucía XXXX (año desconocido)

QUÍMICA

2º. ¿Cuánto carbonato de calcio se podrá disolver por litro de agua si se utiliza un borboteo de dióxido de carbono?

$CaCO_3$ $P_s=10^{-8,4}$

CO_2, H_2O : $pK_1=6,4$ $pK_2=10,2$

Solubilidad del CO_2 en agua (a la presión de 1 atm.): $4\cdot10^{-2}$ M

Resuelto por Basileia en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4233&p=20019#p20016 donde Jal aporta como referencia http://www.ugr.es/~mota/Parte2-Tema06.pdf

Planteamos las reacciones de las que tenemos información

A: $CaCO_3\ (s) \rightarrow Ca^{2+} + CO_3^{2-}$ $P_s=10^{-8,4}\ M^2$

B: $H_2CO_3 + H_2O \rightarrow HCO_3^- + H_3O^+$ $K_{a1}=10^{-6,4}$ M

C: $HCO_3^- + H_2O \rightarrow CO_3^{2-} + H_3O^+$ $K_{a2}=10^{-10,2}$ M

D: $CO_2\ (g) + H_2O \rightarrow H_2CO_3$ $K=4\cdot10^{-2}$ M/atm

Planteamos la reacción de disolución, combinando las anteriores con Hess

-Como reactivos $CaCO_3\ (s)$ y $CO_2\ (g) + H_2O$, luego combinamos A+D

-Para no tener H_2CO_3 sumamos B

-Para no tener CO_3^{2-} restamos C

La combinación final es

E: $CaCO_3\ (s) + CO_2\ (g) + H_2O \rightarrow 2HCO_3^- + Ca^{2+}$

La constante de la combinación es la combinación de constantes: suma supone multiplicación y resta división

E=A+D+B-C

$$K_E = P_s \cdot K \cdot \frac{K_{a1}}{k_{a2}} = 10^{-8,4} \cdot 4 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{10^{-6,4}}{10^{-10,2}} = 1,005 \cdot 10^{-6}\ M^3/atm$$

Si asociamos solubilidad a la reacción E

E: $CaCO_3\ (s) + CO_2\ (g) + H_2O \rightarrow 2HCO_3^- + Ca^{2+}$

$$K_E = (2s)^2 \cdot s = 4s^3 \Rightarrow s = \sqrt[3]{\frac{K_e}{4}} = \sqrt[3]{\frac{1,005 \cdot 10^{-6}}{4}} = 0,00631\ M$$

>Las masas molares no son datos del enunciado: usamos Ca=40, C=12, O=16

La masa molar de $CaCO_3$ es 40+12+3·16=100 g/mol $CaCO_3$

Expresando resultado con 2 cifras significativas s=0,00631·100=0,63 g/L

4. (Accesos 5) A 270ºC se mezclan 1 mol de N_2 y 3 moles de H_2, al llegar al equilibrio, se han formado 0'4 moles de NH_3, y la presión es de 10 atm. Hallar:
a) Los moles de cada gas y la presión parcial de cada gas, en el equilibrio. (0'5 puntos)
b) Kp para la reacción: $N_2(g) + 3H_2(g) <===> 2NH_3(g)$ a 270ºC (0'5 puntos)

a) Planteamos el equilibrio con moles

	$N_2(g)$	+ $3H_2(g)$	⇄ $2NH_3(g)$
Inic	1	3	0
Equ	1-x	3-3x	2x

$2x=0,4 \rightarrow x=0,2$ mol
$n(N_2)=1-0,2=0,8$ mol N_2
$n(H_2)=3-3\cdot 0,2=2,4$ mol H_2
$n(NH_3)=0,4$ mol NH_3
En el equilibrio $n_T=1-x+3-3x+2x=4-2x=4-2\cdot 0,2=3,6$ mol

$$\chi_{N_2}=\frac{0,8}{3,6}=0,222$$
$$\chi_{H_2}=\frac{2,4}{3,6}=0,667$$
$$\chi_{NH_3}=\frac{0,4}{3,6}=0,111$$
$$P_{N_2}=\chi_{N_2}P_T=2,22\,atm$$
$$P_{H_2}=\chi_{H_2}P_T=6,67\,atm$$
$$P_{NH_3}=\chi_{NH_3}P_T=1,11\,atm$$

b) $K_p=\frac{P_{NH_3}^2}{P_{N_2}P_{H_2}^3}=\frac{1,11^2}{2,22\cdot(6,67)^3}=1,87\cdot 10^{-3}$ Unidades serían atm^{-2}

4. (turno covid) La mezcla del reactivo quelatante B con Ni^{+2}, da lugar a la formación del complejo NiB_2^{+2}, muy coloreado y cuyas disoluciones cumplen la ley de Beer en un amplio intervalo. Siempre que la concentración de agente quelatante exceda a la de Ni^{+2} al menos en un factor de 5, el catión se encontrará todo en forma de complejo, dentro de los límites de la observación. Se llevó a cabo un estudio espectrofotométrico cuyos resultados aparecen en la tabla adjunta
Concentraciones

Ni^{+2}	B	% Transmitancia a 395nm
14,68 ppm en (m/v)	$2,20 \cdot 10^{-1}$ M	17,18
14,68 ppm en (m/v)	$1,00 \cdot 10^{-3}$ M	43,65

a) Calcule la constante de formación K_f del complejo NiB_2^{+2} en base al siguiente proceso: (1,50 puntos)

$$Ni^{+2} + 2B \rightleftharpoons NiB_2^{+2}$$

b) Razone qué podría suceder, si manteniendo la longitud de paso óptico, se midiese la absorbancia de disoluciones de NiB_2^{+2} de concentración notablemente superior a 0,01 M. (0,50 puntos)
Datos:
El estudio se ha llevado a cabo con cubetas de 1cm de paso óptico.
Tomar como masa molar de Ni^{+2}: 58,693 g/mol

Según IUPAC la carga se indica n+ y no +n: debería *ser* Ni^{2+}; NiB_2^{2+}
Debe haber un espacio entre espacio y unidad: debería ser 395 nm; 1 cm
Ver Castilla y León 2021-6, Murcia 2000-A1

a) Para el equilibrio dado $Ni^{2+} + 2B \rightleftharpoons NiB_2^{2+}$

$$K_f = \frac{[NiB_2^{2+}]}{[Ni^{2+}][B]^2}$$

No tenemos la concentración del complejo, pero enunciado indica que su disolución cumple la ley de Beer y se dan datos

La transmitancia es la fracción de luz que atraviesa la muestra $T = \frac{I}{I_0}$

Está relacionada con la absorbancia $A = -\log_{10}(T)$, que está relacionada con la concentración de las especies absorbentes en el equilibrio.

$$A_1 = -\log_{10}(0,1718) = 0,765$$
$$A_2 = -\log_{10}(0,4365) = 0,360$$

Utilizamos la ley de Beer-Lambert: A=ε·l·c
https://es.wikipedia.org/wiki/Ley_de_Beer-Lambert
A es la absorbancia, no tiene unidades
ε es el coeficiente de absorción molar (unidades $M^{-1} \cdot cm^{-1}$)
l es la longitud (en este caso 10 cm)
c es la concentración (unidades M)

$$14,68\ ppm = 14,68\ mg/L = 14,68 \cdot 10^{-3}\ g/L \cdot (1\ mol/58,693\ g) = 2,5 \cdot 10^{-4}\ M$$

En el primer caso [B]/[Ni^{2+}]=2,20·10^{-1}/2,5·10^{-4}=880, mucho mayor que 5, luego todo el Ni^{2+} está en forma de complejo.
Calculamos el coeficiente de absorción molar, que está asociado al complejo

$$0{,}765 = \varepsilon \cdot 1 \cdot 2{,}50 \cdot 10^{-4} \Rightarrow \varepsilon = 3060\, M^{-1} \cdot cm^{-1}$$

En el segundo caso [B]/[Ni^{2+}]=1,00·10^{-3}/2,5·10^{-4}=4, menor que 5, luego hay parte en Ni^{2+} y parte en complejo. Como ya conocemos el coeficiente de absorición molar del complejo, podemos saber su concentración

$$0{,}360 = 3060 \cdot 1 \cdot [NiB_2^{2+}] \Rightarrow [NiB_2^{2+}] = \frac{0{,}360}{3060} = 1{,}176 \cdot 10^{-4}\, M$$

Todo el complejo formado reduce la cantidad inicial de Ni^{2+}, por lo que la concentración de Ni^{2+} es 2,5·10^{-4}-1,176·10^{-4}=1,324·10^{-4} M
La concentración de B también ha disminuido, pero cada mol de complejo utiliza 2 mol de B
1,00·10^{-3}-2·1,176·10^{-4}=7,648·10^{-4} M

$$K_f = \frac{[NiB_2^{2+}]}{[\mathrm{Ni}^{2+}][B]^2} = \frac{1{,}176 \cdot 10^{-4}}{1{,}324 \cdot 10^{-4}\left(7{,}648 \cdot 10^{-4}\right)^2} = 1{,}52 \cdot 10^{6}$$

b)
https://chem.libretexts.org/Bookshelves/Analytical_Chemistry/Instrumental_Analysis_(LibreTexts)/13%3A_Introduction_to_Ultraviolet_Visible_Absorption_Spectrometry/13.02%3A_Beer's_Law
Fundamental Limitations to Beer's Law
Beer's law is a limiting law that is valid only for low concentrations of analyte. There are two contributions to this fundamental limitation to Beer's law. At higher concentrations the individual particles of analyte no longer are independent of each other. The resulting interaction between particles of analyte may change the analyte's absorptivity. A second contribution is that an analyte's absorptivity depends on the solution's refractive index. Because a solution's refractive index varies with the analyte's concentration, values of a and ε may change. For sufficiently low concentrations of analyte, the refractive index essentially is constant and a Beer's law plot is linear.
Chemical Limitations to Beer's Law
A chemical deviation from Beer's law may occur if the analyte is involved in an equilibrium reaction.
Instrumental Limitations to Beer's Law
There are two principal instrumental limitations to Beer's law: stray radiation and non-polychromatic radiation.

A altas concentraciones (> 0.01 M) se forman agregados que tienen distintas propiedades ópticas, se puede producir dispersión en lugar de absorción y transmisión, varía el índice de refracción que depende de la concentración y afecta a la absorbancia, haciendo que la ley de Beer-Lambert deje de cumplirse.

Model 2. Cas 3. Qüestions prèvies.

Aquesta tècnica també s'utilitza en el disseny de catalitzadors més potents de les reaccions, especialment en la descomposició dels gasos contaminats al catalitzador d'un cotxe.

d) Dins del motor d'un automòbil en marxa, el nitrogen i l'oxigen gasos reaccionen per formar monòxid de nitrogen. Considerant que l'entalpia de formació estàndard del monòxid de nitrogen és 90,29 kJ/mol, expliqui l'efecte que produeix sobre el sistema en equilibri : d1)augmentar la temperatura, d2) disminuir la pressió, d3) augmentar la concentració d'oxigen, d4) disminuir la concentració de monòxid de nitrogen.

Esta técnica también se utiliza en el diseño de catalizadores más potentes de las reacciones, especialmente en la descomposición de los gases contaminados en el catalizador de un coche.

d) Dentro del motor de un automóvil en marcha, el nitrógeno y el oxígeno gases reaccionan para formar monóxido de nitrógeno. Considerando que la entalpía de formación estándar del monóxido de nitrógeno es 90,29 kJ/mol, explique el efecto que produce sobre el sistema en equilibrio: d1) aumentar la temperatura, d2) disminuir la presión, d3) aumentar la concentración de oxígeno, d4) disminuir la concentración de monóxido de nitrógeno.

d) El equilibrio es N_2 (g) + O_2 (g) ⇌ 2NO (g)

En sentido directo es la reacción de formación del NO.

d1) Como la reacción es endotérmica en sentido directo ($\Delta H>0$) ante un aumento de temperatura según Le Châtelier el equilibrio se desplaza oponiéndose al aumento de temperatura en sentido endotérmico, que sería hacia NO.

d2) Disminuir la presión no altera el equilibrio ya que hay el mismo número de moles de gas en reativos y productos.

d3) Aumentar la concentración de un reactivo según Le Châtelier el equilibrio se desplaza oponiéndose retirando el aumento de reactivo, que sería desplazar hacia NO.

d4) Disminuir la concentración de un produto según Le Châtelier el equilibrio se desplaza oponiéndose aumentandoel producto retirado, que sería desplazar hacia NO.

Exemples de supòsits pràctics. Qüestions prèvies.

1. Resoleu el problema següent:

En un episodi de contaminació atmosfèrica degut a una fuita d'òxids de nitrogen es va notar especialment la coloració ataronjada dels gasos emesos. Hi ha pocs gasos de colors: verdós (clor), marronós (brom), violaci (iode) i taronja-marronós de diferents intensitats dels òxids de nitrogen amb estats respectius d'oxidació I, II, III, IV i V, segons la composició de la mescla d'òxids presents. Aquests òxids de nitrogen formen part de la pol·lució a les grans ciutats, causada per la combustió en els motors d'explosió i, segons les concentracions i la temperatura, es transformen els uns en els altres.

En un reactor de 5,0 L s'introdueixen 230,0 g de tetraòxid de dinitrogen gasós (incolor) i s'escalfen fins a 27ºC, sense variació de volum, per produir la reacció endotèrmica de dissociació a diòxid de nitrogen gasós (marró). Quan s'assoleix l'equilibri es troba que la quantitat de diòxid de nitrogen gasós és de 23,0 g.

a) Calculeu la Kp de la dissociació a 27 ºC

b) Justifiqueu si Kc i Kp són iguals

c) Argumenteu la veracitat de l'afirmació següent:

"En el supòsit que aquesta fos la reacció predominant en la pol·lució atmosfèrica de les ciutats, el color de l'aire a l'estiu seria més marronós que a l'hivern".

d) En relació al cas descrit, una altra de les possibles causes de contaminació ambiental que es contemplen és la mescla accidental d'àcid nítric concentrat de densitat 1,40 g mL^{-1} i 65% en massa, amb residus d'àcid fòrmic que reaccionarien donant diòxid de carboni, vapor d'aigua i diòxid de nitrogen:

Si es mesclessin 5000 L d'àcid nítric concentrat amb 30 kg d'àcid fòrmic, quin volum total de diòxid de nitrogen a una pressió d'1 atm i 20ºC s'emetria?

Dades: Masses atòmiques: N = 14,0; O = 16,0; H: 1,0

R: 8,314 $J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$; 1 atm = 101,32 kPa

Resuelva el siguiente problema:

En un episodio de contaminación atmosférica debido a un escape de óxidos de nitrógeno se notó especialmente la coloración anaranjada de los gases emitidos. Existen pocos gases de colores: verdoso (cloro), marrón (bromo), violáceo (yodo) y naranja-marrón de diferentes intensidades de los óxidos de nitrógeno con respectivos estados de oxidación I, II, III, IV y V, según la composición de la mezcla de óxidos presentes. Estos óxidos de nitrógeno forman parte de la polución en las grandes ciudades, causada por la combustión en los motores de explosión y, según las concentraciones y la temperatura, se transforman unos en otros.

En un reactor de 5,0 L se introducen 230,0 g de tetraóxido de dinitrógeno gaseoso (incoloro) y se calientan hasta 27ºC, sin variación de volumen, para producir la reacción endotérmica de disociación a dióxido de nitrógeno gaseoso (marrón). Cuando se alcanza el equilibrio se encuentra que la cantidad de dióxido de nitrógeno gaseoso es de 23,0 g.

a) Calcule la Kp de la disociación a 27 ºC

b) Justifique si Kc y Kp son iguales

c) Argumente la veracidad de la siguiente afirmación: "En el supuesto de que ésta fuera la reacción predominante en la polución atmosférica de las ciudades, el color del aire en verano sería más marronoso que en invierno".

d) En relación con el caso descrito, otra de las posibles causas de contaminación ambiental que se contemplan es la mezcla accidental de ácido nítrico concentrado de

densidad 1,40 g mL^{-1} y 65% en masa, con residuos de ácido fórmico que reaccionarían dando dióxido de carbono, vapor de agua y dióxido: Si se mezclaran 5000 L de ácido nítrico concentrado con 30 kg de ácido fórmico, ¿qué volumen total de dióxido de nitrógeno a una presión de 1 atm y 20ºC se emitiría? Datos: Masas atómicas: N = 14,0; O = 16,0; H: 1,0 R: 8,314 $J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$; 1 atm = 101,32 kPa

Debe haber un espacio entre valor y unidad: dbería ser 27 ºC, 20 ºC

a) Planteamos el equilibrio con moles

	N_2O_4 (g)	$\rightleftarrows 2NO_2$ (g)
Inic	n_0	0
Equ	n_0-x	2x

El número de moles totales es $n_T=n_0-x+2x=n_0+x$
Masa molar $N_2O_4=2\cdot14+4\cdot16=92$ g/mol N_2O_4
Masa molar $NO=14+2\cdot16=46$ g/mol NO_2
$n_0=230/92=2,5$ mol N_2O_4
$2x=23/46=0,5$ mol $NO_2 \rightarrow x=0,25$ mol

$$8,314 \frac{\cancel{J}}{mol \cdot K} \cdot \frac{1 \cancel{Pa \cdot m^3}}{1 \cancel{J}} \cdot \frac{1 atm}{101320 \cancel{Pa}} \cdot \frac{1000 L}{1 \cancel{m^3}} = 0,082 atm \cdot L \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$$

$$K_p = \frac{P_{NO_2}^2}{P_{N_2O_4}} = \frac{(0,5 \cdot 0,082 \cdot (273+27)/5)^2}{((2,5-0,25) \cdot 0,082 \cdot (273+27)/5)} = 0,109 atm$$

b) Kc y Kp no son iguales ya que no hay el mismo número de moles de gas en reactivos y productos

$$K_c = K_p (RT)^{(\Delta n)} = 0,109 \cdot (0,082 \cdot (273+27))^{(2-1)} = 2,68 M$$

c) La indicación de verano frente a invierno es una manera indirecta de indicar una variación de la temperatura del equilibrio. Se indica que la reacción de descomposición es endotérmica, luego según Le Châtelier ante un aumento de temperatura (verano) el equilibrio se desplaza en sentido endotérmico, que es hacia el dióxido, que tiene color marrón. Por lo tanto la afirmación "En el supuesto de que ésta fuera la reacción predominante en la polución atmosférica de las ciudades, el color del aire en verano sería más marronoso que en invierno" es correcta.

d) El ácido fórmico (metanoico) es HCOOH, CH_2O_2
$2HNO_3 + CH_2O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O + 2NO_2$
Planteamos el reactivo limitante
Masa molar $CH_2O_2 =12+2+2\cdot16=46$ g/mol CH_2O_2
Masa molar $HNO_3 =1+14+3\cdot16=64$ g/mol HNO_3

$$5000 \cancel{L} \cdot \frac{1,40 \cancel{g\ disoluc}}{0,001 \cancel{L}} \cdot \frac{65 \cancel{g\ HNO_3}}{100 \cancel{g\ disoluc}} \cdot \frac{1 mol\ HNO_3}{63 \cancel{g\ HNO_3}} = 7,22 \cdot 10^4 mol\ HNO_3$$

$$30 \cdot 10^3 \cancel{g\ CH_2O_2} \cdot \frac{1 mol\ CH_2O_2}{46 \cancel{g\ CH_2O_2}} = 6,52 \cdot 10^2 mol\ CH_2O_2$$

La proporción $HNO_3/CH_2O_2=2$ y la estequiométrica es $7,22\cdot10^4/6,52\cdot10^2=111$
Hay exceso de nítrico y el limitante es CH_2O_2

Partimos del limitante $6,52 \cdot 10^2 \cancel{mol\ CH_2O_2} \cdot \frac{2 mol\ NO_2}{1 \cancel{mol\ CH_2O_2}} = 1,304 \cdot 10^3 mol\ NO_2$

$$V = \frac{nRT}{P} = \frac{1,304 \cdot 10^3 \cdot 0,082 \cdot (273+20)}{1} = 3,13 \cdot 10^7 L\ NO_2$$

CS-3.1 Enunciado de Prueba Año: 2021. Especialidad: FÍSICA Y QUÍMICA
Prueba 1A MODELO III. Acceso: 1 y 2

DATOS

Constantes	**Masas atómicas relativas**	**Otros datos***
R = 8,3143 $J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$	H = 1,01	$E^o(Zn^{2+}/Zn)$=-0,76V
R = 0,082 $atm \cdot L \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$	Cr = 52,00	Kps $(Cr(OH)_3)$ = $3,0 \cdot 10^{-24}$
F = 96 500 $C \cdot mol^{-1}$	O = 16,00	Kps $(Cu(OH)_2)$ = $2,2 \cdot 10^{-29}$
c = 3·108 $m \cdot s^{-1}$	Cu = 63,54	Vida media Tc-92 = 26,7 μs

**Se suponen independientes de la temperatura*

2 Una muestra de agua con un pH de 1 y de densidad 1,006 $g \cdot cm^{-3}$ contiene 25 ppm de Cr^{3+} y 10 ppm de Cu^{2+}. Según una directiva europea relativa a la calidad de aguas destinadas al consumo humano la cantidad máxima permitida es de 50 $\mu g \cdot L^{-1}$ para el cromo y 2,0 $mg \cdot L^{-1}$ para el cobre. Se procede a la precipitación de los metales pesados aumentando el pH del medio. ¿Qué ion precipita antes variando el pH? ¿Cuál es el pH más bajo al que se consigue que el primer ion que precipita alcance los valores recogidos en la directiva europea? ¿cuántos ppm del primer ion queda en disolución cuando comienza a precipitar el segundo? ¿A qué pH mínimo esa muestra de agua cumpliría la normativa respecto a la concentración de cromo y de cobre? Supón que la variación de pH sólo provoca la precipitación del hidróxido de cromo(III) e hidróxido de cobre(II)

Se realizan varias preguntas

a) ¿Qué ion precipita antes variando el pH?

Planteamos los equilibrios de solubilidad y calculamos la concentración de $[OH^-]$ y el pH en el momento de la precipitación de cada uno

$Cr(OH)_3\ (s) \leftrightharpoons Cr^{3+}\ (ac) + 3OH^-\ (ac)$
exceso s 3s

$$Kps(Cr(OH)_3) = [Cr^{3+}] \cdot [OH^-]^3 = s \cdot (3s)^3 = 27s^4 \Rightarrow [Cr^{3+}] = s = \sqrt[4]{\frac{3,0 \cdot 10^{-24}}{4}} = 5,77 \cdot 10^{-7}\ M$$

$Cu(OH)_2\ (s) \leftrightharpoons Cu^{2+}\ (ac) + 2OH^-\ (ac)$
exceso s 2s

$$Kps(Cu(OH)_2) = [Cu^{2+}] \cdot [OH^-]^2 = s \cdot (2s)^2 = 4s^3 \Rightarrow [Cu^{2+}] = s = \sqrt[3]{\frac{2,2 \cdot 10^{-29}}{4}} = 1,77 \cdot 10^{-10}\ M$$

Las solubilidades anteriores son genéricas asumiendo que los iones procedieran solo de la disociación de las sales, pero enunciado da las concentraciones iniciales de Cr^{3+} y Cu^{2+} en ppm.

Cambiando ppm a molaridad para Cr^{3+}

$$25\ ppm\ Cr^{3+} = 25 \cdot 10^{-6} \frac{\cancel{g[Cr^{3+}]}}{1\ \cancel{g\ disolue}} \cdot \frac{1,006\ \cancel{g\ disolue}}{0,001\ L} \cdot \frac{1\ mol[Cr^{3+}]}{52,00\ \cancel{g[Cr^{3+}]}} = 4,837 \cdot 10^{-4}\ M$$

Planteando el equilibrio de solubilidad para Cr^{3+}

$$3,0 \cdot 10^{-24} = 4,837 \cdot 10^{-4} \cdot [OH^-]^3 \Rightarrow [OH^-] = \sqrt[3]{\frac{3,0 \cdot 10^{-24}}{4,837 \cdot 10^{-4}}} = 1,837 \cdot 10^{-7}\ M$$

$$pH = 14 - pOH = 14 - (-\log_{10}(1{,}837 \cdot 10^{-6})) = 7{,}26$$

Cambiando ppm a molaridad para Cu^{2+}

$$10\,ppm\,Cu^{2+} = 10 \cdot 10^{-6} \frac{g[Cu^{2+}]}{1\,g\,disoluc} \cdot \frac{1{,}006\,g\,disoluc}{0{,}001\,L} \cdot \frac{1\,mol[Cu^{2+}]}{63{,}54\,g[Cu^{2+}]} = 1{,}583 \cdot 10^{-4}\,M$$

Planteando el equilibrio de solubilidad para Cu^{2+}

$$2{,}2 \cdot 10^{-29} = 1{,}583 \cdot 10^{-4} \cdot [OH^-]^2 \Rightarrow [OH^-] = \sqrt[2]{\frac{2{,}2 \cdot 10^{-29}}{1{,}583 \cdot 10^{-4}}} = 3{,}728 \cdot 10^{-13}\,M$$

$$pH = 14 - pOH = 14 - (-\log_{10}(3{,}728 \cdot 10^{-13})) = 1{,}57$$

La disolución de un hidróxido no puede dar un pH ácido: en este caso el pH viene fijado por otros elementos externos. Si fuera agua neutra, la sal es tan poco soluble y aporta tan pocos OH^- que prevalece el equilibrio iónico del agua por el que $[OH^-]=10^{-7}$, y podemos decir que el pH es neutro.

Precipita antes variando [aumentando] el pH [desde el valor inicial pH=1] el ion Cu^{2+}.

b) ¿Cuál es el pH más bajo al que se consigue que el primer ion que precipita alcance los valores recogidos en la directiva europea?

Para el ion de cobre la directiva europea fija una concentración máxima de 2 mg/L

$$0{,}002 \frac{g[Cu^{2+}]}{L} \cdot \frac{1\,mol[Cu^{2+}]}{63{,}54\,g[Cu^{2+}]} = 3{,}15 \cdot 10^{-5}\,M$$

Planteando el equilibrio de solubilidad para el cobre

$$Kps(Cu(OH)_2) = [Cu^{2+}] \cdot [OH^-]^2 \Rightarrow [OH^-] = \sqrt{\frac{2{,}2 \cdot 10^{-29}}{3{,}15 \cdot 10^{-5}}} = 8{,}36 \cdot 10^{-13}\,M$$

En ese momento

$$pH = 14 - pOH = 14 - (-\log_{10}(8{,}36 \cdot 10^{-13})) = 1{,}92$$

El pH más bajo al que se consigue que el primer ion que precipita $[Cu^{2+}]$ alcance los valores recogidos en la directiva europea es pH=1,92

c) ¿Cuántos ppm del primer ion queda en disolución cuando comienza a precipitar el segundo?

Cuando comienza a precipitar el segundo, Cr^{3+}, $[OH^-]=1{,}837 \cdot 10^{-7}$ M (calculado en el apartado a) y podemos calcular $[Cu^{2+}]$

$$Kps = [Cu^{2+}] \cdot [OH^-]^2 \Rightarrow [Cu^{2+}] = \frac{Kps}{[OH^-]^2} = \frac{2{,}2 \cdot 10^{-29}}{(1{,}837 \cdot 10^{-7})^2} = 6{,}519 \cdot 10^{-16}\,M$$

$$10\,ppm\,Cu^{2+} = 10 \cdot 10^{-6} \frac{g[Cu^{2+}]}{1\,g\,disoluc} \cdot \frac{1{,}006\,g\,disoluc}{0{,}001\,L} \cdot \frac{1\,mol[Cu^{2+}]}{63{,}54\,g[Cu^{2+}]} = 1{,}583 \cdot 10^{-4}\,M$$

Convertimos teniendo en cuenta que 1 ppm = 1 mg/L

$$6{,}519 \cdot 10^{-16} \frac{mol[Cu^{2+}]}{L} \cdot \frac{63{,}54\,g[Cu^{2+}]}{1\,mol[Cu^{2+}]} \cdot \frac{1{,}006\,g[Cu^{2+}]}{0{,}001\,g\,disoluc} = 4{,}167 \cdot 10^{-11}\,ppm\,Cu^{2+}$$

Cuando comienza a precipitar el segundo ion $[Cr^{3+}]$ del primer ion $[Cu^{2+}]$ queda en disolución $4{,}167 \cdot 10^{-13}$ ppm.

d) ¿A qué pH mínimo esa muestra de agua cumpliría la normativa respecto a la concentración de cromo y de cobre?

Para el ion de cromo la directiva europea fija una concentración máxima de 50 μg/L = $5 \cdot 10^{-5}$ g/L

$$5 \cdot 10^{-5} \frac{\cancel{g[Cr^{3+}]}}{L} \cdot \frac{1\,mol[Cr^{3+}]}{52\,\cancel{g[Cr^{3+}]}} = 9{,}62 \cdot 10^{-7} M$$

Planteando el equilibrio de solubilidad para el cromo

$$Kps(Cr(OH)_3) = [Cr^{3+}] \cdot [OH^-]^3 \Rightarrow [Cr^{3+}] = \sqrt[3]{\frac{3{,}0 \cdot 10^{-24}}{9{,}62 \cdot 10^{-7}}} = 1{,}46 \cdot 10^{-6} M$$

En ese momento

$$pH = 14 - pOH = 14 - (-\log_{10}(1{,}56 \cdot 10^{-6})) = 8{,}16$$

El pH más bajo de la muestra de agua que cumpliría la normativa respecto a la concentración de cromo y cobre sería pH=8,16.

2. La variación de entalpía a 900ºC para la reacción de deshidrogenación catalítica del etano, C_2H_6 (g) ⇌ C_2H_4 (g) + H_2 (g), es de 34 kcal/mol y Kp = 0,0502 atm a 900ºC. Calcular:
a) El % de hidrógeno en el equilibrio al pasar etano sobre catalizador a 900ºC y 1 atm. (6 puntos)
b) El valor de Kp a 1000ºC. (4 puntos)
Dato: R = 1,987 cal/mol K

a) Planteamos el equilibrio con presiones

	C_2H_6 (g) ⇌	C_2H_4 (g) +	H_2 (g)
Inic	P_0	0	0
Equ	$P_0(1-\alpha)$	$P_0\alpha$	$P_0\alpha$

La presión total es $P_T=P_0(1-\alpha)+2P_0\alpha=P_0(1+\alpha)$

$$K_p=\frac{(P_0\alpha)^2}{P_0(1-\alpha)}=P_0\frac{\alpha^2}{1-\alpha}=P_0(1+\alpha)\frac{\alpha^2}{1-\alpha^2}$$

$$K_p(1-\alpha^2)=P_T\alpha^2$$

$$0{,}0502\cdot(1-\alpha^2)=1\cdot\alpha^2$$

$$\alpha=\sqrt{\frac{0{,}0502}{1{,}0502}}=0{,}2186=21{,}86\,\%$$

b) Utilizamos la ecuación de Van't Hoff

$$\ln\left(\frac{K_{p2}}{K_{p1}}\right)=\frac{-\Delta H^o}{R}\left(\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1}\right)$$

$$\ln\left(\frac{K_{p2}}{0{,}0502}\right)=\frac{-34\cdot10^3}{1{,}987}\left(\frac{1}{273+1000}-\frac{1}{273+900}\right)$$

$$K_{p2}=0{,}0502\cdot e^{-1{,}14592}=0{,}1579$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 25 junio 2021
CC BY SA

1. Se tiene una disolución 0,001 M en Sr^{2+} y 2 M en Ca^{2+}. Se pide calcular:
a) El catión que precipitará en primer lugar al añadir lentamente una disolución de sulfato de sodio 0,1M.
b) La concentración del catión que precipita en primer lugar cuando empieza a precipitar el segundo.
Datos: Ks ($SrSO_4$) = 10^{-7}; Ks ($CaSO_4$) = 10^{-5}

Similar a problema 15 en
https://www.academiaalcover.es/wp-content/uploads/2020/04/2Q06_2_SOLUBILIDAD.pdf
que cita vídeo https://www.youtube.com/watch?v=IgwVd34dZj4 que es citado por usuario H2O2 en http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?p=38664#p38664 pero que indica Na_2SO_4 sólido, no disolución, y utiliza otros valores de Ks.
Resuelto por Dogma_30 en http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?p=38657#p38657
Resuelto por parisopos en http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?p=38695#p38695
Resuelto contemplando variación de volumen por Jal en
http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?p=38684#p38684

a) Planteamos los equilibrios de solubilidad
$SrSO_4 + H_2O \rightleftarrows Sr^{2+} + SO_4^{2-}$; $Kps = [Sr^{2+}]\cdot[SO_4^{2-}]$
$CaSO_4 + H_2O \rightleftarrows Ca^{2+} + + SO_4^{2-}$; $Kps = [Ca^{2+}]\cdot[SO_4^{2-}]$
El $SrSO_4$ empieza a precipitar, para una concentración dada de Sr^{2+} , en función de la concentración de ion sulfato.
$10^{-7} = 0{,}001\cdot[SO_4^{2-}] \rightarrow [SO_4^{2-}]=10^{-7}/0{,}001=10^{-4}$ M
El $CaSO_4$ empieza a precipitar, para una concentración dada de Ca^{2+}, en función de la concentración de ion sulfato.
$10^{-5} = 2\cdot[SO_4^{2-}] \rightarrow [SO_4^{2-}]=10^{-5}/2=5\cdot10^{-6}$ M
Precipitará primero el ion Ca^{2+} ya que necesita menor concentración de ion sulfato para empezar a precipitar.
Lo anterior está hecho asumiendo despreciable el volumen de disolución de sulfato de sodio añadido (V_a) respecto al volumen de la disolución inicial (V_0), y se usan los valores de concentraciones de Sr^{2+} y de Ca^{2+} iniciales como si no variasen. Si planteamos variación de volumen, con volúmenes aditivos de modo que $V_T=V_0+V_a$.

Para Sr^{2+} $[SO_4^{2-}]=\dfrac{10^{-7}}{0{,}001\cdot\dfrac{V_0}{V_T}}=10^{-4}\cdot\dfrac{V_T}{V_0}$ *(que para $V_a<<V_0$, $V_0\approx V_T$ coincide con lo anterior)*

Para Ca^{2+} $[SO_4^{2-}]=\dfrac{10^{-5}}{2\cdot\dfrac{V_0}{V_T}}=5\cdot10^{-6}\cdot\dfrac{V_T}{V_0}$ *(que para $V_a<<V_0$, $V_0\approx V_T$ coincide con lo anterior)*

No varía que el ion Ca^{2+} precipita primero.
b) Cuando empieza a precipitar el segundo ion, Sr^{2+}, tenemos fijado un valor de $[SO_4^{2-}]$ en 10^{-4} M según hemos calculado en a. Planteando para el primer ion, Ca^{2+},
$10^{-5} = [Ca^{2+}]\cdot10^{-4} \rightarrow [Ca^{2+}]=10^{-5}/10^{-4}=0{,}1$ M
Si planteamos variación de volumen, cuando empieza a precipitar el segundo ion. Sr^{2+}, tenemos fijado un valor de $[SO_4^{2-}]=10^{-4}\cdot\dfrac{V_T}{V_0}$ (que para $V_a<<V_0$, $V_0\approx V_T$ coincide con lo anterior)
Planteando para el primer ion, Ca^{2+}

$$10^{-5}=[Ca^{2+}]\cdot10^{-4}\cdot\frac{V_T}{V_0}\Rightarrow[Ca^{2+}]=\frac{10^{-5}}{10^{-4}}\cdot\frac{V_0}{V_T}=0{,}1\cdot\frac{V_0}{V_T}$$

Para $V_a<<V_0$, $V_0 \approx V_T$ coincide con lo anterior, pero en este caso **no se puede aproximar y despreciar la variación de volumen**, ya que se ve cualitativamente que para que precipiten los iones Ca^{2+} en forma de $CaSO_4$ (s) es necesario aportar la misma cantidad de iones sulfato, y son aportados por una disolución que tiene una concentración mucho menor (0,1 M vs 2 M, es 20 veces menor), luego se puede estimar a priori que $V_a > V_0$, y que $V_T>V_0$.
Planteamos que en el momento de empezar a precipitar el segundo ion Sr^{2+}, usando c=n/V, tenemos $0,1 \cdot V_0$ moles de Ca^{2+} en la disolución más los moles de Ca^{2+} que hayan precipitado, y todos ellos deben sumar el número de moles iniciales de Ca^{2+} que teníamos, que es $2V_0$.
nes sulfato aportados.
$n(Ca^{2+})_T=n(Ca^{2+})_{disoluc}+n(Ca^{2+})_{precipitados}$ (1)
El número de Ca^{2+} precipitados podemos asumir que es igual al número de iones sulfato aportados si la concentración de sulfato en la disolución es mucho menor y la despreciamos.
$n(Ca^{2+})_{precipitados} \approx n(SO_4^{2-})_{añadidos}= 0,1 \cdot V_a$
Sustituyendo en (1)
$2V_0=0,1 \cdot V_0+0,1 \cdot V_a$
Usando $V_a=V_T-V_0$
$2V_0=0,1 \cdot V_0+0,1 \cdot V_T-0,1 \cdot V_0$
$2V_0=0,1 \cdot V_T \rightarrow V_0/V_T=5 \cdot 10^{-2}$
Según eso en la disolución quedan $[Ca^{2+}]=0,1 \cdot \frac{1}{20}=5 \cdot 10^{-3} M$
Muy distinto al 0,1 M obtenido sin tener en cuenta la variación de volumen.

Si queremos validar sin despreciar, planteamos qué cantidad de sulfatos quedan en la disolución
$n(SO_4^{2-})_T=n(SO_4^{2-})_{disoluc}+n(SO_4^{2-})_{precipitados}$
$n(SO_4^{2-})_T=n(SO_4^{2-})_{disoluc}+ n(Ca^{2+})_{precipitados}$
$n(Ca^{2+})_{precipitados}=0,1 \cdot V_a-(10^{-4} V_T/V_0) \cdot V_T$
$n(Ca^{2+})_{precipitados}=0,1 \cdot V_T-0,1V_0-10^{-4} V_T^2/V_0$
Sustituyendo en (1)
$2V_0=0,1 \cdot V_0+0,1 \cdot V_T-0,1V_0-10^{-4} V_T^2/V_0$
$2V_0=0,1 \cdot V_T-10^{-4} V_T^2/V_0$
$2V_0^2-0,1 \cdot V_0 \cdot V_T+10^{-4} V_T^2=0$ (2)
No nos interesan valores de V_0 y V_T, sino su relación V_0/V_T para obtener la concentración de iones Ca^{2+}.
Usando $[Ca^{2+}]=0,1 \cdot \frac{V_0}{V_T}$ *tenemos* $V_0=V_T \frac{[Ca^{2+}]}{0,1}$
Sustituyendo V_0 en (2)

$$2\left(V_T \frac{[Ca^{2+}]}{0,1}\right)^2-0,1 \cdot V_T \frac{[Ca^{2+}]}{0,1} \cdot V_T+10^{-4} V_T^2=0$$

$$2 \frac{V_T^2 [Ca^{2+}]^2}{0,1^2}-V_T^2[Ca^{2+}]+10^{-4} V_T^2=0$$

$$200[Ca^{2+}]^2-[Ca^{2+}]+10^{-4}=0$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado, tenemos dos soluciones: $[Ca^{2+}] \approx 0,10208 \cdot 10^{-3}$ M y $[Ca^{2+}] \approx 4,8979 \cdot 10^{-3}$ M
El valor correcto es $4,8979 \cdot 10^{-3}$ M, muy similar al obtenido sin aproximar.
Con ese valor podemos deducir que $V_T/V_0=0,1/4,8979 \cdot 10^{-3}=20,4169$

3. Se ha estudiado la descomposición del gas NO_2 obteniéndose los datos que se detallan en la siguiente tabla (a volumen constante). (1,25p)

T (K)	P_{NO_2} inicial (atm)	$t_{1/2}$ (min)
700	5,740	64,70
700	4,305	86,58
781	6,405	4,63
781	4,804	6,17

a) Identifíquese el orden de la reacción y desarróllese la función que describe la evolución de la concentración de NO_2 en el tiempo. (0,75p)
b) Si $[NO_2]_0$ = 0,05 M, prediga cuánto tiempo sería preciso para descomponer el 70% de dicho compuesto a 700 K. (0,1p)
c) Calcúlese el valor de la energía de activación suponiendo que es independiente de la temperatura. (0,4p)
Datos: $R = 0{,}082 \frac{atm \cdot L}{mol \cdot K} \equiv 8{,}314 \frac{J}{mol \cdot K} \equiv 1{,}987 \frac{cal}{mol \cdot K}$
d) Planteamiento didáctico. Proponga una secuenciación de actividades a realizar en el laboratorio en dos sesiones, donde se posibilite el aprendizaje de alguno de los concepto/s de este ejercicio. Especifique curso y asignatura. (0,5p)

Ver Aragón 2018-B4

a) Se ve que $t_{½}$ no es constante luego no es de orden 1.
$v=k[NO_2]^{\alpha}$
Orden 0, v=k
$$\frac{-d[A]}{dt} = k \Rightarrow d[A] = -kdt\,; [A] = [A]_0 - kt$$
Orden 1, v=k[A]
$$\frac{-d[A]}{dt} = v[A] \Rightarrow \frac{d[A]}{[A]} = -kt \Rightarrow \ln[A] - \ln[A]_0 = -kt \Rightarrow [A] = [A]_0 e^{-kt}$$
Orden 2, $v=k[A]^2$
$$\frac{-d[A]}{dt} = v[A]^2 \Rightarrow \frac{d[A]}{[A]^2} = -kt \Rightarrow -\frac{1}{[A]} + \frac{1}{[A]_0} = -kt \Rightarrow \frac{1}{[A]} = \frac{1}{[A]_0} + kt$$
La expresión de $T^{1}/_{2}$ según el orden es
Orden 0: $x=[A]_0/2 \rightarrow k\ T^{1}/_{2}=[A]_0/2 \rightarrow T^{1}/_{2}=[A]_0/(2k)$
Orden 1: $T^{1}/_{2} = \ln(2)/k$
Orden n>1: $T_{1/2} = \frac{1}{k(n-1)}\left[\frac{2^{n-1}-1}{[A]_0^{n-1}}\right]$
Tenemos presión y no concentración, pero presión es proporcional a concentración
Validamos si es de orden 0
$$\frac{T_{1/2}}{T'_{1/2}} = \frac{\frac{[A]_0}{2k}}{\frac{[A]'_0}{2k}} \Rightarrow \frac{64{,}70}{86{,}58} = \frac{5{,}740}{4{,}305} \Rightarrow 0{,}747 \neq 1{,}33$$ No es de orden 0
Validamos si es de orden 2

$$\frac{T_{1/2}}{T'_{1/2}}=\frac{[A]_0'^{n-1}}{[A]_0'^{n-1}}\Rightarrow\frac{4,63}{6,17}=\frac{4,804}{6,405}\Rightarrow 0,75=0,75$$ Es de orden 2

Validaos para la otra temperatura

$$\frac{T_{1/2}}{T'_{1/2}}=\frac{[A]_0'^{n-1}}{[A]_0'^{n-1}}\Rightarrow\frac{64,70}{86,58}=\frac{4,305}{5,740}\Rightarrow 0,747=0,75$$

Una vez que conocemos el orden, podemos calcular k a 700 K

$$T_{1/2}=\frac{1}{k(n-1)}[\frac{2^{n-1}-1}{[A]_0^{n-1}}]$$

$$64,70=\frac{1}{k}\frac{1}{5,740}\Rightarrow k=\frac{1}{64,70\cdot 5,740}=2,69\cdot 10^{-3}\,L\cdot mol^{-1}\cdot min^{-1}$$

$$86,58=\frac{1}{k}\frac{1}{4,305}\Rightarrow k=\frac{1}{86,58\cdot 4,305}\approx 2,69\cdot 10^{-3}\,L\cdot mol^{-1}\cdot min^{-1}$$

$$\frac{1}{[NO_2]}=\frac{1}{[NO_2]_0}+2,69\cdot 10^{-3}t$$

b) Si se descompone el 70%, $[NO_2]=0,3\cdot[NO_2]_0$

$$\frac{1}{0,3[NO_2]_0}-\frac{1}{[NO_2]_0}=2,69\cdot 10^{-3}t$$

$$\frac{1-0,3}{0,3\cdot 0,05}=2,69\cdot 10^{-3}t$$

$$t=\frac{0,7}{0,3\cdot 0,05\cdot 2,69\cdot 10^{-3}}=1,73\cdot 10^{4}\,min$$

c) Usamos la ecuación de Arrhenius a las dos temperaturas, calculando k a 781 K

$$4,63=\frac{1}{k}\frac{1}{6,405}\Rightarrow k=\frac{1}{4,63\cdot 6,405}=3,37\cdot 10^{-2}\,L\cdot mol^{-1}\cdot min^{-1}$$

$$6,17=\frac{1}{k}\frac{1}{4,804}\Rightarrow k=\frac{1}{6,17\cdot 4,803}=3,37\cdot 10^{-2}\,L\cdot mol^{-1}\cdot min^{-1}$$

$$\frac{k_1}{k_2}=\frac{e^{\frac{-E_a}{RT_1}}}{e^{\frac{-E_a}{RT_2}}}=e^{\frac{Ea}{R}(\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1})}\Rightarrow\ln(\frac{k_1}{k_2})=\frac{E_a}{R}(\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1})$$

$$\ln(\frac{2,69\cdot 10^{-3}}{3,37\cdot 10^{-2}})=\frac{E_a}{8,314}(\frac{1}{781}-\frac{1}{700})$$

$$E_a=\frac{-2,528\cdot 8,314}{(\frac{1}{781}-\frac{1}{700})}=1,42\cdot 10^{5}\,J/mol$$

d) Sería en Química de 2º Bachillerato
https://www.fiquipedia.es/home/materias/bachillerato/quimica-2bachillerato/curriculo-quimica-2-bachillerato-lomloe/
Conceptos de velocidad de reacción. Ley diferencial de la velocidad de una reacción química y los órdenes de reacción a partir de datos experimentales de velocidad de reacción.
El planteamiento didáctico no sería con NO_2 que es tóxico, se podría plantear con H_2O_2 y KI. En laboratorio es complicado por disponibilidad de desdoble. Se puede utilizar laboratorio virtual, un ejemplo de actividad https://gitlab.com/fiquipedia/drive.fiquipedia/-/raw/main/content/home/recursos/proyectos-de-investigacion/QUI2-ProyectoInvestigacionCin%C3%A9tica.pdf

OPCIÓN B

3. La ingestión continua de pequeñas cantidades de sales de plomo acaba provocando saturnismo, una enfermedad que afecta seriamente nuestro sistema nervioso. Por este motivo, la UE establece que el contenido de Pb^{2+} en aguas potables no puede sobrepasar los 10^{-5} g·L^{-1}.

a) La cerusita es un mineral formado por carbonato de plomo (II), una sal muy poco soluble en agua. Razona si un agua subterránea que haya estado en contacto con cerusita y, en consecuencia, se haya saturado de carbonato de plomo (II) se podría destinar, por lo que respecta a su contenido de Pb^{2+}, al consumo oral. (0,5 ptos)

b) En el laboratorio se mezclan 150 mL de una disolución de nitrato de plomo (II) 0,040 M con 50 mL de carbonato de sodio 0,010 M. Razona si precipitará el carbonato de plomo (II) en el recipiente en el que se ha hecho la mezcla. ¿Qué sucedería si esta mezcla se acidifica con una disolución diluida de ácido nítrico? Escribe la reacción correspondiente. (0,75 ptos)

Datos: K_{ps} del $PbCO_3$ a 25ºC es $1{,}5\cdot10^{-15}$. Considera que la temperatura siempre ha estado a 25ºC, que los volúmenes son aditivos y que el ácido carbónico es un ácido débil.

https://quimica2bachilleratofelix.blogspot.com/2017/03/problemas-de-solubilidad.html

Según IUPAC no hay espacio entre el elemento y el número de oxidación en romanos entre paréntesis, debería ser plomo(II)

Usamos masa atómica Pb = 207,2

a) $PbCO_3$ (s) ⇄ Pb^{2+} (aq) + CO_3^{2-} (aq)

exceso s s

$$K_{ps}=[Pb^{2+}][CO_3^{2-}]=s^2 \Rightarrow s=\sqrt{K_{ps}}=\sqrt{1{,}5\cdot10^{-15}}=3{,}87\cdot10^{-8}\,M$$

$$\frac{3{,}87\cdot10^{-8}\,\cancel{mol\,Pb^{2+}}}{L}\cdot\frac{207{,}2\,g\,Pb^{2+}}{1\,\cancel{mol\,Pb^{2+}}}=8{,}02\cdot10^{-6}\,g/L$$

Es menor que el límite marcado y sí se podría usar para consumo humano en contenido en plomo.

b) El nitrato de plomo es soluble y aporta $0{,}150\cdot0{,}040=6\cdot10^{-3}$ mol Pb^{2+}

El carbonato de sodio es soluble y aporta $0{,}050\cdot0{,}010=5\cdot10^{-3}$ mol CO_3^{2-}

Al ser volúmenes aditivos el volumen total es 0,150+0,050=0,200 L

$$Q=[Pb^{2+}][CO_3^{2-}]=\frac{6\cdot10^{-3}}{0{,}200}\cdot\frac{5\cdot10^{-3}}{0{,}200}=7{,}5\cdot10^{-4}$$ Q>K_{ps}: se produce precipitado

Al ser el ácido carbónico un ácido débil, el ion carbonato que es su base conjugada producirá hidrólisis y se reducirá la cantidad de ion carbonato.

$CO_3^{2-} + H_2O \rightleftarrows HCO_3^- + OH^-$

No se da la constante de acidez (realmente sería Ka1) del ácido carbónico pero no se considera que la hidrólisis reduzca lo suficiente la concentración de ion carbonato para que no precipite, que es una concentración muy baja.

$$[CO_3^{2-}]=\frac{1{,}5\cdot10^{-15}}{\frac{6\cdot10^{-3}}{0{,}200}}=5\cdot10^{-14}$$

Si se añade HNO_3 que es un ácido muy fuerte aporta H+ que reaccionaría con los iones carbonato, desplanzando el equilibrio de solubilidad hacia la derecha y disolviendo el precipitado.

$CO_3^{2-} + 2H^+ \rightarrow H_2CO_3 \rightarrow H_2O + CO_2$ Combinando con reacción de solubilidad

$PbCO_3$ (s) + $2H^+ \rightarrow Pb^{2+} + H_2O + CO_2$

OPCIÓN B

4. El ácido sulfúrico puede obtenerse a partir de la tostación de la blenda (mineral cuyo principal componente es sulfuro de cinc), según el proceso:

sulfuro de cinc + oxígeno → óxido de cinc + dióxido de azufre [1]
dióxido de azufre + oxígeno → trióxido de azufre [2]
trióxido de azufre + agua → ácido sulfúrico [3]

a) ¿Cuántos kilogramos de blenda, con un 53,0 % de sulfuro de cinc se necesitan para obtener 200 kg de ácido sulfúrico 3,15 M? Densidad del ácido sulfúrico: 1,19 g·cm^{-3}. (0,35 ptos)
b) ¿Qué volumen ocupa el oxígeno necesario en la primera etapa, o de tostación, medido a 20 °C y 3,0 atm? (0,3 ptos)
c) ¿Cuál es la molalidad y tanto por ciento en peso del ácido sulfúrico obtenido? (0,3 ptos)
d) En la reacción [2] se observa que, si la concentración inicial de dióxido de azufre se duplica, manteniendo constante la de oxígeno, la velocidad de reacción se multiplica por 8, mientras que si se mantiene constante la de dióxido de azufre y se triplica la de oxígeno, la velocidad de reacción se triplica. Calcule el orden de la reacción. (0,3 ptos)

Usamos datos masa atómicas: Zn=65,4; S=32,0; O=16; H=1
Usamos dato R=0,082 atm·L/K·mol

a) Planteamos y ajustamos las reacciones
$ZnS + 3/2\ O_2 \rightarrow ZnO + SO_2$ [1]
$SO_2 + ½\ O_2 \rightarrow SO_3$ [2]
$SO_3 + H_2O \rightarrow H_2SO_4$ [3]
Masa molar ZnS=65,4+32=97,4 g/mol ZnS
Masa molar H_2SO_4=2+32+4·16=98 g/mol H_2SO_4
La estequiometría es 1 mol H_2SO_4 cada mol SO_3, 1 mol SO_3 cada mol SO_2 y un mol SO_2 cada mol ZnS

$$200\cdot 10^3\ \cancel{g\ dis}\cdot\frac{0{,}001\ \cancel{L}}{1{,}19\ \cancel{g\ dis}}\cdot\frac{3{,}15\ \cancel{mol\ H_2SO_4}}{1\ \cancel{L}}\cdot\frac{98\ \cancel{g\ H_2SO_4}}{1\ \cancel{mol\ H_2SO_4}}\cdot\frac{1\ \cancel{mol\ ZnS}}{1\ \cancel{mol\ H_2SO_4}}\cdot\frac{97{,}4\ \cancel{g\ ZnS}}{1\ \cancel{mol\ ZnS}}\cdot\frac{100\ g\ blenda}{53\ \cancel{g\ ZnS}}$$

$$9{,}53\cdot 10^6\ g\ blenda$$

b) $$9{,}53\cdot 10^6\ \cancel{g\ blenda}\cdot\frac{53\ \cancel{g\ ZnS}}{100\ \cancel{g\ blenda}}\cdot\frac{1\ \cancel{mol\ ZnS}}{97{,}4\ \cancel{g\ ZnS}}\cdot\frac{3/2\ mol\ O_2}{1\ \cancel{mol\ ZnS}}=7{,}78\cdot 10^4\ mol\ O_2$$

V=nRT/P=7,78·10^4·0,082·(273+20)/3=6,24·10^5 L
c) En 1 L de disolución hay 3,15 mol de H_2SO_4
Eso supone 3,15·98=308,7 g de H_2SO_4
Como la densidad de la disolución es 1,19 g/cm^3, es 1190 g/L, lo que quiere decir que hay 1190-308,7=881,3 g H_2O, que suponen 881,3/18=48,96 mol H_2O

$$\chi_{H_2SO_4}=\frac{n_{H_2SO_4}}{n_T}=\frac{3{,}15}{3{,}15+48{,}96}=0{,}06$$

El tanto por ciento en peso es 308,7/1190=0,259=25,9 %
d) $v=k[SO_2]^\alpha[O_2]^\beta$

$$8v=k(2[SO_2])^\alpha[O_2]^\beta\Rightarrow 8=2^\alpha\Rightarrow\alpha=3$$

$$3v=k[SO_2]^\alpha(3[O_2])^\beta\Rightarrow 3=3^\beta\Rightarrow\beta=1$$

El orden de reacción es 3 respecto de SO_2 y 1 respecto de O_2, el orden total es 4.

Deberá realizar tres ejercicios de entre los seis propuestos. Cada ejercicio se califica sobre 10 según la ponderación indicada en cada apartado. La calificación total de la prueba será la que resulte de dividir la puntuación total obtenida entre tres.

5. ¿Qué volumen de una disolución de KI 0,50 M será preciso añadir a 50,00 mL de una disolución de $Pb(NO_3)_2$ 0,025 M para que la concentración de Pb^{2+} en la disolución sea inferior a $1{,}0 \cdot 10^{-6}$ M? (Dato: $Kps(PbI_2) = 10^{-7,6}$)

Química Analítica. Manual de problemas Resueltos; Dr. J. M. Fernández Álvarez; Editado por Ldo. Í. Salinas Úriz. Universidad de Navarra
https://dadun.unav.edu/entities/publication/1833c25f-2fe9-4f48-8aa1-fca3b30606e1
Ejercicio página 204 (resuelto) https://dadun.unav.edu/server/api/core/bitstreams/be8b985c-f92a-4165-8c21-abdbeed10040/content#page=204

Planteamos el equilibrio de solubilidad y la cantidad de ion yoduro necesaria para que la concentración de Pb^{2+} sea la indicada tras la precipitación.

PbI_2 (s) ⇄ Pb^{2+} (aq) + $2I^-$ (aq)

$$K_{ps}(PbI_2) = [Pb^{2+}][I^-]^2 \Rightarrow [I^-] = \sqrt{\frac{10^{-7,6}}{1,0 \cdot 10^{-6}}} = 0,1585\, M$$

El KI es una sal muy soluble y aporta iones yoduro I^-.
Asumimos volúmenes aditivos: inicialmente tenemos 0,05 L de $Pb(NO_3)_2$ 0,025 M y añadimos x L de KI 0,50 M, el volumen total es 0,05+x
Cada x L de KI 0,50 M añadidos supone 0,5x mol KI y 0,5x mol I^-

$$n(I^-)_{totales} = n(I^-)_{precipitado} + n(I^-)_{disolución}$$
$$0,5\,x = n(I^-)_{precipitado} + 0,1585 \cdot (0,05 + x)$$
$$n(I^-)_{precipitado} = 0,5\,x - 0,1585\,x - 7,925 \cdot 10^{-3}$$
$$n(I^-)_{precipitado} = 0,3415\,x - 7,925 \cdot 10^{-3}$$

Tenemos inicialmente $0{,}05 \cdot 0{,}025 = 1{,}25 \cdot 10^{-3}$ mol $Pb(NO_3)_2$, que es el mismo número de iones Pb^{2+}

$$n(Pb^{2+})_{totales} = n(Pb^{2+})_{precipitado} + n(Pb^{2+})_{disolución}$$
$$1,25 \cdot 10^{-3} = n(Pb^{2+})_{precipitado} + 10^{-6} \cdot (0,05 + x)$$
$$n(Pb^{2+})_{precipitado} = 1,25 \cdot 10^{-3} - 10^{-6}\,x - 5 \cdot 10^{-8}$$
$$n(Pb^{2+})_{precipitado} = 1,24995 \cdot 10^{-3} - 10^{-6}\,x$$

Por estequiometría de la fórmula del precipitado PbI_2 sabemos que

$$n(I^-)_{precipitado} = 2\,n(Pb^{2+})_{precipitado}$$
$$0,3415\,x - 7,925 \cdot 10^{-3} = 2 \cdot 1,24995 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-6}\,x$$
$$0,3415\,x + 2 \cdot 10^{-6}\,x = 7,925 \cdot 10^{-3} + 2,4999 \cdot 10^{-3}$$
$$0,341502\,x = 1,04249 \cdot 10^{-2}$$
$$x = \frac{1,04249 \cdot 10^{-2}}{0,341502} = 3,05 \cdot 10^{-2}\,L = 30,5\,mL$$

Se deben añadir al menos 30,5 mL de KI 0,50 M

EL OPOSITOR REALIZARÁ UNA DE LAS DOS OPCIONES PROPUESTAS (A ó B)
La duración de este ejercicio será de 3 horas como máximo

B3.- (2,5 puntos) El carbonato de cadmio es un mineral natural que puede utilizarse en fungicidas y reactivos químicos. En la descomposición del carbonato de cadmio, la presión de equilibrio del dióxido de carbono a 340ºC es de 330 mm de Hg.

3.1) Calcule los gramos de carbonato de cadmio que se descomponen al calentar este compuesto a 400 ºC en un recipiente cerrado cuya capacidad es 0,1 L.

3.2) Justifique si será suficiente un 1,00% de dióxido de carbono en el aire para evitar que se descomponga una muestra de carbonato de cadmio calentado a 340ºC en un recipiente abierto.

Datos: Masas atómicas: C = 12,01; O = 16,00; Cd = 112,4

ΔH^o_f(carbonato de cadmio)= -751 kJ mol^{-1};ΔH^o_f(óxido de cadmio)= -258 kJ mol^{-1}

ΔH^o_f(dióxido de carbono)= -393,52 kJ mol^{-1}

3.1) Planteamos la descomposición con moles

	$CdCO_3$ (s)	⇄ CO_2 (g)	+ CdO (s)
Inic	n_0	0	0
Equ	n_0-x	x	0

$$K_p = P_{CO_2} = \frac{330}{760} = 0{,}4342\, atm$$

Se pide a otra temperatura, utilizamos Van't Hoff

$$\ln\left(\frac{K_{p2}}{K_{p1}}\right) = \frac{-\Delta H^o}{R}\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)$$

$$\Delta H^o = \Delta H^o_f(CO_2) + \Delta H^o_f(CdO) - \Delta H^o_f(CdCO_3) = -393{,}52 - 258 - (-751) = 99{,}48\, kJ\, mol^{-1}$$

$$\ln\left(\frac{K_{p2}}{0{,}4342}\right) = \frac{-99{,}48 \cdot 10^3}{8{,}31}\left(\frac{1}{273+400} - \frac{1}{273+340}\right)$$

$$K_{p2} = 0{,}4332 \cdot e^{1{,}741} = 2{,}476$$

n=P·V/RT=2,476·0,1/(0,082·(273+400))=4,487·10^{-3} mol CO_2

Se pregunta el carbonato de cadmio que se ha descompuesto, el número de moles es el mismo.

La masa molar $CdCO_3$ = 112,4+12,01+3·16=172,41 g/mol $CdCO_3$

4,487·10^{-3}·172,41=0,7736 g $CdCO_3$

3.2) Si hay un 1% de CO_2 en el aire:

- Si asumimos que es la fracción molar (igual a % en volumen en gases), la presión parcial es aproximadamente 0,01 atm.
- Si asumimos es % en masa. La masa molar del aire asumiendo 80 % N_2 (28 g/mol) y 20 % O_2 (32 g/mol): 0,8·28+0,2·32=28,8 g/mol. 0,01=m/28,8 → m=0,288 g CO_2. La masa molar de CO_2 es 44 g/mol, y suponen 0,288/44=6,5·10^{-3} mol CO_2, luego la fracción molar y la presión parcial es todavía menor.

Como a 340 ºC la presión parcial de CO_2 en el equilibrio es 0,4342 atm, mayor que esa cantidad, la presión en el aire es insuficiente y el cociente de reacción hará que el equilibrio se desplace hacia la derecha y el $CdCO_3$ se descomponga.

EL OPOSITOR REALIZARÁ UNA DE LAS DOS OPCIONES PROPUESTAS (A ó B)
La duración de este ejercicio será de 3 horas como máximo

B4.- (2,5 puntos) El agua oxigenada para usos farmacéuticos contiene peróxido de hidrógeno, un compuesto utilizado por sus propiedades oxidantes y desinfectantes. Su poder desinfectante proviene de la liberación de oxígeno. Tradicionalmente, la concentración de las disoluciones de agua oxigenada se ha expresado en volúmenes. Una disolución de agua oxigenada es de n volúmenes si, por descomposición, desprende n veces su volumen de oxígeno en condiciones normales. El agua oxigenada para usos farmacéuticos suele ser de 10 volúmenes.

4.1) Escriba la reacción de descomposición del peróxido de hidrógeno y calcule la concentración en mol L^{-1} que tiene el agua oxigenada de 10 volúmenes.

4.2) Se plantea a los alumnos averiguar en el laboratorio la concentración de una disolución de agua oxigenada. Para ello, se acidula con ácido sulfúrico y se valora con una disolución de permanganato de potasio preparada previamente. Escriba y ajuste por el método ión-electrón la reacción que tiene lugar, indicando el agente oxidante y el reductor en esa reacción y calcule la concentración de dicha disolución si para valorar 25 mL de la misma, se consumieron 40 mL de una disolución de permanganato de potasio cuya concentración era de 0,10 mol L^{-1}.

4.3) Se quiere estudiar la cinética de la descomposición del peróxido de hidrógeno acuoso a 20ºC, planteándose si es de orden 0, 1 ó 2. Obtenga las ecuaciones integradas de la velocidad para reacciones de orden 0, 1 y 2.

Para el estudio en el laboratorio se toman 9 muestras de la disolución de agua oxigenada anterior y se mide la concentración de peróxido de hidrógeno acuoso a 20 ºC pero esperando tiempos diferentes en cada muestra para realizar la medida. Se obtienen los siguientes datos experimentales. La incertidumbre en el tiempo no se tiene en cuenta.

Muestra	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Tiempo (min)	0	200	400	600	800	1000	1200	1600	2000
Concentración ±0,01 (mol L^{-1})	0,40	0,32	0,26	0,21	0,17	0,14	0,11	0,07	0,05

Tabla 1. Variación con el tiempo de la concentración de peróxido de hidrógeno acuoso a 20ºC

4.4) A partir de las ecuaciones obtenidas en 4.3, utilice las gráficas que las representan y los datos recogidos en la tabla 1 para obtener el orden de la reacción y determine, a partir de la gráfica apropiada, el valor de la constante de velocidad con su incertidumbre.

4.1) H_2O_2 (l) → H_2O (l) + ½ O_2 (g)

La concentración es una propiedad intensiva y podemos usar cualquier cantidad.

Planteamos que tenemos 1 L disolución de H_2O_2 y se liberan 10 L de O_2 a 0 ºC y 1 atm (el volumen molar es V=nRT/P=1·0,082·273/1=22,4) lo que suponen 10/22,4=0,446 mol O_2

El número de moles de H_2O_2 es el doble, 0,892 mol H_2O_2

La concentración es 0,892/1=0,892 M

La masa molar H_2O_2=34 g/mol H_2O_2 , luego son 0,892·34=39,248 g. Si asumimos que la densidad de la disolución es la del agua, la concentración sería de 39,248/1000=3,9% en masa

4.2) Ajustamos en medio ácido

Semirreacción de reducción: $MnO_4^- + 4H^+ + 3e^- \rightarrow MnO_2 + 2H_2O$. El agente oxidante es MnO_4^-

Semirreacción de oxidación: $H_2O_2 \rightarrow O_2 + 2H^+ + 2e^-$. El agente reductor es H_2O_2

Multiplicamos la de reducción por 2 y la de oxidación por 3
Reacción iónica: $2MnO_4^- + 8H^+ + 3H_2O_2 \rightarrow 2MnO_2 + 4H_2O + 3O_2 + 6H^+$
Reacción iónica: $2MnO_4^- + 2H^+ + 3H_2O_2 \rightarrow 2MnO_2 + 4H_2O + 3O_2$
Reacción global: $2KMnO_4 + H_2SO_4 + 3H_2O_2 \rightarrow 2MnO_2 + 4H_2O + 3O_2 + K_2SO_4$

$$\frac{0{,}040\,\cancel{L}\cdot\frac{0{,}10\,\cancel{mol\,KMnO_4}}{1\,\cancel{L}}\cdot\frac{3\,mol\,H_2O_2}{2\,\cancel{mol\,KMnO_4}}}{0{,}025\,L}=0{,}24\,M$$

4.3) $H_2O_2 \rightarrow H_2O + ½\ O_2$

$$v=\frac{-d[H_2O_2]}{dt}=\frac{1}{2}\frac{d[O_2]}{dt}$$

Orden 0, v=k

$$\frac{-d[A]}{dt}=k\Rightarrow d[A]=-kdt\,;[A]=[A]_0-kt$$

Para orden 0 a veces se plantea respecto al produto

$$\frac{1}{2}\frac{d[O_2]}{dt}=k\Rightarrow d[O_2]=2kdt\,;[O_2]=[O_2]_0+2kt$$

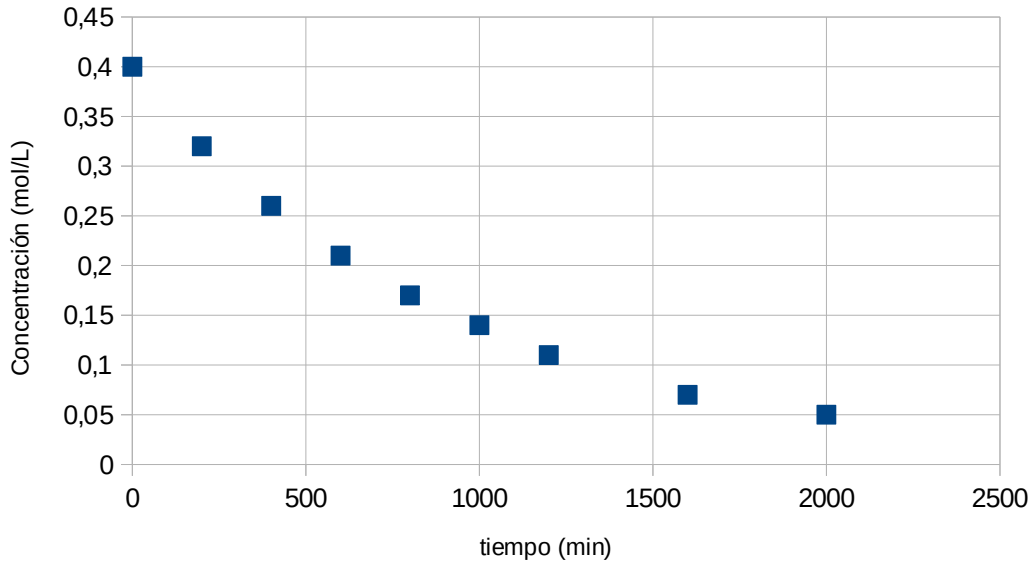
Orden 1, v=k[A]

$$\frac{-d[A]}{dt}=v[A]\Rightarrow\frac{d[A]}{[A]}=-kt\Rightarrow\ln[A]-\ln[A]_0=-kt\Rightarrow[A]=[A]_0e^{-kt}$$

Orden 2, $v=k[A]^2$

$$\frac{-d[A]}{dt}=v[A]^2\Rightarrow\frac{d[A]}{[A]^2}=-kt\Rightarrow-\frac{1}{[A]}+\frac{1}{[A]_0}=-kt\Rightarrow\frac{1}{[A]}=\frac{1}{[A]_0}+kt$$

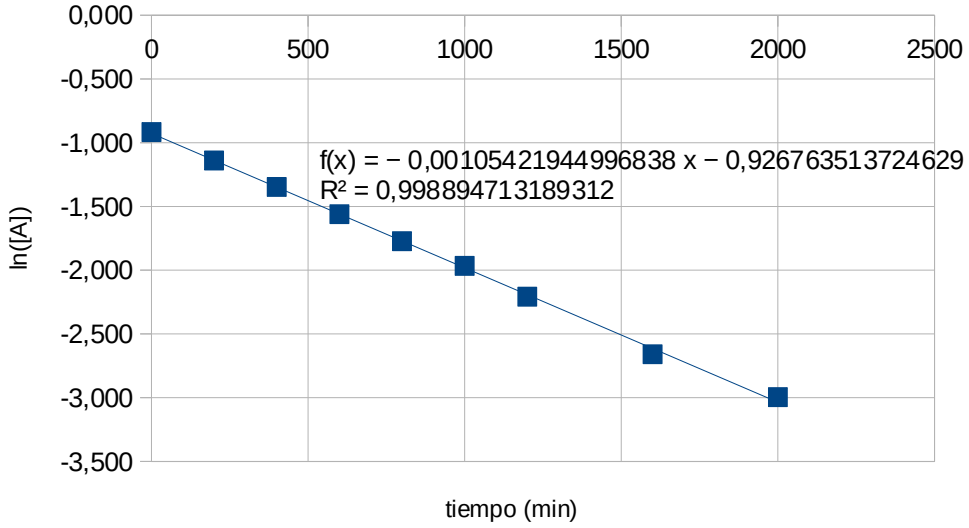
4.4) Si representamos los datos de la gráfica vemos que la variación no es lineal y descarta que sea de orden 0.



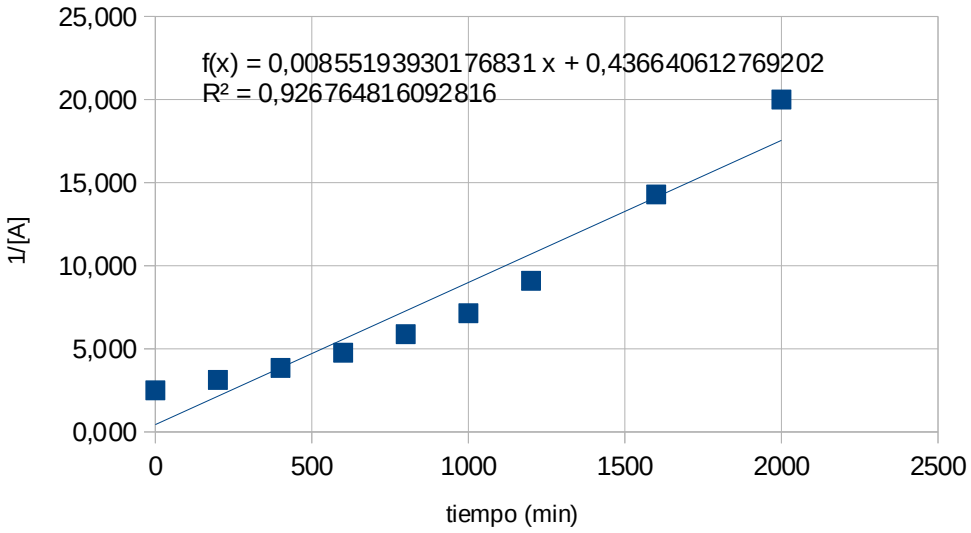
Para validar si es de orden 1 que tiene variación exponencial, linealizamos la expresión y representamos $\ln[A]=-kt+\ln[A]_0$

Para validar si es de ordne 2 que tiene variación con la inversa, linealizamos la expresión y representamos $\frac{1}{[A]}=kt+\frac{1}{[A]_0}$

Tiempo (min)	0	200	400	600	800	1000	1200	1600	2000
Concentración ±0,01 (mol L^{-1})	0,4	0,32	0,26	0,21	0,17	0,14	0,11	0,07	0,05
ln([A])	-0,916	-1,139	-1,347	-1,561	-1,772	-1,966	-2,207	-2,659	-2,996
1/[A]	2,500	3,125	3,846	4,762	5,882	7,143	9,091	14,286	20,000

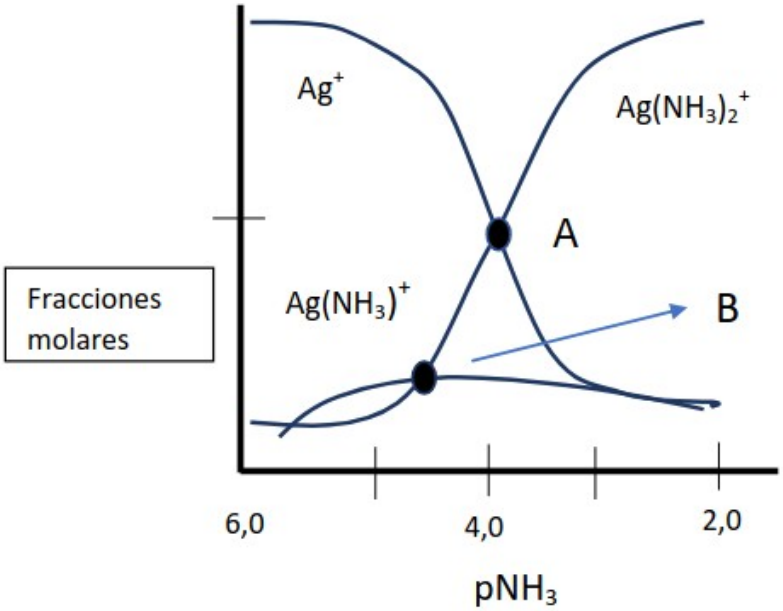


Vemos que se ajusta muy bien a una recta y es de orden 1.
Validamos que no se corresponde a orden 2.



Se pide el valor de la constante de velocidad con su incertidumbre.
De la ecuación de la recta ajustada k=0,001054 s^{-1}
Podríamos usar propagación de errores, pero dado que datos de concentraciones del enunciado tienen 2 cifras significativas, planteamos resultado con 2 cifras significativas.
$k=1,1 \cdot 10^{-3}$ s^{-1}

1. El amoniaco es una base que forma complejos que forma complejos ácido-base con una gran cantidad de iones de metales de transición. En el caso, del ion Ag^+, los equilibrios son:
1) $Ag^+ (ac) + NH_3 (ac) \rightleftarrows AgNH_3^+ (ac)$ $K_1=2{,}0\cdot10^3$
2) $AgNH_3^+ (ac) + NH_3 (ac) \rightleftarrows Ag(NH_3)_2^+ (ac)$ $K_2=8{,}0\cdot10^3$
a) Calcule el valor de las concentraciones de $AgNH_3^+ (ac)$, $Ag^+ (ac)$ y $Ag(NH_3)_2^+ (ac)$ en una disolución acuosa que inicialmente solo contiene $AgNH_3^+ (ac)$ en concentración 0,1 M (0,60 puntos)



b) La figura representa la distribución de fracciones molares en función de la concentración de NH_3, para las especies $Ag^+ (ac)$, $AgNH_3^+ (ac)$ y $Ag(NH_3)_2^+ (ac)$. A partir de la información contenida en la figura, calcule los valores de la $[NH_3]$ en los dos puntos representados.
$pNH_3 = - \log[NH_3]$ (0,65 puntos)

Química, curso universitario; Cuarta edición, Bruce M. MAHAN/Rollie J. MYERS, Editorial ADDISON-WESLEY, ISBN 0-201-64419-3
https://www.scribd.com/document/221684179/Mahan-quimica
Página 245 del pdf (224 libro), capítulo 5 Equilibrio iónico en disoluciones acuosas.
Ejemplo 5.7 ¿Cuáles son los valores de la concentración de NH_3 en los tres puntos de inserción de la figura 5.2?

a) Como inicialmente solo se tiene $AgNH_3^+ (ac)$ el equilibrio 1 se desplazará hacia la izquierda y el equilibrio 2 hacia la derecha.
Planteamos una reacción global sumando el equilibrio 2 y el inverso del 1
-1: $AgNH_3^+ (ac) \rightleftarrows Ag^+ (ac) + NH_3 (ac)$
2: $AgNH_3^+ (ac) + NH_3 (ac) \rightleftarrows Ag(NH_3)_2^+ (ac)$
3=2-1: $2AgNH_3^+ (ac) \rightleftarrows Ag^+ (ac) + Ag(NH_3)_2^+ (ac)$

$$K_3=\frac{K_2}{K_1}=\frac{8\cdot10^3}{2\cdot10^3}=4$$

Planteamos el equilibrio con concentraciones

	$2AgNH_3^+$ (ac) +	⇄ Ag^+ (ac) +	$Ag(NH_3)_2^+$ (ac)
Inic	0,1	0	0
Equ	0,1-2x	x	x

$$K_3=\frac{[Ag^+][Ag(NH_3)_2^+]}{[AgNH_3^+]^2}$$

$$4=\frac{x^2}{(0,1-2x)^2}\Rightarrow 2=\frac{x}{0,1-2x}\Rightarrow 0,2-4x=x\Rightarrow x=\frac{0,2}{5}=0,04\,M$$

$[Ag^+]=[Ag(NH_3)_2^+]=2\cdot 0,04=0,08$ M

$[AgNH_3^+]=0,1-2\cdot 0,04=0,02$ M

b) Para el equilibrio 1

Ag^+ (ac) + NH_3 (ac) ⇄ $AgNH_3^+$ (ac)

$$K_1=\frac{[AgNH_3^+]}{[Ag^+][NH_3]}$$

Punto A es en el que $[Ag^+]=[Ag(NH_3)_2^+]$, por lo que $[NH_3]=\frac{1}{K_1}=\frac{1}{2\cdot 10^3}=5\cdot 10^{-4}\,M$

$$pNH_3=-\log_{10}([NH_3])$$

$$pNH_3=-\log_{10}(5\cdot 10^{-4})=3,3$$

Coincide aproximadamente con la gráfica (algo menor que 4)

Para el equilibrio 2

$AgNH_3^+$ (ac) + NH_3 (ac) ⇄ $Ag(NH_3)_2^+$ (ac)

$$K_2=\frac{[Ag(NH_3)_2^+]}{[Ag(NH_3)^+][NH_3]}$$

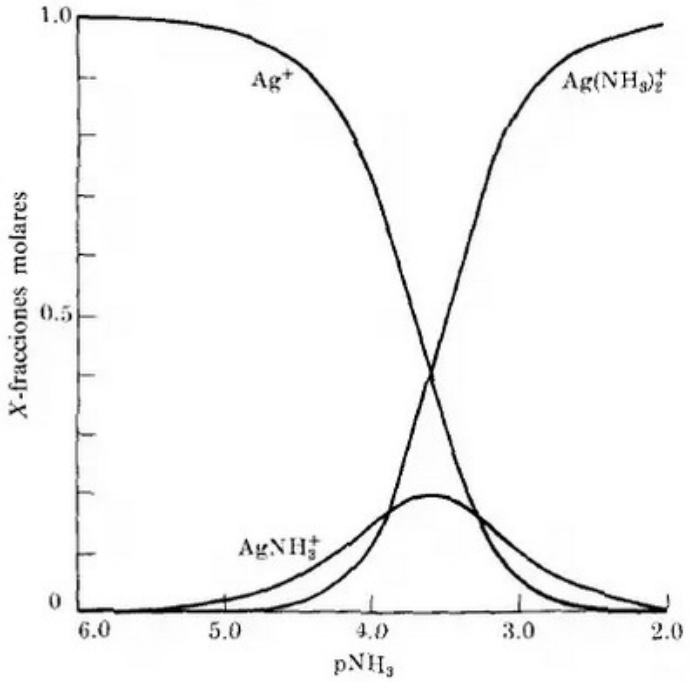
Punto B es en el que $[Ag(NH_3)^+]=[Ag(NH_3)_2^+]$, por lo que

$$[NH_3]=\frac{1}{K_2}=\frac{1}{8\cdot 10^3}=1,25\cdot 10^{-4}\,M$$

$$pNH_3=-\log_{10}([NH_3])$$

$$pNH_3=-\log_{10}(1,25\cdot 10^{-4})=3,9$$

No coincide aproximadamente con la gráfica (que sería algo mayor que 4, cercano a 4,5). Lo que ocurre es que la gráfica del enunciado no es fiel a la original



Mallorca A1. (1,25 punts) Els oxids de nitrogen formen part de la pol·lució de les grans ciutats a causa de la combustió des motors. El N_2O_4 (g) és incolor i l'NO_2 (g) és marró i més tóxic. Si l'aire de les grans ciutats a l'estiu és més marró que a l'hivern, es demana, fent referència al següent equilibri:

$$N_2O_4\ (g) \rightleftarrows 2NO_2\ (g)$$

a) Justificar si la reacció de dissociació del tetraòxid de dinitrogen és exotérmica o endotèrmica.
b) Determinar les concentracions d'ambdós gasos a l'equilibri, a 25 ºC, si dins un recipient de 2 L s'introduixen 0,2 mol de tetraòxid de dinitrogen i 0,22 mol de diòxid de nitrogen. Dada: $K_c = 0,212$
c) Justificar l'efecte d'una disminució del volum del recipient.

Los óxidos de nitrógeno forman parte de la polución de las grandes ciudades debido a la combustión de los motores. El N_2O_4 (g) es incoloro y el NO_2 (g) es marrón y más tóxico. Si el aire de las grandes ciudades en verano es más marrón que en invierno, se pide, haciendo referencia al siguiente equilibrio:

$$N_2O_4\ (g) \rightleftarrows 2NO_2\ (g)$$

a) Justificar si la reacción de disociación del tetraóxido de dinitrógeno es exotérmica o endotérmica.
b) Determinar las concentraciones de ambos gases en el equilibrio, a 25 ºC, si dentro de un recipiente de 2 L se introducen 0,2 mol de tetraóxido de dinitrógeno y 0,22 mol de dióxido de nitrógeno. Dato: Kc = 0,212
c) Justificar el efecto de una disminución del volumen del recipiente.

a) Según Le Châtelier si se aumenta la temperatura el equilibrio se desplaza en sentido endotérmico, y se indica que en verano (con más temperatura) es más marrón, luego es endotérmica en sentido directo
b)Planteamos equilibrio con moles.
Calculamos el cociente de reacción inicial $Q=(0,22/2)^2/(0,2/2)=0,11^2/0,1=0,121$
Es menor que la constante de equilibrio: se desplaza hacia la derecha.

	$N_2O_4\ (g)$	$\rightleftarrows$	$2NO_2\ (g)$
Inic	0,2		0,22
Equ	0,2-x		0,22+2x

$$K_c=\frac{[NO_2]^2}{[N_2O_4]}\Rightarrow 0,212=\frac{((0,22+2x)/2)^2}{(0,2-x)/2}\Rightarrow 0,424=\frac{(0,22+2x)^2}{0,2-x}$$

$$0,0848-0,424x=0,0484+0,88x+4x^2$$

$$4x^2+1,304x-0,0364=0$$

$$x=\frac{-1,304\pm\sqrt{1,304^2-4\cdot 4\cdot(-0,0364)}}{2\cdot 4}=\frac{-1,304\pm 1,511}{8}=\begin{matrix}\sout{negativo}\\ 0,026\,mol\end{matrix}$$

$[N_2O_4]=(0,2-0,026)/2=0,087$ M
$[NO_2]=(0,22+2\cdot 0,026)/2=0,136$ M
c) Si se disminuye el volumen del recipite a temperatura constante, la presión aumenta, por lo que según Le Châtelier el equilibrio se desplaza hacia donde hay menor número de moles gaseosos, en este caso hacia reactivos.

2.5. La descomposición del éster diazoacético en presencia de iones hidrógeno está dada por la ecuación:
$N_2CHCOOC_2H_5$ (ac) + H_2O (l) → $HOCH_2COOC_2H_5$ (ac) + N_2 (g)
En presencia de un exceso de agua la reacción es de primer orden. La concentración de una disolución acuosa del éster es tal que 50 cm^3 originaron 55,1 cm^3 de nitrógeno en c.n. por descomposición completa del éster. En las mismas condiciones, 50 cm^3 de la disolución dieron 15,6 cm^3 de nitrógeno en 25 minutos. ¿Cuánto tiempo tardaría dicha disolución para dar 31 cm^3 de nitrógeno en c.n.?

Se indica que es de primer orden, luego v=k[$N_2CHCOOC_2H_5$], que por sencillez escribimos v=k[A], y lleva a $n(A)=n(A)_0 e^{-kt}$ y como la estequiometría es 1:1 con nitrógeno
$n(N_2)=n(A)_0(1-e^{-kt})$
Se indica que para reacción completa de 50 cm^3 se originaron 55,1 cm^3 de N_2 en c.n.
Sin entrar en interpretar si c.n. quieren decir 1 atm y 0 ºC y calcular moles, podemos ver que el número de moles de A y N_2 son proporcionales, y a su vez el volumen de N_2 es proporcional al número de moles de N_2 y podemos plantear
$V(N_2)=55,1(1-e^{-kt})$
Se indica que en 25 min se originaron 15,6 cm^3 de N_2 en c.n.

$$15,6=55,1(1-e^{-k\cdot 25})$$

$$\ln(1-\frac{15,6}{55,1})=-k\cdot 25 \Rightarrow k=1,33\cdot 10^{-2} min^{-1}$$

Para 31 cm^3 de N_2

$$31=55,1(1-e^{-1,33\cdot 10^{-2}\cdot t})$$

$$\ln(1-\frac{31}{55,1})=-1,33\cdot 10^{-2}\cdot t \Rightarrow t=62,2 min$$

4.- (1 punto) En un recipiete se introduce cierta cantidad de tetróxido de dinitrógeno. A 127 ºC y 1,50 atm de presión se establece el siguiente equilibrio:

$$N_2O_4 \rightleftarrows 2NO_2$$

En estas condiciones la densidad de la mezcla gaseosa en equilibrio es 3,65 g/L.
Calcula Kp y Kc del equilibrio.
(Considerar que en estas condiciones los gases formados se comportan como gases ideales. R = 0,08206 atm·L·K^{-1}·mol^{-1}; M(N): 14,0 uma; M(O): 16,0 uma)

Ver Murcia 2006-2

a) Planteamos el equilibrio con moles

	$N_2O_4 \rightleftarrows$	$2NO_2$
Inicial	n_0	0
Equil	$n_0(1-\alpha)$	$2n_0\alpha$

El número de moles totales gaseoos en equilibrio es $n_T=n_0(1-\alpha)+2n_0\alpha=n_0(1+\alpha)$
Masa molar N_2O_4 =14·2+16·4=92 g/mol N_2O_4
Masa molar NO_2 =14+16·2=46 g/mol NO_2
La masa molecular media del gas en equilibrio

$$PV=nRT \Rightarrow \frac{n}{V}=\frac{P}{RT}=\frac{1,5}{0,08206\cdot(273+127)}=4,57\cdot10^{-2}\,mol\,gas/L$$

$$4,57\cdot10^{-2}=\frac{n_0(1+\alpha)}{V} \Rightarrow \frac{n_0}{V}=\frac{4,57\cdot10^{-2}}{1+\alpha}$$

$$3,65=\frac{n_0(1-\alpha)92+2n_0\alpha\,46}{V}$$

$$3,65=\frac{n_0}{V}(92-92\alpha+92\alpha)$$

$$3,65=\frac{4,57\cdot10^{-2}}{1+\alpha}92$$

$$1+\alpha=1,152 \Rightarrow \alpha=0,152=15,2\%$$

$$K_p=\frac{P_{NO_2}^2}{P_{N_2O_4}}=\frac{P_T^2\chi_{NO_2}^2}{P_T\chi_{N_2O_4}}=P_T\frac{\frac{2^2\alpha^2}{(1+\alpha)^2}}{\frac{(1-\alpha)}{(1+\alpha)}}=P_T\frac{4\alpha^2}{1-\alpha^2}=1,5\cdot\frac{4\cdot0,15,2^2}{1-0,15,2^2}=0,142\,atm$$

$$K_p=K_c(RT)^{\Delta n} \Rightarrow K_c=K_p(RT)^{-\Delta n}=0,142\cdot(0,08206\cdot(273+127))^{-(2-1)}=4,33\cdot10^{-3}\,M$$

Validamos valor:
Roscoe, H.K., Hind, A.K. The equilibrium constant of NO_2 with N_2O_4 and the temperature dependence of the visible spectrum of NO_2: A critical review and the implications for measurements of NO_2 in the polar stratosphere. J Atmos Chem 16, 257–276 (1993).
https://doi.org/10.1007/BF00696899
Indica Kp en torno a 0,14 para 300 K y en torno a 60 para temperatura de 400 K

enrique@fiquipedia.es Revisado 28 julio 2025
CC BY SA

6. (Acceso 5) El amoniaco es uno de los compuestos más importantes en la industria química. Se obtiene industrialmente mediante el proceso ideado en 1914 por Fritz Haber y Carl Bosch. La preparación de hidróxido de amonio y la obtención de urea son dos de sus muchas aplicaciones.
a. ¿Qué volumen de amoniaco, medido en las condiciones del proceso (400 °C y 900 atm), se obtendría a partir de 270 l de hidrógeno y 100 l de nitrógeno, medidos en las mismas condiciones, si se sabe que el rendimiento de la reacción es del 70,0 %? (0,5 puntos)
b. ¿Cuántos litros de hidróxido de amonio, del 28,0 % y densidad 0,900 g cm^{-3}, se podrán preparar con el amoniaco obtenido en el apartado anterior? (0,5 puntos)

No es dato y usamos O=16; N=14; H=1; R=0,082 $atm \cdot L \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$

a) Planteamos la reacción ajustada y el equilibrio con volúmenes

	N_2 (g) +	$3H_2$ (g) ⇄	$2NH_3$ (g)
Inic	100	270	0

La proporción estequiométrica $H_2/N_2=3$ y la proporción real $H_2/N_2=270/100=2,7$, luego hay exceso de nitrógeno y el limitante es el hidrógeno.
El rendimiento en este caso es el % de amoniaco obtenido frente al total posible.
Lo máximo que se puede obtener si reacciona todo el hidrógeno $270 \cdot 2/3=180$ L de NH_3.
Como hay un rendimiento del 70%, se obtiene $180 \cdot 0,7=126$ L de NH_3.
No se pide, pero en equilibrio tendríamos

Equ	*100-x*	*270-3x*	*2x*

Como 2x=126, x=63

Equ	*37*	*81*	*126*

b) Planteamos la reacción ajustada $NH_3 + H_2O \rightarrow NH_4OH$
$n=PV/RT=900 \cdot 126/(0,082 \cdot (273+400))=2055$ mol NH_3
Masa molar NH_4OH = 14+16+5=35 g/mol NH_4OH

$$2055\,\cancel{mol\,NH_3} \cdot \frac{1\,\cancel{mol\,NH_4OH}}{1\,\cancel{mol\,NH_3}} \cdot \frac{35\,\cancel{g\,mol\,NH_4OH}}{1\,\cancel{mol\,NH_4OH}} \cdot \frac{100\,\cancel{g\,NH_4OH\,impuro}}{28\,\cancel{g\,mol\,NH_4OH}} \cdot \frac{1\,cm^3}{0,9\,\cancel{g\,mol\,NH_4OH\,imp}}$$

Se puede preparar $2,85 \cdot 10^5$ cm^3= 285 L

B8. En una vasija que puede cerrarse herméticamente, se introduce PCl_5 y se calienta hasta una temperatura de 250 °C. En estas condiciones el PCl_5 está parcialmente disociado en PCl_3 y Cl_2, y todas las sustancias se encuentran en estado gaseoso. Si la presión de la mezcla es de 1 atm, calcular: (1,25 ptos)
a) La constante K_p del equilibrio que se establece en la vasija. (0,45 ptos)
b) El grado de disociación en estas condiciones. (0,4 ptos)
c) ¿A qué temperatura el grado de disociación sería del 50%, si se mantiene constante la presión? (0,4 ptos)
Datos: (se suponen independientes de la temperatura): ΔH° PCl_5= -95,35 (kcal/mol); ΔH° PCl_3= -73,22 (kcal/mol); S° PCl_5= 352,7 (J/K·mol); S° PCl_3= 311,7 (J/K·mol); S° Cl_2= 222,9 (J/K·mol)

a) El equlibrio es $PCl_5\ (g) \rightleftarrows PCl_3\ (g) + Cl_2\ (g)$
Según los datos, podemos calcular la variación de energía de Gibbs
$\Delta H° = \Delta H°(PCl_3) + \Delta H°(Cl_2) - \Delta H°(PCl_5) = -73,22+0-(-95,35) = 22,13$ kcal/mol $= 92,50$ kJ/mol
$\Delta S° = S°(PCl_3) + S°(Cl_2) - S°(PCl_5) = 311,7+222,9-352,7 = 181,9$ J/K·mol
$\Delta G° = \Delta H° - T\Delta S° = 92,50-(273+250)\cdot 181,9\cdot 10^{-3} = -2,634$ kJ/mol

$$\Delta G° = -RTln(K_p) \Rightarrow K_p = e^{\frac{-\Delta G^o}{RT}} = e^{\frac{2,634\cdot 10^3}{8,31\cdot(273+250)}} = 1,83$$

b) Planteamos el equilibrio con presiones

	$PCl_5\ (g) \rightleftarrows$	$PCl_3\ (g) +$	$Cl_2\ (g)$
Inic	P0	0	0
Equ	$P_0(1-\alpha)$	$P_0\alpha$	$P_0\alpha$

La presión total en el equilibrio es $P_T = P_0(1-\alpha)+P_0\alpha+P_0\alpha = P_0(1+\alpha)$
Podemos plantear $1 = P_0(1+\alpha) \rightarrow P_0 = 1/(1+\alpha)$

$$K_p = \frac{(P_0\alpha)^2}{P_0(1-\alpha)} \Rightarrow 1,83 = P_0\frac{\alpha^2}{1-\alpha} = \frac{\alpha^2}{1-\alpha^2}$$

$$1,83-1,83\alpha^2 = \alpha^2 \Rightarrow \alpha^2 = \frac{1,83}{2,83} \Rightarrow \alpha = \sqrt{\frac{1,83}{2,83}} = 0,804 = 80,4\,\%$$

c) Si α=50%, calculamos la nueva K_p a la nueva temperatura

$$K_p = \frac{\alpha^2}{1-\alpha^2} = \frac{0,5^2}{1-0,5^2} = 0,333$$

Utilizamos la ecuación de Van't Hoff

$$\ln\left(\frac{K_{p2}}{K_{p1}}\right) = \frac{-\Delta H^o}{R}\left(\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1}\right)$$

$$\ln\left(\frac{0,333}{1,83}\right) = \frac{-92,50\cdot 10^3}{8,31}\left(\frac{1}{T_2}-\frac{1}{273+250}\right)$$

$$-1,70 = -1,113\cdot 10^4\left(\frac{1}{T_2}-\frac{1}{523}\right)$$

$$T_2 = \frac{1}{\frac{1,70}{1,113\cdot 10^4}+\frac{1}{523}} = 484\,K$$

Madrid 2018

3. a) Calcular los moles de NH_4Cl que hay añadir a un litro de una disolución de Co^{2+} 0.20 M para que éste no precipite al saturarla con H_2S (la concentración de H_2S permanece constante e igual a 0.1 M) a pH 6.5.
(puntuación máxima 6,0 puntos)
b) Repetir el problema a pH 7.5.
(puntuación máxima 4,0 puntos)
Datos: $pKbNH_3 = 4.75$; $Kps(CoS)= 2.0x10^{-25}$
$Ka_1(H_2S) = 1.1x10^{-7}$; $Ka_2(H_2S)=10^{-14}$. $Kf(Co(NH_3)_6^{2+})=10^{35,1}$

Castilla y León 2018 (accesos 1, 2 y 3)

6. Calcular los moles de cloruro de amonio que hay añadir a un litro de una disolución de Co^{2+} de concentración 0,20 M para que éste no precipite al saturarla con ácido sulfhídrico (su concentración permanece constante e igual a 0,1 M) a pH 6,50. Si el pH se incrementa, razonar si hay que añadir más o menos cantidad de cloruro de amonio para evitar la precipitación del sulfuro de cobalto (II). (2 puntos)
Datos:
$pKb_{\text{amoniaco}} = 4,75$;
$Kps_{\text{sulfuro de cobalto}} = 2, 0\ 10^{-25}$;
$Ka_{1\ \text{ácido sulfhídrico}} = 1,1\ 10^{-7}$; $Ka_{2\ \text{ácido sulfhídrico}} = 10^{-14}$;
$K_f(Co(NH_3)_6^{2+})=10^{35,1}$

Comparto aquí una descripción alternativa y genial del problema 3 compartida por Pepito Grillo http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=6506&p=29345#p29334

He de felicitar de corazón al profesor/a que decidió incluir ese problema en la oposición. La belleza que se puede plasmar en la exposición y desarrollo de los sucesos que ocurren en disolución, son tan fantásticos como una película de ciencia ficción. Y reconozco que estoy perdidamente enamorado de la química (no así de la física) y de su enseñanza.

Problema: Don cobalto es un hombre amenazado por Doña Sulfura. Ella, rica exige casarse a pesar de que su peso descomunal puede matar a Don Cobalto en una noche de loca pasión haciéndolos "precipitar" al fondo de su existencia. Además Don Cobalto, ama a Amoniaca, que no es demoniaca sino un ángel que le eleva y mantiene en disolución pero unidos en un amor casi imposible de morir. Su constante de formación de complejo, que indica la fuerza de su amor es infinita 10^{35}

He aquí como en una ambiente cambiante, donde el pH es 6,5 y luego 7,5, se nos pide ayudar para Don Cobalto. ¿Cuanto amor necesita de Doña Amoniaca (NH_3) disfrazada de NH_4Cl, para no ser descubierta por la malvada Sulfura, y puedan navegar seguros en su disolución?

Un problema digno para ser resuelto por una dama o un caballero.

Referencias: problema 14 en Quimica Analitica, Apuntes de Química, Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas (UPC), https://www.docsity.com/es/docs/quimica-analitica-160/5102789/

a)Primero calculamos la concentración de sulfuro libre que existe un una disolución saturada de H_2S a pH = 6,5. (en una disolución saturada de H_2S, su concentración es igual a 0,1 M)

Ka_1 Ka_2

$H_2S \rightleftarrows HS^- + H^+ \rightleftarrows S^{2-} + 2H^+$

$$Ka_1 \cdot Ka_2 = \frac{[S^{2-}]\cdot[H^+]^2}{[H_2S]} \Rightarrow [S^{2-}] = \frac{Ka_1 \cdot Ka_2 \cdot [H_2S]}{[H^+]^2} = \frac{1,1\cdot 10^{-7}\cdot 10^{-14}\cdot 0,1}{(10^{-6,5})^2} = 1,1\cdot 10^{-9}\, M$$

Para esa concentración de sulfuro, como tenemos iones Co^{2+} y el dato de Kps(CoS), planteamos la máxima cantidad de Co que puede haber en disolución.

$CoS\ (s) \rightleftarrows Co^{2+}\ (aq) + S^{2-}\ (aq)$

$$Kps(CoS) = [Co^{2+}][S^{2-}] \Rightarrow [Co^{2+}] = \frac{Kps(CoS)}{[S^{2-}]} = \frac{2\cdot 10^{-25}}{1,1\cdot 10^{-9}} = 1,82\cdot 10^{-16}\, M$$

Como la concentración es 0,2 M, eso implica que el resto debe estar en forma de complejo, ya que se da el dato de $Kf(Co(NH_3)_6^{2+})$. Como la constante de formación del complejo es tal alta, asumimos que es válido aproximar que todo el cobalto está en el complejo y $[Co(NH_3)_6^{2+}]=[Co^{2+}]_0=0,2$ M

A partir de Kf obtenemos la concentración de NH_3

$Co^{2+}\ (aq) + 6NH_3\ (aq) \rightleftarrows Co(NH_3)_6^{2+}\ (aq)$

$$Kf\left(Co(NH_3)_6^{2+}\right) = \frac{[Co(NH_3)_6^{2+}]}{[Co^{2+}][NH_3]^6}$$

$$[NH_3] = \sqrt[6]{\frac{[Co(NH_3)_6^{2+}]}{[Co^{2+}]Kf(Co(NH_3)_6^{2+})}} = \sqrt[6]{\frac{0,2}{10^{35,1}\cdot 1,82\cdot 10^{-16}}} = 4,538\cdot 10^{-4}\, M$$

Relacionamos la concentración de NH^3 y de NH^{4+} con el pH y Kb

$NH_3\ (aq) + H_2O \rightleftarrows NH_4^+\ (aq) + OH^-\ (aq)$

$$Kb(NH_3) = \frac{[NH_4^+]\cdot[OH^-]}{[NH_3]}$$

$$[NH_4^+] = \frac{Kb(NH_3)[NH_3]}{[OH^-]} = \frac{10^{-4,75}\cdot 4,538\cdot 10^{-4}}{10^{14-6,5}} = 0,2552\, M$$

Haciendo un balance de materia total teniendo en cuenta que lo que se añade es NH_4Cl

$[NH_4Cl]_{total} = 6[Co(NH_3)_6^{2+}]+[NH_4^+]+[NH_3] = 6\cdot 0,2+0,2552+4,538\cdot 10^{-4} = 1,456$ M

b) Si repetimos a pH=7,5, $[H^+]$ es menor y la concentración de $[S^{2-}]$ es mayor

$$[S^{2-}] = \frac{Ka_1 \cdot Ka_2 \cdot [H_2S]}{[H^+]^2} = \frac{1,1\cdot 10^{-7}\cdot 10^{-14}\cdot 0,1}{(10^{-7,5})^2} = 1,1\cdot 10^{-7}\, M$$

Al ser $[S^{2-}]$ mayor la concentración de $[Co^{2+}]$ libre que permite el producto de solubilidad es menor.

$$[Co^{2+}] = \frac{Kps(CoS)}{[S^{2-}]} = \frac{2\cdot 10^{-25}}{1,1\cdot 10^{-7}} = 1,82\cdot 10^{-18}\, M$$

Al ser menor $[Co^{2+}]$ libre, tiene que haber mayor $[NH_3]$ para que se forme más complejo

$$[NH_3] = \sqrt[6]{\frac{[Co(NH_3)_6^{2+}]}{[Co^{2+}]Kf(Co(NH_3)_6^{2+})}} = \sqrt[6]{\frac{0,2}{10^{35,1}\cdot 1,82\cdot 10^{-18}}} = 9,78\cdot 10^{-4}\, M$$

La concentración de $[NH_4^+]$ será menor

$$[NH_4^+] = \frac{Kb(NH_3)[NH_3]}{[OH^-]} = \frac{10^{-4,75}\cdot 9,78\cdot 10^{-4}}{10^{14-7,5}} = 5,50\cdot 10^{-2}\, M$$

Haciendo un balance de materia total

$[NH_4Cl]_{total} = 6[Co(NH_3)_6^{2+}]+[NH_4^+]+[NH_3] = 6\cdot 0,2+5,50\cdot 10^{-2}+9,78\cdot 10^{-4} = 1,256$ M

Escoja únicamente 3 problemas de los 6 propuestos.

1.b) Los periodos de semirreacción para la reacción química A → B, a una temperatura dada, para diferentes concentraciones iniciales de A se presentan en la siguiente tabla:

$[A]_0$ (mol·L^{-1})	0,01	0,03	0,05
$t_{½}$ (s)	200	67	40

Halle el orden de reacción y calcule la constante de velocidad de reacción.

La ecuación de velocidad es $v=k[A]^{\alpha}$
Si el orden de velocidad de reacción es 0, la velocidad no dependería de la concentración de A pero sí dependería $t_{½}$
$-d[A]/dt=k$
$[A]-[A]_0=-kt$
$[A]=[A]_0-kt$
Si $[A]=[A]_0/2 \rightarrow t_{½}=[A]_0/2k$
Vemos que no puede ser de orden 0, porque mayor $[A]_0$ implicaría mayor $t_{½}$

Si el orden de velocidad de reacción es 1, el tiempo de vida media (periodo de semidesintegración) no dependería de la concentración de A y sería $t_{½}=\ln(2)/k$

Si el orden de velocidad de reacción es n>1

$$\frac{-d[A]}{dt}=k[A]^n$$

$$\int \frac{d[A]}{[A]^n}=-k\int dt$$

$$\left[\frac{1}{1-n}1[A]^{1-n}\right]_{[A]_0}^{[A]}=-kt$$

$$\frac{1}{1-n}\left([A]^{1-n}-[A]_0^{1-n}\right)=-kt$$

$$[A]^{1-n}=[A]_0^{1-n}+(n-1)kt$$

Si $[A]=[A]_0/2$

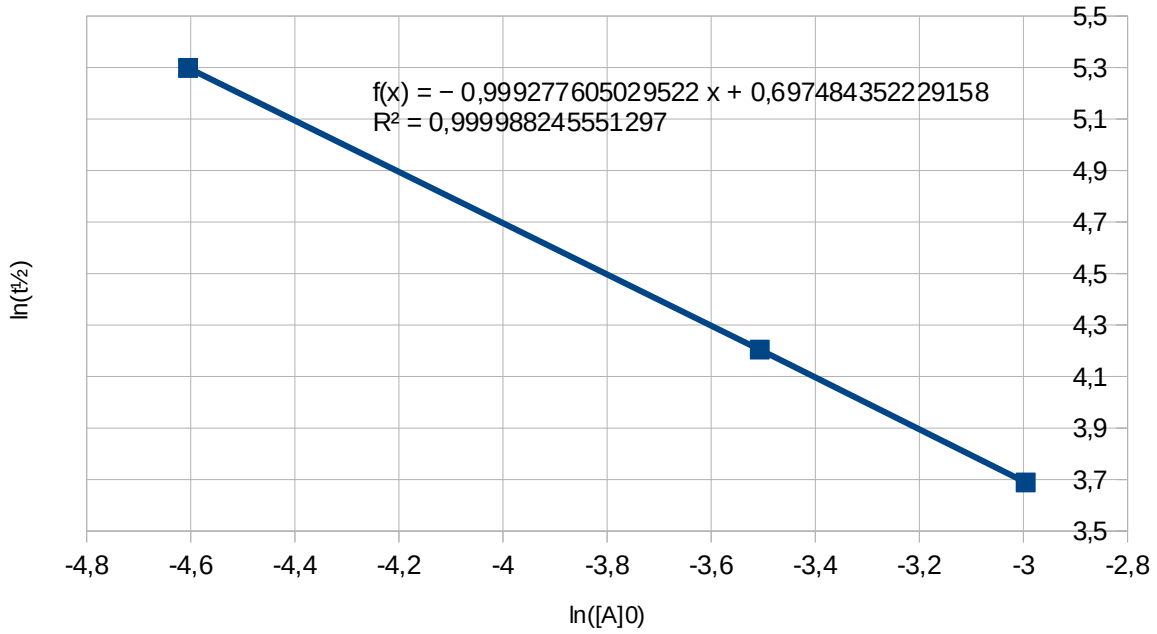
$$[A]_0^{1-n}\cdot 2^{n-1}=[A]_0^{1-n}+(n-1)kt_{1/2}$$

$$[A]_0^{1-n}(2^{n-1}-1)=(n-1)kt_{1/2}$$

$$t_{1/2}=\frac{[A]_0^{1-n}(2^{n-1}-1)}{(n-1)k}$$

$$\ln(t_{1/2})=\ln\frac{(2^{n-1}-1)}{(n-1)k}+(1-n)\ln[A]_0$$

Si representamos los datos para ver la dependencia



Vemos que se ajusta muy bien a una recta y=mx+n
Donde la pendiente es m=-1 y n=0,697484.
Como la pendiente es (1-n)=-1, n=2 y es de orden 2.

$$0{,}697484 = \ln \frac{\left(2^{2-1}-1\right)}{(2-1)k}$$

$$2{,}008692 = \frac{1}{k}$$

$$k = \frac{1}{2{,}008692} = 0{,}4978\, L \cdot mol^{-1} \cdot s^{-1}$$

Escoja únicamente 3 problemas de los 6 propuestos.

3.b) Para la descomposición del N_2O_5 según la ecuación: $2\ N_2O_5 \rightarrow 4NO_2 + O_2$, la constante de velocidad específica a 25 ºC es $K_1 = 1{,}71 \cdot 10^{-5}\ s^{-1}$ y a 50 ºC, es $K_2 = 4{,}29 \cdot 10^{-4}\ s^{-1}$. Calcule:
i) La energía de activación.
ii) La constante o factor de frecuencia A.
iii) La constante de velocidad a 70 ºC.

No es dato pero usamos $R=8{,}31\ J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$

i) Usando la ley de Arrhenius $k = A\, e^{\frac{-E_a}{RT}}$

Para 25 ºC $1{,}75 \cdot 10^{-5} = A\, e^{\frac{-E_a}{8{,}31 \cdot (273+25)}}$

Para 50 ºC $4{,}29 \cdot 10^{-4} = A\, e^{\frac{-E_a}{8{,}31 \cdot (273+50)}}$

Dividimos la segunda entre la primera

$$\frac{4{,}29 \cdot 10^{-4}}{1{,}75 \cdot 10^{-5}} = e^{E_a\left(\frac{-1}{8{,}31 \cdot (273+50)} + \frac{1}{8{,}31 \cdot (273+25)}\right)}$$

$$3{,}199 = E_a \cdot 3{,}1255 \cdot 10^{-5}$$

$$E_a = 1{,}0235 \cdot 10^{5}\ J/mol$$

ii) Para 25 ºC $1{,}75 \cdot 10^{-5} = A\, e^{\frac{-1{,}0235 \cdot 10^{5}}{8{,}31 \cdot (273+25)}}$

$$A = \frac{1{,}75 \cdot 10^{-5}}{1{,}123 \cdot 10^{-18}} = 1{,}558 \cdot 10^{13}\ s^{-1}$$

iii) Para 70 ºC $k = 1{,}558 \cdot 10^{13}\, e^{\frac{-1{,}0235 \cdot 10^{5}}{8{,}31 \cdot (273+70)}} = 3{,}96 \cdot 10^{-3}\ s^{-1}$

Castellano

1. Calcule los moles de cianuro de potasio que deben añadirse a 100 mL de una disolución que contiene 10^{-4} moles de nitrato de plata y 10^{-3} moles de yoduro de potasio para evitar que precipite el yoduro de plata.
DATOS: Kest $[Ag(CN)_2^{1-}]=10^{21}$; Kps (AgI) = $8{,}31\cdot10^{-17}$

La notación debería ser $[Ag(CN)_2]^{1-}$

El nitrato de plata $AgNO_3$ es una sal soluble y aporta 10^{-4} mol Ag^+
El yoduro de potasio KI es una sal soluble y aporta 10^{-3} mol I^-
El cianuro de potasio es una sal soluble y se disocia en K^+ y CN^-
Las reacciones son
Ag^+ (aq) + $2CN^-$ (aq) → $[Ag(CN_2)]^{1-}$ (aq) con Kest=10^{21}
Ag^+ (aq) + I^- (aq) → AgI (s) con 1/Kps=$1/8{,}31\cdot10^{-17}=1{,}2\cdot10^{16}$
Queremos que no precipite yoduro de plata, por lo que la concentración de Ag^+ debe ser suficientemente baja
Asumimos que el volumen no varía (KCN es un sólido)

$$[Ag^+]=\frac{K_{ps}}{[I^-]}=\frac{8{,}31\cdot10^{-17}}{\frac{10^{-3}}{0{,}1}}=8{,}31\cdot10^{-15}\,M$$

Para que la concentración de Ag+ tenga ese valor asociada a la formación de complejo

$$K_{est}=\frac{1}{[Ag^+][CN^-]^2}$$

$$[CN^-]=\sqrt{\frac{1}{K_{est}[Ag^+]}}=\sqrt{\frac{1}{10^{21}\cdot8{,}31\cdot10^{-15}}}=3{,}47\cdot10^{-4}\,M$$

Como el volumen son 100 mL, $n(CN^-)=0{,}1\cdot3{,}47\cdot10^{-4}=3{,}47\cdot10^{-5}$ mol CN^- $=3{,}47\cdot10^{-5}$ mol KCN
No son dato pero masa molar KCN=39+12+14=65 g/mol KCN
Eso suponen $3{,}47\cdot10^{-5}\cdot65=2{,}26\cdot10^{-3}$ g KCN = 2,26 mg KCN

Murcia 2023
Problema 4. Enunciado idéntico a Castilla-La Mancha 1996-2, salvo que son apartados a, b, c y d.

Castilla-La Mancha 1996
Ejercicio Nº2
a) A 70,2 ºC y presión de 1 atmósfera, 1 mol de N_2O_4 ocupa, al disociarse parcialmente, un volumen de 46,60 litros. Calcular:
a.1.- El grado de disociación y las constantes K_c y K_p para la disociación del tetraóxido de dinitrógeno en dióxido de nitrógeno a 70,2 ºC.
a.2.- La variación de esta disociación si a la mezcla en equilibrio se agrega nitrógeno, sin modificar el volumen, o sea, aumentando proporcionalmente la presión.
a.3.- La disociación, en %, a 49,8 ºC y 10 atmósferas, teniendo en cuenta que el calor medio de reacción de disociación, a presión constante, es 14,94 kcal.
a.4.- Explica cómo los resultados obtenidos en los apartados a.1 y a.3 están de acuerdo con lo previsto por Le Châtelier.

DATOS: R = 1,98 $cal \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$
Criterios de evaluación y calificación de este ejercicio:
Se valorarán las explicaciones detalladas de cada uno de los apartados
Calificación:
Apartado a): Máximo 3 puntos, valorándose con 0,75 puntos cada subapartado. Apartado b): Máximo 1 punto. Apartado c): Máximo 1 punto.
Los apartados b) y c) se puntuarán siempre que se haya dado respuesta al apartado a).

Comentario: enunciado original indica Kcal que es incorrecto, es kcal

Problema sencillo de nivel Bachillerato, por ejemplo similar a PAU Madrid 2015 Junio Coincidentes A5
Resuelto por Basileia en http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=3533&p=18439#p18391

En general tomamos 3 cifras significativas en resultados, como dato del enunciado
a.1) Planteamos el equilibrio de disociación utilizando moles

	$N_2O_4(g) \leftrightarrows$	$2\ NO_2(g)$
Inicial	1	0
Equilibrio	1-x	2x

Definimos x como número de moles de N_2O_4 que han reaccionado en equilibrio.
El número de moles totales en el equilibrio n_T=1-x+2x=1+x
Utilizando la ley de los gases ideales, cambiando de unidades la constante (J = Pa·m^3) a partir del valor dado como dato, en lugar de usar 0,082 atm·L/mol·K.

$$R = 1{,}98 \frac{\cancel{cal}}{mol \cdot K} \cdot \frac{4{,}18 \cancel{J}}{1 \cancel{cal}} \cdot \frac{10^3 L}{1 \cancel{m^3}} \cdot \frac{1 atm}{101325 \cancel{Pa}} = 0{,}0817 \frac{atm \cdot L}{mol \cdot K}$$

$$n_T = \frac{PV}{RT} = \frac{1 \cdot 46{,}60}{0{,}0817 \cdot (273 + 70{,}2)} = 1{,}66\, mol\, gas$$

Despejando 1,66=1+x → x=0,66 mol de N_2O_4

El grado de disociación $\alpha = \frac{n_{disociados}}{n_{iniciales}} = \frac{0,66}{1} = 66\,\%$

$$K_c = \frac{[NO_2]^2}{[N_2O_4]} = \frac{\left(\frac{2 \cdot 0,66}{46,6}\right)^2}{\left(\frac{1-0,66}{46,6}\right)} = 0,110 \qquad K_P = K_c \cdot (RT)^{\Delta n} = 0,110 \cdot (0,0817 \cdot (273+70,2))^{(2-1)} = 3,08$$

a.2) En este caso el nitrógeno es un gas inerte, ya que no interviene en el equilibrio. Añadir un gas inerte manteniendo el volumen no modifica las concentraciones ni las presiones parciales, por lo que, manteniendo la temperatura y no variando las constantes, el equilibrio no se altera y se mantiene el mismo grado de disociación.

a.3) Como la temperatura varía la constante de equilibrio y hay que calcularla a la nueva temperatura. Utilizando la ecuación de Van't Hoff

$$\ln \frac{K_{p1}}{K_{p2}} = \frac{-\Delta H}{R}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)$$

$$\ln\left(\frac{3,08}{K_{p2}}\right) = \frac{-14,94 \cdot 10^3}{1,98}\left(\frac{1}{273+70,2} - \frac{1}{273+49,8}\right)$$

$$K_{p2} = \frac{3,08}{e^{\frac{-14,94 \cdot 10^3}{1,98}\left(\frac{1}{273+70,2} - \frac{1}{273+49,8}\right)}} = 0,768$$

Si planteamos el equilibrio con coeficiente de disociación, y teniendo en cuenta que ahora desconocemos el volumen (tendrá que ser menor para que la presión sea mayor, 10 atm)

	$N_2O_4(g) \leftrightarrows$	$2\ NO_2(g)$
Inicial	1	0
Equilibrio	1(1-α)	2α

El número de moles totales en el equilibrio $n_T = 1(1-\alpha) + 2\alpha = 1+\alpha$

$$K_p = \frac{(P_T \chi_{NO_2})^2}{(P_T \chi_{N_2O_4})} = P_T \frac{\left(\frac{n_{NO_2}}{n_T}\right)^2}{\left(\frac{n_{N_2O_4}}{n_T}\right)} = \frac{P_T}{n_T}\frac{(2 \cdot \alpha)^2}{(1-\alpha)} = 4\,P_T \frac{\alpha^2}{1-\alpha^2}$$

$$0,768(1-\alpha^2) = 4 \cdot 10\,\alpha^2 \Rightarrow 0,768 = \alpha^2(40+0,768) \Rightarrow \alpha = \sqrt{\frac{0,768}{40,768}} = 0,137 = 13,7\,\%$$

a.4) Según el principio de Le Châtelier un sistema en equilibrio, ante una modificación del equilibrio, evoluciona para oponerse a la causa que produjo esa modificación:

Se pide para a.1 y a.3, pero en a.1 no aplica, ya que es el cálculo del equilibrio inicial; se asume que enunciado hace referencia a a.2 y a.3

En a.2 se ha razonado en el propio apartado; aunque se pueda decir que "aumenta la presión", no aumentan las presiones parciales y por lo tanto el equilibrio no se modifica.

En a.3 como es una reacción endotérmica (ΔH>0), al disminuir la temperatura el equilibrio se desplaza hacia donde desprenda energía térmica, que es hacia la reactivos, por lo que la constante de equilibrio disminuye.

Castellano

3. A 25 ºC la Kp del equilibrio N_2O_4 (g) ⇄ $2NO_2$ (g) es 0,143. Calcule el grado de disociación de N_2O_4 (g) a 5 atm de presión y a una temperatura de 45 ºC, sabiendo que la entalpía estándar de dicha reacción es +14,56 Kcal/mol

El símbolo para kilo es k minúscula, unidades deberían ser kcal/mol
No es dato y usamos R=1,987 cal/mol·K
Ver Murcia 2023-4, Castilla y León 2004-2, Castilla-La Mancha 1996-2a, Madrid 1994-5

Utilizando la ecuación de Van't Hoff

$$\ln\left(\frac{K_{p2}}{K_{p1}}\right)=\frac{-\Delta H^o}{R}\left(\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1}\right)$$

$$\ln\left(\frac{K_{p2}}{0,143}\right)=\frac{-14,56\cdot 10^3}{1,987}\left(\frac{1}{273+45}-\frac{1}{273+25}\right)$$

$$\frac{K_{p2}}{0,143}=e^{1,5465}\Rightarrow K_{p2}=0,143\cdot 4,695=0,671$$

Planteamos el equilibrio de disociación utilizando presiones

	N_2O_4(g) ⇆	$2\ NO_2$(g)
Inicial	P_0	0
Equilibrio	$P_0(1-\alpha)$	$2P_0\alpha$

La presión total en el equilibrio es $P_T=P_0(1-\alpha)+2P_0\alpha=P_0(1+\alpha)=5$ atm

$$K_p=\frac{P^2_{NO_2}}{P_{N_2O_4}}=\frac{4P_0^2\alpha^2}{P_0(1-\alpha)}=\frac{4P_0\alpha^2}{1-\alpha}=\frac{4P_0\alpha^2(1+\alpha)}{1-\alpha^2}$$

$$0,671=\frac{4\cdot 5\cdot\alpha^2}{1-\alpha^2}$$

$$0,671-0,671\alpha^2=20\alpha^2$$

$$\alpha=\sqrt{\frac{0,671}{20,671}}=0,18=18\,\%$$

5. Para el equilibrio: $PbCl_2$ (s) ⇌ Pb^{2+} (ac) + $2Cl^-$ (ac) el calor de reacción es 46,22 kcal absorbidas.
a) Si a 20ºC la solubilidad de$PbCl_{2(s)}$ es de 9,90 g/l, ¿a qué temperatura se disolverán 27,81 g/l?
b) Si se mezclan, a 20ºC, 100 ml de disolución de nitrato de plomo (II) 0,20 M con 100 ml de cloruro de sodio 0,40 M, ¿cuál será la concentración de Pb^{2+} y la de Cl^- en la suspensión final?
Datos: Masa atómica: Pb = 207,19; Cl = 35,45
(1,25 ptos)

a) La masa molar de $PbCl_2$ es 207,19+35,45·2=278,09 g/mol $PbCl_2$

$$\frac{9,90\ \cancel{g\ PbCl_2}}{1\ L}\cdot\frac{1\ mol\ PbCl_2}{278,09\ \cancel{g\ PbCl_2}}=3,56\cdot10^{-2}\ M$$

$$\frac{27,81\ \cancel{g\ PbCl_2}}{1\ L}\cdot\frac{1\ mol\ PbCl_2}{278,09\ \cancel{g\ PbCl_2}}=1,00\cdot10^{-1}\ M$$

$PbCl_2$ (s) ⇌	Pb^{2+} (ac) +	$2Cl^-$ (ac)
exceso	s	2s

$K_{ps}=s\cdot(2s)^2=4s^3$
A 20º C $K_{ps}=4\cdot(3,56\cdot10^{-2})^3=1,80\cdot10^{-4}$
A T_2 C $K_{ps}=4\cdot(10^{-1})^3=4\cdot10^{-3}$
Aplicamos la ecuación de Van't Hoff

$$\ln\left(\frac{K_2}{K_1}\right)=\frac{-\Delta H^o}{R}\left(\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1}\right)$$

Numéricamente (usamos R=1,987 J·mol^{-1}·K^{-1} que no es dato)

$$\ln\left(\frac{4\cdot10^{-3}}{1,8\cdot10^{-4}}\right)=\frac{-(46,22\cdot10^3)}{1,987}\left(\frac{1}{T_2}-\frac{1}{273+20}\right)$$

$$\frac{3,10}{-2,236\cdot10^4}=\frac{1}{T_2}-3,41\cdot10^{-3}$$

$$T_2=305\ K=32\ ºC$$

b) 100 mL de $Pb(NO_3)_2$ 0,20 M aportan 0,1·0,2=0,02 mol Pb^{2+}
100 mL de NaCl 0,40 M aportan 0,1·0,4=0,04 mol Cl^-
Asumiendo volúmenes aditivos, el volumen total son 0,2 L
$[Pb^{2+}]$=0,02/0,2=0,1 M
$[Cl^-]$=0,04/0,2=0,2 M
Vemos que el cociente de reacción es $0,1\cdot0,2^2=4\cdot10^{-3}>K_{ps}=1,80\cdot10^{-4}$ a 20 ºC por lo que precipita

	Pb^{2+} (ac) +	$2Cl^-$ (ac) ⇌	$PbCl_2$ (s)
Inic	0,1	0,2	0
Eq	0,1-x	0,2-2x	x

$1,80\cdot10^{-4}=(0,1-x)(0,2-2x)^2$
Es una ecuación de tercer grado y debemos buscar alguna simplificación.
Vemos que las cantidades son estequiométricas (tenemos el doble de Cl^- que de Pb^{2+}) por lo que cuando se llegue al equilibrio no habrá exceso de uno de los dos, y las concentraciones serán las mismas que las asociadas a disolver $PbCl_2$ y llegar a una disolución saturada, que es dato en a
$[Pb^{2+}]=s=3,56\cdot10^{-2}$ M
$[Cl^-]=2s=7,12\cdot10^{-2}$ M

Química

3. La presión de disociación de NH_4Cl, según la reacción:

$$NH_4Cl\ (s) \rightleftarrows HCl\ (g) + NH_3\ (g)$$

es de 40 mm de Hg a 245 ºC y 400 mm de Hg a 317 ºC.

a) Calcula el calor de reacción correspondiente a dicho proceso.

b) Si en un recipiente que contiene amoníaco a 245 ºC y 1 atm de presión se introduce NH_4Cl, calcula las presiones parciales de HCl y NH_3 a esa temperatura.

Datos: Constante universal de los gases ideales: R=0,082 atm·L/K·mol
8,314 J/K·mol; 1,987 cal/K·mol

a) Si planteamos el equilibrio con presiones

	$NH_4Cl\ (s) \rightleftarrows$	$HCl\ (g)$ +	$NH_3\ (g)$
Inic	-	0	0
Equ	-	x	x

$$P_T = P_{HCl} + P_{NH_3} = 2x$$

$$K_p = P_{HCl} \cdot P_{NH_3} = x^2$$

A 245 ºC $40/760 = 2x \Rightarrow x = 2{,}63 \cdot 10^{-2}\ atm$

$$K_p = (2{,}63 \cdot 10^{-2})^2 = 6{,}92 \cdot 10^{-4}$$

A 317 ºC $400/760 = 2x \Rightarrow x = 0{,}263\ atm$

$$K_p = (0{,}263)^2 = 6{,}92 \cdot 10^{-2}$$

Usando la ecuación de Van't Hoff

$$\ln\left(\frac{K_2}{K_1}\right) = \frac{-\Delta H^o}{R}\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)$$

$$\ln\left(\frac{6{,}92 \cdot 10^{-4}}{6{,}92 \cdot 10^{-2}}\right) = \frac{-\Delta H^o}{8{,}314}\left(\frac{1}{273+245} - \frac{1}{273+317}\right)$$

$$\Delta H^o = \frac{-(-4{,}605) \cdot 8{,}314}{\left(\frac{1}{273+245} - \frac{1}{273+317}\right)} = 1{,}62 \cdot 10^5\ J/mol = 3{,}89 \cdot 10^4\ cal/mol$$

Es una reacción endotérmica

Referencia https://sci-hub.st/https://doi.org/10.1063/1.1723946 The Dissociation of Ammonium Chloride indica "Thomsen gives 41,900 cal. for ΔH, and Berthelot finds 42,600 cal". Con una cifra significativa es $4 \cdot 10^4$ cal y coincide.

b) Planteamos el equilibrio con presiones

	$NH_4Cl\ (s) \rightleftarrows$	$HCl\ (g)$ +	$NH_3\ (g)$
Inic	-	0	1
Equ	-	x	1+x

$$K_p = P_{HCl} \cdot P_{NH_3} = x^2 + x$$

El valor de K_p a 245 ºC ya es conocido

$$x^2 + x - 6{,}92 \cdot 10^{-4} = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 1 \cdot (-6{,}92 \cdot 10^{-4})}}{2} = \frac{-1 \pm 1{,}00138}{2} = \begin{matrix} \sout{negativo} \\ 5 \cdot 10^{-4}\ atm \end{matrix}$$

$$P_{HCl} = 5 \cdot 10^{-4}\ atm$$

$$P_{NH_3} = 1 + 5 \cdot 10^{-4} = 1{,}0005\ atm$$

3. Calcúlese la concentración de amoníaco necesario para evitar la precipitación de cromato de plata en una disolución que 0,01 M en cromato y 0,05 M en plata.
Datos: K_{ps} (Ag_2CrO_4)=1,1·10^{-12}; K_d [$Ag(NH_3)_2^+$]=6,3·10^{-8}

-CADA PROBLEMA SE REALIZARÁ EN UN FOLIO INDEPENDIENTE
-SE ENTREGARÁN TODOS LOS FOLIOS, INCLUIDO EL EXAMEN
-SE PUEDE UTILIZAR CALCULADORA CIENTÍFICA NO PROGRAMABLE
CRITERIOS DE CALIFICACIÓN: Cada problema tiene una puntuación de 2,5 puntos
Problema 2: 2,5 puntos

Ver Madrid 2025 3, 2015 Rioja 1, 2002 Valencia Q2, 1999 Cataluña 3-5, 1996 Cataluña B4

a) Planteamos el equilibrio de solubilidad.
$Ag_2CrO_4(s) \rightleftarrows 2Ag^+(aq) + CrO_4^{2-}(aq)$
$K_{ps}=[Ag^+]^2[CrO_4^{2-}]$
Como se indica la concentración de cromato, la máxima concentración de plata es

$$[Ag^+]=\sqrt{\frac{K_{ps}}{[CrO_4^{2-}]}}=\sqrt{\frac{1,1\cdot 10^{-12}}{0,01}}=1,05\cdot 10^{-5}\,M$$

Por lo tanto debe haber suficiente concentración de amoniaco para que se retire plata formándose al formarse el complejo
$Ag^+(aq) + 2NH_3(aq) \rightleftarrows [Ag(NH_3)_2]^+(aq)$

$$K_f=\frac{1}{K_d}=\frac{[[Ag(NH_3)_2]^+]}{[Ag^+][NH_3]^2}$$

Aproximamos$[[Ag(NH_3)_2]^+]$=0,05-1,05·10^{-5}≈0,05 M
Sustituyendo

$$\frac{1}{6,3\cdot 10^{-8}}=\frac{0,05}{1,05\cdot 10^{-5}[NH_3]^2}$$

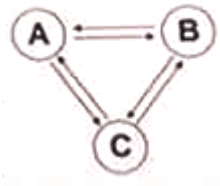
$$[NH_3]=\sqrt{\frac{0,05\cdot 6,3\cdot 10^{-8}}{1,05\cdot 10^{-5}}}=1,73\cdot 10^{-2}\,M$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 21 mayo 2016
CC BY

PROCEDIMIENTO SELECTIVO DE INGRESO Y ACCESO A LOS CUERPOS DE ENSEÑANZA SECUNDARIA.
ESPECIALIDAD FÍSICA Y QUÍMICA
PRUEBA PRÁCTICA
SORIA 2015

4.- A 25ºC y una atm de presión, las energías libres de formación de tres hidrocarburos gaseosos isómeros son:

Isómeros	Energías libres ΔGº
A	- 8,19 kJ·mol^{-1}
B	- 12,91 kJ·mol^{-1}
C	- 7,52 kJ·mol^{-1}



Considerar que entre estas sustancias existe un equilibrio que se puede representar de la forma:

Partiendo de un mol del hidrocarburo A se alcanza el equilibrio con sus isómeros B y C a 25 ºC y 1 atmósfera de presión.
Calcúlese la composición de la mezcla en equilibrio y analiza los resultados obtenidos de acuerdo con los valores de ΔGº de los isómeros.

Referencias
Similar a 1994 Galicia Q1
http://www2.chem.uic.edu/tak/chem34013/Solutions%20set%208.pdf#page=6 problema 9.
Engle - P.6.25 - Pentene isomers
http://www.brynmawr.edu/chemistry/Chem/sburgmay/chem104/8genProbs.htm

Resuelto por sleepylavoisier en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=3569#p16152, usando para isómero C valor -7,62 (enunciado disponible es borroso)

Si planteamos la reacción de formación de cada isómero, podemos obtener la contante asociada a la formación de cada uno de ellos $\Delta G^o = -RT\ln(K_p) \Rightarrow K_p = e^{\frac{-\Delta G^o}{RT}}$
Llamamos a las reacciones con letras minúsculas

a (formación A): $K_p(a) = e^{\frac{8,19 \cdot 10^3}{8,31 \cdot 298}} = 27,3098343$

b (formación B): $K_p(b) = e^{\frac{12,91 \cdot 10^3}{8,31 \cdot 298}} = 183,6909694$

c (formación C): $K_p(c) = e^{\frac{7,52 \cdot 10^3}{8,31 \cdot 298}} = 20,83617489$

Utilizando Hess podemos plantear

d: A ⇆ B

d=b-a $\quad K_p(d) = \frac{K_p(b)}{K_p(a)} = \frac{183,6909694}{27,3098343} = 6,726183959$

e: A ⇆ C

e=c-a $\quad K_p(e) = \frac{K_p(c)}{K_p(a)} = \frac{20,83617489}{27,3098343} = 0,762955009$

f: B ⇆ C

f=c-b $K_p(f)=\frac{K_p(c)}{K_p(b)}=\frac{20{,}83617489}{183{,}6909694}=0{,}113430589$

Planteamos los equilibrios con moles

	A	⇆	B
Inic	1		0
Eq	1-x-y		x-z

	A	⇆	C
Inic	1		0
Eq	1-x-y		y+z

	B	⇆	C
Inic	0		0
Eq	x-z		y+z

Sustituyendo llegamos a un sistema de tres ecuaciones con 3 incógnitas

$6{,}726183959=\frac{x-z}{1-x-y}$ (1)

$0{,}762955009=\frac{y+z}{1-x-y}$ (2)

$0{,}113430589=\frac{y+z}{x-z}$ (3)

Si multiplicamos 1ª por 3ª $0{,}762955008=\frac{y+z}{1-x-y}$ vemos que, salvo redondeos, es la 2ª, y son linealmente dependientes; cualitativamente podemos pensar que basta con plantear A⇆B⇆C sin tener que enlazar A con C.

Tenemos que resolver con dos de ellas y necesitamos una ecuación más, que es plantear que la suma de todas los moles en equilibrio sea 1

Si lo planteamos como (1-x-y) + (x-z) + (y+z) =1 no aporta información, pero si la utilizamos despejando de dos de las tres anteriores (2ª y 3ª) para obtener moles en equilibrio:

$$\frac{y+z}{0{,}762955009}+\frac{y+z}{0{,}113430589}+y+z=1$$

C: $$y+z=\frac{1}{1+\frac{1}{0{,}762955009}+\frac{1}{0{,}113430589}}=0{,}089874251$$

Sustituyendo en la 3ª

B: $x-z=\frac{0{,}089874251}{0{,}113430589}=0{,}792328172$

Sustituyendo en la 1ª

A: $1-x-y=\frac{0{,}792328172}{6{,}726183959}=0{,}117797576$

Con ello tenemos las cantidades en el equilibrio, las expresamos con 3 ó 4 cifras significativas redondeando para que la suma sea 1

n(A)=0,1178 mol A

n(B)=0,7923 mol B

n(C)=0,0899 mol C

Validamos 0,1178+ 0,7923+ 0,0899=1

Como se pide composición de la mezcla en el equilibrio lo podemos dar también en fracción molar, y siendo el número total de moles 1, coincide numéricamente número de moles con fracción molar. También lo podemos dar como % en volumen, y al ser todas las especies gaseosas, coincide numéricamente con la fracción molar expresada en porcentaje.

Se pide analizar los resultados obtenidos de acuerdo con los valores de ΔG^o de los isómeros, que

son de formación; cuanto más negativo sea el ΔG^o de formación implica un compuesto más estable, por lo que en el equilibrio final será más abundante.
$\Delta G^o (B) < \Delta G^o (A) < \Delta G^o (C)$
consistente con los valores obtenidos en el equilibrio
$n(B) > n(A) > n(C)$

enrique@fiquipedia.es Revisado 2 abril 2018
CC BY SA

El examen eran dos modelos A y B a elegir uno de los dos, cada uno con 6 preguntas, y el tiempo de realización 3 horas.

FÍSICA Y QUÍMICA. MODELO A

4.- A 800 K la descomposición de un mol de dióxido de nitrógeno en nitrógeno y oxígeno obedece una ley de primer orden. La presión que se lee en el manómetro acoplado al reactor a volumen constante es:

t(h)	0	26,5	62,6
P_T(Kg·mm^{-2})	37,43	41,54	45,59

Calcular el tiempo de reducción a la cuarta parte del dióxido de nitrógeno.
(2 puntos)

Resuelto por sleepylavoisier en http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=3599#p16404
Las unidades de enunciado original para presión son Kg·mm^{-2} que son erróneas:
-El prefijo para kilo es k minúscula
-Dimensionalmente $P=F/S=M·L/(L^2·T^2)$
-En Sistema Internacional $Pa=N/m^2=kg·m/(s^2·m^2)$
Quizá se pretendía indicar kp (kilopondio); se asume que las unidades de enunciado son N·mm^{-2}

Si temperatura y volumen son constantes, PV=nRT → P/n=RT/V=cte, donde n es el número de moles gaseosos total.
Planteamos la descomposición con moles

	NO_2 →	½ N_2 +	O_2
Inic	1	0	0
Equ	1-x	½ x	x

El número de moles totales es n_T=1-x+ ½ x+x =1+ ½ x
Convertimos los datos de la tabla en valores de x, pasando todos los datos a unidades del Sistema Internacional. PV=nRT → n=PV/RT. Tomamos R=8,31 J/K·mol
Para la situación inicial, n=1, lo que nos permite averiguar V=RT/P

$$V=\frac{8,31\cdot 800}{37,43\cdot 10^{-6}}=1,776\cdot 10^{-4}\,m^3$$

Pero podemos calcular n sin conocer el volumen: $P_1/n_1=P_2/n_2$ → $n_2=n_1\cdot P_2/P_1$
x=2(n_T-1)
Si la ley de descomposición es de primer orden

$$n=n_0 e^{-kt}\Rightarrow 1-x=e^{-kt}\Rightarrow \ln(1-x)=-kt$$

Podemos obtener el valor de k como pendiente de la recta y=ax

t (h)	0	26,5	62,6
t (s)	0	95400	225360
P_T (N·mm^{-2})	37,43	41,54	45,59
P_T (N·m^{-2}=Pa)	37,43e6	41,54e6	45,59e6
n_T (mol gas)	1	1,1098	1,2180
x (mol gas)	0	0,2196	0,436
1-x	1	0,7804	0,564
ln(1-x)	-∞	-0,2479	-0,5727

Usamos dos puntos $\frac{-0,5727-(-0,2479)}{225360-95400}=-2,50\cdot 10^{-6}s^{-1}$ $k=2,50\cdot 10^{-6}\ s^{-1}$

Esa es la constante de velocidad. Si la cinética es de primer orden, para que se reduzca a la cuarta parte el tiempo son dos periodos de semirreacción

$t=2\cdot \ln(2)/(2,50\cdot 10^{-6})=554518$ s = 154 h

enrique@fiquipedia.es Revisado 11 mayo 2024
CC BY SA

Aquí se incluye solo la resolución del apartado c asociado a cinética, separada de la resolución de apartados a y b asociados a enlace y orgánica.

PRUEBA DE CARÁCTER PRÁCTICO PARA INGRESO AL CUERPO DE PROFESORES DE ENSEÑANZA SECUNDARIA DE FÍSICA Y QUÍMICA. BADAJOZ, 20 DE JUNIO DE 2015

QUÍMICA

4. Resuelva, de forma razonada, las siguientes cuestiones:

c. La reacción de descomposición de un medicamento tiene una energía de activación de 112,7 kJ/mol. El factor pre-exponencial de la ecuación de Arrhenius tiene un valor de $6,9 \cdot 10^{12}$ s^{-1}. Calcular la temperatura a la cual debe ser conservado dicho medicamento para que tenga una vida media de 30 días. *(0,3 puntos)*

c) Las unidades del factor pre-exponencial de la ecuación de Arrhenius nos indican que se trata de una reacción de orden 1.

Asumimos que el dato de vida media hace referencia a semivida o periodo de semidesintegración (es un tema comentado en resolución ejercicios PAU Física dentro del bloque de física moderna)

Al ser de orden 1 podemos utilizar la expresión (no la deducimos) $T_{1/2}=\frac{\ln(2)}{k}$

Sustituyendo el valor de vida media $k=\frac{\ln(2)}{30 \cdot 24 \cdot 3600} \approx 2,67 \cdot 10^{-7} s^{-1}$

Utilizando la ecuación de Arrhenius

$$k=A \cdot e^{\frac{-E_a}{RT}} \Rightarrow \ln(k)=\ln(A)-\frac{E_a}{RT} \Rightarrow \ln\frac{k}{A}=\frac{-E_a}{RT} \Rightarrow T=\frac{-E_a}{R\ln\frac{k}{A}}$$

$$T=\frac{-112,7 \cdot 10^3}{8,314 \cdot \ln\left(\frac{\frac{\ln(2)}{30 \cdot 24 \cdot 3600}}{6,9 \cdot 10^{12}}\right)}=303,27\,K \approx 30\,ºC$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 11 mayo 2024
CC BY SA

Aquí se incluye solo la resolución de apartados a y b asociados a cinética, separada de la resolución de apartado c asociado a enlace.

(Se incluye el enunciado original tomado de las oposiciones, aunque en el año 2015 no dejaron sacar el enunciado a los opositores, de hecho cada enunciado va en una hoja y obligan a comenzar la resolución en la propia hoja del enunciado y entregarla)
El apartado b de este ejercicio es casi idéntico a oposición Castilla-La Mancha 2002 problema 3

Madrid 2015

EJERCICIO PRÁCTICO ESPECIALIDAD: **FÍSICA Y QUÍMICA**
El aspirante comenzará a realizar el ejercicio práctico en el mismo folio del enunciado

CRITERIOS DE CORRECCIÓN
En los problemas se valorará la adecuada estructuración y el rigor en el desarrollo de su resolución y la inclusión de pasos detallados así como la realización de diagramas, dibujos y esquemas. Se tendrá especial rigor en la identificación de los principios y leyes físicas involucradas, la corrección de los resultados numéricos, el uso correcto de unidades, así como con los errores en la formulación, nomenclatura y lenguaje químico.

PROBLEMA 3.
A 328 K la constante de velocidad, k, de la descomposición del N_2O_5 es k= $1{,}3\cdot10^{-4}$ s^{-1}

$$2N_2O_5\ (g) \leftrightarrows 4NO_2\ (g) + O_2\ (g)$$

a) Si introducimos a la temperatura de 328 K en un recipiente en el que se ha hecho el vacío N_2O_5 hasta alcanzar una presión de 205 mmHg, ¿cuál será la presión total del recipiente al cabo de 50 minutos?
b) Si se sabe que la reacción de descomposición de N_2O_5 sigue el siguiente mecanismo:

$$N_2O_5\ (g) \leftrightarrows NO_2\ (g) + NO_3\ (g)$$

$$NO_2 + NO_3 \rightarrow NO + O_2 + NO_2\ (\text{lenta})$$

$$NO + NO_3 \rightarrow 2NO_2$$

Deducir la expresión de la ecuación de velocidad de reacción que esté de acuerdo con los hechos experimentales.

DATOS: R=0,082 $atm\cdot L\cdot K^{-1}\cdot mol^{-1}$
(Puntuación máxima por apartado: a) 4 puntos, b) 3 puntos, c) 3 puntos)

Castilla-La Mancha 2002

3. La descomposición del N_2O_5 gaseoso:

$$2N_2O_5 \leftrightarrows 4NO_2 + O_2$$

tiene una ley de velocidad que es de primer orden respecto al N_2O_5.
El mecanismo propuesto es

a. $N_2O_5 \underset{K_{-1}}{\overset{K_1}{\rightleftarrows}} NO_2 + NO_3$ Proceso a) : rápido

b. $NO_2 + NO_3 \xrightarrow{K_2} NO + O_2 + NO_2$ Proceso b) : lento

c. $NO + NO_3 \xrightarrow{K_3} 2NO_2$ Proceso c) : rápido

Comprobar la veracidad de la ley de velocidad

Comentado por marcosjopiloco y Basileia en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4181&p=19522#p19521
Comentado por miquix y sleepylavoisier en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4181&p=28895#p28749
Referencias:
Francisco Jarabo Friedrich, Dpto. de Ingeniería Química, Universidad de La Laguna Cinética Química Aplicada, problema CQA-02-12 página 42
https://fjarabo.webs.ull.es/VirtualDoc/Curso%202012-2013/Cin%C3%A9tica%20Qu%C3%ADmica%20Aplicada/Material/Cin%C3%A9tica%20Qu%C3%ADmica%20Aplicada%20-%20Problemas.pdf#page=42
QUÍMICA FÍSICA II Grupo A. Segundo control, 7 de abril de 2011
http://www3.uva.es/rayon/control-2-soluciones.pdf
http://www3.uji.es/~rajadell/index_files/IA14/tema12.pdf#page=21
http://azufre.quimica.uniovi.es/d-qf2/lqf2-11.pdf Problema 1

a) Las unidades de k nos indican que se trata de una cinética de primer orden, se puede comprobar sabiendo que las unidades de velocidad son (mol/L)/s y que la ecuación de velocidad es $v=k\cdot[N_2O_5]^{\alpha}$
Para una ecuación de velocidad de primer orden, podríamos plantear de manera general $-kt = \ln(a-x)-\ln(a)$, pero en este caso hay coeficientes estequiométricos; enunciado da un ajuste y una constante, y ambos están relacionados. Deducimos la expresión aunque se puede plantear:

$$\frac{-1}{2}\frac{d[N_2O_5]}{dt}=k[N_2O_5]\Rightarrow\frac{d[N_2O_5]}{[N_2O_5]}=-2\,kdt\Rightarrow\ln([N_2O_5])-\ln([N_2O_5]_0)=-2\,kt$$

$$\ln(a-x)-\ln(a)=-2\,kt$$

Utilizamos “a” para la concentración inicial, x a la variación de concentración de N_2O_5 que se descompone.

$$PV=nRT\rightarrow a=\frac{n}{V}=\frac{P}{RT}=\frac{205/760}{0{,}082\cdot328}=0{,}01\,mol/L$$

$$a-x=a\cdot e^{-kt}\Rightarrow x=a-a\cdot e^{-2kt}=0{,}01\left(1-e^{-2\cdot1{,}3\cdot10^{-4}\cdot50\cdot60}\right)=0{,}005416\,mol/L$$

$2N_2O_5 \rightarrow$	$4NO_2 +$	O_2
a	0	0
a-x	2x	x/2

La concentración en un momento dado (el volumen es constante) es

$$a-x+2x+\frac{x}{2}=a+\frac{3}{2}\cdot x=0{,}01+1{,}5\cdot0{,}005416=0{,}018124\,mol/L$$

La presión total en ese momento es $P=cRT=0{,}018124\cdot0{,}082\cdot328=0{,}487$ atm = 370 mmHg
(Expresamos resultado con 3 cifras significativas)
b) Nombramos las reacciones y las constantes de velocidad

N_2O_5 (g) ⇆ NO_2 (g) + NO_3 (g)	k_1 directa, k_{-1} inversa
$NO_2 + NO_3 \rightarrow NO + O_2 + NO_2$ (lenta)	k_2
$NO + NO_3 \rightarrow 2NO_2$	k_3

Si el mecanismo tiene varias etapas, la etapa más lenta es la que limita y determina la velocidad global, y podemos considerar $v=v_2=k_2\cdot[NO_2][NO_3]$
Como tenemos un equilibrio en la 1ª etapa rápida, podemos plantear sabiendo que en el equilibrio la

velocidad directa e inversa se igualan

$$K_{eq1}=\frac{k_1}{k_{-1}}=\frac{[NO_2][NO_3]}{[N_2O_5]}\Rightarrow[NO_2][NO_3]=\frac{k_1}{k_{-1}}[N_2O_5]$$

Sustituyendo $v=k_2\cdot\frac{k_1}{k_{-1}}[N_2O_5]=k'\cdot[N_2O_5]$ donde $k'=k_2\cdot\frac{k_1}{k_{-1}}$ y se trata de una ecuación de velocidad de orden 1.

>Si pensamos en la reacción original, habría que tener en cuenta los coeficientes estequiométricos, ya que tiene un 2 según ese ajuste $v=\frac{-1}{2}\frac{d[N_2O_5]}{dt}$ pero simplemente modificaría la constante, no la ecuación de velocidad ni su orden.

Planteamiento por estado estacionario (ver referencias)

La reacción de la que queremos averiguar la ecuación de velocidad es $2N_2O_5 \leftrightarrows 4NO_2 + O_2$, la llamamos A

$$v_A=\frac{-1}{2}\frac{d[N_2O_5]}{dt}=\frac{-1}{2}\left(-k_1[N_2O_5]+k_{-1}[NO_2][NO_3]\right) \quad (1)$$

Tenemos concentración de $[NO_3]$ en las tres reacciones, podemos plantear para expresarla en función de las demás

$$\frac{d[NO_3]}{dt}=k_1[N_2O_5]-k_{-1}[NO_2][NO_3]-k_2[NO_2][NO_3]-k_3[NO][NO_3]$$

Asumiendo estado estacionario para $[NO_3]$ (intermedio que no aparece en la final)

$$\frac{d[NO_3]}{dt}\approx 0=k_1[N_2O_5]-k_{-1}[NO_2][NO_3]-k_2[NO_2][NO_3]-k_3[NO][NO_3] \quad (2)$$

$$[NO_3]=\frac{k_1}{k_{-1}[NO_2]+k_2[NO_2]+k_3[NO]}[N_2O_5]$$

Tenemos concentración de [NO] en dos de las reacciones, podemos plantear para expresarla en función de las demás

$$\frac{d[NO]}{dt}=k_2[NO_2][NO_3]+\frac{1}{2}k_3[NO][NO_3]$$

Asumiendo estado estacionario para [NO] (intermedio que no aparece en la final)

$$\frac{d[NO]}{dt}\approx 0=k_2[NO_2]\cancel{[NO_3]}-k_3[NO]\cancel{[NO_3]} \quad (3)$$

$$[NO]=\frac{k_2}{k_3}[NO_2]$$

Sustituyendo (3) en la expresión (2) para $[NO_3]$

$$[NO_3]=\frac{k_1}{k_{-1}[NO_2]+k_2[NO_2]+\cancel{k_3}\frac{k_2}{\cancel{k_3}}[NO_2]}[N_2O_5]=\frac{k_1}{k_{-1}+2k_2}\frac{[N_2O_5]}{[NO_2]}$$

Sustituyendo en la expresión (1) para la velocidad

$$v_A=\frac{-1}{2}\left(-k_1[N_2O_5]+k_{-1}\cancel{[NO_2]}\frac{k_1}{k_{-1}+2k_2}\frac{[N_2O_5]}{\cancel{[NO_2]}}\right)=\frac{-1}{2}\left(\frac{-k_1(k_{-1}+2k_2)+k_{-1}k_1}{k_{-1}+2k_2}\right)[N_2O_5]$$

$$v_A=\frac{k_1k_2}{k_{-1}+2k_2}[N_2O_5]$$

De nuevo vemos que se trata de una ecuación de velocidad de orden 1.

En el caso de k_2 muy pequeña (proceso lento), en el denominador $k_{-1}>>2k_2$ y la expresión coincide cualitativamente con la obtenida para el planteamiento de que la etapa más lenta determina a velocidad.

enrique@fiquipedia.es Revisado 17 mayo 2016
CC BY

(Enunciado aproximado, no se tiene el original)

2. Dada la siguiente reacción $H_2 + I_2 \rightarrow 2HI$ en estado gaseoso

k (?)	$0,5 \cdot 10^{-3}$	$2,5 \cdot 10^{-3}$	$14 \cdot 10^{-3}$	$25 \cdot 10^{-3}$	$64 \cdot 10^{-3}$
T (ºC)	326	356	393	407	472

a) Haciendo gráfica (papel milimetrado) halla E_a

b) Justificar el orden de la reacción

c) E_a de la reacción inversa

Datos: $\Delta H_f(HI)$, $\Delta H_f(I_2)$ y R

>No se recuerda seguro si K en el enunciado tenía unidades o si eran L/mol·s

Resuelto por Basileia en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=3596#p16277

Referencias:

-Gas Phase Chemical Reaction Systems. Experiments and Models 100 Years After Max Bodenstein The Hydrogen-Iodine Reactions: 100 Years Later, J.B. Anderson https://books.google.es/books?id=YEEiCQAAQBAJ&pg=PA166

-Chemistry, The central science; Appendix C "THERMODYNAMIC QUANTITIES FOR SELECTED SUBSTANCES AT 298.15 K (25 °C)"

a) Tenemos una relación de constantes cinéticas y temperaturas, que podemos relacionar con la ecuación de Arrhenius $k = A\, e^{\frac{-E_a}{RT}}$

Transformamos para realizar un ajuste lineal por mínimos cuadrados

$$\ln k = \ln(A) - \frac{E_a}{RT} \Rightarrow y = a\,x + b\,;\; y = \ln k\,;\; x = \frac{1}{T}\,;\; a = \frac{-E_a}{R}\,;\; b = \ln(A)$$

ln(k)	-7,60	-5,99	-4,27	-3,69	-2,75
T (K)	599	629	666	680	745
1/T (K^{-1})	1,67E-03	1,59E-03	1,50E-03	1,47E-03	1,34E-03

Realizamos un ajuste por mínimos cuadrados;

Con la calculadora Casio FX-82MS realiza el ajuste y=A+BX

r=-0,972 : buen ajuste lineal

A=17,908

B=-15038

Podemos hallar E_a espejando

$$-15038 = \frac{-E_a}{R}$$

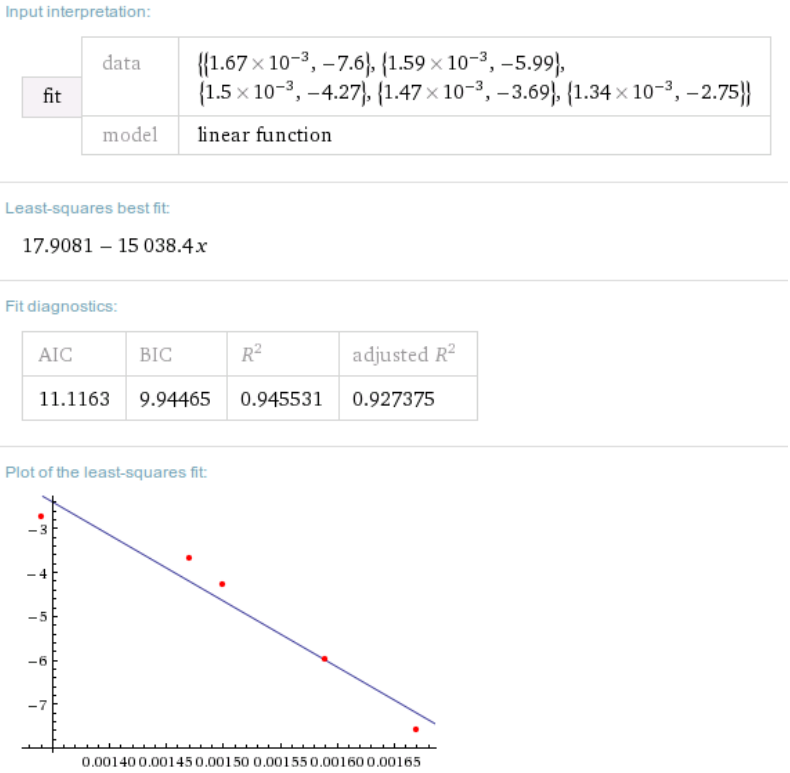
$$E_a = 8,31 \cdot 15038 = 124965\ J/mol$$

Con tres cifras significativas

E_a=125 kJ/mol

(En referencias aparece 36,2+4,4 kcal/mol = 169,7 kJ/mol)

Como se pide realizar la gráfica http://www.wolframalpha.com/input/?i=linear+fit+{{1.67e-3,+-7.6},+{1.59e-3,+-5.99};+{1.5e-3,+-4.27};+{1.47e-3,+-3.69};+{1.34e-3,+-2.75}}

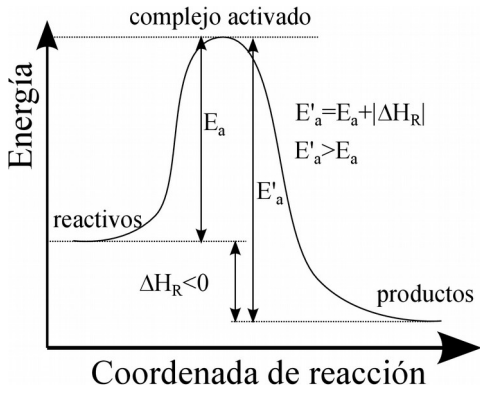


b) Si enunciado da las unidades de k, se puede deducir el orden con un análisis dimensional.
En caso de que el enunciado no diera las unidades de k, hay que razonar el orden de reacción (ver referencias)
"Max Bodenstein opened the field of gas phase chemical kinetics in 1894 with his report of experimental studies of the hydrogen-iodine reaction $H_2 + I_2 \rightarrow HI + HI$ … He found second order kinetic expressions … Despite Bodenstein's considerations of alternative mechanisms ...these reactions soon became "textbook examples" of bimolecular reactions."
Se puede plantear que se forma ioduro y el mecanismo es

$$I_2 \underset{k_{-1}}{\overset{k_1}{\rightleftarrows}} 2I^- \quad \text{rápida}$$

$$H_2 + 2I^- \xrightarrow{k_2} 2HI \quad \text{lenta}$$

La etapa lenta es la que determina la velocidad, que será $v = k_2[H_2][I^-]^2$
Del equilibrio podemos obtener una expresión para [I-] $K_{eq} = \frac{k_1}{k_{-1}} = \frac{[I^-]^2}{[I_2]} \Rightarrow [I^-]^2 = \frac{k_1}{k_{-1}}[I_2]$
Sustituyendo $v = k_2 \frac{k_1}{k_{-1}}[H_2][I_2] = k'[H_2][I_2]$ que valida que es de primer orden respecto a cada reactivo y de orden dos global.
c) Para calcular la E_a de la reacción inversa podemos plantear un diagrama de entalpía (ver PAU Madrid 2015-Septiembre-A2, 2014-Junio-Coincidentes-B3, 2009-Junio-C3)
Asumiendo que en enunciado se tenían estos datos (ver referencias)
ΔH^o_f (HI)=25,94 kJ/mol
ΔH^o_f (I_2)=62,25 kJ/mol
$\Delta H^o_r = 2 \cdot \Delta H^o_f (HI) - \Delta H^o_f (H_2) - \Delta H^o_f (I_2)$
$\Delta H^o_r = 2 \cdot 25{,}94 - 62{,}25 = -10{,}37$ kJ/mol
Es un proceso exotérmico.
Llamando E'_a a la energía de activación de la reacción inversa
$E'_a = E_a + |\Delta H^o_r| = 125 + 10{,}37 = 135{,}37$ kJ/mol



enrique@fiquipedia.es Revisado 21 mayo 2016
CC BY

QUÍMICA

2. En el estudio de la velocidad de reacción correspondiente a la descomposición del pentaóxido de dinitrógeno, a determinada temperatura, para dar dióxido de nitrógeno y oxígeno se hallaron los siguientes datos experimentales:

Concentración de pentaóxido de dinitrógeno ($mol \cdot L^{-1}$)	1	0,5	0,2	0,15
Velocidad de reacción ($mol \cdot L^{-1} \cdot s^{-1}$) con respecto al pentaóxido	$8,4 \cdot 10^{-4}$	$4,3 \cdot 10^{-4}$	$1,7 \cdot 10^{-4}$	$1,25 \cdot 10^{-4}$

a) Determina el orden de reacción

b) Determina el tiempo de vida media para el pentaóxido de dinitrógeno en este proceso.

a) Aunque no se usa en la resolución el ajuste de la reacción, este ajuste podría realizarse de varias maneras, por ejemplo $N_2O_5 \rightarrow 2NO_2 + ½O_2$ ó $2N_2O_5 \rightarrow 4NO_2 + O_2$

Como tabla enunciado indica velocidad "respecto al pentaóxido" podemos asumir que se está utilizando $N_2O_5 \rightarrow 2NO_2 + ½O_2$ y así tenemos $v = \frac{-d[N_2O_5]}{dt} = \frac{1}{2}\frac{d[NO_2]}{dt} = 2\frac{d[O_2]}{dt}$

Si asumimos cinética no compleja la ecuación de velocidad es $v=k[N_2O_5]^a$, siendo k la constante cinética, y a el orden de reacción, valores asociados a la reacción y comunes a todos los casos de la tabla.

Si dividimos para dos velocidades y operamos podemos llegar a una expresión para el orden a

$$\frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{[N_2O_5]_1}{[N_2O_5]_2}\right)^a \Rightarrow \ln\left(\frac{v_1}{v_2}\right) = a \cdot \ln\left(\frac{[N_2O_5]_1}{[N_2O_5]_2}\right) \Rightarrow a = \frac{\ln\left(\frac{v_1}{v_2}\right)}{\ln\left(\frac{[N_2O_5]_1}{[N_2O_5]_2}\right)}$$

Sustituyendo vemos que a es próximo a 1, es de orden 1 (se incluyen valores en la tabla)

									Orden 1
									V/[N2O5]
	[N2O5]	V		a		a		a	
1º	1	8,40E-004							8,40E-004
2º	0,5	4,30E-004	1º y 2º	0,966					8,60E-004
3º	0,2	1,70E-004	2º y 3º	1,013	1º y 3º	0,993			8,50E-004
4º	0,15	1,25E-004	3º y 4º	1,069	1º y 4º	1,026	2º y 4º	1,004	8,33E-004
									8,46E-004

b) Comenzamos calculando el valor de k, que podemos obtener de varias maneras

Las unidades de k son s^{-1}, asociadas a que las unidades de velocidad son $mol \cdot L^{-1} \cdot s^{-1}$.

1º. De manera muy simple sin promediar datos podríamos decir que coincide numéricamente con la v asociada a $[N_2O_5]=1$, ya que $v=k[N_2O_5]$ al ser de orden 1, con lo que directamente podemos estimar que k es del orden de $8,4 \cdot 10^{-4}\ s^{-1}$

2º. Incluimos el cálculo de k en la misma tabla en la que comprobamos el orden, calculamos en cada caso $k[N_2O_5]^1$ y luego promediamos los 4 valores, obteniendo $k=8,46 \cdot 10^{-4}\ s^{-1}$

3º. Realizar un ajuste por mínimos cuadrados, planteando $v = k[N_2O_5]$ y un ajuste y=Bx+A, en el que y=v, x=$[N_2O_5]$ y A debe salir aproximadamente 0.

El ajuste se puede hacer con calculadora (por ejemplo la habitual casio fx82), en el que se obtiene:

r=0,999884269 (buen ajuste lineal)

$B=8,403556772 \cdot 10^{-4}$

$A=2,585499315 \cdot 10^{-6}$

Obtenemos una k similar, pero este método es más preciso

enrique@fiquipedia.es Revisado 21 mayo 2016

Validamos el ajuste con wolframalpha y realizamos la respresentación
https://www.wolframalpha.com/input/?i=linear+fit%28%281,8.4e-4%29,%280.5,4.3e-4%29,%280.2,1.7e-4%29,%280.15,1.25e-4%29%29
Expresándolo con 2 cifras significativas, el resultado sería **k=8,4·10^{-4} s^{-1}**

Input interpretation:

fit

data	$\{\{1, 8.4\times10^{-4}\}, \{0.5, 4.3\times10^{-4}\}, \{0.2, 1.7\times10^{-4}\}, \{0.15, 1.25\times10^{-4}\}\}$
model	linear function

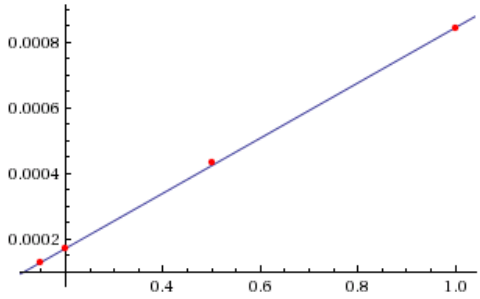
Least-squares best fit:

$0.000840356\,x + 2.5855\times10^{-6}$

Fit diagnostics:

AIC	BIC	R^2	adjusted R^2
−81.4643	−83.3054	0.999769	0.999653

Plot of the least-squares fit:



Enunciado indica "tiempo de vida media" que no es totalmente claro: puede hacer referencia a tiempo de vida promedio o a tiempo de semivida, el tiempo que tarda en reducirse a la mitad, (enlaza con tiempo de semidesintegración "half life" y tiempo de vida promedio "mean lifetime" en desintegración radiactiva / ecuaciones de velocidad de primer orden)
Si asumimos que hace referencia a semivida:
En forma diferencial

$$\frac{-d[N_2O_5]}{dt}=k[N_2O_5]\Rightarrow-\frac{d[N_2O_5]}{[N_2O_5]}=k\,dt\Rightarrow-(\ln([N_2O_5])-\ln([N_2O_5]_0))=k\,t$$

Si $[N_2O_5]=[N_2O_5]_0/2$,

$$-\ln\left(\frac{([N_2O_5]_0/2)}{[N_2O_5]_0}\right)=k\,T_{½}\rightarrow T_{½}=\frac{\ln(2)}{k}=\frac{\ln(2)}{8{,}4\cdot10^{-4}}=825\,s$$

Si asumimos que hace referencia a vida promedio

$$\tau=\frac{T_{½}}{\ln(2)}=\frac{1}{k}=1190\,s$$

Química

K-1.- En un recipiente cerrado a 18,1 atm de presión y 1127 ºC hay una mezcla de ozono y oxígeno. Si la reacción que expresa el equilibrio es: $2O_3$ (g) ⇄ $3O_2$ (g), y el grado de disociación del ozono es de 0,97.

a) Calcula el valor de Kp.

b) Si calentamos el recipiente, se observa que el equilibrio se desplaza, aumentado la concentración de ozono y disminuyendo la de oxígeno, explica si el proceso es exotérmico o endotérmico. ¿Qué ocurrirá si disminuimos la presión? ¿Y si añadimos un catalizador?

a) Planteamos el equilibrio con presiones y grado de disociación

	$2O_3$ (g) ⇄	$3O_2$ (g)
Inicial	P_0	0
Equilibrio	$P_0(1-\alpha)$	$P_0(3/2)\alpha$

La presión total en el equiliibrio es $P_T=P_0(1-\alpha)+P_0(3/2)\alpha=P_0(1+½\alpha)$

Como $\alpha=0,97$ y $P_T=18,1$ atm

$18,1=P_0(1+0,5\cdot 0,97) \rightarrow P_0=12,2$ atm

$$K_p=\frac{P_{O_2}^3}{P_{O_3}^2}=\frac{(P_0(3/2)\alpha)^3}{(P_0(1-\alpha))^2}=P_0\frac{((3/2)\alpha)^3}{(1-\alpha)^2}=12,2\cdot\frac{(1,5\cdot 0,97)^3}{(1-0,97)^2}=4,175\cdot 10^4$$ Unidades serían atm

b) Al calentar el recipiente, según Le Châtelier el equilibrio se desplazará oponiéndose a la modificación, por lo que lo hará en el sentido endotérmico. Si se desplaza hacia reactivos (O_3), quiere decir que es endotérmica en sentido inverso y exotérmica en sentido directo.

Si disminuimos la presión, según Le Châtelier el equilibrio se desplazará oponiéndose a la modificación, por lo que lo hará en el sentido en el que haya mayor número de moles de gas, que en este caso es hacia productos (O_2).

Si añadimos un catalizador variará la velocidad a la que se alcanza el equilibrio, pero no su composición.

5. La reacción $N_2+O_2 \leftrightarrows 2NO$ tiene a 25 ºC una variación de energía libre molar de $\Delta G^o=173,1$ kJ/mol. La entalpía molar normal de reacción es de $\Delta H^o=180,5$ kJ/mol. Colocamos en un recipiente aire (considérese que su composición en volumen es de 21% de O_2, y 79% de N_2) a 25 ºC y 1 atmósfera de presión. ¿A qué temperatura hemos de calentar para que el 50% del oxígeno reaccione? Dato: R=8,314 J/mol·K.

Referencias:
Resuelto por Basileia en http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4125#p18049
Resuelto por Antonio Abrisqueta García para www.eltemario.com
http://fyqwiki.wikispaces.com/file/view/Examen+Opos+CV+2008.doc

Damos resultado con 4 cifras significativas, como datos del enunciado, aunque en pasos intermedios usamos más precisión.
Si la reacción es endotérmica, para desplazar el equilibrio hacia la derecha tendremos que aumentar la temperatura.
Como tenemos ΔG^o podemos obtener el valor de la constante de equilibrio a la temperatura dada

$$\Delta G^o=-RT\ln K_p \Rightarrow K_p=e^{\frac{-\Delta G}{RT}}=e^{\frac{-173,1\cdot 10^3}{8,314\cdot 298}}=4,541916\cdot 10^{-31}$$

Para que en el equilibrio reaccione el 50% del oxígeno, tendremos que tener otro valor de Kp, que podemos calcular. Tomamos un volumen arbitrario de gas, tal que tengamos 100 mol de gas (no necesitamos calcularlo pero podemos ver que $V=\frac{nRT}{P}=\frac{100\cdot 8,314\cdot 298}{101325}=2,739\,m^3$)

	N_2+	O_2	$\leftrightarrows$	$2NO$
Inic	79	21		0
Eq	79-x	21-x		2x

Ha reaccionado el 50% del oxígeno, x=21/2=10,5 mol gas
En la situación inicial hemos despreciado NO en la composición inicial del gas, ya que esa composición es a 25 ºC y a esa temperatura la K_p es muy pequeña (10^{-31}) por lo que lo consideramos totalmente desplazado hacia la izquierda.
El número total de moles en el equilibrio es $n_T=79-x+21-x+2x=100$ mol, se mantiene constante

$$K_p=\frac{P_{NO}^2}{P_{N_2}P_{O_2}}=\frac{\cancel{P_T^2}}{\cancel{P_T^2}}\frac{\chi_{NO}^2}{\chi_{N_2}\chi_{O_2}}=\frac{n_{NO}^2}{n_{N_2}n_{O_2}}=\frac{(2\cdot 10,5)^2}{(79-10,5)(21-10,5)}=0,6131387$$

Si asumimos que la variación de entalpía no depende de la temperatura, podemos plantear la ecuación de Van't Hoff

$$\ln\left(\frac{K_{p1}}{K_{p2}}\right)=\frac{-\Delta H^o}{R}\left(\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}\right)$$

$$\ln\left(\frac{0,6131387}{4,541916\cdot 10^{-31}}\right)=\frac{-180,5\cdot 10^3}{8,314}\left(\frac{1}{T_1}-\frac{1}{298}\right)$$

$$-69,3776\cdot\frac{8,314}{180,5\cdot 10^3}+\frac{1}{298}=\frac{1}{T_1}\Rightarrow T_1=6246\,K$$

Baleares 2006
3. A 1500 K, el percentatge de dissociació de l'aigua és $1,97 \cdot 10^{-2}$ % y a 1000 K és $3,00 \cdot 10^{-5}$ %. Sabent que la pressió d'equilibri és d'1 atm, calcula la variació d'entalpia correspondent a la reacció de formació de l'aigua en l'interval de temperatures considerat.

A 1500 K, el porcentaje de disociación del agua es $1,97 \cdot 10^{-2}$ % y a 1000 K es $3,00 \cdot 10^{-5}$ %. Sabiendo que la presión de equilibrio es de 1 atm, calcula la variación de entalpía correspondiente a la reacción de formación del agua en el intervalo de temperaturas considerado.

Galicia 2004
Enunciado no oficial/aproximado.
2.- A porcentaxe de disociación da auga a 1500 K é $1,97 \cdot 10^{-2}$ % e a 1000 K é $3 \cdot 10^{-5}$ %. Calcular a variación de entalpía correspondente á reacción $2H_2 + O_2 \leftrightarrows 2H_2O$ no intervalo de temperaturas indicado, supoñendo que a presión de equilibrio é 1 atm.

El porcentaje de disociación del agua a 1500 K es $1,97 \cdot 10^{-2}$ % y a 1000 K es $3 \cdot 10^{-5}$ %. Calcular la variación de entalpía correspondiente a la reacción $2H_2 + O_2 \leftrightarrows 2H_2O$ en el rango de temperatura especificado, suponiendo que la presión de equilibrio es 1 atm.

Cataluña 1996
B2. El percentatge de dissociació de l'aigua a 1500 K és $1,97 \cdot 10^{-2}$ % y a 1000 K és $3,00 \cdot 10^{-5}$ %. Calcular la variació d'entalpia correspondent a la reacció:

$$2H_2\,(g) + O_2\,(g) \leftrightarrows 2H_2O\,(g)$$

en l'interval de temperatura indicat, suposant que la pressió d'equilibri és d'una atmosfera, que els gasos es comporten idealment i que la variació d'entalpia no depèn de la temperatura en l'interval de temperatura considerat.

El porcentaje de disociación del agua en 1500 K es $1,97 \cdot 10^{-2}$ % y a 1000 K es $3,00 \cdot 10^{-5}$ %. Calcular la variación de entalpía correspondiente a la reacción:

$$2H_2\,(g) + O_2\,(g) \leftrightarrows 2H_2O\,(g)$$

en el intervalo de temperatura indicado, suponiendo que la presión de equilibrio es de una atmósfera, que los gases se comportan idealmente y que la variación de entalpía no depende de la temperatura en el intervalo de temperatura considerado.

Referencias:
Usamos $R=0,082\ atm \cdot L \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1} = 8,31\ J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$ que no es dato
1000 problemas de química general; José Antonio Fidalgo Sánchez y Manuel Ramón Fernández Pérez, Editorial Everest, problema 11.53
http://www.eis.uva.es/~galisteo/fqi/problemas/equilibrio.pdf problema 14

[Galicia 2004 2] La disociación del agua es la reacción inversa a la indicada, por lo que su constante de equilibrio será la inversa.

Como tenemos dos grados de disociación a dos temperaturas, podemos plantear los equilibrios y obtener dos constantes de equilibrio a dos temperaturas, con lo que utilizando la ecuación de Van't Hoff podemos obtener la variación de entalpía.

Si planteamos la constante de equilibrio para la disociación con moles (también se podría hacer con presiones), y ponemos coeficiente estequiométrico 1 en el agua

	H_2O (g) ⇆	H_2 (g) + ½ O_2 (g)	
Inic	n_0	0	0
Eq	$n_0(1-\alpha)$	$n_0\alpha$	$n_0½\alpha$

El número de moles totales en el equilibrio es $n_T=n_0(1-\alpha)+n_0\alpha+n_0½\alpha=n_0+n_0½\alpha=n_0(1+½\alpha)$

Las fracciones molares en el equilibrio son

$$\chi_{H_2O}=\frac{\cancel{n_0}(1-\alpha)}{\cancel{n_0}(1+\frac{1}{2}\alpha)}=\frac{(1-\alpha)}{(1+\frac{1}{2}\alpha)};\chi_{H_2}=\frac{\cancel{n_0}\alpha}{\cancel{n_0}(1+\frac{1}{2}\alpha)}=\frac{\alpha}{(1+\frac{1}{2}\alpha)};\chi_{O_2}=\frac{\frac{1}{2}\cancel{n_0}\alpha}{\cancel{n_0}(1+\frac{1}{2}\alpha)}=\frac{1}{2}\frac{\alpha}{(1+\frac{1}{2}\alpha)}$$

Con las fracciones molares plateamos la constante K_p

$$K_p=\frac{P_{H_2}P_{O_2}^{\frac{1}{2}}}{P_{H_2O}}=\frac{\chi_{H_2}\cancel{P_T}(\chi_{O_2}P_T)^{\frac{1}{2}}}{\chi_{H_2O}\cancel{P_T}}=P_T^{\frac{1}{2}}\frac{\frac{\alpha}{\cancel{(1+\frac{1}{2}\alpha)}}\frac{1}{\sqrt{2}}\frac{\alpha^{\frac{1}{2}}}{(1+\frac{1}{2}\alpha)^{\frac{1}{2}}}}{\frac{(1-\alpha)}{\cancel{(1+\frac{1}{2}\alpha)}}}=P_T^{\frac{1}{2}}\frac{\alpha^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2}(1+\frac{1}{2}\alpha)^{\frac{1}{2}}(1-\alpha)}$$

$$K_p=P_T^{\frac{1}{2}}\frac{\alpha^{\frac{3}{2}}}{(2+\alpha)^{\frac{1}{2}}(1-\alpha)}$$

Calculamos el valor a cada temperatura: el valor de la presión total es aproximadamente el mismo a las dos temperaturas porque el % de disociación es muy bajo y el gas disociado casi no contribuye a la presión, ya que su fracción molar y su presión parcial es muy baja.

$$K_p(1500\,K)=1^{\frac{1}{2}}\frac{(1{,}97\cdot10^{-4})^{\frac{3}{2}}}{(2+1{,}97\cdot10^{-4})^{\frac{1}{2}}(1-1{,}97\cdot10^{-4})}=1{,}955\cdot10^{-6}$$

$$K_p(1000\,K)=1^{\frac{1}{2}}\frac{(3\cdot10^{-7})^{\frac{3}{2}}}{(2+3\cdot10^{-7})^{\frac{1}{2}}(1-3\cdot10^{-7})}=1{,}162\cdot10^{-10}$$

Las constantes deben salir muy bajas, el coeficiente de disociación es muy pequeño

Si planteamos el equilibrio con número de moles y grado de disociación, que es dato y usamos coeficiente 2 en el agua, las constantes no serán la misma, sino elevadas al cuadrado.

	$2H_2O$ (g) ⇄	*$2H_2$ (g) +*	*O_2 (g)*
inic	*n_0*	*0*	*0*
eq	*$n_0(1-\alpha)$*	*$n_0\alpha$*	*$n_0½\alpha$*

Número de moles totales = $n_0(1-\alpha)+n_0\alpha+½n_0\alpha = n_0(1+½\alpha)$

$$K_p=\frac{P_{H_2}^2P_{O_2}}{P_{H_2O}^2}=P_T\frac{\chi_{H_2}^2\chi_{O_2}}{\chi_{H_2O}^2}=\frac{P_T}{(1+1/2\alpha)}\frac{\alpha^2 1/2\,\alpha}{(1-\alpha)^2}=\frac{P_T}{2(1+1/2\alpha)}\frac{\alpha^3}{(1-\alpha)^2}$$

Si T=1500 K, α=1,97·10-4 $K_p=\frac{1}{2\cdot(1+0{,}5\cdot 1{,}97\cdot 10^{-4})}\frac{(1{,}97\cdot 10^{-4})^3}{(1-1{,}97\cdot 10^{-4})^2}=3{,}8238\cdot 10^{-12}\,atm$

Si T=1000 K, α=3·10-7 $K_p=\frac{1}{2\cdot(1+0{,}5\cdot 3\cdot 10^{-7})}\frac{(3\cdot 10^{-7})^3}{(1-3\cdot 10^{-7})^2}=1{,}35\cdot 10^{-20}\,atm$

Se puede comprobar que (1,955·10-6)2=3,82·10-12 y (1,955·10-6)2=1,35·10-20

Si utilizamos la ecuación de Van't Hoff

$$\ln\frac{K_{p1}}{K_{p2}}=\frac{-\Delta H^o}{R}\left(\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}\right)$$

$$\ln\left(\frac{1{,}955\cdot 10^{-6}}{1{,}162\cdot 10^{-10}}\right)=\frac{-\Delta H^o}{0{,}082}\left(\frac{1}{1500}-\frac{1}{1000}\right)$$

$$\Delta H^o=2394\frac{\cancel{atm}\,L}{mol}\cdot\frac{101325\,Pa}{1\,\cancel{atm}}\cdot\frac{1\,m^3}{10^3\,\cancel{L}}=242{,}6\,kJ/mol$$

>En este caso indicamos kJ/mol porque está asociado a coeficiente 1 en H_2O

Si lo hacemos con las constantes obtenidas con el otro ajuste

$$\ln\frac{K_{p1}}{K_{p2}}=\frac{-\Delta H^o}{R}\left(\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}\right)$$

$$\ln\frac{3{,}8238\cdot 10^{-12}}{1{,}35\cdot 10^{-20}}=\frac{-\Delta H^o}{8{,}31}\left(\frac{1}{1500}-\frac{1}{1000}\right)\Rightarrow \Delta H^o=485183\,J=485{,}183\,kJ$$

En este caso no indicamos kJ por mol: es la entalpía de la reacción del enunciado, y las entalpías de indican en kJ y no en kJ/mol salvo que esté claro respecto a qué mol hace referencia, como combustión o formación.

La variación de entalpía de la disociación es positiva, es un proceso endotérmico
Como se pide la variación de entalpía de la reacción de formación que es la inversa, y con coeficiente estequiométrico 2 en el agua, utilizando la ley de Hess la variación de entalpía es
Con el ajuste con 1 en H_2O: $\Delta H^o=-2\cdot 242{,}6=-485{,}2\,kJ$
Con el ajuste con 2 en H_2O: $\Delta H^o-485{,}2\,kJ$

La reacción directa de la que se pide la variación de entalpía es la combustión del hidrógeno gas, y tiene variación de entalpía negativa ya que es exotérmico.
Validación: consultando el valor de entalpía de combustión del hidrógeno, es -286 kJ/mol, y para la reacción del enunciado 572 kJ/mol H_2 https://es.wikipedia.org/wiki/Dihidr%C3%B3geno#Combusti.C3.B3n
Chemistry, the central science, APPENDIX C Thermodynamic Quantities for Selected Substances at 298.15 K indica $\Delta H^o_f(H_2O(g))$=-241,82 kJ/mol

PROCEDIMIENTOS SELECTIVOS PARA EL ACCESO E INGRESO EN EL CUERPO DE PROFESORES DE ENSEÑANZA SECUNDARIA. AÑO 2006

EJERCICIO PRÁCTICO CORRESPONDIENTE A LA PRIMERA PRUEBA:

4.- Una muestra de agua contaminada tiene una concentración de cationes Ni^{2+} y Cr^{3+} de 110 y 120 mg/litro respectivamente. Se pretende depurar el agua mediante la precipitación de los hidróxidos correspondientes. El agua contaminada pasa a la depuradora. Una vez depurada, el agua se vierte a un río que a su vez desemboca en un lago. La depuradora trata 10 litros de agua contaminada por minuto, el caudal del río es de 100 m^3/minuto y el volumen mínimo del lago es de 1 km^3 .Calcular:
a) La concentración de los cationes Ni^{2+} y Cr^{3+} en mg/litro una vez efectuada la depuración. La reducción por precipitación es sólo el 50% de la teórica.
b) La concentración de los cationes Ni^{2+} y Cr^{3+} en mg/litro en el agua una vez vertida ésta al río.
c) c1) Años que tardará el lago en alcanzar los niveles estándar (50 ppb) suponiendo que el nivel de autodepuración del lago es del 10%.
c2) Años que tardará el lago en alcanzar los niveles estándar (50 ppb) suponiendo que no se depuran las aguas.
Masas atómicas: Ni = 59; Cr = 52; H = 1; O = 16
K_{ps} ($Ni(OH)_2$) = $1,6 \cdot 10^{-16}$
K_{ps} ($Cr(OH)_3$) = $6,7 \cdot 10^{-31}$

a) La reducción teórica es la asociada a la condiciones de saturación, la solubilidad
Para el níquel
$Ni(OH)_2$ (s) ⇄ Ni^{2+} (aq) + $2OH^-$ (aq)
Exceso s 2s

$$K_{ps} = s \cdot (2s)^2 = 4s^3 \Rightarrow s = \sqrt[3]{\frac{K_{ps}}{4}} = \sqrt[3]{\frac{1,6 \cdot 10^{-16}}{4}} = 3,42 \cdot 10^{-6} M$$

La real es el 50% de la teórica, por lo que la concentración de Ni^{2+} es el doble
$[Ni^{2+}] = 2 \cdot 3,42 \cdot 10^{-6} = 6,84 \cdot 10^{-6}$ M

$$[Ni^{2+}] = \frac{6,84 \cdot 10^{-6} \cancel{mol\ Ni^{2+}}}{L} \cdot \frac{59\ g\ Ni^{2+}}{1\ \cancel{mol\ Ni^{2+}}} = 4,04 \cdot 10^{-4}\ g\ Ni^{2+}/L = 0,404\ mg\ Ni^{2+}/L$$

Para el cromo
$Cr(OH)_3$ (s) ⇄ Cr^{3+} (aq) + $3OH^-$ (aq)
Exceso s 3s

$$K_{ps} = s \cdot (3s)^3 = 27s^4 \Rightarrow s = \sqrt[4]{\frac{K_{ps}}{27}} = \sqrt[4]{\frac{6,7 \cdot 10^{-31}}{27}} = 1,255 \cdot 10^{-8} M$$

La real es el 50% de la teórica, por lo que la concentración de Cr^{3+} es el doble
$[Cr^{3+}] = 2 \cdot 1,255 \cdot 10^{-8} = 2,51 \cdot 10^{-8}$ M

$$[Cr^{3+}] = \frac{2,51 \cdot 10^{-8} \cancel{mol\ Cr^{3+}}}{L} \cdot \frac{52\ g\ Cr^{3+}}{1\ \cancel{mol\ Cr^{3+}}} = 1,31 \cdot 10^{-6}\ g\ Cr^{3+}/L = 1,30 \cdot 10^{-3}\ mg\ Cr^{3+}/L$$

b) Asumimos que el río no tiene inicialmente nada de Ni^{2+} ni de Cr^{3+}
Hacemos un balance de masas para níquel, usamos Q para el caudal en L/min
mg de Ni^{2+} provenienes de agua residual = mg Ni^{2+} en el río
$[Ni^{2+}]_{aguaresidual} \cdot Q_{aguaresidual} = [Ni^{2+}]_{finalrío} \cdot Q_{finalrío}$

$Q_{finalrío}=Q_{aguaresidual}+Q_{río}=10+100\cdot10^3=100010$ L/min (se podría despreciar el residual)
$0,404\cdot10=[Ni^{2+}]_{finalrío}\cdot100010$
$[Ni^{2+}]_{finalrío}=0,404\cdot10/100010=4,04\cdot10^{-5}$ mg/L
De manera similar para el Cr^{3+}
$1,30\cdot10^{-3}\cdot10=[Cr^{3+}]_{finalrío}\cdot100010$
$[Cr^{3+}]_{finalrío}=1,30\cdot10^{-3}\cdot10/100010=1,30\cdot10^{-7}$ mg/L
c) 50 ppb = 50 µg/L = $50\cdot10^{-3}$ mg/L
(En disoluciones diluidas la densidad es aproximadamente 1 kg/L = 1000 g/L = 10^6 mg/L. Al hablar de ppm = 1 mg/L al ser un millón 10^6, pero al hablar de ppb = 1 µg/L ya que se usa 1 billion (anglosajón) = 10^9)
c1) Hacemos un balance de masas para níquel en el lago, asumiendo su volumen mínimo 1 km^3 = 10^9 m^3 = 10^{12} L
mg de Ni^{2+} que llegan al lago = mg Ni^{2+} en el lago
$[Ni^{2+}]_{finalrío}\cdot Q_{finalrío}\cdot t=[Ni^{2+}]_{finallago}\cdot V_{lago}$
$4,04\cdot10^{-5}\cdot100010\cdot t=50\cdot10^{-3}\cdot10^{12}$
$t=50\cdot10^{-3}\cdot10^{12}/(4,04\cdot10^{-5}\cdot100010)=1,24\cdot10^{10}$ min (las unidades de tiempo del caudal)
Como el lago tiene una capacidad de autodepuración del 10%, el tiempo se incrementa un 10%
$t'=1,1\cdot1,24\cdot10^8=1,36\cdot10^{10}$ min $=2,6\cdot10^4$ años
De manera similar para el Cr^{3+}
$[Cr^{3+}]_{finalrío}\cdot Q_{finalrío}\cdot t=[Cr^{3+}]_{finallago}\cdot V_{lago}$
$1,30\cdot10^{-7}\cdot100010\cdot t=50\cdot10^{-3}\cdot10^{12}$
$t=50\cdot10^{-3}\cdot10^{12}/(1,30\cdot10^{-7}\cdot100010)=3,85\cdot10^{12}$ min
$t'=1,1\cdot3,85\cdot10^{12}=4,24\cdot10^{12}$ min $=8,1\cdot10^6$ años
c2) Si las aguas no se han depurado las concentraciones serían, de manera similar a apartado b
$110\cdot10=[Ni^{2+}]_{finalrío}\cdot100010$
$[Ni^{2+}]_{finalrío}=110\cdot10/100010=1,10\cdot10^{-2}$ mg/L
$120\cdot10=[Cr^{3+}]_{finalrío}\cdot100010$
$[Cr^{3+}]_{finalrío}=120\cdot10/100010=1,20\cdot10^{-2}$ mg/L
De manera similar a apartado c1
Para el níquel
$[Ni^{2+}]_{finalrío}\cdot Q_{finalrío}\cdot t=[Ni^{2+}]_{finallago}\cdot V_{lago}$
$1,10\cdot10^{-2}\cdot100010\cdot t=50\cdot10^{-3}\cdot10^{12}$
$t=50\cdot10^{-3}\cdot10^{12}/(1,10\cdot10^{-2}\cdot100010)=4,55\cdot10^7$ min
$t'=1,1\cdot4,55\cdot10^7=5,01\cdot10^7$ min $=95$ años
Para el cromo
$[Cr^{3+}]_{finalrío}\cdot Q_{finalrío}\cdot t=[Cr^{3+}]_{finallago}\cdot V_{lago}$
$1,20\cdot10^{-2}\cdot100010\cdot t=50\cdot10^{-3}\cdot10^{12}$
$t=50\cdot10^{-3}\cdot10^{12}/(1,20\cdot10^{-2}\cdot100010)=4,17\cdot10^7$ min
$t'=1,1\cdot4,17\cdot10^7=4,59\cdot10^7$ min $=87$ años

Problemas relacionados con el temario de ingreso

2. El pentacloruro de fósforo se disocia según la ecuación $PCl_5 \leftrightarrows PCl_3 + Cl_2$. A 250 ºC y 1 atm de presión la densidad de PCl_5 parcialmente disociado es igual a 2,695 g/L. Determine el grado de disociación del pentacloruro de fósforo y la constante de equilibrio K_p a dicha temperatura. Suponga comportamiento ideal para los gases. Datos R=0,082 atm L/mol K; masas molares M(Cl)=35,5 g/mol
M(P)=31 g/mol.

Comentado por leprofe, opositora, Basileia en http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4239#p18683

Comentado por Borja, Sleepylavoisier, Jeda, Jal en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4239&p=26990#p26977 donde se cita problema 23 de http://gurewiki.net/@api/deki/files/1265/=Cap2_3.pdf muy similar pero en el que se indica "La densidad del PCl_5 sin disociar es igual a 2,695 g/L"

Buscando referencias para intentar decidir qué enunciado es correcto.
Densidades
https://pubchem.ncbi.nlm.nih.gov/compound/phosphorus_pentachloride#section=Density
http://www.chemspider.com/Chemical-Structure.23204.html
Datos termodinámicos
http://webbook.nist.gov/cgi/cbook.cgi?ID=C10026138&Units=SI&Mask=1#Thermo-Gas
Comentado por sleepylavoisier "Tomando los datos termodinámicos del pentacloruro y del tricloruro es fácil calcular Kp a 298.15 K y con la ecuación de van't Hoff estimar que Kp a 250ºC ronda las 1,3 atm.", por lo que tras resolver parece que el enunciado original debería indicar "densidad sin disociar"
Comentado por Jal: Desde mi punto de vista el enunciado no deja lugar a dudas. Al decir "densidad de PCl5 parcialmente disociado" solo puede referirse a la densidad de la mezcla de gases en el equilibrio. Es muy sencillo determinar la densidad de una mezcla de gases, pero no se puede determinar de forma empírica, la densidad de un gas cuando está mezclado con otros gases. Enunciado literal igual está resuelto en problema 22, página 31 de https://www.guao.org/sites/default/files/biblioteca/237928222-Equilibrio-Qu%C3%ADmico.pdf asumiendo densidad de la mezcla.
Comentado por sleepylavoisier: crearía menos confusión expresiones del tipo: "densidad del PCl5 inicialmente", "densidad de la mezcla gaseosa", "densidad del PCl5 sin disociar", "densidad medida del PCl5 parcialmente disociado" (porque nadie nos dice en el enunciado si ese dato ha sido medido empíricamente o bien calculado indirectamente, no nos queda más remedio que suponerlo; y algo así puede generar dudas).

Hacemos la resolución con un planteamiento inicial general y luego se concreta según el caso:

Planteamos el equilibrio, usamos moles

	$PCl_5 \leftrightarrows$	$PCl_3 +$	$Cl_2.$
Inic	n_0	0	0
Eq	$n_0(1-\alpha)$	$n_0\alpha$	$n_0\alpha$

El número de moles totales en equilibrio es $n_T=n_0(1-\alpha)+ 2n_0\alpha = n_0(1+\alpha)$
Utilizando la ley de los gases ideales (tomamos un V genérico, aunque podríamos elegir volumen

total 1 L por simplicidad ya que la densidad es una propiedad intensiva, con lo que numéricamente coinciden moles con concentraciones)

$$PV=nRT \Rightarrow \frac{n}{V}=\frac{P}{RT}=\frac{1}{0{,}082\cdot(273+250)}=0{,}02332\, mol\, gas/L$$

$$0{,}02332=\frac{n_0}{V}(1+\alpha) \Rightarrow \frac{n_0}{V}=\frac{0{,}02332}{1+\alpha}$$

Usando las masas molares
Masa molar (PCl_5)=31+5·35,5=208,5 g/mol PCl_5
Masa molar (PCl_3)=31+3·35,5=137,5 g/mol PCl_3
Masa molar (Cl_2)=2·35,5=71 g/mol Cl_2

Resolución considerando 2,695 g/L es la densidad de la mezcla disociada (no acorde a interpretación "literal" enunciado original Murcia 2006, pero parece la interpretación más razonable)

$$2{,}695=\frac{n_0(1-\alpha)\cdot 208{,}5+n_0\alpha\cdot 137{,}5+n_0\alpha\cdot 71}{V}$$

$$2{,}695=\frac{0{,}02332}{(1+\alpha)}(208{,}5-208{,}5\alpha+137{,}5\alpha+71\alpha)$$

$$115{,}566+115{,}566\alpha=208{,}5$$

$$\alpha=\frac{208{,}5-115{,}566}{115{,}566}=0{,}8042$$

$$K_p=\frac{P_{PCl_3}P_{Cl_2}}{P_{PCl_5}}=\frac{P_T\chi_{PCl_3}P_T\chi_{Cl_2}}{P_T\chi_{PCl_5}}=P_T\frac{\frac{\alpha^2}{(1+\alpha)^2}}{\frac{(1-\alpha)}{(1+\alpha)}}=P_T\frac{\alpha^2}{1-\alpha^2}=1\cdot\frac{0{,}8042^2}{1-0{,}8042^2}=1{,}831\, atm$$

Expresando resultados con 3 cifras significativas α=80,4 % y K_p=1,83 atm

Resolución considerando 2,695 g/L es la densidad solamente de PCl_5 parcialmente disociado que queda en el equilibrio (acorde a interpretación "literal" enunciado original Murcia 2006,)

$$2{,}695=\frac{n_0(1-\alpha)\cdot 208{,}5}{V} \Rightarrow \frac{n_0}{V}=\frac{0{,}01293}{(1-\alpha)}$$

$$\frac{0{,}01293}{(1-\alpha)}=\frac{0{,}02332}{1+\alpha} \Rightarrow 0{,}01293-0{,}02332=-\alpha(0{,}01293+0{,}02332) \Rightarrow \alpha=\frac{0{,}01039}{0{,}03625}=0{,}287$$

$$K_p=1\cdot\frac{0{,}287^2}{1-0{,}287^2}=0{,}0898\, atm$$

Expresando resultados con 3 cifras significativas α=28,7 % y K_p=0,0898tm

2. El dimetil-éter se descompone en una mezcla equimolar de metano, monóxido de carbono e hidrógeno. Colocamos cierta cantidad de dimetil-éter en un matraz sellado a 500 ºC, con lo que la reacción ocurre íntegramente en fase gaseosa, y observamos que la presión del matraz aumenta, muy rápidamente al principio, y más suavemente, en el transcurso de la reacción, con tendencia a estabilizarse en un valor que es tres veces el de la presión inicial. Con independencia de la cantidad que ponemos de dimetil-éter, la presión siempre tarda 25 minutos en duplicarse. Calcule la constante de velocidad de reacción y expresa la ley de velocidad de reacción.

Resuelto por Basileia, Jal, opositora en http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4125#p19108

Si el tiempo que tarda la presión en duplicarse no depende de la cantidad inicial sabemos que no puede ser un orden 2 o superior.
Como se indica que la presión aumenta primero rápidamente y luego suavemente sabemos que no es un aumento lineal, por lo que no es de orden 0.
Por lo tanto se trata de una cinética de orden 1.

	CH_3-O-CH_3 →	CH_4 +	CO +	H_2
Inic	n_0	0	0	0
t	n_0-x	x	x	x

En un instante t el número de moles totales es $n_T=n_0-x+x+x+x=n_0+2x$
Planteamos la ecuación de velocidad y obtenemos la expresión frente a tiempo

$$v=k[CH_3OCH_3]$$

$$\frac{-d[CH_3OCH_3]}{dt}=k[CH_3OCH_3]\Rightarrow\int\frac{d[CH_3OCH_3]}{[CH_3OCH_3]}=-k\int dt$$

$$\ln\left(\frac{[CH_3OCH_3]}{[CH_3OCH_3]_0}\right)=-kt$$

$$[CH_3OCH_3]=[CH_3OCH_3]_0e^{-kt}$$

Como tenemos un volumen fijo y todas las especies gaseosas, podemos plantear presiones en lugar de concentraciones usando la ley de gases ideales

$$PV=nRT\Rightarrow P=\frac{n}{V}RT=cRT\Rightarrow\frac{P}{c}=RT=cte\Rightarrow\frac{P_0}{c_0}=\frac{P_t}{c_t}\Rightarrow\frac{P_t}{P_0}=\frac{c_t}{c_0}$$

En el instante en el que la presión se duplica la concentración del dimetil-éter se ha reducido a la mitad; se trata de la semivida / tiempo de semirreacción. Obtenemos su expresión aunque se puede recordar. Expresamos en minutos y con dos cifras significativas.

$$0{,}5=e^{-k25}\Rightarrow k=\frac{\ln 2}{25}=2{,}8\cdot10^{-2}\,min^{-1}$$

>El dato de 500 ºC no se utiliza, solamente para tener en cuenta que es a temperatura constante.

6. El pentacloruro de fósforo al calentarse se descompone en una mezcla de tricloruro de fósforo y cloro. Si calentamos pentacloruro de fósforo a 190 ºC y a una presión de 1 atm. observamos que al establecerse el equilibrio, la densidad de la mezcla de los tres gases presentes es 5,1 veces la del aire en esas mismas condiciones. Con estos datos obtener una expresión que nos permita calcular para este equilibrio el coeficiente de disociación del pentacloruro de fósforo en función de la presión de la mezcla, manteniendo constante la temperatura a 190 ºC.
Considerar que todas las desviaciones respecto del comportamiento esperado de un gas perfecto son despreciables.
Masas atómicas: Cl: 35,5, P:31, R=0'082 atmL/Kmol
Densidad del aire en condiciones normales 1'29 g/L

Enunciado original usa ' como separador decimal cuando se debe usar sobre la línea de escritura.
http://www.fiquipedia.es/home/recursos/recursos-notacion-cientifica/Separador%20decimal.pdf

Comentado por MGT, nereida, Basileia, Jal en
http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4125#p18201
http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4125#p18205
http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4125#p19690

Planteamos el equilibrio

	$PCl_5 \leftrightarrows$	$PCl_3 +$	Cl_2
Inic	n_0	0	0
Eq	$n_0(1-\alpha)$	$n_0\alpha$	$n_0\alpha$

El número total de moles en el equilibrio es $n_T=n_0(1-\alpha)+n_0\alpha+n_0\alpha=n_0(1+\alpha)$
Utilizando la ecuación de los gases ideales

$$PV=nRT \Rightarrow \frac{n_T}{V}=\frac{P}{RT} \Rightarrow \frac{n_0}{V}(1+\alpha)=\frac{P}{RT} \quad (1)$$

Si planteamos la densidad de la mezcla

$$\rho=\frac{n_{PCl_5}M_{PCl_5}+n_{PCl_3}M_{PCl_3}+n_{Cl_2}M_{Cl_2}}{V}$$

$$\rho=\frac{n_0(1-\alpha)M_{PCl_5}+n_0\alpha M_{PCl_3}+n_0\alpha M_{Cl_2}}{V}=\frac{n_0}{V}(M_{PCl_5}-\alpha M_{PCl_5}+\alpha M_{PCl_3}+n\alpha M_{Cl_2})$$

Como se trata de una disociación $M_{PCl_5}=M_{PCl_3}+M_{Cl_2}$

$$\frac{n_0}{V}=\frac{\rho}{M_{PCl_5}}$$

Combinando expresiones $\frac{\rho}{M_{PCl_5}}(1+\alpha)=\frac{P}{RT} \Rightarrow \alpha=\frac{P\,M_{PCl_5}}{\rho\,RT}-1$

Sustituyendo valores numéricos
Masa molar (PCl_5)=31+5·35,5=208,5 g/mol PCl_5
Densidad del aire a 1 atm y 190 ºC, si en condiciones normales es 1,29 g/L
(condiciones normales 10^5 Pa, no es 1 atm desde 1982 http://goldbook.iupac.org/S05921.html)
Utilizando la ley de los gases ideales obtenemos relación entre volúmenes para la misma cantidad de gas, que podemos relacionar con densidades para misma masa

$$\frac{P_1 V_1}{T_1}=\frac{P_2 V_2}{T_2}\Rightarrow\frac{\frac{10^5}{101325}\cdot V_1}{273}=\frac{1\cdot V_2}{273+190}\Rightarrow\frac{V_1}{V_2}=\frac{273\cdot 101325}{10^5\cdot(273+190)}=0{,}597445464$$

$$\frac{m/V_1}{m/V_2}=\frac{\rho_{CN}}{\rho_{190ºC}}=1{,}67379294$$

La densidad del aire a 190 ºC = 1,29/1,67379294=0,770704649 g/L (menor al aumentar la temperatura)
La de la mezcla es 5,1 veces mayor a la del aire a esa temperatura, 3,93059371 g/L

$$\alpha=\frac{P\,208{,}5}{3{,}93059371\cdot 0{,}082\cdot(273+190)}-1=1{,}397182255\,P-1$$

Expresando el resultado final con 3 cifras significativas (datos enunciado con 2 ó 3 cifras significativas)
α=1,40·P -1 [P en atm]
(Se pide expresión de grado disociación en función de P, si se pidiese al revés sería P=0,71(1+α) [P en atm]
Validaciones:
En la expresión se ve que para P=1,40 atm se tiene α=1, y si P=1/1,4=0,71 atm se tiene α=0, por lo que fuera de ese rango de presiones no tiene sentido.
Para el valor del enunciado P=1 atm, α=0,40 = 40% y podemos plantear, usando (1)

$$K_c=\frac{[PCl_3][Cl_2]}{[PCl_5]}=\frac{\frac{(\frac{n_0\cdot\alpha}{V})^2}{\frac{n_0(1-\alpha)}{V}}}{}=\frac{n_0}{V}\frac{\alpha^2}{1-\alpha}=\frac{P}{RT(1+\alpha)}\frac{\alpha^2}{1-\alpha^2}$$

$$K_c=\frac{1}{0{,}082\cdot(273+190)}\frac{0{,}4^2}{(1-0{,}4^2)}=5{,}017\cdot10^{-3}\,mol/L$$

$$K_p=K_c(RT)^1=5{,}017\cdot10^{-3}\cdot0{,}082\cdot(273+190)=0{,}190\,atm$$

Al ser las constantes pequeñas es un equilibrio muy desplazado hacia la izquierda
Se puede pensar que según Le Châtelier aumentar la presión se desplaza hacia la izquierda que es donde menor número de moles gaseosos hay, lo que disminuye el grado de disociación y eso parece contradictorio con la expresión, pero aplicar así Châtelier no es correcto: no se trata de alterar un equilibrio, la P en la expresión solicitada es la presión total del equilibrio, y necesariamente deben tener una relación directa, ya que la presión total depende de forma directa del número total de moles y el número total de moles depende de forma directa del grado de disociación.
Los límites en valores de P para la expresión indican en qué rango es válido asumir la densidad dada, densidad que está fijada dentro de la expresión. Si la presión total varía la densidad varía, y el grado de disociación puede compensar hasta cierto punto esa variación de densidad.

2. A 27 ºC y 1 atmósfera de presión, la constante correspondiente a la disociación del tetraóxido de dinitrógeno en 2 moléculas de dióxido de nitrógeno vale K_p =0,17 Calcular:
a) El grado de disociación del tetraóxido en estas condiciones.
b) El grado de disociación a 27 ºC y 2 atmósferas de presión.
c) El grado de disociación cuando a 27 ºC se introducen en un recipiente de 40 litros 69 gramos de tetraóxido de dinitrógeno.

No se dan masas atómicas, usamos N = 14 u y O = 16 u
No se da como dato y usamos R=0,082 atm·L·K^{-1}·mol^{-1}

a) Planteamos el equilibrio con presiones

	N_2O_4 (g) ⇋	2 NO_2 (g)
Inicial	P_0	0
Equil.	$P_0(1-\alpha)$	$2P_0\alpha$

La presión total en el equilibrio es $P_0(1-\alpha)+2P_0\alpha=P_0(1+\alpha)=1$ atm → $P_0=1/(1+\alpha)$

$$K_p=\frac{P_{NO_2}^2}{P_{N_2O_4}}\Rightarrow 0,17=\frac{(2P_0\alpha)^2}{P_0(1-\alpha)}=4P_0\frac{\alpha^2}{1-\alpha}=4\frac{\alpha^2}{(1+\alpha)(1-\alpha)}=4\frac{\alpha^2}{1-\alpha^2}$$

$$0,17-0,17\alpha^2=4\alpha^2\Rightarrow 0,17=1,17\alpha^2\Rightarrow\alpha=\sqrt{\frac{0,17}{1,17}}=0,3812=38,12\%$$

b) Al no variar la temperatura la constante mantiene su valor. La presión aumenta y según Le Châtelier el sistema se opondrá a esa modificación desplazando el equilibrio hacia donde hay menor número de moles gaseosos, en este caso hacia N_2O_4 (g)
No partimos del equilibrio anterior, el equilibrio no depende de cómo se llega a él, por lo que reutilizamos el plantemiento pero ahora $P_0=2/(1+\alpha)$

$$0,17=\frac{(2P_0\alpha)^2}{P_0(1-\alpha)}=8\frac{\alpha^2}{1-\alpha^2}$$

$$0,17-0,17\alpha^2=8\alpha^2\Rightarrow 0,17=8,17\alpha^2\Rightarrow\alpha=\sqrt{\frac{0,17}{8,17}}=0,1442=14,42\%$$

c) Masa molar N_2O_4 =2·14+4·16=92 g/mol N_2O_4
n_0=69/92=0,75 mol N_2O_4
$P_0=n_0RT/V=0,75\cdot0,082\cdot(273+27)/40=0,46$ atm
Al no variar la temperatura la constante mantiene su valor.

$$0,17=\frac{(2P_0\alpha)^2}{P_0(1-\alpha)}=\frac{4\cdot0,46^2\alpha^2}{0,46(1-\alpha)}=\frac{1,84\alpha^2}{1-\alpha}$$

$$0,17-0,17\alpha=1,84\alpha^2$$

$$1,84\alpha^2+0,17\alpha-0,17=0$$

$$\alpha=\frac{-0,17\pm\sqrt{0,17^2-4\cdot1,84\cdot(-0,17)}}{2\cdot1,84}=\frac{-0,17\pm1,13}{3,68}=\begin{matrix}0,26=26\% \\ \text{~~negativo~~}\end{matrix}$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 12 mayo 2016
CC BY

Enunciado no oficial/aproximado.
3.- Para a reacción de descomposición do l N_2O_5 (g).
N_2O_5 (g) ⇆ NO_2 (g) + NO_3 (g)
medironse os seguintes datos cinéticos:
T = 25ºC, t =0 h, P(N_2O_5) = 350 mm Hg; t =6.1 h, P(N_2O_5) = 175 mm Hg.
T = 25ºC, t =0 h, P(N_2O_5) = 500 mm Hg; t =6.1 h, P(N_2O_5) = 250 mm Hg.
T = 55ºC, t =0 h, P(N_2O_5) = 350 mm Hg; t =8.2 min, P(N_2O_5) = 175 mm Hg.
T = 55ºC, t =0 h, P(N_2O_5) = 500 mm Hg; t =8.2 min, P(N_2O_5) = 250 mm Hg.
1.- Determinar a orde de reacción.
2.- Calcular as constantes de velocidade a 25 e 55 ºC.
3.- Calcular a enerxía de activación e o factor de frecuencia.

3.- Para la reacción de descomposición del N_2O_5 (g).
N_2O_5 (g) ⇆ NO_2 (g) + NO_3 (g)
se midieron los siguientes datos cinéticos:
T = 25ºC, t =0 h, P(N_2O_5) = 350 mm Hg; t =6.1 h, P(N_2O_5) = 175 mm Hg.
T = 25ºC, t =0 h, P(N_2O_5) = 500 mm Hg; t =6.1 h, P(N_2O_5) = 250 mm Hg.
T = 55ºC, t =0 h, P(N_2O_5) = 350 mm Hg; t =8.2 min, P(N_2O_5) = 175 mm Hg.
T = 55ºC, t =0 h, P(N_2O_5) = 500 mm Hg; t =8.2 min, P(N_2O_5) = 250 mm Hg.
a) Determina el orden de reacción;
b) Calcular las constantes de velocidad a 25 y 55 ºC;
c) Calcular la energía de activación y factor de frecuencia.

Referencias:
Comentado por sleepylavoisier en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4018&p=19325#p19325 y por Basileia en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4018&p=19452#p19451
https://www.upo.es/depa/webdex/quimfis/docencia/biotec_termo/TC_hoja%208-2005-06.pdf
Termodinámica y Cinética Química 2005/2006. Área de Química-Física. Universidad Pablo de Olavide, problema 46

1.- Planteamos la ecuación de velocidad donde aparece el orden de reacción a obtener
$$v = k[N_2O_5]^{\alpha}$$
Tenemos datos de presiones, no concentraciones; las relacionamos utilizando la definición de concentración y la ecuación de los gases ideales.
$$[N_2O_5] = \frac{n_{N_2O_5}}{V} = \frac{P_{N_2O_5}}{RT} \qquad v = \frac{-d[N_2O_5]}{dt} = \frac{-1}{RT}\frac{dP_{N_2O_5}}{dt}$$
Expresando en función de presiones
$$\frac{-1}{RT}\frac{dP_{N_2O_5}}{dt} = k\frac{P^{\alpha}_{N_2O_5}}{(RT)^{\alpha}}$$
$$\frac{dP_{N_2O_5}}{P^{\alpha}_{N_2O_5}} = -k(RT)^{1-\alpha}dt$$
Podemos plantear una relación entre la presión y tiempo integrando, con varias opciones.
Argumentamos si descartamos alguna o comprobamos con cuál encajan mejor los datos, y al mismo tiempo calculamos el valor de k a cada temperatura.
-Orden 0, α=0. Eso implicaría que no habría variación de la velocidad y de presión para una T dada si modificamos la presión inicial, pero se ve con los datos que no es así. Numéricamente

$\Delta P_{N_2O_5} = -k\,RT\,\Delta T \Rightarrow \frac{\Delta P_{N_2O_5}}{\Delta T} = -k\,RT$ El cociente debe ser una constante para una T fija

Para T=273+25=298 K $\frac{\frac{175}{760}-\frac{350}{760}}{6{,}1\cdot 3600} = -1{,}049\cdot 10^{-5} \neq \frac{\frac{250}{760}-\frac{500}{760}}{6{,}1\cdot 3600} = -1{,}498\cdot 10^{-5}$ No se cumple

Para T=273+55=328 K tampoco se cumple, son mismos valores cambiando 6,1 h por 8,2 min

-Orden 1, α=1. Numéricamente

$\frac{dP_{N_2O_5}}{P_{N_2O_5}} = -k\,dt \Rightarrow \ln\frac{P_{N_2O_5 f}}{P_{N_2O_5 i}} = -kt \Rightarrow \frac{\ln\frac{P_{N_2O_5 f}}{P_{N_2O_5 i}}}{t} = -k$ El cociente debe ser una constante para T fija

(la constante de velocidad depende de la temperatura con la ecuación de Arrhenius)

Para T=273+25=298 K $\frac{\ln\frac{175}{350}}{6{,}1\cdot 3600} = \frac{\ln\frac{250}{500}}{6{,}1\cdot 3600} = -3{,}156\cdot 10^{-5} s^{-1}$ Se cumple

Para T=273+55=328 K $\frac{\ln\frac{175}{350}}{8{,}1\cdot 60} = \frac{\ln\frac{250}{500}}{8{,}1\cdot 60} = -1{,}409\cdot 10^{-3} s^{-1}$ Se cumple

Dado que se cumple para orden 1 no lo comprobamos para órdenes superiores.

Por lo tanto es de orden 1: $v = k[N_2O_5]$ $P_{N_2O_5 f} = P_{N_2O_5 i}\cdot e^{-kt}$

Comentario cualitativo interesante de sleepylavoisier:

Si nos fijamos en los datos, las presiones parciales finales de N_2O_5 son la mitad de las presiones parciales iniciales a t=0. Entonces esos tiempos son los periodos de semirreacción (o tiempo de vida media como lo nombraron en problema Madrid 2012) a 25 ºC y a 55 ºC. Por otro lado, los tiempos finales, a cada temperatura, parece que se conservan independientemente de la concentración inicial (o presión parcial inicial) del N_2O_5. En el caso de reacciones de primer orden (no para segundo, ni tercer, etc orden) el periodo de semirreacción es independiente de la concentración de reactivo inicial, y para el tipo de reacción que nos ocupa vale ln2/k. Luego coincido con primer orden y despejaría, a partir de aquí, k=ln2/($t_{1/2}$).

2.- Con los cálculos anteriores

$k(25ºC) = 3{,}156\cdot 10^{-5} s^{-1}$

$k(55ºC) = 1{,}409\cdot 10^{-3} s^{-1}$

3.- Podemos relacionar la energía de activación con la constantes de velocidad calculadas en el apartado b mediante la ecuación de Arrhenius $k = A\,e^{\frac{-E_a}{RT}}$

Como tenemos dos valores a dos velocidades, si realizamos el cociente

$$\frac{k(25ºC)}{k(55ºC)} = \frac{\cancel{A}\,e^{\frac{-E_a}{R(273+25)}}}{\cancel{A}\,e^{\frac{-E_a}{R(273+55)}}} = \frac{3{,}156\cdot 10^{-5}}{1{,}409\cdot 10^{-3}} \Rightarrow \frac{-E_a}{8{,}31(273+25)} + \frac{E_a}{8{,}31(273+55)} = -3{,}7987$$

$$E_a = \frac{-3{,}7987\cdot 8{,}31}{\frac{1}{328}-\frac{1}{298}} = 102850\,J/mol = 102{,}85\,kJ/mol$$

Validamos con un valor de referencia

Química general para las ciencias ambientales, Remedios González Luque

https://books.google.es/books?id=dF7al6i3AXgC&pg=PA309&lpg=PA309

22,4 kcal/mol=93,632 kJ/mol

Para el factor de frecuencia, conocida la energía de activación

Usando los datos de 25 ºC $A=\frac{3,156\cdot 10^{-5}}{e^{\frac{-102850}{8,31(273+25)}}}=3,44\cdot 10^{13}s^{-1}$

Comprobamos que obtenemos mismo valor con datos de 55 ºC $A=\frac{1,409\cdot 10^{-3}}{e^{\frac{-102850}{8,31(273+55)}}}=3,44\cdot 10^{13}s^{-1}$

Prueba práctica de Química.
Se valorará tanto el planteamiento y justificación como el desarrollo operativo.
1. Para estudiar la cinética de la reacción A+B → Productos:
a) A cierta temperatura constante, se han obtenido los siguientes datos:

	[A] mol·L^{-1}	[B] mol·L^{-1}	velocidad mol·L^{-1}·s^{-1}
experiencia nº 1	1,78·10^{-2}	2,81·10^{-3}	6,00·10^{-5}
experiencia nº 2	2,85·10^{-2}	2,81·10^{-3}	7,59·10^{-5}
experiencia n.º 3	1,78·10^{-2}	4,07·10^{-3}	1,26·10^{-4}

Calcule la ecuación de la velocidad a la temperatura de las experiencias.
b) En otra serie de experiencias, para la misma reacción, se han mantenido constantes todas las condiciones excepto la temperatura obteniéndose los siguientes datos:

	Temperatura(ºC)	velocidad (mol·L^{-1}·s^{-1})
Experiencia nº 4	20 ºC	1,5·10^{-4}
Experiencia nº 5	30 ºC	2,4·10^{-4}

Calcule la energía de activación.

DATOS GENERALES: Los valores de las constantes, en el S. I. R = 8,31 J·mol^{-1}·K^{-1}; F = 96487 C.

a) La ecuación de velocidad es $v=k[A]^{\alpha}[B]^{\beta}$
Para la experiencia 1: $6,00\cdot10^{-5}=(1,78\cdot10^{-2})^{\alpha}(2,81\cdot10^{-3})^{\beta}$
Para la experiencia 2: $7,59\cdot10^{-5}=(2,85\cdot10^{-2})^{\alpha}(2,81\cdot10^{-3})^{\beta}$
Para la experiencia 3: $1,26\cdot10^{-4}=(1,78\cdot10^{-2})^{\alpha}(4,07\cdot10^{-3})^{\beta}$
Dividimos segunda entre primera
$7,59/6,00=(2,85/1,78)^{\alpha}$
$1,265=1,592^{\alpha}$
$\ln(1,265)=\alpha\cdot\ln(1,592)$
$\alpha=\ln(1,265)/\ln(1,592)\approx0,5$
Dividimos tercera entre primera
$12,6/6,00=(4,07/2,81)^{\beta}$
$2,1=1,448^{\beta}$
$\ln(2,1)=\beta\cdot\ln(1,448)$
$\beta=\ln(2,1)/\ln(1,448)\approx2$
La ecuación de velocidad es $v=k[A]^{0,5}[B]^{2}$
El orden total es 2,5
No se pide pero calculamos el valor de k a esa temperatura a partir de los datos de la primera tabla

[A] mol·L^{-1}	[B] mol·L^{-1}	velocidad mol·L^{-1}·s^{-1}	$k=v/[A]^{0,5}\cdot[B]^{2}$
1,78E-02	2,81E-03	6,00E-05	57,0
2,85E-02	2,81E-03	7,59E-05	56,9
1,78E-02	4,07E-03	1,26E-04	57,0
			57,0

Como el orden total de reacción es 2,5 las unidades de k son L^{1,5}·mol$^{-1,5}$·s^{-1}
k=57,0 L^{1,5}·mol$^{-1,5}$·s^{-1}

b) Si utilizamos la ecuación de Arrhenius $k = A\,e^{\frac{-E_a}{RT}}$
El valor de k lo volvemos a calcular a cada temperatura

Para la experiencia 4: $\frac{1,5\cdot 10^{-4}}{[A]^{0,5}\cdot[B]^2} = A\cdot e^{\frac{-E_a}{8,31\cdot(273+20)}}$

Para la experiencia 5: $\frac{2,4\cdot 10^{-4}}{[A]^{0,5}\cdot[B]^2} = A\cdot e^{\frac{-E_a}{8,31\cdot(273+30)}}$

Si dividimos quinta entre cuarta

$$\frac{2,4\cdot 10^{-4}}{1,5\cdot 10^{-4}} = e^{\frac{-E_a}{8,31\cdot(273+30)}+\frac{E_a}{8,31\cdot(273+20)}}$$

$$\ln\left(\frac{2,4}{1,5}\right) = E_a\left(\frac{1}{8,31\cdot(273+20)} - \frac{1}{8,31\cdot(273+30)}\right)$$

$$E_a = 3,47\cdot 10^4\ J/mol$$

8. L'amoniac es descompon a 600 K segons la reacció d'equilibri descrita per l'ecuació $NH_{3(g)} \leftrightarrows ½\ N_{2(g)} + 3/2\ H_{2(g)}$ la constant de la cual és K_c=0'395. Disposam d'un recipient de 2'00 L en el qual introuïm 5'30 g d'amoniac a 600 K. Quines serán les concentracions de les tres espècies a l'equilibri?

El amoniaco se descompone a 600 K según la reacción de equilibrio descrita por la ecuación $NH_{3(g)} \leftrightarrows ½\ N_{2(g)} + 3/2\ H_{2(g)}$ la constante del cual es K_c = 0,395. Disponemos de un recipiente de 2,00 L en el que introducimos 5,30 g de amoniaco a 600 K. ¿Cuáles serán las concentraciones de las tres especies en el equilibrio?

Comentado por Jal en http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4120#p19508

Planteamos el equilibrio con concentraciones

	$NH_{3(g)} \leftrightarrows$	½ $N_{2(g)}$ +	3/2 $H_{2(g)}$
Inic	c_0	0	0
Eq	c_0-x	½ x	3/2 x

La masa molar NH_3 =17 g/mol NH_3

c_0=(5,3/17)/2=0,155882 M

$$K_c=\frac{[N_2]^{\frac{1}{2}}[H_2]^{\frac{3}{2}}}{[NH_3]}\Rightarrow 0{,}395=\frac{0{,}5^{0{,}5}\cdot 1{,}5^{1{,}5}\cdot x^2}{0{,}155882-x}$$

$$0{,}304071\left(0{,}155882-x\right)=x^2\Rightarrow x^2+0{,}304071\,x-0{,}0473992=0$$

$$x=\frac{-0{,}304071\pm\sqrt{0{,}304071^2-4\cdot 1\cdot\left(-0{,}0473992\right)}}{2}=\begin{matrix}\sout{negativo}\\ 0{,}113509\,M\end{matrix}$$

Expresando resultado con tres cifras significativas

$[NH_3]$=0,155882- 0,113509=0,0424 M

$[N_2]$=0,5·0,113509=0,0568 M

$[H_2]$=1,5·0,113509=0,170 M

enrique@fiquipedia.es Revisado 8 febrero 2016
CC BY

A3. Responeu, de forma breu però raonada, les següents qüestions:
e) Com és que en fer passar un corrent de clorur d'hidrogen per una disolució molt concentrada de sal comú en aigua pot arribar a precipitar clorur de sodi?

A3. Responda, de forma breve pero razonada, las siguientes cuestiones:
e) Como es que al hacer pasar una corriente de cloruro de hidrógeno por una disolución muy concentrada de sal común en agua puede llegar a precipitar cloruro de sodio?

El cloruro de sodio es una sal muy soluble, si precipita es porque se ha llegado al límite de solubilidad, que estaba cercano ya que se indica que era una disolución muy concentrada.
Para que precipite el equilibrio de solubilidad se está desplazando hacia la forma no disociada
$NaCl\ (s) \rightarrow Na^+\ (ac) + Cl^-\ (ac)$
De acuerdo a Le Châtelier implica que se están aportando productos, lo que a partir de una corriente de HCl gas solamente puede ser aportar iones cloruro a la disolución, ya que el HCl gas es soluble en agua disociándose (la disolución es el ácido clorhídrico)

A5. Una mescla de 2 mol de metà i 1 mol de sulfur d'hidrogen s'han introduït en un recipient buit, després s'ha escalfat fins a 727 ºC i s'ha mantingut a aquesta temperatura durant un temps prou llarg per assolir l'equilibri:

$$CH_4\ (g) + 2\ H_2S\ (g) \leftrightarrows CS_2\ (g) + 4\ H_2\ (g)$$

a) Calculeu el volum del recipient.
b) Determineu el valor de les constants d'equilibri K_p, K_c i K_x a 727 ºC

A5. Una mezcla de 2 mol de metano y 1 mol de sulfuro de hidrógeno se han introducido en un recipiente vacío, luego se ha calentado hasta 727 ºC y se ha mantenido a esta temperatura durante un tiempo suficientemente largo para alcanzar el equilibrio:

$$CH_4\ (g) + 2\ H_2S\ (g) \leftrightarrows CS_2\ (g) + 4\ H_2\ (g)$$

a) Calcule el volumen del recipiente.
b) Determinar el valor de las constantes de equilibrio K_p, K_c y K_x a 727 ºC

Referencias:
Problemas de química; Henry O. Daley,Robert F. O'Malley, problema 11-49
https://books.google.es/books?id=qniJqzwFzpYC&pg=PA204&lpg=PA204
https://www.uam.es/docencia/reyero00/docs/equil_quimico_problemas_propuestos.pdf problema 5
https://www.u-cursos.cl/faciqyf/2010/2/FBQI2204/6/material_docente/previsualizar?id_material=565094 Problema 6
https://www.saddleback.edu/faculty/cabel/Saddleback/Chapter_13_files/chem1B-ws3-ICE.pdf problema 6
Thermodynamic Properties Of Individual Substances: Elements And compounds; L. V. Gurvich,I. Veyt; https://books.google.es/books?id=b83PO5B88HMC&pg=PA211
Ein Beitrag zur Entfernung von organisch gebundenem Schwefel aus technisen Gasen, 1951
http://e-collection.library.ethz.ch/eserv/eth:33917/eth-33917-02.pdf#page=55
Gleichgewichtskonstanten (constante de equilibrio), para la reacción inversa del enunciado
$6{,}9\cdot10^{-4}$ a 750 ºC
$5{,}1\cdot10^{-3}$ a 700 ºC
$1{,}41\cdot10^{3}$ a 500 ºC, creciendo de valor a medida que disminuye la temperatura
Se cita que la potencias 4 y 2 en el equilibrio suponen mucho error en datos.

Comentado por leprofe, opositora y sleepylavoisier en
http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4253#p18667

Regla de las fases de Gibbs https://es.wikipedia.org/wiki/Regla_de_las_fases_de_Gibbs

a y b) Planteamos el equilibrio con moles

	$CH_4\ (g)$	$+\ 2\ H_2S\ (g)$	$\leftrightarrows CS_2\ (g)$	$+\ 4\ H_2\ (g)$
Inic	2	1	0	0
Eq	2-x	1-2x	x	4x

En número de moles totales en el equilibrio es n_T=2-x+1-2x+x+4x=3+2x
Utilizando la ley de los gases ideales

$$PV = nRT \Rightarrow V = \frac{nRT}{P}$$

Necesitamos información sobre la presión total y disociación, que enunciado no da.
Asumiendo que enunciado es correcto y no faltan datos, podríamos interpretar que se introduce a temperatura ambiente (25 ºC) y a 1 atm ya que luego se indica que se calienta, y que a esta temperatura la disociación no es relevante (este apartado no depende de saber nada de

disociación), por lo que tenemos 3 mol de gas en total
>Usamos R=0,082 atm·L/K·mol que no es dato

$$V=\frac{3\cdot 0{,}082\cdot 298}{1}=73{,}3\,L$$

Para apartado b usamos definiciones de constantes

$$K_p=\frac{P_{CS_2}P_{H_2}^4}{P_{CH_4}P_{H_2S}^2}=\frac{P_T^5}{P_T^3}\frac{\chi_{CS_2}\chi_{H_2}^4}{\chi_{CH_4}\chi_{H_2S}^2}=\left((3+2x)\cdot\frac{RT}{V}\right)^2\frac{1}{(3+2x)^2}\frac{x\cdot(4x)^4}{(2-x)(1-2x)^2}$$

$$K_p=\left(\frac{RT}{V}\right)^2\frac{4^4x^5}{(2-x)(1-2x)^2}$$

Aunque aproximemos x pequeño y en denominador cambiemos (2-x)(1-2x)^2 por 2·1, tenemos una ecuación con dos incógnitas: Kp y x (asumiendo conocido el valor de V y T)

Si suponemos que la presión es 1 atm por ser un recipiente de émbolo móvil en equilibrio con el exterior, no solucionamos el problema, ya que el volumen pasa a ser incógnita.
Asumimos que faltan datos en el enunciado: para hacer un enunciado completo buscamos información
-No asumimos disociación nula inicialmente
-En ejercicio 11-49 de las referencias que cita Terres y Sasse indica presiones parciales CS_2, H_2, CH_4 y H_2S de 407,0, 270,6, 67,9 y 14,4 mm Hg respectivamente, lo que suma 759,9 mmHg y nos da un valor real de Kp a 650 ºC para la reacción del enunciado de $1{,}55\cdot10^8$ $mmHg^2$, 268 atm^2
-En la referencia de Terres y Sasse de 1951 la constante para 650 ºC (que se da para la reacción inversa) tiene dos valores; $8{,}8\cdot10^{-2}$ y $1{,}46\cdot10^{-1}$ (texto indica que al haber cuartas potencias hay mucho error), lo que supone constantes directas 11,36 y 6,85. No se indican unidades; si son $mmHg^2$ que usa otra referencia que cita Terres y Sasse supondrían aproximadamente $2\cdot10^{-5}$ atm^2 y $1{,}2\cdot10^{-5}$ atm^2.
-En ejercicio UAM se da presión en el equilibrio es 762 torr a 700 ºC con valor reacción inversa $3{,}31\cdot10^{-4}$ que para la directa es 3021, no indica unidades, se puede asumir atm^2.
-En ejercicio se indica presión total 0,92 atm y la presión parcial de hidrógeno en el equilibrio de hidrógeno es 0,20 atm con mismas cantidades iniciales. Con ese dato se obtiene el valor de volumen de 300 L pero una Kp de $5\cdot10^{-3}$ atm^2 que aproximadamente la inversa de la que parece correcta.

Planteamos de manera general asumiendo que son datos la presión total y la presión parcial del H_2 en el equilibrio. Buscamos un valor de K_p "similar" a las referencias: son variables, y además es confuso el valor al no citarse unidades, pero parece claro que en equilibrio a esta temperatura el equilibrio está desplazado hacia el H_2, que tendrá una presión parcial importante, y K_p debe ser mayor que la unidad.

T=273+727=1000 K

Usando la definición de presión parcial $P_{H_2}=\chi_{H_2}P_T=\frac{n_{H_2}}{n_T}P_T\Rightarrow n_T=n_{H_2}\frac{P_T}{P_{H_2}}$

Combinando con el equilibrio $3+2x=4x\frac{P_T}{P_{H_2}}\Rightarrow x=\frac{3}{4\frac{P_T}{P_{H_2}}-2}$

Utilizamos el dato de la presión parcial de hidrógeno $V=\frac{n_{H_2}RT}{P_{H_2}}=\frac{4xRT}{P_{H_2}}=12\frac{RT}{4P_T-2P_{H_2}}$

Resolvemos con enunciado que indicase "se alcanza el equilibrio con una presión de 1 atm y una presión parcial de H_2 de 0,4 atm"

>Hay que tener presente que 1-2x debe ser positivo para que tenga sentido.

>En apartado a hemos calculado valor de volumen 73,3 L asumiendo que la disociación no era relevante, pero ahora no usamos ese valor porque estamos planteando una disociación genérica. Realmente al estar "inventando" cada apartado es orientativo.

Sustituyendo con valores numéricos P_T= 1 atm y P_{H2}= 0,4 atm

$$x=\frac{3}{4\frac{1}{0,4}-2}=0,375\,mol\,gas \qquad V=12\,\frac{0,082\cdot 1000}{4\cdot 1-2\cdot 0,4}=307,5\,L$$

Sustituyendo para obtener constante

$$K_p=\left(0,082\cdot\frac{1000}{307,5}\right)^2\frac{4^4\,0,375^5}{(2-0,375)(1-2\cdot 0,375)^2}=1,329\,atm^2$$

Relacionando constantes

$$K_p=K_c(RT)^{\Delta n}\Rightarrow K_c=\frac{1,329}{(0,082\cdot 1000)^2}=1,997\cdot 10^{-4}\,M^2$$

$$K_p=K_x P^{\Delta n}\Rightarrow K_x=\frac{1,329}{1^2}=1,329$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 16 junio 2016
CC BY

B5. A una dissolució que conté ions clorur i ions cromat se li afegeix, gota a gota, una dissolució de nitrat de plata. Les concentracions de clorur i de cromat a la dissolució inicial són, respectivament, 0'01 M i 0'1 M
a) Determineu quina serà la primera sal en començar a precipitar
b) Calculeu quina serà la concentració de l'esmentada sal en la dissolució en el moment d'iniciar-se la precipitació.
Nota: els productes de solubilitat de les sals de plata implicades en el procés són: clorur de plata: $1'56 \cdot 10^{-10}$ $(mol/l)^2$; cromat de plata: $4'05 \cdot 10^{-12}$ $(mol/l)^3$

B5. A una disolución que contiene iones cloruro e iones cromato se le añade, gota a gota, una disolución de nitrato de plata. Las concentraciones de cloruro y de cromato a la disolución inicial son, respectivamente, 0,01 M y 0,1 M
a) Determinar cuál será la primera sal en comenzar a precipitar
b) Calcular cuál será la concentración de dicha sal en la disolución en el momento de iniciarse la precipitación.
Nota: los productos de solubilidad de las sales de plata implicadas en el proceso son: cloruro de plata: $1,56 \cdot 10^{-10}$ $(mol/L)^2$; cromato de plata: $4,05 \cdot 10^{-12}$ $(mol/L)^3$

a) Planteamos las disociaciones:

$$AgCl \rightarrow Ag^+ + Cl^-$$

$$K_{ps}(AgCl) = [Ag^+][Cl^-]$$

$$Ag_2CrO_4 \rightarrow 2Ag^+ + CrO_4^{2-}$$

$$K_{ps}(Ag_2CrO_4) = [Ag^+]^2[CrO_4^{2-}]$$

El nitrato de plata es una sal muy soluble y añade iones plata, que se combinan con los iones cloruro y cromato. Dadas las concentraciones iniciales de iones cloruro y cromato, la concentración de ión plata que permite cada una de ellas es

$$[Ag^+]_{libre\ permitida\ AgCl} = \frac{K_{ps}(AgCl)}{[Cl^-]} = \frac{1,56 \cdot 10^{-10}}{0,01} = 1,56 \cdot 10^{-8}\ M$$

$$[Ag^+]_{libre\ permitida\ Ag_2CrO_4} = \sqrt{\frac{K_{ps}(Ag_2CrO_4)}{[CrO_4^{2-}]}} = \sqrt{\frac{4,05 \cdot 10^{-12}}{0,1}} = 6,36 \cdot 10^{-6}\ M$$

La primera sal que comenzará a precipitar es el cloruro de plata que tiene valor menor.
b) La precipitación comienza en cuanto se añaden iones de plata, por lo que será una concentración mínima al tener un producto de solubilidad tan bajo.
Al ser la cantidad de plata asociada al cloruro de plata 2 órdenes de magnitud más pequeña que la del cromato de plata, consideramos solamente su efecto

$$K_{ps}(AgCl) = [Ag^+][Cl^-] = s^2 \Rightarrow s = \sqrt{1,56 \cdot 10^{-10}} = 1,25 \cdot 10^{-5}\ M$$

La concentración de iones cloruro será mayor, pero se está pidiendo la concentración de AgCl

enrique@fiquipedia.es Revisado 24 mayo 2016
CC BY

C5. Un cop assolida la situació d'equilibri en la reacció entre gasos

$$CO\ (g) + Cl_2\ (g) \leftrightarrows COCl_2\ (g)$$

en determinades condicions, s'observa que les concentracions de cada substància són: monòxid de carboni: 2 mol/L; clor: 2 mol/L; clorur de carbonil: 20 mol/L.
a) Quina serà la concentració dels diversos components en assolir de nou l'equilibri, un cop s'ha afegit al sistema 1 mol/L de clor sense canviar-ne ni la temperatura ni el volum?
b) Quina serà la concentració dels diversos components un cop assolit novament l'equilibri si, a partir de la situació inicial descrita a l'enunciat, es duplica el volum del sistema sense introduir-hi cap substància ni modificar-ne la temperatura?

C5. Una vez alcanzada la situación de equilibrio en la reacción entre gases

$$CO\ (g) + Cl_2\ (g) \leftrightarrows COCl_2\ (g)$$

en determinadas condiciones, se observa que las concentraciones de cada sustancia son: monóxido de carbono: 2 mol/L; cloro: 2 mol/L; cloruro de carbonilo: 20 mol/L.
a) ¿Cuál será la concentración de los diversos componentes al alcanzar de nuevo el equilibrio, una vez se ha añadido al sistema 1 mol/L de cloro sin cambiar ni la temperatura ni el volumen?
b) ¿Cuál será la concentración de los diversos componentes una vez alcanzado nuevamente el equilibrio si, a partir de la situación inicial descrita en el enunciado, se duplica el volumen del sistema sin introducir ninguna sustancia ni modificar su temperatura?

Referencias:
http://www.eis.uva.es/~galisteo/fqi/problemas/equilibrio.pdf problema 20

a) Planteamos la constante de equilibrio con concentraciones

$$K_c = \frac{[COCl_2]}{[CO][Cl_2]} = \frac{20}{2 \cdot 2} = 5\ M^{-1}$$

Si no varía la temperatura la constante es la misma.
Si no varía el volumen, aumenta la concentración de Cl_2 y el equilibrio se desplaza hacia la derecha
Planteamos con concentraciones, el volumen es constante y moles sería multiplicar concentraciones por volumen

	$CO\ (g) + Cl_2\ (g) \leftrightarrows COCl_2\ (g)$		
Inic	2	3	20
Eq	2-x	3-x	20+x

$$5 = \frac{20+x}{(2-x)(3-x)} \Rightarrow 5(6-2x-3x+x^2) = 20+x \Rightarrow 30-25x+5x^2-20-x=0$$

$$5x^2-26x+10=0$$

$$x = \frac{26 \pm \sqrt{26^2-4 \cdot 5 \cdot 10}}{2 \cdot 5} = \frac{26 \pm 21{,}817}{10} = \begin{matrix} 0{,}418\ M \\ \sout{4{,}78\ M} \end{matrix}$$

Las nuevas concentraciones son (usamos dos cifras significativas)
$[CO]$=2-0,418=1,6M
$[Cl_2]$=3-0,418=2,6 M
$[COCl_2]$=20+0,418=20,4 M
b) Si no varía la temperatura la constante es la misma.
Si duplicamos el volumen sin variar la temperatura la concentración disminuye a la mitad, también disminuye la presión, por lo que según Le Châtelier el equilibrio se desplaza hacia donde mayor número de moles gaseosos hay, que es hacia reactivos.
Planteamos el equilibrio

	$CO\ (g) + Cl_2\ (g) \leftrightarrows COCl_2\ (g)$		
Inic	1	1	10
Eq	1+x	1+x	10-x

$$5=\frac{10-x}{(1+x)(1+x)}\Rightarrow 5(1+2x+x^2)=10-x\Rightarrow 5+10x+5x^2-10+x=0$$

$$5x^2+11x-5=0$$

$$x=\frac{-11\pm\sqrt{11^2-4\cdot 5\cdot(-5)}}{2\cdot 5}=\frac{-11\pm 14{,}866}{10}=\begin{matrix}0{,}387\,M\\ \cancel{-2{,}587\,M}\end{matrix}$$

Las nuevas concentraciones son (usamos dos cifras significativas)

$[CO]=[Cl_2]=1+0{,}387=1{,}4M$

$[COCl_2]=10-0{,}387=9{,}6\ M$

QUÍMICA

2. Se ha determinado que la descomposición del cloruro de sulfurilo, según la siguiente ecuación $SO_2Cl_{2(g)} \rightarrow SO_{2(g)} + Cl_{2(g)}$ es una reacción química de primer orden. A 600 K y volumen constante, en 10,3 minutos se descompone un 5% de la cantidad inicial.

a) ¿Cuál es el valor de la constante específica de velocidad para este proceso? ¿Cuánto vale el período de semirreacción?

b) Sabiendo que el factor de frecuencia de colisión para esta transformación, en esas condiciones, vale $2 \cdot 10^{12}$ s^{-1} ¿Cuál es la energía de activación de la reacción?

Expresamos resultados con 3 cifras significativas (datos de enunciado con 1 ó 3 cifras), y utilizamos como unidad de tiempo minutos.

a) Si tenemos una reacción de primer orden $v = k[SO_2Cl_2]$

e integrando llegamos $[SO_2Cl_2] = [SO_2Cl_2]_0 e^{-kt}$

Como se nos indica que se descompone un 5%, queda el 95%, y podemos plantear

$$\frac{95}{100} = e^{-k10,3} \Rightarrow k = \frac{\ln(\frac{95}{100})}{-10,3} = 0,00498\, min^{-1}$$

Para el período de semirreacción al ser de orden 1 podemos plantear (se podría deducir la expresión) $T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln(2)}{k} = 139\, min$

b) Utilizando la ecuación de Arrhenius

$$k = A\, e^{\frac{-E_a}{RT}} \Rightarrow E_a = -RT \ln(\frac{k}{A})$$

No se da el valor de R, tomamos R=8,31 J/mol·K

$$E_a = -8,31 \cdot 600 \ln(\frac{\frac{0,00498}{60}}{2 \cdot 10^{12}}) = 188\, kJ/mol$$

1. El pentaclouro de fósforo se descompone al calentarlo en tricloruro de fósforo y cloro. Calcular el grado de disociación y la presión parcial de las tres sustancias si la densidad de la mezcla de equilibrio respecto del hidrógeno es 70, a 200 ºC y 1 atm técnica de presión.
Dato: Masa atómica del H = 1,008

Usamos g=9,8 m/s^2, R=0,082 atm·L·K^{-1}·mol^{-1}
No se facilitan masas atómicas de P ni Cl, pero son necesarias para la resolción, tomamos con 4 cifras significativas como el hidrógeno: P = 30,97 y Cl = 35,45

Para calcular el grado de disociación planteamos el equilibrio usando moles

PCl_5 ⇄	PCl_3 +	Cl_2
n_0	0	0
$n_0(1-\alpha)$	$n_0\alpha$	$n_0\alpha$

La número de moles totales es $n_T=n_0(1-\alpha)+n_0\alpha+n_0\alpha=n_0(1+\alpha)$
La densidad relativa 70 está indicando que la densidad es 70 veces mayor que la del hidrógeno molecular, o lo que es lo mismo que la "masa molar promedio de la mezcla" es 70 veces mayor.
https://es.wikipedia.org/wiki/Densidad_relativa

$$\rho_{relativa}=\frac{\rho_{mezcla}}{\rho_{H_2}}=\frac{m_{mezcla}/V}{m_{H_2}/V}=\frac{m_{mezcla}}{m_{H_2}}$$

La densidad es una propiedad intensiva; tiene el mismo valor independientemente de la cantidad de sustancia total, por lo que tomamos V=1 L
1 atmósfera técnica = 1 kgf/cm^2 = 9,8·10^4 Pa = 0,967 atm
Usando la ley de los gases ideales
En 1 L de H_2 a 200 ºC y 0,967 atm tenemos n=PV/RT=0,967·1/0,082·(273+200)=2,493·10^{-2} mol H_2
La masa molar de H_2 es 1,008·2=2,016 g/mol H_2
En 1 L de H_2 a 200 ºC y 0,967 atm tenemos 2,493·10^{-2}·2,016=5,026·10^{-2} g H_2
Por lo tanto en 1 L de mezcla a 200 ºC y 0,967 atm tenemos 5,026·10^{-2}·70=3,518 g mezcla.
La masa total es la misma masa que la inicial de PCl_5, ya que inicialmente antes de la disociación solo teníamos PCl_5, por lo que podemos calcular n_0.
Masa molar (PCl_5)=30,97+5·35,45=208,22 g/mol PCl_5
$n_0=m_0/M(PCl_5)=3,518/208,22=1,690\cdot10^{-2}$ mol PCl_5
En 1 L de mezcla a 200 ºC y 0,967 atm tenemos n=PV/RT=0,967·1/0,082·(273+200)=2,493·10^{-2} mol de mezcla (como estamos aplicando la ley de los gases ideales, es el mismo número de moles de H_2 calculado antes, porque no depende de qué gas se trate)
Luego $n_T=2,493\cdot10^{-2}$ mol mezcla
Como $n_T=n_0(1+\alpha) \rightarrow \alpha=n_T/n_0 - 1= 2,493\cdot10^{-2}/1,690\cdot10^{-2} - 1 = 0,475=$**47,5 %**
Las presiones parciales en el equilibrio son

$$P(PCl_5)=\chi_{PCl_5}P_T=\frac{\cancel{n_0}(1-\alpha)}{\cancel{n_0}(1+\alpha)}\cdot P_T=\frac{1-0,475}{1+0,475}\cdot 0,967=0,344\,atm$$

$$P(PCl_3)=P(PCl_3)=\chi_{PCl_3}P_T=\chi_{Cl_2}P_T=\frac{\cancel{n_0}\alpha}{\cancel{n_0}(1+\alpha)}\cdot P_T=\frac{0,475}{1+0,475}\cdot 0,967=0,311\,atm$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 9 febrero 2016
CC BY

B3. Contesteu de manera breu, però raonadament, les cinc qüestions següents:
d) Expliqueu per què en afegir amoníac a una disolució acuosa de clorur de magnesi precipita l'hidròxid de magnesi i, en canvi, si la disolució conté també sals d'amoni no es produeix la precipitació de l'hidròxid de magnesi.

B3. Conteste de manera breve, pero razonadamente, las cinco cuestiones siguientes:
d) Explique por qué al añadir amoníaco a una disolución acuosa de cloruro de magnesio precipita el hidróxido de magnesio y, en cambio, si la disolución contiene también sales de amonio no se produce la precipitación del hidróxido de magnesio.

$MgCl_2$ es una sal muy soluble que en disolución acuosa está disociada en sus iones Mg^{2+} y Cl^-.
Al agregar en una disolución neutra amoniaco, que es una base débil, se disocia parcialmente formando iones amonio e hidroxilo
El hidróxido de magnesio es una sal poco soluble, por lo que en cuanto aparecen iones hidroxilo el equilibrio se desplaza hacia la sal y precipita.
Si hay iones amonio en la disolución el equilibrio de disociación del amoniaco se desplaza hacia el amoniaco, no se disocia y no aparecen iones hidroxilo por lo que no hay precipitado.
Validación: https://en.wikipedia.org/wiki/Magnesium_hydroxide $Kps=1,5 \cdot 10^{-11}$

C4. Per a l'equilibri de dissociació del brom mol·lecular (gas) en brom atòmic (també gas), s'ha trobat que a la temperatura de 1400 K la constant d'equilibri K_p val $3,07 \cdot 10^3$ Pa, mentres que a 1600 K la mateixa constant val $2,58 \cdot 10^4$ Pa. Determineu:
a) El percentatge de brom que s'ha dissociat a 1600 K, tot tenint en compte que a aquesta temperatura la presió total dels gasos continguts en el recipient és de 10 kPa.
b) L'increment d'entalpia de la reacció (suposat independent de la temperatura), o calor de reacció.

C4. Para el equilibrio de disociación del bromo molecular (gas) en bromo atómico (también gas), se ha encontrado que la temperatura de 1400 K la constante de equilibrio K_p vale $3,07 \cdot 10^3$ Pa, mientras que 1600 K la misma constante vale $2,58 \cdot 10^4$ Pa. Determinar:
a) El porcentaje de bromo que se ha disociado 1600 K, teniendo en cuenta que a esta temperatura la presión total de los gases contenidos en el recipiente es de 10 kPa.
b) El incremento de entalpía de la reacción (supuesto independiente de la temperatura), o calor de reacción.

Resuelto/comentado por Basileia, opositora en
http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4253#p18388

a) Planteamos la disociación con presiones

	Br_2 (g) ⇆	2Br (g)
Inic	P_0	0
Eq	$P_0(1-\alpha)$	$2P_0\alpha$

La presión total en el equilibrio es $P_T=P_0(1-\alpha)+2P_0\alpha=P_0(1+\alpha)$

$$K_p=\frac{P_{Br}^2}{P_{Br_2}}=\frac{(P_T\chi_{Br})^2}{P_T\chi_{Br_2}}=P_T\frac{\left(\frac{2\alpha}{1+\alpha}\right)^2}{\left(\frac{1-\alpha}{1+\alpha}\right)}=P_T\frac{4\alpha^2}{1-\alpha^2}\Rightarrow K_p(1-\alpha^2)=4P_T\alpha^2$$

$$\alpha=\sqrt{\frac{K_p}{4P_T+K_p}}=\sqrt{\frac{2,58\cdot10^4}{4\cdot10^4+2,58\cdot10^4}}=0,626=62,6\,\%$$

b) Utilizando la ecuación de Van't Hoff

$$\ln\left(\frac{K_{p1}}{K_{p2}}\right)=\frac{-\Delta H}{R}\left(\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}\right)$$

$$\Delta H=\frac{-R\ln\left(\frac{K_{p1}}{K_{p2}}\right)}{\left(\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}\right)}=\frac{-8,31\cdot\ln\left(\frac{2,58\cdot10^4}{3,07\cdot10^3}\right)}{\frac{1}{1600}-\frac{1}{1400}}=198\,kJ/mol$$

Se trata de un proceso endotérmico: al aumentar la temperatura se desplaza hacia productos (aumenta la constante)
Validación del valor:
Chemistry, the central science, Appendix C, $\Delta H°_f(Br(g))=111,8$ kJ/mol, para esta reacción sería el doble, unos 220 kJ/mol, a 298 K
https://labs.chem.ucsb.edu/zakarian/armen/11---bonddissociationenergy.pdf Br-Br 193,870 kJ/mol a 298 K

OPCIÓN A. PROBLEMA DE QUÍMICA.

1. Consideremos la siguiente reacción: $2NO + O_2 \rightarrow 2NO_2$

1) Las siguientes mediciones fueron obtenidas en varias experiencias, realizadas a una temperatura de 25 ºC

$[NO]_0$ (mol L^{-1})	$[O_2]_0$ (mol L^{-1})	Velocidad inicial (mol L^{-1} s^{-1})	A_∞ (λ=400 nm)
1,16 x 10^{-4}	1,21 x 10^{-4}	1,15 x 10^{-8}	0,341
1,15 x 10^{-4}	2,41 x 10^{-4}	2,28 x 10^{-8}	0,331
1,18 x 10^{-4}	6,26 x 10^{-5}	6,24 x 10^{-9}	0,335
2,31 x 10^{-4}	2,42 x 10^{-4}	9,19 x 10^{-8}	0,656
5,57 x 10^{-5}	2,44 x 10^{-4}	5,79 x 10^{-9}	0,166

a) Determine el orden de reacción con respecto a O_2, a NO, y el orden global (1,5 PUNTOS)

b) Determine la constante de velocidad de reacción a dicha temperatura (1 PUNTOS)

2) La columna del extremo derecho de la tabla anterior muestra la absorbancia a 400 nm (longitud de la celda = 10 cm) cuando ha pasado suficiente tiempo para que la mezcla de reacción alcance el equilibrio.

a) ¿Se lleva a cabo de manera prácticamente completa la reacción? Justifique la respuesta. (1,25 PUNTOS)

b) Determine el coeficiente de absortividad molar para la longitud de onda medida. (1,25 PUNTOS)

1.

a) La ecuación general será $v=k[NO]^\alpha[O_2]^\beta$

Planteamos combinando datos de experiencias en los que una de las dos concentraciones son aproximadamente iguales. Asumimos órdenes enteros: aproximamos al número entero más cercano y hacemos un promedio con decimales entre experimentos.

Primero y segundo

$1{,}15\cdot10^{-8}=k[1{,}16\cdot10^{-4}]^\alpha[1{,}21\cdot10^{-4}]^\beta$

$2{,}28\cdot10^{-8}=k[1{,}15\cdot10^{-4}]^\alpha[2{,}41\cdot10^{-4}]^\beta$

Diviendo segunda entre primera

$2{,}28/1{,}15\approx[2{,}41/1{,}21]^\beta \rightarrow 2\approx2^\beta \rightarrow \beta=1$

Cualitativamente podíamos haber indicado orden 1 porque vemos que si se duplica la concentración de O_2 manteniendo la de NO se duplica la velocidad (experiencias 1 y 2) y que si se triplica también se triplica (experiencias 1 y 3)

Cuarto y quinto

$9{,}19\cdot10^{-8}=k[2{,}31\cdot10^{-4}]^\alpha[2{,}42\cdot10^{-4}]^\beta$

$5{,}79\cdot10^{-9}=k[5{,}57\cdot10^{-5}]^\alpha[2{,}44\cdot10^{-4}]^\beta$

Diviendo cuarta entre quinta

$9{,}19/0{,}579\approx[2{,}31/0{,}557]^\beta \rightarrow 16\approx4^\alpha \rightarrow \alpha=2$

El orden parcial respecto de NO es 2, el orden parcial respecto de O_2 es 1 y el orden total es 3.

b) Para el valor de la constante sí que promediamos con todos los experimentos

Al ser el orden total 3 las unidades de la constante serán $mol^{-2}\cdot L^2\cdot s^{-1}$

Como los datos tienen 3 cifras significativas, damos el resultado final promedio con 3 cifras significativas

$[NO]_0$ (mol L^{-1})	$[O_2]_0$ (mol L^{-1})	Velocidad inicial (mol L^{-1} s^{-1})	$k=v/([NO]^2 \cdot [O_2])$ (mol^{-2} L^2 s^{-1})
1,16E-04	1,21E-04	1,15E-08	7,06E+03
1,15E-04	2,41E-04	2,28E-08	7,15E+03
1,18E-04	6,26E-05	6,24E-09	7,16E+03
2,31E-04	2,42E-04	9,19E-08	7,12E+03
5,57E-05	2,44E-04	5,79E-09	7,65E+03
			7,23E+03

2.

a) La absorbancia está relacionada con la concentración de las especies absorbentes en el equilibrio. Si la reacción se completa casi en su totalidad, la concentración de los productos será alta y la de los reactivos baja (idealmente cero).

Se tiene que saber que 400 nm está en el espectro visible que va de unos 400 nm (rojo) a 750 nm (violeta) y que el NO_2 tiene un color marrón, lo que indica que abosorbe de manera intensa en visible y en concreto en parte del espectro asociada a verde-azul porque no se emite. El O_2 no absorbe en visible y el NO tampoco, por lo que la absorbancia indica la presencia o no de NO_2.

Utilizamos la ley de Beer-Lambert: $A=\varepsilon \cdot l \cdot c$

https://es.wikipedia.org/wiki/Ley_de_Beer-Lambert

A es la absorbancia, no tiene unidades

ε es el coeficiente de absorción molar (unidades $M^{-1} \cdot cm^{-1}$)

l es la longitud (en este caso 10 cm)

c es la concentración (unidades M)

La absortividad es un término no recomendado por IUPAC

https://goldbook.iupac.org/terms/view/A00044.html

se debería usar coeficiente de absortividad molar

https://goldbook.iupac.org/terms/view/M03972

Calculamos la concentración en cada caso si ha reaccionado todo, teniendo en cuenta la estequiometría. Vemos que necesitamos el doble de NO que de O_2, pero no lo tenemos en ninguno de los casos, por lo que NO siempre es el limitante, y la cantidad máxima de NO_2 que podemos obtener la fija NO, y la concentración máximoa de NO_2 será la misma que la de NO inicial.

$[NO]_0$ (mol L^{-1})	$[O_2]_0$ (mol L^{-1})	Limitante ¿O_2 ó NO?	c_∞ (NO_2) (mol L^{-1})	A_∞ (λ=400 nm)	$\varepsilon=A_\infty/l \cdot c_\infty$
1,16E-04	1,21E-04	NO	1,16E-04	0,341	2,94E+02
1,15E-04	2,41E-04	NO	1,15E-04	0,331	2,88E+02
1,18E-04	6,26E-05	NO	1,18E-04	0,335	2,84E+02
2,31E-04	2,42E-04	NO	2,31E-04	0,656	2,84E+02
5,57E-05	2,44E-04	NO	5,57E-05	0,166	2,98E+02
					2,90E+02

Vemos que si c_∞ (NO_2) (que es aproximadamente igual en experiencias 1 a 3)

- se duplica (en experiencia 4 (2,31/1,18≈2), A_∞ también se duplica (0,656/0,331≈2)
- se divide por la mitad (en experiencia 5 (0,557/1,18≈0,5), A_∞ también se divide por la mitad (0,166/0,331≈0,5)

Eso que sugiere que la reacción se lleva a cabo de manera prácticamente completa.

b) Despejando $\varepsilon=A/l \cdot c$ (se incluye en tabla anterior) y haciendo el promedio

$\varepsilon=2{,}90 \cdot 10^2$ $M^{-1} \cdot cm^{-1}$

enrique@fiquipedia.es Revisado 14 octubre 2023
CC BY SA

Model 3

3. Donades les següents entalpies lliures estàndard de formació a 25 ºC:

CO (g)	CO_2(g)	H_2O(g)	H_2O(l)	
-137,27	-394,40	-228,60	-237,20	kJ/mol

a) Calculeu ΔGº i la constant d'equilibri K_p per a la reacció, a 25 ºC,

$$CO(g) + H_2O(g) \leftrightarrows CO_2(g) + H_2(g)$$

b) Calculeu la pressió de vapor de l'aigua a 25 ºC

c) Es mesclen CO, CO_2 i H_2 de manera que la pressió parcial de cadascun és de 1,00 atm i la mescla es posa en contacte amb un excés d'aigua líquida. Quina és la pressió parcial de cada gas a l'equilibri a 25 ºC?. Se suposa que el volum ocupat per la mescla gasosa és constant.

(R=8,314 J K^{-1} mol^{-1})

Modelo 3

3. Dadas las siguientes entalpías libres estándar de formación a 25 ºC:

CO (g)	*CO_2(g)*	*H_2O(g)*	*H_2O(l)*	
-137,27	*-394,40*	*-228,60*	*-237,20*	*kJ/mol*

a) Calcule ΔGº y la constante de equilibrio K_p para la reacción, a 25 ºC,

$$CO(g) + H_2O(g) \leftrightarrows CO_2(g) + H_2(g)$$

b) Calcular la presión de vapor del agua a 25 ºC

c) Se mezclan CO, CO_2 y H_2 de forma que la presión parcial de cada uno es de 1,00 atm y la mezcla se pone en contacto con un exceso de agua líquida. ¿Cuál es la presión parcial de cada gas en el equilibrio a 25ºC ?. Se supone que el volumen ocupado por la mezcla gaseosa es constante.

(R = 8,314 J K^{-1} mol^{-1})

Comentado por leprofe, opositora en http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4253#p18693

¿Tiene(n) unidades la(s) constante(s) de equilibrio? An. Quím. 2013, 109(1), 34–37 Ana Quílez-Díaz y Juan Quílez-Pardo

https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/4208013.pdf

"el valor numérico correcto de Kp, ya que es idéntico al de Kº cuando p_i se miden en bar"

Expresamos resultados con 5 cifras significativas, como datos del enunciado, aunque en cálculos intermedios usemos más precisión.

a) ΔGº =ΔGº productos - ΔGºreactivos = ΔGº(CO_2)+ΔGº(H_2)-(ΔGº(CO)+ΔGº(H_2O(g))=

ΔGº = -394,40 -0-(-137,27-228,60)=-28,53 kJ/mol

$$\Delta G^o = -RT \ln K_p \Rightarrow K_p = e^{\frac{-\Delta G^o}{RT}} = e^{\frac{28{,}53 \cdot 10^3}{8{,}314 \cdot (273+25)}} = 100238$$

K_p=100240 (adimensional en este caso)

b) La presión de vapor es la presión asociada al equilibrio entre el agua líquida y el agua gaseosa

$$H_2O(l) \leftrightarrows H_2O(g)$$

ΔGº =ΔGº productos - ΔGºreactivos = ΔGº(H_2O(g))-ΔGº(H_2O(l))=-228,60-(-237,20)=8,6 kJ/mol

$$K_p = e^{\frac{-\Delta G^o}{RT}} = e^{\frac{-8{,}6 \cdot 10^3}{8{,}314 \cdot (273+25)}} = 0{,}031081568 \text{ bar}$$

>En la expresión que relaciona ΔGº y Kp realmente interviene Kº, y son equivalentes numéricamente si se expresa en bar.

Usando la definición de K_p, tomando actividades gases como presión parcial y unidad para líquidos

$$K_p = P_{H_2O(g)} = 0{,}031081568 \text{ bar} = 3108{,}2\, Pa = 31{,}082\, hPa = \frac{3108{,}2}{101325} = 0{,}030677\, atm$$

Validación resultado: http://www.vaxasoftware.com/doc_edu/qui/pvh2o.pdf 31,699 hPa a 25 ºC

c) Tenemos varios equilibrios simultáneamente

$CO(g) + H_2O(g) \leftrightarrows CO_2(g) + H_2(g)$

$H_2O(l) \leftrightarrows H_2O(g)$

Si inicialmente teníamos presiones parciales de CO, CO_2 y H_2 de 1 atm y equilibrio, podemos calcular la presión parcial inicial de H_2O (g) usando la constante de equilibrio, antes de que hubiera contacto con agua líquida.

$$K_p = \frac{P_{CO_2} P_{H_2}}{P_{CO} P_{H_2O}} \Rightarrow 100240 = \frac{1 \cdot 1}{1 \cdot P_{H_2O}} \Rightarrow P_{H_2O} = \frac{1}{100240}\, atm$$

Al poner en contacto con agua líquida, la presión de vapor aumentará, lo que desplazará el primer equilibrio hacia la derecha. Llamamos x e y a la variación de presión, medida en atmósferas

	$CO(g) + H_2O(g)$		$\leftrightarrows$	$CO_2(g) + H_2(g)$	
Inic	1	1/100240		1	1
Eq	1-y	1/100240+x-y		1+y	1+y

	$H_2O(l) \leftrightarrows$	$H_2O(g)$
Inic	exceso	1/100240
Eq	exceso	1/100240+x-y

En el equilibrio a 25 ºC del vapor da agua 0,030677=1/100240+x-y, luego x-y=0,030677 atm
(la presión parcial de agua inicial era despreciable, la constante es alta y está muy desplazado a la derecha)

Utilizando la constante de equilibrio

$$K_p = \frac{P_{CO_2} P_{H_2}}{P_{CO} P_{H_2O}} \Rightarrow 100240 = \frac{(1+y)^2}{(1-y) \cdot 0{,}030677}$$

$$3075{,}06248 - 3075{,}06248\, y = 1 + 2\, y + y^2$$

$$y^2 + 3077{,}06248\, y - 3074{,}06248 = 0$$

$$y = \frac{-3077{,}06248 \pm \sqrt{3077{,}06248^2 - 4 \cdot (-3074{,}06248)}}{2}$$

$$y = \frac{-3077{,}06248 \pm 3079{,}059881805}{2} = \frac{\cancel{-3078}}{0{,}9987009025\, atm}$$

Las presiones finales, expresadas con 5 cifras significativas (también podríamos usar 3 cifras como la presión de 1,00 atm dada)

$$P_{CO} = 1 - 0{,}9987009025 = 0{,}0012991\, atm$$

$$P_{H_2O} = 0{,}030677\, atm$$

$$P_{CO_2} = P_{H_2} = 1 + 0{,}9987009025 = 1{,}9987\, atm$$

Comprobamos $\frac{1{,}9987^2}{0{,}0012991 \cdot 0{,}030677} \approx 100240$

Model 3

5. Quina quantitat de iodur de plata es pot dissoldre en 200 cm^3 d'una solució que conté 8,5 g d'amoníac? Dades: K_{ps} (AgI)=1,5·10^{-16}, la constant de dissociació de l'ió diammina plata és 6,8·10^{-8} i les masses atòmiques relatives de la plata, iode, nitrogen i hidrogen són, respectivamente, 108, 127, 14 i 1.

Modelo 3

5. ¿Qué cantidad de yoduro de plata se puede disolver en 200 cm^3 de una solución que contiene 8,5 g de amoniaco? Datos: K_{ps} (AgI) = 1,5·10^{-16}, la constante de disociación del ión diamina plata es 6,8·10^{-8} y las masas atómicas relativas de la plata, yodo, nitrógeno e hidrógeno son, respectivamente, 108, 127, 14 y 1.

Similar a 1996-Cataluña-B4

Comentado por leprofe en http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4253#p18828

Planteamos la disociación y la formación del ión diamina-plata

La concentración inicial de amoniaco es (8,5/17)/0,2= 2,5 M

$$AgI \rightarrow Ag^+ + I^-$$

$Kps=[Ag^+][I^-]$

$$Ag^+ + 2NH_3 \rightarrow [Ag(NH_3)_2]^+$$

Se da K_d de disociación muy baja, lo que realmente indica que el complejo es muy estable, siendo la constante de formación del complejo $K_f=1/K_d$

$$K_f=\frac{1}{K_d}=\frac{[[Ag(NH_3)_2]^+]}{[Ag^+][NH_3]^2}$$

Si hacemos un balance de cargas

$[Ag^+]=[Ag^+]_{\text{libre procedente sal}} + [[Ag(NH_3)_2]^+]_{\text{en complejo}}$

$[Ag^+]=[I^-]_{\text{libre procedente sal}}$

$$[I^-]=[Ag^+]+\frac{[Ag^+][NH_3]^2}{K_d}=[Ag^+]\left(1+\frac{[NH_3]^2}{K_d}\right)=\frac{K_{ps}}{[I^-]}\left(1+\frac{[NH_3]^2}{K_d}\right)$$

$$[I^-]=\sqrt{K_{ps}\left(1+\frac{[NH_3]^2}{K_d}\right)}$$

La concentración de NH_3 a utilizar en esta expresión es la de equilibrio, no simplemente 2,5 M que es la inicial. Podemos poner 2,5 M si se asume:

-Como K_f es alta y K_d<<K_{ps}, casi todo el Ag^+ pasa a complejo e irá desplazando el equilibrio de solubilidad $[I^-]\approx[[Ag(NH_3)_2]^+]$

-Como K_{ps} es baja $[I^-]$<<2,5, por lo que $[[Ag(NH_3)_2]^+]$<<2,5, y la formación del complejo no disminuye apreciablemente la concentración de amoniaco.

$$[I^-]=\sqrt{1,5\cdot10^{-16}\left(1+\frac{2,5^2}{6,8\cdot10^{-8}}\right)}=1,17417\cdot10^{-4}\,mol/L$$

Se pide masa de yoduro de plata disuelto; todos los iones yoduro provienen de disociación de la sal con estequiometría 1:1

$$0,2\,\cancel{L}\cdot\frac{1,17417\cdot10^{-4}\,\cancel{mol\,I^-}}{1\,\cancel{L}}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\,AgI}}{1\,\cancel{mol\,I^-}}\cdot\frac{108+127\,g\,AgI}{1\,\cancel{mol\,AgI}}=0,0055186\,g\,AgI$$

Expresando resultado con 2 cifras significativas 0,0055 g AgI

2.- 1,1 g de NOBr se colocan en un matraz de 1 litro, evacuado a -55 ºC. El matraz se calienta a 0 ºC, a cuya temperatura los productos son gaseosos y ejercen una presión de 0,3 atm. Al seguir calentando hasta 25 ºC, la presión total del equilibrio asciende a 0,35 atm. En ambas temperaturas existe el equilibrio

$$2NOBr \leftrightarrow 2NO + Br_2$$

Calcular Kp para la reacción a 0 ºC y ΔHº
Datos: masa atómica del Br=80; masa atómica del N=14; masa atómica del O=16

Según IUPAC el símbolo para equilibrio es ⇌ y para reacción en ambos sentidos ⇄, el símbolo ↔ es para resonancia.
Referencias:
Principios de química; Richard E. Dickerson
https://books.google.es/books?id=vVt6frGy9mgC&pg=PA159 problema 8, para la reacción inversa a 25 ºC indica $K_p=116\ atm^{-1}$ y que es exotérmica.
Resolución de problemas de química general; Christopher J. Willis
https://books.google.es/books?id=Llsd3VW7srYC&pg=PA336 problema 12 a 100 ºC, resolución en página 339

Se puede dudar sobre el estado a cada temperatura del NOBr que no se indica explícitamente; según enunciado parece claro que a -55 ºC no es gas, pero a 0 ºC y 25 ºC podemos asumir que también es gas. La realidad es que a 0 ºC es líquido, y a 15 ºC es gas: según https://en.wikipedia.org/wiki/Nitrosyl_bromide la temperatura de ebullición son 14,5 ºC
Para resolverlo con los datos reales necesitaríamos la entalpía de vaporización, que no es dato, y habría que plantear equilibrios distintos a 0 ºC y a 25 ºC ***; lo hacemos asumiendo que todas las especies son gaseosas y se plantea un equilibrio común a ambas situaciones.***

Expresamos resultados finales con 2 cifras significativas

Masa molar (NOBr)=14+16+80=110 g/mol NOBr
Tenemos 1,1/110=0,01 mol NOBr
Equilibrio general con todas las especies gaseosas, lo planteamos con moles

	2NOBr (g) ⇄	2NO (g) +	Br_2 (g)
Inic	0,01	0	0
Eq	0,01-2x	2x	x

Número de moles totales gaseosos, n_T=0,01-2x+2x+x=0,01+x

$$K_p=\frac{P_{NO}^2 P_{Br_2}}{P_{NOBr}^2}=\frac{P_T^3\cdot\chi_{NO}^2\chi_{Br_2}}{P_T^2\cdot\chi_{NOBr}^2}=\frac{P_T}{(0,01+x)}\frac{(2x)^2 x}{(0,01-2x)^2}$$

T=273 K

$$n_T=\frac{PV}{RT}=\frac{0,3\cdot 1}{0,082\cdot 273}=0,0134\,mol\,gas\Rightarrow x=0,0034\,mol\,gas$$

$$K_p=\frac{0,3}{(0,01+0,0034)}\cdot\frac{4\cdot 0,0034^3}{(0,01-2\cdot 0,0034)^2}=0,34\,atm$$

T=298 K

$$n_T=\frac{PV}{RT}=\frac{0,35\cdot 1}{0,082\cdot(273+25)}=0,0143\,mol\,gas\Rightarrow x=0,0043\,mol\,gas$$

$$K_p = \frac{0,35}{(0,01+0,0043)} \cdot \frac{4 \cdot 0,0043^3}{(0,01-2 \cdot 0,0043)^2} = 4,0\ atm$$

Para calcular la variación de entalpía usamos Van't Hoff (usamos R=8,31 J/mol·K, no es dato)

$$\ln\left(\frac{K_{p1}}{K_{p2}}\right) = \frac{-\Delta H^o}{R}\left(\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}\right) \Rightarrow \Delta H^o = \frac{-\ln\left(\frac{0,34}{4,0}\right) \cdot 8,31}{\frac{1}{273}-\frac{1}{298}} = 67\ kJ/mol$$

La reacción es endotérmica: consistente con que al aumentar la temperatura aumente la disociación, y con la referencia que indica que es exotérmica la reacción inversa.
En cuanto a valor, mirando en "Chemistry the central science"; Brown, LeMay, Bursten

$$\Delta H^o_r(NOBr) = 2\Delta H^o(NO) - \Delta H^o(Br_2) = 2 \cdot 90,37 = 180,74\ kJ/mol$$

Los valores obtenidos para K_p a 25 ºC y para la variación de entalpía distan mucho de los reales, pero en principio se atribuye al planteamiento del problema y sus datos.

Planteamiento del equilibrio a 0 ºC considerando que NOBr es líquido, asumimos despreciable su volumen. Planteamos el equilibrio con moles

	2NOBr (l) ⇄	*2NO (g) +*	*Br_2 (g)*
Inic	*0,01*	*0*	*0*
Eq	*0,01-2x*	*2x*	*x*

Número de moles totales gaseosos, n_T=3x
Usando la ecuación de los gases ideales (usamos R=0,082 atm·L/mol·K, que no es dato)

$$n_T = \frac{PV}{RT} = \frac{0,3 \cdot 1}{0,082 \cdot 273} = 0,0134\ mol\ gas \Rightarrow x = 0,00447\ mol\ gas$$

Asumimos actividad 1 para los líquidos y actividad de los gases igual a su presión parcial

$$K_p = P_{NO}^2 P_{Br_2} = P_T^3 \cdot \chi_{NO}^2 \chi_{Br_2} = P_T^3 \frac{(2x)^2 x}{(3x)^3} = P_T^3 \cdot \frac{4}{27} = 0,3^3 \cdot \frac{4}{27} = 0,013\ atm^3$$

QUÍMICA

Para la reacción siguiente

$$2A + B_2 + C \rightarrow A_2B + BC$$

se han obtenido en el laboratorio de química los siguientes datos, para una temperatura T:

Experimento	Inicial [A]	Inicial [B_2]	Inicial [C]	Velocidad inicial de formación de BC
1	0,20 M	0,20 M	0,20 M	$2,4 \cdot 10^{-6}$ M·min^{-1}
2	0,40 M	0,30 M	0,20 M	$9,6 \cdot 10^{-6}$ M·min^{-1}
3	0,20 M	0,30 M	0,20 M	$2,4 \cdot 10^{-6}$ M·min^{-1}
4	0,20 M	0,40 M	0,40 M	$4,8 \cdot 10^{-6}$ M·min^{-1}

Se pide:
a) Obtener de forma razonada los órdenes parciales y total de la reacción en cuestión.
b) Calcular la constante específica, indicando las unidades.
c) Si la temperatura a la que tiene lugar la reacción fuese distinta a la temperatura a la que se obtuvieron los datos, ¿qué podríamos afirmar con respecto a las preguntas de los apartados anteriores?
d) Representa, de modo cualitativo, las gráficas de velocidad de la reacción frente a las concentraciones de los distintos reactivos.

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN:
Apartado a) hasta 1,5 puntos.
Apartado b) hasta 1,5 puntos.
Apartado c) hasta 1 punto.
Apartado d) hasta 1 punto.

Es un problema sencillo de nivel 2º Bachillerato, similar a PAU Madrid 2013 Junio Coincidentes B2 / 2012 Junio B2
Resuelto por Basileia en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=3533#p18334

a) La ecuación de velocidad tiene la expresión $v = k[A]^{\alpha}[B]^{\beta}[C]^{\gamma}$ siendo α, β, y γ los órdenes parciales de cada uno de los tres reactivos, que no tienen por qué coincidir necesariamente con los coeficientes estequiométricos.
Planteamos para cada uno de los cuatro experimentos

$1: 2,4 \cdot 10^{-6} = k\, 0,2^{\alpha} 0,2^{\beta} 0,2^{\gamma}$
$2: 9,6 \cdot 10^{-6} = k\, 0,4^{\alpha} 0,3^{\beta} 0,2^{\gamma}$
$3: 2,4 \cdot 10^{-6} = k\, 0,2^{\alpha} 0,3^{\beta} 0,2^{\gamma}$
$4: 4,8 \cdot 10^{-6} = k\, 0,2^{\alpha} 0,4^{\beta} 0,4^{\gamma}$

Dividimos 2 y 3 $\frac{9,6}{2,4} = \left(\frac{0,4}{0,2}\right)^{\alpha} \Rightarrow 4 = 2^{\alpha} \Rightarrow \alpha = 2$

Dividimos 2 y 1, utilizando el valor de α=2 $\frac{9,6}{2,4} = \left(\frac{0,4}{0,2}\right)^{2} \left(\frac{0,3}{0,2}\right)^{\beta} 4 = 4\left(\frac{0,3}{0,2}\right)^{\beta} \Rightarrow \beta = 0$

Dividimos 4 y 3, utilizando el valor de α=2 y β=0 $\frac{4,8}{2,4}=(\frac{0,4}{0,2})^{\gamma} \Rightarrow 2=2^{\gamma} \Rightarrow \gamma=1$

La ecuación de velocidad es $v=k[A]^2[C]$

Los órdenes parciales son 2 respecto A, 0 respecro B, 1 respecto C y el orden total es 2+1=3

b) Realizando un análisis dimensional siendo las unidades de k $k=M^x min^y$

(mantenemos M tal y como está en el enunciado sin cambiarlo por mol/L)

$M \cdot min^{-1}=M^x min^y M^2 M$

M: 1=x+3 → x=-2

min: -1=y → y=-1

Por lo tanto las unidades de k son M^{-2} min^{-1}

El valor numérico, operando con cada experimento y la ecuación de velocidad $k=\frac{v}{[A]^2[C]}$

1 y 3: $k=\frac{2,4 \cdot 10^{-6}}{0,2^2 0,2}=0,0003$, 2: $k=\frac{9,6 \cdot 10^{-6}}{0,4^2 0,2}=0,0003$, 4: $k=\frac{4,8 \cdot 10^{-6}}{0,2^2 0,4}=0,0003$

Por lo tanto k=0,0003 M^{-2} min^{-1}

c) Respecto apartado a, los órdenes no variarían, dependen de los mecanismos, no de la temperatura.

Respecto apartado b, utilizando la ecuación de Arrhenius $k=A \cdot e^{\frac{-E_a}{RT}}$ se puede ver que si aumenta la temperatura tendremos un exponente negativo menor, por lo que aumentará k y la velocidad para las mismas concentraciones.

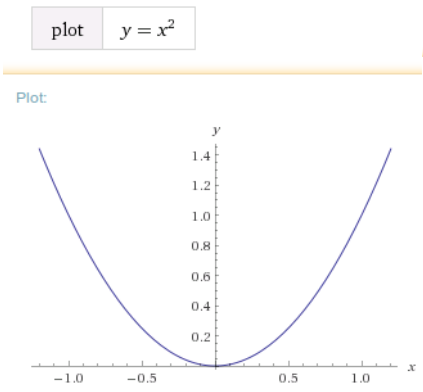
d) Hay que realizar tres gráficas de velocidad, si tomamos v en eje y y concentraciones en eje x

1. v(M/min) vs [A], siendo constante [B] y [C] se convierte en $v_1=k_1[A]^2$ luego es una representación de una parábola $y=k_1x^2$

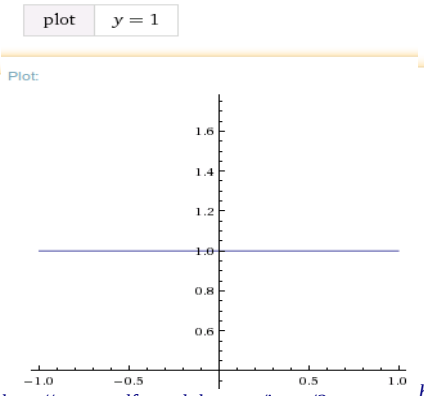
2. v(M/min) vs [B], siendo constante [A] y [C] se convierte en $v_2=k_2$ luego es una representación de una constante y=cte

3. v(M/min) vs [C], siendo constante [A] y [B] se convierte en $v_3=k_3[C]$ luego es una representación de una recta $y=k_3x$

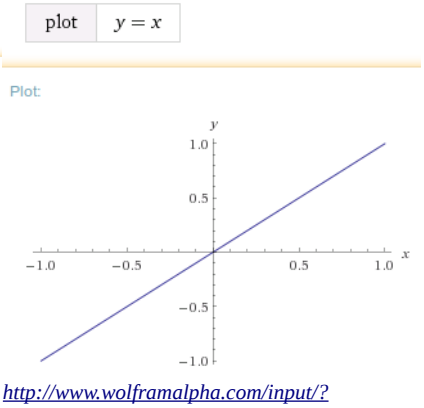
Como se pide cualitativo, se incluyen tres gráficas genéricas poniendo constante 1. En las gráficas solamente tienen sentido valores de x positivos, y se podrían cambiar x e y por velocidad y concentración con sus unidades.



http://www.wolframalpha.com/input/?i=xy+plot+y%3Dx^2



http://www.wolframalpha.com/input/?i=xy+plot+y%3D1



http://www.wolframalpha.com/input/?i=xy+plot+y%3Dx

ÁMBITO DE QUÍMICA
PROBLEMA
En un recipiente de 1 litro se introducen 0,2 moles de una sustancie A y 0,1 moles de B y se transforman en C de acuerdo con la siguiente reacción:

$$A(g) + 3B(g) \rightleftarrows 2C(g)$$

Después de calentar a 227 ºC, se llega a un equilibrio en el que el número de moles de B y el de C es el mismo.
a) Calcule los moles de cada componente en el equilibrio, el valor de la presión parcial del componente B y los valores de las constantes Kc y Kp.
b) Si la masa molecular de C es inferior a 30 u.m.a. y su análisis elemental indica que contiene un 82,5 ± 0,5 % de nitrógeno y el resto de hidrógeno, ¿qué sustancia debe ser C? Razónese la respuesta,
c) Si se hace pasar esa sustancia por agua el pH de la disolución resultante es diferente de 7 ¿será ácido o básico? ¿por qué?
Datos: Masas atómicas: N = 14; H = 1; R = 0,082 atm L/mol K
CUESTIONES:
Se elegirán tres, debiendo razonar las respuestas
En un matraz "A" de 1 litro a 400 ºC coexisten en equilibrio iodo, hidrógeno y ioduro de hidrógeno, según la reacción: $I_2(g) + H_2(g) \rightleftarrows 2HI(g)$
En otro matraz "B" de 1 litro y a 400º C coexisten en equilibrio nitrógeno, hidrógeno y amoníaco de la forma: $N_2(g) + 3H_2(g) \rightleftarrows 2NH_3(g)$
Cuestión 1: Si en el matraz "A" se Introduce un gas inerte, ¿las constantes Kc, Kp y Kx experimentarían algún cambio?
Cuestión 2: Y si en el matraz “B” es donde se introduce un gas inerte ¿qué ocurriría con el valor de dichas constantes?
Cuestión 3: Al introducir el gas inerte en el matraz "A", la concentración de cada sustancia y las fracciones molares ¿aumentan, disminuyen o no varían?
Cuestión 4: Y si el gas inerte se introdujera en el matraz “B” ¿cómo quedarían la concentración de hidrógeno, nitrógeno y amoníaco? ¿qué ocurriría con la presión total? ¿ y con las fracciones molares?

Apartado a es ejercicio B5 de PAU Andalucía 2001 “modelo 3 / reserva 2”
Ver Madrid 2025 Ejercicio 1

Problema
a) Planteamos el equilibrio con moles

	A(g)	+ 3B(g) ⇄	2C(g)
Inicial	0,2	0,1	0
Equilibrio	0,2-x	0,1-3x	2x

Se indica que en el equilibrio hay el mismo número de moles de B que de C, luego 0,1-3x=2x → 0,1=5x → x=0,1/5=0,02 mol gas
El número de moles de gas de cada sustancia en el equilibrio es
n(A)=0,2-0,02=0,18 mol A
n(B)=0,1-3·0,02=0,04 mol B (n(C)=n(B) o también n(C)=2·0,02=0,04 mol C)
El número total de moles de gas en el equilibrio es 0,18+0,04+0,04=0,26 mol gas
La presión total en el equilibrio usando la ley de los gases ideales es
P=nRT/V=0,26·0,082·(273+227)/1=10,66 atm

Las presiones parciales en equilibrio (solo se pide la asociada a B pero calculamos todas para luego usarlas en el cálculo de Kp)

$$P_A = \chi_A \cdot P_T = \frac{0,18}{0,26} \cdot 10,66 = 7,38\, atm$$

$$P_B = P_C = \chi_B \cdot P_T = \frac{0,04}{0,26} \cdot 10,66 = 1,64\, atm$$

$$K_P = \frac{P_C^2}{P_A \cdot P_B^3} = \frac{1,64^2}{7,38 \cdot (1,64)^3} = 8,26 \cdot 10^{-2}\, atm^{-2}$$

$$K_c = \frac{K_p}{(RT)^{\Delta n}} = \frac{8,26 \cdot 10^{-2}}{(0,082 \cdot (273+227))^{2-4}} = 138,9\, M^{-2}$$

También se puede plantear primero Kc conociendo moles y volumen

$$K_c = \frac{[C]^2}{[A] \cdot [B]^3} = \frac{(0,04/1)^2}{(0,18/1) \cdot (0,04/1)^3} = 138,9\, M^{-2}$$

b) Planteamos la fórmula empírica asumiendo 100 g de sustancia y usando masa molar 1 para H y 14 para N

N: 82,5/14=5,89 mol N

H: 17,5/1=17,5 mol H

Dividimos por el número menor

N: 5,89/5,89 = 1

H: 17,5/5,89≈3

La fórmula empírica es NH_3

La masa molar de la fórmula empírica es 14+3=17 g/mol, y como la masa molar de fórmula molecular es inferior a 30 y dos veces la masa de la fórmula empírica ya es mayor, la fórmula molecular es NH_3.

La sustancia C es amoniaco, y por el ajuste la sustancia A es nitrógeno (N_2) y la B hidrógeno (H_2)

c) El amoniaco es una base y generará un pH básico porque se produce la reacción

$NH_3 + H_2O \rightleftarrows NH_4^+ + OH^-$

Lo que aumenta la concentración de OH^-, disminuye el pOH y aumenta el pH.

El amoniaco es una base según la teoría de Brönsted-Lowry, porque tiene un par de electrones no enlazantes y es capaz de aceptar un protón H^+.

Cuestiones

Cuestión 1: la introducción de un gas inerte no altera las constantes de equilibrio Kc y Kp, que solo dependen de la temperatura. No afecta a Kx porque $Kx=Kp \cdot P_T^{-\Delta n}$ y en este caso $\Delta n=0$

Cuestión 2: la introducción de un gas inerte no altera las constantes de equilibrio Kc y Kp, que solo dependen de la temperatura. No afecta a Kx porque $Kx=Kp \cdot P_T^{-\Delta n}$ y en este caso $\Delta n=-2$

Cuestión 3 y 4: al introducir un gas inerte la concentración de cada sustancia no varía (no varía la cantidad de cada sustancia ni el volumen total), pero las fracciones molares disminuyen (no varía el número de moles de cada sustancia pero sí aumenta el número de moles totales).

enrique@fiquipedia.es Revisado 5 mayo 2016
CC BY

QUÍMICA

1.- a) Las energías libres normales (estándar) del butano y del 2-metilpropano a 298,2 ºK de temperatura son, respectivamente -15,7 kJ/mol y -18,0 kJ/mol

$C_4H_{10} \leftrightarrows CH_3\text{-}CH(CH_3)\text{-}CH_3$

Determinar la composición del equilibrio a dicha temperatura, si se parte de un mol de butano.

(1 punto)

Enunciado indica "energía libre" pero según IUPAC se debe nombrar como energía de Gibbs
http://goldbook.iupac.org/G02629.html
Enunciado indica "ºK" pero el símbolo es K

A partir de la energía de Gibbs podemos obtener la K_p con la expresión $\Delta G^o=-RT\ln K_p$, y una vez tenemos K_p planteando el equilibrio tenemos el grado de disociación y la composición del equilibrio.

$\Delta G^o= \Delta G^o prod- \Delta G^o react= -18-(-15,7)=-2,3$ kJ/mol

$$K^p=e^{\frac{-\Delta G^o}{RT}}=e^{\frac{-(-2,3\cdot 10^3)}{8,31\cdot 298,2}}=2,52983$$

Planteamos el equilibrio con número de moles

	C_4H_{10} ↔	$CH_3\text{-}CH(CH_3)\text{-}CH_3$
inic	1	0
eq	1-x	x

Número de moles totales $n_T=1-x+x=1$

$$K_p=\frac{P_{2-metilpropano}}{P_{butano}}=\frac{\cancel{P_T}\chi_{2-metilpropano}}{\cancel{P_T}\chi_{butano}}=\frac{\frac{x}{1}}{\frac{1-x}{1}}=\frac{x}{1-x}$$

$$2,52983(1-x)=x \Rightarrow x=2,52983/(1+2,52983)=0,717\,mol\,2-metilpropano$$

Expresando resultado con 3 cifras significativas, la composición del equilibrio serán 0,717 mol 2-metilpropano y 1-0,717=0,283 mol de butano, o también 71,7% y 28,3% respectivamente.

enrique@fiquipedia.es Revisado 4 mayo 2016
CC BY

1 PROBLEMAS DE QUÍMICA

2.1. Se prepara una disolución mezclando 0,10 L de NaCl 0,12 F, 0,10 L de NaBr 0,14 F y 0,30 L de $AgNO_3$ 0,10 M.
a) Calcular las concentraciones de todas las especies químicas catiónicas presentes en la disolución final, expresadas en iones-gramo/litro.
b) Idem para las especies químicas aniónicas
c) Explica detalladamente algún método eficaz que permita disolver el producto sólido formado.
Datos: $K_s(AgCl)=1,7\cdot10^{-10}$; $K_s(AgBr)=5\cdot10^{-13}$

Resuelto por Basileia en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4239#p18339
>La F indica "formalidad" que es un concepto que equivale a normalidad si no se tiene en cuenta si el soluto se disocia o no estando disuelto, como ocurre con una sal.

a y b) Hacemos un planteamiento general común a ambos
NaCl, NaBr y $AgNO_3$ son sales muy solubles, que se disociará completamente en sus iones, por lo que inicialmente tendremos
$n(Cl^-)=0,10\cdot0,12=0,012$
$n(Br^-)=0,10\cdot0,14=0,014$
$n(Na^+)=n(Na^+ \text{ de NaCl})+ n(Na^+ \text{ de NaBr})=0,10\cdot0,12+0,10\cdot0,14 =0,026$
$n(Ag^+)=0,30\cdot0,10=0,03$
$n(NO_3^-)=0,30\cdot0,10=0,03$
Pero algunos de esos iones están asociados a sales poco solubles para las que se proporciona la constante de solubilidad, que son muy bajas, por lo que prácticamente todo precipitará en la medida en la que lo permitan las proporciones de iones presentes.
Se trata de efecto ión común, se aporta Ag^+ que forma sales y precipita, pero precipitará antes la menos soluble, y esa es la de menor producto de solubilidad.
$AgCl \rightarrow Ag^+ + Cl^-$ $Ps=[Ag^+][Cl^-]=1,7\cdot10^{-10} \rightarrow [Ag^+]=1,7\cdot10^{-10}/0,024=7,08\cdot10^{-9}$ M
$AgBr \rightarrow Ag^+ + Br^-$ $Ps=[Ag^+][Br^-]=5\cdot10^{-13} \rightarrow [Ag^+]=5\cdot10^{-13}/0,028=1,79\cdot10^{-11}$ M
Precipita primero el AgBr ya que "permite" menos cantidad de $[Ag^+]$ en la disolución
Planteamos las formaciones de las sales usando moles, no concentraciones

Ag^+ +	Br^-	→	AgBr (s)
0,03	0,014	→	0,014

El limitante es Br^-, se forma 0,014 mol AgBr consumiendo "todo" el Br^-
Quedan 0,03-0,014=0,016 mol Ag^+, que son los que tenemos en cuenta para la siguiente precipitación

Ag^+ +	Cl^-	→	AgCl (s)
0,016	0,012	→	0,012

El limitante es Cl^-, se forma 0,012 mol AgCl consumiendo "todo" el Cl^-
Quedan 0,016-0,012=0,004 mol Ag^+

Para calcular concentraciones tenemos que usar el nuevo volumen total que son 0,1+0,1+0,3=0,5 L
Respondemos explícitamente a lo que se pregunta, expresándolo en iones-g/L
a) Especies catiónicas:
$n(Na^+)=Na^+ \text{ de NaCl} + Na^+ \text{ de NaBr}= 0,012+ 0,014 =0,026$ mol Na^+
$[Na^+]$=0,026/0,5=0,052 iones-g/L
$n(Ag^+)=n(Ag^+ \text{ libre equilibrios solubilidad}) + n(Ag^+ \text{ deja libre limitantes AgCl y AgBr})$
$n(Ag^+ \text{ dejan libre limitantes AgCl y AgBr})=0,004$ mol Ag^+
$n(Ag^+ \text{ deja libre equilibrio solubilidad AgCl}); 1,7\cdot10^{-10}= (s+0,004/0,5)\cdot s \approx 0,008s \rightarrow s=2,13\cdot10^{-8}$ M
$n(Ag^+ \text{ deja libre equilibrio solubilidad AgBr}); 5\cdot10^{-13}= (s+0,004/0,5)\cdot s \approx 0,008s \rightarrow s=6,25\cdot10^{-11}$ M

$[Ag^+]$=0,004/0,5+ $2{,}13\cdot10^{-8}$+ $6{,}25\cdot10^{-11}$≈**0,008 iones-g/L**
b) Especies aniónicas
Como han sido limitantes en la precipitación, Br^- y Cl^- han precipitado "del todo" y sus concentraciones las obtenemos del producto de solubilidad
$[Br^-]=6{,}25\cdot10^{-11}$ iones-g/L
$[Cl^-]=2{,}13\cdot10^{-8}$ iones-g/L
$[NO_3^-]$=0,03/0,5=**0,06 iones-g/L**
c) Los productos sólidos formados son AgCl y AgBr.
Se puede disolver desplazando el equilibrio hacia productos (los iones), lo que se puede conseguir con
-"Efecto salino": se agrega un ión que reacciona con los existentes (plata, cloruro, bromuro) y desplaza el equilibrio lo suficiente. Por ejemplo se podría añadir una sal soluble que aportara iones sulfuro (S^{2-}) ó iones arsenato (AsO_4^{3-}), ya que el producto de solubilidad de las sales de plata asociadas es muy bajo: $Ag_3(AsO_4)$ tiene $1{,}03\cdot10^{-22}$ y Ag_2S tiene $8\cdot10^{-51}$
http://www.solubilityofthings.com/water/ions_solubility/ksp_chart.php
-"Formación de complejos": se agrega una sustancia que forma un complejo muy estable con los iones y desplaza el equilibrio lo suficiente.
Por ejemplo con amoniaco la plata forma complejo $[Ag(NH_3)_2]^+$ pero su constante de formación es $1{,}6\cdot10^7$, no tan elevada como la inversa de los productos de solubilidad. Sí sería una opción añadir una sal con CN- ya que la plata forma el complejo $[Ag(CN)_2]^{1-}$ con una constante de formación $5{,}3\cdot10^{18}$.
http://www2.ucdsb.on.ca/tiss/stretton/database/Complex_Ions_Constants.htm

QUÍMICA

1. En una vasija que puede cerrarse herméticamente, se introduce pentacloruro de fósforo y se calienta hasta una temperatura de 250 ºC. En estas condiciones el pentacloruro está parcialmente disociado en tricloruro de fósforo y cloro, y todas las sustancias se encuentran en estado gaseoso.
Si la presión de la mezcla es de 1 atm, calcular:
a) La constante Kp del equilibrio que se establece en la vasija.
b) El grado de disociación en estas condiciones.
c) ¿a qué temperatura el grado de disociación sería del 50%, si se mantiene constante la presión?
Datos: (se suponen independientes de la temperatura)

	ΔHº (kcal/mol)	S (J/K)
PCl_5	-95,35	352,7
PCl_3	-73,22	311,7
Cl_2		222,9

>Enunciado indica unidades J/K pero serían J/K·mol. Asumimos Sº
>Expresamos resultados con 4 cifras significativas, usamos 1 cal = 4,184 J y 0 K = -273,15 ºC
Resuelto y comentado por Nereida y Basileia en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4018&p=19311#p19267

a) Calculamos la constante a partir de la variación de energía de Gibbs para la reacción
$PCl_5 \leftrightarrows PCl_3 + Cl_2$
$\Delta H^o_r=\Delta H^o(PCl_3)+\Delta H^o(Cl_2)-\Delta H^o(PCl_5)=-73,22+0-(-95,35)=22,13$ kcal/mol= 92,59 kJ/mol
$\Delta S^o_r=S^o(PCl_3)+S^o(Cl_2)-S^o(PCl_5)=311,7+222,9-352,7=181,9$ J/K·mol
$\Delta G^o_r=\Delta H^o_r-T\Delta S^o_r = 92,59\cdot10^3-(273,15+250)\cdot181,9=-2571$ J/mol

$$\Delta G^o=-RTln(K_p)\Rightarrow K_p=e^{\frac{-\Delta G}{RT}}=e^{\frac{2571}{8,31\cdot(273+250)}}=1,806$$

b) Planteamos el equilibrio de disociación utilizando moles.

	PCl_5	$\leftrightarrows PCl_3$	+	Cl_2
Inic	n_0	0		0
Eq	$n_0(1-\alpha)$	$n_0\alpha$		$n_0\alpha$

En el equilibrio $n_T=n_0(1-\alpha)+n_0\alpha+n_0\alpha=n_0(1+\alpha)$

$$K_p=\frac{P_{PCl_3}\cdot P_{Cl_2}}{P_{PCl_5}}=\frac{P_T\chi_{PCl_3}\cdot P_T\chi_{Cl_2}}{P_T\chi_{PCl_5}}=P_T\frac{\alpha^2}{(1-\alpha)}\Rightarrow 1,806=\frac{\alpha^2}{1-\alpha^2}$$

$$1,806=\alpha^2(1+1,806)\Rightarrow\alpha=\sqrt{\frac{1,806}{1+1,806}}=0,8023=80,23\,\%$$

c) Si α=0,5 y P_T= 1 atm $\quad K_p=1\frac{0,5^2}{1-0,5^2}=\frac{1}{3}$

Si varía la temperatura la nueva constante de equilibrio la podemos relacionar con la temperatura como en el apartado a, usando indicación enunciado de que datos no dependen de temperatura.
$\Delta G^o_r=\Delta H^o_r-T\Delta S^o_r = 92,59\cdot10^3-T\cdot181,9$

$$\Delta G^o=-RTln(K_p)=-8,31\cdot T\cdot\ln(\frac{1}{3})$$

Combinando ambas $\quad 8,31\cdot T\cdot\ln(3)=92,59\cdot10^3-T\cdot181,9\Rightarrow T=\frac{92,59\cdot10^3}{8,31\cdot\ln(3)+181,9}=484,7\,K$

EJERCICIO PRÁCTICO. SESIÓN Nº 2. QUÍMICA
2.
Si se calientan 29,9 g de pentacloruro de antimonio a 182 ºC en un recipiente de 3,00 litros se establece un equilibrio gaseoso entre el pentacloruro mencionado con tricloruro de antimonio y cloro. Calcule:
a) Las concentraciones de las distintas especies en el equilibrio si la presión total es de $1{,}56\cdot10^5$ Pa
b) K_C, K_X, K_P.
c) Las concentraciones de las distintas especies en el equilibrio, si la mezcla anterior se comprime hasta un volumen de 1,00 litros.
d) El grado de disociación y presión total de equilibrio en el apartado anterior.
Datos: Masas atómicas en u: Cl = 35,5 Sb = 121,7
R = 8,31 $J\cdot K^{-1}\cdot mol^{-1}$

Comentario: enunciado da los datos con al menos 3 cifras significativas, por lo que se tiene en cuenta a la hora de dar los resultados.
a) Planteamos el equilibrio en moles

	$SbCl_5$ (g) ⇆	$SbCl_3$ (g) +	Cl_2 (g)
Inic	n_0	0	0
Equ	n_0-x	x	x

Llamamos n_0 al número inicial de moles, y x al número de moles que se disocian en el equilibrio.
Masa molar $SbCl_5$ = 121,7+5·35,5=299,2 g/mol
Masa molar $SbCl_3$ = 121,7+3·35,5=228,2 g/mol
Masa molar Cl_2 = 2·35,5=71,0 g/mol
El número inicial de moles es 29,9/299,2=0,0999 mol $SbCl_5$
Utilizando la ley de los gases ideales con unidades de Sistema Internacional

$$P_T V_T = n_T R T \Rightarrow n_T = \frac{P_T V_T}{R\cdot T} = \frac{1{,}56\cdot10^5\cdot3\cdot10^{-3}}{8{,}31\cdot(273+182)} = 0{,}124\ mol\ gas$$

El número total de moles en equilibrio es $n_T=n_0-x+x+x=n_0+x$
0,124=0,0999+x → x=0,124-0,0999=0,0241 mol gas.
$[SbCl_5]$=(0,0999-0,0241)/3,00=0,0253 M
$[SbCl_3]=[Cl_2]$=0,0241/3,00=0,00803 M
b) $$K_c = \frac{[SbCl_3][Cl_2]}{[SbCl_5]} = \frac{0{,}00803^2}{0{,}0253} = 0{,}00255\ M$$
Dado que hemos usado concentraciones molares con volumen en litros, pasamos la constante de los gases ideales a $atm\cdot L\cdot mol^{-1}\cdot K^{-1}$ y la presión a atmósferas. Usamos J = Pa · m^3

$$8{,}31\frac{\cancel{Pa\cdot m^3}}{mol\,K}\cdot\frac{1\,atm}{101325\,\cancel{Pa}}\cdot\frac{10^3\,L}{1\,\cancel{m^3}} = 0{,}0820\frac{atm\cdot L}{mol\cdot K}$$

$$K_p = K_c(RT)^{\Delta n} = 0{,}00255\cdot(0{,}0820\cdot(273+182))^1 = 0{,}0951\ atm$$

$$K_p = K_x P^{\Delta n} \Rightarrow K_X = \frac{K_p}{P^{\Delta n}} = \frac{0{,}0951}{\left(\frac{1{,}56\cdot10^5}{101325}\right)^1} = 0{,}0618$$

La constante de equilibrio termodinámica y K_x no tiene unidades, pero las constantes K_c y K_p sí las tienen, asociado a que volúmenes y presiones estén expresadas en ciertas unidades. Podemos calcular las constantes con su propia definición en lugar de con sus relaciones, por ejemplo

$$K_x=\frac{\chi_{SbCl_3}\chi_{Cl_2}}{\chi_{SbCl_5}}=\frac{\frac{0,0241}{0,124}\cdot\frac{0,0241}{0,124}}{\frac{(0,0999-0,0241)}{0,124}}=0,0618$$

c) Si la mezcla se comprime, según Le Châtelier el equilibrio se desplazará oponiéndose a dicho aumento, que será hacia donde haya menor número de moles gaseosos, en este caso en reactivos.
Si planteamos el equilibrio de manera general a partir del número de moles iniciales (da igual cómo se llegue al equilibrio)

$$K_c=\frac{[SbCl_3][Cl_2]}{[SbCl_5]}=\frac{\left(\frac{x}{V}\right)^2}{\frac{(n_0-x)}{V}}$$

$$0,00255=\frac{x^2}{1,00\cdot(0,0999-x)}$$

$$0,000254745-0,00255\,x=x^2\Rightarrow x^2+0,00255\,x-0,000254745=0$$

$$x=\frac{-0,00255\pm\sqrt{0,00255^2-4\cdot1\cdot(-0,000254745)}}{2}$$

$$x=\frac{-0,00255\pm0,032023}{2}=\frac{\cancel{-0,0173}\,mol\,gas}{0,0147\,mol\,gas}$$

Vemos que se disocia menos (0,0147 mol gas frente a 0,0241 mol gas), consistente con lo indicado según Le Châtelier.
$[SbCl_5]=(0,0999-0,0147)/1,00=0,0852$ M
$[SbCl_3]=[Cl_2]=0,0147/1,00=0,0147$ M

d) $\alpha=\frac{x}{n_0}=\frac{0,0147}{0,0999}=0,147=14,7\%$

$$P_T V_T=n_T R T\Rightarrow P_T=\frac{n_T R\cdot T}{V_T}=\frac{(0,0999+0,0147)\cdot8,31\cdot(273+182)}{1,00\cdot10^{-3}}=4,33\cdot10^5\,Pa$$

Química
2. Una disolución que contiene 0.50 g de HF en 250 g de agua, congela a -0,20 ºC. Calcula el grado de disociación del ácido fluorhídrico en esta disolución.
b) Razona las siguientes proposiciones, referidas a disoluciones electrolíticas:
-Una disolución 0.1 M. de ácido sulfúrico congela a temperatura más baja que otra disolución 0.1 M. de ácido acético.
-El grado de disociación del ácido acético es mayor en una disolución 1 M, que en otra 0.1 M.
Datos: Masa atómica del Flúor = 19.00 . Constante crioscópica del agua=1.86 kg ºC/mol.

Resuelto por Basileia en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4271#p18864

a) Como es un electrolito utilizamos la expresión con el coeficiente de Van'tHoff, que nos va a permitir calcular el grado de disociación
Masa molar HF=20 g/mol
$\Delta T=i\cdot Kc\cdot m \rightarrow i=0,2/(1,86\cdot(0,5/20)/0,25)=1,075$

	HF →	H^+ +	F^-
inic	1	0	0
eq	1-α	α	α

$i=1-\alpha+\alpha+\alpha=1+\alpha=1,075 \rightarrow \alpha=0,075=7,5\%$ disociación.
b)
b1) $\Delta T=i\cdot Kc\cdot m$
Asumiendo molaridad aproximadamente igual en ambos casos, lo que decide es el valor de i.

	H_2SO_4 +	$2H_2O \leftrightarrow$	SO_4^{2-} +	$2H_3O^+$
inic	1		0	0
eq	1-α		α	2α

$i=1-\alpha+\alpha+2\alpha=1+2\alpha$

	AcH +	$H_2O \leftrightarrow$	Ac^- +	H_3O^+
inic	1		0	0
eq	1-α		α	α

$i=1-\alpha+\alpha+\alpha=1+\alpha$
El ácido sulfúrico es un ácido fuerte, mientras que el acético es débil, luego
α sulfúrico > α acético → i sulfúrico > i acético → ΔT sulfúrico > ΔT acético → T congelación disolución sulfúrico < T congelación disolución acético.
La afirmación del enunciado es verdadera.
b2) Planteamos en función de la concentración inicial, que varía

	AcH +	$H_2O \leftrightarrow$	Ac^- +	H_3O^+
inic	c_0		0	0
eq	$c_0(1-\alpha)$		$c_0\alpha$	$c_0\alpha$

$$K_a=\frac{[Ac^-][H_3O^+]}{[AcH]}=\frac{c_0\alpha c_0\alpha}{c_0(1-\alpha)}=c_0\frac{\alpha^2}{(1-\alpha)}$$

Como es un ácido débil, si $\alpha<<1$

$$K_a=c_0\alpha^2\Rightarrow\alpha=\sqrt{\frac{K_a}{c_0}}$$

Si tenemos $c_0=0,1$ y $c_0=1$, con mayor concentración tendremos menor disociación, luego la afirmación es falsa.

Nota: El opositor deberá contestar obligatoriamente a los problemas 3,4 y 7.
De los problemas 1 y 2 optará por uno de ellos y de los problemas, 5 y 6 elegirá otro.

PROBLEMA 5.- A 817 °C la constante K_p para la reacción entre el CO_2 puro y grafito caliente en exceso es 10. Calcule:
a) El valor de K_c
b) El análisis de los gases en el equilibrio a 817 ºC y P = 4 atm
c) La presión parcial del CO_2 en el equilibrio.
d) Para qué presión total dará el análisis de gases, un 6% de CO_2 en volumen.

a) Planteamos la reacción
CO_2 (g) + C (s) $\rightarrow$ 2CO (g)

$$K_p = K_c \cdot (RT)^{\Delta n} \Rightarrow K_c = \frac{K_p}{(RT)^{\Delta n}} = \frac{10}{(0{,}082 \cdot (273+817))^{2-1}} = 0{,}11$$

b) Planteamos el equilibrio; si disminuye la presión según Châtelier el equilibrio se desplazará oponiéndose, hacia la derecha que es donde más moles gaseosos hay.
Es la misma temperatura, luego tenemos el mismo valor de constante de equilibrio.
No tenemos datos de situación de partida, tomamos n_0=número moles iniciales de CO_2 y α=tanto por uno disociación.

	CO_2 (g) + C (s)	$\rightarrow$ 2CO (g)
inic	n_0	0
eq	$n_0(1-\alpha)$	$2n_0\alpha$

Número de moles totales en el equilibrio $n_T = n_0(1-\alpha)+2n_0\alpha = n_0(1+\alpha)$

$$K_p = \frac{P_{CO}^2}{P_{CO2}} = \frac{\chi_{CO}^2 P_T^2}{\chi_{CO2} P_T} = P_T \frac{\left(\frac{2n_0\alpha}{n_0(1+\alpha)}\right)^2}{\frac{n_0(1-\alpha)}{n_0(1+\alpha)}} = P_T \frac{4\alpha^2}{1-\alpha^2}$$

$$10 = 4 \cdot \frac{4\alpha^2}{1-\alpha^2} \Rightarrow 10 - 10\alpha^2 = 16\alpha^2 \Rightarrow \alpha = \sqrt{\frac{10}{26}} = 0{,}62 = 62\%$$

$$\chi_{CO} = \frac{2n_0\alpha}{n_0(1+\alpha)} = \frac{2 \cdot 0{,}62}{1{,}62} = 0{,}765 = 76{,}5\%$$

$$\chi_{CO2} = \frac{n_0(1-\alpha)}{n_0(1+\alpha)} = \frac{1-0{,}62}{1{,}62} = 0{,}235 = 23{,}5\% \quad \text{(o también 100 menos el porcentaje de CO)}$$

La fracción molar en gases coincide con el % en volumen.
c) $P_{CO2} = \chi_{CO2} \cdot P_T = 0{,}235 \cdot 4 = 0{,}94\, atm$
d) Un 6% de CO_2 en volumen supone una fracción molar 0,06 de CO_2.
Conociendo Kp y disociación, despejamos Presión total.
Si calculamos todas las fracciones molares, $\chi_{CO} = 1 - \chi_{CO2} = 0{,}94$

$$K_p = \frac{P_{CO}^2}{P_{CO2}} = \frac{\chi_{CO}^2 P_T^2}{\chi_{CO2} P_T} \Rightarrow 10 = P_T \frac{0{,}94^2}{0{,}06} \Rightarrow P_T = 0{,}679\, atm$$

>Podemos hacerlo calculando primero el grado de disociación y a partir de él las fracciones molares, pero en este caso es más largo, sería útil si en el equilibrio hubiera habido más de dos especies y calcular una conocida la otra no fuera simplemente restar a 1.

$$\chi_{CO2} = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \Rightarrow 0{,}06 + 0{,}06\alpha = 1 - \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{0{,}06-1}{-1-0{,}06} = 0{,}8868 \qquad \chi_{CO} = \frac{2\alpha}{(1+\alpha)} = \frac{2 \cdot 0{,}8868}{1{,}8868} = 0{,}94$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 23 mayo 2016
CC BY

Prova pràctica: segona part
Escolliu 4 problemes d'entre els 5 següentes:
3. La descomposició de l'ozó en fase gaseosa:

$$2O_3\,(g) \rightarrow 3O_2\,(g)$$

es creu que té lloc d'acord amb el següent mecanisme:

$$O_3 + M \underset{k_{-1}}{\overset{k_1}{\rightleftarrows}} O_2 + O + M$$

$$O + O_3 \xrightarrow{k_2} 2\,O_2$$

éssent M qualsevol molècula. Dedueix l'equació per la velocitat de reacció.

3. La descomposición del ozono en fase gaseosa:

$$2O_3\,(g) \rightarrow 3O_2\,(g)$$

se cree que tiene lugar de acuerdo con el siguiente mecanismo:

$$O_3 + M \underset{k_{-1}}{\overset{k_1}{\rightleftarrows}} O_2 + O + M$$

$$O + O_3 \xrightarrow{k_2} 2\,O_2$$

siendo M cualquier molécula. Deduce la ecuación para la velocidad de reacción.

Resuelto por Basileia y Jal en http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4253#p19601
http://azufre.quimica.uniovi.es/d-qf2/lqf2-11.pdf ejercicio 2, en la resolución se mezcla aproximación de estado estacionario d[O]/dt=0 con aproximación de que la velocidad viene dada por una reacción.

Utilizamos aproximación de estado estacionario para la especie O que no aparecen en la reacción final. La especie M es un catalizador, no usamos la aproximación d[M]/dt=0

$$\frac{d[O]}{dt} = k_1[O_3][M] - k_{-1}[O_2][O][M] - k_2[O][O_3]$$

Usamos aproximación de estado estacionario d[O]/dt=0

$$0 = k_1[O_3][M] - k_{-1}[O_2][O][M] - k_2[O][O_3]$$

$$[O] = \frac{k_1[O_3][M]}{k_{-1}[O_2][M] + k_2[O_3]}$$

La velocidad de la reacción dada en el enunciado usando la estequiometría

$$v = \frac{-1}{2}\frac{d[O_3]}{dt} = \frac{1}{3}\frac{d[O_2]}{dt}$$

Si planteamos la variación de $[O_3]$ en las reacciones del mecanismo
y podemos relacionarla con la de la segunda reacción, que no es un equilibrio

$$\frac{d[O_3]}{dt} = -k_1[O_3][M] + k_{-1}[O_2][O][M] - k_2[O][O_3]$$

$$\frac{d[O_3]}{dt} = -k_1[O_3][M] + [O]\left(k_{-1}[O_2][M] - k_2[O_3]\right)$$

Sustituyendo la expresión de [O] obtenida

$$\frac{d[O_3]}{dt}=-k_1[O_3][M]+\frac{k_1[O_3][M]}{k_{-1}[O_2][M]+k_2[O_3]}\left(k_{-1}[O_2][M]-k_2[O_3]\right)$$

$$\frac{d[O_3]}{dt}=\frac{-k_1[O_3][M]\left(k_{-1}[O_2][M]+k_2[O_3]\right)+k_1[O_3][M]\left(k_{-1}[O_2][M]-k_2[O_3]\right)}{k_{-1}[O_2][M]+k_2[O_3]}$$

$$\frac{d[O_3]}{dt}=\frac{-2k_1[O_3][M]k_2[O_3]}{k_{-1}[O_2][M]+k_2[O_3]}$$

Reordenando para obtener la expresión de la reacción solicitada

$$v=\frac{-1}{2}\frac{d[O_3]}{dt}=\frac{k_1k_2[O_3]^2[M]}{k_{-1}[O_2][M]+k_2[O_3]}$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 21 mayo 2016
CC BY

Q1. Considérese el equilibrio en el cual el CO se "rompe" térmicamente en CO_2 y C a temperaturas bajas:

$$2CO\ (g) \leftrightarrows C(s) + CO_2\ (g)$$

Estúdiese la estabilidad del CO con la temperatura, cuando a la presión total de 1 atm, la mezcla gaseosa contenga:
a) 90 % de CO, en volumen.
b) 90 % de CO_2, en volumen.
DATOS: $2C + O_2 \leftrightarrows 2CO$ ΔG^o= -53400 - 41,9 T (cal)
$C + O_2 \leftrightarrows CO_2$ ΔG^o= -94200 - 0,20 T (cal)

Resuelto por sleepylavoisier en http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4018#p17940, usando relación $\Delta G=\Delta H-T\Delta S$ y Châtelier

Plantear la estabilidad es plantear la variación de energía de Gibbs con la temperatura para la reacción de descomposición.
Nombrando las reacciones y utilizando Hess
a: $2CO\ (g) \leftrightarrows C(s) + CO_2\ (g)$
b: $2C + O_2 \leftrightarrows 2CO$
c: $C + O_2 \leftrightarrows CO_2$
a= -b + c
$\Delta G^o(a)=-\Delta G^o(b)+\Delta G^o(c)=-(-53400 - 41,9\ T)+(-94200 – 0,20\ T)=-40800+41,7T$ (cal)
En equilibrio $\Delta G^o(a)=0$, lo que supone $T=40800/41,7=978$ K
A valores mayores de 978 K se tiene $\Delta G^o(a)>0$, el proceso de descomposición no es espontáneo y el CO es estable. A valores menores de 978 K se tiene $\Delta G^o(a)<0$, el proceso de descomposición sí es espontáneo y el CO es inestable (coincide con lo que dice el enunciado de que se rompe a temperaturas bajas)
Para comprobar la estabilidad de la mezcla gaseosa, debemos relacionar la composición con la temperatura.

$$K_p=\frac{P_{CO_2}}{P_{CO}^2}=\frac{P_T\chi_{CO_2}}{(P_T\chi_{CO})^2}=\frac{1}{P_T}\frac{\chi_{CO_2}}{\chi_{CO}^2}$$

Como tenemos solamente dos componentes en la mezcla y ambos son gaseosos

$$\chi_{CO_2}=1-\chi_{CO}$$

Utilizando la relación entre energía de Gibbs y constante de equilibrio

$$\Delta G^o=-RT\ln K_p$$

Igualando y despejando la temperatura asociada a ese equilibrio para esa presión totalmente

$$40800-41,7\,T=RT\ln\left(\frac{1}{P_T}\frac{\chi_{CO_2}}{\chi_{CO}^2}\right)\Rightarrow T=\frac{40800}{41,7+R\ln\left(\frac{1}{P_T}\frac{\chi_{CO_2}}{\chi_{CO}^2}\right)}$$

No se proporciona R como dato, usamos R=1,987 cal/mol·K

a) $\chi_{CO}=0,90\,;\chi_{CO_2}=0,1$ $\quad T=\frac{40800}{41,7+1,987\ln\left(\frac{1}{1}\frac{0,1}{0,9^2}\right)}=1087\,K$

Superior a 978 K, la descomposición no sería espontánea, sí sería estable.

b) $\chi_{CO}=0,10\,;\chi_{CO_2}=0,9$ $\quad T=\frac{40800}{41,7+1,987\ln\left(\frac{1}{1}\frac{0,9}{0,1^2}\right)}=806\,K$

Inferior a 978 K, la descomposición sí sería espontánea, no sería estable.

enrique@fiquipedia.es Revisado 9 abril 2016
CC BY

A6. Determineu l'equació de la velocitat d'una reacció entre dues substàncies A i B, d'acord amb els següents valors:
v: velocitat reacció en M s^{-1}
$[A]_0$: concentració inicial d'A en M.
$[B]_0$: concentració inicial de B en M.

v	$[A]_0$	$[B]_0$
0,05	1	1
0,10	1	2
0,20	2	1

Determine la ecuación de la velocidad de una reacción entre dos sustancias A y B, de acuerdo con los siguientes valores:
v: velocidad reacción en M s^{-1}
$[A]_0$: concentración inicial de A en M.
$[B]_0$: concentración inicial de B en M

La ecuación de velocidad tiene la expresión $v = k[A]^{\alpha}[B]^{\beta}$
Para los valores de la tabla planteamos

$1: 0{,}05 = k\,1^{\alpha}\,1^{\beta}$
$2: 0{,}10 = k\,1^{\alpha}\,2^{\beta}$
$3: 0{,}20 = k\,2^{\alpha}\,1^{\beta}$

Dividiendo 3ª entre 1ª tenemos $\frac{0{,}20}{0{,}05} = 2^{\alpha} \Rightarrow 4 = 2^{\alpha} \Rightarrow \alpha = 2$ Reacción de orden 2 respecto A

Dividiendo 3ª entre 2ª tenemos $\frac{0{,}20}{0{,}10} = \frac{2^2}{2^{\beta}} \Rightarrow \frac{4}{2} = 2^{\beta} \Rightarrow \beta = 1$ Reacción de orden 1 respecto B.

De la primera obtenemos que numéricamente k=0,05, y conociendo que el orden total es 3, deducimos las unidades $k = 0{,}05\,s^{-1}M^{-2}$
La ecuación de velocidad es $v = 0{,}05[A]^2[B]$

enrique@fiquipedia.es Revisado 22 mayo 2016
CC BY

B4. Tenim un recipient de 10 L que conté SO_2, O_2 i SO_3 en equilibri a 1000 K. La pressió total és 5,5 atm i a l'equilibri hi ha 3,9 g d'O_2 al recipient. Quines són les pressions de SO_2 i SO3 en la mescla en equilibri?
K_p=3,18 a 1000 K $2SO_{2(g)} + O_{2(g)} \leftrightarrows 2SO_{3(g)}$

Tenemos un recipiente de 10 L que contiene SO_2, O_2 y SO_3 en equilibrio a 1000 K. La presión total es 5,5 atm y en el equilibrio hay 3,9 g de O_2 en el recipiente. ¿Cuáles son las presiones de SO_2 y SO_3 en la mezcla en equilibrio?

Comentado por Basileia, opositora, Jal en http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4253#p19388

Enunciado no da masas molares: usamos S=32, O=16
Enunciado no da constante gases, usamos R=0,082 atm·L/K·mol
Masa molar SO_2=64 g/mol SO_2
Masa molar O_2=32 g/mol O_2
Masa molar SO_3=80 g/mol SO_3
En equilibrio tenemos 3,9/32=0,121875 mol O_2
Utilizando la ley de los gases ideales

$$PV = nRT \Rightarrow P_{O_2} = \frac{0{,}121875 \cdot 0{,}082 \cdot 1000}{10} = 0{,}999375\, atm$$

Planteamos el equilibrio con presiones
Enunciado no lo indica explíticamente, por lo que no podemos asumir que la composición está asociada a una descomposición estequiométrica de cierta cantidad de SO_3 inicial; se han podido introducir inicialmente cantidades de las tres sustancias sería distinta.

	$2SO_{2(g)}$	+ $O_{2(g)}$	$\leftrightarrows$	$2SO_{3(g)}$
Eq	x	y		z

La presión total en el equilibrio es P_T=x+y+z=5,5 atm

$$5{,}5 = x + z + 0{,}999375 \Rightarrow x + z = 4{,}500625\, atm$$

Usando la definición de K_p

$$K_p = \frac{P_{SO_3}^2}{P_{SO_2}^2 \cdot P_{O_2}} = \frac{z^2}{x^2 y}$$

Numéricamente

$$3{,}18 = \frac{(4{,}500625 - x)^2}{x^2 \cdot 0{,}999375}$$

$$1{,}782698 = \frac{4{,}500625 - x}{x} \Rightarrow x = \frac{4{,}500625}{1 + 1{,}782698} = 1{,}61736\, atm$$

$$z = 4{,}500625 - 1{,}61736 = 2{,}883265\, atm$$

Expresamos resultados con dos cifras significativas y comprobamos que la suma de presiones parciales es la total

$$P_{SO_2} = 1{,}6\, atm$$

$$P_{O_2} = 1{,}0\, atm$$

$$P_{SO_3} = 2{,}9\, atm$$

1,6+1,0+2,9=5,5 atm

enrique@fiquipedia.es Revisado 8.. mayo 2016

C1.
a- Calculeu la solubilitat de l'acetat d'argent en aigua.
b- Determineu la massa d'acetat d'argent sòlid que es dissol en 1 dm^3 de solució d'àcid nítric 0,01 mol/dm^3.
c- La concentració de totes les espècies químiques que resten en la solució nítrica.
d- Expliqueu què succeiria si en lloc d'àcid nítric s'emprés una solució d'amoniac.
$K_s=3,59\cdot10^{-3}$; $K_a(HAcO)=1,76\cdot10^{-5}$

a- Calcular la solubilidad del acetato de plata en agua.
b- Determinar la masa de acetato de plata sólido que se disuelve en 1 dm^3 de solución de ácido nítrico 0,01 mol/dm^3.
c- La concentración de todas las especies químicas que quedan en la solución nítrica.
d- Explique qué sucedería si en lugar de ácido nítrico se empleara una solución de amoniaco.
$K_s=3,59\cdot10^{-3}$; $K_a(HAcO)=1,76\cdot10^{-5}$

Similar a 2004 Madrid Q1
http://materias.fi.uba.ar/6305/download/EQUILIBRIO%20DE%20PRECIPITACION.pdf

a) Planteamos los equilibrios
$AgCH_3COO \leftrightarrows Ag^+ + CH_3COO^-$
$CH_3COO^- + H_2O \leftrightarrows CH_3COOH + OH^-$

$$K_s=[Ag^+][CH_3COO^-]=s^2$$

$$k_h=\frac{[CH_3COOH][OH^-]}{[CH_3COO^-]}=\frac{k_w}{k_a}=\frac{10^{-14}}{1,76\cdot10^{-5}}=5,68\cdot10^{-10}$$

La concentración en equilibrio de iones plata es igual a los iones acetato en el equilibrio inicial, pero ahora parte de ellos han pasado a acético. La hidrólisis del ión acetato desplaza el equilibrio de solubilidad y la solubilidad será algo mayor.

$$[Ag^+]=[CH_3COO^-]+[CH_3COOH]$$

Despejamos de la anterior

$$[CH_3COOH]=k_h\frac{[CH_3COO^-]}{[OH^-]}$$

Sustituyendo

$$s=[Ag^+]=[CH_3COO^-]\left(1+\frac{k_h}{[OH^-]}\right)\Rightarrow[CH_3COO^-]=\frac{s}{\left(1+\frac{k_h}{[OH^-]}\right)}$$

$$K_s=[Ag^+][CH_3COO^-]=\frac{s^2}{1+\frac{k_h}{[OH^-]}}$$

$$s=\sqrt{K_s\cdot\left(1+\frac{k_h}{[OH^-]}\right)}$$

Depende del pH. Asumimos que enunciado al decir agua está indicando pH neutro.
Podemos comprobar que hay datos del producto de solubilidad del acetato de plata, en los que se tiene que estar asumiendo un pH concreto.
http://www.solubilityofthings.com/water/ions_solubility/ksp_chart.php $Ks=1,94\cdot10^{-3}$

Numéricamente $s=\sqrt{3{,}59\cdot10^{-3}\cdot(1+\frac{5{,}68\cdot10^{-10}}{10^{-7}})}=0{,}06\,M$

b) El ácido nítrico es un ácido fuerte que está totalmente disociado, por lo que tenemos una concentración de $[H^+]=0{,}01$ M, y una concentración $[OH^-]=10^{-14}/0{,}01=10^{-12}$ M
Sustituyendo

$$s=\sqrt{3{,}59\cdot10^{-3}\cdot(1+\frac{5{,}68\cdot10^{-10}}{10^{-12}})}=1{,}43\,M$$

Se pide la masa disuelta en 1 dm^3 =1 L, que será un 1,43 mol de acetato de plata.
No tenemos datos de masas atómicas, los asumimos
Masa molar ($AgCH_3COO$)=107,8+12·2+3·1+2·16=166,8 g/mol $AgCH_3COO$
En 1 L de disolución tendremos disueltos 166,8·1,43 =238,5 g de $AgCH_3COO$
Al añadir un ácido estamos desplazando el equilibrio de hidrólisis y aumentando la solubilidad.
c) $[NO_3^-]=[H^+]=0{,}01$ M
$[OH^-]=10^{-12}$ M
$[Ag^+]=1{,}43$ M
$[CH_3COO^-]=Ks/[Ag^+]=3{,}59\cdot10^{-3}/1{,}43=0{,}0025$ M

$$k_h=\frac{[CH_3COOH][OH^-]}{[CH_3COO^-]}\Rightarrow[CH_3COOH]=\frac{k_h\cdot[CH_3COO^-]}{[OH^-]}=\frac{5{,}68\cdot10^{-10}\cdot0{,}0025}{10^{-12}}=1{,}42\,M$$

d) Si se añadiera una base los desplazamientos de equilibrios disminuirían la solubilidad; disminuiría la hidrólisis ya que al añadir una base aumentaría $[OH^-]$ y al "retirar" la hidrólisis menos iones acetato no aumentaría tanto la solubilidad por la hidrólisis.
Cuantitativamente se puede ver con la expresión obtenida en a que al aumentar $[OH^-]$ disminuye la solubilidad.

2.
4,4 g de CO_2 se introducen en un matraz de 1 litro que contiene carbono sólido en exceso, a 1000 ºC, hasta que el equilibrio se alcanza. La densidad gaseosa en el equilibrio corresponde a un peso molecular medio de 36.
a) Calcula la presión de equilibrio y el valor de K_p.
b) Si ahora se introduce una cantidad adicional de He (inerte) hasta que se duplica la presión total, ¿cuál será la cantidad de CO en el equilibrio? Si se duplica el volumen del matraz, introduciendo He para mantener la misma presión total, ¿qué le ocurre a la cantidad de CO en el equilibrio?
c) Si en a) hubiera realmente 1,2 g de C (s) presentes, ¿cuántos moles de CO_2 tendrían que haberse introducido para que en el equilibrio sólo quedaran trazas de carbono?
d) Si la K_p para el equilibrio se duplica al aumentar 10 ºC la temperatura, ¿cuál es ΔHº de la reacción?

a) Planteamos el equilibrio en moles

	C (s) +	CO_2 (g)	⇆	2CO (g)
Inic	exceso	n_0		0
Equ	exceso	n_0-x		2x

Lllamamos n_0 al número inicial de moles de CO_2, y x al número de moles de CO_2 que se disocian en el equilibrio.
Enunciado no da masas atómicas, se asumen valores 12 para C y 16 para O
Masa molar CO=12+16=28 g/mol
Masa molar CO_2=12+2·16=44 g/mol
El número inicial de moles es 4,4/44=0,1 mol CO_2
En el equilibrio tenemos dos gases, CO_2 y CO, y podemos calcular la proporción de cada uno de ellos ya que se nos da como dato el peso molecular medio.
Hay que pensar cómo interpretar "peso molecular medio":
A. Usando % en masa. $M_{media}=\frac{M(CO_2)\cdot \%CO_2+M(CO)\cdot \%CO}{100}$ como cuando calculamos la masa atómica de un elemento con sus isótopos y sus abundancias.
B. Usando fracción molar $M_{media}=M(CO_2)\cdot \chi_{CO_2}+M(CO)\cdot \chi_{CO}$
La opción A no es correcta: las abundancias son realmente % de "fracción molar", ya que hacen referencia al 100 como número total y hablan de abundancia en % como número, no en % en masa.
Se puede visualizar como factores de conversión

$$M_{media}\left(\frac{g}{mol\ gas\ total}\right)=M_{CO_2}\left(\frac{g}{\cancel{mol\ CO_2}}\right)\cdot\chi_{CO_2}\cdot\left(\frac{\cancel{mol\ CO_2}}{mol\ gas\ total}\right)+M_{CO}\left(\frac{g}{\cancel{mol\ CO}}\right)\cdot\chi_{CO}\cdot\left(\frac{\cancel{mol\ CO}}{mol\ gas\ total}\right)$$

Llamamos y a la fracción molar de CO_2.

$$36=44\cdot y+28\cdot(1-y)\Rightarrow 36-28=(44-28)\,y\Rightarrow y=0{,}5=50\,\%$$

Al ser la fracción molar 0,5 hay el mismo número de moles de CO_2 que de CO
El número total de moles en equilibrio es $n_T=n_0-x+2x=n_0+x$

$$0{,}5=\frac{2x}{0{,}1+x}\Rightarrow 0{,}05=1{,}5\,x\Rightarrow x=0{,}033\,mol\,CO_2\,disociado$$

El número total de moles en equilibrio es n_T=0,133 mol gas
Utilizando la ley de los gases ideales

$$P_T V_T=n_T R T\Rightarrow P_T=\frac{n_T R T}{V_T}=\frac{0{,}133\cdot 0{,}082\cdot(273+1000)}{1}=13{,}9\,atm$$

$$K_P=\frac{P_{CO}^2}{P_{CO_2}}=\frac{\chi_{CO}^2\cdot P_T^2}{\chi_{CO_2}\cdot \cancel{P_T}}=13{,}9\cdot\frac{0{,}5^2}{0{,}5}=6{,}95$$

b) Se plantean dos situaciones, y en ninguna varía la temperatura, por lo que K_c y K_p siguen teniendo el mismo valor ya que su valor solamente depende de la temperatura.

1. Sin modificar el volumen se añade un gas inerte y se duplica la presión total

El equilibrio no se modifica aunque varíe la presión total. Asociado a K_c puede ver que las concentraciones (incluyendo la inicial $c_0=n_0/V$) son las mismas: no varía el número de moles de las sustancias en equilibrio ni el volumen. Asociado a K_p, el aumento de presión total se compensa con una disminución de las fracciones molares de gas. Las presiones parciales de las sustancias que intervienen en el equilibrio son las mismas, el aumento de presión total está asociada a que se añade el gas interte. Por lo tanto la cantidad de CO en el equilibrio será la misma.

2. Se duplica el volumen y se añade un gas inerte de modo que se mantiene la misma presión total que antes de duplicar el volumen

Usando la ley de los gases ideales, si a la misma temperatura y presión el volumen se duplica, el número total de moles de gas (incluyendo el gas inerte y las sustancias que intervienen en el equilibrio) también se duplica, y será 2·0,133=0,266 mol de gas; en la presión total interviene la presión parcial asociada al gas inerte.

Se puede razonar que siendo el volumen mayor y según la expresión de la constante de equilibrio, el cociente de reacción para los valores de moles en equilibrio y el nuevo volumen será inicialmente menor, por lo que el equilibrio se desplazará hacia la derecha para que el cociente de reacción se aproxime a la constante de equilibrio, y aumentará la cantidad de CO.

Se puede razonar, ignorando el efecto del gas inerte, que al aumentar el volumen según Le Châtelier se desplaza hacia donde haya mayor número de moles gaseosos, que en este caso es hacia productos, y aumentará la cantidad de CO.

Dado que K_P se mantiene constante y la presión total sigue siendo la misma, se puede calcular la composición del nuevo equillibrio para validar los razonamientos previos.

$$K_P=\frac{P_{CO}^2}{P_{CO_2}}=\frac{\chi_{CO}^2\cdot P_T^2}{\chi_{CO_2}\cdot \cancel{P_T}}=13{,}9\cdot\frac{\left(\frac{2\cdot x}{0{,}266}\right)^2}{\frac{0{,}1-x}{0{,}266}}=6{,}95\Rightarrow\frac{4\,x^2}{0{,}1-x}=\frac{6{,}95}{13{,}9}\cdot 0{,}266$$

$$0{,}133\left(0{,}1-x\right)=4\,x^2\Rightarrow 4\,x^2+0{,}133\,x-0{,}0133=0$$

$$x=\frac{-0{,}133\pm\sqrt{0{,}133^2-4\cdot 4\cdot\left(-0{,}0133\right)}}{2\cdot 4}=\frac{-0{,}133\pm 0{,}480}{8}=\frac{\cancel{0{,}077}\,mol\,CO_2\,disociados}{0{,}0434\,mol\,CO_2\,disociados}$$

El número de moles de CO aumenta (ahora son 2·0,0434=0,0868 mol de CO y antes era 2·0,033=0,066 mol de CO)

c) 1,2 g de C suponen 1,2/12=0,1 mol de C

La estequiometría entre C(s) y CO_2 (g) es 1 a 1, pero se trata de un equilibrio y no una reacción totalmente desplazada hacia la derecha.

Para que “solamente quedaran trazas” asumimos que en el equilibrio ha reaccionado el 99% de C(s), que suponen 0,1·0,99=0,099 mol de C.

Dada la estequiometría de la reacción sabemos que ha reaccionado el mismo número de moles de CO_2, por lo que utilizando la constante de equilibrio y siendo x=0,099 podemos resolver.

Calculamos primero K_c

$$K_p=K_c\left(RT\right)^{\Delta n}\Rightarrow K_c=\frac{K_p}{RT}=\frac{6{,}95}{0{,}082\cdot\left(273+1000\right)}=0{,}0666$$

Calculamos el número demoles iniciales de CO_2

$$0{,}0666=\frac{\left(\frac{2\cdot 0{,}099}{1}\right)^2}{\frac{n_0-0{,}099}{1}}$$

$$0{,}0666\left(n_0-0{,}099\right)=0{,}039204\Rightarrow 0{,}0666\,n_0=0{,}039204+0{,}0065934$$

$$n_0=\frac{0{,}039204+0{,}0065934}{0{,}0666}=0{,}688\,mol\,CO_2$$

Se tendrían que haber introducido 0,688 mol CO_2, que son 0,688·44=30,3 g de CO_2

d) Utilizamos la ecuación de Van'tHoff $\ln\frac{K_{p1}}{K_{p2}}=\frac{-\Delta H^o}{R}\left(\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}\right)$

$$\ln 2=\frac{-\Delta H^o}{8{,}31\left(\frac{1}{273+1000+10}-\frac{1}{273+1000}\right)}$$

$$\Delta H^o=\frac{-\ln(2)\cdot 8{,}31}{\frac{1}{273+1000+10}-\frac{1}{273+1000}}=941\,kJ/mol$$

Valor positivo: es endotérmica, consistente con razonamiento con Le Châtelier, al aumentar la temperatura la constante aumenta, lo que implica que se desplaza hacia productos, lo que quiere decir que es endotérmica en sentido directo.

enrique@fiquipedia.es Revisado 16 junio 2016

Cuando se calienta pentacloruro de fósforo en un recipiente cerrado a 250 ºC y 1 atm de presión se disocia el 80% en cloro y tricloruro de fósforo.
a) Calcular K_p
b) Calcular el tanto por ciento de pentacloruro de fósforo que se disociará a 2 atm de presión y 250 ºC.
c) Calcular el número de moles de pentacloruro de fósforo que se forman cuando se mezclan 27,46 g de tricloruro de fósforo con 7,09 g de cloro en un recipiente cerrado de 10 litros a 250 ºC.
d) 1- Analizar y discutir los resultados del apartado b) y relacionarlos con los datos del apartado a). Fundamentar químicamente esta discusión.
d) 2- Hacer un planteamiento didáctico de este problema para un determinado nivel explicando de forma esquemática las leyes químicas que se deberían aplicar.

Criterios para la evaluación y calificación de estas cuestiones

Los tres primeros apartados se puntuarán 0,3 puntos por apartado. Se espera que los distintos pasos se fundamenten brevemente.
El cuarto apartado se debe desarrollar de forma esquemática y se puntuará con 0,6 puntos como máximo. Deben hacerse las dos cuestiones de este apartado.

Resuelto por Basileia en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=3533#p18107

a) Planteamos el equilibrio de disociación utilizando moles

	$PCl_5(g) \leftrightarrows$	$Cl_2(g)$ +	$PCl_3(g)$
Inicial	n_0	0	0
Equilibrio	$n_0(1-\alpha)$	$n_0\alpha$	$n_0\alpha$

Definimos α como el tanto por uno de disociación en el equilibrio, en este caso α=0,8
El número de moles totales en el equilibrio $n_T=n_0(1-\alpha)+n_0\alpha+n_0\alpha=n_0(1+\alpha)$

$$K_P=\frac{P_T\chi_{PCl_3}P_T\chi_{Cl_2}}{P_T\chi_{PCl_5}}=P_T\frac{\left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)^2}{\frac{1-\alpha}{1+\alpha}}=P_T\frac{\alpha^2}{1-\alpha^2}=1\cdot\frac{0,8^2}{1-0,8^2}=1,78\,atm$$

La constante termodinámica no tiene unidades, pero sí las tiene K_p.
b) Al mantenerse la temperatura la constante de equilibrio se mantiene

$$K_P=P_T\frac{\alpha^2}{1-\alpha^2}\Rightarrow 1,78(1-\alpha^2)=2\alpha^2\Rightarrow\alpha=\sqrt{\frac{1,78}{2+1,78}}=0,686=68,6\%$$

c) Al mantenerse la temperatura la constante de equilibrio se mantiene
Calculamos las masas molares, asumimos que tenemos masas atómicas como datos (Cl=35,5, P=31)

$$27,46\,\cancel{g\,PCl_3}\cdot\frac{1\,mol\,PCl_3}{31+3\cdot35,5\,\cancel{g\,PCl_3}}\approx0,200\,mol\,PCl_3 \qquad 7,09\,\cancel{g\,Cl_2}\cdot\frac{1\,mol\,Cl_2}{2\cdot35,5\,\cancel{g\,Cl_2}}\approx0,100\,mol\,Cl_2$$

	$PCl_5(g) \leftrightarrows$	$Cl_2(g)$ +	$PCl_3(g)$
Inicial	0	0,1	0,2
Equilibrio	x	0,1-x	0,2-x

Definimos x como número de moles de PCl_5 en el equilibrio
El número de moles totales en el equilibrio $n_T=x+0,1-x+0,2-x=0,3-x$

$$K_P = P_T \frac{\frac{(0,2-x)}{(0,3-x)}\frac{(0,1-x)}{(0,3-x)}}{\frac{x}{0,3-x}} = P_T \frac{(0,2-x)(0,1-x)}{x(0,3-x)}$$

Como no tenemos presión pero sí volumen, usamos la ley de los gases ideales

$$PV = n_T RT \Rightarrow \frac{P}{n_T} = \frac{RT}{V}$$

(también se puede llegar a la misma expresión planteando la relación entre K_p y K_c)

$$K_P = \frac{RT}{V}\frac{(0,2-x)(0,1-x)}{x} \Rightarrow 1,78\,x = 0,082 \cdot \frac{(273+250)}{10}(0,02-0,2\,x-0,1\,x+x^2)$$

$$1,78\,x = 4,2886(0,02-0,3\,x+x^2) \Rightarrow 4,2886\,x^2 - 3,06658\,x + 0,085772 = 0$$

$$x = \frac{3,06658 \pm \sqrt{3,06658^2 - 4 \cdot 4,2886 \cdot 0,085772}}{2 \cdot 4,2886} = \frac{3,06658 \pm 2,81648}{8,5772} = \begin{matrix} \sout{0,686} \\ 0,0292\,mol\,PCl_5 \end{matrix}$$

d) 1. En la situación b se está aumentado la presión respecto a, y según Le Châtelier el equilibrio se desplazará oponiéndose a ese aumento de presión, lo que hace que se desplace hacia reactivos (PCl_5) que es donde hay menor número de moles gaseosos, por lo que la disociación disminuye (pasa de 80% a 68,6%)

2. Se indica "un determinado nivel" pero sería química de 2º de Bachillerato que es donde se tratan los equilibrios químicos y el principio de Le Châtelier.

El planteamiento didáctico sería, una vez introducido el concepto de equilibrio, cociente de reacción, constante de equilibrio, enunciar el principio de Le Châtelier y aplicarlo en distintos problemas, viendo como varía el cociente de reacción.

Además de problemas se puede plantear alguna experiencia de laboratorio si los recursos lo permiten (incluyendo posibles desdobles). Un ejemplo

LABORATORIO DE QUÍMICA- 2º DE BACHILLERATO. María Trillo.

PRÁCTICA 5: EQUILIBRIO QUÍMICO

http://www.cvatocha.es/cvacom/bachiller/ciencias/lab_quimica_2bach.pdf#page=17

Experiencia B. ESTUDIO DE LA REACCIÓN DE DESCOMPOSICIÓN DEL TETRAÓXIDO DE DINITRÓGENO A DIÓXIDO DE NITRÓGENO

Q1. A 600 K el pentano normal se isomeriza, en presencia de un catalizador adecuado, según las reacciones:

$CH_3\,CH_2\,CH_2\,CH_2\,CH_3$ (A) ⇆ $(CH_3)_2\,CH\,CH_2\,CH_3$ (B) ⇆ $(CH_3)_2\,C\,(CH_3)_2$ (C)

Las entalpías libres de formación a 600 K son 33,79 (A), 32,66 (B) y 35,08 (C) kcal/mol. Calcular la composición del equilibrio molar de la mezcla al establecerse el equilibrio completo. Supóngase comportamiento ideal. (R=1,99 $cal \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$)

Enunciado usa "entalpías libres" para hacer referencia a "energías de Gibbs"
Muy similar a 2015 Aragón A4

Resuelto por sleepylavoisier en http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4018#p17745

Si planteamos la reacción de formación de cada isómero, podemos obtener la contante asociada a la formación de cada uno de ellos $\Delta G^o = -RT\ln(K_p) \Rightarrow K_p = e^{\frac{-\Delta G^o}{RT}}$

Llamamos a las reacciones con letras minúsculas

a (formación A): $K_p(a) = e^{\frac{-33{,}79 \cdot 10^3}{1{,}99 \cdot 600}} = 5{,}123171665 \cdot 10^{-13}$

b (formación B): $K_p(b) = e^{\frac{-32{,}66 \cdot 10^3}{1{,}99 \cdot 600}} = 1{,}319941319 \cdot 10^{-12}$

c (formación C): $K_p(c) = e^{\frac{-35{,}08 \cdot 10^3}{1{,}99 \cdot 600}} = 1{,}739106896 \cdot 10^{-13}$

Utilizando Hess podemos plantear

d: A ⇆ B

d=b-a $\quad K_p(d) = \frac{K_p(b)}{K_p(a)} = \frac{1{,}319941319 \cdot 10^{-12}}{5{,}123171665 \cdot 10^{-13}} = 2{,}576414388$

e: B ⇆ C

e=c-b $\quad K_p(e) = \frac{K_p(c)}{K_p(b)} = \frac{1{,}739106896 \cdot 10^{-13}}{1{,}319941319 \cdot 10^{-12}} = 0{,}1317563797$

Planteamos los equilibrios con moles, reflejando solamente las cantidades en equilibrio

	A	⇆	B
Eq	n_A		n_B

	B	⇆	C
Eq	n_B		n_C

Sustituyendo las constantes

$$2{,}576414388 = \frac{n_B}{n_A}$$

$$0{,}1317563797 = \frac{n_C}{n_B}$$

Tenemos tres incógnitas y 2 ecuaciones: planteamos una nueva ecuación

$n_T = n_A + n_B + n_C$

Sustituyendo

$$n_T = n_A + 2{,}576414388\, n_A + 2{,}576414388 \cdot 0{,}1317563797\, n_A$$

$$\frac{n_A}{n_T} = \frac{1}{1 + 2{,}576414388 + 2{,}576414388 \cdot 0{,}1317563797} = 0{,}255370869$$

$$\frac{n_B}{n_T} = 2{,}576414388 \frac{n_A}{n_T} = 2{,}576414388 \cdot 0{,}255370869 = 0{,}657941181$$

$$\frac{n_C}{n_T} = 0{,}1317563797 \frac{n_B}{n_T} = 0{,}1317563797 \cdot 0{,}657941181 = 0{,}086687948$$

Utilizando 3 ó 4 cifras significativas como los datos del enunciado y comprobando que la suma da la unidad

$\chi_A = 0{,}2554 = 25{,}54\,\%$

$\chi_B = 0{,}6579 = 65{,}79\,\%$

$\chi_C = 0{,}0867 = 8{,}67\,\%$

0,2554 +0,6579 +0,0867=1

enrique@fiquipedia.es Revisado 8 mayo 2016
CC BY

CUESTIONES DE QUÍMICA

De entre las cuestiones 5, 6, 7 y 8 que a continuación se proponen, el aspirante elegirá libremente y contestará a 3 de ellas.

5.- La densidad del tetróxido de nitrógeno es de 2,08 g/dm^3 a 60 ºC y 1 atm de presión total. Calcular el grado de disociación de dicho compuesto y la constante de equilibrio $N_2O_4 \leftrightarrows 2NO_2$ para dichas condiciones de presión y temperatura. Masas atómicas: O = 16 uma ; N = 14 uma.

Nota: el símbolo para la unidad de masa atómica es u, no uma.
Relacionado con 1994 Andalucía 2

Planteamos el equilibrio de manera general

	N_2O_4 (g) $\leftrightarrows$	$2NO_2$ (g).
Inicial	n_0	0
Equilibrio	$n_0(1-\alpha)$	$2n_0\alpha$

Llamamos n_0 al número de moles iniciales de N_2O_4, y α al tanto por uno de disociación
Número de moles totales en equilibrio $n_T=n_0(1-\alpha+2\alpha)=n_0(1+\alpha)$
Si planteamos la constante de equilibrio

$$K_c=\frac{[NO_2]^2}{[N_2O_4]}=\frac{\frac{(2\cdot n_0\cdot\alpha)^2}{V^2}}{n_0\cdot\frac{(1-\alpha)}{V}}=4\frac{n_0}{V}\frac{\alpha^2}{1-\alpha}$$

Tenemos una ecuación con tres incógnitas, utilizamos el dato de densidad para relacionar n_0 y V

$$d=\frac{m}{V}=\frac{n_0(1-\alpha)\cdot M(N_2O_4)+2n_0\alpha M(NO_2)}{V}$$

$M(N_2O_4)=2\cdot14+4\cdot16=92$ g/mol
$M(NO_2)=14+2\cdot16=46$ g/mol
Como la densidad es una propiedad intensiva y el equilibrio no depende de la cantidad tomada, por sencillez tomamos volumen de 1 L en el que tenemos una masa total de 2,08 g. Podemos asociar esa masa de equilibrio también a la masa inicial de N_2O_4 antes del equilibrio.

$$2{,}08=\frac{n_0(1-\alpha)\cdot92+2n_0\alpha\,46}{1}$$

$$2{,}08=n_0(92-92\alpha+92\alpha)=n_092\Rightarrow n_0=\frac{2{,}08}{92}\approx0{,}0226\,mol\,N_2O_4$$

Utilizando la ecuación de los gases ideales para 1 L

$$\frac{n_T}{V}=\frac{P}{RT}\Rightarrow\frac{n_0(1+\alpha)}{1}=\frac{1}{0{,}082\cdot(273+60)}\Rightarrow1+\alpha=\frac{1}{0{,}082\cdot333\cdot\frac{2{,}08}{92}}\Rightarrow\alpha=0{,}62$$

También se puede plantear con fracciones molares (ver 1994 Andalucía 2)
El grado de disociación es del 62%.

Sustituyendo $$K_c=4\frac{\frac{2{,}08}{92}}{1}\frac{0{,}62^2}{1-0{,}62}=0{,}091$$

Podemos calcular también la constante de presión

$$K_p=K_c(RT)^{\Delta n}=0{,}091\cdot(0{,}082\cdot(273+60))^{(2-1)}=2{,}48$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 23 diciembre 2015

CUESTIONES DE QUÍMICA

De entre las cuestiones 5, 6, 7 y 8 que a continuación se proponen, el aspirante elegirá libremente y contestará a 3 de ellas.

8.- Con los datos experimentales de la tabla, calcular gráficamente la energía de activación de la reacción

$$2NO_2\ (g) \rightarrow N_2\ (g) + 2O_2\ (g)$$

Temperatura (K):	1.125	1.053	1.001	838
k(l/mol.s):	11,59	1,67	0,380	0,0011

Comentario: no se debe usar punto para separar millares http://www.bipm.org/en/CGPM/db/22/10/ reaffirms that "Numbers may be divided in groups of three in order to facilitate reading; neither dots nor commas are ever inserted in the spaces between groups", as stated in Resolution 7 of the 9th CGPM, 1948.

Viendo las unidades de la constante de reacción, como v = k[NO_2]$^{\alpha}$ y las unidades de velocidad son (mol/L)/s podemos ver que el orden de reacción es dos, aunque no lo usamos en la resolución.

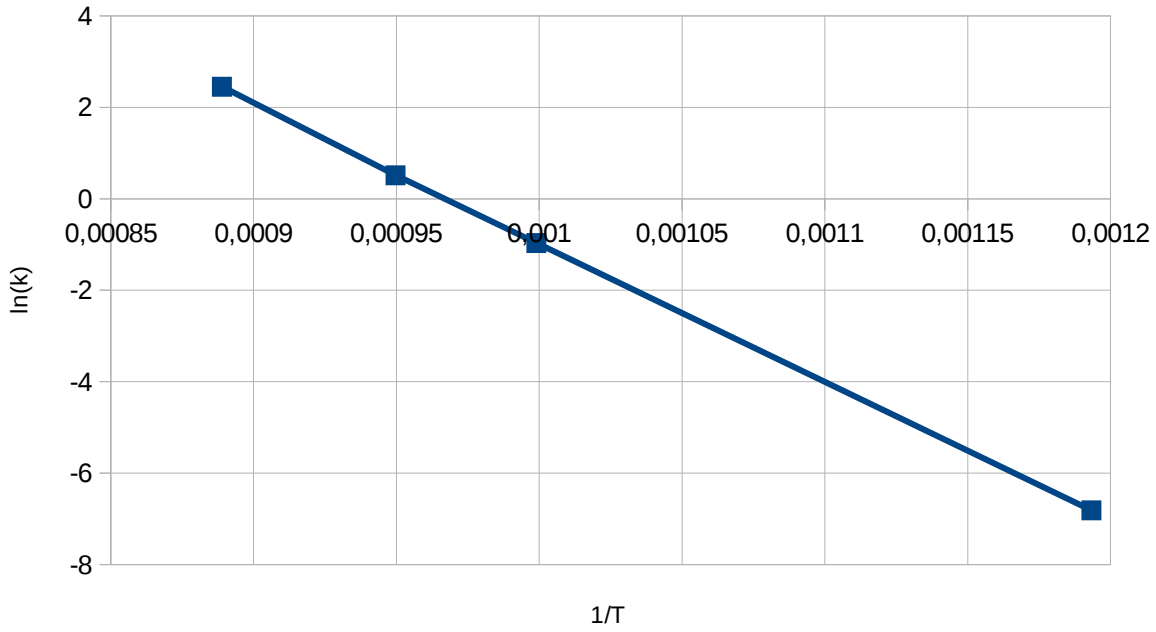
Utilizamos la fórmula de Arrhenius $k = A\,e^{\frac{-E_a}{RT}}$, pero como se pide calcular gráficamente, debemos operar con los datos para conseguir una relación lineal que poder ajustar mediante mínimos cuadrados en una regresión lineal

$$\ln(k) = \ln(A) - \frac{E_a}{RT} = \frac{-E_a}{R}\cdot\frac{1}{T} + \ln(A)$$

Lo podemos ver como una recta y = a·x + b, donde y=ln(k), x=1/T, b=ln(A) y a=-E_a/R

T (K)	1125	1053	1001	838
k (L/mol·s)	11,59	1,67	0,38	0,0011
1/T	0,00088889	0,00094967	0,00099900	0,00119332
ln(k)	2,45014266	0,51282363	-0,96758403	-6,81244510

Representando vemos que se ajusta bien a una recta



Si realizamos un ajuste por mínimos cuadrados (se puede hacer con una calculadora científica, pero lo hacemos aquí con wolframalpha)

http://www.wolframalpha.com/input/?i=linear+fit+{{0.00088889%2C2.45014266}+%2C+{0.00094967%2C0.51282363}%2C+{0.00099900%2C-0.96758403}%2C+{0.00119332%2C-6.81244510}}

Input interpretation:

fit	data	{{0.00088889, 2.45014266}, {0.00094967, 0.51282363}, {0.000999, −0.96758403}, {0.00119332, −6.81244510}}
	model	linear function

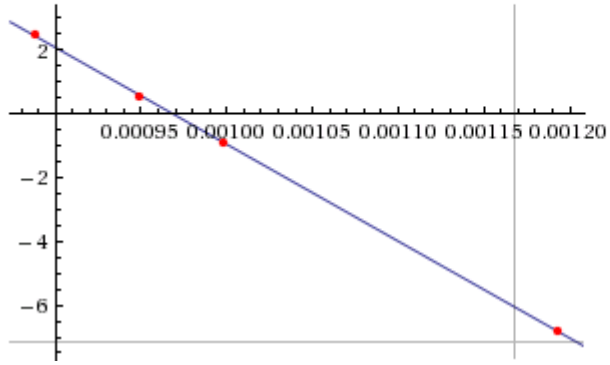
Least-squares best fit:

$29.3462 - 30\,316.4\,x$

Fit diagnostics:

AIC	BIC	R^2	adjusted R^2
−8.90901	−10.7501	0.999882	0.999823

Plot of the least-squares fit:



Vemos que a=-30316,4. Como

$$a=\frac{-E_a}{R}\Rightarrow E_a=8{,}31\frac{J}{\cancel{K}\cdot mol}\cdot 30316{,}4\,\cancel{K}=251929\,J/mol\approx 252\,kJ/mol$$

PROBLEMAS DE QUÍMICA

2.- La constante de equilibrio para una reacción gaseosa del tipo:

A + B ⇌ C + D

entre 450 y 700 K, viene dada por la ecuación:

$$\ln Kp = 17{,}39 - \frac{11200}{T}$$

Calcular:

a) La energía libre de Gibbs normal, la entalpía normal y la entropía normal para la reacción a 575 K.

b) La presión parcial de equilibrio de C cuando se mezclan cantidades equimoleculares de A y B a una presión total de 1 atm y 575 K.

R = 8,314 J/mol·K

a) Para la energía de Gibbs usamos la relación con Kp

$$\Delta G^o = -RT\ln Kp = -8{,}314\cdot 575\cdot\left(17{,}39-\frac{11200}{575}\right) = 9{,}983\cdot 10^3\, J/mol = 9{,}983\, kJ/mol$$

Para la entalpía usamos la ecuación de Van't Hoff

$$\frac{d\ln Kp}{dT} = \frac{\Delta H^o}{RT^2} \Rightarrow \frac{11200}{T^2} = \frac{\Delta H^o}{RT^2}$$

$$\Delta H^o = 8{,}314\cdot 11200 = 9{,}312\cdot 10^3\, J/mol = 9{,}312\, kJ/mol$$

Para la entropía usamos la relación con G y H

$$\Delta G^o = \Delta H^o - T\Delta S^o$$

$$\Delta S^o = \frac{\Delta G^o - \Delta H^o}{-T} = \frac{9{,}983\cdot 10^3 - 9{,}313\cdot 10^3}{-575} = -1{,}165\, J/mol\cdot K$$

b) A 575 K $\ln Kp = 17{,}39 - \frac{11200}{575} \Rightarrow Kp = e^{\left(17{,}39-\frac{11200}{575}\right)} = 0{,}1239$

La presión de 1 atm es en el equilibrio (aunque por la estequiometría es la misma en la situación inicial ya que el número total de moles gaseosos no varía), y ahí $P_T=P_A+P_B+P_C+P_D$.

Es una mezcla equimolecular de A y B (asumimos que en condiciones iniciales)

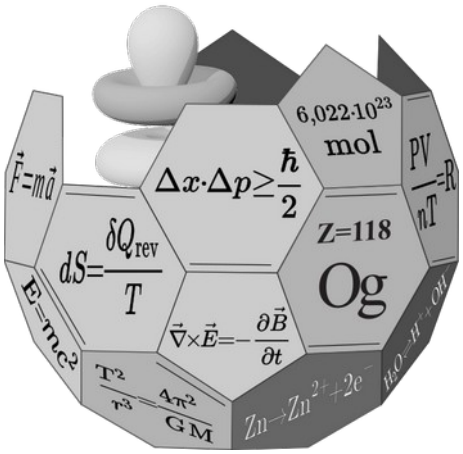
Por la estequiometría del equilibrio, $P_A=P_B$ y $P_C=P_D$

$1=2P_A+2P_C \rightarrow P_A=(1-2P_C)/2$

$$Kp = \frac{P_C\cdot P_D}{P_A\cdot P_B}$$

$$0{,}1239 = \frac{P_C^2}{\frac{(1-2P_C)^2}{2^2}} \Rightarrow \sqrt{\frac{0{,}1239}{2^2}} = \frac{P_C}{1-2P_C}$$

$$0{,}1760(1-2P_C) = P_C \Rightarrow P_C = \frac{0{,}1760}{1+2\cdot 0{,}1760} = 0{,}1302\, atm$$



Problemas resueltos oposiciones Física y Química

Recopilación revisada 4 septiembre 2025

Química ácido base

enrique@fiquipedia.es

CC BY SA

Castilla y León 2024

1. El cromato de estroncio tiene un K_{ps} = 3,6·10^{-5}. Calcula las concentraciones de iones Sr^{2+} en una disolución en equilibrio con cromato de estroncio a valores de pH = 2,0 especificando si la sal será soluble. Las constantes de disociación del ácido son K_1=0,18 y K_2=3,3·10^{-6}.

Madrid 2004

Química

1. El cromato de estroncio tiene un K_{ps}=3,6·10^{-5}. Calcular las concentraciones de iones estroncio [Sr^{2+}], en una disolución en equilibrio con cromato de estroncio a valores de pH, a) 2,00, b) 7,00; especificando en cada caso si la sal será soluble o con solubilidad ligeramente limitada
Datos: Constante de disociación del ácido crómico: K_1=0,18; K_2=3,3·10^{-6}

Planteamos la disociación de la sal

$SrCrO_4$ ⇌	Sr^{2+}	+ CrO_4^{2-}
	0	0
	y	z

$K_{ps}=[Sr^{2+}][CrO_4^{2-}]$
Donde sabemos que la cantidad y=[Sr^{2+}] proviene de la disolución de la sal, pero la cantidad z=[CrO_4^{2-}] depende de los procesos de hidrólisis, ya que algunos cromato pasan a hidrógenocromato y éstos a su vez en ácido crómico por lo que el equilibrio se desplaza hacia la derecha y la solubilidad será mayor.
Necesitamos saber la concentración de [CrO_4^{2-}] asociada a la hidrólisis, y luego relacionarla con la asociada a la solubilidad.
Para calcular la cantidad [CrO_4^{2-}] planteamos los procesos de hidrólisis.
Como el ácido es diprótico nos dan dos constantes:

$$H_2CrO_4+H_2O \leftrightarrows HCrO_4^- + H_3O^+ \quad K_1=\frac{[HCrO_4^-][H_3O^+]}{[H_2CrO_4]}=0{,}18$$

$$HCrO_4^-+H_2O \leftrightarrows CrO_4^{2-} + H_3O^+ \quad K_2=\frac{[CrO_4^{2-}][H_3O^+]}{[HCrO_4^-]}=3{,}3\cdot10^{-6}$$

Los equilibrios de hidrólisis serán

$$CrO_4^{2-} + H_2O \leftrightarrows HCrO_4^- + OH^- \quad K_{h2}=\frac{[HCrO_4^-][OH^-]}{[CrO_4^{2-}]}\cdot\frac{[H_3O^+]}{[H_3O^+]}=\frac{K_w}{K_2}=\frac{10^{-14}}{3{,}3\cdot10^{-6}}=3\cdot10^{-9}$$

$$HCrO_4^- + H_2O \leftrightarrows H_2CrO_4 + OH^- \quad K_{h1}=\frac{[H_2CrO_4][OH^-]}{[HCrO_4^-]}\cdot\frac{[H_3O^+]}{[H_3O^+]}=\frac{K_w}{K_1}=\frac{10^{-14}}{0{,}18}=5{,}56\cdot10^{-14}$$

Agrupamos los valores conocidos y planteamos relaciones con [CrO_4^{2-}]

$$K_{h2}=3\cdot10^{-9}=\frac{[HCrO_4^-][OH^-]}{[CrO_4^{2-}]}\Rightarrow[HCrO_4^-]=3\cdot10^{-9}\frac{[CrO_4^{2-}]}{[OH^-]}$$

$$K_{h1}=5{,}56\cdot10^{-14}=\frac{[H_2CrO_4][OH^-]}{[HCrO_4^-]}\Rightarrow[H_2CrO_4]=5{,}56\cdot10^{-14}\frac{[HCrO_4^-]}{[OH^-]}$$

Combinando ambas

$$[H_2CrO_4]=3\cdot10^{-9}\cdot5{,}56\cdot10^{-14}\frac{[CrO_4^{2-}]}{[OH^-]^2}=1{,}67\cdot10^{-22}\frac{[CrO_4^{2-}]}{[OH^-]^2}$$

La cantidad de iones de estroncio será la suma de los cromato iniciales, más la suma de los que han pasado a hidrógenocromato (que desplazan el equilibrio y generan más iones estroncio), más los que han pasado a ácido crómico (que desplazan el equilibrio y generan más iones estroncio). "La suma de lo que "se lleva" CrO_4^{2-} del equilibrio de solubilidad")

$$[CrO_4^{2-}]+[HCrO_4^-]+[H_2CrO_4]=[Sr^{2+}]=\frac{K_{ps}}{[CrO_4^{2-}]}$$

$$[CrO_4^{2-}]+3\cdot10^{-9}\frac{[CrO_4^{2-}]}{[OH^-]}+1{,}67\cdot10^{-22}\frac{[CrO_4^{2-}]}{[OH^-]^2}=\frac{3{,}3\cdot10^{-6}}{[CrO_4^{2-}]}$$

$$[CrO_4^{2-}]^2\left(1+\frac{3\cdot10^{-9}}{[OH^-]}+\frac{1{,}67\cdot10^{-22}}{[OH^-]^2}\right)=3{,}3\cdot10^{-6}$$

$$[CrO_4^{2-}]=\sqrt{\frac{3{,}3\cdot10^{-6}}{\left(1+\frac{3\cdot10^{-9}}{[OH^-]}+\frac{1{,}67\cdot10^{-22}}{[OH^-]^2}\right)}}$$

Conseguimos una expresión que da la concentración en función de $[OH^-]$ que está asociada al pH
a) pH=2 → pOH=12 → $[OH^-]=10^{-12}$ M → $[CrO_4^{2-}]=3{,}23\cdot10^{-5}$ M → $[Sr^{2+}]=3{,}3\cdot10^{-6}/3{,}23\cdot10^{-5}=0{,}102$ M ; la sal es soluble a pH=2
b) pH=7 → pOH=7 → $[OH^-]=10^{-7}$ M → $[CrO_4^{2-}]=1{,}79\cdot10^{-3}$ M → $[Sr^{2+}]=3{,}3\cdot10^{-6}/1{,}79\cdot10^{-3}=0{,}00184$ M ; la sal es ligeramente soluble a pH=7
A pH neutro no se puede plantear $K_{ps}=s^2\Rightarrow s=\sqrt{K_{ps}}=\sqrt{3{,}6\cdot10^{-5}}=6\cdot10^{-3}\,M$ *ya que la disolución de la sal altera el pH y no sería neutro.*

Cataluña 2025

SUPÒSIT 2. QÜESTIONS PRÈVIES 2. (2.5p) L'hipoclorit de sodi s'utilitza per eliminar la matèria orgànica i els agents patògens a les piscines i per controlar el creixement de les algues es fan servir sals solubles de coure (II), com el sulfat de coure (II).
a) (1.25p) Omplim una piscina amb 80 m^3 d'aigua. Quin seria el pH de l'aigua de la piscina si hi afegíssim 149 g d'hipoclorit de sodi? Suposeu que l'aigua era inicialment neutra i que el volum de l'aigua es manté en afegir-hi la sal.
b) (1.25p) El pH d'una altra piscina és 7.2, valor recomanat normalment per a tenir una bona eficiència en l'ús dels productes que hi afegim per mantenir l'aigua neta i lliure de microorganismes. Quina concentració màxima d'ions Cu^{2+} hi pot haver en aquesta piscina si volem evitar que es produeixi la precipitació de l'hidròxid de coure (II) en afegir-hi una sal soluble de coure(II)?
Dades: Suposeu que la temperatura és sempre 25°C.
L'hipoclorit de sodi, és una sal soluble en aigua.
Masses atòmiques relatives: O=16,0; Na=23,0; Cl=35,5.
Constant de basicitat de l'ió hipoclorit a 25°C: $Kb=3,3 \times 10^{-7}$.
Constant d 'ionització de l'aigua a 25°C: $Kw=1,0 \times 10^{-14}$.
Constant del producte de solubilitat del $Cu(OH)_2$ a 25°C: $Kps=6,0 \times 10^{-20}$.

El hipoclorito de sodio se utiliza para eliminar la materia orgánica y los agentes patógenos en las piscinas y para controlar el crecimiento de las algas se utilizan sales solubles de cobre(II), como el sulfato de cobre(II).
a) (1.25p) Llenamos una piscina con 80 m^3 de agua. ¿Cuál sería el pH del agua de la piscina si añadiéramos 149 g de hipoclorito de sodio? Suponga que el agua era inicialmente neutra y que el volumen del agua se mantiene al añadir la sal.
b) (1.25p) El pH de otra piscina es 7.2, valor recomendado normalmente para tener una buena eficiencia en el uso de los productos que le añadimos para mantener el agua limpia y libre de microorganismos. ¿Qué concentración máxima de iones Cu^{2+} puede haber en esta piscina si queremos evitar que se produzca la precipitación del hidróxido de cobre(II) al añadir una sal soluble de cobre(II)?
Datos: Suponga que la temperatura es siempre 25°C.
El hipoclorito de sodio, es una sal soluble en agua.
Masas atómicas relativas: O=16,0; Na=23,0; Cl=35,5.
Constante de basicidad del ión hipoclorito a 25°C: $Kb=3,3\times10^{-7}$.
Constante de ionización del agua a 25°C: $Kw=1,0 \times 10^{-14}$.
Constante del producto de solubilidad del $Cu(OH)_2$ a 25°C: $Kps=6,0 \times 10^{-20}$.

Cataluña 2024

Cas 2. Qüestions prèvies 2. Per tal de preservar i aprofitar l'aigua, des del parc es duen a terme diferents mesures. Una d'elles, tenint en compte la situació de sequera a Catalunya, és que tot el volum d'aigua d'ús recreatiu o de les piscines es manté en un circuit tancat. Per mantenir les piscines en condicions acceptables per al bany es fan servir diferents productes químics.
a) (1,25p) Així, per a eliminar-ne la matèria orgànica i els agents patògens es pot utilitzar hipoclorit de sodi. Si omplim una piscina amb 80 m^3 d'aigua, quin seria el pH de la piscina si hi afegim 149 g d'hipoclorit de sodi? Suposeu que l'aigua era inicialment neutra i que el volum d'aigua es manté en afegir-hi la sal.

b) (1,25p) Els alumnes observen la presència d'algues en alguns racons del llac que hi ha dins del parc. La docent els explica que per controlar el creixement de les algues es fan servir sals solubles de Cu (II) com ara el sulfat de coure (II), i els planteja el següent exercici.
Si el pH del llac és 7,2 (valor recomanat), quina concentració màxima d' ions Cu(II) hi pot haver en l'aigua si volem evitar que es produeixi la precipitació de l'hidròxid de coure (II) en afegir-hi una sal soluble de coure (II)?
DADES: Suposeu que la temperatura és sempre 25°C.
Masses atòmiques relatives O=16,0; Na=23,0; Cl=35,5.
Constant de basicitat de l'ió hipoclorit (25°C): Kb=3,3 x 10^{-7}
Constant d' ionització de l'aigua de 25°C: Kw=1,0x10^{-14}
Constant del producte de solubilitat de l'hidròxid de coure (II) a 25°C: Kps=6,0 x 10^{-20}

Para preservar y aprovechar el agua, desde el parque se realizan diferentes medidas. Una de ellas, dada la situación de sequía en Cataluña, es que todo el volumen de agua de uso recreativo o de las piscinas se mantiene en un circuito cerrado. Para mantener las piscinas en condiciones aceptables para el baño se utilizan diferentes productos químicos.
a) (1,25p) Así, para eliminar su materia orgánica y los agentes patógenos se puede utilizar hipoclorito de sodio. Si llenamos una piscina con 80 m^3 de agua. ¿Cuál sería el pH del agua de la piscina si añadiéramos 149 g de hipoclorito de sodio? Suponga que el agua era inicialmente neutra y que el volumen del agua se mantiene al añadir la sal.
b) (1,25p) Los alumnos observan la presencia de algas en algunos rincones del lago que hay en el parque. La docente les explica que para controlar el crecimiento de las algas se utilizan sales solubles de Cu (II) como el sulfato de cobre (II), y les plantea el siguiente ejercicio. Si el pH del lago es 7,2 (valor recomendado), ¿qué concentración máxima de iones Cu(II) puede haber en el agua si queremos evitar que se produzca la precipitación del hidróxido de cobre (II) al añadir una sal soluble de cobre (II)?

En notación IUPAC con número de oxidación no hay espacio entre el número de oxidación en romanos y el elemento. Debe ser cobre(II).

a) Masa molar NaClO=23+35,5+16=74,5 g/mol NaClO. c_0=(149/74,5)/80·10^3=2,5·10^{-5} M

	ClO^- +	H_2O ⇌	$HClO$ +	OH^-
Inic	c_0	exceso	0	0
Equ	c_0-x	exceso	x	x

$$K_b=\frac{[HClO][OH^-]}{[ClO^-]}\Rightarrow 3{,}3\cdot10^{-7}=\frac{x^2}{2{,}5\cdot10^{-5}-x}$$

$$x^2+3{,}3\cdot10^{-7}x-8{,}25\cdot10^{-12}=0$$

$$x=\frac{-3{,}3\cdot10^{-7}\pm\sqrt{(3{,}3\cdot10^{-7})^2-4\cdot1\cdot(-8{,}25\cdot10^{-12})}}{2}=\frac{-3{,}3\cdot10^{-7}\pm5{,}75\cdot10^{-6}}{2}=\begin{matrix}\sout{negativo}\\2{,}71\cdot10^{-6}M\end{matrix}$$

$$pH=14-pOH=14-(-\log_{10}(2{,}71\cdot10^{-6}))=8{,}43$$

b) Planteamos el equilibrio de solubilidad
$Cu(OH)_2$ (s) ⇌ Cu^{2+} (aq) + 2OH^- (aq) $[OH^-]=10^{-pOH}=10^{-(14-7,2)}=1{,}58\cdot10^{-7}$ M

$$K_{ps}=[Cu^{2+}][OH^-]^2\Rightarrow[Cu^{2+}]=\frac{K_{ps}}{[OH^-]^2}=\frac{6\cdot10^{-20}}{(1{,}58\cdot10^{-7})^2}=2{,}4\cdot10^{-6}M$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 21 julio 2025
CC BY SA

Navarra 2025
Euskera
K1. Sodio karbonatoa eta sodio bikarbonatoa dituen 1,2 g lagin ez-puru, soilik ezpurutasun inerteak dituena, disolbatu egiten da eta 0,5 M den azido klorhidrikoarekin baloratzen da. Fenolftaleina indikatzaile bezala erabiltzean, disoluzioa koloregabea bihurtzen da 15 mL azido erabilita. Jarraian metilo laranja gehitzen da eta azidoaren 22 mL gehiago behar dira indikatzailea biratzeko. Zein da laginaren sodio karbonato eta sodio bikarbonato portzentaia?
Datuak: masa atomikoak (u): H = 1; C = 12; O = 16; Na = 23.

K1. Se disuelven 1,2 g de una muestra impura que contiene carbonato y bicarbonato de sodio, conteniendo únicamente impurezas inertes, y se titula con ácido clorhídrico 0,5 M. Utilizando fenolftaleína como indicador, la solución se vuelve incolora después de usar 15 ml de ácido. A continuación, se añade anaranjado de metilo y se requieren 22 ml adicionales de ácido para cambiar el color del indicador. ¿Cuál es el porcentaje de carbonato y bicarbonato de sodio en la muestra? Datos: masas atómicas (u): H = 1; C = 12; O = 16; Na = 23.

MADRID 2012
QUÍMICA
1. Se pretende determinar la composición de una mezcla constituida por carbonato de sodio, hidrógeno carbonato de sodio e impurezas inertes. Se toma una muestra de 1,2 gramos de dicha mezcla y se disuelve en agua, a continuación se valora en frío con HCl 0,500 M. Utilizando fenolftaleína como indicador, la solución se vuelve transparente cuando se han añadido 15 mL de ácido. Se agrega a continuación naranja de metilo, siendo necesarios 22 mL más del ácido para que se produzca el viraje del nuevo indicador.
a) Escribir las reacciones de neutralización que se producen:
a1) Cuando en el medio se añade fenolftaleína
a2) Cuando en el medio se añade naranja de metilo
b) Determinar el porcentaje de carbonato de sodio y de hidrógeno carbonato de sodio en la muestra.
DATOS: Masas molares atómicas (en g/mol) C: 12; Na: 23; O: 16; H: 1

GALICIA 1999
QUÍMICA
2. Una muestra de 1,2 g constituida por una mezcla impura de carbonato sódico y bicarbonato sódico, que solamente contiene impurezas inertes, se disuelve y valora en frío con ácido clorhídrico 0,5 N. Utilizando fenolftaleína como indicador, la solución se hace incolora cuando se adicionan 15 ml de ácido. Se agrega a continuación anaranjado de metilo y son necesarios 22 ml más del ácido para que vire este indicador ¿Cuál es el porcentaje de carbonato sódico y de bicarbonato sódico de la muestra? Masas atómicas, Na=23; C=12; O=16; H=1

Comentario a enunciado Navarra 2025 y Galicia 1999: según nomenclatura IUPAC no se debe usar bicarbonato sino hidrógenocarbonato, no se debe usar sódico sino de sodio.
Comentado por Basileia en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4018#p17732

Similar a 2006-Castilla y León Q2 y 1998 Cantabria (oficioso)

a) Reacciones de neutralización; son sales de ácido débil, luego son bases conjugadas "fuertes"
Los enunciados mencionan el indicador, pero éste no interviene en la neutralización, aunque sí que indica un valor de pH en el punto de neutralización.
El HCl es un ácido muy fuerte que se disocia completamente, la neutralización es con los H^+
Asumimos que las sales se disuelven completamente, y luego hay que plantear la hidrólisis de los aniones carbonato e hidrógeno carbonato. No se dan los datos de K_a, aunque son ácidos débiles y son muy pequeñas (aunque no es una comprobación que se pueda hacer en un examen en el que no dan los valores de K_a, se incluyen aquí http://en.wikipedia.org/wiki/Carbonic_acid $K_{a1} = 2.5\times10^{-4}$, $K_{a2} = 4.69\times10^{-11}$), pero es mucho más pequeña la segunda, así que que como base conjugada será más fuerte, y será la primera en neutralizarse.
a1) fenolftaleína indicador pH alto (básico), vira con pH en rango 8-9
"Neutralización base fuerte + ácido fuerte", rango variación amplio y vale cualquier indicador.
$CO_3^{2-} + H_3O^+ \rightarrow HCO_3^- + H_2O$
$Na_2CO_3 + HCl \rightarrow NaHCO_3 + NaCl$
a2) naranja de metilo indicador pH bajo (ácido), vira con pH en rango 4-5
"Neutralización base débil + ácido fuerte", el pH en neutralización es ácido
$HCO_3^- + H_3O^+ \rightarrow H_2CO_3 + H_2O$
$NaHCO_3 + HCl \rightarrow H_2CO_3 + NaCl$
b) Analizamos cada valoración por separado:
Llamamos x a los gramos de Na_2CO_3 e y a los gramos de $NaHCO_3$
Masa molar (Na_2CO_3)=2·23+12+16·3=106 g/mol
Masa molar ($NaHCO_3$)=23+1+12+16·3=84 g/mol
>Se usan factores de conversión por claridad, aunque a veces se usa n.º eq = (m/M)/valencia, intento evitar usar el término "valencia".

-Primera valoración: el viraje se produce cuando todos los carbonatos pasan a hidrógenocarbonato.
nº equivalentes ácido (HCl) = nº equivalentes base (Na_2CO_3)
Se usa 1 equivalente porque pasa a hidrógenocarbonato

$$0{,}015\,\cancel{L}\cdot\frac{0{,}5\,\cancel{mol\ HCl}}{1\,\cancel{L}}\cdot\frac{1\,eq.ácido}{1\,\cancel{mol\ HCl}}=x\,\cancel{g\ Na_2CO_3}\,\frac{1\,\cancel{mol\ Na_2CO_3}}{106\,\cancel{g\ Na_2CO_3}}\,\frac{1\,eq.base}{1\,\cancel{mol\ Na_2CO_3}}$$

$$x=0{,}015\cdot0{,}5\cdot106=0{,}795\,g\,Na_2CO_3$$

En este caso se usa 1 equivalente porque pasa de carbonato a hidrógenocarbonato

-Segunda valoración: el viraje se produce cuando todos los hidrógenocarbonatos pasan a ácido (tanto los procedentes de carbonatos parcialmente neutralizados como los procedentes de la sal)
nº equivalentes ácido = nº equivalentes base

$$0{,}022\,\cancel{L}\cdot\frac{0{,}5\,\cancel{mol\ HCl}}{1\,\cancel{L}}\cdot\frac{1\,eq.ácido}{1\,\cancel{mol\ HCl}}=\frac{0{,}795}{106}\cdot1+y\,\cancel{g\ NaHCO_3}\,\frac{1\,\cancel{mol\ NaHCO_3}}{84\,\cancel{g\ NaHCO_3}}\,\frac{1\,eq.base}{1\,\cancel{mol\ NaHCO_3}}$$

$$y=\left(0{,}022\cdot0{,}5-\frac{0{,}795}{106}\right)\cdot84=0{,}294\,g\,NaHCO_3$$

En este caso se usa 1 equivalente porque pasa de hidrógenocarbonato a ácido.
Calculamos los porcentajes en masa en la muestra inicial de 1,2 g

$$100\cdot\frac{0{,}795\,\cancel{g}}{1{,}2\,\cancel{g}}=66{,}25\,\%\,de\,Na_2CO_3\qquad100\cdot\frac{0{,}294\,\cancel{g}}{1{,}2\,\cancel{g}}=24{,}5\,\%\,de\,NaHCO_3$$

Hasta completar el 100, quedan 100-66,25-24,5=9,25 % de impurezas.

Navarra 2025
Euskera
K2. 0,5 g potasio iodatoa eta 0,5 g potasio ioduroa 200 mL-ko disoluzio azido batean disolbatzen dira, lortutako disoluzioaren pH-a 1 delarik. Suposatu iodatoa agente oxidatzailea dela.
a. Zein izango da pH-aren balioa erreakzioaren amaieran? Erreakzioan iodoa eratzen da.
b. Une horretan 0,05 g berun (II) nitrato gehitzen bada, hauspeakinik sortuko al da?
Datuak: masa atomikoak (u): H = 1,0; N = 14,0; O = 16,0; K = 39,1; I = 126,9; Pb = 207,2.
K_s (berun (II) iodatoa) = $2{,}8 \cdot 10^{-13}$
K_s (berun diioduroa) = $1{,}0 \cdot 10^{-8}$

K2. Se disuelven 0,5 g de yodato de potasio y 0,5 g de yoduro de potasio en 200 mL de una solución ácida, siendo el pH de la solución resultante 1. Suponga que el yodato es el agente oxidante.
a. ¿Cuál será el valor de pH al final de la reacción? Se forma yodo en la reacción.
b. Si se añaden 0,05 g de nitrato de plomo (II) en este punto, ¿se formará algún precipitado?
Datos: masas atómicas (u): H = 1,0; N = 14,0; O = 16,0; K = 39,1; I = 126,9; Pb = 207,2.
K_s (yodato de plomo (II)) = $2{,}8 \cdot 10^{-13}$ K_s (diyoduro de plomo) = $1{,}0 \cdot 10^{-8}$

Andalucía 1998
EJERCICIO PRÁCTICO. SEGUNDA PARTE: QUÍMICA
Q1B.- Se disuelven 0,5 g de yodato de potasio y 0,5 g de yoduro de potasio en 200 mL de disolución ácida de pH=1
a) Cuando la reacción se detiene por agotamiento de uno de los reactivos, ¿cuál es el valor del pH?
b) Si en ese momento se añaden 0,05 g de nitrato de plomo (II), ¿se formará precipitado?
Datos: M(nitrato de plomo(II))=331 u; M(KIO_3)=214 u; M(KI)=166 u
Ks ($Pb(IO_3)_2$)=$2{,}8 \cdot 10^{-13}$
Ks (PbI_2)=$1 \cdot 10^{-8}$
NOTA: Suponer que el yodato actúa como agente oxidante

Comentado por opositora en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4233#p18462
Referencias: http://www.colegioquimicos.com/system/files/sites/colegioquimicos.com/files/Problema_2_sol.pdf

a) Planteamos las reacciones redox en medio ácido (pH=1). El oxidante es el que se reduce (el yodo en el yodato pasa de +5 a 0), y se oxida el yoduro (pasa de -1 a 0)
Oxidación: $2I^- \rightarrow I_2 + 2e^-$ }x5
Reducción: $2IO_3^- + 12H^+ + 10e^- \rightarrow I_2 + 6H_2O$
Reacción iónica global: $10I^- + 2IO_3^- + 12H^+ \rightarrow 6I_2 + 6H_2O$
Tenemos inicialmente
0,5/214=0,002336 mol yodato de potasio
0,5/166=0,003012 mol yoduro de potasio
La estequiometría indica que la proporción en moles de yoduro/yodato es 10/2=5, mientras que la real es 0,003012/0,002336=1,28938 < 5, luego el limitante es el yoduro.
Usando factores de conversión, calculamos los moles de H^+ que se han consumido

$$0{,}5\,\cancel{g\,KI}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\,KI}}{166\,\cancel{g\,KI}}\cdot\frac{12\,mol\,H^+}{10\,\cancel{mol\,KI}}=0{,}00361446\,mol\,H^+$$

Si era una disolución pH=1, la concentración inicial $[H^+]=0{,}1$, y en 200 mL había 0,02 mol H^+
Tras la reacción hay 0,02 – 0,00361446=0,01638554 mol H^+ y la concentración será 0,01638554/0,2=0,0819277 M, con lo que el pH=-log($[H^+]$)=1,09
b) El nitrato de plomo es una sal soluble, se disocia en iones plomo y nitrato
En ese momento se han consumido los iones yoduro, por lo que solamente quedan iones yodato.
Como el yodato de plomo tiene una constante de solubilidad tan baja se podría afirmar sin cálculos que precipitará, pero lo comprobamos numéricamente con los datos

$$[Pb^{2+}]=\frac{0{,}05/331}{0{,}2}=0{,}000755287\,M$$

$$[IO_3^-]=\frac{0{,}5/214}{0{,}2}=0{,}0116822\,M$$

$$0{,}000755287\cdot 0{,}0116822^2=1{,}03\cdot 10^{-7}\gg K_s\left(Pb(IO_3)_2\right)$$

Nota:Cuando calculamos si se forma precipitado de yodato de plomo, al calcular la concentración de yodato se utilizan los gramos iniciales, no hace falta usar la cantidad de yodato sin reaccionar para establecer cuál será la concentración de éste en el momento que se le añade el nitrato.
Cito mis apuntes de Química de 2º Bachillerato:
http://www.fiquipedia.es/home/recursos/recursos-por-materia-curso/recursos-quimica-2-bachillerato/apuntes-de-elaboracion-propia-de-quimica-de-2-de-bachillerato/Q5-Equilibrio-Teor%C3%ADa.pdf?attredirects=0
Es importante tener claro que la composición del equilibrio no depende de cómo se llega a él, por lo que cuando se parte de una situación inicial y se altera llegando a un equilibrio inicial, y luego se altera este primer equilibrio y se llega a un segundo equilibrio, el resultado final del equilibrio es el mismo que si partimos de la situación inicial y añadimos conjuntamente ambas alteraciones sin pasar por el equilibrio intermedio. No hay un criterio para elegir hacer una cosa u otra, ambas maneras son válidas y en ambos casos se obtienen los mismos resultados.

Rioja 2025

Resuelva los siguientes ejercicios. Se pueden utilizar los valores de constantes que se consideren necesarios.

Ejercicio 4. (10 puntos) Responda a las siguientes cuestiones:

4.2 (5 puntos) La presión ejercida por el cianuro de hidrógeno sobre una disolución de ácido cianhídrico 1 M es de 0,02 atm. A una disolución de cianuro de sodio 0,33 M se le añade ácido nítrico concentrado hasta que el pH sea 9,699. ¿Cuál será la presión del cianuro de hidrógeno sobre esta nueva disolución? Se considera despreciable el volumen de ácido nítrico añadido.

K_a (ácido cianhídrico) = $4 \cdot 10^{-10}$

Extremadura 2006

5.- La presión ejercida por el HCN (g) sobre una disolución de HCN 1 M es de 0,02 atm. A una disolución NaCN 0,33 M se le añade ácido nítrico concentrado hasta que el pH sea 9,699. ¿Cuál será la presión del HCN (g) sobre esta nueva disolución? Se considera despreciable el volumen de ácido nítrico añadido.

K_a (HCN) = $4 \cdot 10^{-10}$

Se da la presión parcial del HCN para cierta concentración, que aplicando la ley de Henry
$P(HCN(gas))=k \cdot [HCN(aq)]$
En este caso k=0,02/1=0,02 atm/M
En la disolución 0,33 M de NaCN los iones cianuro CN^- son neutralizados por la adición de ácido nítrico HNO_3 según la reacción
$CN^- + H^+ \rightleftarrows HCN$
Se tiene una disolución reguladora donde hay al mismo tiempo HCN y la base conjugada CN^-
$pKa=-\log_{10}(4 \cdot 10^{-10})=9,398$
Usamos Henderson-Hasselbalch

$$pH = pKa + \log_{10}\left(\frac{[CN^-]}{[HCN]}\right)$$

$$9,699 = 9,398 + \log_{10}\left(\frac{[CN^-]}{[HCN]}\right)$$

$$\frac{[CN^-]}{[HCN]} = 10^{9,799-9,398} = 2,000$$

Según la neutralización $CN^- + H^+ \rightleftarrows HCN$, por cada x mol de HCN formado se consume x mol de CN^-, de modo que teniendo inicialmene $[CN^-]=0,33$ M para mismo volumen en el equilibrio
$[CN^-]=0,33-x$
$[HCN]=x$

$$\frac{0,33-x}{x} = 2,000 \Rightarrow x = [HCN]\frac{0,33}{3} = 0,11\,M$$

Usando la ley de Henry con la constante calculada
$P(HCN(gas))=0,02 \cdot 0,11=2,2 \cdot 10^{-3}$ atm

Valencia 2025

1. Calcular el pH resultante de agregar 2 mL de HCl 0,1 M a 500 mL de una disolución 2 M de bicarbonato sódico en agua, sabiendo que el pKa del ácido carbónico es 6,4 mientras que el pKa del ión bicarbonato es 10,3.

Valencia 2005

5. Calcular el pH resultante de agregar 2 mL de HCl 0'1 a 500 mL de una disolución 2 M de bicarbonato sódico en agua, sabiendo que pK_a del ácido carbónico es 6'4 mientras que el pK_a del ión bicarbonato es 10'3.

Enunciado original 2005 usa ' como separador decimal cuando se debe usar sobre la línea de escritura.
Enunciado original usa ión y es ion.
Según IUPAC no se debe usar bicarbonato sódico sino hidrógenocarbonato de sodio

Comentado por opositora, Basileia, Jal y sleepylavoisier, oskirry en
http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4125#p19680
http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4125#p19738
http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4125#p20095

http://www.buscaoposiciones.com/foro/Oposiciones-Profesores-Educacion-Secundaria-Fisica-y-Quimica-fmen-1319093-1751117.htm

Resuelto en 2025 por Pablo – Física y Química https://www.youtube.com/watch?v=wHfw17jmcTk

El $NaHCO_3$ se disocia completamente, y el hidrógenocarbonato interviene en dos equilibrios: disociación e hidrólisis
En 500 mL 2 M tenemos 1 mol de $NaHCO_3$
El HCl se disocia completamente, y en 2 mL 0,1 M tenemos 0,0002 mol de HCl
El volumen total es 0,502 L
El pH total final será básico, planteamos equilibrios

$H_2CO_3 + H_2O \rightleftarrows HCO_3^- + H_3O^+ \quad K_{a1}$
$HCO_3^- + H_2O \rightleftarrows CO_3^{2-} + H_3O^+ \quad K_{a2}$
Sumando ambas
$H_2CO_3 + 2H_2O \rightleftarrows CO_3^{2-} + 2H_3O^+ \quad K_{a1}\cdot K_{a2}$

$$K_{a1}\cdot K_{a2}=\frac{[CO_3^{2-}][H_3O^+]^2}{[H_2CO_3]}\Rightarrow [H_3O^+]=\left(K_{a1}\cdot K_{a2}\frac{[H_2CO_3]}{[CO_3^{2-}]}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$pH=\frac{1}{2}(pK_{a1}+pK_{a2}+\log\frac{[CO_3^{2-}]}{[H_2CO_3]})=\frac{1}{2}(pK_{a1}+pK_{a2})+\frac{1}{2}\log\frac{[CO_3^{2-}]}{[H_2CO_3]}$$

Cualitativamente se puede ver como la ecuación de Henderson-Hasselbach, donde el pK es la media de ambas, y el logaritmo del cociente de concentraciones está multiplicado por ½. Por ello en cierto rango de concentraciones, añadiendo poco HCl, el pH variará poco.
Planteamos balance de masas y de cargas
Calculamos antes de añadir HCl, para luego calcular variaciones
Balance de masa: $2=[NaHCO_3]=[Na^+]=[H_2CO_3]+[HCO_3^-]+[CO_3^{2-}]$

Balance de carga: $[Na^+] + [H_3O^+]=[HCO_3^-]+2[CO_3^{2-}]+[OH^-]$
>>Asumimos $[H_3O^+],[OH^-]<<[HCO_3^-]$, $[CO_3^{2-}]$ y $[Na^+]$ en el balance de carga.
Combinando expresiones: $[H_2CO_3]+[HCO_3^-]+[CO_3^{2-}]=[HCO_3^-]+2[CO_3^{2-}] \rightarrow [H_2CO_3]=[CO_3^{2-}]$
Sustituyendo $pH=\frac{1}{2}(6,4+10,3)=8,35$

Al añadir HCl en tan poca cantidad, podemos asumir que aumenta la cantidad de ácido y disminuye la cantidad de sal en la misma cantidad (es mismo volumen) y variará poco al ser reguladora.
Calculamos valor inicial de concentraciones, aplicando que $[H_2CO_3]=[CO_3^{2-}]$ y que por el balance de masas $2=2[H_2CO_3]+[HCO_3^-]$

$$K_{a1}=\frac{[HCO_3^-][H_3O^+]}{[H_2CO_3]}=\frac{(2-2[H_2CO_3])[H_3O^+]}{[H_2CO_3]}$$

$$[H_2CO_3](K_{a1}+2[H_3O^+])=2[H_3O^+]$$

$$[H_2CO_3]=\frac{2[H_3O^+]}{K_{a1}+2[H_3O^+]}=\frac{2\cdot 10^{-8,35}}{10^{-6,4}+2\cdot 10^{-8,35}}=0,02195\,M$$

$$pH=\frac{1}{2}(6,4+10,3+\log(\frac{0,02195-0,0002}{0,02195+0,0002}))=8,346\approx 8,35$$

Con dos cifras significativas el pH no varía

3. Justifique si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones independientes:
a) Según la teoría de Brönsted-Lowry, en la reacción del anión NO_2^- en presencia de H_2O, el reactivo NO_2^- se comporta como un ácido. Escriba la reacción detallando los pares ácido-base presentes.
b) Comparando el pH de dos disoluciones de igual concentración de dos ácidos diferentes, la disolución del ácido más fuerte presenta mayor valor de pH.
c) El pH de una disolución acuosa de KNO_3 es ácido.
d) Si se diluye una disolución inicial de un ácido fuerte, la disolución diluida obtenida presenta un valor de pH menor que la disolución inicial.
(2,5 puntos)

a) Falsa. El anión nitrito NO_2^- es la base conjugada (es capaz de captar H^+) del ácido nitroso HNO_2 (que es capaz de ceder un H^+), por lo que el anión nitrito se comporta como una base. La reacción de hidrólisis del anión nitrito en presencia de agua es
$NO_2^- + H_2O \rightleftarrows HNO_3 + OH^-$
El par ácido-base conjugados presentes son NO_2^- (base) y HNO_3 (ácido)
b) Falsa. Si la concentración de dos ácidos es la misma, pero uno es más fuerte, estará más disociado y generará mayor concentración de H^+. Como $pH=-\log_{10}([H^+])$, cuanto mayor sea la concentración de H^+ menor será el pH, por lo que la más fuerte presentará menor valor de pH.
c) Falsa. El nitrato de potasio es una sal soluble que se disocia en sus iones, K^+ y NO_3^-. Ninguno de los iones produce hidrólisis (K^+ es el ácido conjugado de una base muy fuerte, KOH, por lo que es un ácido muy débil y no produce hidrólisis, y NO_3^- es la base conjugada de un ácido muy fuerte, HNO_3, por lo que es una base muy débil y no produce hidrólisis. El pH será neutro.
d) Falso. Si se diluye una disolución de un ácido fuerte, que tendrá pH ácido menor que 7, al aumentar el volumen disminuye la concentración. Como $pH=-\log_{10}([H^+])$, cuanto menor sea la concentración de H^+ mayor será el pH, por lo que el pH aumentará (el pH se aproximará a pH=7 de pH neutro).

Deberá realizar tres ejercicios de entre los seis propuestos. Cada ejercicio se califica sobre 10 según la ponderación indicada en cada apartado. La calificación total de la prueba será la que resulte de dividir la puntuación total obtenida entre tres.

4. Se dispone de dos disoluciones, una de ácido benzoico 0,1 M y otra de benzoato de sodio 0,5 M. Calcula razonadamente qué volumen de cada una de ellas se debe tomar para preparar 250 mL de una disolución tampón de pH = 3,89.
Datos: pKa(Ácido benzoico) = 4,19. (10 puntos)

Resuelto por koler en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?p=40319#p40319

Planteando la disociación y el concepto de Ka

$C_6H_5\text{-}COOH + H_2O \rightleftarrows C_6H_5\text{-}COO^- + H_3O^+$

$$K_a=\frac{[C_6H_5\text{-}COO^-][H_3O^+]}{[C_6H_5\text{-}COOH]}$$

$$[H_3O^+]=K_a\cdot\frac{[C_6H_5\text{-}COOH]}{[C_6H_5\text{-}COO^-]}$$

Tomando logaritmo

$$\log_{10}([H_3O^+])=\log_{10}(K_a)+\log_{10}\left(\frac{[C_6H_5\text{-}COOH]}{[C_6H_5\text{-}COO^-]}\right)$$

Usando la definición de pH, $pH=-\log_{10}([H_3O^+])$ y $pKa=-\log_{10}(Ka)$

$$pH=pK_a+\log_{10}\left(\frac{[sal]}{[ácido]}\right)$$

Que es la ecuación de Henderson-Hasselbalch, que no hemos planteado directamente porque en enunciado se indica "razonadamente"
Numéricamente podemos plantear

$$3{,}89=4{,}19+\log_{10}\left(\frac{[C_6H_5\text{-}COO^-]}{[C_6H_5\text{-}COOH]}\right)$$

$$\frac{[C_6H_5\text{-}COO^-]}{[C_6H_5\text{-}COOH]}=10^{(3{,}89-4{,}19)}=0{,}5$$

Hay que tener presentes que esas son las concentraciones en el equilibrio. Planteamos la disociación con moles relacionando con los volúmenes
Asumimos volúmenes aditivos de las disoluciones. Usamos 1 para la disolución de ácido y 2 para la disolución de sal.

$V_1+V_2=0{,}25$ L

$n_1=0{,}1\cdot V_1$

$n_2=0{,}5\cdot V_2$

	$C_6H_5\text{-}COOH + H_2O$	⇄	$C_6H_5\text{-}COO^- + H_3O^+$	
Inicial	$0{,}1\cdot V_1$	exceso	$0{,}5\cdot V_2$	0
Equilibrio	$0{,}1\cdot V_1-x$	exceso	$0{,}5\cdot V_2+x$	x

$$\frac{[C_6H_5\text{-}COO^-]}{[C_6H_5\text{-}COOH]}=\frac{\frac{0{,}5\cdot V_2+x}{\cancel{V_1+V_2}}}{\frac{0{,}1\cdot V_1-x}{\cancel{V_1+V_2}}}=0{,}5$$

Como $x=10^{-3{,}89}=1{,}29\cdot10^{-4}$ M, podemos plantear $x << 0{,}1\cdot V_1$ y $x << 0{,}5\cdot V_2$ para aproximar

$$\frac{0,5\cdot V_2}{0,1\cdot V_1}=0,5\Rightarrow V_2=0,1\cdot V_1$$

$$V_1+0,1\cdot V_1=0,25\Rightarrow V_1=\frac{0,25}{1,1}=0,2273\,L=227,3\,mL$$

$$V_2=0,0227\,L=22,7\,mL$$

Como $x/(0,5\cdot V_2)=1,29\cdot 10^{-4}/(0,5\cdot 0,227)=1,1\cdot 10^{-3}=0,1$ %, y
Como $x/(0,1\cdot V_1)=1,29\cdot 10^{-4}/(0,1\cdot 0,0227)=5,7\cdot 10^{-2}=5,7$ %, la aproximación no es válida si tomamos como límite de error al aproximar 1%, válida si tomamos como límite 10%.
Si lo planteamos sin aproximación

$$\frac{0,5\cdot V_2+1,29\cdot 10^{-4}}{0,1\cdot V_1-1,29\cdot 10^{-4}}=0,5$$

$$0,5\cdot V_2+1,29\cdot 10^{-4}=0,05\cdot V_1-6,45\cdot 10^{-5}$$

$$0,5\cdot(0,25-V_1)+1,29\cdot 10^{-4}=0,05\cdot V_1-6,45\cdot 10^{-5}$$

$$0,125+1,29\cdot 10^{-4}+6,45\cdot 10^{-5}=0,05\cdot V_1+0,5\cdot V_1$$

$$0,1252=0,55\cdot V_1\Rightarrow V_1=\frac{0,1252}{0,55}=0,2276\,L=227,6\,mL$$

$$V_2=0,224\,L=22,4\,mL$$

No hay una diferencia significativa.

Física y Química Primera prueba parte A
Han de resolverse los seis problemas, cada uno de los cuales se calificará de 0 a 10 puntos. En caso de tener varios apartados, la calificación de cada uno de ellos será la que figure en el texto y de no figurar ninguna se entenderá el mismo valor para todos. La calificación del ejercicio será la correspondiente a la media de las puntuaciones obtenidas en cada uno de los problemas.
Se aplicarán los criterios de corrección generales y específicos de evaluación que ya han sido publicados. En el problema de Química ogánica se admitirá tanto la nomenclatura actual como la de 1993.

3. Se disuelven 0,610 g de ácido benzoico en 500 ml de agua y se valoran con una disolución acuosa de hidróxido de sodio 0,5 M. Calcule el pH:
a) (3 puntos) Al inicio de la valoración (cuando no se ha añadido reactivo valorante)
b) (3 puntos) Cuando se ha neutralizado el 50% del ácido benzoico
c) (4 puntos) Cuando se ha alcanzado el punto de equivalencia. Considere los volúmenes aditivos.
Datos: pKa(ácido benzoico) = 4,18; Masas atómicas relativas: C = 12; O = 16; H = 1

a) El ácido benzoico tiene fórmula C_6H_5-COOH, $C_7H_6O_2$, su masa molar es 7·12+6·1+2·16=122 g/mol $C_7H_6O_2$. n=0,610/122=5·10^{-3} mol $C_7H_6O_2$ y c_0=5·10^{-3}/0,5=0,01 M

	C_6H_5-COOH + H_2O ⇄	C_6H_5-COO$^-$ +	H_3O^+
Inic	c_0 exceso	0	0
Equ	c_0-x exceso	x	x

$$K_a=\frac{x^2}{c_0-x}\Rightarrow 10^{-4,18}=\frac{x^2}{0,01-x}$$
$$x^2+6,6\cdot10^{-5}-6,6\cdot10^{-7}=0$$
$$x=\frac{-6,6\cdot10^{-5}\pm\sqrt{(6,6\cdot10^{-5})^2-4\cdot1\cdot(-6,6\cdot10^{-7})}}{2}=\frac{-6,6\cdot10^{-5}\pm1,626\cdot10^{-3}}{2}=\begin{matrix}\sout{negativo}\\7,8\cdot10^{-4}M\end{matrix}$$
$$pH=-\log_{10}([H_3O^+])=-\log_{10}(7,8\cdot10^{-4})=3,1$$

b) Si se ha neutralizado el 50 %, el número de moles es la mitad: 5·10^{-3}/2=2,5·10^{-3} mol $C_7H_6O_2$
Ese mismo número es el de moles neutralizados. el de moles de NaOH añadidos y el de moles de benzoato formados. C_6H_5-COOH + NaOH ⇄ C_6H_5-COO$^-$ + Na^+ + H_2O
Se ha añadido V=n/C=2,5·10^{-3}/0,5=5·10^{-3} L NaOH 0,5 M. Al ser volúmenes aditivos el nuevo volumen es 0,505 L. Planteamos la ecuación de Henderson-Hasselbalch

$$pH=pKa+\log_{10}(\frac{[benzoato]}{[ácido]})=4,18+\log_{10}(\frac{2,5\cdot10^{-3}/0,505}{2,5\cdot10^{-3}/0,505})=4,18$$

c) En el punto de equivalencia se han añadido V=n/C=5·10^{-3}/0,5=0,01 L NaOH 0,5 M. Al ser volúmenes aditivos el nuevo volumen es 0,510 L. Todo el ácido ha pasado a benzoato y el pH está fijado por la hidrólisis. La concentración es c_0=5·10^{-3}/0,510=9,8·10^{-3} M
Planteamos el equilibrio con concentraciones

	C_6H_5-COO$^-$ + H_2O ⇄	C_6H_5-COOH +	OH^-
Inic	c_0 exceso	0	0
Equ	c_0-x exceso	x	x

$$K_b=\frac{K_w}{K_a}=\frac{x^2}{c_0-x}\Rightarrow 10^{-14+4,18}=\frac{x^2}{9,8\cdot10^{-3}-x}=1,51\cdot10^{-10}=\frac{x^2}{9,8\cdot10^{-3}-x}$$ Asumimos 9,8·10^{-3} >>x
$$x=\sqrt{1,51\cdot10^{-10}\cdot9,8\cdot10^{-3}}=1,216\cdot10^{-6}M$$ La aproximación es válida
$$pH=14-pH=14-(-\log_{10}([H_3O^+]))=14+\log_{10}(1,216\cdot10^{-6})=8,08$$

CC BY SA

Castilla y León 2024 6. (Accesos 1, 2 y 3)
El indicador ácido/base HIn, experimenta la siguiente reacción en disolución acuosa diluida:

$$HIn_{\ color\ 1} + H_2O \rightleftarrows In^-_{\ color\ 2} + H_3O^+$$

Se obtuvieron los siguientes datos de absorbancia para una disolución $5{,}00 \cdot 10^{-4}$ M de HIn en medios fuertemente básicos y ácidos, como NaOH 0,1 M y HCl 0,1 M, trabajando a longitudes de onda de 485 nm y 625 nm y con cubetas de 1cm de paso óptico.

0,1M NaOH	A_{485nm}=0,052	A_{625nm}=0,823
0,1M HCl	A_{485nm}=0,454	A_{625nm}=0,176

Si en medio fuertemente alcalino, prácticamente todo el indicador se encuentra en su forma básica y en medio fuertemente ácido, en su forma ácida, determine:
a).-La constante de disociación para el indicador si un tampón de pH=5,00 que contiene una pequeña cantidad de dicho analito, presenta una absorbancia de 0,472 a 485nm y 0,351 a 625nm. (1,50 puntos)
b).-Razone por qué experimentalmente se observan desviaciones de la Ley de Beer, aún trabajando con concentraciones óptimas de analito por debajo de 0,01M. ¿Qué ocurrirá si se trabaja con concentraciones superiores a 0,01M? (0,50 puntos)

Castilla y León 5. (Acceso 5)
El indicador ácido/base HIn, experimenta la siguiente reacción en disolución acuosa diluida: Hin color <===>1 In− color 2 + H_3O^+
Se obtuvieron los siguientes datos de absorbancia para una disolución $5'00 \cdot 10^{-4}$ M de HIn en NaOH 0'1 M y HCl 0'1 M, trabajando a longitudes de onda de 485 nm y 625 nm y con cubetas de 1cm de paso óptico.
0'1 M NaOH A485nm = 0'052 A625nm = 0'823 0,1 M HCl A485nm = 0'454 A625nm = 0'176
Si en medio fuertemente alcalino, prácticamente todo el indicador se encuentra en su forma básica y en medio fuertemente acidulado, en su forma ácida, determine:
a).- El pH de una disolución que contiene una pequeña cantidad del indicador y que presenta una absorbancia de 0,530 a 485nm y 0,216 a 625nm (1'00 Punto)
b).- Razone por qué experimentalmente se observan desviaciones de la Ley de Beer, aún trabajando con concentraciones óptimas de analito por debajo de 0'01M. (0'50 Puntos)
Datos: Constante ácida del indicador Ka = $2'06 \cdot 10^{-6}$

El valor debe ir separado de la unidad: debería ser 1 cm; 0,1 M; 485 nm; 625 nm, 0,01 M
El separador decimal debe ir e la línea de escritura: debería ser 5,00; 0,1; 0,052; 0,823; 0,454; 0,176;0,01; 2,06
Formato acceso 5 es el de enunciado original, sin tabla. En reacción hay un 1 a la derecha que debería indicarse en reactivo "color 1".
Ejercicios tema 8. Ejercicios de espectrometría. Universidad de Valladolid. Química analítica https://www.studocu.com/es/document/universidad-de-valladolid/quimica-analitica/ejercicios-tema-8-sol/15061766 Ejercicio 6

Ver Murcia 2000-A1

Parte general común a apartado a de accesos 1, 2 y 3 y acceso 5
La absorbancia está relacionada con la concentración de las especies absorbentes en el equilibrio.

Si el medio es muy alcalino prácticamente todo el indicador se encuentra en su forma básica (In^-), el color es 2, la concentración de los productos será alta y la de los reactivos baja (idealmente cero). En la disolución 0,1 M NaOH el pOH=-$\log_{10}$(0,1)=1 y pH=14-1=13 la absorbancia A_{485nm}=0,052 es mucho mayor que A_{625nm}=0,823. El indicador color 2 absorbe de manera intensa en a 625 nm y casi no absorbe a 485 nm.

Si el medio es muy ácido prácticamente todo el indicador se encuentra en su forma ácida (HIn), el color es 1, la concentración de los productos será baja (idealmente cero) y la de los reactivos alta. En la disolución 0,1 M HCl el pH=-$\log_{10}$(0,1)=1 y la absorbancia A_{485nm}=0,454 es mayor que A_{625nm}=0,176. El indicador color 1 absorbe de manera más a 485 nm que a 625 nm.

Utilizamos la ley de Beer-Lambert: A=ε·l·c
https://es.wikipedia.org/wiki/Ley_de_Beer-Lambert
A es la absorbancia, no tiene unidades
ε es el coeficiente de absorción molar (unidades $M^{-1}\cdot cm^{-1}$)
l es la longitud (en este caso 10 cm)
c es la concentración (unidades M)

Calculamos el coeficiente de absorción molar para cada longitud de onda y color de indicador
HIn Color 1 (forma ácida, HCl 0,1 M), 485 nm:

$$0{,}454=\varepsilon_{HIn,485nm}\cdot 1\cdot 5\cdot 10^{-4}\Rightarrow \varepsilon_{HIn,485nm}=908\,M^{-1}\cdot cm^{-1}$$

HIn Color 1 (forma ácida, NaOH 0,1 M), 485 nm:

$$0{,}176=\varepsilon_{HIn,625nm}\cdot 1\cdot 5\cdot 10^{-4}\Rightarrow \varepsilon_{HIn,625nm}=352\,M^{-1}\cdot cm^{-1}$$

In^- Color 2 (forma básica, HCl 0,1 M), 625 nm:

$$0{,}052=\varepsilon_{In^-,485nm}\cdot 1\cdot 5\cdot 10^{-4}\Rightarrow \varepsilon_{In^-,485nm}=104\,M^{-1}\cdot cm^{-1}$$

In^- Color 2 (forma básica, NaOH 0,1 M), 625 nm:

$$0{,}823=\varepsilon_{In^-,625nm}\cdot 1\cdot 5\cdot 10^{-4}\Rightarrow \varepsilon_{In^-,625nm}=1646\,M^{-1}\cdot cm^{-1}$$

En la disolución están presentes ambos y la absorbancia es una combinación lineal

$$A_{585nm}=\varepsilon_{HIn,585nm}[HIn]+\varepsilon_{In^-,585nm}[In^-]$$
$$A_{625nm}=\varepsilon_{HIn,625nm}[HIn]+\varepsilon_{In^-,625nm}[In^-]$$

a) accesos 1, 2 y 3

$$0{,}472=908[HIn]+104[In^-]$$
$$0{,}351=352[HIn]+1646[In^-]$$

Resolviendo
$[HIn]=4{,}664\cdot 10^{-4}$ M
$[In^-]=1{,}135\cdot 10^{-4}$ M
Utilizando la ecuación de Henderson-Hasselbalch (pH es dato)

$$pH=pKa+\log_{10}\left(\frac{[In^-]}{[HIn]}\right)$$
$$5{,}00=pKa+\log_{10}\left(\frac{1{,}135\cdot 10^{-4}}{4{,}664\cdot 10^{-4}}\right)$$
$$pKa=5{,}61\Rightarrow K_a=10^{-5{,}61}=2{,}45\cdot 10^{-6}$$

a) acceso 5

$$0{,}530 = 908[HIn] + 104[In^-]$$
$$0{,}216 = 352[HIn] + 1646[In^-]$$

Resolviendo
$[HIn]=5{,}237 \cdot 10^{-4}$ M
$[In^-]=1{,}923 \cdot 10^{-5}$ M
Utilizando la ecuación de Henderson-Hasselbalch (Ka es dato)

$$pH = pKa + \log_{10}\left(\frac{[In^-]}{[HIn]}\right)$$
$$pH = -\log_{10}(2{,}06 \cdot 10^{-6}) + \log_{10}\left(\frac{1{,}923 \cdot 10^{-5}}{5{,}237 \cdot 10^{-4}}\right)$$
$$pH = 5{,}69 - 1{,}44 = 4{,}25$$

b)
https://chem.libretexts.org/Bookshelves/Analytical_Chemistry/Instrumental_Analysis_(LibreTexts)/13%3A_Introduction_to_Ultraviolet_Visible_Absorption_Spectrometry/13.02%3A_Beer's_Law
Fundamental Limitations to Beer's Law
Beer's law is a limiting law that is valid only for low concentrations of analyte. There are two contributions to this fundamental limitation to Beer's law. At higher concentrations the individual particles of analyte no longer are independent of each other. The resulting interaction between particles of analyte may change the analyte's absorptivity. A second contribution is that an analyte's absorptivity depends on the solution's refractive index. Because a solution's refractive index varies with the analyte's concentration, values of a and ε may change. For sufficiently low concentrations of analyte, the refractive index essentially is constant and a Beer's law plot is linear.
Chemical Limitations to Beer's Law
A chemical deviation from Beer's law may occur if the analyte is involved in an equilibrium reaction.
Instrumental Limitations to Beer's Law
There are two principal instrumental limitations to Beer's law: stray radiation and non-polychromatic radiation.

Parte común a accesos 1, 2 y 3 y acceso 5
A bajas concentraciones (< 0.01 M) las desviaciones de la ley de Beer-Lambert (dejando aparte posibles errores instrumentales) se deben a interacciones químicas o impurezas.

Solo en accesos 1, 2 y 3
A altas concentraciones (> 0.01 M) se forman agregados que tienen distintas propiedades ópticas, se puede producir dispersión en lugar de absorción y transmisión, varía el índice de refracción que depende de la concentración y afecta a la absorbancia, haciendo que la ley de Beer-Lambert deje de cumplirse.

5. El carbonato de estroncio (trioxidcarbonato de estroncio) tiene una $K_{PS}=10^{-9}$. Calcular la solubilidad a valores de pH de 4,00 y 7,00, especificando en cada caso si la sal será soluble o insoluble (con solubilidad ligeramente limitada).
DATOS: Para el ácido carbónico (dihidrogeno(trioxidocarbonato)): $pK_{a1}=6,4$ y $pK_{a2}=10,3$
(2 puntos)

Ver Castilla y León 2024-1, Madrid 2004-Q1

Planteamos la disociación de la sal

$SrCrO_3$ ⇌	Sr^{2+}	+ CO_3^{2-}
	0	0
	y	z

$K_{ps}=[Sr^{2+}][CO_3^{2-}]$
Donde sabemos que la cantidad $y=[Sr^{2+}]$ proviene de la disolución de la sal, pero la cantidad $z=[CO_3^{2-}]$ depende de los procesos de hidrólisis, ya que algunos carbonato pasan a hidrógenocarbonato y éstos a su vez en ácido carbónico por lo que el equilibrio se desplaza hacia la derecha y la solubilidad será mayor.
Necesitamos saber la concentración de $[CO_3^{2-}]$ asociada a la hidrólisis, y luego relacionarla con la asociada a la solubilidad.
Para calcular la cantidad $[CO_3^{2-}]$ planteamos los procesos de hidrólisis.
Como el ácido es diprótico nos dan dos constantes:

$$H_2CO_3+H_2O \leftrightarrows HCO_3^- + H_3O^+ \quad K_{a1}=\frac{[HCO_3^-][H_3O^+]}{[H_2CO_3]}=10^{-6,4}$$

$$HCO_3^-+H_2O \leftrightarrows CO_3^{2-} + H_3O^+ \quad K_2=\frac{[CO_3^{2-}][H_3O^+]}{[HCO_3^-]}=10^{-10,3}$$

Los equilibrios de hidrólisis serán

$$CO_3^{2-} + H_2O \leftrightarrows HCO_3^- + OH^- \quad K_{h2}=\frac{[HCO_3^-][OH^-]}{[CO_3^{2-}]}\cdot\frac{[H_3O^+]}{[H_3O^+]}=\frac{K_w}{K_{a2}}=\frac{10^{-14}}{10^{-10,3}}=2\cdot10^{-4}$$

$$HCO_3^- + H_2O \leftrightarrows H_2CO_3 + OH^- \quad K_{h1}=\frac{[H_2CO_3][OH^-]}{[HCO_3^-]}\cdot\frac{[H_3O^+]}{[H_3O^+]}=\frac{K_w}{K_{a1}}=\frac{10^{-14}}{10^{-6,4}}=2,5\cdot10^{-8}$$

Agrupamos los valores conocidos y planteamos relaciones con $[CO_3^{2-}]$

$$K_{h2}=2\cdot10^{-4}=\frac{[HCO_3^-][OH^-]}{[CO_3^{2-}]}\Rightarrow[HCO_3^-]=2\cdot10^{-4}\frac{[CO_3^{2-}]}{[OH^-]}$$

$$K_{h1}=2,5\cdot10^{-8}=\frac{[H_2CO_3][OH^-]}{[HCO_3^-]}\Rightarrow[H_2CO_3]=2,5\cdot10^{-8}\frac{[HCO_3^-]}{[OH^-]}$$

Combinando ambas

$$[H_2CO_3]=2,5\cdot10^{-8}\cdot2\cdot10^{-4}\frac{[CO_3^{2-}]}{[OH^-]^2}=5\cdot10^{-12}\frac{[CO_3^{2-}]}{[OH^-]^2}$$

La cantidad de iones de estroncio será la suma de los carbonato iniciales, más la suma de los que han pasado a hidrógenocromato (que desplazan el equilibrio y generan más iones estroncio), más los que han pasado a ácido carbónico (que desplazan el equilibrio y generan más iones estroncio).
"La suma de lo que "se lleva" CO_3^{2-} del equilibrio de solubilidad")

$$[CO_3^{2-}]+[HCO_3^-]+[H_2CO_3]=[Sr^{2+}]=\frac{K_{ps}}{[CO_3^{2-}]}$$

$$[CO_3^{2-}]+2\cdot 10^{-4}\frac{[CO_3^{2-}]}{[OH^-]}+5\cdot 10^{-12}\frac{[CO_3^{2-}]}{[OH^-]^2}=\frac{10^{-9}}{[CO_3^{2-}]}$$

$$[CO_3^{2-}]^2(1+\frac{2\cdot 10^{-4}}{[OH^-]}+\frac{5\cdot 10^{-12}}{[OH^-]^2})=10^{-9}$$

$$[CO_3^{2-}]=\sqrt{\frac{10^{-9}}{(1+\frac{2\cdot 10^{-4}}{[OH^-]}+\frac{5\cdot 10^{-12}}{[OH^-]^2})}}$$

Conseguimos una expresión que da la concentración en función de $[OH^-]$ que está asociada al pH

a) pH=4 → pOH=10 → $[OH^-]=10^{-10}$ M → $[CO_3^{2-}]=1{,}4\cdot 10^{-9}$ M → $[Sr^{2+}]=10^{-9}/1{,}4\cdot 10^{-9}=0{,}7$ M ; la sal es soluble a pH=4

b) pH=7 → pOH=7 → $[OH^-]=10^{-7}$ M → $[CO_3^{2-}]=1{,}4\cdot 10^{-6}$ M → $[Sr^{2+}]=10^{-9}/1{,}4\cdot 10^{-6}=0{,}0007$ M ; la sal tiene una solubilidad limitada a pH=7

A pH neutro no se puede planteary $K_{ps}=s^2\Rightarrow s=\sqrt{K_{ps}}=\sqrt{10^{-9}}=3{,}16\cdot 10^{-5}\,M$ *a que la disolución de la sal altera el pH y no sería neutro.*

Castilla y León 2021

4. (Accesos 1, 2 y 3) Una muestra de sulfato de potasio, sulfato de amonio e impurezas de masa 0,5000 g, se disuelve y se trata con exceso de nitrato de bario, obteniéndose un precipitado de 0,6883 g después de un proceso de lavado y secado.
Otra muestra de igual masa se trata en caliente con exceso de NaOH, de tal forma que el amoniaco desprendido se recoge en un matraz que contiene 3,8576 10^{-3} moles de HCl. Una vez terminado el desprendimiento de amoniaco, se comprueba que el ácido clorhídrico utilizado era excesivo, por lo que se procede a valorar la cantidad sobrante neutralizando con NaOH y necesitándose 8,27 ml de base en concentración 0,1 M. Calcule la composición centesimal en masa de la muestra inicial. (1,00 punto)
Datos: Masas molares. N=14,0; S= 32,06; O=16,0; Ba=137,33, K=39,09; H=1,00 g/mol

Valencia 2001

QUÍMICA 3. Una muestra de sulfato de potasio, sulfato de amonio e impurezas que pesa 0,5 gramos, se disuelve, y la disolución se trata con exceso de nitrato de bario, obteniéndose un precipitado que después de lavar y secar pesó 0,6883 gramos.
Otra muestra de igual peso se trata en caliente con exceso de NaOH, el amoníaco desprendido se recoge en un matraz que contiene $3{,}8576 \cdot 10^{-3}$ moles de HCl. Una vez terminado el desprendimiento de amoníaco se comprueba que el clorhídrico utilizado era excesivo por lo que se procede a valorar la cantidad sobrante neutralizando con NaOH necesitándose 8,27 mL, 0,1 molar. Se pide: a) Escribir las reacciones que tienen lugar. b) Calcular la composición en % en masa de la muestra inicial.
Datos: Masas atómicas: S=32,06: O=16: Ba=137,33: K=39,09: N=14: H=1

Similar 2015-Aragón-B5

>Expresamos resultados con 4 cifras significativas como algunos datos de enunciado (0,6883 g; S=32,06; K=39,09) aunque otros tienen 1 (0,5 g; 0,1 M; H=1), 2 (N=14; O=16) , 3 (8,27 mL) y 5 ($3{,}8576 \cdot 10^{-3}$ mol HCl; Ba=137,33)

a) El sulfato de potasio, el sulfato de amonio y el nitrato de bario se disocian completamente en iones al ser sales solubles, que podemos representar como reacciones:
$K_2SO_4\ (s) + H_2O \rightarrow 2K^+\ (ac) + SO_4^{2-}\ (ac)$
$(NH_4)_2SO_4\ (s) + H_2O \rightarrow 2NH_4^+\ (ac) + SO_4^{2-}\ (ac)$
$Ba(NO_3)_2\ (s) + H_2O \rightarrow Ba^{2+}\ (ac) + 2NO_3^-\ (ac)$
El ácido sulfúrico y el ácido nítrico son ácidos muy fuertes, sus bases conjugadas son muy débiles y no producen hidrólisis, pero el ión amonio es el ácido conjugado del amoniaco y sí produce hidrólisis mediante la reacción:
$NH_4^+ + H_2O \rightarrow NH_3 + H_3O^+$
Aunque no es dato del enunciado, el sulfato de bario es una sal muy poco soluble, por lo que es el precipitado que se forma es sulfato de bario. La reacción que tiene lugar es
$Ba^{2+}\ (ac) + SO_4^{2-}\ (ac) \rightarrow BaSO_4\ (s)$
Al tratar con NaOH, que es una base fuerte y que en disolución está totalmente disociada, se neutralizan los ácidos; el único es el amonio.
$NH_4^+ + OH^- \rightarrow NH_3 + H_2O$
Al combinar el amoniaco con HCl, se produce una sal
$NH_3 + HCl \rightarrow NH_4Cl$

En la valoración de HCl con NaOH se produce una sal
$HCl + NaOH \rightarrow NaCl + H_2O$
b) Llamamos x a los gramos de K_2SO_4 e y a los gramos de $(NH_4)_2SO_4$ en la muestra.
Como el sulfato de bario es muy poco soluble, todo el bario pasa a sulfato de bario, y podemos plantear:
Masa molar K_2SO_4=2·39,09,33+32,06+4·16=174,24 g/mol $BaSO_4$
Masa molar $(NH_4)_2SO_4$ =2(14+4)+32,06+4·16=132,06 g/mol $(NH_4)_2SO_4$
Masa molar $BaSO_4$=137,33+32,06+4·16=233,39 g/mol $BaSO_4$
Como hay nitrato de bario en exceso, precipitarán todos los iones sulfato: los procedentes del sulfato de bario y los procedentes del sulfato de amonio.

$$\frac{x}{174,24}+\frac{y}{132,06}=\frac{0,6883}{233,39}$$

Planteamos la valoración ácido base, usando equivalentes
La base es el NH_3 generado, todo proveniente del sulfato de amonio tratado con NaOH en exceso, más la base usada para valorar el exceso de HCl. El ácido es el HCl utilizado
n.equivalentes ácido = n.equivalentes base

$$3,8576\cdot10^{-3}=2\frac{y}{132,06}+8,27\cdot10^{-3}\cdot0,1$$

$$y=\left(3,8576\cdot10^{-3}-8,27\cdot10^{-4}\right)\cdot\frac{132,06}{2}=0,20011\,g$$

Sustituyendo en la primera

$$x=174,24\left(\frac{0,6883}{233,39}-\frac{0,20011}{132,06}\right)\approx0,24983\,g$$

La composición en % en masa es:

$$\frac{0,24983}{0,5}\cdot100=49,97\%\,K_2SO_4$$

$$\frac{0,20011}{0,5}\cdot100=40,02\%\left(NH_4\right)_2SO_4$$

El resto 100-40,02-49,97=10,01 % son impurezas

enrique@fiquipedia.es Revisado 6 agosto 2025
CC BY SA

1. Se desea preparar una disolución de pH = 4 mezclando una disolución 0,2 M de ácido acético (ka = 1,8 $\cdot 10^{-5}$) y otra 0,1 M de acetato de sodio. Calcular:
a) El volumen de cada una de ellas para preparar 500 mL de la disolución deseada. (4 puntos)
b) La variación de pH que se producirá cuando se adicionen: (6 puntos)
b.1) 10 mL de HCl 0,1M
b.2) 10 mL de NaOH 0,1M

La unidad va separada del valor: debe ser 0,1 M

a) Se trata de una disolución reguladora, planteamos la ecuación de Henderson-Hasselbalch

$$pH = pKa + \log_{10}(\frac{[acetato]}{[ácido]})$$

$$4 = -\log_{10}(1,8 \cdot 10^{-5}) + \log_{10}(\frac{[acetato]}{[ácido]})$$

$$4 - 4,74 = \log_{10}(\frac{[acetato]}{[ácido]})$$

$$10^{-0,74} = \frac{[acetato]}{[ácido]} \Rightarrow [acetato] = 0,182[ácido]$$

Llamamos x al volumen en L de ácido e y al volumen en L de acetato
x+y=0,5

$$0,1\frac{y}{x+y} = 0,182\frac{0,2x}{x+y} \Rightarrow 0,1\,y = 0,0364\,x \Rightarrow y = 0,364\,x$$

x+0,364x=0,5 → x=0,5/1,364=0,3665 L =366,5 mL
y=0,5-0,3665=0,1335 L = 133,5 mL
b) Inicialmente tenemos
0,2·0,3665=0,0733 mol ácido.
0,1·0,1335=0,01335 mol acetato.
b.1) Si se adicionan 10 mL de HCl 0,1 M, suponen 0,010·0,1=0,001 mol H^+
Los H^+ reaccionan con el acetato disminuyendo su cantidad y generando ácido.

$$pH = 4,74 + \log_{10}(\frac{0,01335 - 0,001}{0,0733 + 0,001}) = 3,96$$

La variación de pH es 3,95-4=-0,04
b.2) Si se adicionan 10 mL de NaOH 0,1 M, suponen 0,010·0,1=0,001 mol OH^-
Los OH^- reaccionan con el ácido disminuyendo su cantidad y generando acetato.

$$pH = 4,74 + \log_{10}(\frac{0,01335 + 0,001}{0,0733 - 0,001}) = 4,04$$

La variación de pH es 4,04-4=0,04

Madrid 2021
3. Se tienen 100 mL de una disolución que es 0,15 M de NH_3 y 0,18 M de NH_4Cl.
a) Explica de forma razonada que tipo de disolución es. (2 puntos)
b) Calcula el pH de dicha disolución. (3 puntos)
c) Calcula la variación de pH que se producirá cuando se adicionen 10 mL de una disolución 0,12 M de HCl suponiendo que los volúmenes son aditivos. (5 puntos)
Dato: $K_b = 1{,}8 \cdot 10^{-5}$

Galicia 2019
B2. Se tienen 100 mL de una disolución reguladora del pH que es 0,15 M en NH_3 y 0,18 M en NH_4Cl.
Calcular:
a) El pH de la disolución. (0,25 ptos)
b) La variación que experimenta el pH al añadir 10 mL de disolución 0,12 M de HCl, suponiendo que los volúmenes son aditivos. (0,75 ptos)
c) La variación del pH si los 10 mL de HCl 0,12 M se añaden a 100 mL de agua pura. (0,25 ptos)
Dato: $K_b = 1{,}8.10^{-5}$

Castilla y León 2002
CUESTIÓN 4. Se tienen 100 mL de una disolución reguladora de pH que es 0,15 M. de NH_3 y 0,18 M de NH_4Cl.
a) El pH de la disolución.
b) La variación que experimenta el pH al añadir 10 ml. de disolución 0,12 M. de HCl, suponiendo que los volúmenes son aditivos.
c) La variación del pH si los 10 ml. de HCl 0,12 M. se añaden a 100 ml. de agua pura.
Dato: Kb = $1{,}8.10^{-5}$

Resuelto en vídeo en https://youtu.be/0zLUtaRdMKU
Castilla y León resuelto por Basileia en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?p=18268#p18268, MaJesus en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?p=27423#p27423
Madrid resuelto por Dogma_30 en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?p=38658#p38658 y por parisopos en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?p=38695#p38695
Problemas de disoluciones reguladoras/tampón/Henderson-Hasselbach
Valencia 2009-5, Valencia 2006-1, Valencia 2005-5, Valencia 2004-3, Castilla y León 2002-4, Cataluña 1999-1-5, Cataluña 1998-B5, Andalucía 1996-Q3, Madrid 1996-6, Andalucía 1994-3, Cataluña 1994-A4

Madrid 2021.3.a
Se trata de una disolución amortiguadora / reguladora / tampón, en la que el pH sufre poca variación ante una dilución moderada o adición moderada de ácidos y bases.
En este caso está formada por una base débil (NH_3) y una sal de ácido débil (NH_4Cl), y una vez disociado el cloruro de amonio en sus iones, se puede plantear este equilibrio

	NH_3 +	H_2O ⇄	NH_4^+ +	OH^-
Inic	0,15	exceso	0,18	0
Eq	0,15-x	exceso	0,18+x	x

-Al añadir ácido, éste genera oxonios, interviene NH_3 (reserva alcalina) neutralizándolos ($NH_3 + H_3O^+ \rightarrow NH_4^+ + H_2O$).
-Al añadir base, genera hidroxilos, interviene NH_4^+ (reserva ácida) neutralizándolos ($NH_4^+ + OH^- \rightarrow NH_3 + H_2O$)

Castilla y León 2002-Cuestión 4.a / Galicia 2019-B2.a / Madrid 2021.3.b
Para el equilibrio planteado

$$K_b=\frac{[NH_4^+][OH^-]}{[NH_3]}\Rightarrow [OH^-]=K_b\frac{[NH_3]}{[NH_4^+]}\Rightarrow pOH=pK_b+\log_{10}\frac{[NH_4^+]}{[NH_3]}$$

Esta expresión es la ecuación de Henderson-Hasselbalch para el caso de base.
De manera cuantitativa, sustituyendo para este caso y equilibrio, se puede escribir como

$1,8\cdot 10^{-5}=\frac{(0,18+x)x}{0,15-x}$ que considerando x << 0,18 y x << 0,15, pasa a ser $1,8\cdot 10^{-5}=\frac{0,18\,x}{0,15}$ y nos lleva a $pOH=-\log_{10}1,8\cdot 10^{-5}+\log_{10}\frac{0,18}{0,15}=4,7447-7,9181\cdot 10^{-2}\approx 4,824$

pH=14-pOH=9,176≈9,18
Si despejásemos $x=1,8\cdot 10^{-5}\cdot 0,15/0,18=1,5\cdot 10^{-5}$ M, vemos que la aproximación realizada es válida.
Si resolvemos sin aproximación, vemos que no se aprecia variación en resultado

$$1,8\cdot 10^{-5}=\frac{(0,18+x)x}{0,15-x}$$
$$1,8\cdot 10^{-5}0,15-1,8\cdot 10^{-5}x=0,18\,x+x^2$$
$$x^2+(0,18+1,8\cdot 10^{-5})x-2,7\cdot 10^{-6}=0$$
$$x^2+0,180018\,x-2,7\cdot 10^{-6}=0$$
$$x=[OH^-]=\frac{-0,180033\,M}{1,49973\cdot 10^{-5}\,M}\Rightarrow pH=14-\log_{10}(1,49973\cdot 10^{-5})=9,176$$

Castilla y León 2002-Cuestión 4.b / Galicia 2019-B2.b / Madrid 2021.3.c
Al ser volúmenes aditivos, el volumen total pasa a ser de 110 mL y varían las concentraciones.
$[NH_3]=0,15\cdot 0,1/0,11=0,1364$ M
$[NH_4^+]=0,18\cdot 0,1/0,11=0,1636$ M
$[HCl]=0,12\cdot 0,01/0,11=0,0109$ M
El ácido clorhídrico es un ácido fuerte y se disocia generando oxonios
$HCl + H_2O \rightarrow H_3O^+ + Cl^-$
Los oxonios se neutralizan con la reserva alcalina, reduciendo en la misma cantidad

	NH_3 +	$H_3O^+ \rightarrow$	NH_4^+ +	H_2O
Inic	0,1364	0,0109	0,1636	exceso
Eq	0,1255	0	0,1745	exceso

Planteamos de nuevo el equilibro con las mismas cantidades

	NH_3 +	H_2O ⇄	NH_4^+ +	OH^-
Inic	0,1255	exceso	0,1745	0
Eq	0,1255-x	exceso	0,1745+x	x

Realizando de nuevo la misma aproximación

$$1,8\cdot 10^{-5}=\frac{0,1745\,x}{0,1255}\Rightarrow x=1,8\cdot 10^{-5}\cdot\frac{0,1255}{0,1745}\Rightarrow x=1,2946\cdot 10^{-5}\,M$$

La aproximación es válida
$pH=14-pOH=14+\log_{10}(1,2946\cdot 10^{-5})=9,112\approx 9,11$

La variación de pH es ΔpH=9,11-9,18=-0,07

Castilla y León 2002-Cuestión 4.c / Galicia 2019-B2.c
En el agua pura el pH inicial es 7,0.
Al añadir 10 mL de HCl 0,12 M, el ácido clorhídrico es un ácido fuerte y se disocia generando hidronios. Asumiendo volúmenes aditivos la nueva concentración es [HCl]=0,12·0,1/0,11=0,0109 M y coincidiría con la concentración de $[H_3O^+]$, por lo que el pH sería $pH=-\log_{10}(0,0109)=1,96$
La variación de pH es ΔpH=1,96-7=-5,04

Se elegirán dos de los 4 ejercicios propuestos uno de Física y otro de Química
4º Se preparan 187 ml de una disolución de HCl a partir de 3 ml de un HCl comercial de 37% de riqueza en masa y densidad 1.184 g/ ml.Calcula:
a) La concentración de la disolución preparada y su pH
b) El volumen de disolución de $Ca(OH)_2$ o,1 M necesario para neutralizar 10 ml de la disolución final preparada de HCl
Masa atómicas relativas H=1 ,Cl=35,5

Se asume enunciado indica 0,1 M

a) Asumimos que tenemos masas molares
Masa molar HCl = 1+35,5=36,5 g/mol HCl

$$0{,}003\,\cancel{L}\cdot\frac{1{,}184\,\cancel{g\ disoluc}}{0{,}001\,\cancel{L}}\cdot\frac{37\,\cancel{g\ HCl}}{100\,\cancel{g\ disoluc}}\cdot\frac{1\,mol\,HCl}{36{,}5\,\cancel{g\ HCl}}=3{,}6\cdot10^{-2}\,mol\,HCl$$

$[HCl]=3{,}6\cdot10^{-2}/0{,}187=0{,}19$ M
Al ser un ácido muy fuerte, $[H^+]=0{,}19$ M
$pH=-\log_{10}(0{,}19)=0{,}72$
b) Para neutralizar necesitamos que el número de moles de OH^- sea el mismo que de H^+
$n(H^+)=n(OH^-)=2\cdot n(Ca(OH)_2) \rightarrow n(Ca(OH)_2)=3{,}6\cdot10^{-2}/2=1{,}8\cdot10^{-2}$ M
$V=n/c=1{,}8\cdot10^{-2}/0{,}1=0{,}18$ L = 180 mL

CC BY SA

OPCIÓN A

1. Con el objeto de determinar la cinética de la reacción:

$$A + B + 2C \rightarrow D + 3E$$

se determinaron en el laboratorio las velocidades iniciales de la reacción para distintos valores de concentración de los reactivos, siempre en las mismas condiciones de presión y temperatura.

La siguiente tabla muestra los valores de cada uno de los parámetros medidos.

[A] mol/l	[B] mol/l	[C] mol/l	v mol/l·h
$2,0\cdot10^{-3}$	$3,0\cdot10^{-4}$	$1,5\cdot10^{-2}$	$2,73\cdot10^{-10}$
$2,0\cdot10^{-3}$	$3,0\cdot10^{-4}$	$3,0\cdot10^{-2}$	$10,92\cdot10^{-10}$
$2,0\cdot10^{-3}$	$3,1\cdot10^{-4}$	$3,2\cdot10^{-2}$	$12,62\cdot10^{-10}$
$2,0\cdot10^{-3}$	$6,2\cdot10^{-4}$	$3,2\cdot10^{-2}$	$17,85\cdot10^{-10}$
$2,5\cdot10^{-3}$	$6,5\cdot10^{-4}$	$3,2\cdot10^{-2}$	$22,84\cdot10^{-10}$
$5,0\cdot10^{-3}$	$6,5\cdot10^{-4}$	$3,2\cdot10^{-2}$	$45,68\cdot10^{-10}$

a) Halla los distintos órdenes cinéticos parciales y el orden total de la reacción. (0,25 ptos)
b) Determina la constante de velocidad de esta reacción. (0,25 ptos)
c) Expresa la correspondiente ecuación de velocidad. (0,25 ptos)
d) Justifica si se trata de un proceso elemental. (0,25 ptos)
e) Sabiendo que la constante de velocidad se multiplica por 74 cuando la temperatura a la que se realiza la reacción pasa de 27 ºC a 127 ºC, calcula la energía de activación. (0,25 ptos)
Dato: R= 8,31 J/mol·K

a) La ecuación de velocidad es $v=k[A]^{\alpha}[B]^{\beta}[C]^{\gamma}$
Si lo expresamos para la segunda y primera línea y dividimos segunda entre primera

$$\frac{10,92\cdot10^{-10}}{2,73\cdot10^{-10}}=\left(\frac{3,0\cdot10^{-2}}{1,5\cdot10^{-2}}\right)^{\gamma}\Rightarrow 4=2^{\gamma}\Rightarrow\gamma=2$$

Si lo expresamos para la cuarta y tercera línea y dividimos cuarta entre tercera

$$\frac{17,85\cdot10^{-10}}{12,62\cdot10^{-10}}=\left(\frac{6,2\cdot10^{-4}}{3,1\cdot10^{-4}}\right)^{\beta}\Rightarrow 1,414=2^{\beta}\Rightarrow\beta=\frac{1}{2}$$

Si lo expresamos para la sexta y quinta línea y dividimos sexta entre quinta

$$\frac{45,68\cdot10^{-10}}{22,84\cdot10^{-10}}=\left(\frac{5,0\cdot10^{-3}}{2,5\cdot10^{-3}}\right)^{\alpha}\Rightarrow 2=2^{\alpha}\Rightarrow\alpha=1$$

La reacción es de orden 1 respecto de A, de orden ½ respecto de B y de orden 2 respecto de C.
El orden total es 1+½+2=3,5
b) $v=k[A]^{1}[B]^{1/2}[C]^{2}$
Calculamos el valor de la constante

[A] mol/l	[B] mol/l	[C] mol/l	v mol/l·h	$k = v/([A]\cdot[B]^{½}\cdot[C]^{2})$
2,00E-03	3,00E-04	1,50E-02	2,73E-10	3,5026E-02
2,00E-03	3,00E-04	3,00E-02	1,09E-09	3,5026E-02
2,00E-03	3,10E-04	3,20E-02	1,26E-09	3,4998E-02

2,00E-03	6,20E-04	3,20E-02	1,79E-09	3,5004E-02
2,50E-03	6,50E-04	3,20E-02	2,28E-09	3,4994E-02
5,00E-03	6,50E-04	3,20E-02	4,57E-09	3,4994E-02
				3,5007E-02

Las unidades de la constante son $L^{2,5} \cdot mol^{-2,5} \cdot h^{-1}$

$$v = 3,50 \cdot 10^{-2} [A]^1 [B]^{1/2} [C]^2 \left[v \, en \, mol/L \cdot h \right]$$

d) No se trata de un proceso elemental ya que los órdenes parciales no coinciden con los coeficientes estequiométricos. Aparte para ser un proceso elemental las moléculas reaccionantes interaccionan a la vez en espacio y tiempo llevando al producto mediante un único estado de transición y es muy complejo que intervengan más de dos moléculas.

e) Utilizamos la ecuación de Arrhenius $k = A e^{\frac{-E_a}{RT}}$

Si planteamos para las dos temperaturas

$$\frac{k_2}{k_1} = \frac{A e^{\frac{-E_a}{RT_2}}}{A e^{\frac{-E_a}{RT_1}}}$$

$$\frac{k_2}{k_1} = e^{\frac{-E_a}{RT_2} + \frac{E_a}{RT_1}} = e^{\frac{-E_a}{R}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)}$$

$$\ln\left(\frac{k_2}{k_1}\right) = \frac{-E_a}{R}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)$$

Numéricamente

$$\ln\left(\frac{74\,k_1}{k_1}\right) = \frac{-E_a}{8,31}\left(\frac{1}{273+127} - \frac{1}{273+27}\right)$$

$$E_a = \frac{-\ln(74) \cdot 8,31}{\frac{1}{400} - \frac{1}{300}}$$

$$E_a = 4,29 \cdot 10^4 \, J/mol$$

OPCIÓN A

2. a) Calcula el pH de una disolución amortiguadora que tiene NH_4Cl 0,45 M y NH_3 0,15 M. (0,625 ptos)
b) ¿Cómo se podría preparar una disolución amortiguadora de NH_4Cl-NH_3 con un pH de 9,00? (0,625 ptos)
Datos: Kb (NH_3) = $1,8 \cdot 10^{-5}$

Ver Andalucía 2023-4, Andalucía 1996-3, Andalucía 1994-3

a) Utilizamos la ecuación de Henderson-Hasselbalch

$$pOH = pKb + \log_{10}\left(\frac{[\text{ácido conjugado}]}{[\text{base}]}\right)$$

$$pOH = -\log_{10}(1,8 \cdot 10^{-5}) + \log_{10}\left(\frac{[0,45]}{[0,15]}\right) = 4,74 + 0,48 = 5,22$$

pH=14-pOH=14-5,22=8,78
b) Si queremos que el pH sea 9,00, el pOH será 5

$$5 = 4,74 + \log_{10}\left(\frac{[\text{ácido conjugado}]}{[\text{base}]}\right)$$

$$10^{0,26} = \frac{[\text{ácido conjugado}]}{[\text{base}]}$$

$$[\text{ácido conjugado}] = 1,82[\text{base}]$$

$$[NH_4^+] = 1,82[NH_3]$$

$$[NH_3] = 0,55[NH_4^+]$$

La proporción de concentraciones es la misma que la de moles para el mismo volumen
Por ejemplo para preparar 1 L y si por ejemplo es 0,5 M de NH_4Cl tendría 0,4 mol de NH_4Cl (es un sólido que se pesaría y se disolvería) tendría que ser $0,55 \cdot 0,5 = 0,275$ M en NH_3, y habría que tomar para 1 L 0,275 mol NH_3 que dependería de l disolución de partida disponible.

CC BY SA

OPCIÓN B

1. Para la reacción de descomposición: N_2O_5 (g) ⇄ 2 NO_2 (g) + ½ O_2 (g), a 318 K, se obtuvieron los siguientes datos cinéticos:

Velocidad (mol·L^{-1}·s^{-1})	1,1·10^{-6}	3,2·10^{-6}	6,0·10^{-7}
[N_2O_5] mol·L^{-1}	2,2·10^{-3}	6,4·10^{-3}	1,2·10^{-3}

Para la misma reacción se conocen los siguientes datos termodinámicos

	ΔH_f^o (kJ·mol^{-1})	ΔS^o (J·mol^{-1}·K^{-1})
N_2O_5	11,4	346,0
N_2O_4	33,2	239,9
O_2	0	205,0

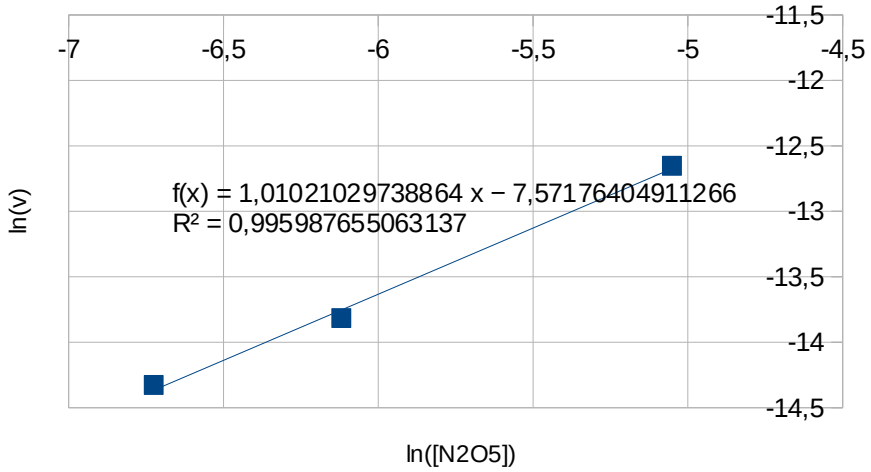
R (J.mol^{-1}·K^{-1})	8,3144

a) Determina la constante cinética a T = 318 K, el orden de reacción y escribe la ecuación cinética. (0,25 ptos)
b) A 298 K la constante cinética es de 3,46·10^{-5}, medida en unidades del S.I. Determina la energía de activación de la reacción en kJ·mol-1. (0,25 ptos)
c) Deduce la expresión para el cálculo de la vida media a partir de la ecuación de la velocidad y calcula la vida media del N_2O_5 a 298 K (0,25 ptos)
d) Para la reacción de descomposición del N_2O_5 (g), calcula ΔH^o y dibuja el diagrama entálpico, donde figure también la energía de activación. (0,25 ptos)
e) Justifica el intervalo de temperaturas en el que la reacción es espontánea. (0,25 ptos)

Enunciado tiene errata e indica en datos N_2O_4 cuando debería indicar NO_2
Los valores del enunciado coinciden con los de NO_2
https://webbook.nist.gov/cgi/cbook.cgi?ID=C10102440&Mask=1#Thermo-Gas
NO_2 ΔH_f^o=33,1 kJ/mol y ΔS^o =240,04 J/mol·K
https://webbook.nist.gov/cgi/cbook.cgi?ID=C10544726&Units=SI&Mask=1#Thermo-Gas
N_2O_4 ΔH_f^o=9,08 kJ/mol y ΔS^o =304,38 J/mol·K

a) $v = k[N_2O_5]^{\alpha}$ Linealizamos para ajustar por mínimos cuadrados
$\ln(v) = \ln(k) + \alpha \ln([N_2O_5])$ recta y=mx+n donde y=ln(v), x=ln([N_2O_5])

Velocidad (mol·L^{-1}·s^{-1})	1,00E-06	3,20E-06	6,00E-07
[N_2O_5] mol·L^{-1}	2,20E-03	6,40E-03	1,20E-03
ln([N_2O_5])	-6,11929791861787	-5,05145728861651	-6,72543372218818
ln(v)	-13,8155105579643	-12,6523597481586	-14,3263361817303



Tenemos α=1,01≈1 y ln(k)=-7,5718 → k=5,15·10^{-4} s^{-1}. La ecuación es v=5,15·10^{-4}·[N_2O_5]

b) Utilizamos la ecuación de Arrhenius $k = A\,e^{\frac{-E_a}{RT}}$

Si planteamos para las dos temperaturas

$$\frac{k_2}{k_1} = \frac{A\,e^{\frac{-E_a}{RT_2}}}{A\,e^{\frac{-E_a}{RT_1}}}$$

$$\frac{k_2}{k_1} = e^{\frac{-E_a}{RT_2}+\frac{E_a}{RT_1}} = e^{\frac{-E_a}{R}\left(\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}\right)}$$

$$\ln\left(\frac{k_2}{k_1}\right) = \frac{-E_a}{R}\left(\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}\right)$$

Numéricamente

$$\ln\left(\frac{3{,}46\cdot10^{-5}}{5{,}15\cdot10^{-4}}\right) = \frac{-E_a}{8{,}3144}\left(\frac{1}{298}-\frac{1}{318}\right)$$

$$E_a = \frac{-\ln\left(6{,}72\cdot10^{-2}\right)\cdot 8{,}3144}{\frac{1}{298}-\frac{1}{318}}$$

$$E_a = 1{,}06\cdot10^{5}\,J/mol$$

c) Al ser de orden 1

$$v = \frac{-d[N_2O_5]}{dt} = k[N_2O_5]$$

$$\frac{d[N_2O_5]}{[N_2O_5]} = -k\,dt$$

$$\ln\frac{[N_2O_5]}{[N_2O_5]_0} = -kt$$

$$[N_2O_5] = [N_2O_5]_0\cdot e^{-k\cdot t}$$

Enuciado indica vida media: asumimos que quiere decir semivida = periodo de semidesintegración y no vida promedio.

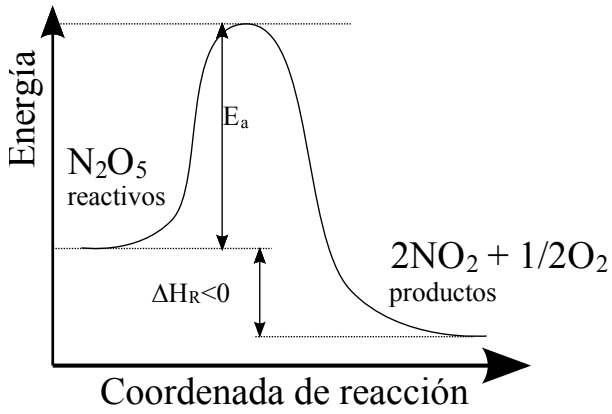
$$\frac{1}{2}=e^{-k\cdot T_{1/2}}\Rightarrow \ln 2=k\cdot T_{1/2}\Rightarrow T_{1/2}=\frac{\ln(2)}{k}$$

Numéricamente para 298 K $T_{1/2}=\frac{\ln(2)}{3,46\cdot 10^{-5}}=2,0\cdot 10^{4}\,s$

d)

$$\Delta H^o=2\Delta H^o_f(NO_2)+\frac{1}{2}\Delta H^o_f(O_2)-\Delta H^o_f(N_2O_5)$$

$$\Delta H^o=2\cdot 33,2+0-11,4=221,8\,kJ/mol$$



$$\Delta S^o=2\Delta S^o(NO_2)+\frac{1}{2}\Delta S^o(O_2)-\Delta S^o(N_2O_5)$$

e)

$$\Delta S^o=2\cdot 239,9+\frac{1}{2}\cdot 205,0-346,4=236,3\,J/mol\cdot K$$

$$\Delta G^o=\Delta H^o-T\Delta S^o$$

Calculamos a qué temperatura ΔGº=0

$$0=221,8\cdot 10^3-T\,236,3\Rightarrow T=\frac{221,8\cdot 10^3}{236,3}=939\,K$$

Para temperaturas mayores de 939 K se tendrá ΔGº<0 y será espontánea.

Química 1. En una disolución acuosa tenemos iones de hierro (II) en concentración 0,2 M e iones de cinc cuya concentración es de 0,1 M. Se desea realizar una precipitación fraccionada de los iones de cinc mediante el paso de una corriente de sulfuro de hidrógeno. Suponemos que la disolución se satura en ácido sulfhídrico y la concentración de este ácido es de 0,1 M. Se pide la determinación justificada de:
a) El pH que debe tener la disolución para evitar que precipiten los iones de hierro (II).
b) La concentración residual de iones de cinc.
Datos: Kps (sulfuro de hierro (II)) = $8 \cdot 10^{-19}$; Kps (sulfuro de cinc) = $2 \cdot 10^{-25}$; Ka_1 (ácido sulfhídrico) = 10^{-7} y Ka_2 (ácido sulfhídrico) = $1{,}26 \cdot 10^{-14}$.

Ver Andalucía 2000-Q2A

a) Se pide masa de precipitado y se dan productos de solubilidad: calculamos las concentraciones de los iones S^{2-} que provienen de la disociación de H_2S, que tiene dos constantes
K_1: $H_2S \rightleftarrows H^+ + HS^-$
K_2: $HS^- \rightleftarrows H^+ + S^{2-}$
Como no nos interesa la cantidad de HS^-, sino H^+ para pH y S^{2-} para la precipitación podemos plantear
$K_1 \cdot K_2$: $H_2S \rightleftarrows 2H^+ + S^{2-}$
Lo que nos da una relación que permite obtener la concentración de S^{2-}

$$K_1 \cdot K_2 = \frac{[H^+]^2[S^{2-}]}{[H_2S]}$$

Si precipita el FeS

$$K_{ps}(FeS) = [Fe^{2+}][S^{2-}]$$

$$[S^{2-}] = \frac{K_{ps}(FeS)}{[Fe^{2+}]} = \frac{8 \cdot 10^{-19}}{0{,}2} = 4 \cdot 10^{-18}\, M$$

Despejando

$$[H^+] = \sqrt{\frac{K_1 \cdot K_2 [H_2S]}{[S^{2-}]}} = \sqrt{\frac{10^{-7} \cdot 1{,}26 \cdot 10^{-14} \cdot 0{,}1}{4 \cdot 10^{-18}}} = 5{,}6 \cdot 10^{-3}\, M$$

$$pH = -\log_{10}([H^+]) = -\log_{10}(5{,}6 \cdot 10^{-3}) = 2{,}25$$

b) Una vez conocida la concentración de S^{2-} cuando empieza a precipitar el Fe^{2+}, calculamos la concentración de Zn^{2+}

$$K_{ps}(ZnS) = [Zn^{2+}][S^{2-}]$$

$$[Zn^{2+}] = \frac{K_{ps}(ZnS)}{[S^{2-}]} = 5 \cdot 10^{-8}\, M$$

Vemos que ha precipitado prácticamente todo el Zn

$$\frac{0{,}1 - 5 \cdot 10^{-8}}{0{,}1} = 0{,}9999995 = 99{,}99995\,\%$$

Ceuta 2018

Elija tres problemas de los seis propuestos.

2. Deducir la expresión general de la variación de la solubilidad del oxalato de calcio con la concentración de protones, y de la expresión obtenida. Calcule la solubilidad para pH que tomen valores 0.00, 2.00, y 7.00.

DATOS: K_{ps} = 2.6 x 10^{-9}, K_1 = 5.9 x 10^{-2}, K_2 = 6.4 x 10^{-5}. El producto de solubilidad es referido al oxalato de calcio mientras que las constantes de acidez son las correspondientes al ácido oxálico.

Madrid 2006

Química

1.- Deducir la expresión general para la variación general de la solubilidad del oxalato de calcio con la concentración de protones. De la expresión obtenida calcule la solubilidad a pH 0; 1; 4 y 7.

Datos K_s = 2,6·10^{-9}; K_1 = 5,9·10^{-2} ; K_2 = 6,4 ·10^{-5}

Comentado por quimiquilla, opositora y Basileia en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4181#p18696

Ver https://fisiquimicamente.com/recursos-fisica-quimica/formacion-profesorado/oposiciones/quimica/ceuta-melilla-2018-E2/

Planteamos la disociación de la solubilidad

$CaC_2O_4 \rightleftarrows Ca^{2+} + C_2O_4^{2-}$

0 0

y z

$K_s=[Ca^{2+}][C_2O_4^{2-}]$

La cantidad y=$[Ca^{2+}]$ proviene de la disolución de la sal, pero la cantidad z=$[C_2O_4^{2-}]$ depende de los procesos de hidrólisis, ya que algunos oxalato pasan a hidrógenoxalato y éstos a su vez en ácido oxálico (etanodioico) por lo que el equilibrio se desplaza hacia la derecha y la solubilidad será mayor. En ese proceso de hidrólisis se depende del valor de pH.

Planteamos las hidrólisis asociadas

$C_2O_4^{2-} + H_2O \rightleftarrows HC_2O_4^- + OH^-$

$$K_{h2}=\frac{K_w}{K_2}=\frac{[HC_2O_4^-][OH^-]}{[C_2O_4^{2-}]}$$

$HC_2O_4^- + H_2O \rightleftarrows H_2C_2O_4 + OH^-$

$$K_{h1}=\frac{K_w}{K_1}=\frac{[H_2C_2O_4][OH^-]}{[HC_2O_4^-]}$$

Planteamos balance de masas $[Ca^{2+}]=[C_2O_4^{2-}]+[HC_2O_4^-]+[H_2C_2O_4]$

Se puede ver cualitativamente como que la cantidad de iones de calcio será la suma de los oxalato iniciales, más la suma de los que han pasado a hidrógenoxalato (que desplazan el equilibrio y generan más iones calcio), más los que han pasado a ácido oxálico (que desplazan el equilibrio y generan más iones calcio). "La suma de lo que "se lleva" $C_2O_4^{2-}$ del equilibrio de solubilidad")

De la primera expresión $[Ca^{2+}]=\frac{K_s}{[C_2O_4^{2-}]}$

Por lo que buscamos expresar el balance de masas en función de la concentración de oxalato

De la primera $[HC_2O_4^-]=\frac{K_w}{K_2}\frac{[C_2O_4^{2-}]}{[OH^-]}$

De la segunda $[H_2C_2O_4]=\frac{K_w}{K_1}\frac{[HC_2O_4^-]}{[OH^-]}$

Combinándolas en el balance de masas

$$\frac{K_s}{[C_2O_4^{2-}]}=[C_2O_4^{2-}]+\frac{K_w}{K_2}\frac{[C_2O_4^{2-}]}{[OH^-]}+\frac{K_w}{K_1}\frac{K_w}{K_2}\frac{[C_2O_4^{2-}]}{[OH^-]}\frac{1}{[OH^-]}$$

$$[C_2O_4^{2-}]=\sqrt{\frac{K_s}{1+\frac{K_w}{K_2}\frac{1}{[OH^-]}+\frac{K_w^2}{K_1K_2}\frac{1}{[OH^-]^2}}}$$

Como nos piden en función $[H^+]$ modificamos la expresión ya que $K_w/[OH^-]=[H^+]$

Expresamos en función de $[Ca^{2+}]=\frac{K_s}{[C_2O_4^{2-}]}$

$$[Ca^{2+}]=\sqrt{K_s\left(1+\frac{[H^+]}{K_2}+\frac{[H^+]^2}{K_1K_2}\right)}=\sqrt{2{,}6\cdot10^{-9}\left(1+15625[H^+]+264831[H^+]^2\right)}$$

Sustituyendo valores y expresando resultados con dos cifras significativas

pH=0 → $[H^+]=1$ M → $[Ca^{2+}]=2{,}7\cdot10^{-2}$ M

pH=1 → $[H^+]=10^{-1}$ M → $[Ca^{2+}]=3{,}3\cdot10^{-2}$ M

pH=2 → $[H^+]=10^{-2}$ M → $[Ca^{2+}]=6{,}9\cdot10^{-4}$ M

pH=4 → $[H^+]=10^{-4}$ M → $[Ca^{2+}]=8{,}2\cdot10^{-5}$ M

pH=7 → $[H^+]=10^{-7}$ M → $[Ca^{2+}]=5{,}1\cdot10^{-5}$ M

Según aumenta el pH disminuye la solubilidad; aumenta la cantidad de OH^- y la hidrólisis del oxalato es menor.

Aunque no hay datos de masas atómicas, la solubilidad se puede expresar en g/L usando la masa molar del oxalato (CaC_2O_4)=40+2·12+4·16=128 g/mol
Lo usamos para validar el valor a pH neutro, que sería 0,00704 g/L
https://en.wikipedia.org/wiki/Solubility_table#C
Para el oxalato la solubilidad en pH=7 es $6{,}7\cdot10^{-4}$ g/100 g de agua a 20 ºC, que supone $6{,}7\cdot10^{-3}$ g/L

3.- Se prepara una disolución disolviendo 8,37 g de metilamina (metanoamina) en 300 mL de agua obteniéndose un pH de 12,3.
a) Escribe el equilibrio de disociación de la metilamina en agua y calcular el pK_b. (0,5 puntos)
b) Añadimos 20,0 mL de ácido clorhídrico al 18,0% y densidad 1,12 g/mL. Calcula el pH de esta disolución suponiendo que los volúmenes son aditivos. (1 punto)
c) Si a esta disolución se le añade 10 mg de nitrato de magnesio, calcular la masa (mg) de hidróxido de magnesio que precipitan (suponer que no se modifica el volumen ni el pH al precipitar) (1 punto)
DATOS: K_{ps} $Mg(OH)_2$ = $7,10 \cdot 10^{-12}$; M(Cl)=35,5 uma; M(Mg)=24,3 uma; M(N)=14,0 uma; M(C)=12,0 uma; M(H)=1,008 uma; $K_w=1,00 \cdot 10^{-14}$

a) Planteamos el equilibrio con concentraciones

	CH_3NH_2	+ H_2O ⇄	$CH_3NH_3^+$ +	OH^-
Inicial	c_0	exceso	0	0
Equil	c_0-x	exceso	x	x

Masa molar CH_3NH_2=12+14+5·1,008=31,04 g/mol CH_3-CH_2NH_2
n_0=8,37/31,04=0,26965 mol CH_3NH_2 c_0=0,26965/0,3=0,89883 M
pOH=14-pH=14-12,3=1,7
x=$[OH^-]=10^{-1,7}$=0,02 M

$$K_b=\frac{[CH_3CH_3NH_3^+][OH^-]}{[CH_3CH_3NH_2]}=\frac{0,02^2}{0,89883}=4,45\cdot10^{-4}$$

$$pK_b=-\log_{10}(K_b)=-\log_{10}(4,45\cdot10^{-4})=3,35$$

Validamos referencia https://es.wikipedia.org/wiki/Metilamina indica pK_a=10,64 (14-3,35=10,65)
b) Masa molar HCl = 1,008+35,5=36,508 g/mol HCl

$$20\,\cancel{mL}\cdot\frac{1,12\,\cancel{g\ disolu}}{1\,\cancel{mL}}\cdot\frac{18\,\cancel{g\ HCl}}{100\,\cancel{g\ disolu}}\cdot\frac{1\,mol\ HCl}{36,508\,\cancel{g\ HCl}}=0,11\,mol\ HCl$$

En la disolución inicial teníamos 0,26965 mol CH_3NH_2, por lo que tras la neutralización
$HCl + CH_3NH_2 \rightarrow CH_3NH_3^+ + Cl^-$
- Tenemos 0,26965-0,11=0,15965 mol CH_3NH_2
- Tenemos 0,02·0,3+0,11=0,116 mol $CH_3NH_3^+$

El nuevo volumen es 0,3+0,02=0,32 L. Planteamos con Henderson-Hasselbach

$$pOH=pK_b+\log_{10}\left(\frac{[CH_3NH_2^+]}{[CH_3NH_2]}\right)=3,35+\log_{10}\left(\frac{0,11,6/0,32}{0,15965/0,32}\right)=3,21$$

pH=14-pOH=14-3,21=10,79
c) Masa molar $Mg(NO_3)_2$=24,3+2·(14+16·3)=148,3 g/mol $Mg(NO_3)_2$
n=$10 \cdot 10^{-3}$/148,3=$6,74 \cdot 10^{-5}$ mol $Mg(NO_3)_2$
El equilibrio de solubilidad (el inverso de precipitación) es
$Mg(OH)_2$ (s) ⇄ Mg^{2+} (aq) + $2OH^-$ (aq)
Como se indica que el pH no varía, la concentración de OH^- es la calculada en apartado b.
$[OH^-]=10^{-pOH}=10^{-3,21}=6,166 \cdot 10^{-4}$ M
$[Mg^{2+}]=K_{ps}/[OH^-]^2=7,1 \cdot 10^{-12}/(6,166 \cdot 10^{-4})^2=1,867 \cdot 10^{-5}$ M
$n(Mg^{2+})$ no precipitados=$1,867 \cdot 10^{-5} \cdot (0,3+0,02)=5,97 \cdot 10^{-6}$ mol Mg^{2+}
Ha precipitado de Mg^{2+} $6,74 \cdot 10^{-5}$ - $5,97 \cdot 10^{-6}$=$6,14 \cdot 10^{-5}$ mol Mg^{2+}
Masa molar $Mg(OH)_2$=24,3+2·(16+1,008·2)=60,33 g/mol $Mg(OH)_2$
Han precipitado $6,14 \cdot 10^{-5} \cdot 60,33=3,7 \cdot 10^{-3}$ g=3,7 mg $Mg(OH)_2$

A8. Calcular el valor del pH cuando 10mL de solución 0,24M de metilamina se titulan con HCl 0,17M. (1,25 ptos)
a) Después de haber agregado 6mL de HCl. (0,625 ptos)
b) En el punto de equivalencia. (0,625 ptos)
Datos: $Kb(CH_3NH_2) = 4.4 \cdot 10^{-4}$

El valor y la unidad deberían ir separados por un espacio.

a) La reacción de neutralización es
$CH_3NH_2 + HCl \rightarrow CH_3NH_3^+ + Cl^-$
$0{,}010 \cdot 0{,}24 = 2{,}4 \cdot 10^{-3}$ mol CH_3NH_2
$0{,}006 \cdot 0{,}17 = 1{,}02 \cdot 10^{-3}$ mol HCl
Los moles de metilamina que quedan sin neutralizar son $2{,}4 \cdot 10^{-3} - 1{,}02 \cdot 10^{-3} = 1{,}39 \cdot 10^{-3}$ mol CH_3NH_2
Asumiendo volúmenes aditivos, el nuevo volumen es 0,016 L
$[CH_3NH_2] = 1{,}39 \cdot 10^{-3} / 0{,}016 = 8{,}6875 \cdot 10^{-2}$ M
$[CH_3NH_3^+] = 1{,}02 \cdot 10^{-3} / 0{,}016 = 6{,}375 \cdot 10^{-2}$ M
Usamos la ecuación de Henderson-Hasselbalch

$$pOH = pK_b + \log_{10}\left(\frac{[CH_3NH_3^+]}{[CH_3NH_2]}\right) = -\log_{10}(4{,}4 \cdot 10^{-4}) + \log_{10}\left(\frac{6{,}375 \cdot 10^{-2}}{8{,}6875 \cdot 10^{-2}}\right)$$

$$pOH = 3{,}36 - 0{,}13 = 3{,}23$$

pH=14-pOH=14-3,23=10,77
b) En el punto de equivalencia todo el CH_3NH_2 se ha neutralizado y ha pasado a $CH_3NH_3^+$
El volumen de HCl añadido es $2{,}4 \cdot 10^{-3} = V \cdot 0{,}17 \rightarrow V = 0{,}014$ L
El volumen total ahora es 0,024 L, y $c_0 = [CH_3NH_3^+] = 2{,}4 \cdot 10^{-3} / 0{,}024 = 9{,}6 \cdot 10^{-2}$ M
Planteamos el equilibrio de hidrólisis

	$CH_3NH_3^+ + H_2O \rightleftarrows$	$CH_3NH_2 + H_3O^+$		
Inic	c_0	exceso	0	0
Equ	c_0-x	exceso	x	x

$$K_a = \frac{K_w}{K_b} = \frac{x^2}{c_0 - x} \Rightarrow \frac{10^{-14}}{4{,}4 \cdot 10^{-4}} = \frac{x^2}{9{,}6 \cdot 10^{-2} - x} \Rightarrow 2{,}27 \cdot 10^{-11} = \frac{x^2}{9{,}6 \cdot 10^{-2} - x}$$

Asumimos $x << 9{,}6 \cdot 10^{-2}$
$x = \sqrt{2{,}27 \cdot 10^{-11} \cdot 9{,}6 \cdot 10^{-2}} = 1{,}48 \cdot 10^{-6} M$ La aproximación es válida
$pH = -\log_{10}(1{,}48 \cdot 10^{-6}) = 5{,}83$

Euskera

5. Disoluzio azido batek 0,050M den Al^{3+} kontzentrazioa du. Pixkanaka KOH gehitzen joaten zaio eta $Al(OH)_3$ hauspeatzen hasten da. KOH gehiago gehitzerakoan hauspeakina disolbatzen hasten da eta $[Al(OH)_4]^-$ ioi konplexua eratzen da. Kalkulatu zein pH.tan hasten den $Al(OH)_3$ agertzen eta zein pH.tan hauspeakina guztiz disolbatzen den ioi konplexu bezala. Arbuiatu bolumen aldaketak.
Datuak: Aluminio trihidroxidoaren Kps= $2\cdot10^{-32}$
Al^{3+} eta 4 OH^- tik abiatuz $[Al(OH)_4]^-$ .ren eraketarako K_f= $2\cdot10^{33}$.
OHARRA: Bukaerako disoluzioa $Al(OH)_3$ .rekiko asetua dela eta disoluzioan dagoen aluminio guztia ioi konplexu bezala dagoela suposatu behar da

Una solución ácida tiene una concentración de Al^{3+} de 0,050 M. Se añade KOH gradualmente y el $Al(OH)_3$ comienza a precipitar. A medida que se añade más KOH, el precipitado comienza a disolverse y se forma el ion complejo $[Al(OH)_4]^-$. Calcule el pH al que comienza a aparecer $Al(OH)_3$ y al que el precipitado se disuelve completamente como ion complejo. Desprecie las variaciones de volumen.
Datos: Kps del trihidróxido de aluminio = $2\cdot10^{-32}$
K_f para la formación de $[Al(OH)_4]^-$ a partir de Al^{3+} y $4OH^-$ = $2\cdot10^{33}$.
NOTA: Se debe suponer que la solución final está saturada con $Al(OH)_3$ y que todo el aluminio presente en ella está presente como ion complejo.

Cuando empieza a precipitar
$Al(OH)_3\ (s) \rightleftarrows Al^{3+}\ (aq) + 3OH^-\ (aq)$

$$K_{ps}=[Al^{3+}][OH^-]^3 \Rightarrow [OH^-]=\sqrt[3]{\frac{2\cdot10^{-32}}{0,05}}=7,34\cdot10^{-11}\,M$$

$$pH=14-pOH=14-(-\log_{10}(7,34\cdot10^{-11}))=3,87$$

Para que se disuelva todo el precipitado comletamente como ion compejo
$Al^{3+}\ (aq) + 4OH^-\ (aq) \rightleftarrows [Al(OH)_4]^-\ (aq)$
Sumando con el equilibrio de solubilidad
$Al(OH)_3\ (s) + OH^-\ (aq) \rightleftarrows [Al(OH)_4]^-\ (aq)$ $K=K_{ps}\cdot K_f=2\cdot10^{-32}\cdot2\cdot10^{33}=40$

$$K=\frac{[Al(OH)_4]^-}{[OH^-]}$$

Como se indica que todo el aluminio está presente como complejos $[Al(OH)_4]^-$ =0,05 M

$$[OH^-]=\frac{[Al(OH)_4]^-}{K}=\frac{0,05}{40}=1,25\cdot10^{-3}\,M$$

$$pH=14-pOH=14-(-\log_{10}(1,25\cdot10^{-3}))=11,1$$

Química

K2. A) Sabiendo que el pH de una disolución saturada de hidróxido de magnesio a 25ºC es 10,46. Calcula el producto de solubilidad del compuesto Kps.
1. Calcula y justifica el efecto que tendría sobre la solubilidad del hidróxido de magnesio la adición de una disolución de cloruro de magnesio 0,01M.
2. Calcula si en un litro de una disolución 2M de cloruro de amonio se podrán disolver 5,8 g de hidróxido de magnesio.
B) Por otro lado, tenemos una disolución que contiene iones Mg^{+2} y Ca^{+2} de concentraciones 0,05M y 0,01M respectivamente. Se añade NaOH a la disolución hasta la aparición de un precipitado blanco. Suponiendo que no hay variación de volumen al añadir la base:
1. Determina qué precipitado es y la concentración de la disolución de NaOH para que empiece a precipitar el segundo catión.
2. Cuando comience la precipitación del segundo catión, ¿cuál será la concentración del primer catión?
3. ¿Se puede hablar de una separación fraccionada?
Datos:
$K_{NH3}=1{,}8\cdot10^{-5}$; Kps $_{Ca(OH)2}= 8\cdot10^{-6}$; Masas atómicas relativas Mg = 24u; O = 16u; H = 1 u

El valor debe ir separado de la unidad: debe ser 25 ºC; 0,01 M; 2 M, 0,05 M; 0,01 M, 24 u, 16 u, 1 u
La carga de los iones es n+, no +n: debe ser Mg^{2+}, Ca^{2+}

A Planteamos el equilibrio de solubilidad
$Mg(OH)_2$ (s) ⇄ Mg^{2+} (aq) + $2OH^-$ (aq)
exceso s 2s
$K_{ps}=[Mg^{2+}][OH^-]^2=s\cdot(2s)^2=4s^3$
pOH=14-pH=14-10,46=3,54
$pOH=-\log_{10}([OH^-]) \rightarrow [OH^-]=10^{-3,54}=2{,}88\cdot10^{-4}$ M
$K_{ps}=4\cdot(2{,}88\cdot10^{-4})^3=9{,}56\cdot10^{-11}$
Referencia https://en.wikipedia.org/wiki/Magnesium_hydroxide Kps=5,61·10^{-12}
A.1. Si añadimos cloruro de magnesio, $MgCl_2$, una sal soluble, aportaría iones Mg^{2+} a la disolución, y por Le Châtelier el equilibrio de desplazaría hacia la izquierda disminuyendo la solubilidad: es el efecto ion comun.
A.2. Al añadir cloruro de amonio, NH_4Cl, una sal soluble, aporta NH_4^+ que neutraliza iones OH^- y permite la disolución del $Mg(OH)_2$
La neutralización es
NH_4^+ (aq) + OH^- (aq) → NH_3 (aq) + H_2O (l)
Tenemos 1·2=2 mol de NH_4^+
La masa molar de $Mg(OH)_2$ = 24+2·(16+1)=58 g/mol $Mg(OH)_2$
Tenemos 5,8/58=0,1 mol $Mg(OH)_2$
Se ve que hay exceso de NH_4^+ y se disolverá todo, pero planteamos numéricamente.
Tenemos dos equilibrios
$Mg(OH)_2$ (s) ⇄ Mg^{2+} (aq) + $2OH^-$ (aq) con $K_{ps}=9{,}56\cdot10^{-11}$
NH_4^+ (aq) + OH^- (aq) → NH_3 (aq) + H_2O (l) con $K_a=\frac{K_w}{K_b}=\frac{10^{-14}}{1{,}8\cdot10^{-5}}=5{,}56\cdot10^{-10}$
Sumando la primera y el doble de la segunda
$Mg(OH)_2$ (s) + NH_4^+ (aq) ⇄ Mg^{2+} (aq) + $2NH_3$ (aq) + $2H_2O$ (l)

La constante de equilibrio es $K=\frac{K_{ps}}{K_a^2}=\frac{5,96\cdot10^{-11}}{(5,56\cdot10^{-10})^2}=1,93\cdot10^{8}$

La constante es muy grande y está muy desplazado hacia la derecha, luego se disuelve completamente habiendo exceso de NH_4^+

B.1 Calculamos la concentración de OH^- asociada a cada precipitación conocidas las concentraciones del ion

$Mg(OH)_2$ (s) ⇄ Mg^{2+} (aq) + $2OH^-$ (aq)

$K_{ps}=[Mg^{2+}][OH^-]^2$

$9,56\cdot10^{-11}=0,05\cdot[OH^-]^2$

$$[OH^-]=\sqrt{\frac{9,56\cdot10^{-11}}{0,05}}=4,37\cdot10^{-5}\,M$$

$Ca(OH)_2$ (s) ⇄ Ca^{2+} (aq) + $2OH^-$ (aq)

$K_{ps}=[Ca^{2+}][OH^-]^2$

$8\cdot10^{-6}=0,01\cdot[OH^-]^2$

$$[OH^-]=\sqrt{\frac{8\cdot10^{-6}}{0,01}}=2,83\cdot10^{-2}\,M$$

Precipitará antes $Mg(OH)_2$ ya que con una concentración menor de OH^- empieza a precipitar.

B.2. Cuando comienza a precipitar el segundo catión, Ca^{2+}, $[OH^-]=2,83\cdot10^{-2}$ M

En ese momento, usando el producto de solubilidad del primer catión

$$K_{ps}=[Mg^{2+}]\cdot[OH^-]^2[Mg^{2+}]=\frac{9,56\cdot10^{-11}}{(2,83\cdot10^{-2})^2}=1,19\cdot10^{-7}\,M$$

B.3. Se considera precipitación fraccionada cuando precipitan los iones de un sal quedando en disolución la mayoría de los iones de otra sal.

En este caso precipita primero Mg^{2+}, inicialmente $[Mg^{2+}]=0,05$ M y cuando empieza a precipitar Ca^{2+} se tiene $[Mg^{2+}]=1,19\cdot10^{-7}$ M, luego prácticamente ha precipitado todo un ion sin haber empezado a precipitar el otro.

Deberá responder a las cuestiones de un máximo de tres ejercicios de entre los seis propuestos. Cada ejercicio se califica sobre 10 según la ponderación indicada en cada apartado. La calificación total de la prueba será la que resulte de dividir la puntuación total obtenida entre tres.

5. Se desea valorar una disolución de ácido glicólico 0,25 M con otra de NaOH 0,5M. Sabiendo que a 25 ºC el pK_a del ácido glicólico ($OHCH_2COOH$) es 3,83:

a. Determine el pH de la disolución inicial de ácido glicólico. (2,5 puntos)

b. Determine el pH de la disolución resultante cuando se haya valorado el 99% del ácido. (2,5 puntos)

c. Determine el pH de la disolución resultante cuando se haya alcanzado el punto de equivalencia. (2,5 puntos)

d. ¿Podrá determinarse, con un error inferior al 1%, el volumen de reactivo necesario para alcanzar el punto de equivalencia, si el indicador de que se dispone en el laboratorio vira a pH=10,5? Razone la respuesta. (2,5 puntos)

a) Planteamos el equilirio de disociación.

	$OHCH_2COOH$ +	H_2O ⇄	$OHCH_2COO^-$ +	H_3O^+
Inic	0,25	exceso	0	0
Equ	0,25-x	exceso	x	x

$$K_a=\frac{[OHCH_2COO^-][H_3O^+]}{[OHCH_2COOH]}$$

$$10^{-3,83}=\frac{x^2}{0,25-x}\Rightarrow 1,48\cdot10^{-4}\cdot0,25-1,48\cdot10^{-4}x=x^2\Rightarrow x^2+1,48\cdot10^{-4}x-3,7\cdot10^{-5}=0$$

$$x=\frac{-1,48\cdot10^{-4}\pm\sqrt{(1,48\cdot10^{-4})^2-4\cdot1\cdot(-3,7\cdot10^{-5})}}{2}=\frac{-1,48\cdot10^{-4}\pm1,22\cdot10^{-2}}{2}=\frac{\text{~~negativo~~}}{6,03\cdot10^{-3}}$$

$pH=-\log_{10}(6,03\cdot10^{-3})=2,22$

b) La valoración es

$OHCH_2COOH + NaOH \rightarrow OHCH_2COONa + H_2O$

Si se ha valorado el 99% del ácido tenemos:

$0,01\cdot0,25=0,0025$ M de $OHCH_2COOH$

$0,99\cdot0,25=0,2475$ M de $OHCH_2COO^-$

Podemos sustituir en $K_a=\frac{[OHCH_2COO^-][H_3O^+]}{[OHCH_2COOH]}$ o también plantear Henderson-Hasselbalch

$$pH=pKa+\log_{10}(\frac{[OHCH_2COO^-]}{[OHCH_2COOH]})\Rightarrow pH=3,83+\log_{10}(\frac{0,2475}{0,0025})=5,83$$

c) En el punto de equivalencia está neutralizado todo el ácido y el pH viene dado por la hidrólisis del ion glicolato, con $K_b=K_w/K_a=10^{-14}/1,48\cdot10^{-4}=6,76\cdot10^{-11}$

En la neutralización del ácido 0,25 M y la base 0,5 M se han añadido la mitad de volumen de base que de ácido, y suponiendo volúmenes aditivos la nueva concentración es $0,25\cdot V/1,5\cdot V=1/6$ M

	$OHCH_2COO^-$ +	H_2O ⇄	$OHCH_2COOH$ +	OH^-
Inic	1/6	exceso	0	0
Equ	1/6-x	exceso	x	x

$$K_b=\frac{[OHCH_2COOH][OH\text{-}]}{[OHCH_2COO^-]}$$

$$6,76\cdot10^{-11}=\frac{x^2}{1/6-x}\Rightarrow 6,76\cdot10^{-11}\cdot 1/6-6,76\cdot10^{-11}x=x^2\Rightarrow x^2+6,76\cdot10^{-11}x-1,13\cdot10^{-11}=0$$

$$x=\frac{-6,76\cdot10^{-11}\pm\sqrt{(6,76\cdot10^{-11})^2-4\cdot1\cdot(-1,13\cdot10^{-11})}}{2}=\frac{-6,76\cdot10^{-11}\pm 6,72\cdot10^{-6}}{2}=\begin{matrix}\sout{negativo}\\ 3,36\cdot10^{-6}\end{matrix}$$

pH=14-pH=14-(-$\log_{10}$(3,36·10^{-6}))=8,53

d) Comprobamos qué pH habría cuando se ha añadido 1% más de base respecto al punto de equivalencia, lo que supone que hay un exceso de base de 0,01·0,25·V=0,0025V mol OH^-

El nuevo volumen de disolución será V+0,5·V + 0,01·0,5·V=1,505V

La concentración de [OH^-]=0,0025V/1,505V=1,66·10^{-3} M

pH=14-pH=14-(-$\log_{10}$(1,66·10^{-3}))=11,22

Como el pH en el punto de equivalencia es 8,53 y añadiendo un 1% más de base es 11,22, añadiendo una cantidad menor del 1% se llegará a un pH 10,5 asociado al indicador.

Sí podrá determinarse, con un error inferior al 1%, el volumen de reactivo necesario para alcanzar el punto de equivalencia, si el indicador de que se dispone en el laboratorio vira a pH=10,5.

PROBLEMA 3.
Se tiene una disolución 0,10 M de ácido sulfhídrico, sabiendo que las constantes de disociación para este ácido son $K_{a1}=9{,}1\cdot10^{-8}$ y $K_{a2}=1{,}1\cdot10^{-13}$. Calcular:
a. El pH de la disolución.
b. El porcentaje de disociación en cada una de las etapas.
(apartado a) y b) Puntuación máxima 5 puntos cada uno, planteamiento y resolución correctos)

Cataluña 1998-C4
Les constants de dissociació de l'H_2S són $K_1 = 1'1.10^{-7}$ i $K_2 = 1{,}0.10^{-14}$. Calculeu la concentración de cadascuna de les espècies químiques presents en una dissolució 0,15 M de H_2S.

Las constantes de disociación del H_2S son $K_1 = 1{,}1\cdot10^{-7}$ y $K_2 = 1{,}0\cdot10^{-14}$. Calcule la concentración de cada una de las especies químicas presentes en una disolución 0,15 M de H_2S.

Resuelto por sleepylavoisier en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4181#p20452
Ver Murcia 2021-3a

Referencias para validar valores de enunciado:
Chemistry, The central science; Brown, LeMay, Bursten, Murphy; Prentice Hall; ISBN 978-0-321-69672-4, TABLE D.1 • Dissociation Constants for Acids at 25 ˚C, Hydrogen sulfide H_2S :
$K_{a1}=9.5\cdot10^{-8}$; $K_{a2}=1\cdot10^{-19}$
Con un valor tan bajo 10^{-19} habría que tener en cuenta el producto iónico del agua, no lo contemplamos aquí con 10^{-13} aunque es muy próximo a 10^{-14} , y en cualquier caso despreciable frente a K_{a1}

Se resuelve primero Madrid 2016 y luego se particulariza para Cataluña 1998-C4
a) Planteamos las disociaciones con concentraciones

	H_2S +	H_2O	⇄	HS^- +	H_3O^+
Inic	0,1	exceso		0	
Eq	0,1-x	exceso		x-y	x+y
	HS^- +	H_2O	⇄	S^{2-} +	H_3O^+
Inic	0,1	exceso		0	0
Eq	x-y	exceso		y	x+y

Utilizamos las definiciones de las constantes

$$K_{a1}=\frac{[HS^-][H_3O^+]}{[H_2S]}\Rightarrow 9{,}1\cdot10^{-8}=\frac{(x-y)(x+y)}{0{,}1-x}$$

$$K_{a2}=\frac{[S^{2-}][H_3O^+]}{[HS^-]}\Rightarrow 1{,}1\cdot10^{-13}=\frac{y(x+y)}{x-y}$$

Para resolver consideramos que $x<<0{,}1$ al ser K_{a1} muy baja, y que $y<<x$ al ser $K_{a2}<<K_{a1}$
Despejando

$9,1\cdot10^{-8}\approx\frac{x^2}{0,1}\Rightarrow x\approx\sqrt{9,1\cdot10^{-8}\cdot0,1}=9,54\cdot10^{-5}M$ La aproximación x<<0,1 es válida

$y\approx1,1\cdot10^{-13}M$ La aproximación y<<x es válida

Calculamos el valor de pH $pH=-\log([H_3O^+])=-\log(x+y)\approx-\log(x)=4,02$

Con dos cifras significativas como datos del enunciado pH=4,0

Cataluña 1998-C4

Planteamos mismos equilibrios, pero las constantes y la concentración inicial tienen otro valor.

Utilizamos las definiciones de las constantes

$K_{a1}=\frac{[HS^-][H_3O^+]}{[H_2S]}\Rightarrow1,1\cdot10^{-7}=\frac{(x-y)(x+y)}{0,1-x}$

$K_{a2}=\frac{[S^{2-}][H_3O^+]}{[HS^-]}\Rightarrow1,0\cdot10^{-14}=\frac{y(x+y)}{x-y}$

Para resolver consideramos que x<<**0,15** al ser K_{a1} muy baja, y que y<<x al ser $K_{a2}<<K_{a1}$

$1,1\cdot10^{-7}\approx\frac{x^2}{0,15}\Rightarrow x\approx\sqrt{1,1\cdot10^{-7}\cdot0,15}=1,28\cdot10^{-4}M$ La aproximación x<<**0,15** es válida

Para la primera disociación:

$[H_2S]=0,15-1,28\cdot10^{-4}\approx$**0,15 M**

$[HS^-]=$**$1,28\cdot10^{-4}$ M**

$[H^+]=$**$1,28\cdot10^{-4}$ M** (asumimos que la segunda disociación no contribuye de manera significativa, ya que y <<x)

$y\approx1\cdot10^{-14}M$ La aproximación y<<x es válida

$[S^{2-}]=$**10^{-14} M**

La otra especie presente sería $[OH^-]=k_w/[H^+]=10^{-14}/1,28\cdot10^{-4}=$**$7,81\cdot10^{-11}$ M**

b) El tanto por ciento de disociación es el cociente entre cantidad disociada en el equilibrio y cantidad antes de disociación, que coincide con cociente de concentraciones

$\alpha_1=\frac{x}{0,1}=\frac{9,54\cdot10^{-5}}{0,1}=9,54\cdot10^{-4}=0,0954\,\%$

$\alpha_2=\frac{y}{x}\approx\frac{1,1\cdot10^{-13}}{9,54\cdot10^{-5}}=1,15\cdot10^{-9}=1,15\cdot10^{-7}\,\%$

Con dos cifras significativas sería 0,095 % y $1,2\cdot10^{-7}$ %

Se nombra como problema química 2 aunque es el 4 del examen.
4. Calcúlese el pH y el grado de hidrólisis de una disolución de acetato de amonio 0,0100 M. Datos: K_a (HAc) = $1{,}80\cdot10^{-5}$; K_b (NH_3) = $1{,}80\cdot10^{-5}$; K_a (NH_4^+) = $5{,}56\cdot10^{-10}$

INSTRUCCIONES DE REALIZACIÓN DEL EJERCICIO:
-CADA PROBLEMA SE REALIZARÁ EN UN FOLIO INDEPENDIENTE
-SE ENTREGARÁN TODOS LOS FOLIOS, INCLUIDO EL EXAMEN
-SE PUEDE UTILIZAR CALCULADORA CIENTÍFICA NO PROGRAMABLE
CRITERIOS DE CALIFICACIÓN: Cada problema tiene una puntuación de 2,5 puntos
Problema 4: 2 x 1,25 = 2,5 puntos

Referencias:
Resuelto y comentado por sleepylavoisier, Basileia, Perchelera, vadinia, interina y Bohr1 en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=3533#p15851
Ejercicio 12.39 apartado d del del libro "1000 problemas de química general", Editorial Everest. (página 395) https://es.slideshare.net/slideshow/1000-problemas-qumica-general-everest/13492485

El acetato de amonio es una sal muy soluble y se disocia completamente en iones acetato y amonio

	NH_4Ac	$\rightarrow$	$NH_4^+ +$	Ac^-
Inic	c_0		0	0
Eq	0		c_0	c_0

El ion acetato es la base conjugada el ácido acético, un ácido no muy fuerte, y produce hidrólisis
El ion amonio es el ácido conjugado del amoniaco, una base no muy fuerte, y produce hidrólisis.
Planteamos la hidrólisis con concentraciones y con α=grado de disociación

	NH_4^+	Ac^-	$\rightleftarrows$	$NH_3 +$	HAc
Inic	c_0	c_0		0	0
Eq	$c_0(1-\alpha)$	$c_0(1-\alpha)$		$c_0\alpha$	$c_0\alpha$

La constante de hidrólisis $K_h=\frac{[NH_3][HAc]}{[NH_4^+][Ac^-]}=\frac{(c_0\alpha)^2}{(c_0(1-\alpha))^2}=\frac{\alpha^2}{(1-\alpha)^2}$

$NH_3 + H_2O \rightleftarrows NH_4^+ + OH^-$; $K_b(NH_3)=\frac{[NH_4^+][OH^-]}{[NH_3]}\Rightarrow\frac{[NH_3]}{[NH_4^+]}=\frac{[OH^-]}{K_b(NH_3)}$

$HAc + H_2O \rightleftarrows Ac^- + H_3O^+$; $K_a(HAc)=\frac{[Ac^-][H_3O^+]}{[HAc]}\Rightarrow\frac{[HAc]}{[Ac^-]}=\frac{[H_3O^+]}{K_a(HAc)}$

Sustituyendo en la expresión de la constante de hidrólisis

$$K_h=\frac{[OH^-][H_3O^+]}{K_b(NH_3)\cdot K_a(HAc)}=\frac{K_w}{K_b(NH_3)\cdot K_a(HAc)}$$

El dato del producto iónico del agua K_w no se da explícitamente, pero sí indirectamente ya que

$$K_w=K_a(NH_4^+)K_b(NH_3)=5{,}56\cdot10^{-10}\cdot1{,}8\cdot10^{-5}=1{,}0008\cdot10^{-14}$$

Numéricamente

$$\frac{1{,}0008\cdot10^{-14}}{1{,}8\cdot10^{-5}\cdot1{,}8\cdot10^{-5}}=\frac{\alpha^2}{(1-\alpha)^2}\Rightarrow3{,}0889\cdot10^{-5}=\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)^2$$

$$5{,}5578\cdot10^{-3}=\frac{\alpha}{1-\alpha}\Rightarrow\alpha=\frac{5{,}5578\cdot10^{-3}}{1+5{,}5578\cdot10^{-3}}=5{,}5271\cdot10^{-3}$$

Expresando con 3 cifras significativas como los datos del enunciado, **$\alpha=5{,}53\cdot10^{-3}=0{,}553\%$**
Si aproximamos $\alpha<<1$, $1-\alpha\approx1$, tenemos $\alpha=5{,}5578\cdot10^{-3}$, que con 3 cifras significativas es un resultado similar $\alpha=5{,}56\cdot10^{-3}=0{,}556\%$. La aproximación $\alpha<<1$ se puede considerar válida ya que α es menor del 1% de 1.

Para calcular el pH=-$\log_{10}([H_3O^+])$, despejamos $[H_3O^+]$

$$K_a(HAc)=\frac{[Ac^-][H_3O^+]}{[HAc]}\Rightarrow[H_3O^+]=K_a(HAc)\frac{[HAc]}{[Ac^-]}$$

Sutituyendo del equilibrio de hidrólisis $[H_3O^+]=K_a(HAc)\frac{c_0\alpha}{c_0(1-\alpha)}$

Sustituyendo expresiones asociadas a la constante de hidrólisis

$$[H_3O^+]=K_a(HAc)\sqrt{K_h}=K_a(HAc)\sqrt{\frac{K_w}{K_a(HAc)\cdot K_b(NH_3)}}=\sqrt{K_w\frac{K_a(HAc)}{K_b(NH_3)}}$$

Tomando logaritmo y multiplicando por signo negativo

$$-\log_{10}([H_3O^+])=\frac{-1}{2}(\log_{10}(K_w)+\log_{10}(K_a(HAc))-\log_{10}(K_b(NH_3)))$$

$$pH=\frac{1}{2}pK_w+\frac{1}{2}pK_a(HAc)-\frac{1}{2}pK_b(NH_3)$$

Numéricamente

$$pH=\frac{-1}{2}\log_{10}(1{,}0008\cdot10^{-14})-\frac{1}{2}\log_{10}(1{,}8\cdot10^{-5})+\frac{1}{2}\log_{10}(1{,}8\cdot10^{-5})$$

$$pH=6{,}9998$$

Expresando con 3 cifras significativas como los datos del enunciado, **pH=7,00**

enrique@fiquipedia.es Revisado 17 julio 2025
CC BY SA

PRUEBA DE CARÁCTER PRÁCTICO PARA INGRESO AL CUERPO DE PROFESORES DE ENSEÑANZA SECUNDARIA DE FÍSICA Y QUÍMICA. BADAJOZ, 20 DE JUNIO DE 2015

QUÍMICA

3. Una sustancia está formada por una mezcla de cloruro amónico y cloruro sódico. Se pesó una muestra de 2,50 gramos de dicha sustancia y se disolvió en 50 mL de una disolución acuosa de hidróxido sódico cuya concentración era de 24 gramos por litro de disolución. Se hirvió esta disolución hasta que se observó el desprendimiento total del amoniaco que se había formado. Sin embargo, había quedado un exceso de hidróxido sódico que se valoró con una disolución de ácido sulfúrico. En dicha valoración, al llegar al punto de equivalencia, se habían gastado 20,6 mL de esa solución de ácido sulfúrico cuya concentración era 0,388 M.

a. ¿Qué porcentaje en peso de cloruro sódico contenía la muestra tomada de esa sustancia? Dato: Masas atómicas:Cl = 35,5 ; Na = 23 ; N = 14 ; O = 16 ; H = 1 *(0,3 puntos)*

b. Este apartado no depende del anterior. ¿Qué molaridad debe tener una disolución de ácido sulfúrico para que su pH sea 1? *(0,4 puntos)*

Dato: La constante de ionización K_2 del ácido sulfúrico vale $1,26 \cdot 10^{-2}$, a 25 °C.

c. Este apartado no depende de los anteriores. ¿Cuál será el pH de una disolución que resulta de mezclar 1 litro de disolución de HCl de concentración 0,1 M con otra disolución de 1 litro que es 0,1 M en Na_2SO_4? Suponer volúmenes aditivos. Dato: La constante de ionización K_2 del ácido sulfúrico vale $1,26 \cdot 10^{-2}$, a 25 °C. *(0,3 puntos)*

a) Se trata de una valoración ácido-base, inicialmente hay una neutralización

$NH_4Cl + NaOH \rightarrow NH_3 + NaCl + H_2O$

Luego el exceso de NaOH se valora con ácido sulfúrico $2NaOH + H_2SO_4 \rightarrow Na_2SO_4 + 2H_2O$

La base es NaOH, hidróxido de sodio (no sódico según normas inorgánica IUPAC 2005)

El ácido es NH_4Cl, cloruro de amonio (no amónico según normas inorgánica IUPAC 2005) y el ácido sulfúrico $H2_SO_4$

La masa molar de $NH_4Cl = 14 + 4 + 35,5 = 53,5$ g/mol

La masa molar de NaOH = 23 + 16 + 1 = 40 g/mol

Llamamos x al nº de gramos de NH_4Cl

Planteamos la valoración:

$$n^o\ equivalentes\ ácido = n^o\ equivalentes\ base$$

$$n^o\ equivalentes\ H_2SO_4 + n^o\ equivalentes\ NH_4Cl = n^o\ equivalentes\ NaOH$$

$$0,0206\,\cancel{L} \cdot 0,388\,\frac{mol}{\cancel{L}} \cdot 2 + \frac{x\,\cancel{g}}{\frac{53,5\,\frac{\cancel{g}}{mol}}{1}} = \frac{\frac{24\,\cancel{g}}{\cancel{L}} \cdot 0,050\,\cancel{L}}{\frac{40\,\frac{\cancel{g}}{mol}}{1}}$$

$$0,016 + \frac{x}{53,5} = 0,03$$

$$x = 53,5 \cdot (0,03 - 0,016) = 0,749\,g\ NH_4Cl$$

Como enunciado indica que es una mezcla de NH_4Cl y NaCl el resto hasta 2,50 g es NaCl, que supone 2,50-0,749=1,751 g NaCl

El porcentaje en peso de NaCl es (1,751/2,50)·100=**70,04%**

b) Se trata de la disociación de un ácido diprótico, pero solamente se nos proporciona K_2, luego

asumimos que $K_1=\infty$, siendo la disociación $\alpha_1=1$
Si llamamos c0 a la concentración inicial de ácido sulfúrico
Planteamos ambas disociaciones
Teniendo en cuenta la primera disociación

	H_2SO_4 +	H_2O ⇆	HSO_4^- +	H_3O^+
Inic	c_0	exceso	0	0
Equ	0	exceso	c_0	c_0

Si incorporamos la segunda disociación

	HSO_4^- +	H_2O ⇆	SO_4^{2-} +	H_3O^+
Inic	c_0	exceso	0	c_0
Equ	$c_0(1-\alpha_2)$	exceso	$c_0\alpha_2$	$c_0+c_0\alpha_2$

$$K_2=\frac{[SO_4^{2-}][H_3O^+]}{[HSO_4^-]}=\frac{c_0\cdot\alpha_2\cdot\cancel{c_0}(1+\alpha_2)}{\cancel{c_0}(1-\alpha_2)}$$

$$1{,}26\cdot10^{-2}(1-\alpha_2)=c_0\alpha_2(1+\alpha_2)$$

Tenemos dos incógnitas, pero también otro dato en el enunciado: pH=1

$$pH=-\log([H_3O^+])\Rightarrow c_0(1+\alpha_2)=10^{-1}$$

Sustituyendo

$$1{,}26\cdot10^{-2}-1{,}26\cdot10^{-2}\alpha_2=0{,}1\cdot\alpha_2\Rightarrow\alpha_2(0{,}1+1{,}26\cdot10^{-2})=1{,}26\cdot10^{-2}$$

$$\alpha_2=\frac{1{,}26\cdot10^{-2}}{0{,}1126}=0{,}1119$$

$$c_0=\frac{0{,}1}{1{,}1119}\approx0{,}09\,M$$

c) El HCl es un ácido muy fuerte que se disocia completamente, por lo que 1 L de disolución 0,1 M aportará a la disolución 0,1 mol de H^+.
El Na_2SO_4 es una sal que asumimos que se disocia completamente, por lo que en 1 L de disolución 0,1 M aportará a la disolución 0,1 mol de SO_4^{2-}. Esta sal al disociarse produce iones SO_4^{2-} que son la base conjugada del HSO_4^-, por lo que producirá hidrólisis.
Planteamos con número de moles (luego en la constante hay que tener en cuenta el volumen total, que como se indica que es aditivo, y serán 2 L)
Planteamos no exactamente hidrólisis sino usando H_3O^+ que es lo que tenemos como dato

	SO_4^{2-} +	H_3O^+ ⇆	HSO_4^- +	H_2O
Inic	0,1	0,1	0	exceso
Equ	0,1(1-α)	0,1(1-α)	0,1α	exceso

$$K_2=\frac{[SO_4^{2-}][H_3O^+]}{[HSO_4^-]}=\frac{\frac{0{,}1\cdot(1-\alpha)}{2}\cdot\frac{\cancel{0{,}1}(1-\alpha)}{\cancel{2}}}{\frac{\cancel{0{,}1}\,\alpha}{\cancel{2}}}$$

$$2\cdot1{,}26\cdot10^{-2}\alpha=0{,}1(1-2\alpha+\alpha^2)$$

$$0{,}0252\,\alpha=0{,}1-0{,}2\,\alpha+0{,}1\,\alpha^2$$

$$0{,}1\,\alpha^2-0{,}2252\,\alpha+0{,}1=0$$

$$\alpha=\frac{0{,}2252\pm\sqrt{0{,}2252^2-4\cdot0{,}1\cdot0{,}1}}{2\cdot0{,}1}=\frac{0{,}2252\pm0{,}1035}{0{,}2}=\frac{\cancel{1{,}6435}}{0{,}6085}$$

Descartamos la solución con valor superior a 1.

$$pH=-\log([H_3O^+])=-\log\left(\frac{0{,}1(1-0{,}6085)}{2}\right)=1{,}7$$

5. Es desitja separar **quantitativament** els cations calci i estronci d'una dissolució que és 0,01 M en cadascú dels cations, mitjançant l'addició d'hidròxid sòdic a un litre de dissolució. Indique en quin interval de pH tindrà lloc aquesta separació.
Dades: Els productes de solubilitat a 25 ºC són:
Kps $Ca(OH)_2$=5,5·10^{-6} M^3
Kps $Sr(OH)_2$=1,1·10^{-10} M^3

*5. Se desea separar **cuantitativamente** los cationes calcio y estroncio de una disolución que es 0,01 M en cada uno de los cationes, mediante la adición de hidróxido sódico a un litro de disolución. Indique en qué intervalo de pH tendrá lugar esta separación.*
Datos: Los productos de solubilidad a 25ºC son:
Kps $Ca(OH)_2$=5,5·10^{-6} M^3
Kps $Sr(OH)_2$=1,1·10^{-10} M^3

Cuantitativamente resaltado en negrita en el original

https://books.google.es/books?id=WB0E6Raux3oC&pg=PA4&lpg=PA4#v=onepage&q&f=false
Problemas resueltos de química para ingeniería; Ed.Paraninfo; ISBN 978-84-9732-293-5 ; Definiciones, conceptos previos y notación, "Reacción cuantitativa: ... reacciona el 99,9% del reactivo limitante"

Resuelto por Basileia en http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=3569#p16178

Planteamos las disociaciones (sabiendo que precipita primero $Sr(OH)_2$)

$Ca(OH)_2 \leftrightarrows Ca^{2+} + 2OH^-$
0,01 x
$Sr(OH)_2 \leftrightarrows Sr^{2+} + 2OH^-$
0,01-x x

A medida que se aumenta la concentración de OH^-, lo que implica un pH básico, los equilibrios de solubilidad se desplazarán hacia la izquierda y precipitarán. Al ser el producto de solubilidad del $Sr(OH)_2$ menor, será el primero que precipita ya que permite menor cantidad de OH^-, por lo que planteamos que precipite el 99,9% de $Sr(OH)_2$ cuando comienza a precipitar el $Ca(OH)_2$
Para que no empiece a precipitar el Ca^{2+}, la concentración máxima de OH^- es

$$K_{ps}(Ca(OH)_2)=[Ca^{2+}][OH^-]^2$$

$$5{,}5\cdot10^{-6}=0{,}01\cdot x^2 \Rightarrow x=\sqrt{\frac{5{,}5\cdot10^{-6}}{0{,}01}}=0{,}02345\,M \Rightarrow pOH=1{,}63 \Rightarrow pH=12{,}37$$

Para que precipite el 99,9% de Sr^{2+}, quedando solamente el 0,1% del inicial, la concentración mínima de OH^- es

$$K_{ps}(Sr(OH)_2)=[Sr^{2+}][OH^-]^2$$

$$1{,}1\cdot10^{-10}=0{,}01\cdot0{,}001\cdot x^2 \Rightarrow x=\sqrt{\frac{1{,}1\cdot10^{-10}}{0{,}01\cdot0{,}001}}=3{,}32\cdot10^{-6} \Rightarrow pOH=2{,}48 \Rightarrow pH=11{,}52$$

Si se toma 99% se obtiene 11,02, si se toma 99,99% se obtiene 12,02
El intervalo de pH para 99,9% es 11,52 a 12,37: en ese momento habrá precipitado cuantitativamente y se podrá filtrar. Con un pH inferior a 11,52 habrá empezado a precipitar pero no cuantitativamente.

$$x=\sqrt{\frac{1{,}1\cdot10^{-10}}{0{,}01}}=0{,}0001049 \Rightarrow pOH=3{,}98 \Rightarrow pH=10{,}02$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 1 junio 2016

6. En una mostra de 0,465 grams de clorur amònic i sulfat amònic es calfen amb un excés d'una base forta, NaOH. El gas després s'arreplega sobre 50 ml de dissolució d'àcid clorhídric 0,2 M, necessitant-se 20 ml d'hidròxid sòdic 0,1 M per a neutralizar l'excés de clorhídric. Calcule el porcentatge de clorur amònic de la mostra.
Dades: Ar: N=14u H=1u Cl=35,5u Na=23u O=16u S=32u

En una muestra de 0,465 gramos de cloruro amónico y sulfato amónico se calientan con un exceso de una base fuerte, NaOH. El gas después se recoge sobre 50 mL de disolución de ácido clorhídrico 0,2 M, necesitándose 20 mL de hidróxido sódico 0,1 M para neutralizar el exceso de clorhídrico. Calcule el porcentaje de cloruro amónico de la muestra.
Datos: Ar: N = 14 u; H = 1 u; Cl = 35,5 u; Na = 23 u; O = 16 u; S = 32 u

Resuelto por sleepylavoisier en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=3585#p16212

Planteamos las reacciones
El cloruro de amonio con la base fuerte
$NH_4Cl + NaOH \rightarrow NaCl + NH_3 + H_2O$
El sulfato de amonio con la base fuerte
$(NH_4)_2SO_4 + 2NaOH \rightarrow Na_2SO_4 + 2NH_3 + 2H_2O$
El gas desprendido es amoniaco, base, que se neutraliza con el ácido
$NH_3 + HCl \rightarrow NH_4Cl$
El exceso de HCl se neutraliza con NaOH
$HCl + NaOH \rightarrow NaCl + H_2O$

Llamamos x a los gramos de NH_4Cl e y a los gramos de $(NH_4)_2SO_4$ en la muestra
Masa molar NH_4Cl = 14+4+35,5=53,5 g/mol NH_4Cl
Masa molar $(NH_4)_2SO_4$ =2(14+4)+32+4·16=132 g/mol $(NH_4)_2SO_4$
$x+y=0{,}465$
Planteamos la valoración ácido base
n.equivalentes ácido=n.equivalentes base

$$0{,}050\cdot 0{,}2=\frac{x}{53{,}5}+\frac{y}{132}\cdot 2+0{,}020\cdot 0{,}1$$

$$\frac{x}{53{,}5}+\frac{y}{66}=0{,}008$$

Tenemos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas
Despejamos y en la primera y sustituimos en la segunda

$$\frac{x}{53{,}5}+\frac{0{,}465-x}{66}=0{,}008$$

$$x\left(\frac{1}{53{,}5}-\frac{1}{66}\right)=0{,}008-\frac{0{,}465}{66}\Rightarrow x=0{,}26964\,g\,NH_4Cl$$

$$y=0{,}465-0{,}26964=0{,}19536\,g\,(NH_4)_2SO_4$$

Calculamos porcentajes y los expresamos 2 cifras significativas

$$\frac{0{,}26964}{0{,}465}=0{,}5799=58\%\,NH_4Cl$$

(42% también se puede obtener como 100%-58%)

$$\frac{0{,}19536}{0{,}465}=0{,}4201=42\%\,(NH_4)_2SO_4$$

Química

K-2.- Calcular la variación de pH que se produce cuando se añade 1 cm^3 de HCl 1 M a un litro de

a) agua pura

b) una disolución reguladora de ácido acético 0,5 M y acetato sódico 0,5 M

Datos : $K_a=1,85\cdot10^{-5}$

a) Inicialmente el agua pura tiene pH=7,0

Al añadir 0,001 L de HCl 1 M que es un ácido muy fuerte y se disocia completaente añadimos 0,001 mol de H^+

Suponiendo volúmenes aditivos

$pH=-\log_{10}([H^+])=-\log_{10}(0,001/1,001)=3,0$

La variación de pH es $\Delta pH=pH_{final}-pH_{inicial}=3,0-7,0=-4,0$

b) Si tenemos una disolución reguladora, usando Henderson-Hasselbalch el pH es

$$pH=pK_a+\log_{10}\frac{[Ac^-]}{[AcH]}=-\log_{10}(1,85\cdot10^{-5})+\log_{10}(\frac{0,5}{0,5})=4,7328+0=4,7328$$

Al añadir 0,001 L de HCl 1 M que es un ácido muy fuerte y se disocia completaente añadimos 0,001 mol de H^+, que reducen la cantidad de ion acetato y aumentan la de ácido.

Inicialmente teníamos 0,5·1=0,5 mol Ac^- y 0,5·1=0,5 mol Ac.

$$pH=-\log_{10}(1,85\cdot10^{-5})+\log_{10}(\frac{\frac{0,5-0,001}{\cancel{1,001}}}{\frac{0,5+0,001}{\cancel{1,001}}})=4,7328+\log_{10}(\frac{0,499}{0,501})=4,7328-0,0017=4,7311$$

La variación de pH es $\Delta pH=pH_{final}-pH_{inicial}=4,7311-4,7328=-0,0017$

5. Se prepara una disolución disolviendo 9'1 g de cocaína ($C_{17}H_{21}O_4N$) en 50 ml de H_2O y se obtiene un pH de 11'09. Teniendo en cuenta que el equilibrio de disociación de la cocaína puede representarse esquemáticamente según:

$$C_{17}H_{21}O_4N + H_2O \leftrightarrow C_{17}H_{22}O_4N^+ + OH^-$$

a) Calcular el pK_b de la cocaína
b) ¿Cuántos mililitros de HCl 0'4 M hay que añadir a la disolución anterior para que el pH sea 8'10?
Dato: peso molecular de la cocaína = 303 g/mol

Enunciado original usa separador decimal ' cuando debe ser en la línea de escritura.
Enunciado usa ↔ cuando para equilibrio se debe usar ⇄

Resuelto por Basileia en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4125#p17890

a) Inicialmente tenemos 9,1/303=0,03 mol cocaína, y la concentración es 0,03/0,05=0,6 M
Planteamos la disociación con concentraciones

	$C_{17}H_{21}O_4N$	+ H_2O ⇄	$C_{17}H_{22}O_4N^+$	+ OH^-
Inic	0,6	exc	0	0
Eq	0,6-x	exc	x	x

Si pH=11,09, pOH=2,91 y $[OH^-]$=x=0,00123 M

$$K_b = \frac{0{,}00123^2}{0{,}6 - 0{,}00123} = 2{,}53 \cdot 10^{-6} M \Rightarrow pK_b = 5{,}60$$

b) Si pH=8,10, pOH=5,9 y $[OH^-]$=x=$1{,}26 \cdot 10^{-6}$ M
El HCl es un ácido muy fuerte que se disocia completamente y neutraliza el mismo número de moles de cocaína ya que es monoprótico. El pH sigue siendo básico luego no se neutralizan los 0,6 mol de cocaína.
Llamamos V al volumen de ácido
En número de moles de ácido será $V \cdot 0{,}4$
El número de moles de cocaína inicial será $n_b = 0{,}03 - V \cdot 0{,}4$
El número de moles de cocaína inicial disociada será $0{,}4 \cdot V$
El nuevo volumen final será 0,050+V
Planteamos la disociación con moles, ahora hay un nuevo volumen desconocido

	$C_{17}H_{21}O_4N$	+ H_2O ⇄	$C_{17}H_{22}O_4N^+$	+ OH^-
Inic	n_b	exc	$0{,}4 \cdot V$	0
Eq	n_b-x	exc	$0{,}4 \cdot V + x$	x

Al plantear con moles

$$2{,}53 \cdot 10^{-6} = \frac{\frac{0{,}4V + 1{,}26 \cdot 10^{-6}}{\cancel{0{,}050 + V}} 1{,}26 \cdot 10^{-6}}{\left(\frac{0{,}03 - V \cdot 0{,}4 - 1{,}26 \cdot 10^{-6}}{\cancel{0{,}050 + V}}\right)} \Rightarrow 2(0{,}03 - V \cdot 0{,}4) \approx 0{,}4V$$

$$0{,}06 = V\,1{,}2 \Rightarrow V = 0{,}05\,L = 50\,mL\,HCl\,0{,}4\,M$$

5. Un ácido monoprótico, HA, de concentración 1 M, se disocia un 2% a temperatura ambiente.
a) Calcular el pH de una disolución que se obtiene mezclando 100 ml de ácido HA 0,1 M y 100 ml de hidróxido de calcio 0,05 M.
b) Calcular los moles de ácido HA que se deben añadir a 500 ml de una disolución 0,15 M de NaA para que el pH sea igual a 3, (suponed que el volumen de 500 ml no sufre variación).

Comentado por Basileia y opositora en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4125#p19665

a) Si no se disocia completamente es un ácido débil, calculamos su constante.

	HA +	H_2O ⇄	A^- +	H_3O^+
Inic	c_0	exc	0	0
Eq	$c_0(1-\alpha)$	exc	$c_0\alpha$	$c_0\alpha$

$$K_a=\frac{[A^-][H_3O^+]}{[HA]}=\frac{(1\cdot 0{,}02)^2}{1\cdot 0{,}98}=4{,}08\cdot 10^{-4}\,M\Rightarrow pK_a=3{,}39$$

En 100 mL de $Ca(OH)_2$ 0,05 M tenemos 0,005 mol de $Ca(OH)_2$ que se disocia completamente y supone 0,01 mol de OH^-, que neutraliza esa cantidad de ácido monoprótico.
En 100 mL de HA 0,1 M tenemos 0,01 mol de HA.
Se trata del punto de equivalencia, y al ser un ácido débil el pH será básico.
El volumen total pasa a ser 200 mL y la concentración de A^- es 0,01/0,2=0,05 M
Planteamos equilibrio con concentraciones

	A^- +	H_2O ⇄	HA +	OH^-
Inic	c_0	exc	0	0
Eq	c_0-x	exc	x	x

$$K_b=\frac{K_w}{K_a}=\frac{10^{-14}}{4{,}08\cdot 10^{-4}}=2{,}45\cdot 10^{-11}=\frac{x^2}{0{,}05-x}$$

Si asumimos x<<0,05

$$x=\sqrt{\frac{2{,}45\cdot 10^{-11}}{0{,}05}}=1{,}107\cdot 10^{-6}\,M\Rightarrow pOH=5{,}96\Rightarrow pH=8{,}04$$

b) El pH=3 es ácido, consideramos una disolución reguladora y usamos Henderson-Hasselbach

$$pH=pK_a+\log\frac{[sal]}{[ácido]}\Rightarrow\frac{0{,}15}{[HA]}=10^{3-3{,}39}\Rightarrow[HA]=0{,}3682\,M$$

Si el volumen son 0,5 L, n=0,5·0,3682=0,184 mol HA

Prueba B 3. Problemas de QUÍMICA
Problema 1
Una disolución acuosa es 0,02 M en amoniaco y 0,015 M en cloruro amónico. Calcule:
a) El pH de la disolución
b) La variación de pH que se produce al añadirle a 500 ml de la disolución inicial 10 ml de ácido clorhídrico 0,01 M.
c) El pH de la disolución resultante al añadir a 1 litro de la disolución inicial un litro de ácido clorhídrico 0,02 M.

DATOS: K_a del ión amonio = $5,5 \cdot 10^{-10}$

Problemas de disoluciones reguladoras/tampón/Henderson-Hasselbach
Madrid 2021-3 (similar, varían concentraciones), Valencia 2009-5, Valencia 2006-1, Valencia 2005-5, Valencia 2004-3, Cataluña 1999-1-5, Cataluña 1998-B5, Andalucía 1996-Q3, Madrid 1996-6, Andalucía 1994-3, Cataluña 1994-A4

a) Se trata de una disolución reguladora / tampón.
El amoniaco es una base, se disocia en amonio, por lo que produce una disolución básica
El cloruro amónico (cloruro de amonio según IUPAC 2005) se disocia en ion amonio y en ion cloruro: como el catión amonio es ácido "débil" (por K_a proporcionada: es ácido conjugado de amoniaco que es "fuerte") hidroliza débilmente el agua. Cl^- es base débil, procede de ácido muy fuerte, no hidroliza el agua.
$NH_4Cl \rightarrow NH_4^+ + Cl^-$
$NH_4^+ (aq) + H_2O \rightleftarrows NH_3 + H_3O^+$
Se podrían plantear los equilibrios pero utilizando expresión para disoluciones reguladoras:

$$pOH = pK_b + \log \frac{[NH_4^+]}{[NH_3]} = -\log_{10}\left(\frac{10^{-14}}{5,5 \cdot 10^{-10}}\right) + \log_{10} \frac{0,015}{0,02} = 4,74 - 0,125 = 4,615$$

pH=14-pOH=14-4,615=9,39
El pH es superior a 7, básico
b) El HCl es un ácido muy fuerte y se disocia completamente.

$$0,01 \cancel{L} \cdot \frac{0,01\, mol\, HCl}{1 \cancel{L}} = 10^{-4} mol\, HCl \Rightarrow 10^{-4} mol\, de\, iones\, hidronio.$$

$NH_3 + H_2O \rightleftarrows NH_4^+ + OH^-$
Al añadir HCl añadimos H_3O^+ y desplazamos equilibrio hacia la derecha
Calculamos las nuevas concentraciones sobre los 500 mL de la disolución inicial

$$[NH_3] = \frac{0,5 \cdot 0,02 - 10^{-4}}{0,5 + 0,01} = 0,0194\, M$$

$$[NH_4^+] = \frac{0,5 \cdot 0,015 + 10^{-4}}{0,5 + 0,01} = 0,0149\, M$$

Sigue siendo tampón

$$pOH = pK_b + \log_{10} \frac{[NH_4^+]}{[NH_3]} = 4,74 + \log_{10} \frac{0,0149}{0,0194} = 4,74 - 0,115 = 4,625$$

pH=14-pOH=14-4,625=9,38

$\Delta pH = 9,39 - 9,38 = -0,01$ Por ser tampón, en agua pura sería más.

c) Cuando se habla de disolución inicial, se trata del apartado a, no usamos lo indicado en apartado b. Si tenemos 1 L de disolución inicial, tendremos 0,02 mol de amoniaco y 0,015 mol cloruro de

amonio.
Añadimos 1 L de HCl, que es un ácido muy fuerte y se disocia completamente.

$$1\,\cancel{L}\cdot\frac{0{,}02\,mol\,HCl}{1\,\cancel{L}}=0{,}02\,mol\,HCl\Rightarrow 0{,}02\,mol\,de\,iones\,hidronio\,.$$

Al combinar ambas tenemos 2 L de disolución, y como el número de moles de ácido y de base es el mismo, 0,02 mol de ambos, el ácido neutraliza completamente la base (amoniaco) y genera cationes amonio, además de quedar la sal que estando totalmente disociada genera iones amonio, que por hidrólisis generan una disolución ácida.
Ahora tenemos 0,015+0,02=0,035 mol NH_4^+
Ya no es tampón, "consumimos toda la reserva alcalina", y planteamos el equilibrio con el ácido presente, que son los cationes amonio
Como el volumen son 2 L, la concentración inicial de amonio será c_0 =0,035/(1+1)=1,75·10^{-2} M

	NH_4^+ (aq) +	H_2O	⇄	NH_3 +	H_3O^+
Inicial	c_0	exceso		0	0
Equilibrio	$c_0(1+\alpha)$	exceso		$c_0\alpha$	$c_0\alpha$

Llamamos c_0 a la concentración inicial, 7,5·10^{-3} M , y α al tanto por uno de disociación

$$K_a=\frac{[NH_3]\cdot[H_3O^+]}{[NH_4^+]}=c_0\frac{\alpha^2}{(1-\alpha)}\Rightarrow\frac{5{,}5\cdot10^{-10}}{1{,}75\cdot10^{-2}}(1-\alpha)=\alpha^2$$

$$(como\ K_a\ es\ baja\ asumimos\ \alpha\ll1\ ,\ y\ aproximamos\ 1-\alpha\approx1)$$

$$\alpha=\sqrt{7{,}33\cdot10^{-8}}=1{,}77\cdot10^{-4}\,(aproximación\ válida\ ,\ sí\ se\ cumple\ \alpha\ll1)$$

$[H_3O^+]$=1,75·10^{-2}·1,77·10^{-4}=3,10·10^{-6} M
Tendríamos pH=-log$_{10}$($[H_3O^+]$)=-log$_{10}$(3,10·10^{-6})=5,51

QUÍMICA

2.- Una muestra formada por hidróxido de bario, carbonato de bario y carbonato sódico se analiza de la siguiente manera: 0,870 g de la misma se disuelven en 25 ml de ácido clorhídrico 1 M, completando hasta un volumen de 250 ml con agua destilada, formando así la disolución A. 25 ml de A se valoran consumiendo 13 ml de disolución de hidróxido sódico 0,1 M, empleando naranja de metilo como indicador. Por otro lado, a otros 25 ml de A se añaden 50 cc de Na_2CO_3 0,05 M, y después de calentar a 70 ºC para prevenir la formación de bicarbonatos, y dejar enfriar, consumen 15,5 ml de HCl 0,1 M en su valoración utilizando fenolftaleína. Calcular los gramos de cada componente en 0,870 g de muestra.

Asumimos que tenemos datos de masas atómicas y con un decimal:
Ba=137,3; C=12,0; O=16,0, Na=23,0; H=1,0
Aunque enunciado no lo da como dato, hay que saber que el $BaCO_3$ es una sal muy poco soluble, $K_{ps}=2,58\cdot10^{-9}$ http://chemwiki.ucdavis.edu/Reference/Reference_Tables/Equilibrium_Constants/E3._Solubility_Constants_for_Compounds_at_25%C2%B0C
Según nomenclatura IUPAC no se debe usar bicarbonato sino hidrógenocarbonato, no se debe usar carbonato sódico sino carbonato de sodio, no se debe usar hidróxido sódico sino hidróxido de sodio.

Referencias:
Comentado por Basileia, Nereida y Opositora en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=3569&p=18958#p18958
Resuelto en
http://www.didacta21.com/documentos/Cuerpos_Docentes/Profesores_de_Secundaria/Fisica_y_Quimica/D21_EJERCICIOS_PRUEBAS_FYQ.pdf
Cierta similitud con 2012-Madrid-Q1 donde hay sales con carbonatos y valoración con fenolftaleína.

Se tratan de valoraciones ácido base, planteamos e igualamos los equivalentes.
La muestra contiene $Ba(OH)_2$, $BaCO_3$ y Na_2CO_3 que al disolverse se disocian completamente en sus iones y son bases. No se dan constantes, pero el ión carbonato produce hidrólisis.
Llamamos x, y, z a los moles de $Ba(OH)_2$, $BaCO_3$ y Na_2CO_3, respectivamente, que hay en la muestra de 0,870 g.
Las masas molares son
$Ba(OH)_2 = 137,3+2\cdot(16+1) = 171,3$ g/mol
$BaCO_3 = 137,3+12+3\cdot16 = 197,3$ g/mol
$Na_2CO_3 = 2\cdot23+12+3\cdot16 = 106$ g/mol
Planteamos ecuaciones con la información dada:

-Masa total de la muestra

$171,3\cdot x+197,3\cdot y+106\cdot z=0,870$ (Primera ecuación)

-1ª Valoración (25 mL de A con 13 mL de NaOH 0,1 M)
Naranja de metilo indicador pH bajo (ácido), vira con pH en rango 4-5
Si estamos valorando añadiendo base quiere decir que en los 25 mL el ácido hizo pasar a todos los iones carbonatos a ácido y hubo un exceso de ácido que luego es neutralizado con la base.
nº equivalentes ácido = nº equivalentes base

$$n^o\,eq\,ácido = 0{,}025\,\cancel{L\,disoluc\,1\,M\,HCl}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\,HCl}}{1\,\cancel{L\,disoluc\,1\,M}}\cdot\frac{1\,eq\,ácido}{1\,\cancel{mol\,HCl}}\cdot\frac{0{,}025\,\cancel{L\,tomados}}{0{,}25\,\cancel{L\,totales}}$$

$$n^o\,eq\,base = \frac{x\,\cancel{mol\,Ba(OH)_2}}{0{,}25\,\cancel{L}}\cdot\frac{2\,eq\,base}{1\,\cancel{mol\,Ba(OH)_2}}\cdot 0{,}025\,\cancel{L} +$$

$$\frac{y\,\cancel{mol\,BaCO_3}}{0{,}25\,\cancel{L}}\cdot\frac{2\,eq\,base}{1\,\cancel{mol\,BaCO_3}}\cdot 0{,}025\,\cancel{L} +$$

$$\frac{z\,\cancel{mol\,Na_2CO_3}}{0{,}25\,\cancel{L}}\cdot\frac{2\,eq\,base}{1\,\cancel{mol\,Na_2CO_3}}\cdot 0{,}025\,\cancel{L} +$$

$$0{,}013\,\cancel{L}\cdot\frac{0{,}1\,eq\,base}{1\,\cancel{L}}$$

Operando $0{,}025\cdot 1\cdot 0{,}1=(2x+2y+2z)\cdot 0{,}1+0{,}013\cdot 0{,}1$

$2x+2y+2z=0{,}012$ (Segunda ecuación)

-2ª Valoración (25 mL de A + 0,050 L Na_2CO_3 0,05 M + 0,0155 L HCl 0,1 M)
Fenolftaleína indicador pH alto (básico), vira con pH en rango 8-9
Si estamos valorando añadiendo ácido quiere decir que tras añadir el Na_2CO_3 el ácido en los 25 mL iniciales ha sido neutralizado y tenemos carbonatos, es un pH básico asociado al indicador utilizado.
Enunciado indica que se previene la formación de hidrógenocarbonatos, así que consideramos que todos los iones están en carbonatos, aunque luego en su valoración **al usar fenolftaleína consideremos que pasan a hidrógenocarbonatos. Eso implica que en la valoración tenemos que plantear la igualdad de equivalentes en dos fases; cuando los carbonatos suponen dos equivalentes neutralizando HCl al pasar a ácido, y cuando los carbonatos suponen 1 equivalente neutralizando HCl al pasar a hidrógeno carbonato.**
Enunciado no lo indica, pero **hay que saber que el $BaCO_3$ es una sal muy poco soluble,** por lo que aunque con la 1ª valoración se ha disuelto completamente ya que hemos desplazado el equilibrio de solubilidad por neutralizar los carbonatos, en una situación en la que queden carbonatos podemos considerar que todos los iones Ba^{2+} presentes se van a combinar con carbonatos y van a precipitar, lo que reduce la cantidad de carbonatos a neutralizar en la valoración.
La cantidad de iones Ba^{2+} a considerar son los asociados a $Ba(OH)_2$, que es una sal que se disocia completamente y los asociados al $BaCO_3$ neutralizado.

Planteamos primero la cantidad de ácido de la valoración con fenolftaleína donde se pasa de carbonato a hidrógenocarbonato (los carbonatos en este caso supondrán un equivalente); el ácido de la disolución inicial lo utilizamos en los cálculos del número de carbonatos presentes que pasarán a ácido (los carbonatos en este caso supondrán dos equivalentes)
El planteamiento es

$$n^o\,eq\,ácido = \frac{1\,eq\,base\,caso\,HCO_3^-}{2\,eq\,base\,caso\,CO_3^{2-}}\left(n^o\,eq\,base\,caso\,CO_3^{2-}\,,antes\,evitar\,formación\,HCO_3^{2-}\right)$$

$$n^o\,eq\,ácido = 0{,}0155\,\cancel{L\,disoluc\,0{,}1\,M\,HCl}\cdot\frac{0{,}1\,\cancel{mol\,HCl}}{1\,\cancel{L\,disoluc\,0{,}1\,M}}\cdot\frac{1\,eq\,ácido}{1\,\cancel{mol\,HCl}}$$

$$nº\ eq\ base\ antes\ evitar\ bicarbonatos = \frac{x\ \cancel{mol\ Ba(OH)_2}}{0{,}25\ \cancel{L}} \cdot \frac{2\ eq\ base}{1\ \cancel{mol\ Ba(OH)_2}} \cdot 0{,}025\ \cancel{L} +$$
$$\frac{y\ \cancel{mol\ BaCO_3}}{0{,}25\ \cancel{L}} \cdot \frac{2\ eq\ base}{1\ \cancel{mol\ BaCO_3}} \cdot 0{,}025\ \cancel{L} +$$
$$\frac{z\ \cancel{mol\ Na_2CO_3}}{0{,}25\ \cancel{L}} \cdot \frac{2\ eq\ base}{1\ \cancel{mol\ Na_2CO_3}} \cdot 0{,}025\ \cancel{L} +$$
$$0{,}050\ \cancel{L\ disoluc}\ 0{,}05\ \cancel{M\ Na_2CO_3} \cdot \frac{0{,}05\ \cancel{mol\ Na_2CO_3}}{1\ \cancel{L\ disoluc}\ 0{,}05\ \cancel{M\ Na_2CO_3}} \cdot \frac{2\ eq\ base}{1\ \cancel{mol\ Na_2CO_3}} +$$
$$-\frac{x\ \cancel{mol\ Ba(OH)_2}}{0{,}25\ \cancel{L}} \cdot \frac{1\ \cancel{iones\ Ba^{2+}}}{1\ \cancel{mol\ Ba(OH)_2}} \cdot 0{,}025\ \cancel{L} \cdot \frac{2\ eq\ base\ eliminados}{1\ \cancel{iones\ Ba^{2+}}} +$$
$$-\frac{y\ \cancel{mol\ BaCO_3}}{0{,}25\ \cancel{L}} \cdot\cdot \frac{1\ \cancel{iones\ Ba^{2+}}}{1\ \cancel{mol\ BaCO_3}} \cdot 0{,}025\ \cancel{L} \cdot \frac{2\ eq\ base\ eliminados}{1\ \cancel{iones\ Ba^{2+}}} +$$
$$-0{,}0{,}025\ \cancel{L\ disoluc}\ 1\ \cancel{M\ HCl} \cdot \frac{1\ \cancel{mol\ HCl}}{1\ \cancel{L\ disoluc}\ 1\ \cancel{M}} \cdot \frac{1\ eq\ ácido}{1\ \cancel{mol\ HCl}} \cdot \frac{0{,}025\ \cancel{L\ tomados}}{0{,}25\ \cancel{L\ totales}}$$

Operando (2x+y+2z)·0,1+0,050·0,05·2-2x·0,1-2y·0,1)-0,025·0,1=0,2z-0,005-0,025=0,025-0,2z
Combinando operaciones
0,0155·0,1= ½(0,025-0,2z)

z=0,003 (Tercera ecuación)

Combinamos las tres ecuaciones y resolvemos
171,3·x+197,3·y+106·z=0,870
2x+2y+2z=0,012
z=0,003

x=0,0015346, y=0,0014654
Pasando a gramos

$$0{,}0015346\ \cancel{mol\ Ba(OH)_2} \cdot \frac{173{,}3\ g\ Ba(OH)_2}{1\ \cancel{mol\ Ba(OH)_2}} = 0{,}2629\ g\ Ba(OH)_2$$
$$0{,}0014654\ \cancel{mol\ BaCO_3} \cdot \frac{197{,}3\ g\ BaCO_3}{1\ \cancel{mol\ BaCO_3}} = 0{,}2891\ g\ BaCO_3$$
$$0{,}003\ \cancel{mol\ Na_2CO_3} \cdot \frac{106\ g\ Na_2CO_3}{1\ \cancel{mol\ Na_2CO_3}} = 0{,}318\ g\ Na_2CO_3$$

Validación: 0,2629+0,2891+0,318=0,87

enrique@fiquipedia.es Revisado 24 mayo 2016
CC BY

1. Problemas relacionados con el temario de ingreso

4. 5 gramos de sosa comercial se disuelven en agua y se completan hasta 100 cm^3. Se toman 20 cm^3 de esta disolución y se valoran con ácido clorhídrico normal, en presencia de anaranjado de metilo, gastándose 16 cm^3 del ácido.
Otros 50 cm^3 de la solución primitiva, tratados con cloruro de bario en exceso y filtrado, han gastado 12 cm^3 del mismo ácido empleando fenolftaleína como indicador.
Se pide el tanto por ciento de hidróxido sódico y carbonato sódico contenidos en la sosa comercial. Datos: M(Na)=23 g/mol; M(C)=12 g/mol; M(O)=16 g/mol; M(H)=1 g/mol

Similar 2012 Madrid Q1, 2006 Castilla y León Q2, 1999 Galicia Q2
Resuelto por Basileia en http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4239#p18924

Se dan datos de dos valoraciones ácido base, en la que hay que saber que el anaranjado de metilo vira con pH ácido (rango 4-5) y la fenolftaleína con pH básico (rango 8-9)
Llamamos x a los gramos de NaOH e y a los gramos de Na_2CO_3 en los 5 g de muestra.
Masa molar NaOH=23+16+1=40 g/mol NaOH
Masa molar Na_2CO_3=2·23+12+3·16=106 g/mol Na_2CO_3
La frase del enunciado "ácido clorhídrico normal" se asume que quiere decir "HCl 1 N"

-En la primera valoración con pH ácido, los carbonatos pasan a carbonato
n.equivalentes ácido=n.equivalentes base

$$0{,}016 \cdot 1 = \frac{20}{100} \cdot \frac{x}{40} + \frac{20}{100} \frac{y}{106} \cdot 2$$

-En la segunda valoración con pH básico, los carbonatos pasarían a hidrógenocarbonato, pero solamente se valoran la sosa: **aunque no se indique hay que saber que el carbonato de bario es una sal muy poco soluble**, por lo que permite retira todos los iones carbonato presentes, aunque algunos produzcan hidrólisis desplaza el equilibrio.

$$0{,}012 \cdot 1 = \frac{50}{100} \cdot \frac{x}{40} \Rightarrow x = 0{,}96\, g\, NaOH$$

Sustituyendo en la primera

$$y = \frac{106 \cdot 100}{20 \cdot 2}\left(0{,}016 \cdot 1 - \frac{20}{100} \cdot \frac{0{,}96}{40}\right) = 2{,}968\, g\, Na_2CO_3$$

Los porcentajes en masa (usamos dos cifras significativas)

$$\frac{0{,}96}{5} \cdot 100 \approx 19\,\%\, NaOH$$

$$\frac{2{,}968}{5} \cdot 100 \approx 59\,\%\, Na_2CO_3$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 24 mayo 2016
CC BY

1. Problemas relacionados con el currículo de la especialidad

3. Calcule el pH y el grado de disociación de una disolución que se ha preparado añadiendo 10 mL de HCl 0,1 M a 90 mL de una disolución 0,5 M de ácido acético (CH_3COOH). Dato K_a del ácido acético $1{,}8 \cdot 10^{-5}$.

Resultado comentado por Basileia en http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4239#p18768

El volumen total de disolución es 10+90=100 mL =0,1 L
El HCl es una base fuerte que se disocia completamente, y aporta $0{,}010 \cdot 0{,}1 = 0{,}001$ mol H^+
En 90 mL de ácido 0,5 M tenemos $0{,}090 \cdot 0{,}5 = 0{,}045$ mol ácido
Inicialmente $[H^+] = 0{,}001/0{,}1 = 0{,}01$ M
Inicialmente $[CH_3COOH] = 0{,}045/0{,}1 = 0{,}45$ M

Planteamos disociación con concentraciones

	$CH_3COOH + H_2O$	⇆	$CH_3COO^- +$	H_3O^+
Inic	0,45	exceso	0	0,01
Eq	0,45-x	exceso	x	0,01+x

$$K_a = \frac{[CH_3COO^-][H_3O^+]}{[CH_3COOH]} \Rightarrow 1{,}8 \cdot 10^{-5} = \frac{x(0{,}01+x)}{0{,}45-x} \Rightarrow 8{,}1 \cdot 10^{-6} - 1{,}8 \cdot 10^{-5} x = 0{,}01x + x^2$$

$$x^2 + 0{,}010018\,x - 8{,}1 \cdot 10^{-6} = 0$$

$$x = \frac{-0{,}010018 \pm \sqrt{0{,}010018^2 + 4 \cdot 8{,}1 \cdot 10^{-6}}}{2} = \begin{matrix} \sout{negativo} \\ 7{,}5208 \cdot 10^{-4}\,M \end{matrix}$$

$pH = -\log([H_3O^+]) = -\log(0{,}01 + 7{,}52 \cdot 10^{-4}) = 1{,}97$
$\alpha = x/c_0 = 7{,}5208 \cdot 10^{-4}/0{,}45 = 0{,}0017 = 0{,}17\ \%$

1. Se disuelven en agua 0,04 moles de ácido ciánico HCNO y 0,06 moles de cianato de sodio aforando finalmente a 1,00 litro. Calcula:
a.- el pH de esta disolución
b.- el pH resultante al diluirla 100 veces
Datos: $K_a(HCNO)=2{,}13\cdot10^{-4}$

Diluir disolución tampón en 1996-Andalucía-Q3

Resuelto por AnaCL, soniaarf, yoqwert, en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4125#p19862
Comentado por manticore, Lupitequi, fisiramix y Jal en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=6239

a) Se trata de una disolución reguladora, usamos Henderson-Hasselbach

$$pH=pK_a+\log\frac{[sal]}{[ácido]}=-\log\left(2{,}13\cdot10^{-4}\right)+\log\frac{0{,}06}{0{,}04}=3{,}85$$

b) Al diluir las concentraciones disminuyen y se aproximará más a pH=7, aunque hay tener en cuenta si es o no amortiguadora. En amortiguadoras siempre que se mantenga la proporción entre las concentraciones y sea una dilución moderada el pH del sistema no varía, lo que si varía es la eficacia amortiguadora, que a mayor concentración será mayor. En la expresión de Henderson-Hasselbach el término del logaritmo no variará de valor.
http://www.ehu.eus/biomoleculas/buffers/efica.htm
Si lo hacemos sin aproximar y teniendo en cuenta que las concentraciones se dividen por 100

	HCNO +	H_2O ⇄	CNO^- +	H_3O^+
Inic	0,0004	exc	0,0006	$10^{-5,85}$
Eq	0,0004-x	exc	0,0006+x	$10^{-5,85}$+x

$$2{,}13\cdot10^{-4}=\frac{(0{,}0006+x)\left(10^{-5{,}85}+x\right)}{0{,}0004-x}\Rightarrow x=2{,}296\cdot10^{-5}$$

$$pH=-\log\left(10^{-5{,}85}+2{,}296\cdot10^{-5}\right)=4{,}03$$

La variación es pequeña (de 3,85 a 4,03) y el valor al diluir es más próximo a 7 que es el pH neutro.
Si lo planteamos desde situación inicial el resultado no varía, es el mismo equilibrio y no depende de cómo lleguemos a él

	HCNO +	H_2O ⇄	CNO^- +	H_3O^+
Inic	0,0004	exc	0,0006	
Eq	0,0004-x	exc	0,0006+x	x

$$2{,}13\cdot10^{-4}=\frac{(0{,}0006+x)\,x}{0{,}0004-x}\Rightarrow x=9{,}394\cdot10^{-5}$$

$$pH=-\log\left(9{,}394\cdot10^{-5}\right)=4{,}03$$

1. Se tiene una disolución acuosa de NH_3 0,55 M. K_b (NH_3) =1,81.10^5
a) Determine el pH de la misma.
b) Se añade más NH_3 y además NH_4Cl a la disolución anterior hasta lograr que sea 0,169 M en NH_3 y 0,183 M en NH_4Cl. Determine el valor del pH en estas condiciones.
c) Se toman 80,0 ml de la disolución del apartado (b) y se le añaden 10,0 ml de HCl 0,100 M. Determine la variación del pH. (suponga que los volúmenes son aditivos).

Problemas de disoluciones reguladoras/tampón/Henderson-Hasselbach
Valencia 2009-5, Valencia 2006-1, Valencia 2005-5, Valencia 2004-3, Castilla y León 2002-4, Cataluña 1999-1-5, Cataluña 1998-B5, Andalucía 1996-Q3, Madrid 1996-6, Andalucía 1994-3, Cataluña 1994-A4

a) Planteamos el equilibrio con concentraciones

	NH_3 +	H_2O ⇄	NH_4^+ +	OH^-
Inic	0,55	exceso	0	0
Eq	0,55-x	exceso	x	x

$$K_b=\frac{[NH_4^+][OH^-]}{[NH_3]}\Rightarrow 1,81\cdot 10^{-5}=\frac{x^2}{0,55-x}$$ Asumimos 0,55 >> x

$$x=\sqrt{1,81\cdot 10^{-5}\cdot 0,55}=3,16\cdot 10^{-3}\,M$$ La aproximación es válida

pH=14-pOH=14-(-$\log_{10}$(3,16·10^{-3}))=11,5

b) Ahora tenemos el mismo equilibrio pero con cierta cantidad de iones amonio portados por el cloruro de amonio, y se trata de una disolución reguladora, para que que podemos usar la ecuación de Henderson-Hasselbalch para el caso de base.

$$K_b=\frac{[NH_4^+][OH^-]}{[NH_3]}\Rightarrow [OH^-]=K_b\frac{[NH_3]}{[NH_4^+]}\Rightarrow pOH=pK_b+\log_{10}\frac{[NH_4^+]}{[NH_3]}$$

$$pOH=-\log_{10}(1,81\cdot 10^{-5})+\log_{10}(\frac{0,183}{0,169})=4,74+0,0346=4,77$$

pH=14-pOH=14-4,77=9,23

c) La adición del ácido muy fuerte aporta H^+ que disminuye la cantidad de amoniaco y aumenta la de amonio

10 mL 0,1 M suponen 0,01·0,1=0,001 mol H^+

Inicialmente en 80 mL teníamos

0,08·0,169=0,01352 mol NH_3

0,08·0,183=0,01464 mol NH_4^+

El nuevo volumen son 0,08+0,01=0,09 L

$$pOH=4,74+\log_{10}(\frac{\frac{0,01464+0,001}{0,09}}{\frac{0,01352-0,001}{0,09}})=4,74+\log_{10}(\frac{0,1738}{0,1391})=4,74-0,097=4,82$$

pH=14-pOH=14-4,82=9,18

La variación de pH es $\Delta pH=pH_{final}-pH_{inicial}$=9,18-9,23=-0,05

3. 20 ml de ácido acético 0,5 N se diluyen en agua a 100 ml, y la disolución que resulta se valora con otra disolución de NaOH 0,5 N. Hallar el valor de pH:
a) Al comienzo de la valoración
b) Cuando se han adicionado 8 ml de NaOH
c) En el punto estequiométrico
d) Al añadir 30 ml de NaOH
K_a acético: $1,8 \cdot 10^{-5}$

Referencias
Resuelto y comentado por soniaarf, opositora y Basileia en
http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4125&p=18814#p18782
Siempre que haya una valoración ácido base, es obligatorio citar el problema 2015 Madrid 4 y el análisis realizado por sleepylavoisier http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4014

a) Usamos notación AcH para ácido acético = ácido etanoico CH_3-COOH

	$AcH + H_2O \leftrightarrows$	$Ac^- +$	H_3O^+
[]inic	c_0	0	0
[]eq	$c_0(1-\alpha)$	$c_0\alpha$	$c_0\alpha$

Donde c_0 es la concentración inicial y α el tanto por uno de disociación.
Como es un ácido monoprótico, normalidad y molaridad coinciden, el ácido es 0,5 M, y en 20 mL contiene $0,02 \cdot 0,5 = 0,01$ mol de ácido, que diluido a 100 mL pasa a tener $c_0 = 0,01/0,1 = 0,1$ M

$$K_a = \frac{[Ac^-][H_3O^+]}{[AcH]} = \frac{c_0 \alpha c_0 \alpha}{c_0(1-\alpha)} \Rightarrow 1,8 \cdot 10^{-5} = \frac{0,1\alpha^2}{1-\alpha}$$

Aproximamos $1 >> \alpha$ ya que $K_a < 10^{-4}$

$$\alpha = \sqrt{\frac{1,8 \cdot 10^{-5}}{0,1}} = 0,0134 = 1,34\%$$ Aproximación válida (en el límite, cerca 1%)

En el equililibrio $c_0\alpha = 0,00134$ M y $c_0(1-\alpha) = 0,99866$ M
Por lo tanto $pH = -\log_{10}([H_3O^+]) = -\log_{10}(0,00134) = 2,9$
(No hemos llegado al punto de neutralización, el pH debe ser ácido, pH<7)

b) Al ser NaOH una base fuerte se disocia completamente. De nuevo normalidad y molaridad coinciden, por lo que 8 mL de NaOH 0,5 M aportan $0,008 \cdot 0,5 = 0,004$ mol de base.
El volumen total pasa a ser de 0,108 L
La base fuerte añadida genera OH^-, que neutralizan protones y desplazan el equilibrio de disociación hacia la derecha, haciendo que se reste la misma cantidad de ácido y que se sume la misma cantidad de iones acetato. Los iones acetato, junto con los iones sodio, equivalen a una disolución reguladora / tampón.
Ahora "inicialmente" $[AcH] = (0,01-0,004)/0,108 = 0,0556$ M y $[Ac^-] = 0,004/0,108 = 0,0370$ M
Podemos plantearlo de dos maneras
* Equilibrios, desde nueva situación "inicial", misma aproximación

	$AcH + H_2O \leftrightarrow$	$Ac^- +$	H_3O^+
[]inic	0,0556	0,0370	0
[]eq	$0,0556(1-\alpha')$	$0,0370+0,0556\,\alpha'$	$0,0556\,\alpha'$

$$1,8 \cdot 10^{-5} = \frac{0,0556\,\alpha'(0,0370+0,0556\,\alpha')}{0,0556(1-\alpha')} \Rightarrow 1,8 \cdot 10^{-5} = \frac{\alpha'(0,0370+0,0556\,\alpha')}{1-\alpha'}$$

No aproximamos denominador ya que en cualquier caso queda una ecuación de 2º grado

$$0{,}0556\,\alpha'^2+0{,}037018\,\alpha'-1{,}8\cdot10^{-5}=0$$

$$\alpha'=\frac{-0{,}037018\pm\sqrt{0{,}037018^2-4\cdot0{,}0556\cdot\left(-1{,}8\cdot10^{-5}\right)}}{2\cdot0{,}0556}=\frac{-0{,}037018\pm0{,}037023}{0{,}1112}=\frac{\cancel{-0{,}66}}{4{,}5\cdot10^{-5}}$$

$[H_3O^+]= 0{,}0556\cdot4{,}5\cdot10^{-4}= 2{,}5\cdot10^{-5}$ M

$pH=-\log_{10}([H_3O^+])=4{,}6$

* Expresión directa disoluciones reguladoras

$$pH=pK_a+\log\frac{[sal]}{[ácido]}=-\log\left(1{,}8\cdot10^{-5}\right)+\log\left(\frac{0{,}0370}{0{,}0556}\right)=4{,}6$$

c) En el punto estequiométrico equivalentes ácido = equivalentes base

$$N_a\cdot V_a=N_b\cdot V_b$$

$$0{,}5\cdot0{,}02=0{,}5\cdot V\Rightarrow V=0{,}02\,L$$

Se trata de una situación similar a apartado b pero usando 20 mL en lugar de 8 mL, y que ya no es tampón. Ahora el pH lo establece el equilibrio de hidrólisis, que es relevante ya que es un ácido débil.

El volumen total pasa a ser de 0,12 L

Ahora "inicialmente" todo el ácido se ha neutralizado y solamente hay que considerar hidrólisis con $[AcH]=0$ y $[Ac^-]=0{,}01/0{,}12=0{,}083$ M. $[OH^-]=0$ ya que se han empleado en la neutralización (despreciamos la hidrólisis del agua)

	Ac^- +	H_2O ⇆	AcH +	OH^-
inic	c_0	exc	0	0
eq	$c_0(1-\alpha)$	exc	$c_0\alpha$	$c_0\alpha$

$$K_h=\frac{[AcH][OH^-]}{[Ac^-]}=\frac{k_w}{k_a}\Rightarrow\frac{10^{-14}}{1{,}8\cdot10^{-5}}=0{,}083\frac{\alpha^2}{1-\alpha}$$

Si aproximamos $1>>\alpha$

$$\alpha=\sqrt{\frac{10^{-14}}{1{,}8\cdot10^{-5}\cdot0{,}083}}=8{,}96\cdot10^{-5}$$

$[OH^-]= 0{,}083\cdot8{,}96\cdot10^{-5}= 7{,}43\cdot10^{-6}$ M

$pH=14-pOH=14-(-\log_{10}([OH^-]))=8{,}9$

Al ser el ácido acético un ácido débil, el ión acetato es una base fuerte que produce pH básico, pH>7.

d) Si se añaden 30 mL de NaOH 0,5 M, tenemos $0{,}03\cdot0{,}5=0{,}015$ mol de base, que al ser fuerte estará totalmente disociada y neutralizará los 0,01 mol de ácido, con un exceso de 0,005 mol de base.

El volumen total pasa a ser de 0,13 L, y la concentración inicial es $[Ac^-]=0{,}01/0{,}13=0{,}077$ M, $[AcH]=0$ al estar todo neutralizado y $[OH^-]=0{,}005/0{,}13=0{,}038$

	Ac^- +	H_2O ⇆	AcH +	OH^-
inic	c_0	exc	0	0,038
eq	$c_0(1-\alpha)$	exc	$c_0\alpha$	$0{,}038+c_0\alpha$

$$K_h=\frac{[AcH][OH^-]}{[Ac^-]}=\frac{k_w}{k_a}\Rightarrow\frac{10^{-14}}{1{,}8\cdot10^{-5}}=\alpha\frac{(0{,}005+0{,}077\,\alpha)}{1-\alpha}$$

Si aproximamos $1>>\alpha$

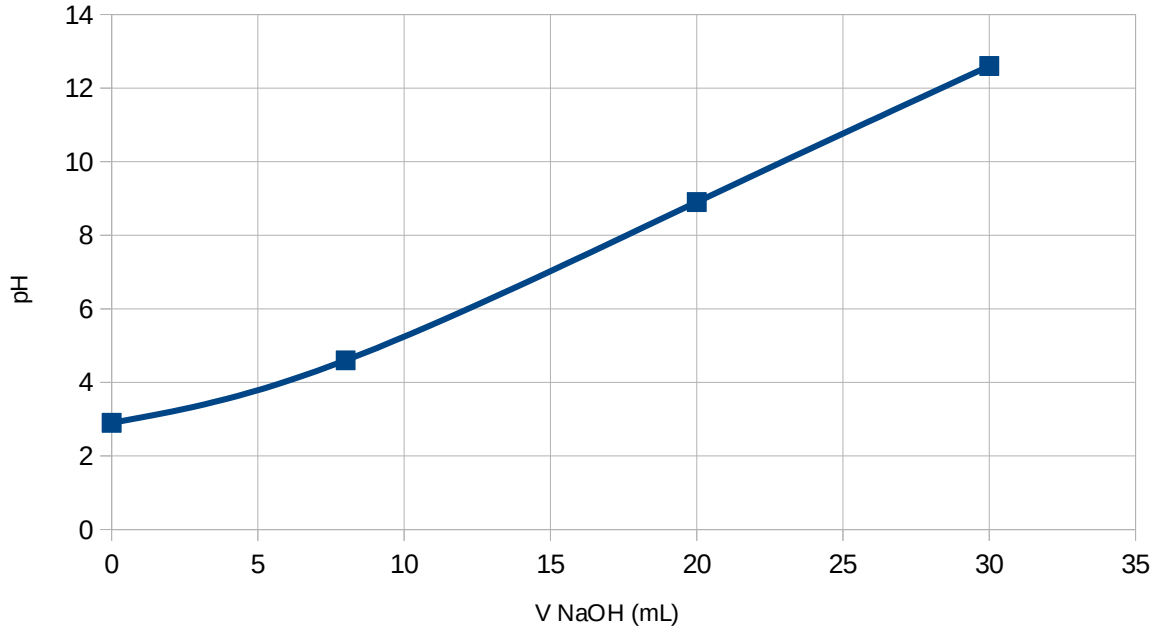
$$0{,}077\,\alpha^2+0{,}005\,\alpha-5{,}56\cdot10^{-10}=0$$

$$\alpha=\frac{-0{,}005\pm\sqrt{0{,}005^2-4\cdot0{,}077\cdot\left(-5{,}56\cdot10^{-10}\right)}}{2\cdot0{,}077}=\frac{\cancel{negativo}}{0{,}065}$$

$[OH^-]= 0{,}038+0{,}077\cdot0{,}065= 0{,}043$ M

$pH=14-\log_{10}([OH^-])=12,6$
Al haber añadido más base tras el punto estequiométrico el pH debe ser más básico, pH>7.

Se incluye una curva aproximada de valoración representando los 4 puntos obtenidos.



enrique@fiquipedia.es Revisado 24 mayo 2016
CC BY

Q1. A 50,0 g de una mezcla de ácido sulfúrico y nítrico diluidos se le añade agua hasta que el volumen total es de 1,00 L, 10 cc de este líquido se precipitaron con cloruro de bario dando 0,709 g de precipitado. Para neutralizar completamente 25 cc de la mezcla ácida se precisan 19,8 cc de hidróxido de sodio 0,980 M. Calcular el tanto por ciento en masa de sulfúrico y nítrico en la mezcla primitiva.
Masas atómicas: N=14,0; O=16,0; H=1,01; S=32,1; Ba=137; Cl=35,5

Referencias:
Resuelto por sleepylavoisier en http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4018#p18223

Damos resultados con 3 cifras significativas como datos del enunciado.

Llamamos x a la masa de H_2SO_4 e y a la masa de HNO_3 en los 50,0 g de mezcla inicial.
Aunque no se indique hay que saber que el cloruro de bario es una sal soluble y se disocia completamente, pero sulfato de bario es una sal poco soluble, y que es el precipitado que se forma, lo que nos permite averiguar la cantidad de sulfúrico.
Masa molar (H_2SO_4)=2·1,01+32,1+4·16=98,12 g/mol H_2SO_4
Masa molar (HNO_3)=1,01+14+3·16=63,01 g/mol HNO_3
Masa molar ($BaSO_4$)=137+32,1+4·16=233,1 g/mol $BaSO_4$

$$\frac{10}{1000}\frac{x}{98,12}=\frac{0,709}{233,1}\Rightarrow x=29,8443\,g\,H_2SO_4$$

Planteamos la valoración con equivalentes
n.equivalentes ácido = n.equivalentes base

$$\frac{25}{1000}\frac{x}{98,12}\cdot 2+\frac{25}{1000}\frac{y}{63,01}=0,0198\cdot 0,980$$

$$y=\frac{63,01\cdot 1000}{25}\left(0,0198\cdot 0,980-\frac{25}{1000}\frac{29,8443}{98,12}\cdot 2\right)=10,5754\,g\,HNO_3$$

Los porcentajes en masa son

$$\frac{29,8443}{50}\cdot 100=59,7\%\,H_2SO_4$$

$$\frac{10,5754}{50}\cdot 100=21,2\%\,HNO_3$$

Q2. Se desea preparar 100 mL de disolución reguladora de pH = 5. Se dispone de ácido acético 0,1 M y de los reactivos inorgánicos habituales en el laboratorio.
a) Explicar cómo prepararías la disolución reguladora, indicando las cantidades empleadas.
b) ¿Cuál es el cambio de pH al añadir una gota de NaOH 1 M a 5 mL de la disolución reguladora?
c) ¿Cuál es el cambio de pH al añadir una gota de HCl 1 M a 5 mL de la disolución reguladora?
b) ¿Cuál es el cambio de pH al añadir una gota de HCl 1 M a 5 mL de agua pura?
Datos: 1 mL = 20 gotas, C=12, O=16, H=1, Cl=35,5, Na=23
K_a (Ácido Acético)=$1,85 \cdot 10^{-5}$.

Problemas de disoluciones reguladoras/tampón/Henderson-Hasselbach
Valencia 2009-5, Valencia 2006-1, Valencia 2005-5, Valencia 2004-3, Castilla y León 2002-4, Cataluña 1999-1-5, Cataluña 1998-B5, Andalucía 1996-Q3, Madrid 1996-6, Andalucía 1994-3, Cataluña 1994-A4

a) Planteamos la ecuación de Henderson-Hasselbalch para este caso

$$pH = pK_a + \log_{10} \frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]}$$

Numéricamente $pKa=-\log_{10}(1,85 \cdot 10^{-5})=4,73$

$$5 = 4,73 + \log_{10} \frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]}$$

$$10^{0,267} = \frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]} = 1,85$$

Hay que conseguir que la concentración de acetato sea 1,85 veces mayor que la concentración de ácido. Tenemos ácido acético 0,1 M y podemos generar acetato neutralizando parcialmente con NaOH que es un reactivo habitual en el laboratorio.
Plantemos en moles, y asumimos que la adición de NaOH no varía el volumen.
Tenemos inicialmene $0,1 \cdot 0,1=0,01$ mol CH_3-COOH

CH_3-COOH + NaOH →	$NaCH_3$-COO +	H_2O
0,01	x	0	0
0,01-x	0	x	x

Buscamos cierta relación entre concentraciones

$$\frac{x/0,1}{(0,01-x)/0,1} = 1,85 \Rightarrow x = 0,0185 - 1,85x \Rightarrow x = \frac{0,0185}{2,85} = 6,49 \cdot 10^{-3} \, mol \, NaOH$$

La masa molar de NaOH es 23+16+1 = 40 g/mol NaOH
Necesitamos $6,49 \cdot 10^{-3} \cdot 40=0,260$ g NaOH
El procedimiento sería tomar 100 mL de CH_3-COOH 0,1 M y añadir 0,260 g de NaOH

Para apartados b, c y d
Los moles de ácido en la disolución reguladora serán $0,01-6,49 \cdot 10^{-3}=3,51 \cdot 10^{-3}$ mol CH_3-COOH
Las concentraciones serán $3,51 \cdot 10^{-2}$ M de ácido y $6,49 \cdot 10^{-2}$ M de acetato
En 5 mL = $5 \cdot 10^{-3}$ L de disolución tampón tenemos $3,51 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^{-3}$ mol ácido y $6,49 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^{-3}$ mol acetato
1 gota = 1/20=0,05 mL=$5 \cdot 10^{-5}$ L

b) Una gota de NaOH 1 M aporta $1 \cdot 5 \cdot 10^{-5} = 5 \cdot 10^{-5}$ mol OH^-
La adición de OH^- reduce el ácido y aumenta base conjugada
$CH_3\text{-}COOH + OH^- \rightarrow CH_3\text{-}COO^- + H_2O$

$$pH = 4,73 + \log_{10} \frac{6,49 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^{-3} + 5 \cdot 10^{-5}}{3,51 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^{-3} - 5 \cdot 10^{-5}} = 5,20$$

La variación de pH es 5,20-5,00=0,20
c) Una gota de HCl 1 M aporta $1 \cdot 5 \cdot 10^{-5} = 5 \cdot 10^{-5}$ mol H^+
La adición de H^+ reduce la base conjugada y aumenta el ácido
$CH_3\text{-}COO^- + H^+ \rightarrow CH_3\text{-}COOH$

$$pH = 4,73 + \log_{10} \frac{6,49 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^{-3} - 5 \cdot 10^{-5}}{3,51 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^{-3} + 5 \cdot 10^{-5}} = 4,82$$

La variación de pH es 4,82-5,00=-0,18
b) Una gota de HCl 1 M aporta $1 \cdot 5 \cdot 10^{-5} = 5 \cdot 10^{-5}$ mol H^+
El nuevo volumen es $5 \cdot 10^{-3} + 5 \cdot 10^{-5}$ L

$$pH = -\log_{10}\left(\frac{5 \cdot 10^{-5}}{5 \cdot 10^{-3} + 5 \cdot 10^{-5}}\right) = 2,00$$

La variación de pH es 7,00-2,00=-5,00

PARA LA INTEGRACIÓN POR PRIMERA VEZ EN LAS LISTAS DE ESPERA, se necesita el siguiente requisito:
-Obtener en la citada prueba una puntuación igual o superior a cinco
-O bien, obtener en el ejercicio 1 (1A y 1B) una puntuación igual o superior a cinco

1A.- Se tiene una disolución acuosa de un ácido monoprótico cuya concentración es de 8,00 g/litro. La masa molecular del ácido es 62,0. En esas condiciones el grado de disociación del ácido es de un 30%, según se deduce de medidas de la conductividad de la disolución. Calcular:
a) El valor de la constante de equilibrio de la ionización del ácido.
b) El grado de disociación que trendrá al añadir a 10 cm^3 de dicha disolución el volumen del ácido clorhídrico concentrado que contiene 1 gramo de este último, suponiendo despreciable tal volumen frente al de la disolución original.
c) La concentración de iones hidrógeno, en la disolución final resultante y el valor entero más aproximadado del pH de la misma.
Datos.- Masas atómicas: Cl = 35,5; H = 1,08

Usamos dato H=1,08 aunque parece ser una errata, ya que valor es 1,008

a) Planteamos el equilibrio de disociación con concentraciones y grado de disociación

	HA +	H_2O ⇄	A^- +	H_3O^+
Inicial	c_0	exceso	0	0
Equilibrio	$c_0(1-\alpha)$	exceso	$c_0\alpha$	$c_0\alpha$

$$c_0=\frac{8\,\cancel{g\ ácido}}{1\,L}\cdot\frac{1\,mol\ ácido}{62\,\cancel{g\ ácido}}=0{,}129\,M$$

$$K_a=\frac{[A^-][H_3O^+]}{[HA]}=\frac{(0{,}129\cdot 0{,}3)^2}{0{,}129\cdot(1-0{,}3)}=1{,}66\cdot 10^{-2}$$

b) La masa molar de HCl es 35,5+1,08=36,58 g/mol HCl
En 1 g de ácido tenemos 1/36,58=2,734·10^{-2} mol HCl
Planteamos el equilibrio de disociación con concentraciones y grado de disociación, sin alterar el valor de concentración inicial al indicarse que no varía el volumen.
Como HCl es un ácido muy fuerte, aporta ese número de moles a la disolución, y la concentración de H^+ en esos 10 mL es 2,734·10^{-2}/0,01=2,734 M
Lo planteamos desde la situación inicial: el equilibrio no depende de cómo se llega a él. También podríamos haber aplicado Le Châtelier desde el equilibrio anterior y razonar que se habría desplazado hacia la izquierda.

	HA +	H_2O ⇄	A^- +	H_3O^+
Inicial	c_0	exceso	0	2,734
Equilibrio	$c_0(1-\alpha')$	exceso	$c_0\alpha'$	$2{,}734+c_0\alpha'$

Reutilizando el valor de Ka obtenido antes

$$K_a=\frac{[A^-][H_3O^+]}{[HA]}\Rightarrow 1{,}66\cdot 10^{-2}=\frac{(0{,}129\cdot\alpha')\cdot(2{,}734+0{,}129\cdot\alpha')}{0{,}129\cdot(1-\alpha')}$$

Podemo estimar que α' será muy pequeña ya que se desplazará mucho hacia la izquierda, de modo que aproximamos 1-α'≈1 y $2{,}734+c_0\alpha'\approx 2{,}734$, con lo que tenemos

$$1{,}66\cdot 10^{-2}=\frac{\cancel{0{,}129}\cdot\alpha'\cdot 2{,}734}{\cancel{0{,}129}}\Rightarrow\alpha'=\frac{1{,}66\cdot 10^{-2}}{2{,}734}=6{,}07\cdot 10^{-3}=0{,}607\,\%$$

La aproximación 1-α'≈1 es válida y la aproximación $2{,}734+c_0\alpha'\approx 2{,}734$ también es válida.
c) $[H^+]=2{,}734+0{,}129\cdot 0{,}0067\approx 2{,}734$ M. $pH=-\log_{10}([H^+])\approx -0{,}437$ → pH=0 (aproximado a entero)

QUÍMICA

Q1A. Una muestra de agua contiene 0,85 mg/L de amoniaco. Al medir el pH de la muestra se obtiene el valor 10,2. Estúdiese la posible contaminación de la misma.
Dato: K_b (NH_3) = $1,8 \cdot 10^{-5}$
Masas atómicas: N=14 u ; H = 1 u

Planteamos el equilibrio de disociación del amoniaco con concentraciones

	$NH_3 + H_2O \rightleftarrows$		$NH_4^+ + OH^-$	
Inicial	c_0	exceso	0	0
Equilibrio	c_0-x	exceso	x	x

Si el pH es 10,2 entonces pOH=14-pH=3,8, y $[OH^-]=10^{-3,8}=1,58 \cdot 10^{-4}$ M, que es el valor de x tal y como hemos planetado la disociacioń.
Como tenemos el valor de Kb, podemos calcular el valor de c_0 de NH_3 que generaría ese pH

$$K_b = \frac{[NH_4^+][OH^-]}{[NH_3]} \Rightarrow 1,8 \cdot 10^{-5} = \frac{(1,58 \cdot 10^{-4})^2}{c_0 - 1,58 \cdot 10^{-4}} \Rightarrow c_0 = 1,54 \cdot 10^{-3} M$$

Sin embargo enunciado nos la la concentración inicial de NH_3 como dato
La masa molar de NH_3 es 17 g/mol NH_3, por lo que la concentración inicial es

$$\frac{0,85 \cdot 10^{-3} \cancel{g\ NH_3}}{1\ L} \cdot \frac{1\ mol\ NH_3}{17\ \cancel{g\ NH_3}} = 5 \cdot 10^{-5} M$$

Se ve que es un valor distinto del obtenido a partir de la constante y el pH.
Si planteamos el pH que se obtendría si solo hubiera NH_3

$$K_b = \frac{[NH_4^+][OH^-]}{[NH_3]} \Rightarrow 1,8 \cdot 10^{-5} = \frac{x^2}{5 \cdot 10^{-5} - x} \Rightarrow x = 2,23 \cdot 10^{-5} M$$

$$pH = 14 - pH = 14 - (-\log_{10}(2,23 \cdot 10^{-5})) = 9,35$$

El pH sería menor, no tan básico, lo que sugiere que además de NH_3 hay alguna otra base en la muestra que aumenta el pH.

QUÍMICA

Q2A. Una muestra de 0,250 g que sólo contiene cobre con un 5% de cinc, se disolvió y diluyó a 250 mL. El pH se fijó en 1,1. Se pasa una corriente de sulfuro de hidrógeno hasta que la disolución quede saturada, siendo la concentración del sulfuro de hidrógeno en la disolución 0,1 M. En estas condiciones precipita algo de cinc junto con el cobre. El precipitado obtenido, una vez limpio se calcina a 940 ºC, obteniéndose un residuo de óxidos. Se pide:

a. Masa de precipitado después de la calcinación.

b. Porcentaje de cobre deducido de esa masa al considerar que no ha precipitado cinc.

c. Error cometido por la impurificación

Datos: Kps (ZnS)= $8 \cdot 10^{-25}$

Kps (CuS) = $6 \cdot 10^{-36}$

K_1 (H_2S) = $9{,}1 \cdot 10^{-8}$

K_2 (H_2S)= $1{,}2 \cdot 10^{-15}$

Masa atómica Cu = 63,55 u

Masa atómica Zn = 65,38 u

Ver Valencia 2019-Q1

La masa atómica del oxígeno no es dato y se asume 16,00.

a) Se pide masa de precipitado y se dan productos de solubilidad: calculamos las concentraciones de los iones S^{2-} que provienen de la disociación de H_2S, que tiene dos constantes

K_1: $H_2S \rightleftarrows H^+ + HS^-$

K_2: $HS^- \rightleftarrows H^+ + S^{2-}$

Como no nos interesa la cantidad de HS^-, podemos plantear

$K_1 \cdot K_2$: $H_2S \rightleftarrows 2H^+ + S^{2-}$

Lo que nos da una relación que permite obtener la concentración de S^{2-}

$$K_1 \cdot K_2 = \frac{[H^+]^2[S^{2-}]}{[H_2S]}$$

Si el pH es 1,1, $[H^+]=10^{-1,1}=7{,}943 \cdot 10^{-2}$ M

Despejando

$$[S^{2-}] = \frac{K_1 \cdot K_2 [H_2S]}{[H^+]^2} = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-8} \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-15} \cdot 0{,}1}{(7{,}943 \cdot 10^{-2})^2} = 1{,}731 \cdot 10^{-21} M$$

Una vez conocidas la concentración de S^{2-} en equilibrio, calculamos la concentración de Zn^{2+} y Cu^{2+} (para el cobre usamos estado de oxidación +2 al indicarse como sal CuS) en el equilibrio calculamos la cantidad de precipitado de cada sal.

$$[Zn^{2+}] = \frac{K_{ps}(ZnS)}{[S^{2-}]} = \frac{8 \cdot 10^{-25}}{1{,}731 \cdot 10^{-21}} = 4{,}622 \cdot 10^{-4} M$$

$$[Cu^{2+}] = \frac{K_{ps}(CuS)}{[S^{2-}]} = \frac{6 \cdot 10^{-36}}{1{,}731 \cdot 10^{-21}} = 3{,}466 \cdot 10^{-15} M$$

Calculamos las cantidades que precipitan comparando con las cantidades iniciales

La muestra tiene $0{,}250 \cdot 0{,}05 = 0{,}0125$ g Zn y resto $0{,}250 \cdot 0{,}95 = 0{,}2375$ g Cu

Los moles iniciales son

$n(Zn^{2+}) = 0{,}0125/65{,}38 = 1{,}912 \cdot 10^{-4}$ mol Zn^{2+}

$n(Cu^{2+}) = 0{,}2375/63{,}55) = 3{,}737 \cdot 10^{-3}$ mol Cu^{2+}

Las cantidades que precipitan

Zn: $1,912 \cdot 10^{-4} - 4,622 \cdot 10^{-4} \cdot 0,25 = 7,565 \cdot 10^{-5}$ mol Zn
Cu: $3,737 \cdot 10^{-3} - 3,466 \cdot 10^{-15} \cdot 0,25 \approx 3,737 \cdot 10^{-3}$ mol Cu (prácticamente todo)
Con la calcinación los sulfuros pasan a óxidos
La masa molar de ZnO es 65,38 +16 = 81,38 g/mol ZnO
La masa molar de CuO es 63,55 +16 = 79,55 g/mol CuO
Masa de ZnO = $7,565 \cdot 10^{-5} \cdot 81,38 = 6,156 \cdot 10^{-3}$ g ZnO
Masa de CuO = $3,737 \cdot 10^{-3} \cdot 79,55 = 0,2973$ g CuO
Masa total $6,156 \cdot 10^{-3} + 0,2973 =$ **0,3035 g**
b) Si la masa total 0,30346 g está asociada a CuO
n(CuO)=0,3035/79,55=$3,815 \cdot 10^{-3}$ mol CuO
m(Cu)=$3,815 \cdot 10^{-3} \cdot 63,55 = 0,2424$ g Cu
Porcentaje de Cu respecto de muestra es 0,2424/0,250=0,9696=**96,96%**
c) Masa de Cu real $3,737 \cdot 10^{-3} \cdot 63,55 = 0,2375$ g Cu
Porcentaje de Cu real respecto de muestra es 0,2375/0,250=95,00%
Error absoluto: 96,96-95,00=1,96
Error relativo: 1,96/95,00=2,063%

PROCESOS SELECTIVOS CUERPO PROFESORES DE SECUNDARIA AÑO 2000
PROBLEMAS DE QUÍMICA (5 PUNTOS)

En un recipiente de 48,2 l a 80 ºC de temperatura y 1 atm de presión, el amoniaco gaseoso reacciona parcialmente con el ácido clorhídrico, también en forma gaseosa. Calcula:
a) (0,75 puntos).- El valor de Kp y Kc a esa temperatura.
b) (0,75 puntos).- Si partimos de 1 mol de cada uno de los reactivos ¿cuál será el grado de disociación? ¿Cómo se modifica éste si añadimos un gas inerte manteniendo el volumen constante?
c) (1,5 puntos).- Si el precipitado obtenido en b) lo disolvemos en 100 ml de agua ¿cuál será el pH de la disolución obtenida?
d) (2 puntos).- Si tuviera que determinar, en el laboratorio, el pH valorando la disolución anterior con NaOH, disponiendo del material necesario para una valoración electrolítica y experiencias de hidrólisis, pero no de indicadores A-B. ¿Cómo montaría la práctica y determinaría la concentración de ácido?

Referencias:
Comentado por opositora y Basileia en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=3533&p=18826#p18807

Enunciado original no indica datos que hay que usar y que hay que asumir que se pretendía que se recordasen:
R=0,082 atm·L/K·mol
pKb(NH_3)=4,75 http://www.chembuddy.com/?left=BATE&right=dissociation_constants

a) Planteamos y ajustamos la reacción como equilibrio, usando moles

	NH_3 (g) +	HCl (g) ⇆	NH_4Cl (s)
Inic	n_0	n_0	0
Eq	$n_0(1-\alpha)$	$n_0(1-\alpha)$	$n_0\alpha$

El número de moles totales gaseoso es $n_T=2n_0(1-\alpha)$

$$K_p=\frac{1}{P_{NH_3}\cdot P_{HCl}}=\frac{1}{P_T\chi_{NH_3}\cdot P_T\chi_{HCl}}=\frac{2^2\cancel{n_0^2(1-\alpha)^2}}{P_T^2\cancel{n_0^2(1-\alpha)^2}}\Rightarrow K_p=4\,atm^{-2}$$

$$K_p=K_c(RT)^{\Delta n}\Rightarrow K_c=\frac{4}{(0{,}082\cdot(273+80))^{-2}}=3351\,M^{-2}$$

b) Utilizando la ecuación de los gases ideales y despreciando el volumen ocupado por el sólido, obtenemos $n=\frac{PV}{RT}=\frac{1\cdot 48{,}2}{0{,}082\cdot(273+80)}=1{,}665\,mol\,gas$

$1{,}667=2\cdot1\cdot(1-\alpha)\rightarrow\ \alpha=0{,}1665=16{,}65\%$

Al añadir un gas inerte a volumen constante no se altera el equilibrio, ya que las concentraciones se mantienen iguales y las presiones parciales también.

c) Al disolver el cloruro de amonio se disocia en sus iones y el ion amonio produce hidrólisis, que al ser el ácido conjugado de una base producirá pH ácido, Ph<7

Planteamos la hidrólisis despreciando la hidrólisis del agua, pKh=pKw-pKb=14-4,75=9,25

	NH_4^+ +	H_2O ⇆	NH_3 +	H_3O^+
Inic	c_0	exc	0	0
Eq	$c_0(1-\alpha)$	exc	$c_0\alpha$	$c_0\alpha$

c_0=0,1665/0,1=1,665 M

$$K_h=\frac{[NH_3][H_3O^+]}{[NH_4^+]}=\frac{c_0^2\alpha^2}{c_0(1-\alpha)}\Rightarrow 10^{-9,25}=1,665\cdot\frac{\alpha^2}{(1-\alpha)}$$

Si asumimos 1 >> α

$$\alpha=\sqrt{\frac{10^{-9,25}}{1,665}}=1,84\cdot 10^{-5}$$ La aproximación es válida

pH=-$\log_{10}$(1,665·1,84·10^{-5})=4,5

d) Si no se dispone de indicadores pero sí de "material necesario para una valoración electrolítica y experiencias de hidrólisis", se puede plantear realizar medidas eléctricas, bien directamente de conductividad e interpretarlas o con un pH-metro.
Algunas referencias:

Prácticas de Química para Educación Secundaria

J.A. Garde Mateo; F.J. Uriz Baztán

Gobierno de Navarra. Departamento de Educación y Cultura

Depósito Legal: NA-1314-1997 I.S.B.N.: 84-235-1605-9

Capítulo 2. Medida del Ph

http://dpto.educacion.navarra.es/publicaciones/pdf/qui_dg.pdf

Universidad Pablo Olavide, Sevilla
Dpto. Sistemas Físicos. Químicos y Naturales – Área de Química Física
Práctica 3 DETERMINACIÓN DE LA CONSTANTE DE EQUILIBRIO DEL ÁCIDO ACÉTICO MEDIANTE MEDIDAS DE CONDUCTIVIDAD
https://www.upo.es/depa/webdex/quimfis/miembros/Web_Sofia/GRUPOS/P3.pdf

4. Se dispone de tres disoluciones acuosas, una contiene sulfato de amonio, otra nitrato de potasio y la tercera hipobromito de sodio. Si los frascos que las contienen están sin etiquetar, justifique cómo podría distinguirlos con ayuda del papel indicador ácido-base.
Datos: Ka (ácido hipobromoso) = $2,5 \cdot 10^{-9}$
Kb (amoníaco) = $1,8 \cdot 10^{-5}$

El sulfato de amonio $(NH_4)_2SO_4$ se disocia en disolución en sus iones. El ion sulfato es la base conjugada de un ácido muy fuerte y no produce hidrólisis, pero el ion amonio es al ácido conjugado del amoniaco y produce hidrólisis, por lo que el pH será ácido (pH<7)

El nitrato de potasio KNO_3 se disocia en disolución en sus iones. El ion nitrato es la base conjugada de un ácido muy fuerte y no produce hidrólisis, y el ion potasio es al ácido conjugado del hidróxido de potasio y no produce hidrólisis, por lo que el pH será neutro (pH=7)

El hipobromito de sodio NaBrO se disocia en disolución en sus iones. El ion hipobromito es la base conjugada de un ácido no muy fuerte y produce hidrólisis, y el ion sodio es al ácido conjugado del hidróxido de sodio y no produce hidrólisis, por lo que el pH será básico (pH>7)

Si usamos los colores en un indicador universal de pH, tendremos distintos colores según el pH y podremos distinguir las tres disoluciones.

https://www.acs.org/content/dam/acsorg/msc/downloads-es/chapter-6/lesson-8/ph-color-chart-es.pdf

enrique@fiquipedia.es Revisado 24 mayo 2016
CC BY

A3. Contesteu de manera breu, però raonadament, les cinc qüestions següents:
d) Es dispossa de dues dissolucions, ambdues acuoses, de concentració 1 M La dissolució A és d'amoniac, i la dissolució B és d'hidròxid de sodi. Quina tindrà el pH més elevat? Si se neutralitzen amb àcid clorhídric 1 M, quina gastarà més àcid en la neutralització? Quin pH (àcid, bàsic o neutre) tindran les dissolucions resultants d'A i B un cop acabada la neutralització?

A3. Conteste de manera breve, pero razonadamente, las cinco cuestiones siguientes:
d) Se dispone de dos disoluciones, ambas acuosas, de concentración 1 M. La disolución A es de amoniaco, y la disolución B es de hidróxido de sodio. ¿Cuál tendrá el pH más elevado? Si se neutralizan con ácido clorhídrico 1 M, cuál gastará más ácido en la neutralización? Qué pH (ácido, básico o neutro) tendrán las disoluciones resultantes de A y B una vez terminada la neutralización?

El amoniaco es una base débil y no se disocia completamente, mientras que el hidróxido de sodio es una base fuerte. Con la misma concentración, el pH de la disolución B de hidróxido será más básico y por lo tanto con pH más elevado.
En la neutralización se gastará la misma cantidad de ácido en ambos casos, hay el mismo número de equivalentes de base a neutralizar.
Tras neutralizar A (NH_3, base débil) con HCl (ácido fuerte), se formará cloruro de amonio que disociado en agua libera amonio, ácido conjugado del amoniaco, producirá hidrólisis y el pH será ácido.
Tras neutralizar B (NaOH, base fuerte) con HCl (ácido fuerte), se formará una sal (NaCl) que disociada en agua no producirá hidrólisis, y el pH será neutro.

enrique@fiquipedia.es Revisado 29 mayo 2016
CC BY

Model 1

5. Calculeu, a 25 ºC, la variació de pH que experimenta 1,0 dm^3 d'una solució amortidora que conté 0,50 mol dm^{-3} de CH_3COOH i 0,50 mol dm-3 de CH_3COONa, en afegir-hi 0,010 mol de HNO_3. (Per a l'àcid acètic, $K_a=1,80\cdot10^{-5}$)

Modelo 1

5. Calcular, a 25 ºC, la variación de pH que experimenta 1,0 dm^3 de una solución amortiguadora que contiene 0,50 mol dm^{-3} de CH_3COOH y 0,50 mol dm^{-3} de CH_3COONa, al añadir 0,010 mol de HNO_3. (Para el ácido acético, $K_a=1,80\cdot10^{-5}$)

Al tratarse de una disolución amortiguadora, utilizamos la ecuación de Henderson-Hasselbach.

$$pH = pKa + \log\left(\frac{[sal]}{[ácido]}\right)$$

Como tenemos 1 L de disolución, numéricamente coinciden moles y concentraciones.

Inicialmente $pH = -\log\left(1,8\cdot10^{-5}\right) + \log\left(\frac{0,50}{0,50}\right) = 4,74$

Al añadir el ácido: el ácido nítrico es un ácido fuerte que se disocia completamente y neutraliza 0,01 mol de sal.

$$pH = -\log\left(1,8\cdot10^{-5}\right) + \log\left(\frac{0,50-0,01}{0,50+0,01}\right) = 4,73$$

La variación de pH es 0,01

Model 2

5. La fórmula de l'alum potàssic és $KAl(SO_4)_2 \cdot 12H_2O$ el qual, per ser un electròlit fort, està completament dissociat en K^+, Al^{3+} i SO_4^{2-}. Les seves dissolucions són àcides a causa de la hidròlisi de l'ió Al^{3+} però no tant com s'hauria d'esperar, atès que l'ió sulfat reacciona amb una part de l'ió hidrogen format per donar HSO_4^-. Si es dissolen 11,4 g d'alum potàssic en aigua fins a formar 0,100 L de dissolució, quina serà la concentració de l'ió hidrogen:

a) Considerant només la hidròlisi de l'ió Al^{3+} ($K_{hid}=1,40 \cdot 10^{-5}$)

b) Tenint en compte, a més a més, l'equilibri $HSO_4^- = H^+ + SO_4^{2-}$ en el que $K_a=1,26 \cdot 10^{-2}$

(Masses atòmiques relatives: S=32,07; O=16,00; Al=26,98; K=39,10; H=1,01)

Modelo 2

5. La fórmula del alumbre potásico es $KAl(SO_4)_2 \cdot 12H_2O$ el cual, por ser un electrolito fuerte, está completamente disociado en K^+, Al^{3+} y SO_4^{2-}. Sus disoluciones son ácidas debido a la hidrólisis del ion Al^{3+} pero no tanto como cabría esperar, dado que el ion sulfato reacciona con una parte del ion hidrógeno formado para dar HSO_4^-. Si se disuelven 11,4 g de alumbre potásico en agua hasta formar 0,100 L de disolución, cuál será la concentración del ion hidrógeno:

a) Considerando sólo la hidrólisis del ion Al^{3+} ($K_{hid} = 1,40 \cdot 10^{-5}$)

b) Teniendo en cuenta, además, el equilibrio $HSO_4^- \leftrightarrows H^+ + SO_4^{2-}$ en el que $K_a=1,26 \cdot 10^{-2}$

(Masas atómicas relativas: S = 32,07; O = 16,00; A = 26,98; K = 39,10; H = 1,01)

a) La masa molar de $KAl(SO_4)_2 \cdot 12H_2O$ es $39,10+26,98+2 \cdot (32,07+4 \cdot 16)+12 \cdot (2+16)=474,22$ g/mol

De esa parte $12 \cdot (2+16)=216$ g/mol son de H_2O

En 11,4 g hay $11,4/474,22=0,024$ mol de $KAl(SO_4)_2 \cdot 12H_2O$, que al disolverse supone $0,024 \cdot 12 \cdot 18 = 5,184$ g H_2O, que supone un aumento de 5,184 cm^3 de volumen de disolución.

La concentración inicial de Al^{3+} es $0,024/0,105184=0,228$ M

Planteamos la hidrólisis con concentraciones

	Al^{3+} +	$3H_2O \rightarrow$	$Al(OH)_3$ +	$3H^+$
Inic	0,228	exc	0	0
Eq	0,228-x	exc	x	3x

$$K_{hid}=\frac{[Al(OH)_3][H^+]^3}{[Al^{3+}]} \Rightarrow 1,4 \cdot 10^{-5}=\frac{27x^4}{0,228-x}$$

Aproximamos $x<<0,228 \rightarrow x=0,0185$, aproximación no muy válida 0,0185/0,228=8% , pero sería una ecuación de 4º grado (valor real con http://www.wolframalpha.com/input/?i=1.4e-5%3D27x^4%2F%280.228-x%29 es 0,01816)

$pH=-\log([H^+])=-\log(3x)=1,26$ (ácido)

b) Planteamos el equilibrio adicional, "hidrólisis del ión sulfato". El número de moles y la concentración inicial de iones sulfato es el doble que la de iones aluminio, 0,456.

	Al^{3+} +	$3H_2O \rightarrow$	$Al(OH)_3$ +	$3H^+$
Inic	0,228	exc	0	0
Eq	0,228-x	exc	x	3x-y

	$HSO_4^- \leftrightarrows$	H^+ +	SO_4^{2-}
Inic	0	0	0,456
Eq	y	3x-y	0,456-y

$$K_{hid}=\frac{[Al(OH)_3][H^+]^3}{[Al^{3+}]} \Rightarrow 1,4 \cdot 10^{-5}=\frac{x(3x-y)^3}{0,228-x}$$

$$K_a=\frac{[SO_4^{2-}][H^+]}{[HSO_4^-]}\Rightarrow 1{,}26\cdot 10^{-2}=\frac{(3x-y)(0{,}456-y)}{y}$$

Como la constante del ácido es varios órdenes de magnitud **menor** a la de hidrólisis del aluminio (el valor de la constante es mayor, pero implica un desplazamiento menor del equilibrio en el caso del ácido que en la hidrólisis), asumimos que no desplaza el equilibrio del aluminio y se tiene la misma cantidad que antes, x≈0,0185, 3x=0,0555

Sustituyendo en la segunda

$$1{,}26\cdot 10^{-2}\,y=0{,}0555\cdot 0{,}456-(0{,}0555+0{,}456)\,y+y^2\Rightarrow y^2-0{,}5241\,y+0{,}025308=0$$

$$y=\frac{0{,}5241\pm\sqrt{0{,}5241^2-4\cdot 0{,}025308}}{2}=\begin{matrix}\cancel{0{,}47}\,M\\ 0{,}0538\,M\end{matrix}$$

pH=-log([H^+])=-log(3x-y)=-log(0,0555-0,0538)=2,77

Menos ácido, los iones sulfato han retirado H^+

enrique@fiquipedia.es Revisado 3 junio 2025

EJERCICIO PRÁCTICO. SEGUNDA PARTE: QUÍMICA

Q3B.- A una solución, que es 10^{-3} M en ion amonio y 10^{-3} M en amoniaco, se el añade una gota de rojo neutro quedando la solución amarilla (zona de viraje 6,8-8 de rojo a amarillo), se le añade a continuación nitrato de plata hasta 0,4 M y la solución vira a rojo.
Calcular la variación de pH debida a la introducción de iones Ag^+ si consideramos que se forma el complejo 1:1.
Datos: PK_a (NH_4^+)=9,2; PK_d ($AgNH_3^+$)=3,2

Problemas de disoluciones reguladoras Madrid 2021-3, Valencia 2009-5, Valencia 2006-1, Valencia 2005-5, Valencia 2004-3, Castilla y León 2002-4, Cataluña 1999-1-5, Cataluña 1998-B5, Andalucía 1996-Q3, Madrid 1996-6, Andalucía 1994-3, Cataluña 1994-A4

Se trata de una disolución reguladora (los iones amonio estarán asociados a una sal de amonio), por lo que utilizando la expresión de Henderson-Hasselbach

$$pOH = pK_b + \log\left(\frac{[sal]}{[base]}\right) = (14-9{,}2) + \log\left(\frac{10^{-3}}{10^{-3}}\right) = 4{,}8 \Rightarrow pH = 9{,}2$$ El pH > 8 → amarillo.

Al añadir el nitrato de plata 0,4 M se disocia completamente, y los iones plata se combinan con el amoniaco formando el complejo, que tiene como constante la inversa de la constante de disociación. La plata está en exceso (0,4 M de Ag^+ frente a 10^{-3} M de NH_3) y retira prácticamente todo el amoniaco; la disolución deja de ser reguladora

	Ag^+ +	NH_3 ⇄	$AgNH_3^+$	$K_f=1/K_d=10^{3,2}$
Inic	0,4	10^{-3}	0	
Eq	0,4-x	10^{-3}-x	x	

Sin considerar el equilibrio del amonio

$$K_f = 10^{3,2} = \frac{x}{(0{,}4-x)(10^{-3}-x)}$$

Si asumimos x<<0,4

$$0{,}4 \cdot 10^{3,2}(10^{-3}-x) = x \Rightarrow x = \frac{0{,}4 \cdot 10^{0,2}}{0{,}4 \cdot 10^{3,2}+1} = 0{,}0009984 \approx 10^{-3}\,M$$ La aproximación es válida

Luego $[AgNH_3^+] \approx 10^{-3}$ M, $[Ag^+] \approx 0{,}399$ M y $[NH_3] = 10^{-3} - 9{,}984 \cdot 10^{-4} \approx 1{,}6 \cdot 10^{-7}$ M

Considerando el equilibrio de hidrólisis del amonio, es un ácido muy débil y en situación normal generará poco amoniaco, y ese amoniaco generado tiene que cumplir el equilibrio del complejo, ya que hay Ag^+ en exceso; ambos equilibrios tienden a que haya poco amoniaco.

	NH_4^+ +	H_2O ⇄	NH_3 +	H_3O^+	$K_a=10^{-9,2}$
Inic	10^{-3}	exc	$1{,}6 \cdot 10^{-7}$	0	

Como la constante es tan baja, se desplazará hacia la izquierda: lo planteamos con OH^-

	NH_3 +	H_2O ⇄	NH_4^+ +	OH^-	$K_b=K_w/K_a=10^{-4,8}$
Inic	$1{,}6 \cdot 10^{-7}$	exc	10^{-3}	0	
Eq	$1{,}6 \cdot 10^{-7}$-x	exc	10^{-3}+x	x	

$$K_b = \frac{[NH_4^+][OH^-]}{[NH_3]} \Rightarrow 10^{-4,8} = \frac{(10^{-3}+x)x}{1{,}6 \cdot 10^{-7}-x}$$ Si asumimos x<<$1{,}6 \cdot 10^{-7}$

$$x = \frac{10^{-4,8} 1{,}6 \cdot 10^{-7}}{10^{-3}} = 2{,}536 \cdot 10^{-9}\,M$$ La aproximación es válida

$$pOH = -\log_{10}([OH^-]) = 8{,}6 \Rightarrow pH = 5{,}4$$

La variación de pH (final menos inicial) es 5,4-9,2=-3,8

enrique@fiquipedia.es Revisado 31 mayo 2018
CC BY SA

(Enunciado oficioso, no se tiene el original)
X1. Una disolución contiene hidróxido de sodio y carbonato de sodio. Para la neutralización de 25 cm^3 de esta disolución se necesitan 25,13 cm^3 de HCl 0,0972 N si se utiliza como indicador fenolftaleína y 35,10 cm^3 del mismo ácido si se utiliza anaranjado de metilo. Calcular los gramos de hidróxido de sodio y de carbonato de sodio por litro de disolución.

Similar a 2012 Madrid Q1, 2006-Castilla y León Q2, 1999 Galicia Q2
Comentado por Basileia en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4018#p17732

Al disolver el hidróxido de sodio que es una base fuerte se disocia completamente, y el carbonato de sodio que es muy soluble también, y como el ión carbonato es la base conjugada de un ácido, produce hidrólisis, tanto a hidrógenocarbonato como a carbonato.
Planteamos las valoraciones
En cambos casos se valora la neutralización del hidróxido de sodio, o no virarían los indicadores
$NaOH + HCl \rightarrow H_2O + NaCl$
-Con fenolftaleína el pH es básico, se valora el paso de los carbonatos a hidrógenocarbonatos
$Na_2CO_3 + HCl \rightarrow NaHCO_3 + NaCl$
-Con anaranjado de metilo el pH es ácido, se valora el paso de carbonatos a ácido carbónico
$NaHCO_3 + HCl \rightarrow H_2CO_3 + NaCl$
$Na_2CO_3 + 2HCl \rightarrow H_2CO_3 + 2NaCl$

Analizamos cada valoración por separado:
Llamamos x a los gramos de NaOH e y a los gramos de Na_2CO_3 en 1 L de disolución
Masa molar (Na_2CO_3)=2·23+12+16·3=106 g/mol
Masa molar (NaOH)=23+16+1=40 g/mol
>Se usan factores de conversión por claridad, aunque a veces se usa n.º eq = (m/M)/valencia, intento evitar usar el término "valencia".
-Primera valoración: el viraje se produce cuando los carbonatos pasan a hidrógenocarbonato.
nº equivalentes ácido (HCl) = nº equivalentes base (Na_2CO_3)+nº equivalentes (NaOH)
Se usa 1 equivalente por mol para Na_2CO_3 porque carbonato pasa a hidrógenocarbonato
Definimos x= g NaOH en la muestra, y= g Na_2CO_3 en la muestra

$$0{,}02513\,\cancel{L}\cdot\frac{0{,}0972\,eq.ácido}{1\,\cancel{L}}=\frac{x\,\cancel{g\,NaOH}}{1\,\cancel{L}}\frac{1\,\cancel{mol\,NaOH}}{40\,\cancel{g\,NaOH}}\frac{1\,eq.base}{1\,\cancel{mol\,NaOH}}\cdot 0{,}025\,\cancel{L}+$$
$$\frac{y\,\cancel{g\,Na_2CO_3}}{1\,\cancel{L}}\frac{1\,\cancel{mol\,Na_2CO_3}}{106\,\cancel{g\,Na_2CO_3}}\frac{1\,eq.base}{1\,\cancel{mol\,Na_2CO_3}}\cdot 0{,}025\,\cancel{L}$$
$$0{,}09770544=\frac{x}{40}+\frac{y}{106}$$

-Segunda valoración: el viraje se produce cuando los carbonatos pasan a hidrógenocarbonato.
nº equivalentes ácido (HCl) = nº equivalentes base (Na_2CO_3)+nº equivalentes (NaOH)
Se usan 2 equivalentes por mol para Na_2CO_3 porque carbonato pasa a ácido carbónico

$$0{,}03510\,\cancel{L}\cdot\frac{0{,}0972\,\cancel{mol\,HCl}}{1\,\cancel{L}}\cdot\frac{1\,eq.ácido}{1\,\cancel{mol\,HCl}}=\frac{x\,\cancel{g\,NaOH}}{1\,\cancel{L}}\frac{1\,\cancel{mol\,NaOH}}{40\,\cancel{g\,NaOH}}\frac{1\,eq.base}{1\,\cancel{mol\,NaOH}}\cdot 0{,}025\,\cancel{L}+$$
$$\frac{y\,\cancel{g\,Na_2CO_3}}{1\,\cancel{L}}\frac{1\,\cancel{mol\,Na_2CO_3}}{106\,\cancel{g\,Na_2CO_3}}\frac{2\,eq.base}{1\,\cancel{mol\,Na_2CO_3}}\cdot 0{,}025\,\cancel{L}$$
$$0{,}1364688=\frac{x}{40}+y\frac{2}{106}$$

Resolvemos el sistema de ecuaciones

Restando 2ª menos 1ª $0{,}1364688 - 0{,}09770544 = \frac{y}{106} \Rightarrow y = 4{,}11 \frac{g\, Na_2CO_3}{L\, disolución}$

Restando 2ª menos 2·1ª $0{,}1364688 - 2 \cdot 0{,}09770544 = \frac{-x}{40} \Rightarrow x = 2{,}36 \frac{g\, NaOH}{L\, disolución}$

El resultado lo damos como x e y según hemos definido

Para g NaOH no hay duda, para g Na_2CO_3 puede surgir la duda: si hemos usado y en los carbonatos valorados con fenolftaleina que han pasado a hidrógenocarbonato, ¿para dar gramos de carbonatos totales presentes en la muestra serían "2y"?. El resultado es y=4,11g Na_2CO_3 (enunciado oficioso pide "gramos de carbonato de sodio"), y lo asociado a la segunda valoración son 2y/106 en moles, para los mismos gramos.

enrique@fiquipedia.es Revisado 28 mayo 2025
CC BY SA

PROBLEMA B5. Tenim 0,120 cm^3 d'una dissolució tampó que és 0,150 M en $NaHSO_4$ i 0,150 M en Na_2SO4. Calculeu la variació de pH que es produirá en afegir-hi 10.0 mL de NaOH 0,100 M. Suposeu que els volums son aditius.

Tenemos 0,120 cm^3 de una disolución tampón que es 0,150 M en $NaHSO_4$ y 0,150 M en Na_2SO_4. Calcula la variación de pH que se producirá al añadir 10.0 mL de NaOH 0,100 M. Suponga que los volúmenes son aditivos.

Problemas de disoluciones reguladoras Madrid 2021-3, Valencia 2009-5, Valencia 2006-1, Valencia 2005-5, Valencia 2004-3, Castilla y León 2002-4, Cataluña 1999-1-5, Andalucía 1996-Q3, Madrid 1996-6, Andalucía 1994-3, Cataluña 1994-A4

Al tratarse de una disolución tampón planteamos la ecuación de Henderson-Hasselbach

$$pH = pK_a + \log_{10}\left(\frac{[base\ conjugada]}{[ácido\ débil]}\right)$$

El ácido sulfúrico se considera habitualmente un ácido diprótico muy fuerte con disociación completa hasta el ion sulfato, pero en este caso necesitamos su pK_{a2}, ya que la sal es Na_2SO_4 y el ácido $NaHSO_4$.

Asumimos que era dato y tomamos $pK_{a2}=1,95$

$pK_{a2}=1,92$ https://library.gwu.edu/sites/default/files/2023-12/Table%20of%20Acids%20w%20Kas%20and%20pKas.pdf

$pK_{a2}=1,99$ https://chem.libretexts.org/Ancillary_Materials/Reference/Reference_Tables/Equilibrium_Constants/E1%3A_Acid_Dissociation_Constants_at_25C

Inicialmente

$$pH = 1,95 + \log_{10}\left(\frac{0,15}{0,15}\right) = 1,95$$

- El número inicial de moles de ácido HSO_4^- es 0,15·0,12=0,018 mol ácido
- El número inicial de moles de base conjugada Na_2SO_4 es 0,15·0,12=0,018 mol base conjugada

Tras añadir 10,0 mL de NaOH 0,1 M

- Al ser volúmenes aditivos, el nuevo volumen total es 0,12+0,010=0,13 L
- Al ser NaOH una base fuerte, se disocia totalmente y aporta 0,01·0,1=0,001 mol OH^-, que neutraliza parte del ácido
  $OH^- + HSO_4^- \rightarrow SO_4^{2-} + H_2O$
  El número final de moles de ácido HSO_4^- es 0,018-0,001=0,017 mol ácido
  La concentración final de ácido es 0,017/0,13=0,1308 M
  El número final moles de base conjugada SO_4^{2-} es s 0,018+0,001=0,019 mol SO_4^{2-}
  La concentración final de base conjugada es 0,019/0,13=0,1462 M

$$pH = 1,95 + \log_{10}\left(\frac{0,1462}{0,1308}\right) = 1,998$$

La variación de pH es 1,998-1,95=0,048 (0,048/1,95=0,0246=2,46%) Poca variación al tratarse de una disolución reguladora.

enrique@fiquipedia.es Revisado 16 junio 2016
CC BY

QUÍMICA

3. Una disolución ácida contiene Al^{+3} en concentración 0,050 M. Se añade lentamente KOH y comienza a precipitar $Al(OH)_3$. Eventualmente, cuando se incorpora nuevo KOH, el precipitado se redisuelve y forma el ión complejo $[Al(OH)_4]^-$. Calcúlese el pH a que empieza a aparecer $Al(OH)_3$ y el pH al que el precipitado termina justamente de disolverse como ión complejo. Ignórense los cambios de volumen. La K_{ps} de $Al(OH)_3$ es $2\cdot10^{-32}$ y la constante de estabilidad de $[Al(OH)_4]^-$ es $2\cdot10^{33}$ para su formación a partir de Al^{+3} y $4OH^-$ Advertencia: Supóngase que la disolución final es saturada respecto al $Al(OH)_3$ y que, prácticamente, todo el aluminio que hay en la disolución está en forma de ión complejo.

La notación IUPAC es Al^{3+}, no Al^{+3}
Se deben nombrar ion sin tilde, no ión

Comentado por AnaCL, martxel, opositora, sleepylavoisier en
http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4018#p19251
Resolución de problemas de química general; Christopher J. Willis, Equilibrio en disolución, problema 19 página 439, resolución en página 450.

Utilizamos el producto de solubilidad para calcular la concentración de OH^- en el momento que comienza a precipitar
$Al(OH)_3 \rightarrow Al^{3+} + 3OH^-$

$$K_{ps}=[Al^{3+}][OH^-]^3 \Rightarrow [OH^-]=\sqrt[3]{\frac{K_{ps}}{[Al^{3+}]}}=\sqrt[3]{\frac{2\cdot10^{-32}}{0{,}050}}=7{,}4\cdot10^{-11}\,M$$

$$pH=14-pOH=14-(-\log(7{,}4\cdot10^{-11}))=3{,}87$$

Planteamos la formación del complejo
$Al^{3+} + 4OH^- \rightarrow [Al(OH)_4]^-$

$$K_f=\frac{[Al(OH)_4]^-}{[Al^{3+}][OH^-]^4}$$

Necesitamos una concentración de OH^- muy alta para desplazar el equilibrio hacia la formación de complejo de forma que retire todo el precipitado que era $Al(OH)_3$, y si la disolución está saturada, tendremos una concentración de Al^{3+} muy baja

$$[Al^{3+}]=\frac{K_{ps}}{[OH^-]^3}$$

Sustituyendo

$$K_f=\frac{[Al(OH)_4]^-}{\frac{K_{ps}}{[OH^-]^3}[OH^-]^4} \Rightarrow [OH^-]=\frac{[Al(OH)_4]^-}{K_{ps}\cdot K_f}$$

Como se indica que todo el Al ha pasado está en el complejo, $[Al(OH)_4]^-$ =0,05 M y sustituyendo

$$[OH^-]=\frac{0{,}05}{2\cdot10^{-32}\cdot2\cdot10^{33}}=1{,}25\cdot10^{-3}\,M$$

$$pH=14-pOH=14-(-\log(1{,}25\cdot10^{-3}))=11{,}09$$

EJERCICIO PRÁCTICO. SESIÓN Nº 2. QUÍMICA
3. Se disponen de una disolución de amoníaco 2 M y otra de ácido clorhídrico 1,5 M.
a) Calcula razonadamente las cantidades necesarias de estas disoluciones para preparar 2,5 litros de un sistema tampón amonio/amoníaco de concentración total 0,3 M y pH=9
b) Si diluimos la disolución tampón 10 veces, ¿cómo afectará al pH?
c) Describe el procedimiento seguido así como materiales y productos utilizados.
d) Justifica teóricamente las propiedades reguladoras de la mencionada disolución.
$pK_a(NH_4^+)=9,26$

Diluir disolución tampón en 2006-Valencia-1

Resuelto por Basileia y jvida en
http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4233#p18456
http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4233#p18779

a) Si se trata de una disolución reguladora planteamos la ecuación de Henderson-Hasselbach
$pK_a=9,26 \rightarrow pK_b=14-9,26=4,74$

$$pOH=pK_b+\log\left(\frac{[sal]}{[base]}\right)\Rightarrow 5=4,74+\log\left(\frac{[NH_4^+]}{[NH_3]}\right)\Rightarrow \frac{[NH_4^+]}{[NH_3]}=1,8197$$

Si la concentración total es 0,3 M

$$\frac{n_{NH_4^+}+n_{NH_3}}{2,5}=0,3\Rightarrow [NH_4^+]+[NH_3]=0,3\Rightarrow [NH_3]=\frac{0,3}{1+1,8197}=0,1064\,M\Rightarrow [NH_4^+]=0,1936\,M$$

Calculamos la cantidad de amoniaco a añadir para conseguir esa concentración

$$0,1064\frac{\cancel{mol\,NH_3}}{1\,\cancel{L\,tampón}}\cdot 2,5\,\cancel{L\,tampón}\cdot\frac{1\,L\,NH_3\,2\,M}{2\,\cancel{mol\,NH_3}}=0,133\,L\,NH_3\,2\,M$$

Para la sal de amonio neutralizaremos amoniaco con HCl

$NH_3 + \quad HCl \rightarrow NH_4Cl$

$$\text{HCl:}\quad 0,1936\frac{\cancel{mol\,NH_4^+}}{1\,\cancel{L\,tampón}}\cdot 2,5\,\cancel{L\,tampón}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\,HCl}}{1\,\cancel{mol\,H_4^+}}\cdot\frac{1\,L\,HCl\,1,5\,M}{1,5\,\cancel{mol\,HCl}}=0,323\,L\,HCl\,1,5\,M$$

$$\text{NH}_3\text{:}\quad 0,1936\frac{\cancel{mol\,NH_4^+}}{1\,\cancel{L\,tampón}}\cdot 2,5\,\cancel{L\,tampón}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\,NH_3}}{1\,\cancel{mol\,H_4^+}}\cdot\frac{1\,L\,NH_3\,2\,M}{2\,\cancel{mol\,NH_3}}=0,242\,L\,NH_3\,2\,M$$

Supone 0,133+0,242=**0,375 L NH_3** 2 M y **0,323 L HCl 2 M**, completando el resto (2,5-0,375-0,323=1,802 L) con agua.
b) Se puede pensar que al diluir las concentraciones disminuyen y se aproximará más a pH=7, pero eso es si no es amortiguadora. En amortiguadoras siempre que se mantenga la proporción entre las concentraciones y sea una dilución moderada el pH del sistema no varía, lo que si varía es la eficacia amortiguadora, que a mayor concentración será mayor. En la expresión de Henderson-Hasselbach el término del logaritmo no variará de valor.
http://www.ehu.eus/biomoleculas/buffers/efica.htm
Si lo hacemos sin aproximar y teniendo en cuenta que las concentraciones se dividen por 10, la variación es mínima, no apreciable con 2 decimales en pH

	NH_3 +	H_2O ⇄	NH_4^+ +	OH^-
Inic	0,01064	exc	0,01936	10^{-6}
Eq	0,01064-x	exc	0,01936+x	10^{-6}+x

$$10^{-4,74}=\frac{(0,01936+x)(10^{-6}+x)}{0,01064-x}\Rightarrow x=8,988\cdot 10^{-6}\Rightarrow pOH=5,00\Rightarrow pH=9,00$$

c) Materiales y productos (aproximado):
Por enunciado asumimos que tenemos de partida recipientes con disolución de amoníaco 2 M y otra de ácido clorhídrico 1,5 M
Se necesitaría un matraz aforado de 2,5 L, y pipetas: se puede utilizar varias aforadas (100 mL) y alguna graduada para tomar. Agua destilada, frasco lavador y cuentagotas.
Se utilizaría pipeta para tomar, en varios pasos, las cantidades calculadas de las disoluciones de partida, utilizando una pera de succión / propipeta para pipetear.
Una vez añadidos el amoníaco y el clorhídrico se aforaría con el frasco lavador y opcionalmente con cuentagotas en la parte final.
d) Las disoluciones reguladoras son una combinación de ácido débil y sal de su base conjugada (ácido débil) / base débil y sal de su ácido conjugado (base débil). Tienen una "reserva alcalina" y una "reserva ácida", que regulan las variaciones de pH ante adición de ácidos o bases.
-Al añadir un ácido, interviene la reserva alcalina, que neutraliza el ácido formando más sal.
-Al añadir una base, interviene la reserva ácida, que neutraliza la base formando base conjugada.
En este caso
Se añade ácido, interviene la reserva alcalina: $NH_3 + HCl \rightarrow NH_4Cl$
Se añade base, interviene la reserva ácida: $NH_4^+ + NaOH \rightarrow NH_3 + Na^+ + H_2O$

enrique@fiquipedia.es Revisado 4 junio 2016

Nota: El opositor deberá contestar obligatoriamente a los problemas 3,4 y 7.
De los problemas 1 y 2 optará por uno de ellos y de los problemas, 5 y 6 elegirá otro.

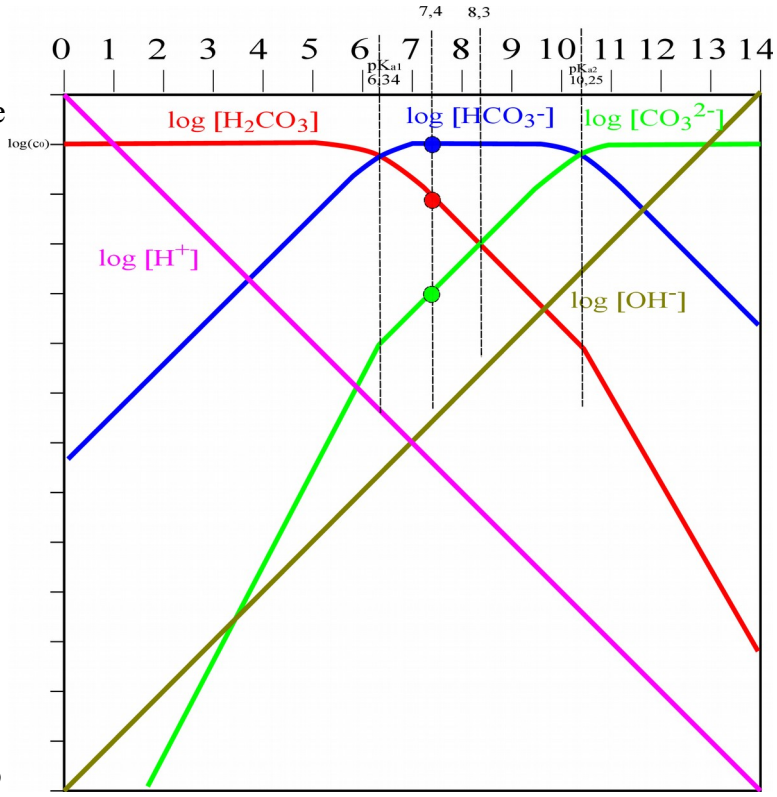
PROBLEMA 6.- El dióxido de carbono producido en la respiración celular es transportado por la sangre hasta los pulmones. Parte de éste dióxido está en disolución como ácido carbónico y parte como ion bicarbonato. Si el pH de la sangre es 7.4, calcule:
La fracción molar que se transporta como ácido.
Datos: $K_{a1}(H_2CO_3) = 4{,}6 \cdot 10^{-7}$ $K_{a2}(H_2CO_3) = 5{,}6 \cdot 10^{-11}$

Revisado gracias a comentarios de Jal del foro www.docentesconeducacion.es
Resuelto por sleepylavoisier en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4014#p17694

Referencias
-Chemistry, The central science; Brown, LeMay, Bursten, Murphy;17. CHEMISTRY AND LIFE: Blood as a Buffered Solution
"HCO_3^- (aq) + H^+ (aq) ⇆ H_2CO_3 (aq) ⇆ CO_2 (g) + H_2O (l)
...aunque el ácido carbónico es diprótico, el CO_3^{2-} no es importante en este sistema.
...eliminar CO_2 con la respiración desplaza el equilibrio a la derecha, consumiendo iones H^+.
...el tampón opera a un pH 7,4, lejos del pK_{a1} de H_2CO_3 (6,1 a la temperatura corporal). Para que el tampón tenga un pH de 7,4, la proporción [base]/[ácido] debe ser en torno a 20."
-QUÍMICA (1º Grado en Biología). PROBLEMAS. Tema 7: EQUILIBRIOS ÁCIDO-BASE II
https://www.uam.es/docencia/jppid/documentos/ejercicios/problemas_1ersem.pdf#page=18
problema 7.10 (se incluye solución pero no resolución)
-Bioquímica: texto y atlas; Jan Koolman,Klaus-Heinrich Röhm
https://books.google.es/books?id=f61Mvd-vl60C&pg=PA288 Equilibrio ácido-base
A.Concentración de los iones hidrógeno del plasma sanguíneo
>Se cita "La disminución del pH en más de 0,03 unidades se denomina acidosis y el aumento se denomina alcalosis"
-6. MANTENIMIENTO DEL pH EN EL MEDIO EXTRACELULAR. Veronica Gonzalez Núñez, Universidad de Salamanca http://ocw.usal.es/ciencias-biosanitarias/bioquimica-ph-equilibrios-acido-2013-base/contenidos/6.%20Mantenimiento%20del%20pH%20en%20el%20medio%20extracelular.pdf#page=3
-Química: la ciencia básica; M. D. Reboiras; La sangre como sistema regulador de la acidez
https://books.google.es/books?id=QM-Gj2K2ZKYC&pg=PA769
-El uso de la ecuación de Henderson-Hasselbalch para el cálculo del pH en sangre; Juan Pablo Pardo Vázquez y Deyamira Matuz Mares http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-19952014000200003
-Cálculo del pH de un anfolito http://aijimene.webs.ull.es/transparencias%20calculo%20de%20pH.pdf#page=7
CONSTRUCCION DEL DIAGRAMA LOGARITMICO DE CONCENTRACIONES
http://depa.fquim.unam.mx/amyd/archivero/Documento_de_Apoyo:_DIAGRAMA_RAPIDO_pH_5250.pdf
Volumetrías ácido-base
http://ocw.usal.es/ciencias-experimentales/quimica-analitica/contenidos/CONTENIDOS/4.PRESENTACION_DE_CLASE.pdf#page=19
-Química analítica cualitativa; Fernando Burriel Martí, Felipe Lucena Conde, Siro Arribas Jimeno; Capítulo 11 Reacciones ácido base
https://books.google.es/books?id=QChYqMlUlL8C

Como pH=7,4 → $[H_3O^+]=10^{-pH}=3{,}98\cdot10^{-8}$ M
En el sistema biológico el equilibrio se ha alcanzado de una manera especial (hay variaciones de CO_2 por respiración, variación de H_3O^+ por varios sistemas como los riñones), así que **no podemos plantearlo como una disociación solamente de H_2CO_3 en agua**. En la regulación del pH de la sangre intervienen los pulmones y el equilibrio $H_2CO_3 \leftrightarrows CO_2 + H_2O$, pero no se da en este enunciado información de este equilibrio ni datos de gas; aunque enunciado cite el CO_2, al pedir *"fracción molar que se transporta como ácido"* tras haber dicho "*Parte de este dióxido está en disolución como ácido carbónico y parte como ión bicarbonato",* **asumimos que se pide la fracción molar de ácido carbónico frente al total obtenido como suma de ácido carbónico más ión hidrógenocarbonato.**

$pK_{a1}=-\log(4{,}6\cdot10^{-7})=6{,}34$
$pK_{a2}=-\log(5{,}6\cdot10^{-11})=10{,}25$
Planteamos un diagrama logarítmico de concentraciones (no conocemos c_0, representamos para un valor arbitrario c_0 lo suficientemente alto para poder despreciar la contribución del producto iónico del agua) y nos permite ver que a $pH=1/2(K_{a1}+K_{a2})=0{,}5(6{,}34+10{,}25)=8{,}3$ tenemos que $[H_2CO_3]=[CO_3^{2-}]$, por lo que a pH=7,4 < 8,3 tenemos $[H_2CO_3]>>[CO_3^{2-}]$ y solamente consideramos la contribución de la primera disociación.
Aunque no es necesario en este caso, donde solamente se usa Ka2 para calcular el valor de 8,3 y saber qué despreciar al pH dado, en el diagrama la línea de H_2CO_3 cuando llega a pK_{a2} pasa a tener pendiente -2, ya que para pasar de H_2CO_3 a CO_3^{2-} pierde 2 H^+. Lo mismo pasa para CO_3^{2-} cuando llega a pKa1, gana 2 H^+ para pasar a H_2CO_3.



Si planteamos la definición de la constante

$$K_{a1}=\frac{[HCO_3^-][H_3O^+]}{[H_2CO_3]}$$

$$[H_3O^+]=K_{a1}\frac{[H_2CO_3]}{[HCO_3^-]}$$

Operando $$pH=pK_{a1}-\log\frac{[H_2CO_3]}{[HCO_3^-]}$$

$$pH=pK_{a1}+\log\frac{[HCO_3^-]}{[H_2CO_3]}$$

Es la ecuación para disoluciones reguladoras de Henderson-Hasselbalch
Sustituyendo numéricamente

$$7{,}4 = -\log\left(4{,}6 \cdot 10^{-7}\right) + \log \frac{[HCO_3^-]}{[H_2CO_3]}$$

$$\frac{[HCO_3^-]}{[H_2CO_3]} = 10^{7{,}4 + \log\left(4{,}6 \cdot 10^{-7}\right)} = 11{,}5547$$

Calculamos la fracción molar solicitada

$$\frac{[H_2CO_3]}{[H_2CO_3] + [HCO_3^-]} = \frac{1}{1 + \frac{[HCO_3^-]}{[H_2CO_3]}} = \frac{1}{1 + 11{,}5547} = 0{,}07965$$

Expresando resultado con 2 cifras significativas como datos del enunciado
Fracción molar ácido carbónico es 0,080 = 8,0 %

Q2. La constante de disociación clásica del ácido propiónico es, a 25 ºC, $1,34 \cdot 10^{-5}$ mientras que las conductividades molares límite de los iones hidrógeno y propionato son, respectivamente, 349,8 y 35,8 $ohm^{-1}\ cm^2\ mol^{-1}$. Calcular la resistividad de una disolución 0,100 M de ácido propiónico.

Ver 1994 Galicia-Q2
Resuelto por sleepylavoisier en http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4018#p18017

El ácido propiónico es el ácido propanoico según nomenclatura IUPAC

La conductividad molar límite de un electrolito es la suma de las conductividades molares límite de sus iones: $\Lambda_0=\lambda_+ + \lambda_- = 349,8+35,8=385,6\ \Omega^{-1} \cdot cm^2 \cdot mol^{-1}$

Planteamos la disociación

	$CH_3\text{-}CH_2\text{-}COOH + H_2O$	⇆	$CH_3\text{-}CH_2\text{-}COO^-$	+	H_3O^+
Inic	c_0		0		0
Eq	$c_0(1-\alpha)$		$c_0\alpha$		$c_0\alpha$

$K_a = \frac{c_0 \alpha^2}{1-\alpha}$ Asumiendo $\alpha << 1$

$\alpha = \sqrt{\frac{K_a}{c_0}} = \sqrt{\frac{1,34 \cdot 10^{-5}}{0,100}} = 1,16 \cdot 10^{-2}$ La aproximación es válida

La conductividad molar es $\Lambda = \alpha \cdot \Lambda_0 = 1,16 \cdot 10^{-2} \cdot 385,6 = 4,47\ \Omega^{-1} \cdot cm^2 \cdot mol^{-1}$

La conductividad se obtiene multiplicando la conductividad molar por la concentración, con las unidades de volumen adecuadas (en este caso cm^3)

La resistividad es la inversa de la conductividad.

$$\rho = \frac{1}{\kappa} = \frac{1}{4,47\ \Omega^{-1} \cdot \cancel{cm^2} \cdot \cancel{mol^{-1}} \cdot 0,100\ \frac{\cancel{mol}}{\cancel{L}} \cdot \frac{1\ \cancel{L}}{10^3\ cm^3}} = 2237\ \Omega \cdot cm$$

3.
Se quiere obtener una disolución tampón de pH=8,5:
a) Partiendo de 0,010 moles de KCN y los reactivos usuales inorgánicos en un laboratorio. ¿Cómo podría prepararse un litro de disolución tampón?
b) ¿Cuánto cambiaría el pH después de la adición de $5 \cdot 10^{-5}$ moles de $HClO_4$ a 100 cc de la disolución tampón?
c) ¿Cuánto cambiaría el pH después de la adición de $5 \cdot 10^{-5}$ moles de NaOH a 100 cc de la disolución tampón? K_a para el HCN=$4,8 \cdot 10^{-10}$.

Comentado por AnaCL y Jal http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4233#p19783 y por opositor95 http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4233&p=33366#p33366

Problemas de disoluciones reguladoras Madrid 2021-3, Valencia 2009-5, Valencia 2006-1, Valencia 2005-5, Valencia 2004-3, Castilla y León 2002-4, Cataluña 1999-1-5, Cataluña 1998-B5, Andalucía 1996-Q3, Madrid 1996-6, Cataluña 1994-A4

El apartado a se podría separar asociado a bloque laboratorio pero se incluye dentro del bloque de ácido-base.

a) Si se trata de una disolución reguladora planteamos la ecuación de Henderson-Hasselbach

$$pH = pK_a + \log\left(\frac{[sal]}{[ácido]}\right) \Rightarrow 8,5 = -\log\left(4,8 \cdot 10^{-10}\right) + \log\left(\frac{[CN^-]}{[HCN]}\right) \Rightarrow \frac{[CN^-]}{[HCN]} = 10^{8,5+\log\left(4,8 \cdot 10^{-10}\right)}$$

$$n(HCN) = \frac{0,010}{10^{8,5+\log\left(4,8 \cdot 10^{-10}\right)}} = 0,06588\, mol\, HCN$$

La proporción de concentraciones es la misma que la de moles para el mismo volumen
Expresando resultado con dos cifras significativas, 0,066 mol HCN, 0,066 M al ser 1 L.
Preparación:
El KCN es un sólido: se pesaría en un vidrio de reloj y se pasaría a un vaso de precipitado con una pequeña cantidad de agua destilada para disolverlo, lavando el vidrio con un frasco lavador. Luego se pasaría con un embudo a un matraz aforado de 1 L.
Se utilizaría pipeta para tomar la cantidad calculadas de las disolución de HCN de partida (según la concentración disponible en el laboratorio), utilizando una pera de succión / propipeta para pipetear. Una vez añadidos ambos se aforaría con el frasco lavador y opcionalmente con cuentagotas en la parte final.

En 100 cm^3 de disolución tampón tenemos 0,010/10=0,001 mol KCN y 0,066/10=0,0066 mol HCN, añadir $5 \cdot 10^{-5}$ mol ácido ó base mantiene la disolución como reguladora.

b) $pH = -\log\left(4,8 \cdot 10^{-10}\right) + \log\left(\frac{0,001 - 0,00005}{0,0066 + 0,00005}\right) = 8,47$ Variación 0,03

c) $pH = -\log\left(4,8 \cdot 10^{-10}\right) + \log\left(\frac{0,001 + 0,00005}{0,0066 - 0,00005}\right) = 8,52$ Variación 0,02

A4. Dispossem d'un volum desconegut d'un àcid monopròtic de concentració també desconeguda. El valorem amb una solució d'hidròxid de sodi 0,2 M.
Quan n'hi hem afegit 5 cm^3 obtenim un pH = 4,45. S'assoleix el punt d'equivalència en addicionar-hi 15 cm^3 de la solució bàsica. Determina la constant de l'àcid.

Disponemos de un volumen desconocido de un ácido monoprótico de concentración también desconocida. Lo valoramos con una solución de hidróxido de sodio 0,2 M. Cuando hemos añadido 5 cm^3 obtenemos un pH = 4,45. Se alcanza el punto de equivalencia al añadirle 15 cm^3 de la solución básica. Determina la constante del ácido.

Resuelto por Basileia en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4253&p=20057#p19412
Referencias
http://www.personales.ulpgc.es/cling.dip/prob10.html
Problemas de disoluciones reguladoras Madrid 2021-3, Valencia 2009-5, Valencia 2006-1, Valencia 2005-5, Valencia 2004-3, Castilla y León 2002-4, Cataluña 1999-1-5, Cataluña 1998-B5, Andalucía 1996-Q3, Madrid 1996-6, Andalucía 1994-3

-Añadimos 15 cm^3 NaOH 0,2 M
El hidróxido de sodio es una base fuerte, se disocia completamente y neutraliza ácido.
Planteamos la disociación con moles

	HA +	NaOH → Na^+A^- +	H_2O	
Inic	n_a	n_b	0	exc
Eq	n_a-n_b	0	n_b	exc

Base añadida $n_b=0{,}015\cdot0{,}2=0{,}003$ mol base
Es el punto de equivalencia y es monoprótico, luego $n_a-n_b=0 \rightarrow n_a=0{,}003$ mol ácido

-Añadimos 5 cm^3 NaOH 0,2 M
Base añadida $n_b=0{,}005\cdot0{,}2=0{,}001$ mol base, que produce esa cantidad de HA
Se neutraliza esa cantidad de ácido $n_0-n_b=0{,}003-0{,}001=0{,}002$ mol ácido

	HA +	H_2O ⇆	A^- +		H_3O^+
Inic	0,002	exc	0,001	0	
Eq	0,002-x	exc	0,001+x		x

Podemos plantearlo con ecuación Henderson-Hesselbach, se trata de una disolución amortiguadora

$$pH=pK_a+\log\left(\frac{[sal]}{[ácido]}\right)\Rightarrow pK_a=pH-\log\left(\frac{n_{sal}}{n_{ácido}}\right)$$

$$pK_a=4{,}45-\log\left(\frac{0{,}001}{0{,}002}\right)=4{,}75\Rightarrow K_a=10^{-4{,}75}=1{,}77\cdot10^{-5}$$

Podemos plantearlo con concentraciones y la definición
pH=4,45, $[H_3O^+]=10^{-4{,}45}=3{,}55\cdot10^{-5}=x/V$

$$K_a=\frac{[A^-][H_3O^+]}{[HA]}=\frac{\frac{x+n_b}{\cancel{V}}\cdot\frac{x}{V}}{\frac{n_0-n_b-x}{\cancel{V}}}=\frac{(x+0{,}001)\cdot3{,}55\cdot10^{-5}}{0{,}002-x}$$

Si asumimos que podemos aproximar x <<0,001

$$K_a = \frac{0{,}001 \cdot 3{,}55 \cdot 10^{-5}}{0{,}002} = 1{,}775 \cdot 10^{-5}$$

Idea/reflexión
-No podemos validar esa aproximación: el valor obtenido está ligado a realizarla.
-Para otros valores de x podría haber otras soluciones de K_a que cumplen esa condición.

*http://www.wolframalpha.com/input/?i=plot++y%3D%28x-0.001%29*3.55*10^%28-5%29%2F%280.002-x%29*
Por ejemplo
Si x=0 se tiene $K_a=1{,}775 \cdot 10^{-5}$
Si x=0,001 se tiene $K_a=7{,}1 \cdot 10^{-5}$
Si x=0,00168419 se tiene $K_a=3 \cdot 10^{-4}$
Si x=0,00199996 se tiene $K_a=1$
Si x=0,002 , $Ka=\infty$

Comprobamos si hay un valor de concentración y volumen para $K_a=\infty$ que consiga el pH=4,45 teniendo 0,002 mol de ácido tras neutralizarse 0,001 de los 0,003 iniciales
$3{,}55 \cdot 10^{-5}=0{,}002/V \rightarrow V=56{,}3$ L

Q2. A 25 ºC, la conductividad molar de una disolución acuosa 0,01 molar de ácido acético es $1,620 \cdot 10^{-3}\ \Omega^{-1} \cdot m^2 \cdot mol^{-1}$ y la conductividad molar límite a dilución infinita es $39,07 \cdot 10^{3}\ \Omega^{-1} \cdot m^2 \cdot mol^{-1}$. Calcúlese:
1. El pH de la disolución 0,01 molar de ácido acético, a 25 ºC.
2. La conductividad molar y el pH de una disolución acuosa 0,1 molar de ácido acético a 25 ºC.

1. La conductividad molar (Λ) es la conductividad de una disolución que contiene 1 mol de electrolito en un volumen dado, y depende de la concentración.
La conductividad molar límite (Λ_0) es el valor de Λ cuando la concentración tiende a cero (dilución infinita), donde el electrolito está completamente disociado y los iones no interactúan entre sí.
Se relacionan con α porque en un electrolito débil (como el ácido acético), solo una fracción α de las moléculas se disocia en iones, por lo que la conductividad molar (Λ) es proporcional al número de iones presentes, que a su vez depende de α. En dilución infinita (Λ_0), todas las moléculas están disociadas (α=1), y la conductividad alcanza el valor máximo.
Por ello $\Lambda = \alpha \cdot \Lambda_0 \rightarrow \alpha = \Lambda / \Lambda_0$, siendo válido en electrolitos débiles, donde $\alpha << 1$
En este caso $\alpha = \Lambda / \Lambda_0 = 1,620 \cdot 10^{-3} / 39,07 \cdot 10^{-3} = 4,146 \cdot 10^{-2}$
Si planteamos la disociación del ácido

	$CH_3\text{-}COOH \rightleftharpoons$	$CH_3\text{-}COO^-$	$+ H^+$
Inic	c_0	0	0
Eq	$c_0(1-\alpha)$	$c_0\alpha$	$c_0\alpha$

$pH = -\log_{10}([H^+]) = -\log_{10}(0,01 \cdot 4,146 \cdot 10^{-2}) = 3,38$
2. Calculamos la disociación para esta nueva concentración, calculando primero la constante del ácido acético con los datos del primer apartado

$$K_a = \frac{c_0 \alpha^2}{1-\alpha} = \frac{0,01 \cdot (4,146 \cdot 10^{-2})^2}{1 - 4,146 \cdot 10^{-2}} = 1,79 \cdot 10^{-5}$$

Para esta nueva concentración y usando la misma constante

$$K_a = \frac{c'_0 \alpha'^2}{1-\alpha'} \Rightarrow 1,79 \cdot 10^{-5} = \frac{0,1 \cdot \alpha'^2}{1-\alpha'}$$ Asumiendo $\alpha' << 1$

$$\alpha' = \sqrt{\frac{1,79 \cdot 10^{-5}}{0,1}} = 1,338 \cdot 10^{-2}$$

Asumiendo mismo valor de Λ_0
$\Lambda' = \alpha' \cdot \Lambda_0 = 1,338 \cdot 10^{-2} \cdot 39,07 \cdot 10^{-3} = 0,523\ \Omega^{-1} \cdot m^2 \cdot mol^{-1}$
$pH' = -\log_{10}([H^+]') = -\log_{10}(0,1 \cdot 1,338 \cdot 10^{-2}) = 2,87$

enrique@fiquipedia.es Revisado 6 mayo 2025
CC BY SA

PROBLEMAS DE QUÍMICA

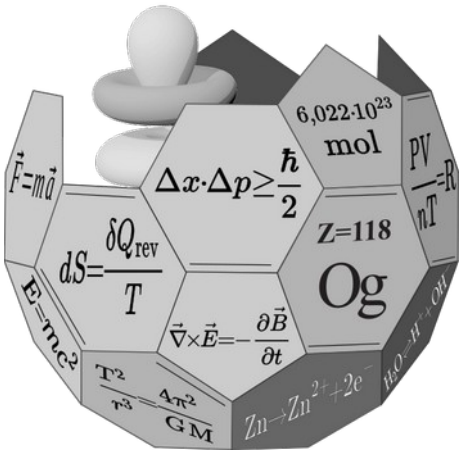
4.- 25,0 mL de una solución que contiene una mezcla de las sales NaHA y Na_2A de un ácido diprótico H_2A ($pK_1 = 3$; $pK_2 = 6$) se valora con HCl 0,10 N. Cuando se han añadido 1,25 mL de ácido el pH es 6,0 y al añadir 12,50 mL el pH es 4,5. Calcular el volumen de ácido necesario para alcanzar la neutralización completa.

$H_2A \rightleftharpoons HA^- + H^+$, con $pK_1=3$
$HA^- \rightleftharpoons A^{2-} + H^+$, con $pK_2=6$
Al añadir HCl se producen estas dos reacciones de neutralización:
$Na_2A + HCl \rightarrow NaHA + NaCl$
$NaHA + HCl \rightarrow H_2A + NaCl$
Se trata de una disolución reguladora, porque tenemos un ácido 1 H_2A y una sal de ese ácido NaHA, y al mismo tiempo un ácido 2 NaHA (es anfótero) y una sal de ese ácido, Na_2A.
Al ser disolución reguladora aplicamos Henderson-Hasselbalch $pH = pKa + \log \frac{[sal]}{[ácido]}$

Primer punto pH=6,0
Al añadir HCl reacciona primero con la base más fuerte (A^{2-}), que es la conjugada del ácido más débil ($pK_2=6$, $K_{a2}=10^{-6}$)
En este caso $pH=pK_2=6$, luego según Henderson-Hasselbalch $[sal_2]=[ácido_2] \rightarrow [Na_2A]=[NaHA]$
Por la neutralización $Na_2A + HCl \rightarrow NaHA + NaCl$ sabemos que se forman tantos moles de NaHA como moles de Na_2A se hayan consumido, que es el número de moles de HCl aportados.
Como el volumen total es el mismo, que haya mismas concentraciones implica mismo número de moles.
$n(HCl)=1,25\cdot10^{-3}\cdot0,1=1,25\cdot10^{-4}$ mol HCl
$n_0(Na_2A)-1,25\cdot10^{-4}=n_0(NaHA)+1,25\cdot10^{-4}$
$n_0(Na_2A)-n_0(NaHA)=2,5\cdot10^{-4}$ [1]

Segundo punto pH=4,5
Usamos la expresión para anfóteros $pH=(pK_1+pK_2)/2$ que supone asumir $[H_2A]=[A^{2-}]$
https://www.chembuddy.com/calculation-of-pH-of-an-amphiprotic-salt-solution
En este caso $pH=(3+9)/2=4,5$, luego $[H_2A]=[A^{2-}]$
Por la neutralización $NaHA + HCl \rightarrow H_2A + NaCl$ sabemos que se forman tantos moles de H_2A como moles de NaHA se hayan consumido, que es el número de moles de HCl aportados.
Cuando $[H_2A]=[A^{2-}]$
- La mitad del NaHA ha reaccionado con HCl para convertirse en H_2A
- La mitad del Na_2A inicial se ha convertido en NaHA, la otra mitad queda como Na_2A (A^{2-})
Lo que se ha añadido es $n(HCl)=12,5\cdot10^{-3}\cdot0,1=1,25\cdot10^{-3}$ mol HCl
Se añaden $1,25\cdot10^{-3}-1,25\cdot10^{-4}=1,125\cdot10^{-3}$ mol HCl adicionales al primer punto.
Se han consumido $1,125\cdot10^{-3}$ mol NaHA, por lo que inicialmente $n_0(NaHA)=1,125\cdot10^{-3}$ mol NaHA
Sustituyendo en [1]
$n_0(Na_2A)=2,5\cdot10^{-4} + 1,125\cdot10^{-3} =1,375\cdot10^{-3}$ mol Na_2A

Conocidas las cantidades iniciales, respondemos a la pregunta: cantidad de ácido para la neutralización completa. Tenemos que neutralizar todo el Na_2A y todo el NaHA, lo que supone un total de $1,125\cdot10^{-3} + 1,375\cdot10^{-3} = 2,5\cdot10^{-3}$ mol bases, que requieren mismo número de moles HCl
$V=2,5\cdot10^{-3}/0,1=2,5\cdot10^{-2}$ L = **25 mL ácido 0,1 N para alcanzar la neutralización completa.**



Problemas resueltos oposiciones Física y Química

Recopilación revisada 4 septiembre 2025

Química redox

enrique@fiquipedia.es

CC BY SA

Navarra 2025
Euskera
K3. 298 K-ko tenperaturan, platinozko bi elektrodoz osatutako pila bat eraikitzen da, bi disoluzioetan murgilduta. Lehenengo disoluzioa Sn^{+4} eta Sn^{+2} ioiez osatuta dago. Bigarrena, berriz, Cr^{+3} eta Cr^{+2} ioiez. Aktibitateak kontzentrazioen baliokidetzat hartuko dira.
a. Idatzi pilaren notazioa eta bertan gertatzen den erreakzio kimikoa.
b. Zein da pilaren potentziala, ioien hasierako kontzentrazio guztiak 1M badira?
c. Kalkulatu oreka konstantearen balioa.
d. Kalkulatu Gibbs-en energia aske estandarraren handipena.
e. Kalkulatu pilaren potentziala hasierako unean, ioien kontzentrazioak 1M izan ordez, honako hauek badira: $[Sn^{+4}] = 1{,}0\cdot10^{-2}$ M; $[Sn^{+2}] = 5{,}0\cdot10^{-3}$ M; $[Cr^{+3}] = 2{,}5\cdot10^{-3}$ M; $[Cr^{+2}]= 5{,}5\cdot10^{-3}$ M
Datuak: E^0 (Sn^{4+}/Sn^{2+}) = 0,15 V; E^0 (Cr^{3+}/Cr^{2+}) = -0,41 V; R: 8,3143 $J\cdot mol^{-1}\cdot K^{-1}$; F = 96.487 C.

A una temperatura de 298 K, se construye una celda con dos electrodos de platino inmersos en dos soluciones. La primera solución está compuesta por iones Sn^{+4} y Sn^{+2}. La segunda está compuesta por iones Cr^{+3} y Cr^{+3}. Las actividades se consideran equivalentes a las concentraciones.
a. Escriba la notación de la celda y la reacción química que ocurre en ella.
b. ¿Cuál es el potencial de la celda si las concentraciones iniciales de todos los iones son 1 M?
c. Calcule el valor de la constante de equilibrio.
d. Calcule el aumento de la energía libre de Gibbs estándar.
e. Calcule el potencial de la celda en el instante inicial si las concentraciones de iones son: $[Sn^{+4}] = 1{,}0\cdot10^{-2}$ M; $[Sn^{+2}] = 5{,}0\cdot10^{-3}$ M; $[Cr^{+3}] = 2{,}5\cdot10^{-3}$ M; $[Cr^{+2}]= 5{,}5\cdot10^{-3}$ M Datos: E^0 (Sn^{4+}/Sn^{2+}) = 0,15 V; E^0 (Cr^{3+}/Cr^{2+}) = -0,41 V; R: 8,3143 $J\cdot mol^{-1}\cdot K^{-1}$; F = 96,487 C.

Ceuta 2018
6. Se construye una pila con dos electrodos de platino, sumergidos, a 298 K en dos disoluciones. La primera está formada por iones Sn^{4+} y Sn^{2+}. La segunda, por los iones Cr^{3+}y Cr^{2+}. Se pide:
a) El valor de la constante de equilibrio.
b) El valor del incremento de la energía libre estándar.
e) El potencial de la pila en el momento inicial, si las concentraciones de las disoluciones, en lugar de ser la unidad, son:
$[Sn^{4+}] = 1{,}00\cdot10^{-2}$ M $[Sn^{2+}] = 5{,}0\cdot10^{-3}$ M $[Cr^{3+}] = 2{,}5\cdot10^{-3}$ M $[Cr^{2+}] = 5{,}5\cdot10^{-3}$ M
d) El potencial de la pila del caso anterior, una vez que haya pasado una carga de 482,44 culombios por el conductor exterior.
Datos: E^0 (Sn^{4+}/Sn^{2+}) = 0,15 V E^0 (Cr^{3+}/Cr^{2+}) = -0,41 V
F = 96 500 $C/(mol\cdot e^-)$ R = 8,31 $J/(K\cdot mol)$

Murcia 1998
1 PROBLEMAS DE QUÍMICA
2.2. Se contruye una pila con dos electrodos de platino sumergidos a 298,2 K en dos disoluciones. La primera está formada por los iones Sn^{+4} y Sn^{+2}. La segunda por los iones

Cr^{+3} y Cr^{+2}. Se pide:
a) Determinar el valor de la constante de equilibrio.
b) ¿Cuál es el valor de la variación de la energía libre de Gibbs estándar?
c) Si las concentraciones iniciales de los iones son:
$[Sn^{+4}]=1{,}00\cdot10^{-2}$ iones-g/l; $[Sn^{+2}]=5{,}00\cdot10^{-3}$ iones-g/l;
$[Cr^{+3}]=2{,}50\cdot10^{-3}$ iones-g/l; $[Cr^{+2}]=5{,}50\cdot10^{-3}$ iones-g/l;
¿Cuál será el potencial de la pila una vez que hayan circulado 482,44 culombios por el circuito externo?
Datos: $E^0(Sn^{+4}/Sn^{+2})=0{,}15$ V; $E^0(Cr^{+3}/Cr^{+2})=-0{,}41$ V; F=96.487 C; R=8,3143 J/mol.

Comentarios al enunciado original Murcia
Según convenio IUPAC, la carga de los iones es n+, no +n
http://www.fiquipedia.es/home/recursos/quimica/formulacion#TOC-Formulaci-n-de-la-carga-de-los-iones:-es-An-y-no-A-n
Según IUPAC no hay que usar energía libre de Gibbs, sino energía de Gibbs.
http://goldbook.iupac.org/G02629.html
Las unidades de R en el Sistema Internacional son J/K·mol

Referencias:
Resuelto por Basileia en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4239#p18339

a) Identificamos cátodo y ánodo; el potencial normal de reducción para el Sn es mayor que para el Cr, luego el Sn^{4+} tendrá mayor tendencia a reducirse y será el cátodo.
Ánodo, oxidación: $Cr^{2+} \rightarrow Cr^{3+} + 1e^-$
Cátodo, reducción: $Sn^{4+} + 2e^- \rightarrow Sn^{2+}$
Reacción global: $2Cr^{2+} + Sn^{4+} \rightarrow 2Cr^{3+} + Sn^{2+}$
$E^0_{pila}=E^0_{cátodo}-E^0_{ánodo}=0{,}15-(-0{,}41)=0{,}56$ V
Utilizando la ecuación de Nernst $E=E^0-\frac{RT}{nF}\ln(\frac{[Cr^{3+}]^2[Sn^{2+}]}{[Cr^{2+}]^2[Sn^{4+}]})$
En equilibrio el potencial de la pila es nulo, y el cociente de reacción es la constante de equilibrio
$0=E^0-\frac{RT}{nF}\ln K_c \Rightarrow K_c=e^{E^0\frac{nF}{RT}}$ Sustituyendo numéricamente $K_c=e^{0{,}56\frac{2\cdot96487}{8{,}3143\cdot298{,}2}}=8{,}5\cdot10^{18}$
Usamos dos cifras significativas como en los potenciales de partida
b) $\Delta G^0=-nFE^0=-2\cdot96487\cdot0{,}56=-1{,}1\cdot10^5\ J/mol$
Usamos dos cifras significativas como en el potencial
c) Convertimos la carga que ha circulado en moles de electrones
$482{,}44\,\text{C}\cdot\frac{1\,mol\,e^-}{96487\,\text{C}}=5{,}0000\cdot10^{-3}\,mol\,e^-$
Usando la estequiometría de la reacción, calculamos las nuevas concentraciones
$[Sn^{4+}]=1{,}00\cdot10^{-2}$ -$5{,}0000\cdot10^{-3}/2=7{,}50\cdot10^{-3}$ iones-g/L
$[Sn^{2+}]=5{,}00\cdot10^{-3}$ +$5{,}0000\cdot10^{-3}/2=7{,}50\cdot10^{-3}$ iones-g/L
$[Cr^{3+}]=2{,}50\cdot10^{-3}$ +$5{,}0000\cdot10^{-3}=7{,}50\cdot10^{-3}$ iones-g/L
$[Cr^{2+}]=5{,}50\cdot10^{-3}$ -$5{,}0000\cdot10^{-3}=5{,}00\cdot10^{-4}$ iones-g/L
$E=E^0-\frac{RT}{nF}\ln(\frac{[Cr^{3+}]^2[Sn^{2+}]}{[Cr^{2+}]^2[Sn^{4+}]})=0{,}56-\frac{8{,}3143\cdot298{,}2}{2\cdot96487}\cdot\ln(\frac{(7{,}5\cdot10^{-3})^2\cdot\cancel{(7{,}5\cdot10^{-3})}}{(5\cdot10^{-4})^2\cdot\cancel{(7{,}5\cdot10^{-3})}})=0{,}49\,V$

SUPÒSIT 1. QÜESTIONS PRÈVIES 1. (2.5p) A la indústria farmacèutica, és molt important l'anàlisi quantitativa del ferro que conté un comprimit multivitamínic. Per això es proposa la dissolució del comprimit en àcid i es duu a terme la valoració del catió ferro (II) utilitzant una solució de permanganat de potassi de concentració coneguda. La reacció que té lloc és la següent:
clorur de ferro (II) + permanganat de potassi + àcid clorhídric → clorur de manganès (II) + clorur de ferro (III) +clorur de potassi + aigua
a) (0.8p) Escriu la reacció molecular igualada pel mètode de l'ió-electró.
b) (0.4p) Indiqueu quin dels reactius és l'oxidant i quin el reductor tot justificant la resposta.
c) (0.5p) Justifiqueu que aquesta reacció de valoració és espontània en condicions estàndard i 25ºC.
d) (0.8p) Dissolem un comprimit multivitamínic de massa 105,0 mg en un matràs d'erlenmeyer amb una mica d'àcid. Valorem aquesta solució amb permanganat de potassi 0,0108 M, i en necessitem 30,1 mL perquè la solució passi d'incolora a lila (punt final de la valoració). Calculeu el percentatge en massa de ferro en el comprimit.
Dades: Massa atòmica relativa: Fe= 55,8
Potencials estàndard de reducció a 25ºC: $E^o(MnO_4^-/Mn^{2+})$ = 1,51 V; $E^o(Fe^{3+}/Fe^{2+})$= 0,77 V

En la industria farmacéutica, es muy importante el análisis cuantitativo del hierro que contiene un comprimido multivitamínico. Por eso se propone la disolución del comprimido en ácido y se lleva a cabo la valoración del catión hierro (II) utilizando una solución de permanganato de potasio de concentración conocida. La reacción que tiene lugar es la siguiente:
cloruro de hierro (II) + permanganato de potasio + ácido clorhídrico → cloruro de manganeso (II) + cloruro de hierro (III) + cloruro de potasio + agua
a) (0.8p) Escribe la reacción molecular igualada por el método del ion-electrón.
b) (0.4p) Indique cuál de los reactivos es el oxidante y cuál el reductor justificando la respuesta.
c) (0.5p) Justifique que esta reacción de valoración es espontánea en condiciones estándar y 25ºC.
d) (0.8p) Disolvemos un comprimido multivitamínico de masa 105,0 mg en un matraz de Erlenmeyer con un poco de ácido. Valoramos esta solución con permanganato de potasio 0,0108 M, y necesitamos 30,1 mL para que la solución pase de incolora a lila (punto final de la valoración). Calcule el porcentaje en masa de hierro en el comprimido.
Datos: Masa atómica relativa: Fe= 55,8
Potenciales estándar de reducción a 25ºC: $E^o(MnO_4^-/Mn^{2+})$ = 1,51 V; $E^o(Fe^{3+}/Fe^{2+})$= 0,77 V

a) Semirreacción de reducción: $MnO_4^- + 4H^+ + 3e^- \rightarrow MnO_2 + 2H_2O$ }·1
Semirreacción de oxidación: $Fe^{2+} \rightarrow Fe^{3+} + 1e^-$ }·3
Reacción iónica: $MnO_4^- + 4H^+ + 3Fe^{2+} \rightarrow MnO_2 + 2H_2O + 3Fe^{3+}$
Reacción global: $KMnO_4 + 4HCl + 3FeCl_2 \rightarrow MnO_2 + 2H_2O + 3FeCl_3 + KCl$
b) MnO_4^- se reduce, es la especie oxidante. Fe^{2+} se oxida, es la especie reductora.
c) $E^o=E^o_{cátodo}-E^o_{ánodo}=1,51-0,77=0,75$ V. Es espontánea ya que $\Delta G^o=-nFE^o$, y $E^o>0$, $\Delta G^o<0$
d) $0,0301\,\cancel{L}\cdot\frac{0,0108\,\cancel{mol\ KMnO_4}}{1\,\cancel{L}}\cdot\frac{3\,\cancel{mol\ Fe}}{1\,\cancel{mol\ KMnO_4}}\cdot\frac{55,8\,g\,Fe}{1\,\cancel{mol\ Fe}}=5,44\cdot10^{-2}\,g\,Fe$
$5,44\cdot10^{-2}/105,0\cdot10^{-3}=0,518=51,8$ %

Asturias 2025

EJERCICIO 2 (1,25 PUNTOS)

Se dispone de una celda electroquímica con dos semiceldas, dada una con un electrodo inerte de platino. La primera semicelda contiene una disolución acuosa de 1 L con iones del metal A en dos estados de oxidación diferentes: +2 y +3, en concentraciones de 0,5 M y 0,05 M, respectivamente. La segunda semicelda contiene también 1 L de disolución acuosa con iones del metal B en estados de oxidación +2 y +4, con concentraciones de 0,03 M y 0,3 M, respectivamente. Ambas semiceldas están conectadas por un puente salino, permitiendo el flujo de iones.

Se solicita:

1. Calcular a 25 ºC la constante de equilibrio de la reacción, el potencial y la energía libre de la pila.
2. Calcular el potencial de la pila después de que esta haya funcionado, pasando por el conductor externo 1,9 A durante 40 min y 25 s.
3. Determinar cuántas pilas como la descrita, conectadas en serie, serían necesarias para iniciar la electrólisis de una disolución acuosa 1 M de ácido clorhídrico (considerar que los gases desprendidos se encuentran a presión de 1 atm).

Datos:

$E^o(Cl_2/Cl^-) = 1{,}36$ V; $E^o(A^{3+}/A^{2+}) = -0{,}255$ V; $E^o(B^{4+}/B^{2+}) = 0{,}15$V; $E^o(H^+/H_2) = 0$ V.

$F = 96485$ C mol^{-1}, $R = 8{,}31$ J mol^{-1} K^{-1}

Andalucía 2023

Deberá realizar tres ejercicios de entre los seis propuestos. Cada ejercicio se califica sobre 10 según la ponderación indicada en cada apartado. La calificación total de la prueba será la que resulte de dividir la puntuación total obtenida entre tres.

6. Se construye una pila electroquímica con dos electrodos de platino, uno sumergido en una disolución 0,5 M de V^{2+} y 0,05 M de V^{3+} y el otro en una disolución 0,3 M de Sn^{4+} y 0,03 M de Sn^{2+}. El volumen de cada una de las dos disoluciones es 1 litro y ambas se encuentran unidas por un puente salino. Se pide:

a) Escribir la notación de la pila y la reacción global que tiene lugar en ella. (2,5 puntos)

b) Calcular la constante de equilibrio de la reacción, el potencial y la energía libre de la pila a 25 ºC. (2,5 puntos)

c) Calcular el potencial de la pila después de que esta haya funcionado, pasando por el conductor externo 1,9 A durante 40 minutos y 25 segundos. (2,5 puntos)

d) Determinar cuántas pilas como la inicial, conectadas en serie, será necesarias para comenzar la electrólisis de una disolución 1M de HCl (supóngase que los gases desprendidos están a P = 1 atm)

Datos: $E^o(Cl_2/Cl^-) = 1{,}36$ V; $E^o(V^{3+}/V^{2+}) = -0{,}255$ V; $E^o(Sn^{4+}/Sn^{2+}) = 0{,}15$ V; $E^o(H^+/H_2) = 0$ V; $F = 96485$ C; $R = 8{,}31$ J/mol·K

Resuelto por koler en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?p=40356#p40356

El problema de Asturias 2025 2 es idéntico a Andalucía 2023 6 sin el apartado inicial de Andalucía sobre notación pila y reacción global (aunque la reacción global hay que identificarla para resto de apratados), donde elmento A sería V vanadio y elmento B sería Sn estaño, coincidiendo las concentraciones y estados de oxidación.

[Andalucía 2023 a] Planteamos las semirreacciones de la pila y la reacción global, incluyendo la

notación de la pila, eligiendo a partir de los potenciales para que el potencial de la pila sea positivo.
Utilizamos la ecuación de Nernst para calcular potenciales de reducción con esas concentraciones e identificar ánodo y cátodo: no son los estándar
$V^{3+} + 1e^- \rightarrow V^{2+}$

$$E(V^{3+}/V^{2+}) = E^o(V^{3+}/V^{2+}) - \frac{RT}{nF} \cdot \ln\left(\frac{[V^{2+}]}{[V^{3+}]}\right)$$

$$E(V^{3+}/V^{2+}) = -0{,}255 - \frac{8{,}31 \cdot (273+25)}{1 \cdot 96485} \ln\left(\frac{0{,}5}{0{,}05}\right) = -0{,}255 - 0{,}0591 = -0{,}3141\,V$$

$Sn^{4+} + 2e^- \rightarrow Sn^{2+}$

$$E(Sn^{4+}/Sn^{2+}) = E^o(Sn^{4+}/Sn^{2+}) - \frac{RT}{nF} \cdot \log_{10}\left(\frac{[Sn^{2+}]}{[Sn^{4+}]}\right)$$

$$E(Sn^{4+}/Sn^{2+}) = 0{,}15 - \frac{8{,}31 \cdot (273+25)}{2 \cdot 96485} \ln\left(\frac{0{,}03}{0{,}3}\right) = 0{,}15 + 0{,}0295 = 0{,}1795\,V$$

Vemos que tiene mayor tendencia a reducirse en esas condiciones Sn que V, luego Sn será el cátodo y V será el ánodo.
Semirreacción reducción (cátodo): $Sn^{4+} + 2e^- \rightarrow Sn^{2+}$
Semirreacción oxidación (ánodo): $V^{2+} \rightarrow V^{3+} + 1e^-$
Multiplicamos la segunda por 2 y sumamos
Reacción global: $Sn^{4+} + 2V^{2+} \rightarrow Sn^{2+} + 2V^{3+}$
Eºpila=Eºcátodo-Eºánodo=0,15-(-0,255)=0,405 V
La notación de la pila es ánodo//cátodo
$Pt(s)/V^{2+}(0{,}5\ M), V^{3+}(0{,}05\ M)//Sn^{4+}(0{,}3\ M), Sn^{2+}(0{,}03M)/Pt(s)$
[b Andalucía 2023, a Asturias 2025 cambiando A por V y B por Sn]
Utilizamos la ecuación de Nernst

$$E = E^0 - \frac{RT}{nF} \ln\left(\frac{[Sn^{2+}][V^{3+}]^2}{[Sn^{4+}][V^{2+}]^2}\right) = 0{,}405 - \frac{8{,}31 \cdot (273+25)}{2 \cdot 96485} \ln\left(\frac{0{,}03 \cdot 0{,}05^2}{0{,}3 \cdot 0{,}5^2}\right) = 0{,}4936\,V$$

En equilibrio E=0

$$0 = E^0 - \frac{RT}{nF} \ln(K_{eq}) \Rightarrow K_{eq} = e^{\frac{E^0 \cdot n \cdot F}{RT}} = e^{\frac{0{,}405 \cdot 2 \cdot 96485}{8{,}31 \cdot (273+25)}} = 5{,}08 \cdot 10^{13}$$

Como la vargiación de energía de Gibbs es negativa, es espontánea y es una pila.
Como validación calculamos el cociente de reacción con las concentraciones iniciales

$$Q = \frac{[Sn^{2+}][V^{3+}]^2}{[Sn^{4+}][V^{2+}]^2} = \frac{0{,}03 \cdot 0{,}05^2}{0{,}3 \cdot 0{,}5^2} = 10^{-3}$$

$Q<K_{eq}$ por lo que para conseguir el equilibrio se reducirían reactivos en denominador y aumentarían produtos en numerador, lo que es consistente con que sea espontánea.

$$\Delta G^0 = -nFE^0 = -2 \cdot 96485 \cdot 0{,}405 = -7{,}82 \cdot 10^4\,J$$

$$\Delta G = -nFE = -2 \cdot 96485 \cdot 0{,}4936 = -9{,}525 \cdot 10^4\,J$$

También

$$\Delta G^0 = -RT \ln(K_{eq}) = -8{,}31 \cdot 298 \cdot \ln(5{,}08 \cdot 10^3) = -7{,}82 \cdot 10^4\,J$$

$$\Delta G = \Delta G^0 - RT \ln Q = -7{,}82 \cdot 10^4 - 8{,}31 \cdot 298 \cdot \ln(10^3) = -9{,}525 \cdot 10^4\,J$$

[c Andalucía 2023, b Asturias 2025 cambiando A por V y B por Sn]
Calculamos los moles de electrones que han circulado y con ello las nuevas concentraciones

$$(40 \cdot 60 + 25)\,\cancel{s} \cdot \frac{1{,}9\,\cancel{C}}{1\,\cancel{s}} \cdot \frac{1\,mol\,e^-}{96845\,\cancel{C}} = 4{,}8 \cdot 10^{-2}\,mol\,e^-$$

De acuerdo a la estequiometría de las reacciones
El número de moles de V^{2+} y V^{3+} es el mismo que el de electrones.
El número de moles de Sn^{4+} y Sn^{2+} es la mitad que el de electrones, $2{,}4 \cdot 10^{-2}$ mol
Como el volumen es 1 L, concentraciones molares coinciden con número de moles

$$E = 0{,}405 - \frac{8{,}31 \cdot (273+25)}{2 \cdot 96485} \ln \left(\frac{(0{,}03+0{,}024) \cdot (0{,}05+0{,}048)^2}{(0{,}3-0{,}024) \cdot (0{,}5-0{,}048)^2} \right) = 0{,}465\, V$$

El cociente de reacción final sería $Q = \frac{[Sn^{2+}][V^{3+}]^2}{[Sn^{4+}][V^{2+}]^2} = \frac{(0{,}03+0{,}024) \cdot (0{,}05+0{,}048)^2}{(0{,}3-0{,}024) \cdot (0{,}5-0{,}048)^2} = 2{,}47 \cdot 10^{-7}$

$Q<K_{eq}$ por lo que para conseguir el equilibrio se reducirían reactivos en denominador y aumentarían produtos en numerador, lo que es consistente con que la pila no se haya agotado.

[d Andalucía 2023, c Asturias 2025]

d) La electrolisis de HCl supone que los H^+ se reducen a H_2 y se oxidan los iones Cl^- a Cl_2 (es el ánodo)
Semirreacción reducción (cátodo): $2H^+ + 2e^- \rightarrow H_2$
Semirreacción oxidación (ánodo): $2Cl^- \rightarrow Cl_2 + 2e^-$
Sumando
Reacción global: $2H^+ + 2Cl^- \rightarrow H_2 + Cl_2$
Calculamos el potencial asociado (como se indica 1 M y 1 atm son potenciales estándar)
$E^o = E^o_{cátodo} - E^o_{ánodo} = 0 - 1{,}36 = -1{,}36$ V (no espontáneo)
Como el potencial de la pila inicial era 0,494 V (no usamos el potencial tras haber circulado corriente), la relación es
1,36/0,494=2,75
Con 2 pilas en serie el potencial no sería suficiente, y harían falta al menos 3 pilas en serie.

EJERCICIO 4 (2,5 PUNTOS)
a) A concentraciones equimoleculares de Fe^{2+}(ac) y Fe^{3+}(ac), ¿cuál debe ser la concentración de Ag^{+}(ac) para que la celda galvánica formada por Ag^{+}(ac)/Ag(s) y Fe^{3+}(ac)/Fe^{2+}(ac), esté en equilibrio? (Hasta 1 p)
b) Determine la constante de equilibrio a 25 ºC para la reacción del apartado anterior (Hasta 0,75p)
c) Se hace pasar una corriente de 400 mA durante 20,0 minutos, a través de una disolución que contiene nitrato de plata y nitrato de hierro (II) en concentraciones 1,00 M de cada sal. ¿Qué metal y en qué cantidad se deposita en el cátodo? Razone la respuesta (Hasta 0,75 p)
Datos: Eº[Ag^{+}(ac)/Ag(s)] = 0,80 V; Eº[Fe^{3+}(ac)/Fe^{2+}(ac)] = 0,77 V; Eº[Fe^{2+}(ac)/Fe(ac)] =-0,44 V; 1 F=96485 C/mol; Masa atómica (u) Fe=55,85

*En fotografías de examen recibidas hay correción de datos manual indicando Eº[Fe^{2+}(ac)/Fe(**s**)]*
El dato de la masa atómica del hierro no se usa y se necesita dato de la masa atómica de la plata que no se proporciona, se toma Ag=107,87 u
Ver 1994 Cataluña B5 para valor 0,05916 en ecuación de Nernst

a) En condiciones estándar la plata se reduciría al tener mayor otencial de reducción que el hierro, pero habiendo concentraciones distintas usamos la ecuación de Nernst
Semirreacción de reducción: Ag^{+}(ac) + 1e- → Ag(s)
Semirreacción de oxidación: Fe^{2+}(ac) → Fe^{3+}(ac) + $1e^{-}$
Reacción global Ag^{+}(ac) + Fe^{2+}(ac) → Ag(s) + Fe^{3+}(ac)
Eº=Eºreducción-Eºoxidación=0,80-0,77=0,03 V

$$E = E^{o} - \frac{0{,}05916}{1}\log_{10}\left(\frac{[Fe^{3+}]}{[Ag^{+}][Fe^{2+}]}\right)$$

Sustiyendo numéricamente y usando que la concentración es equimolecular de Fe^{2+}(ac) y Fe^{3+}(ac) que en equilibrio E=0

$$0 = 0{,}03 + 0{,}05916\log_{10}([Ag^{+}])$$

$$[Ag^{+}] = 10^{\frac{-0{,}03}{0{,}05916}} = 0{,}31\,M$$

b) En equilibrio el potencial es 0 y usando Nernst

$$0 = 0{,}03 - 0{,}05916\log_{10}(K_{eq})$$

(unidades serían M^{-1})

$$K_{eq} = 10^{\frac{0{,}03}{0{,}05916}} = 3{,}31$$

c) Si las concentraciones son 1 M podemos usar los potenciales estándar para identificar cátodo y ánodo: la plata se reduce y se deposita en el cátodo y el hierro se oxida en el ánodo.
Semirreacción de reducción: Ag^{+}(ac) + 1e- → Ag(s)
Semirreacción de oxidación: Fe(s) → Fe^{2+}(ac) + $2e^{-}$
Reacción global 2Ag^{+}(ac) + Fe(s) → 2Ag(s) + Fe^{2+}(ac)

$$20\,\cancel{min}\cdot\frac{60\,\cancel{s}}{1\,\cancel{min}}\cdot\frac{400\cdot10^{-3}\,\cancel{C}}{1\,\cancel{s}}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\,e^{-}}}{96485\,\cancel{C}}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\,Ag}}{1\,\cancel{mol\,e^{-}}}\cdot\frac{107{,}87\,g\,Ag}{1\,\cancel{mol\,Ag}} = 0{,}537\,g\,Ag$$

Baleares 2024 Ibiza

A4. Per als parells redox: E^0 (Cu^+/Cu) = 0,521 V
E^0 ($PtCl_6^{2-}/PtCl_4^{2-}$) = 0,68 V

Calcula:
a) La reacció espontània que tindrà lloc a la pila formada unint ambdós elèctrodes.
b) La constant d'equilibri d'aquesta reacció a 25 ºC.
c) Epila i ΔG a 25ºC, quan les concentracions de les diferents espècies són:
$[PtCl_6^{2-}] = 10^{-2}$ M $[Cu^+] = 10^{-3}$ M
$[Cl^-] = 10^{-3}$ M $[PtCl_4^{2-}] = 2 \cdot 10^{-5}$ M
És espontània la reacció en aquestes condicions?
d) El valor de ΔH^0 al rang de temperatura de 0 a 100º C.
e) La quantitat de $PtCl_4^{2-}$, en grams, que s'haurà format quan hagin passat 8 faradays de corrent.

T (ºC)	0	50	75	100
K 10^{-5}	4,8	1,368	0,838	0,548

Dades:
Masses atòmiques (u): Cl=35,5 Pt=195,0
Constants: F=96485 $C \cdot mol^{-1}$ R=8,314 $J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$

Para los pares redox: *E^0 (Cu^+/Cu) = 0,521 V*
E^0 ($PtCl_6^{2-}/PtCl_4^{2-}$) = 0,68 V

Calcula:
a) La reacción espontánea que tendrá lugar en la pila formada uniendo ambos electrodos.
b) La constante de equilibrio de esta reacción a 25 ºC.
c) Epila y ΔG a 25ºC, cuando las concentraciones de las diferentes especies son:
$[PtCl_6^{2-}] = 10^{-2}$ M *$[Cu^+] = 10^{-3}$ M*
$[Cl^-] = 10^{-3}$ M *$[PtCl_4^{2-}] = 2 \cdot 10^{-5}$ M*
¿Es espontánea la reacción en estas condiciones?
d) El valor de ΔH^0 en el rango de temperatura de 0 a 100º C.
e) La cantidad de $PtCl_4^{2-}$, en gramos, que se habrá formado cuando hayan pasado 8 faradays de corriente.

T (ºC)	0	50	75	100
K 10^{-5}	4,8	1,368	0,838	0,548

Datos:
Masas atómicas (u): Cl=35,5 *Pt=195,0*
Constantes: F=96485 $C \cdot mol^{-1}$ *R=8,314 $J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$*

Galicia 2006

Q2.- Para a seguinte reacción, e coas concentracións que se indican:
$2Cu + PtCl_6^{2-} \rightarrow 2Cu^+ + PtCl_4^{2-} + 2Cl^-$
$[PtCl_6^{2-}] = 1{,}00 \cdot 10^{-2}$ M; $[PtCl_4^{2-}] = 2{,}00 \cdot 10^{-5}$ M; $[Cu^+] = 1{,}00 \cdot 10^{-3}$ M; $[Cl^-] = 1{,}00 \cdot 10^{-3}$ M
Calcúlese:
a) A constante de equilibrio a 25º C.
b) A variación da enerxía libre de Gibbs, en J/mol a 25º C.
Datos: ε º (Cu^+/Cu)= 0,521 V; ε º ($PtCl_6^{2-}/PtCl_4^{2-}, Cl^-$)= 0,68 V

Para la siguiente reacción, y las concentraciones indicadas:
$2Cu + PtCl_6^{2-} \rightarrow 2Cu^+ + PtCl_4^{2-} + 2Cl^-$
$[PtCl_6^{2-}]= 1{,}00\cdot10^{-2}$ M; $[PtCl_4^{2-}]= 2{,}00\cdot10^{-5}$ M; $[Cu^+]= 1{,}00\cdot10^{-3}$ M; $[Cl^-]= 1{,}00\cdot10^{-3}$ M
Calcúlese:
a) La constante de equilibrio a 25º C.
b) La variación da energía libre de Gibbs, en J/mol a 25º C.
Datos: $\varepsilon^o (Cu^+/Cu)= 0{,}521$ V; $\varepsilon^o (PtCl_6^{2-}/PtCl_4^{2-},Cl^-)= 0{,}68$ V

Según IUPAC se debe usar energía de Gibbs, no energía libre de Gibbs.
Ver Valencia 2008-6,, 2004 Extremadura 4

[a) Baleares 2024] Tiene mayor potencial estándar de reducción el par redox $PtCl_6^{2-}/PtCl_4^{2-}$ y será el cátodo y Cu+/Cu será el ánodo, de modo que el potencial de la pila Eº=Eºcátodo-Eºánodo=0,68-0,521>0 y será espontánea.
Para la reacción planteamos las reacciones de oxidación y reducción:
Oxidación: $Cu \rightarrow Cu^+ + 1e^-$
Reducción: $PtCl_6^{2-} + 2e^- \rightarrow PtCl_4^{2-} + 2Cl^-$
La reacción global se obtiene multiplicando la primera por 2 y sumando.
$2Cu + PtCl_6^{2-} \rightarrow 2Cu^+ + PtCl_4^{2-} + 2Cl^-$
[b) Baleares 2024 a) Galicia 2006] Utilizando la ecuación de Nernst

$$E=E^0-\frac{RT}{nF}\ln\left(\frac{[PtCl_4^{2-}][Cl^-]^2[Cu^+]^2}{[PtCl_6^{2-}]}\right)$$

Para 25 ºC utilizamos 0,05916 (ver 1994 Cataluña B5), con n=2 ya que se intercambian 2 electrones, y teniendo en cuenta que en el equilibrio E=0 y el cociente de reacción es la constante de equilibrio. Eºpila=Eºcátodo-Eºánodo=0,68-0,521=0,159 V

$$0=E^0-\frac{0{,}05916}{2}\log(K)\Rightarrow K=10^{\frac{0{,}159}{0{,}05916}^2}=237276$$

[c) Baleares 2024 b) Galicia 2006] Para esas concentraciones

$$E=0{,}159-\frac{0{,}05916}{2}\log\left(\frac{2\cdot10^{-5}(10^{-3})^2(10^{-3})^2}{10^{-2}}\right)=0{,}594\,V$$

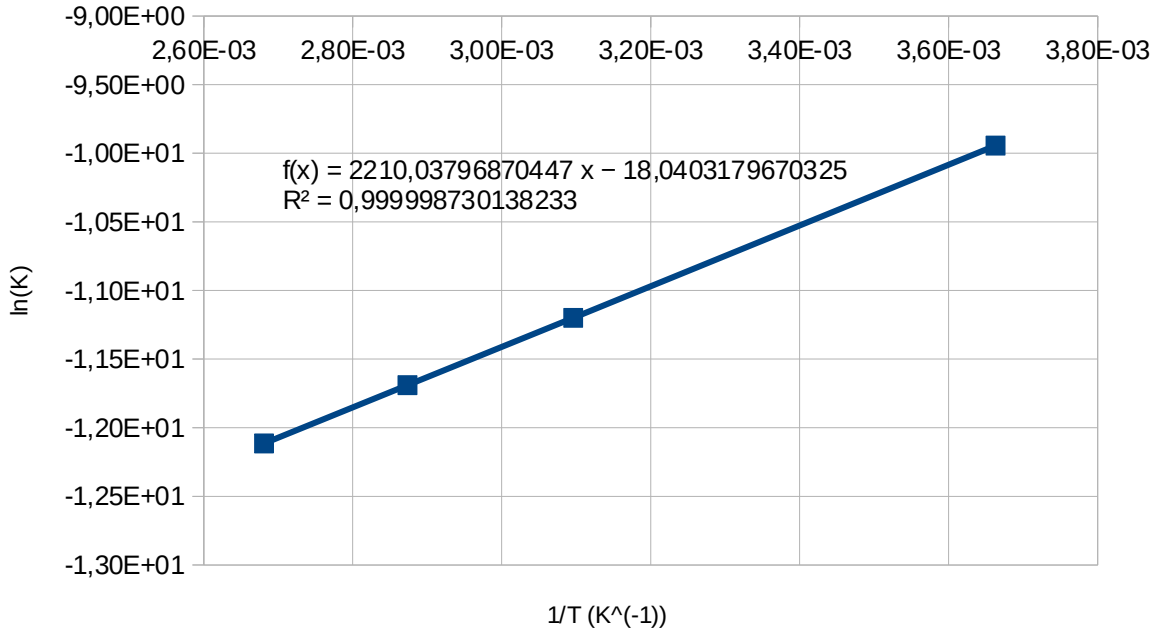
No se da valor de F en enunciado Galicia 2006, usamos F=96485 C

$$\Delta G=-nFE=-2\cdot96485\cdot0{,}594=-114624\,J/mol$$

En Baleares 2024 se pregunta adicionalmente si es espontánea la reacción en estas condiciones: sí lo que es ya que E>0 y ΔG<0.

[d) Baleares 2024] Utilizamos la ecuación de Van't Hoff $\ln\frac{K_2}{K_1}=\frac{\Delta H^o}{R}\left(\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}\right)$ que podemos plantear como $\ln K=\frac{-\Delta H^o}{R}\frac{1}{T}$ y asociar a una recta y=mx siendo y=lnK y x=1/T y planteamos un ajuste por mínimos cuadrados

T (ºC)	0	50	75	100
K 10^{-5}	4,8	1,368	0,838	0,548
T (K)	273	323	348	373
1/T (K^{-1})	3,66E-03	3,10E-03	2,87E-03	2,68E-03
ln(K)	-9,94E+00	-1,12E+01	-1,17E+01	-1,21E+01



Vemos que se ajusta muy bien a una recta, lo que valida que la variación de entalpía es constante en ese rango de temperatura.

$$\frac{-\Delta H^o}{R}=2210 \Rightarrow \Delta H^o=2210\cdot 8{,}314=-1{,}84\cdot 10^4\ J/mol$$

Al ser lineal se puede calcular con dos puntos. Tomamos punto 1 = 0 ºC y punto 2 100 ºC

$$\ln\frac{K_2}{K_1}=\frac{\Delta H^o}{R}\left(\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}\right) \quad \ln\frac{0{,}548}{4{,}8}=\frac{\Delta H^o}{8{,}314}\left(\frac{1}{273}-\frac{1}{373}\right)\Rightarrow \Delta H^o=-1{,}84\cdot 10^4\ J/mol$$

[e) Baleares 2024]

La masa molar de $PtCl_4^{2-}$ es 195+4·35,5=337 g/mol $PtCl_4^{2-}$

$$8\ \cancel{F}\cdot\frac{1\ \cancel{mol\ e^-}}{1\ \cancel{F}}\cdot\frac{1\ \cancel{mol\ PtCl_4^{2-}}}{2\ \cancel{mol\ e^-}}\cdot\frac{337\ g\ PtCl_4^{2-}}{1\ \cancel{mol\ PtCl_4^{2-}}}=1348\ g\ PtCl_4^{2-}$$

3. El gas cloro se puede obtener por reacción de ácido clorhídrico con ácido nítrico, produciéndose simultáneamente dióxido de nitrógeno y agua.
a) Ajusta la ecuación iónica y molecular por el método del ión electrón.
b) Calcula el volumen de cloro obtenido, a 17 ºC y 720 mm de Hg, cuando reaccionan 100 mL de disolución de ácido clorhídrico 0,5 M, con ácido nítrico en exceso.
DATOS: R = 0,082 atm· L · mol^{-1} · K^{-1}.
(2,5 puntos)

a) Planteamos las semirreacciones de oxidación y reducción y ajustamos en medio ácido.
El cloro pasa de estado de oxidación -1 en HCl a 0 en Cl_2: se oxida.
El nitrógeno pasa de estado de oxidación +5 en NO_3^- a +4 en NO_2: se reduce.
SR oxidación: $2Cl^- \rightarrow Cl_2 + 2e^-$
SR reducción: $NO_3^- + 2H^+ + 1e^- \rightarrow NO_2 + H_2O$
Multiplicamos la segunda por dos y sumamos para obtener la ecuación iónica
$2Cl^- + 2NO_3^- + 4H^+ \rightarrow Cl_2 + 2NO_2 + 2H_2O$
Planteamos la reacción global
$2HCl + 2HNO_3 \rightarrow Cl_2 + 2NO_2 + 2H_2O$

b) $$100\,\cancel{mL\,dis}\cdot\frac{0,5\,\cancel{mol\,HCl}}{1000\,\cancel{mL\,dis}}\cdot\frac{1\,mol\,Cl_2}{2\,\cancel{mol\,HCl}}=2,5\cdot10^{-2}\,mol\,Cl_2$$

Usando la ley de los gases ideales

$$V=\frac{nRT}{P}=\frac{2,5\cdot10^{-2}\cdot0,082\cdot(273+17)}{720/760}=6,3\cdot10^{-1}\,L$$

4. En disolución acuosa y en medio ácido sulfúrico el sulfato de hierro (II) reacciona con permanganato de potasio para dar sulfato de manganeso (II), sulfato de hierro (III) y sulfato de potasio.
a) Escriba y ajuste las correspondientes reacciones iónicas y la molecular del proceso por el método del ión-electrón.
b) Calcule la concentración molar de una disolución de sulfato de hierro (II) si 10 mL de esta disolución han consumido 22'3 mL de una disolución acuosa de permanganato de potasio 0'02 M.
(2,5 puntos)

El separador decimal debe ir sobre la línea de escritura: debería ser 22,3 mL y 0,02 M.
https://gitlab.com/fiquipedia/drive.fiquipedia/-/raw/main/content/home/recursos/recursos-notacion-cientifica/Separador%20decimal.pdf
Enunciado usa nomenclatura de número de oxidación sin poner el número de oxidación en romanos junto al metal sin espacio. Debería ser sulfato de hierro(iI), sulfato de manganeso(II(y sulfato de hierro(III).
Enunciado indica "reacción molecular" pero es más correcto "reacción global", ya que no todas las especies son moleculares.

a) Planteamos las semirreacciones de oxidación y reducción con las especies asociadas:
Semirreacción de oxidación: $Fe^{2+} \rightarrow Fe^{3+} + 1e^-$
Semirreacción de reducción: $MnO_4^- + 8H^+ + 5e^- \rightarrow Mn^{2+} + 4H_2O$
Multiplicamos por 5 la primera y sumamos para obtener la reacción iónica:
Reacción iónica $5Fe^{2+} + MnO_4^- + 8H^+ \rightarrow 5Fe^{3+} + Mn^{2+} + 4H_2O$
Reacción global: $10FeSO_4 + 2KMnO_4 + 8H_2SO_4 \rightarrow 5Fe_2(SO_4)_3 + K_2SO_4 + 2MnSO_4 + 8H_2O$

b) $$0{,}0223\,\cancel{L\,KMnO_4}\cdot\frac{0{,}02\,\cancel{mol\,KMnO_4}}{1\,\cancel{L\,KMnO_4}}\cdot\frac{10\,mol\,FeSO_4}{2\,\cancel{mol\,KMnO_4}}=2{,}23\cdot10^{-3}\,mol\,FeSO_4$$

Concentración $2{,}23\cdot10^{-3}/0{,}010$=**0,223 M**

enrique@fiquipedia.es Revisado 13 febrero 2025
CC BY SA

Opción B

3.- Se mezclan 100 mL de una disolución que contiene 10,0 g/L de dicromato potásico, 5,0 mL de ácido sulfúrico 6 M y 75,0 mL de una disolución que contiene 80,0 g/L de sulfato de hierro heptahidratado. La disolución resultante se valora con permanganato de potasio 0,0424 M, ¿qué volumen de dicho permanganato se gastará?

Elemento	Masa atómica (u)
Azufre	32,06
Cromo	51,996
Hidrógeno	1,0079
Hierro	55,847
Oxígeno	15,994
Potasio	39,098

Potenciales estándar de reducción
$\varepsilon^o(Fe^{3+}/Fe^{2+}) = 0,771$ V
$\varepsilon^o(Cr_2O_7^{2-}/Cr^{3+}) = 1,330$ V
$\varepsilon^o(MnO_4^-/Mn^{2+}) = 1,510$ V

Comentado por koler, china2 y Rousrous en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?p=40386#p40386

a) El permanganato de potasio es un oxidante fuerte, ya que el manganeso se reduce de +7 a +2
El papel del dicromato es también un oxidante, ya que el cromo se reduce de +6 a +3
Planteamos las semirreacciones de reducción
Semirreacción de reducción1: $MnO_4^- + 8H^+ + 5e^- \rightarrow Mn^{2+} + 4H_2O$
Semirreacción de reducción2: $Cr_2O_7^{2-} + 14H^+ + 6e^- \rightarrow 2Cr^{3+} + 7H_2O$
La oxidación será del hierro (no se indica explícitamente el estado de oxidación del hierro en el sulfato de hierro, pero sería +2 https://es.wikipedia.org/wiki/Sulfato_de_hierro(II))
Semirreacción de oxidación: $Fe^{2+} \rightarrow Fe^{3+} + 1e^-$

Reacción iónica 1, multiplicando oxidación por 5 y sumando:
$MnO_4^- + 8H^+ + 5Fe^{2+} \rightarrow Mn^{2+} + 4H_2O + 5Fe^{3+}$
Reacción global 1
$\mathbf{2KMnO_4 + 8H_2SO_4 + 10(7H_2O{\cdot}FeSO_4) \rightarrow 2MnSO_4 + K_2SO_4 + 78H_2O + 5Fe_2(SO_4)_3}$

Reacción iónica 2, multiplicando oxidación por 6 y sumando:
$Cr_2O_7^{2-} + 14H^+ + 6Fe^{2+} \rightarrow 2Cr^{3+} + 4H_2O + 6Fe^{3+}$
Reacción global 2
$\mathbf{K_2Cr_2O_7 + 7H_2SO_4 + 6(7H_2O{\cdot}FeSO_4) \rightarrow Cr_2(SO_4)_3 + K_2SO_4 + 49H_2O + 3Fe_2(SO_4)_3}$

Primero planteamos la cantidad de Fe oxidado cuando se mezcla con dicromato (reacción 2)
Dados los datos del enunciado, usamos al menos 5 cifras significativas:
Masa molar $(7H_2O{\cdot}FeSO_4)$=7·(2·1,0089+15,994)+ 55,847+32,06+4·15,994)=
277,9656 g/mol $(7H_2O{\cdot}FeSO_4)$

$$0,075\,\cancel{L}\cdot\frac{80\,\cancel{g\,7\,H_2O\,FeSO_4}}{1\,\cancel{L}}\cdot\frac{1\,mol\,7\,H_2O{\cdot}FeSO_4}{277,9656\,\cancel{g\,7\,H_2O{\cdot}FeSO_4}}=2,15854\cdot10^{-2}\,mol\,7\,H_2O{\cdot}FeSO_4$$

Masa molar $(K_2Cr_2O_7)$=2·39,098+2·51,996+7·15,994=294,146 g/mol $K_2Cr_2O_7$

$$0,100\,\cancel{L}\cdot\frac{10\,\cancel{g\,K_2Cr_2O_7}}{1\,\cancel{L}}\cdot\frac{1\,mol\,K_2CrO_4}{294,146\,\cancel{g\,K_2Cr_2O_7}}=3,39967\cdot10^{-3}\,mol\,K_2Cr_2O_7$$

Masa molar (H_2SO_4)=2·1,0089+32,06 +4·15,994=98,0538 g/mol H_2SO_4

$$0{,}005\,\cancel{L}\cdot\frac{6\,mol\,H_2SO_4}{1\,\cancel{L}}=3\cdot10^{-2}\,mol\,H_2SO_4$$

Hay tres reactivos y tres cantidades en reacción 2 y debemos validar cuál es el limitante. Para seguir mejor el desarrolla marcamos cada uno con un subrayado distinto
$3{,}39967\cdot10^{-3}$ mol $K_2Cr_2O_7$ / $3\cdot10^{-2}$ mol $H_2S_2O_4$ / $2{,}15854\cdot10^{-2}$ mol $7H_2O\cdot FeSO_4$
La estequiometría de la reacción 2 indica que por cada mol de dicromato reaccionan 6 moles de sulfato de hierro(II) heptahidratado, luego tras la combinación tenemos sulfato de hierro(II) heptahidratado que no se ha oxidado. Entre estos dos dicromato es limitante y sulfato en exceso.
$2{,}15854\cdot10^{-2} - 6\cdot3{,}39967\cdot10^{-3}$=$1{,}18738\cdot10^{-3}$ mol sulfato de hierro(II) heptahidratado sin reaccionar que no se ha oxidado.
Pero además debemos validar si el ácido sulfúrico es limitante frente al dicromato: la estequiometría de la reacción 2 indica que por cada 7 moles de ácido sulfúrico reaccionan 6 moles de sulfato de hierro(II) heptahidratado.
Son necesarios de sulfúrico $7\cdot3{,}39967\cdot10^{-3}=2{,}3798\cdot10^{-2}$ mol H_2SO_4 necesarios
Vemos que no ha limitado, y han sobrado $3\cdot10^{-2} - 2{,}3798\cdot10^{-2}$ =$6{,}202\cdot10^{-3}$ mol H_2SO_4 sobrantes

Otra manera de plantear el reactivo limitante es plantear número de moles reales y estequiometrías:
Proporción estequiométrica (dicromato /sulfúrico / sulfato): 1/7/6
Proporción real (dicromato /sulfúrico / sulfato): $3{,}39967\cdot10^{-3}$/$3\cdot10^{-2}$/$2{,}15854\cdot10^{-2}$
Dividiendo por el dicromato para ver mejor proporción real: 1/8,82439/6,34926
El limitante es el dicromato, y hay sulfúrico en exceso y sulfato en exceso.

Planteamos ahora la cantidad de Fe oxidado cuando se mezcla con permanganato (reacción 1)
La estequiometría de la reacción 1 indica que por cada 2 moles de permanganato reaccionan 10 moles de sulfato de hierro(II) heptahidratado, luego necesitaremos 5 veces menos moles de permanganato que del sulfato de hierro(II) heptahidratado que ha quedado tras la reacción con el dicromato.
n($KMnO_4$)=$1{,}18738\cdot10^{-3}$/5=$2{,}37476\cdot10^{-4}$ mol $KMnO_4$ necesarios
En este caso se nos pide volumen de permanganato gastado que será cantidad estequiométrica respecto al que sea limitante entre el resto, y tenemos que comprobar de nuevo si el ácido sulfúrico restante es limitante respecto al sulfato restante: la estequiometría de la reacción 1 indica que por cada 8 moles de ácido sulfúrico reaccionan 10 moles de sulfato de hierro(II) heptahidratado
Son necesarios de sulfúrico (8/10)·$1{,}18738\cdot10^{-3}$ =$9{,}49904\cdot10^{-4}$ mol H_2SO_4 necesarios
Tenemos $6{,}202\cdot10^{-3}$ mol H_2SO_4 que son más de los $9{,}49904\cdot10^{-4}$ mol H_2SO_4 necesarios de sulfúrico, por lo entre ambos limita el sulfato y se gasta todo el sobrante tras la reacción del dicromato, que es el que reaccionará con el permanganato.

Otra manera de plantear el reactivo limitante es con número de moles reales y estequiometrías:
Proporción estequiométrica (sulfúrico / sulfato): 8/10=0,8
Proporción real (sulfúrico / sulfato): $6{,}202\cdot10^{-3}$/$1{,}18738\cdot10^{-4}$ = 52,233
El limitante es el sulfato y el sulfúrico está en exceso.

Se consumirá todo el limitante que es el sulfato, $1{,}18738\cdot10^{-3}$ mol $7H_2O\cdot FeSO_4$ y $2{,}37476\cdot10^{-4}$ mol $KMnO_4$. El ácido consumido (no se pregunta) será $9{,}49904\cdot10^{-4}$ mol H_2SO_4 calculado antes.

La pregunta del enunciado es “qué volumen de dicho permanganato se gastará”, no se indica explícitamente que se oxide todo el hierro.
Para conseguir ese número de moles de permanganato necesitaremos
M=n/V → V=n/M=$2{,}37476\cdot10^{-4}$ /0,0424=$5{,}60085\cdot10^{-3}$ L = **5,60085 mL $KMnO_4$ 0,2424 M**

enrique@fiquipedia.es Revisado 13 febrero 2025

Comentario: no se usan los datos del enunciado de potenciales estándar más allá de para identificar qué especies se oxidan y reducen. Como las concentraciones no son 1 M, los potenciales habría que calcularlos con Nernst, ya que no son los estándar ni inicialmente ni a lo largo del proceso: el hierro se irá oxidando y los oxidantes se irán reduciendo y las concentraciones y potenciales irán variando. Enunciado no facilita F ni R ni datos para plantearlo con Nernst.
El ácido sulfúrico no interviene en los procesos redox más allá de aportar el medio ácido y permitir que se formen sulfatos de potasio y de manganeso, por lo que puede ser un limitante y su concentración influye en los potenciales.

4.- Una muestra de 3’25 g de nitrito de potasio impuro, disuelta en agua acidificada con ácido sulfúrico, se hace reaccionar con permanganato de potasio.
$KNO_2 + KMnO_4 + H_2SO_4 \Rightarrow KNO_3 + K_2SO_4 + MnSO_4 + H_2O$
a) Ajuste las reacciones iónica y molecular por el método del ión-electrón.
b) Calcule la riqueza en KNO_2 de la muestra inicial si se han consumido 50 ml de $KMnO_4$ 0’2 M.
Masas atómicas: K = 39; O = 16; N = 14. (2,5 puntos)

El separador decimal debe ir sobre la línea de escritura: debería ser 3,25 g y 0,2 M.
https://gitlab.com/fiquipedia/drive.fiquipedia/-/raw/main/content/home/recursos/recursos-notacion-cientifica/Separador%20decimal.pdf

a) Planteamos las semirreacciones de oxidación y reducción con las especies asociadas:
Semirreacción de oxidación: $NO_2^- + H_2O \rightarrow NO_3^- + 2H^+ + 2e^-$
Semirreacción de reducción: $MnO_4^- + 8H^+ + 5e^- \rightarrow Mn^{2+} + 4H_2O$
Multiplicamos por 5 la primera y la segunda por 2 y sumamos para obtener la reacción iónica:
$5NO_2^- + 5H_2O + 2MnO_4^- + 16H^+ \rightarrow 5NO_3^- + 10H^+ + 2Mn^{2+} + 8H_2O$
Reacción iónica: $5NO_2^- + 2MnO_4^- + 6H^+ \rightarrow 5NO_3^- + 2Mn^{2+} + 3H_2O$
Reacción global: $5KNO_2 + 2KMnO_4 + 3H_2SO_4 \rightarrow 5KNO_3 + K_2SO_4 + 2MnSO_4 + 3H_2O$
b) La masa molar de KNO_2 = 39+14+16·2= 85 g/mol KNO_2

$$0{,}050\ \cancel{L\ KMnO_4} \cdot \frac{0{,}2\ \cancel{mol\ KMnO_4}}{1\ \cancel{L\ KMnO_4}} \cdot \frac{5\ \cancel{mol\ KNO_2}}{2\ \cancel{mol\ KMnO_4}} \cdot \frac{85\ g\ KNO_2}{1\ \cancel{mol\ KNO_2}} = 2{,}125\ g\ KNO_2$$

Riqueza=2,125/3,25=0,6538=**65,38 %**

3.- Se dispone de 100 g de una aleación que tiene el 26,5% de cobre que reacciona con 90 mL de una disolución de ácido nítrico al 75% en masa y densidad 1,4 g/mL, obteniéndose nitrato de cobre (II), óxido de nitrógeno (II) y agua, siendo el rendimiento de la reacción del 92%.
a) Ajustar la reacción por el método del ion-electrón.
b) Calcular la cantidad de nitrato de cobre (II) que se obtendrá.
c) Calcular el volumen de óxido de nitrógeno (II) que se recogerá sobre agua a 20 ºC y 760 mm de Hg.
d) ¿Cuál sería el punto de congelación de la disolución resultante de añadir 2 L de agua al nitrato de cobre (II) obtenido? Suponer que dicha sal se disocia completamente al disolverse en agua.
Datos Mmolar (g/mol): Cu -63,5; H-1,0; N-14,0; O-16,0; Pv(H_2O, 20 ºC)= 18,0 mm Hg; R= 0,082 atm·L/mol·K; Kf(H_2O)= 1,86 ºC kg/mol

a) Semirreación de oxidación: $Cu \rightarrow Cu^{2+} + 2e^-$
Semirreación de reducción: $NO_3^- + 4H^+ + 3e^- \rightarrow NO + 2H_2O$
Multiplicamos la de oxidación por 3 y la de reducción por 2 y sumamos
Reacción iónica: $2NO_3^- + 8H^+ + 3Cu \rightarrow 2NO + 4H_2O + 3Cu^{2+}$
Reacción global: $8HNO_3 + 3Cu \rightarrow 2NO + 4H_2O + 3Cu(NO_3)_2$
b) Calculamos el reactivo limitante

$$100\,\cancel{g\ aleac}\cdot\frac{26,5\,\cancel{g\ Cu}}{100\,\cancel{g\ aleac}}\cdot\frac{1\,mol\,Cu}{63,5\,\cancel{g\ Cu}}=0,417\,mol\,Cu$$

Masa molar HNO_3=1+14+3·16=63 g/mol HNO_3

$$90\,\cancel{mL}\cdot\frac{1,4\,\cancel{g\ disol}}{1\,\cancel{mL}}\cdot\frac{75\,g\,HNO_3}{100\,\cancel{g\ disol}}\cdot\frac{1\,mol\,HNO_3}{63\,g\,HNO_3}=1,5\,mol\,HNO_3$$

La proporción estequiométrica HNO_3/Cu=8/3=2,7 y la real 1,5/0,417=3,6
La real es mayor que la estequiométrica: hay exceso de nítrico y el limitante es el cobre.
Partimos del limitante
Masa molar $Cu(NO_3)_2$=63,5+2·(14+3·16)=187,5 g/mol $Cu(NO_3)_2$

$$0,417\,\cancel{mol\,Cu}\cdot\frac{3\,\cancel{mol\,Cu(NO_3)_2}}{3\,\cancel{mol\,Cu}}\cdot\frac{187,5\,g\,Cu(NO_3)_2}{1\,\cancel{mol\,Cu(NO_3)_2}}\cdot\frac{92}{100}=71,9\,g\,Cu(NO_3)_2$$

c) $$0,417\,\cancel{mol\,Cu}\cdot\frac{2\,mol\,NO}{3\,\cancel{mol\,Cu}}=0,834\,mol\,NO$$

Si la presión total son 760 mmHg, restando la presión del vapor de agua la presiń asociada a NO es de 760-18=742 mmHg
V=nRT/P=0,834·0,082·(273+20)/(742/760)=20,5 L NO
d) Tomamos densidad de agua 1 kg/L
https://es.wikipedia.org/wiki/Descenso_crioscopico#Disoluciones_diluidas_de_electrolitos
Se trata de una disolución diluida. 71,9/187,5=0,383 mol soluto en 2 L, utilizamos el factor de Van't Hoff i=3 ya que se indica que se disocia completamente en 3 iones.

$$\Delta T = i\cdot k\cdot m$$

$$\Delta T = 3\cdot 1,86\cdot\frac{\frac{71,9}{187,5}}{2}=1,07\,ºC$$

Como la temperatura de congelación del agua pura es 0 ºC y sería un descenso crioscópico, la nueva temperatura de congelación sería -1,07 ºC

enrique@fiquipedia.es Revisado 14 agosto 2025
CC BY SA

EXAMEN DE LA CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA DEL CUERPO DE PROFESORES DE ENSEÑANZA SECUNDARIA, ESPECIALIDAD DE FÍSICA Y QUÍMICA

La siguiente prueba consta de 4 ejercicios (2 de Física y 2 de Química) sobre los contenidos recogidos en el temario vigente de la especialidad. Cada uno de los problemas será calificado con una nota de entre 0 a 2,5 puntos y la nota final de la prueba se expresará en términos de APTO o NO APTO.

4.- Para obtener óxido de aluminio a partir de aluminio metálico se utiliza una disolución de dicromato de potasio en medio ácido:

$$Al + K_2Cr_2O_7 + H_2SO_4 \rightleftharpoons Al_2O_3 + Cr_2(SO_4)_3 + K_2SO_4 + H_2O$$

a) Ajuste las reacciones iónica y molecular por el método del ion-electrón.

b) Calcule el volumen de disolución de $K_2Cr_2O_7$ de una riqueza del 20% en masa y densidad 1,124 g/mL que sería necesario para obtener 25 g de Al_2O_3.

Datos: Masas atómicas relativas Cr=52; K=39; Al=27; O=16

Enunciado indica símbolo de equilibrio ⇌ cuando es una reacción →.

a) Semirreación de oxidación: $2Al + 3H_2O \rightarrow Al_2O_3 + 6H^+ + 6e^-$

Semirreacción de reducción: $Cr_2O_7^{2-} + 14H^+ + 6e^- \rightarrow 2Cr^{3+} + 7H_2O$

Reacción iónica:

$Cr_2O_7^{2-} + 14H^+ + 2Al + 3H_2O \rightarrow 2Cr^{3+} + 7H_2O + Al_2O_3 + 6H^+$

$Cr_2O_7^{2-} + 8H^+ + 2Al \rightarrow 2Cr^{3+} + 4H_2O + Al_2O_3$

Reacción global: $K_2Cr_2O_7 + 4H_2SO_4 + 2Al \rightarrow Cr_2(SO_4)_3 + 4H_2O + Al_2O_3 + K_2SO_4$

b) Masa molar Al_2O_3 =2·27+3·16=102 g/mol Al_2O_3

Masa molar $K_2Cr_2O_7$ = 2·39+2·52+7·16=294 g/mol $K_2Cr_2O_7$

$$25\,\cancel{g\,Al_2O_3}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\,Al_2O_3}}{102\,\cancel{g\,Al_2O_3}}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\,K_2Cr_2O_7}}{1\,\cancel{mol\,Al_2O_3}}\cdot\frac{294\,\cancel{g\,K_2Cr_2O_7}}{1\,\cancel{mol\,K_2Cr_2O_7}}\cdot\frac{100\,\cancel{g\,disoluc}}{20\,\cancel{g\,K_2Cr_2O_7}}\cdot\frac{0{,}001\,L}{1{,}124\,\cancel{g\,K_2Cr_2O_7}}$$

$$0{,}3205\,L = 320{,}5\,mL$$

4. Una muestra de 0,200 g de metal, de masa atómica 51,0 u, reacciona con ácido sulfúrico diluido originado 87,8 ml de hidrógeno en c.n. (a). La disolución que contiene el metal en su estado de oxidación inferior consume 117,6 ml de disolución de permanganato de potasio 3,16 g/l, para pasar el ion metálico a su estado de oxidación superior (b).
Masas atómicas en u: Mn = 54,9 K= 39
a) Escriba razonadamente la reacción (a) (3 puntos)
b) Escriba razonadamente la reacción (b) (3 puntos)
c) Deduzca razonadamente las valencias del metal (4 puntos)

Resuelto por china2 y Atomicteacher89 en
http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?p=39619#p39619

a) Planteamos la reacción (a) entre el metal y el ácido sulfúrico.
Semirreacción oxidación: $M \rightarrow M^{n+} ne^-$
Semirreacción reducción: $2H^+ + 2e^- \rightarrow H_2$ (g)
Multiplicamos la primera por 2 y la segunda por n y sumamos
Reacción global: $2M + 2nH^+ \rightarrow 2M^{n+} + nH_2$ (g)
b) Planteamos la reacción (b) entre el metal en su estado de oxidación inferior y el permanganato de potasio. Llamamos a los valores de los estados x e y. Ajustamos en medio ácido.
Semirreacción oxidación: $M^{x+} \rightarrow M^{y+} + (y-x)e^-$
Semirreacción reducción: $MnO_4^- + 8H^+ + 5e^- \rightarrow Mn^{2+} + 4H_2O$
Multiplicamos la primera por 5 y la segunda por (y-x) y sumamos
Reacción global: $5M^{x+} + (y-x)MnO_4^- + (y-x)8H^+ \rightarrow 5M^{y+} + (y-x)Mn^{2+} + (y-x)4H_2O$
c) Usamos resultados de a y b
Con a, calculamos el número de moles de metal $0,200/51,0=3,92\cdot10^{-3}$ mol M
Usamos la ley de los gases ideales para calcular el número de moles de hidrógeno producidos: tomamos con condiciones normales 0 ºC y 1 atm y R=0,082 $atm\cdot L\cdot K^{-1}\cdot mol^{-1}$ aunque no se indica explícitamente como datos.
$n=PV/RT=1\cdot0,0878/(0,082\cdot273)=3,92\cdot10^{-3}$ mol H_2
Como la estequiometría H_2/M es n/2 y el número de moles coincide, uno de los estados de oxidación es n=+2, y según el enunciado entendemos que la reacción b es posterior a la a, por lo que n=+2 es el estado de oxidación inferior.
Con b, calculamos el número de moles de $KMnO_4$ usando masa atómica O=16, aunque no es dato.

$$0,1176\ \cancel{L\ KMnO_4}\cdot\frac{3,16\ \cancel{g\ KMnO_4}}{1\ \cancel{L\ KMnO_4}}\cdot\frac{1\ mol\ KMnO_4}{39+54,9+16\cdot4\ \cancel{g\ KMnO_4}}=2,35\cdot10^{-3}\ mol\ KMnO_4$$

Como la estequiometría $KMnO_4/M^{x+}$ es (y-x)/5, y sabemos que x=2, planteamos
$2,35\cdot10^{-3}/3,92\cdot10^{-3}=0,6=(y-2)/5 \rightarrow 3=y-2 \rightarrow y=+5$
Las valencias del metal son +2 y +5.
Viendo el valor de la masa atómica del metal 51,0 u, podemos validar que el metal es vanadio, que tiene estados de oxidación +2, +3, +4 y +5.

6. Una celda galvánica consiste en una tira de plata metálica sumergida en una disolución de ion Ag^+ 0,10 M, y una tira de cinc metálico sumergida en una disolución de ion Zn^{2+} 0,10 M. A la semicelda que contiene el ion plata se añade amoniaco hasta alcanzar una concentración 1,0 M (sin variación de volumen), y en ese momento se lee una diferencia de potencial de 1,12 V. Calcular la constante de estabilidad del complejo $[Ag(NH_3)_2]^+$.
Datos: $\varepsilon^o(Ag^+/Ag)=0,80$ V; $\varepsilon^o(Zn^{2+}/Zn)=-0,76$ V; R=8,314 $J \cdot k^{-1} \cdot mol^{-1}$; 1 F = 96500 C.

El símbolo de kelvin es K mayúscula, debería ser 8,314 $J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$

Ver Asturias-2018-1, Andalucía 1998-Q3B

El equilibrio de formación del complejo es
$Ag^+ (ac) + 2NH_3 (ac) \rightleftarrows Ag(NH_3)_2^+ (ac)$

$$K_f = \frac{[Ag(NH_3)_2]^+}{[Ag^+][NH_3]^2}$$

La concentración de amoniaco la conocemos.
La concentración de plata la podemos asociar al potencial:
La plata se reduce (aunque la concentración variará al formarse el complejo y no conocemos el potencial): $Ag^+ + 1e^- \rightarrow Ag$
El cinc se oxida: $Zn \rightarrow Zn^{2+} + 2e^-$
Reacción global: $2Ag^+ (aq) + Zn (s) \rightarrow Zn^{2+} (aq) + 2Ag (s)$
Utilizando Nernst

$$E = E^o - \frac{0,05916}{2} \log_{10}\left(\frac{[Zn^{2+}]}{[Ag^+]^2}\right)$$

$$1,12 = 0,80 - (-0,76) - \frac{0,05916}{2} \log_{10}\left(\frac{0,1}{[Ag^+]^2}\right)$$

$$10^{14,87} = \frac{0,1}{[Ag^+]^2} \Rightarrow [Ag^+] = \sqrt{\frac{0,1}{10^{14,87}}} = 1,16 \cdot 10^{-8} M$$

Asumimos que K_f es muy alta y prácticamente toda la plata inicial pasa a complejo, por lo que $[Ag(NH_3)_2^+]=[Ag^+]_{inicial}=0,1$ M

$$K_f = \frac{0,1}{1,16 \cdot 10^{-8} \cdot 1^2} = 8,62 \cdot 10^6$$

https://www.chm.uri.edu/weuler/chm112/refmater/Kftable.html indica valor $1,6 \cdot 10^7$

4. (turno covid) Una disolución de sulfato de cobre (II) que contiene 0,400g de ion Cu^{2+}, se electroliza entre electrodos de platino hasta que la totalidad del cobre queda depositado en el cátodo; se continúa después la electrolisis 7 minutos más. Durante la electrolisis el volumen de disolución se mantiene en 100mL y la intensidad de corriente vale durante todo el proceso 1,20A. Si el rendimiento es del 100% calcule:
a) El tiempo necesario para que se deposite todo el cobre. (0,50 puntos)
b) El volumen total de los gases que se desprende en condiciones normales durante toda la electrolisis. (1 punto)
c) El pH final de la disolución, si la disociación del ácido sulfúrico es total. (0,50 puntos)
Datos: Masa atómica del Cu = 63,5 1Faradio = 96500C

Debe haber un espacio entre espacio y unidad: debería ser 0,400 g; 100 mL; 1,20 A, 96500 C
Enunciado indica Faradio (unidad de capacidad) cuando debería indicar Faraday (cantidad de carga)

a) El Cu^{2+} se reduce para depositarse: $Cu^{2+} + 2e^- \rightarrow Cu$

$$0{,}400\,\cancel{g\,Cu}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\,Cu}}{63{,}5\,\cancel{g\,Cu}}\cdot\frac{2\,\cancel{mol\,e^-}}{1\,\cancel{mol\,Cu}}\cdot\frac{96500\,\cancel{C}}{1\,\cancel{mol\,e^-}}\cdot\frac{1\,s}{1{,}20\,\cancel{C}}=1013\,s$$

Para que el cobre se reduzca debe haber una oxidación: el oxígeno del agua pasa a O_2
$2H_2O \rightarrow O_2 + 4H^+ + 4e^-$
b) Una vez depositado todo el Cu^{2+}, se reduce H^+ a H_2: $2H^+ + 2e^- \rightarrow H_2$

$$7\cdot 60\,\cancel{s}\cdot\frac{1{,}20\,\cancel{C}}{1\,\cancel{s}}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\,e^-}}{96500\,\cancel{C}}\cdot\frac{1\,mol\,H_2}{2\,\cancel{mol\,e^-}}=2{,}61\cdot10^{-3}\,mol\,H_2$$

Para que el hidrógeno se reduzca debe haber una oxidación: el oxígeno del agua pasa a O_2
$2H_2O \rightarrow O_2 + 4H^+ + 4e^-$
Calculamos los moles de oxígeno en esta oxidación sumando tiempos

$$(1013+7\cdot60)\,\cancel{s}\cdot\frac{1{,}20\,\cancel{C}}{1\,\cancel{s}}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\,e^-}}{96500\,\cancel{C}}\cdot\frac{1\,mol\,O_2}{4\,\cancel{mol\,e^-}}=4{,}45\cdot10^{-3}\,mol\,O_2$$

En condiciones normales (0 ºC y 1 atm) cada mol ocupa 22,4 L (V=nRT/P=1·0,082·273/1=22,4 L)
$V=(2{,}61\cdot10^{-3}+4{,}45\cdot10^{-3})\cdot22{,}4=0{,}158$ L gas
c) La indicación de que "la disociación del ácido sulfúrico es total" quiere decir que los iones sulfato no consumen H^+: los H^+ producidos por la hidrólisis determinan el pH.

$$(1013+7\cdot60)\,\cancel{s}\cdot\frac{1{,}20\,\cancel{C}}{1\,\cancel{s}}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\,e^-}}{96500\,\cancel{C}}\cdot\frac{4\,mol\,H^+}{4\,\cancel{mol\,e^-}}=1{,}78\cdot10^{-2}\,mol\,H^+$$

$$pH=-\log_{10}([H^+])=-\log_{10}\left(\frac{1{,}78\cdot10^{-2}}{0{,}1}\right)=0{,}75$$

Model 2. Cas 1. Qüestions prèvies. …
d) Com a procediment habitual, la policia va utilitzar un analitzador de l'alè per comprovar que en Pau no conduïa sota els efectes de l'alcohol. La base d'aquests dispositius és una reacció redox. L'etanol present a l'alè es fa reaccionar amb dicromat de potassi en medi sulfúric i es converteix en àcid acètic. En la reacció es forma sulfat de crom(III) de color verd. Escriu i iguala l'equació química. En l'anàlisi de l'alcohol present en 10 g de sang, es van necessitar 4,23 ml de dicromat de potassi 0,07654M per a ser valorats. Considerant que el límit acceptat és 0,25% en massa, té en Pau un nivell d'alcohol en sang per sota del límit permès?
Dades: R = 8,31 J/k·mol; 1 atm = 101300 Pa
Masses atòmiques: C =12; Na = 23; N = 14; H=1; O = 16; K = 39,1; Cr= 52

...
d) Como procedimiento habitual, la policía utilizó un analizador del aliento para comprobar que Pablo no conducía bajo los efectos del alcohol. La base de estos dispositivos es una reacción redox. El etanol presente en el aliento se hace reaccionar con dicromato de potasio en medio sulfúrico y se convierte en ácido acético. En la reacción se forma sulfato de cromo(III) de color verde. Escribe e iguala la ecuación química. En el análisis del alcohol presente en 10 g de sangre, se necesitaron 4,23 ml de dicromato de potasio 0,07654 M para ser valorados. Considerando que el límite aceptado es 0,25% en masa, ¿tiene Pablo un nivel de alcohol en sangre por debajo del límite permitido?
Datos: R = 8,31 J/K·mol; 1 atm = 101300 Pa
Masas atómicas: C =12; Na = 23; N = 14; H=1; O = 16; K = 39,1; Cr= 52

Debe haber un espacio entre unidad y valor: debería ser 0,07654 M

d) Ajustamos en medio ácido
Semirreacción de reducción: $Cr_2O_7^{2-} + 14H^+ + 6e^- \rightarrow 2Cr^{3+} + 7H_2O$
Semirreación de oxidación: $CH_3\text{-}CH_2OH + H_2O \rightarrow CH_3\text{-}COOH + 4H^+ + 4e^-$
Multiplicamos la de oxidación por 3 y la de reducción por 2 y sumamos
Reacción iónica:
$2Cr_2O_7^{2-} + 28H^+ + 3CH_3\text{-}CH_2OH + 3H_2O \rightarrow 4Cr^{3+} + 14H_2O + 3CH_3\text{-}COOH + 12H^+$
$2Cr_2O_7^{2-} + 16H^+ + 3CH_3\text{-}CH_2OH \rightarrow 4Cr^{3+} + 11H_2O + 3CH_3\text{-}COOH$
Reacción global:
$2K_2Cr_2O_7 + 8H_2SO_4 + 3CH_3\text{-}CH_2OH \rightarrow 2Cr_2(SO_4)_3 + 11H_2O + 3CH_3\text{-}COOH + 2K_2SO_4$
Masa molar $CH_3\text{-}CH_2OH = 2\cdot12+6\cdot1+16=46$ g/mol $CH_3\text{-}CH_2OH$

$$0{,}00423\,\cancel{L}\cdot\frac{0{,}07654\,\cancel{mol\,K_2Cr_2O_7}}{1\,\cancel{L}}\cdot\frac{3\,\cancel{mol\,CH_3CH_2OH}}{2\,\cancel{mol\,K_2Cr_2O_7}}\cdot\frac{46\,g\,CH_3CH_2OH}{1\,\cancel{mol\,CH_3CH_2OH}}=2{,}234\cdot10^{-2}\,g$$

$$\frac{2{,}234\cdot10^{-2}\,g}{10\,g}=2{,}234\cdot10^{-3}=0{,}2234\,\%$$

Pablo tiene un nivel de alcohol en sangre por debajo del límite permitido del 0,25%

Model 2. Cas 2. Qüestions prèvies.

d) Necessitem fer un recobriment de plata, d'una dècima de mil·límetre de gruix, a un dels estris utilitzats a la cuina de 0,785 cm^3 de superfície. L'empresa que ens ho farà utilitza un dipòsit electrolític i fa circular un corrent continu de 22,5 A per una cel·la que conté una dissolució de nitrat de plata. El càtode és un bombo metàl·lic dins del qual s'hi posa el nostre estri i es manté en constant moviment d'agitació perquè el dipòsit sigui uniforme. Quant de temps haurà d'estar connectat el corrent continu, suposada la intensitat constant.
Dades: Densitat de la plata 10,5 g/cm^3 1 F = 96500 C R = 8,31 J/K·mol 1 atm = 101300 Pa
Masses atòmiques: C =12 O = 16 H = 1, Ag = 107'9

d) Necesitamos realizar un recubrimiento de plata, de una décima de milímetro de espesor, a uno de los utensilios utilizados en la cocina de 0,785 cm^3 de superficie. La empresa que nos lo hará utiliza un depósito electrolítico y hace circular una corriente continua de 22,5 A por una celda que contiene una disolución de nitrato de plata. El cátodo es un bombo metálico dentro del cual se pone nuestro utensilio y se mantiene en constante movimiento de agitación para que el depósito sea uniforme. Cuánto tiempo deberá estar conectada la corriente continua, supuesta la intensidad constante.
Datos: Densidad de la plata 10,5 g/cm^3 1 F = 96500 C ...
Masas atómicas: ... Ag = 107'9

El separador decimal debe ir en la línea de escritura: debería ser 107,9

d) El volumen de plata a depositar es $0,01 \cdot 0,785 = 7,85 \cdot 10^{-3}$ cm^3
La masa de plata a depositar es $m = d \cdot V = 10,5 \cdot 7,85 \cdot 10^{-3} = 8,24 \cdot 10^{-2}$ g Ag
La reacción de reducción de la plata solo intercambia un electrón $Ag^+ + 1e^- \rightarrow Ag$ (s)
Usamos factores de conversión teniendo en cuenta que A=C/s

$$8,24 \cdot 10^{-2}\, \cancel{g\ Ag} \cdot \frac{1\, \cancel{mol\ Ag}}{107,9\, \cancel{g\ Ag}} \cdot \frac{1\, \cancel{mol\ e^-}}{1\, \cancel{mol\ Ag}} \cdot \frac{96500\, \cancel{C}}{1\, \cancel{mol\ e^-}} \cdot \frac{1\, s}{22,5\, \cancel{C}} = 3,28\, s$$

Model 1. Cas 2. Qüestions prèvies.

d) Determineu si l'àcid nítric oxidarà el catió ferro(II) formant monòxid de nitrogen com a producte de reducció. Escriviu i igualeu la reacció iònica global i raoneu la resposta.
Dades: Potencial d'elèctrode estàndard (catió Fe(III)/catió Fe(II) = 0'77V
Potencial d'elèctrode estàndard (ió nitrat/monòxid de nitrogen) = 0'96 V

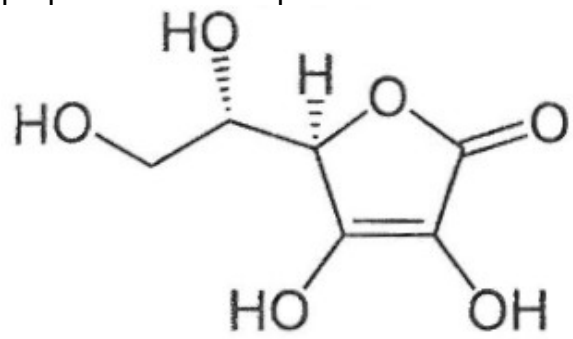
d) Determine si el ácido nítrico oxidará el catión hierro(II) formando monóxido de nitrógeno como producto de reducción. Escriba e iguale la reacción iónica global y razone la respuesta. Datos: Potencial de electrodo estándar (catión Fe(III)/catión Fe(II) = 0'77V Potencial de electrodo estándar (ion nitrato/monóxido de nitrógeno) = 0'96 V

El separador decimal debe ir en la línea de escritura: debería ser 0,77 V y 0,96 V

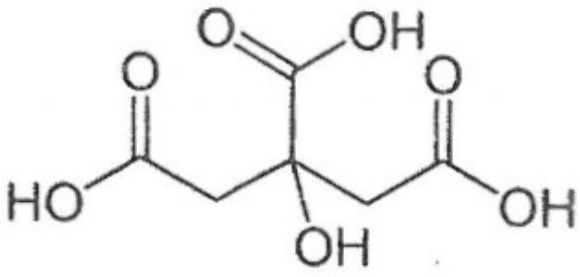
d) Ajustamos en medio ácido
Semirreacción de oxidación: $Fe^{2+} \rightarrow Fe^{3+} + 1e^-$
Semirreacción de reducción: $NO_3^- + 4H^+ + 3e^- \rightarrow NO + 2H_2O$
Multiplicamos la de oxidación por 3 y sumamos
Reacción iónica: $NO_3^- + 4H^+ + 3Fe^{2+} \rightarrow NO + 2H_2O + 3Fe^{3+}$
$E^o = E^o_{cátodo} - E^o_{ánodo} = 0,96 - 0,77 = 0,19$ V
La reacción se producirá ya que $\Delta G^o < 0$ al ser $E^o > 0$ y $\Delta G^o = -nFE^o$

3.- DETERMINACIÓN DE ANTIOXIDANTES EN BEBIDAS REFRESCANTES

La mayoría de las bebidas refrescantes contiene ácido ascórbico, que es un antioxidante natural (vitamina C) y ácido cítrico (excepto las de cola que contienen ácido fosfórico) que proporciona ese toque de acidez.



Ácido ascórbico



ácido cítrico

Se quiere determinar la cantidad de ácido ascórbico y de ácido cítrico de una bebida refrescante. Para ello realizamos dos valoraciones distintas:

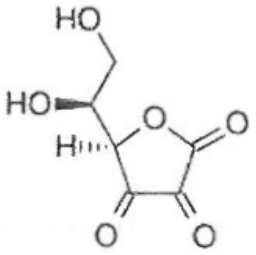
- El ácido ascórbico se determina mediante una valoración redox.
- El contenido total de ácidos se determina utilizando una valoración ácido-base.

A.- Determinación del ácido ascórbico.

Una muestra de 50,00 cm^3 de bebida refrescante se transfiere a un matraz Erlenmeyer. A continuación se añaden 1 g de yoduro de potasio, 5 cm^3 de ácido clorhídrico de concentración 1 mol/dm^3 y 3 cm^3 de disolución de almidón recién preparada. La cantidad de ácido ascórbico presente en la muestra se determina valorando con una disolución de yodato de potasio de concentración 10^{-3} mol/dm^3 observando que se consume un volumen de 15,00 cm^3.

El punto final de la valoración se determina en el momento en el que se forma un complejo azul entre el almidón y los aniones triyoduro (I_3^-).

En efecto, el ion yodato oxida al yoduro en medio ácido al estado de yodo molecular (diyodo). El diyodo así obtenido oxida al ácido ascórbico para formar ácido dehidroascórbico, pasando, en este proceso de nuevo, el yodo a estado de yoduro. Finalmente, cuando todo el ácido ascórbico ha sido valorado, un exceso de yodo forma con el yoduro del medio el ya citado anión triyoduro que colorea de azul oscuro la disoución indicadora de almidón indicándonos que la valoración redox ha terminado.



Ácido dehidroascórbico

a) Escribir y ajustar las reacciones que se producen en este proceso. Explicar qué misión tiene el ácido clorhídrico.

b) Calcular el contenido de ácido ascórbico (en mg) que hay en 100 cm^3 de la bebida refrescante que se está analizando.

B.- Determinación del contenido en ácidos.

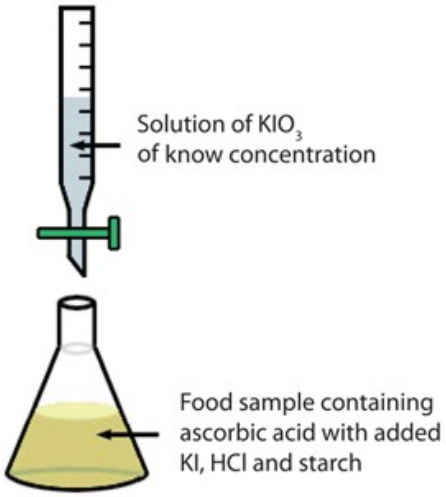
Una muestra de 10,00 cm^3 de la bebida refrescante se transfiere a un matraz Erlenmeyer. Se añaden 2 o 3 gotas de fenolftaleína (indicador ácido-base) y se valora con hidróxido de sodio de concentración 0,1 mol/dm^3 observando que se consumen en este proceso 7,80 cm^3 hasta el cambio de color del indicador a rosa.

El ácido ascórbico consume su único protón ácido[1] para formar ascorbato mientras que los tres protones con caracer ácido del ácido cítrico (procedentes de los tres grupos carboxílicos que presenta la molécula) son neutralizados formando citrato.

a) Escribir y ajustar las reacciones (se pueden usar fórmulas condensadas) que se producen en el proceso.
b) Calcular el contenido de ácido cítrico (en g) que hay en 100 cm³ de bebida refrescante.
Datos masas atómicas: I: 126,9; K: 39,1; C:12 ; H:1 ; O:16
[1] El protón hidroxílico en el ácido ascórbico es insualmente ácido, comparado con un grupo hidroxilo típico, debido a que dos estructuras de resonancia importantes estabilizan la carga negativa en la base conjugada del ácido ascórbico.

Ver https://gitlab.com/fiquipedia/drive.fiquipedia/-/raw/main/content/home/recursos/proyectos-de-investigacion/QUI2-ProyectoInvestigacionValoraci%C3%B3nRedox.pdf que cita
"Experimento de valoración colorimétrica - Determinar la cantidad de vitamina C en un melocotón mediano" https://chemcollective.oli.cmu.edu/activities/autograded/130

A.a) Primera reacción:
Semirreacción reducción: $2IO_3^- + 12H^+ + 10e^- \rightarrow I_2 + 6H_2O$
Semireacción oxidacion: $2I^- \rightarrow I_2 + 2e^-$
Multiplicamos la de oxidación por 5 y sumamos
Reacción iónica:
$2IO_3^- + 12H^+ + 10I^- \rightarrow 6I_2 + 6H_2O$
Simplificamos dividiendo por 2
$IO_3^- + 6H^+ + 5I^- \rightarrow 3I_2 + 3H_2O$
Reacción global: $KIO_3 + 6HCl + 5KI \rightarrow 3I_2 + 3H_2O + 6KCl$



Segunda reacción:
Ácido ascórbico tiene fórmula molecular $C_6H_8O_6$
Ácido dehidroascórbico tiene fórmula molecular $C_6H_6O_6$
Semirreacción reducción: $I_2 + 2e^- \rightarrow 2I^-$
Semirreacción oxidación: $C_6H_8O_6 \rightarrow C_6H_6O_6 + 2H^+ + 2e^-$
Reacción iónica: $I_2 + C_6H_8O_6 \rightarrow C_6H_6O_6 + 2H^+ + 2I^-$
Reacción global: $I_2 + C_6H_8O_6 \rightarrow C_6H_6O_6 + 2HI$
La misión del HCl es proporcionar un medio ácido para la primera reacción.
A.b) Comprobamos el limitante en la primera reacción

KIO_3: $0{,}015\,\cancel{L}\cdot\frac{10^{-3}\,mol\,KIO_3}{1\,\cancel{L}}=1{,}5\cdot10^{-5}\,mol\,KIO_3$

HCl: $0{,}005\,\cancel{L}\cdot\frac{1\,mol\,HCl}{1\,\cancel{L}}=5\cdot10^{-3}\,mol\,HCl$

Masa molar KI= 39,1+126,9=166 g/mol KI

KI: $1\,\cancel{g\,KI}\cdot\frac{1\,mol\,KI}{166\,\cancel{g\,KI}}=6\cdot10^{-3}\,mol\,KI$

La proporción estequiométrica respecto KIO_3 es $HCl/KIO_3=6$ y $KI/KIO_3=5$
La proporción real respecto KIO_3 es $HCl/KIO_3=5\cdot10^{-3}/1{,}5\cdot10^{-5}=333$ y $KI/KIO_3=6\cdot10^{-3}/1{,}5\cdot10^{-5}=400$
El limitante es KIO_3
Masa molar $C_6H_8O_6=6\cdot12+8+6\cdot16=176$ g/mol $C_6H_8O_6$

$$1{,}5\cdot10^{-5}\,\cancel{mol\,KIO_3}\cdot\frac{3\,\cancel{mol\,I_2}}{1\,\cancel{mol\,KIO_3}}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\,C_6H_8O_6}}{1\,\cancel{mol\,I_2}}\cdot\frac{176\,g\,C_6H_8O_6}{1\,\cancel{mol\,C_6H_8O_6}}=7{,}92\cdot10^{-3}\,g\,C_6H_8O_6$$

Esa es la cantidad de vitamina C en 50 cm³ de bebida refrestante, luego en 100 cm³ de bebida refrestante hay el doble. Expresado en miligramos hay 15,84 mg vitamina C

B.a) Fórmula molecular ácido cítrico $C_6H_8O_7$
Masa molar ácido cítrico $6 \cdot 12+8+7 \cdot 16=192$ g/mol $C_6H_8O_7$
$C_6H_8O_6 + NaOH \rightarrow NaC_6H_7O_6 + H_2O$
$C_6H_8O_7 + 3NaOH \rightarrow Na_3C_6H_5O_7 + 3H_2O$
B.b) $0{,}0078 \cancel{L} \cdot \frac{0{,}1 \, mol \, NaOH}{1 \cancel{L}} = 7{,}8 \cdot 10^{-4} \, mol \, NaOH$
En 10 cm^3 tenemos 1/5 de lo que tenemos en 50 cm^3 calculado antes
$7{,}92 \cdot 10^{-3}/5=1{,}584 \cdot 10^{-3}$ g $C_6H_8O_6$
Eso suponen $1{,}584 \cdot 10^{-3}/176=9 \cdot 10^{-6}$ mol $C_6H_8O_6$, que como tiene solo un protón consume el mismo número de moles de NaOH
$7{,}8 \cdot 10^{-4}-9 \cdot 10^{-6}=7{,}71 \cdot 10^{-4}$ mol NaOH
Esos moles han reaccionado con ácido cítrico y hay ⅓ de moles de ácido cítrico que de NaOH
$7{,}71 \cdot 10^{-4} \cdot ⅓ \cdot 192=4{,}93 \cdot 10^{-2}$ g $C_6H_8O_7$
Esa es la cantidad que hay en 10 cm^3: en 100 cm^3 hay 10 veces más: 0,493 g $C_6H_8O_7$

3.- Las baterías plomo-ácido usadas en los coches están constituidas por un conjunto de rejillas que se impregnan con una pasta de óxido de plomo (IV), y se distribuyen en grupos que se introducen en la caja de la batería, a la que se añade el electrolito formado por ácido sulfúrico y agua en proporción 1:3. En el proceso de carga de la batería se generan dos tipos de electrodos: uno representado por el par $PbSO_4/Pb$ y el otro por el par $PbO_2/PbSO_4$.
(Datos: Eº ($PbSO_4/Pb$) = -0,359 V; Eº ($PbO_2/PbSO_4$) = +1,691 V; F= 96485 C;
Masas atómicas: Pb= 207,2 u; S=32 u; O =16 u y C= 12 u).
a. Indique el ánodo y el cátodo de la batería, así como la reacción que se produce en cada uno de ellos y la reacción química global que tendrá lugar durante el funcionamiento espontáneo de la batería.
b. Calcule el potencial estándar de la batería y la cantidad de sulfato de plomo (II) que se formará cuando la batería produzca 48.244 C.
c. En el proceso de fabricación de estas baterías se originan aguas residuales que contienen 180 ppm de Pb^{2+}, catión que es necesario eliminar antes de su vertido. Para ello, se usa un procedimiento que consiste en precipitarlo de forma estequiométrica mediante el tratamiento con carbonato de sodio. Calcule la cantidad de lodos de composición 40,0% de $PbCO_3$ y 60,0% de agua que se originarán en el tratamiento de un metro cúbico de agua residual.
d. Calcule la concentración en ppm de Pb^{2+} residual que permanecerá disuelta en el agua después del tratamiento descrito en el apartado anterior.
(Dato: Ks ($PbCO_3$) = 7,4. 10^{-14}).

Según normas IUPAC no hay espacio entre el elemento y el número de oxidación entre paréntesis en romanos: debería ser plomo(IV), plomo(II)
No se debe utilizar punto ni coma como separador de millares, debería ser 48244 C
Problema 1 de la XXVII OLIMPIADA NACIONAL de QUÍMICA (Oviedo, 25-27 abril 2014)
https://gitlab.com/fiquipedia/drive.fiquipedia/-/blob/main/Olimpiadas%20Qu%C3%ADmica/nacional/2014-onq-cuestiones-problemas.pdf Resuelto por S. Menargues y A. Gómez
Ver Galicia 2018-B7

a) En el funcionamiento espontáneo $\Delta G^o<0$, y $\Delta G^o=-nFE^o$, $E^o>0$. Como $E^o=E^o$cátodo-E^oánodo, para que sea positiva en el cátodo se produce la reducción y tiene el mayor potencial de reducción
Semirreacción reducción: PbO_2 (s) + $4H^+$(aq) + $2e^-$ → Pb^{2+} (aq) + 2 H_2O (l)
En el ánodo se produce la oxidación y tiene el menor potencial de reducción (mayor de oxidación)
Semirreacción oxidación: Pb (s) → Pb^{2+} (aq) + $2e^-$
Reacción iónica: PbO_2 (s) + $4H^+$(aq) + Pb (s) → $2Pb^{2+}$ (aq) + 2 H_2O (l)
Reacción global: PbO_2 (s) + $2H_2SO_4$ (aq) + Pb (s) → $2PbSO_4$ (aq) + 2 H_2O (l)
b) $E^o=E^o$cátodo-E^oánodo=1,691-(-0,359)=2,05 V
Masa molar $PbSO_4$ = 207,2+32+4·16=303,2 g/mol $PbSO_4$

$$48244\,\cancel{C}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\,e^-}}{96485\,\cancel{C}}\cdot\frac{2\,\cancel{mol\,PbSO_4}}{2\,\cancel{mol\,e^-}}\frac{303{,}2\,g\,PbSO_4}{1\,\cancel{mol\,PbSO_4}}=151{,}6\,g\,PbSO_4$$

c) 180 ppm = 180 mg/L. 1 m^3 = 10^3 L
Pb^{2+} + Na_2CO_3 → $2Na^+$ (aq) + $PbCO_3$
Masa molar $PbCO_3$ = 207,2+12+3·16=267,2 g/mol $PbCO_3$

$$10^3\,\cancel{L}\cdot\frac{180\cdot10^{-3}\,\cancel{g\,Pb^{2+}}}{1\,\cancel{L}}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\,Pb^{2+}}}{207{,}2\,\cancel{g\,Pb^{2+}}}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\,PbCO_3}}{1\,\cancel{mol\,Pb^{2+}}}\cdot\frac{267{,}2\,\cancel{g\,PbCO_3}}{1\,\cancel{mol\,PbCO_3}}\cdot\frac{100\,g\,lodo}{40\,\cancel{g\,PbCO_3}}=480{,}3\,g\,lodo$$

d) $PbCO_3$ (s) ⇄ Pb^{2+} (aq) + CO_3^{2-} (aq)

exceso s s

$$K_{ps}=[Pb^{2+}][CO_3^{2-}]=s^2$$

$$s=\sqrt{K_{ps}}=\sqrt{7,4\cdot 10^{-14}}=2,72\cdot 10^{-7}\ M$$

Cambiamos a mg/L = ppm

$$\frac{2,72\cdot 10^{-7}\ \cancel{mol\ Pb^{2+}}}{1\ L}\cdot\frac{207,2\cdot 10^{3}\ mg\ Pb^{2+}}{1\ \cancel{mol\ Pb^{2+}}}=5,6\cdot 10^{-2}\ mg/L=5,6\cdot 10^{-2}\ ppm\ Pb^{2+}$$

OPCIÓN A

4. El agua oxigenada, con el paso del tiempo, va dismuyendo su riqueza en peróxido de hidrógeno al descomponerse liberando oxígeno.
Para determinar la riqueza en peróxido de hidrógeno de un agua oxigenada determinamos la densidad de la misma que resultó ser de 1,07 g/ml.
A continuación, cogemos 10,0 ml, la depositamos en un matraz aforado de 100,0 ml y la diluimos hasta enrase.
Cogemos muestras de 10,0 ml de esta última disolución y la valoramos por volumetría redox con permanganato de potasio 0,250 M en medio ácido.
a) Indique y dibuje el material a usar y el procedimiento de valoración (esquema). (0,4 ptos)
b) Escriba y ajuste el proceso redox sabiendo que se empleó ácido sulfúrico (2,0 M) y que como productos de la reacción se obtuvieron sulfato de manganeso (II), sulfato de potasio, oxígeno (g) y agua. (0,45 ptos)
c) ¿Cuál era la riqueza, en % en masa, de peróxido de hidrógeno de ese agua oxigenada, sabiendo que en la valoración de cada muestra de 10,0 ml se consumieron 14,6 ml de permanganato? (0,4 ptos)

a) Ver Extremadura 1996-Q1b
Habría que ajustar el procedimiento a los volúmenes indicados en este enunciado.
b) Ajuste en medio ácido
Semirreacción reducción: $MnO_4^- + 8H^+ + 5e^- \rightarrow Mn^{2+} + 4H_2O$
Semirreación oxidación: $H_2O_2 \rightarrow O_2\ (g) + 2H^+ + 2e^-$
Multiplicamos la de reducción por 2 y la de oxidación por 5 y sumamos
Reacción iónica:
$2MnO_4^- + 16H^+ + 5H_2O_2 \rightarrow 2Mn^{2+} + 8H_2O + 5O_2\ (g) + 10H^+$
$2MnO_4^- + 6H^+ + 5H_2O_2 \rightarrow 2Mn^{2+} + 8H_2O + 5O_2\ (g)$
Reacción global:
$2KMnO_4 + 3H_2SO_4 + 5H_2O_2 \rightarrow 2MnSO_4 + 8H_2O + 5O_2\ (g) + K_2SO_4$
El dato de la concentración del ácido sulfúrico 2,0 M no es necesario.
c) Masa molar H_2O_2 = 2+2·16=34 g/mol H_2O_2

$$0{,}0146\,\cancel{L}\cdot\frac{0{,}250\,\cancel{mol\ KMnO_4}}{1\,\cancel{L}}\cdot\frac{5\,\cancel{mol\ H_2O_2}}{2\,\cancel{mol\ KMnO_4}}\cdot\frac{34\,g\,H_2O_2}{1\,\cancel{mol\ H_2O_2}}=0{,}31\,g\,H_2O_2$$

La muestra de 10 mL tenía una masa m=d·V=1,07·10=10,7 g disolución
$0{,}31/10{,}7=2{,}9\cdot10^{-2}=2{,}9\%$

Se elegirán dos de los 4 ejercicios propuestos uno de Física y otro de Química
3º Dada la reacción:
$K_2Cr_2O_7 + FeSO_4 + H_2SO_4 \rightarrow Fe(SO_4)_3 + Cr_2(SO_4)_3 + K_2SO_4 + H_2O$
a) Ajusta las reacciones iónicas y molecular por el método del ión –electrón
b) Calcula los gramos de $Fe(SO_4)_3$ que se obtendrá a partir de 4 gramos de $K_2Cr_2O_7$ si el rendimiento de la reacción es del 75%

Enunciado tiene una errata (dos veces): debería ser $Fe_2(SO_4)_3$
$Fe(SO_4)_3$ se podría pensar que es sulfato de hierro(VI): hay muy pocos compuestos en los que el hierro actúa con número de oxidación +6, por ejemplo ferrato de potasio
https://es.wikipedia.org/wiki/Ferrato_de_potasio
Sería algo a aclarar durante el examen: si fuese Fe^{6+} la semirreacción de oxidación sería $Fe^{2+} \rightarrow Fe^{6+} + 4e^-$ y el ajuste sería distinto.

a) Semirreación de reducción: $Cr_2O_7^{2-} + 14H^+ + 6e^- \rightarrow 2Cr^{3+} + 7H_2O$
Semirreación de oxidación: $Fe^{2+} \rightarrow Fe^{3+} + 1e^-$
Multiplicamos la de oxidación por 6 y sumamos
Reacción iónica: $Cr_2O_7^{2-} + 6Fe^{2+} + 14H^+ \rightarrow 6Fe^{3+} + 2Cr^{3+} + 7H_2O$
Reacción gobal: $2K_2Cr_2O_7 + 6FeSO_4 + 7H_2SO_4 \rightarrow 3Fe_2(SO_4)_3 + Cr_2(SO_4)_3 + 7H_2O + K_2SO_4$
b) Asumimos que tenemos masas molares
Masa molar $Fe_2(SO_4)_3$ =2·55,8+3·(32+4·16)=399,6 g/mol $Fe_2(SO_4)_3$
Masa molar $K_2Cr_2O_7$ =2·39,1+2·52+7·16=294,2 g/mol $K_2Cr_2O_7$

$$4\,\cancel{g\,K_2Cr_2O_7}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\,K_2Cr_2O_7}}{294,2\,\cancel{g\,K_2Cr_2O_7}}\cdot\frac{3\,\cancel{mol\,Fe_2(SO_4)_3}}{2\,\cancel{mol\,K_2Cr_2O_7}}\cdot\frac{399,6\,g\,Fe_2(SO_4)_3}{1\,\cancel{mol\,Fe_2(SO_4)_3}}\cdot 0,75 = 6,11\,g\,Fe_2(SO_4)_3$$

Deberá realizar tres ejercicios de entre los seis propuestos. Cada ejercicio se califica sobre 10 según la ponderación indicada en cada apartado. La calificación total de la prueba será la que resulte de dividir la puntuación total obtenida entre tres.

6. Una muestra de 2,500 g que contiene As_2O_5, Na_2HAsO_3 y materia inerte se disuelve ajustando el pH a un valor neutro. El $HAsO_3^{2-}$ se valora con I_2 0,150 M, necesitando 11,3 mL para oxidarlo todo a arsenato. A continuación, la disolución (con todo el As en estado +5) se acidifica con HCl, y se añade un exceso de KI, que convierte el arsenato en arsenito. El I_2 liberado se valora con $Na_2S_2O_3$ 0,120 M, consumiendo 41,2 mL. Sabiendo que el $S_2O_3^{2-}$ se oxida a $S_4O_6^{2-}$, determine la composición centesimal de la muestra.
DATOS: A_r(As) = 74,9; A_r(Na) = 23,0
(10 puntos)

Química Analítica. Manual de problemas Resueltos; Dr. J. M. Fernández Álvarez; Editado por Ldo. Í. Salinas Úriz. Universidad de Navarra
https://dadun.unav.edu/entities/publication/1833c25f-2fe9-4f48-8aa1-fca3b30606e1
Ejercicio página 332 (resuelto) https://dadun.unav.edu/server/api/core/bitstreams/be8b985c-f92a-4165-8c21-abdbeed10040/content#page=332

No es dato y asumimos Ar(O)=16, Ar(H)=1

Primera valoración redox

Semirreacción de reducción: $I_2 + 2e^- \rightarrow 2I^-$
Semirreacción de oxidación: $HAsO_3^{2-} + H_2O \rightarrow AsO_4^{3-} + 3H^+ + 2e^-$
Reacción iónica: $HAsO_3^{2-} + H_2O + I_2 \rightarrow AsO_4^{3-} + 3H^+ + 2I^-$
$0{,}0113 \cdot 0{,}150 = 1{,}695 \cdot 10^{-3}$ mol I_2 = $1{,}695 \cdot 10^{-3}$ mol $HAsO_3^{2-}$

Masa molar (Na_2HAsO_3)=23+1+74,9+16·3=146,9 g/mol Na_2HAsO_3

$$\frac{1{,}695 \cdot 10^{-3}\ \cancel{mol\ Na_2HAsO_3} \cdot \frac{146{,}9\ g\ Na_2HAsO_3}{1\ \cancel{mol\ Na_2HAsO_3}}}{2{,}5000\ g\ muestra} = 9{,}96 \cdot 10^{-2} = 9{,}96\ \%\ Na_2HAsO_3$$

Segunda valoración redox
(hay dos valoraciones en paralelo de compuestos con As en estado de oxidación +5)

Semirreacción de reducción: $AsO_4^{3-} + 2H^+ + 2e^- \rightarrow AsO_3^{3-} + H_2O$
Semirreacción de oxidación: $2I^- \rightarrow I_2 + 2e^-$
Reacción iónica: $AsO_4^{3-} + 2H^+ + 2I^- \rightarrow AsO_3^{3-} + H_2O + I_2$

Semirreacción de reducción: $As_2O_5 + H_2O + 4e^- \rightarrow 2AsO_3^{3-} + 2H^+$
Semirreacción de oxidación: $2I^- \rightarrow I_2 + 2e^-$
Reacción iónica: $As_2O_5 + H2O + 4I^- \rightarrow 2AsO_3^{3-} + 2H^+ + 2I_2$

Tercera valoración redox

Semirreacción de reducción: $I_2 + 2e^- \rightarrow 2I^-$
Semirreacción de oxidación: $2S_2O_3^{2-} \rightarrow S_4O_6^{2-} + 2e^-$
Reacción iónica: $2S_2O_3^{2-} + I_2 \rightarrow S_4O_6^{2-} + 2I^-$

$$41{,}2\ \cancel{mL} \cdot \frac{0{,}120\ \cancel{mol\ S_2O_3^{2-}}}{1000\ \cancel{mL}} \cdot \frac{1\ mol\ I_2}{2\ \cancel{mol\ S_2O_3^{2-}}} = 2{,}472 \cdot 10^{-3}\ mol\ I_2$$

Vemos que en la primera valoración hay un mol de As por cada mol de $HAsO_3^{2-}$ y en los dos casos de la segunda valoración que por cada mol de I_2 hay un mol de As
($2I_2 : As_2O_5$, $I_2 : AsO_4^{3-}$)
Número de moles de As es $2,472 \cdot 10^{-3} - 1,695 \cdot 10^{-3} = 7,77 \cdot 10^{-4}$ mol As

Masa molar (As_2O_5)=74,9·2+16·5=229,8 g/mol As_2O_5

$$\frac{7,77 \cdot 10^{-4} \cancel{mol\ As} \cdot \frac{1 \cancel{mol\ As_2O_5}}{2 \cancel{mol\ As}} \cdot \frac{229,8\ g\ As_2O_5}{1 \cancel{mol\ As_2O_5}}}{2,5000\ g\ muestra} = 3,57 \cdot 10^{-2} = 3,57\ \%\ As_2O_5$$

2. Se prepara una celda galvánica de concentración usando dos electrodos de plata metálica. Uno de los electrodos está sumergido en una disolución preparada disolviendo 2,125 g de nitrato de plata en agua hasta volumen total de 250 mL, el otro, recubierto de bromuro de plata sólido, éste sumergido en 250 mL de una disolución de una disolución acuosa de bromuro de potasio al 0,12 % en masa y d = 1,002g/cm^3
Si el potencial de la celda cuando comienza a generar corriente eléctrica es de 0,53 V, determine:
a) En cuál de las semiceldas se produce la reacción de reducción y en cuál la de oxidación. Justifique la respuesta. (0,35 puntos)
b) El valor de la constante de equilibrio de solubilidad del bromuro de plata. (0,50 puntos)
c) El valor del potencial estándar de reducción del par (bromuro de plata/plata). (0,40 puntos)
DATOS: Eº(Ag^+/Ag) = 0,80 V
Masas atómicas: Ag = 107,87 u; Br = 80 u; K = 39,1 u; N = 14 u; O = 16 u

Valor y unidad deben ir separados: debería ser 1,002 g/cm^3

Química, curso universitario; Cuarta edición, Bruce M. MAHAN/Rollie J. MYERS, Editorial ADDISON-WESLEY, ISBN 0-201-64419-3
https://www.scribd.com/document/221684179/Mahan-quimica
página 345 de pdf (324 del libro)
7.20 Se prepara una celda de concentración, usando dos electrodos de plata metálica. Uno de los electrodos está sumergido en una solución de Ag^+ 0,050 M, y el otro, recubierto de AgBr(s), está sumergido en una solución de Br^- 0,010 M. Si el voltaje de la celda es 0,53 V, ¿qué valor se obtendrá para el K_{ps} del AgBr(s)

a) Calculamos / razonamos el potencial de reducción de cada electrodo:
Electrodo de $AgNO_3$
$Ag^+ (aq) + 1e^- \rightarrow Ag (s)$
Calculamos la concentración de Ag^+ en el electrodo con nitrato de plata $AgNO_3$
Masa molar $AgNO_3$=107,87+14+3·16=169,87 g/mol $AgNO_3$
n($AgNO_3$)=n(Ag^+)2,125/169,87=1,25·10^{-2} mol $AgNO_3$
[Ag^+]=1,25·10^{-2}/0,25=0,05 M
Utilizando la ecuación de Nernst (ver Cataluña 1994-B5 para valor 0,05916)

$$E = E^o - \frac{0,05916}{1}\log_{10}\left(\frac{1}{[Ag^+]}\right) = 0,80 + 0,05916\log_{10}(0,05) = 0,72\,V$$

Electrodo con AgBr (s)
$AgBr (s) \rightarrow Ag^+ (aq) + Br^- (aq)$
$Ag^+ (aq) + 1e^- \rightarrow Ag (s)$
$AgBr (s) + 1e^- \rightarrow Ag (s) + Br^- (aq)$
Masa molar KBr = 39,1+80=119,1 g/mol KBr

$$\frac{1,002\,\cancel{g\ disolu}}{0,001\,L}\cdot\frac{0,12\,\cancel{g\ KBr}}{100\,\cancel{g\ disolu}}\cdot\frac{1\,mol\ KBr}{119,1\,\cancel{g\ KBr}} = 0,01\,M$$

[Br^-]=0,01 M
[Ag^+]=Kps/[Br^-]
Desconocemos el producto de solubilidad (se pregunta en b) pero sabemos que es una sal poco

soluble y es bajo, por lo que la concentración de [Ag^+] será mucho menor, y tendrá menor potencial estándar de reducción y se oxidará. El potencial de la pila es positivo: el potencial de reducción del cátodo es mayor que el del ánodo
El cátodo será el electrodo con $AgNO_3$ (aq) y el ánodo el electrodo con AgBr (s)
b) En este caso tenemos E^o=0, ya que ambos electrodos son del mismo catión Ag^+ y condiciones estándar tendrían la misma concentración: ambos son $E^o(Ag^+/Ag)$

$$E = E^o - \frac{0,05916}{1}\log_{10}\left(\frac{[Ag^+]_{ánodo,baja,AgBr}}{[Ag^+]_{cátodo,alta}}\right)$$

$$0,53 = 0 - 0,05916\log_{10}\left(\frac{[Ag^+]}{0,05}\right)$$

$$10^{\frac{-0,53}{0,05916}} = \frac{[Ag^+]}{0,05}$$

$$[Ag^+] = 5,5\cdot 10^{-11} M$$

$$K_{ps} = [Ag^+][Br^-] = 5,5\cdot 10^{-11}\cdot 0,01 = 5,5\cdot 10^{-13}$$

Referencia https://es.wikipedia.org/wiki/Bromuro_de_plata 5,4·10-13
c) ÁnodoAgBr (s)
1: AgBr (s) → Ag^+ (aq) + Br^- (aq)
2: Ag^+ (aq) + 1e^- → Ag (s)
(1+2) 3: AgBr (s) + 1e- → Ag (s) + Br^- (aq)

$$\Delta G^o_1 = -RT\ln(K_{ps})$$

$$\Delta G^o_2 = -nFE^o(Ag^+/Ag)$$

$$\Delta G^o_3 = -nFE^o(AgBr/Ag)$$

$$\Delta G^o_3 = \Delta G^o_1 + \Delta G^o_2$$

$$-nFE^o(AgBr/Ag) = -nFE^o(AgBr/Ag) - RT\ln(K_{ps})$$

$$E^o(AgBr/Ag) = E^o(AgBr/Ag) + \frac{RT}{nF}\ln(K_{ps})$$

$$E^o(AgBr/Ag) = 0,80 + \frac{0,05916}{1}\log_{10}(5,5\cdot 10^{-11}) = 0,075\,V$$

Referencia https://chem.libretexts.org/Ancillary_Materials/Reference/Reference_Tables/Electrochemistry_Tables/P2%3A_Standard_Reduction_Potentials_by_Value AgBr(s) + e−⇌ Ag(s) + Br^- 0.071

Mallorca B1. A la farmaciola d'un laboratori de química hi ha una botella d'aigua oxigenada de 10 volumns (10 volums vol dir que 1 litre d'aquesta aigua oxigenada produeix 10 L d'oxigen en condicions normals). Com en aquest moment s'está estudiant el tema de les reaccions d'oxidació i reducció, el professor de química pensa que la podria utilitzar per dur a terme una pràctica de laboratori. Una opció seria comprovar si la concentració que figura en l'etiqueta de la botella és correcta o no. Per això, s'agafa una mostra de 10 mL de la dissolució comercial i es diluieix fins a un volum desconegut. Aleshores, es dissenya una valoració redox amb permanganat de potassi en medi àcid sulfúric, on es determina que en valorar 10 mL d'aquesta mostra diluïda es necessiten 15 mL d'una dissolució de permanganat de potassi 0,012 M.
a) Escriure l'equació química molecular ajustada pel mètode de l'io-electró que ha tingut lloc durante la valoracio.
b) Quina dilució es va fer si es va comprobar que efectivament l'aigua oxigenada de la farmaciola és de 10 volums?

En el botiquín de un laboratorio de química hay una botella de agua oxigenada de 10 volúmenes (10 volúmenes quiere decir que 1 litro de esta agua oxigenada produce 10 L de oxígeno en condiciones normales). Como en este momento se está estudiando el tema de las reacciones de oxidación y reducción, el profesor de química piensa que podría utilizarla para llevar a cabo una práctica de laboratorio. Una opción sería comprobar si la concentración que figura en la etiqueta de la botella es o no correcta. Por eso, se toma una muestra de 10 mL de la disolución comercial y se diluye hasta un volumen desconocido. Se diseña entonces una valoración redox con permanganato de potasio en medio ácido sulfúrico, donde se determina que al valorar 10 mL de esta muestra diluida se necesitan 15 mL de una disolución de permanganato de potasio 0,012 M.
a) Escribir la ecuación química molecular ajustada por el método del ion-electrón que ha tenido lugar durante la valoración.
b) ¿Qué dilución se hizo si se comprobó que efectivamente el agua oxigenada del botiquín es de 10 volúmenes?

Ver Aragón 2018-B4

a) Ajustamos en medio ácido
Semirreacción de reducción: $MnO_4^- + 4H^+ + 3e^- \rightarrow MnO_2 + 2H_2O$. El agente oxidante es MnO_4^-
Semirreacción de oxidación: $H_2O_2 \rightarrow O_2 + 2H^+ + 2e^-$. El agente reductor es H_2O_2
Multiplicamos la de reducción por 2 y la de oxidación por 3
Reacción iónica: $2MnO_4^- + 8H^+ + 3H_2O_2 \rightarrow 2MnO_2 + 4H_2O + 3O_2 + 6H^+$
Reacción iónica: $2MnO_4^- + 2H^+ + 3H_2O_2 \rightarrow 2MnO_2 + 4H_2O + 3O_2$
Reacción global: $2KMnO_4 + H_2SO_4 + 3H_2O_2 \rightarrow 2MnO_2 + 4H_2O + 3O_2 + K_2SO_4$
b) H_2O_2 (l) → H_2O (l) + ½ O_2 (g)
La concentración es una propiedad intensiva y podemos usar cualquier cantidad.
Planteamos que tenemos 1 L disolución de H_2O_2 y se liberan 10 L de O_2 a 0 ºC y 1 atm (el volumen molar es V=nRT/P=1·0,082·273/1=22,4) lo que suponen 10/22,4=0,446 mol O_2
El número de moles de H_2O_2 es el doble, 0,892 mol H_2O_2.
La concentración es 0,892/1=0,892 M

$$0{,}015\,\cancel{L}\cdot\frac{0{,}012\,\cancel{mol\,KMnO_4}}{1\,\cancel{L}}\cdot\frac{3\,\cancel{mol\,H_2O_2}}{2\,\cancel{mol\,KMnO_4}}\cdot\frac{1\,L}{0{,}892\,\cancel{mol\,H_2O_2}}=3{,}0\cdot10^{-3}\,L\,H_2O_2=3\,mL\,H_2O_2$$

Menorca A3. El gas fosgé ($COCl_2$) va ser un dels primers composts emprats com a arma química. La reacció de dissociació del tosgé en monóxid de carboni i clor té una K_p de 22,0 a 298 K. En afegir una quantitat de fosgé s'observa que, quan s'arriba a l'equilibri, la pressió total es de 6,90 atm

a.- Escriu la reacció de dissociació i calcula les pressions parcials de fosgé i monóxid de carboni a l'equilibri.

b.- Calcula el grau de dissociació del $COCl_2$

c.- Calcula el valor del calor de reacció a pressió constant a 298 K

d.- Es podría predir el signe del valor de la variació d'entropia sense calcular-la? Com?

e.- Raona, utilitzant el Principi de Le Châtelier, sí un increment de temperatura desplaçaria l'equilibri cap a reactius o productes. Calcula el valor de K_p a 500 K i comprova si es compleix el raonament anterior.

	$COCl_2$ (g)	CO (g)	Cl_2 (g)
Sº (298 K) J / mol · K	283,5	197,7	223,1

El gas fosgeno ($COCl_2$) fue uno de los primeros compuestos empleados como arma química. La reacción de disociación del tosgé en monóxido de carbono y cloro tiene una Kp de 22,0 a 298 K. Al añadir una cantidad de fosgeno se observa que, cuando se llega al equilibrio, la presión total es de 6,90 atm

a.- Escribe la reacción de disociación y calcula las presiones parciales de fosgeno y monóxido de carbono en el equilibrio.

b.- Calcula el grado de disociación del $COCl_2$

c.- Calcula el valor del calor de reacción a presión constante a 298 K

d.- ¿Se podría predecir el signo del valor de la variación de entropía sin calcularla? ¿Cómo?

e.- Razona, utilizando el Principio de Le Châtelier, sí un incremento de temperatura desplazaría el equilibrio hacia reactivos o productos. Calcula el valor de Kp a 500 K y comprueba si se cumple el anterior razonamiento.

a y b) Planteamos equilibrio con presiones

	$COCl_2$ (g) $\rightleftarrows$	CO (g) +	Cl_2 (g)
Inic	P_0	0	0
Equ	$P_0(1-\alpha)$	$P_0\alpha$	$P_0\alpha$

Presión total en el equilibrio $P_T = P_0(1-\alpha)+2P_0\alpha = P_0(1+\alpha)$

$$K_p = \frac{(P_0\alpha)^2}{P_0(1-\alpha)} \Rightarrow 22{,}0 = P_0\frac{\alpha^2}{1-\alpha} \Rightarrow 22{,}0 = P_0(1+\alpha)\frac{\alpha^2}{1-\alpha^2} = 6{,}90\cdot\frac{\alpha^2}{1-\alpha^2}$$

$$22-20\alpha^2 = 6{,}90\alpha^2 \Rightarrow \alpha = \sqrt{\frac{22}{26{,}9}} = 0{,}904 = 90{,}4\,\%$$

$$6{,}90 = P_0(1+0{,}904) \Rightarrow P_0 = 3{,}62\,atm$$

$$P_{Cl_2} = P_{CO} = 3{,}62\cdot 0{,}904 = 3{,}27\,atm$$

$$P_{COCl_2} = 3{,}62\cdot(1-0{,}904) = 0{,}35\,atm$$

$$(también\ P_{COCl_2} = 6{,}90 - 2\cdot 3{,}27 = 0{,}36\,atm)$$

c) $Q_p = \Delta H$

No podemos utilizar Van't Hoff porque no tenemos el valor de la constante a otra temperatura.
No podemos utilizar entalpías de formación porque no aparecen como datos en el enunciado.

Dado que ejercicio A4 del mismo examen indica que se da una tabla de potenciales redox, asumimos que tenemos como datos las entalpías de formación.
https://webbook.nist.gov/cgi/cbook.cgi?ID=C75445&Units=SI&Mask=1#Thermo-Gas
https://webbook.nist.gov/cgi/cbook.cgi?ID=C630080&Units=SI&Mask=1#Thermo-Gas

$\Delta H^o_f(COCl_2) = -220\,kJ/mol$

$\Delta H^o_f(CO) = -110,5\,kJ/mol$

$Q_p = \Delta H^o = \Delta H^o_f(CO) + \Delta H^o_f(Cl_2) - \Delta H^o_f(COCl_2) = -110,5 + 0 - (-220) = 109,5\,kJ/mol$

d) Se pasa de un mol de gas a dos moles de gas, luego la entropía aumenta.

$\Delta S^o = S^o(CO) + S^o(Cl_2) - S^o(COCl_2) = 197,7 + 223,1 - 283,5 = 137,3\,J/mol{\cdot}K$

e) Según Le Châtelier ante un aumento de temperatura el equilibrio se desplaza oponiéndose a dicho aumento, por lo que lo hace en sentido endotérmico, que en este caso sería hacia productos)
Usando Van't Hoff

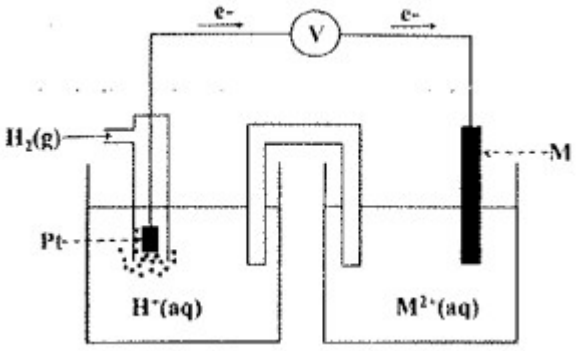
$$\ln\left(\frac{K_{p2}}{K_{p1}}\right) = \frac{-\Delta H^o}{R}\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)$$

$$\ln\left(\frac{K_{p2}}{22}\right) = \frac{-109,5\cdot 10^3}{8,314}\left(\frac{1}{500} - \frac{1}{298}\right) \quad \frac{K_{p2}}{22} = 5,7\cdot 10^7$$

$$K_{p2} = 1,25\cdot 10^9$$

La constante mucho mayor indica que está más desplazado hacia productos.

Menorca A4. Una pila galvánica es munta (com es veu al dibuix) emprant l'electrode [Pt(s) | H_2 (g) |H^{+1} (aq)] que conté un fil de platí immers en una dissolució amortidora i a una pressió d'hidrogen gas determinada. Aquest eléctrode es connecta a un altre format per una barra de metall (M) en contacte amb una dissolució de concentració desconeguda de M^{+2} (aq). Els dos eléctrodes es connecten també mitjançant un pont salí. La operació es fa a temperatura constant de 30º C.



Nota: Es dona una taula de potencials redox
En un moment en que el quocient de reacció (Q) de la pila galvánica és $2{,}18 \cdot 10^{-4}$, la força electromotriu de la pila és +0,450 V.
a.- Calcula el valor del potencial estándard de reducció del metall (M), identifica'l i escriu la reacció global ajustada de la pila.
La concentració de la dissolució de M^{+2} es pot obtenir de la següent manera. En primer lloc es tracten 25,00 mL de la dissolució amb excés de dissolució de iodur potássic. D'aquesta manera el M^{+2} es redueix a M^{+1} i el iodur es transforma en lode molecular. Seguidament el iode es valora amb tiosulfat de sodi (on el tiosulfat passa a tetrationat ($S_4O_6^{-2}$) i el Iode torna reduir-se a iodur)
Es troba que es necessiten 25,05 mL de dissolució 0,8 M de tiosulfat de sodi per arribar al punt d'equivaléncia.
b.- Escriu totes les reacciona associades als processos redox que tenen lloc i calcula la concentració de de dissolució de metall (M^{+2})
Quan la pressió d'hidrogen a l'eléctrode d'hidrogen és 0,360 bars i el fil de platí está immers en 500 mL. d'una dissolució reguladora que conté 0,05 mols d'àcid láctic ($HC_3H_5O_3$) i 0,025 mols de lactat de sodi, el pH de la dissolució és 3,56
c.- Calcula la Ka de l'àcid láctic.

Una pila galvánica se monta (como se ve en el dibujo) utilizando el electrodo [Pt(s) | H_2 (g) |H^{1+} (aq)] que contiene un hilo de platino inmerso en una disolución amortiguadora ya una presión de hidrógeno gas determinada. electrodos se conectan también mediante un puente salino. La operación se realiza a temperatura constante de 30ºC.
Nota: Se da una tabla de potenciales redox
En un momento en que el cociente de reacción (Q) de la pila galvánica es $2{,}18 \cdot 10^{-4}$, la fuerza electromotriz de la pila es de +0,450 V.
a.- Calcula el valor del potencial estándar de reducción del metal (M), identifícalo y escribe la reacción global ajustada de la pila.
La concentración de la disolución de M^{2+} se puede obtener de la siguiente manera. En primer lugar se tratan 25,00 mL de la disolución con exceso de disolución de yoduro potásico. De esta forma el M^{2+} se reduce a M^{1+} y el yoduro se transforma en lode molecular. Seguidamente el yodo se valora con tiosulfato de sodio (donde el tiosulfato pasa a tetrationado ($S_4O_6^{2-}$) y el Yodo vuelve a reducirse a yoduro). Se encuentra que se necesitan 25,05 mL de disolución 0,8 M de tiosulfato de sodio para llegar al punto de equivalencia.
b.- Escribe todas las reaccionas asociadas a los procesos redox que tienen lugar y calcula la concentración de de disolución de metal (M^{2+})
Cuando la presión de hidrógeno en el electrodo de hidrógeno es 0,360 bares y el hilo de

platino está inmerso en 500 mL de una disolución reguladora que contiene 0,05 moles de ácido láctico ($HC_3H_5O_3$) y 0,025 moles de lactato de sodio, el pH de la disolución es 3,56
c.- Calcula la Ka del ácido láctico.

El número de oxidación se indica n+ y no +n, debería ser M^{2+}
Enunciado indica que se da tabla de potenciales: asumimos R y F son datos

a) Según el diagrama el metal se reduce (recibe los electrones)
Semirreacción reducción: $M^{2+} + 2e^- \rightarrow M$
Semirreacción oxidación: $H_2 \rightarrow 2H^+ + 2e^-$
Reacción global: $M^{2+} + H_2 \rightarrow M + 2H^+$
Usamos la ecuación de Nernst

$$E = E^\circ - \frac{RT}{nF}\ln\left(\frac{[H^+]^2}{[M^{2+}]}\right)$$

$$0{,}450 = E^\circ - \frac{8{,}314\cdot(273+30)}{2\cdot 96485}\ln\left(2{,}18\cdot 10^{-4}\right)$$

$$E^o = 0{,}450 - 0{,}110 = 0{,}340\,V$$

Ese potencial estándar de reducción está asociado a $E^o(Cu^{2+}/Cu)$, y el metal es cobre.
b) Primer proceso redox:
Semirreacción de reducción: $Cu^{2+} + 1e^- \rightarrow Cu^+$
Semirreacción oxidación: $2I^- \rightarrow I_2 + 2e^-$
Multiplicamos por dos la de reducción y sumamos
Reacción global: $2Cu^{2+} + 2I^- \rightarrow 2Cu^+ + I_2$

Segundo proceso redox:
Semirreacción reducción: $I_2 + 2e^- \rightarrow 2I^-$
Semirreación oxidación: $2S_2O_3^{2-} \rightarrow S_4O_6^{2-} + 2e^-$
Reacción global: $I_2 + 2S_2O_3^{2-} \rightarrow 2I^- + S_4O_6^{2-}$
$0{,}02505\cdot 0{,}8 = 2{,}004\cdot 10^{-2}$ mol $S_2O_3^{2-}$
La estequiometría supone tenemos el doble de moles de Cu^{2+} que de I_2
$n(Cu^{2+}) = 4{,}008\cdot 10^{-2}$ mol Cu^{2+}
c) Utilizamos la ecuación de Henderson-Hasselbalch

$$pH = pKa + \log_{10}\left(\frac{[lactato]}{[ácido]}\right)$$

$$3{,}56 = pKa + \log_{10}\left(\frac{0{,}025/0{,}5}{0{,}05/0{,}5}\right)$$

$$pKa = 3{,}56 - (-0{,}30) = 3{,}86$$

$Ka = 10^{-pKa} = 10^{-3{,}86} = 1{,}38\cdot 10^{-4}$
https://pubchem.ncbi.nlm.nih.gov/compound/Lactic-acid pKa=3.86 (at 20 °C)

enrique@fiquipedia.es Revisado 27 julio 2025
CC BY SA

4. (Acceso 5) Conteste a las siguientes cuestiones:
a) Para concentraciones 2M de $Fe^{2+}(aq)$ y $Fe^{3+}(aq)$ respectivamente, ¿cuál debe ser la concentración de Ag^{+} (aq) para que el potencial de la pila galvánica formada por los pares $Ag^{+}(aq)/Ag$ (s) y $Fe^{2+}(aq)/Fe^{3+}(aq)$ sea igual a cero? (0,5 puntos)
b) Determine la constante de equilibrio a 25°C para la reacción del apartado anterior. (0,5 puntos)
c) Se hace pasar una corriente de 400 mA durante 20 minutos, a través de una disolución que contiene nitrato de plata y nitrato de hierro (II) en concentraciones 1 M de cada sal. (1,0 punto)
- Describa el proceso que tiene lugar.
- ¿Qué metal se deposita primero en el cátodo y en qué cantidad? Razone la respuesta.
Datos:
Potenciales estándar de electrodo: E°,$Ag^{+}(aq)/Ag(s)$= 0,80 V; $Fe^{3+}(aq)/Fe^{2+}(aq)$ = 0,77 V; $Fe^{2+}(aq)$ / Fe (s) = -0,44 V.
Masas atómicas relativas: Ag: 107,88 ; Fe: 55,85
Constante de Faraday 96490 $C \cdot mol^{-1}$
Constante molar de los gases 8,314 $J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$

a) Tal y como se indican potenciales la plata se reduce y el hierro se oxida.
Semirreacción de reducción: $Ag^{+} + 1e^{-} \rightarrow Ag$
Semirreacción de oxidación: $Fe^{2+} \rightarrow Fe^{3+} + 1e^{-}$
Reacción iónica: $Ag^{+} + Fe^{2+} \rightarrow Ag + Fe^{3+}$
Utilizamos la ecuación de Nernst

$$E = E^{o} - \frac{RT}{nF}\ln(Q) \Rightarrow E = E^{o}_{cátodo} - E^{o}_{ánodo} - \frac{RT}{nF}\ln\left(\frac{[Fe^{3+}]}{[Ag^{+}][Fe^{2+}]}\right)$$

$$0 = 0,8 - 0,77 - \frac{8,314 \cdot (273+25)}{1 \cdot 96490}\ln\left(\frac{\cancel{2}}{[Ag^{+}]\cancel{2}}\right) \Rightarrow \frac{0,03 \cdot 96490}{8,314 \cdot 298} = \ln([Ag^{+}]) \Rightarrow [Ag^{+}] = 3,22\,M$$

$$0 = E^{o} - \frac{RT}{nF}\ln(K_{eq})$$

b) $$0 = 0,8 - 0,77 - \frac{8,314 \cdot (273+25)}{1 \cdot 96490}\ln(K_{eq})$$

$$\frac{-0,03 \cdot 96490}{8,314 \cdot 298} = \ln(K_{eq}) \Rightarrow K_{eq} = 0,31$$

c) La plata tiene mayor potencial de reducción y se reducirá antes en el cátodo. (Se depositaría la plata espontáneamente reduciéndose de Ag^{+} a Ag sin necesidad de corriente oxidándose el Fe^{2+} a Fe^{3+}, pero no sería una elecrolisis). Se pregunta "Qué metal se deposita primero en el cátodo", y primero se depositaría Ag en el cátodo
Semirreacción de reducción: $Ag^{+} + 1e^{-} \rightarrow Ag$
En el ánodo se tiene que producir una oxidación, que no es la de Fe^{2+} a Fe^{3+} (los cationes son atraídos al cátodo donde reciben electrones y se reducen) y tiene que ser la del agua (descartamos el ion nitrato, donde el nitrógeno ya tiene estado de oxidación +5 y no se oxida).
No es dato pero $E^{o}(O_2/H_2O)$=1,23 V
Semirreacción de oxidación: $2H_2O \rightarrow O_2 + 4H^{+} + 4e^{-}$

$$20 \cdot 60\,\cancel{s} \cdot \frac{0,4\,\cancel{C}}{1\,\cancel{s}} \cdot \frac{1\,\cancel{mol\,e^{-}}}{96490\,\cancel{C}} \cdot \frac{1\,\cancel{mol\,Ag}}{1\,\cancel{mol\,e^{-}}} \cdot \frac{107,88\,g\,Ag}{1\,\cancel{mol\,Ag}} = 0,537\,g\,Ag$$

Como no se da volumen, no sabemos si se deposita toda la Ag y comienza a depositarse Fe.

Enunciados originales obtenidos del Departament d'Ensenyament vía solicitud de acceso a información pública vía Ley de transparenciay posterior recurso al GAIP
http://www.gaip.cat/es/detall/normativa/2018-0174

PROBLEMA 2.
Uno de los métodos más empleados para la obtención de magnesio es el lllamado proceso Dow. Este proceso transforma los cationes de magnesio, que encontramos en el agua de mar, en magnesio metálico. Los pasos más significativos del proceso son: la precipitación de hidróxido de magnesio cuando añadimos hidróxido de calcio al agua del mar, para seguidamente filtrar el hidróxido de magnesio. Después de evaporar el agua existente, el cloruro de magnesio sólido i reaccionarlo con ácido clorhídrico para formar cloruro de magnesio sólido se funde en una celda de acero (750ºC), dónde en un proceso de electrolisis se hace pasar una corriente eléctrica para reducir los iones Mg^{+2} y oxidar los iones Cl^-.
Por otra parte sabemos que un problema medioambïental es el residuo de cáscara de mejillón de las fábricas conseveras. Actualmente de la cáscara de mejillón se extrae el carbonato cálcico para producir óxido de calcio (cal viva), por descomposición tèrmica. A la vez, este óxido lo transforma en hidróxido de calcio (cal apagada o muerta), que se utitiza para precipitar el hidróxido de magnesio del proceso Dow antes descrito.
a) **(0.75 puntos)**
I. Escriba las reacciones químicas ajustadas descritas en el proceso de obtención de Mg.
II. Calcule el volumen de agua de mar necesaria para producir una tonelada de magnesio metálico.
III. Encuentre el potencial mínimo de la celda para producir la electrolisis en condiciones estándar.
IV. Calcule la intensidad de corriente eléctrica que se tendrá que aplicar en la celda para producir 1 tonelada de Mg en 2 días.
b) **(0.5 puntos)** Encuentre, en el caso de la precipitación del hidróxido de magnesio, el pH a partir del cual hay precipitación. ¿Sería adecuado trabajar a pH=13? (Suponga que sólo precipitan hidróxidos de calcio, i de magnesio, y que el resto de compuestos del agua de mar son solubles en las concentraciones de trabajo)
c) **(0.5 puntos)** Escriba las reacciones para obtener hidróxido de calcio a partir de la cáscara de mejillón y calcule la cantidad necesaria de hidróxido de calcio para obtener 1 tonelada de magnesio en el proceso Dow.
d) **(0.75 puntos)** Diseñe el procedimiento a seguir en un práctica de laboratorio dónde se pretenda construir una pila utilizando con una barra de magnesio, en solución acuosa salina, y como conductor un hilo de cobre. Escriba la reacción, y calcule el potencial de la pila. Si queremos encender una bombilla de 4,5V, describa el montaje que podemos hacer con este tipo de pila para conseguirlo.
Datos
ε^o(V): (Mg^{2+}/Mg) = -2,36; (Cl_2/Cl^-) = + 1,36; $(2H_2O/H_2+2OH^-)$ = -0,83
1 F = 96487 C · $(mol\ e)^{-1}$. **Masas atómicas** Mg = 24,31 ; Ca= 40,08; O= 16; H=1; C= 12; Cl=35,5
El agua de mar la formulamos como la solución de los siguientes compuestos:
Cloruro de sodio 24 g
Cloruro de magnesio 5 g
Sulfato de sodio 4 g

Cloruro de calcio 1,1 g
Cloruro de potasio 0,7 g
Bicarbonato de sodio 0,2 g
Bromuro de sodio 0,096 g
Ácido bórico 0,026 g
Fluoruro de sodio 0,003 g
Agua destilada 1 l
Densidad agua de mar 1,027g/ml
Kps (hidróxido de magnesio) 1,8 10^{-11}
Kps (hidróxido de calcio) 5,5 10^{-6}
Cáscara de mejillón: 90% Carbonato de calcio , 10 % silicatos y fosfatos

Referencias:
Dow Process https://www.magnesiumsquare.com/index.php?option=com_content&view=article&id=31&Itemid=37
http://extractivemetallurgy.blogspot.com/2013/09/magnesium-extraction-by-dow-process.html

*Comentado y **resuelto por Sleepylavoisier (me limito a poner en formato electrónico y reescribir con otras palabras, el crédito es suyo)** y fisiramix en*
http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4253&p=30232#p30230

Enunciado usa varias veces "i" como conjunción en lugar de "y"
Enunciado usa en texto notación Ca^{+2} cuando en datos y según IUPAC es Ca^{2+}.
La unidad de medida va separada de la cantidad: se indica 4,5V y debería ser 4,5 V

Tal y como comenta Sleepylavoisier, el enunciado tiene un error importante:
Donde indica
*Después de evaporar el agua existente **el cloruro de magnesio sólido i reaccionarlo** con ácido clorhídrico para formar cloruro de magnesio sólido se funde...*

Al añadir el hidróxido de calcio (cal muerta), lo que sedimenta es hidróxido de magnesio y después de evaporar y secar quedará el propio hidróxido de magnesio sólido, no cloruro de magnesio como ponen.

Es decir la frase debería escribirse así:
*Después de evaporar el agua existente**, el hidróxido de magnesio sólido se hace reaccionar** con ácido clorhídrico para formar cloruro de magnesio sólido **que** se funde..."*

Es un error del enunciado que puede bloquear a cualquier opositor y hacer perder un tiempo muy valioso. Los tribunales debieron indicarlo formalmente a los opositores tribunal nada más empezar el examen práctico; si no se notificó o no se hizo con suficiente rapidez sería algo muy grave.
Opositores de tribunales 1 y 7 confirman que no se notificó, sin información sobre el resto.

a.I)
Teniendo en cuenta el enunciado corregido, las reacciones químicas serían:
Primer paso: añadir hidróxido de calcio:

$MgCl_2$ (aq) + $Ca(OH)_2$ (aq) → $CaCl_2$ (aq) + $Mg(OH)_2$ (s)
Segundo paso: añadir ácido clorhídrico
$Mg(OH)_2$ (s) + 2 HCl (aq) → $MgCl_2$ (s) + 2 H_2O (l)
Tercer paso: electrolisis sal fundida.
Reacción reducción, cátodo: $Mg^{2+} + 2e^- \rightarrow Mg$
Reacción oxidación, ánodo: $2\ Cl^- \rightarrow Cl_2 + 2e^-$
Reacción global: $MgCl_2$ (l) → Mg(l) + Cl_2 (g)

a.II)
Usamos factores de conversión con algunos cálculos previos:
-Para pasar de masa de Mg a masa de $MgCl_2$ calculamos la masa molar del $MgCl_2$ = 24,31+2·35,5= 94,31 g/mol $MgCl_2$
-Para pasar de masa de $MgCl_2$ a masa de agua de mar sumamos las masas de enunciado 24 + 5 + 4 + 1,1 + 0,7 + 0,2 + 0,096 + 0,026 + 0,003 + 1000 tenemos un total de 1035,125 g de masa, pero no están asociadas a 1 L (podríamos pensar que el agua destilada no aumenta su volumen), ya que la relación entre masa y volumen la da la densidad, que es dato. Nos da el porcentaje en masa de $MgCl_2$ frente a la masa total.

$$10^6\ \cancel{g\ Mg}\cdot\frac{95{,}31\ \cancel{g\ MgCl_2}}{24{,}31\ \cancel{g\ Mg}}\cdot\frac{1035{,}125\ \cancel{g\ agua\ de\ mar}}{5\ \cancel{g\ MgCl_2}}\cdot\frac{10^{-3}\ L}{1{,}027\ \cancel{g\ agua\ de\ mar}}=790325\ L\approx 7{,}9\cdot 10^5\ L$$

Si lo expresamos en SI, aunque no se pide, V=790 m^3.

a.III)
Planteando el potencial de pila, lo obtendremos negativo: es electrolisis, no espontáneo.
$E^o_{pila} = E^o_{cátodo} - E^o_{ánodo}$ = -2,36-1,36 = -3,72 V
El potencial mínimo de la celda para la electrolisis será postivo e inverso, E^o_{celda} = 3,72 V

a.IV)
En lugar de ecuaciones de Faraday, se plantea con factores de conversión usando el concepto de mol de electrones y de intensidad=carga/tiempo.

$$\frac{\left(10^6\ \cancel{g\ Mg}\cdot\frac{1\ \cancel{mol\ Mg}}{24{,}31\ \cancel{g\ Mg}}\cdot\frac{2\ mol\ \cancel{e^-}}{1\ \cancel{mol\ Mg}}\cdot\frac{96487\ \cancel{C}}{1\ \cancel{mol\ e^-}}\right)}{2\ \cancel{días}\cdot\frac{24\ \cancel{h}}{1\ \cancel{día}}\cdot\frac{3600\ s}{1\ \cancel{h}}}=45937{,}79\ A\approx 46\ kA$$

b) Planteamos el equilibrio de solubilidad (usamos M para que la expresión sea común a Mg y Ca)
La constante de solubilidad del hidróxido de magnesio es varios órdenes de mangitud menor que la del hidróxido de calcio, y precipita antes.
$M(OH)_2$ (s) ⇄ M^{2+} (aq) + 2 OH^-(aq)
$K_{ps}=[M^{2+}]\cdot[OH^-]^2$
Buscamos pH, por lo que expresamos $[OH^-]$ en función del resto y tomamos logaritmo

$$[OH^-]=\left(\frac{K_{ps}}{[M^{2+}]}\right)^{\frac{1}{2}}\Rightarrow \log([OH^-])=\frac{1}{2}\log\left(\frac{K_{ps}}{[M^{2+}]}\right)$$

pH=14-pOH, y pOH=-log($[OH^-]$), combinando

$$pH=14+\frac{1}{2}\log\left(\frac{K_{ps}}{[M^{2+}]}\right)$$

Ese sería el pH a partir del cual se produce la precipitación de ese ion.

Para el valor numérico necesitamos la concentración de los iones en el agua de mar:

Mara M=Mg^{2+}

$$[Mg^{2+}]=\frac{5\,\cancel{g}\,MgCl_2}{1035{,}125\,\cancel{g\,agua\,de\,mar}}\cdot\frac{1{,}027\,\cancel{g\,agua\,de\,mar}}{10^{-3}\,L}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\,MgCl_2}}{95{,}31\,\cancel{g\,MgCl_2}}\cdot\frac{1\,mol\,Mg^{2+}}{1\,\cancel{mol\,MgCl_2}}$$

$$[Mg^{2+}]=0{,}052048615381329769815\,M$$

$$pH=14+0{,}5\cdot\log\left(\frac{1{,}8\cdot10^{-11}}{0{,}052048615}\right)=9{,}269431664\approx9{,}3$$

Para M=Ca^{2+}
(la masa molar $CaCl_2$ = 40,08 + 2·35,5 = 111,08 g/mol $CaCl_2$)

$$[Ca^{2+}]=\frac{1{,}1\,\cancel{g}\,MgCl_2}{1035{,}125\,\cancel{g\,agua\,de\,mar}}\cdot\frac{1{,}027\,\cancel{g\,agua\,de\,mar}}{10^{-3}\,L}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\,CaCl_2}}{111{,}08\,\cancel{g\,CaCl_2}}\cdot\frac{1\,mol\,Ca^{2+}}{1\,\cancel{mol\,CaCl_2}}$$

$$[Ca^{2+}]=0{,}009825043005762178\,56\,M$$

$$pH=14+0{,}5\cdot\log\left(\frac{5{,}5\cdot10^{-6}}{0{,}009825043006}\right)=12{,}374014114728345912\,89\approx12{,}4$$

Al añadir hidróxido de calcio estamos aumentando [Ca^{2+}], por lo que la concentración de OH- será menor, y el pOH menor y el pH mayor, por lo que será algo menor de 12,4.

Sobre la pregunta del enunciado: como 12,4<13, no sería adecuado trabajar a pH=13 ya que se produciría la precipitación conjunta de ambos hidróxidos (no solamente el de magnesio que es el objetivo) y el precipitado de calcio sería una impureza que perjudicaría le electrolisis posterior.

c) Las reacciones para obtener la cal apagada a partir de las cáscaras de mejillón serían:
Tostación de las cáscaras para obtener cal viva

$CaCO_3$ (s) → CaO (s) + CO_2 (g)

Apagado de la cal viva

CaO (s) + H_2O (l) → $Ca(OH)_2$ (aq)

Enunciado nos da la composición de la cáscara de mejillón (con 90% de carbonato de calcio) pero pide la cantidad necesaria de $Ca(OH)_2$ para obtener la tonelada de Mg. Aplicamos factores de conversión, teniendon en cuenta que según la estequiometría vista en a) la relación entre moles de Mg y Ca es 1 a 1.
Masa molar $Ca(OH)_2$ = 40,08 +2·(16+1) = 74,08 g/mol $Ca(OH)_2$
Usamos 1 t = 10^6 g

$$10^6\,\cancel{g\,Mg}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\,Mg}}{24{,}31\,\cancel{g\,Mg}}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\,Ca}}{1\,\cancel{mol\,Mg}}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\,Ca(OH)_2}}{1\,\cancel{mol\,Ca}}\cdot\frac{74{,}08\,g\,Ca(OH)_2}{1\,\cancel{mol\,Ca(OH)_2}}=3{,}047\,t\,Ca(OH)_2$$

No piden la cantidad de mejillones, pero se puede calcular:
Masa molar $CaCO_3$ = 40,08 +2·12+16·3 = 100,08 g/mol $CaCO_3$

$$1\,\cancel{t\,Mg}\cdot\frac{100{,}8\,\cancel{t\,CaCO_3}}{24{,}31\,\cancel{t\,Mg}}\cdot\frac{100\,t\,mejillones}{90\,\cancel{t\,CaCO_3}}=4{,}607\,t\,mejillones$$

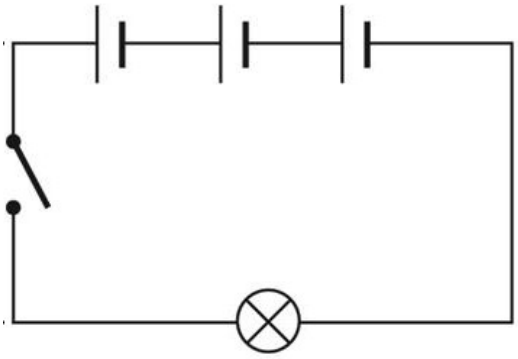
d) Primero se trata la parte teórica.
La barra de magnesio se debe oxidar, y será el ánodo. El hidrógeno del agua sera el cátodo.
Reacción de oxidación, ánodo: Mg → Mg^{2}+ $2e^-$

Reacción de reducción, cátodo: $2\ H_2O + 2e^- \rightarrow H_2 + 2\ OH^-$
Reacción global: $Mg\ (s) + 2\ H_2O\ (l) \rightarrow H_2\ (g) + Mg(OH)_2\ (aq)$

$E^ºpila = E^ºcátodo – E^ºánodo = -0,83-(-2,36) = 1,53$ V (positiva)

En los apartados anteriores había ánodo y cátodo, pero había electrolisis, y ahor es una pila, y la asociación de + y – no es la misma. En una pila el ánodo será el – y el cátodo el +. La corriente externamente a la pila va de + a -, siendo el sentido del movimiento de electrones en el circuito opuesto al del sentido asignado por convenio a la corriente. Es en el ánodo donde se liberan electrones.

Para encender la bombilla hemos de conectar 4,5/1,53 = 2,941176471 ≈ 3 pilas en serie.
Los cálculos son teóricos y es posible, que en vez de 3 pilas, necesitemos conectar 4 para encender la bombilla de 4,5 V o que luzca muy tenuamente si es una bombilla incandescente.
El esquema eléctrico sería el adjunto



Todo lo relativo a práctica de laboratorio en entorno docente sería aparte; aquí se comentan ideas (tal y como plantea sleepylavoisier)

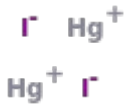
Cada pila puede confeccionarse con un ánodo (polo -) de magnesio cilíndrico que envolvemos en papel absorbente alrededor del cual enrollamos hilo de cobre que actuará de cátodo inerte (polo +). El hilo de cobre se conecta mediante unas pinzas con el ánodo de magnesio de la siguiente pila que llevará su propio papel absorbente y arrollamiento de cobre, y así sucesivamente, conectando los polos opuestos para que las pilas queden en serie. Con una jeringa podemos inyectar y empapar completamente los papeles absorbentes de solución salina, momento a partir del cual comenzaremos a detectar lecturas diferentes de 0 V en un multímetro.

En los siguientes videos explican un procedimiento similar:
Pila Casera de 1,4 voltios (casi sin electrolito)..Homemade Bateria 1,4 Volt (eletrólito quase)
https://www.youtube.com/watch?v=-cIwyqVsTac
Pila casera con electrodo de Magnesio (distintos tipos de electrolitos)
https://www.youtube.com/watch?v=nR-sSMMquZ0

5.- a) (1 punto) Hallar el producto producto de solubilidad del Hg_2I_2, sabiendo que el potencial de un electrodo de mercurio sumergido en una disolución saturada de Hg_2I_2 es $E(Hg_2I_2/2Hg^0)$=-0,0340 V (298 K; p=1,00 atm). Datos: F=96500 C·(mol(e^-))$^{-1}$; R=8,314 J·mol^{-1}·K^{-1}; $E(Hg_2^{2+}/2Hg)$=+0,790 V; M(I)=126,9 uma; M(Na)=23,0 uma
b) (0,5 puntos) Calcular el potencial de un electrodo de mercurio sumergido en una disolución saturada de Hg_2I_2 y que tiene disuelto ioduro de sodio de concentración 1,50 g/L.

El Hg^0 para indicar estado de oxidación 0 no es habitual en la notación de los potenciales estándar de reducción. Asumimos que en enunciado $E(Hg_2I_2/2Hg^0)$ quiere decir $E^o(Hg_2^{2+}/2Hg)$: se indica 298 K y 1 atm aunque se indica disolución saturada, por lo que la concentración de I^- no sería 1 M, sino la solubilidad.
Que se indique en notación de potencial Hg_2I_2 (que es sólido) parece contradictorio con que se indique electrodo de mercurio sin citar expícitamente sólido: si está saturada lo que interviene es Hg^+ (aq) reduciéndose a Hg (l), pero al aparecer Hg_2I_2 (s) lo consideramos.
Asumimos que $E(Hg_2^{2+}/2Hg)$ quiere decir $E^o(Hg_2^{2+}/2Hg)$ ya que es el valor de potencial es el tabulado en https://es.wikipedia.org/wiki/Anexo:Tabla_de_potenciales_de_reducci%C3%B3n
$Hg_2^{2+}(aq) + 2e^-$ → $2Hg(l)$ +0.79

Asumimos que Hg_2^{2+} es equivalente a $2Hg^+$
https://en.wikipedia.org/wiki/Mercury(I)_iodide#Structure
The compound is often formulated as Hg_2^{2+} $2I^-$.
https://webbook.nist.gov/cgi/cbook.cgi?ID=15385-57-6&Units=SI



a) Planteamos el equilibrio de solubilidad

Hg_2I_2 (s) ⇄	$2Hg^+$ (aq) +	$2I^-$ (aq)
exceso	2s	2s

$K_{ps}=[Hg^+]^2[I^-]^2=(2s)^2\cdot(2s)^2=16s^4$

Se indican dos potenciales de reducción.
$E^o_1=E(Hg_2I_2/2Hg^0)$=-0,0340 V asociado a Hg_2I_2 (s) +2e$^-$ → 2Hg (l) + 2I^- (aq)
$E^o_2(Hg_2^{2+}/2Hg)$=0,790 V asociado a $2Hg^+$ (aq) +2e$^-$ → 2Hg (l)
Utilizando Nernst

$$E_1=E^o_1-\frac{0,05916}{2}\cdot\log_{10}([I^-]^2)$$

$$E_2=E^o_2-\frac{0,05916}{2}\cdot\log_{10}\left(\frac{1}{[Hg^+]^2}\right)$$

Podemos ver que $E_3=E_1-E_2$ es la reacción de solubilidad

$$E_1-E_2=E^o_1-E^o_2\frac{0,05916}{2}\cdot\log_{10}([I^-]^2[Hg^+]^2)$$

En equilibrio de solubilidad el potencial es 0

$$0=-0,0340-0,790-\frac{0,05916}{2}\log_{10}(K_{ps})$$

$$0,824\cdot 2=-0,05916\log_{10}(K_{ps})$$

$$10^{\frac{0,824\cdot 2}{-0,05916}}=K_{ps}$$

$$K_{ps}=1,39\cdot 10^{-28}$$

Validamos valor próximo a referencias https://en.wikipedia.org/wiki/Mercury(I)_iodide *indica* $K_{ps}=5.2\times10^{-29}$
http://www.eis.uva.es/~galisteo/fqi/problemas/redox.pdf *problema 12 indica* $K_{ps}=1,2\cdot10^{-28}$

b) La masa molar de NaI es 23+126,9=149,9 g/mol NaI

$$\frac{1,5\ \cancel{g\ NaI}}{L}\cdot\frac{1\ mol\ NaI}{149,9\ \cancel{g\ NaI}}=10^{-2}\ M$$

La concentración de I^- es la misma, 10^{-2} M

$$[Hg^+]=\sqrt{\frac{K_{ps}}{[I^-]^2}}=\sqrt{\frac{1,39\cdot10^{-28}}{(10^{-2})^2}}=1,18\cdot10^{-12}\ M$$

$$E_2=E^o{}_2-\frac{0,05916}{2}\cdot\log_{10}\left(\frac{1}{[Hg^+]^2}\right)$$

$$E_2=-0,790-\frac{0,05916}{2}\cdot\log_{10}\left(\frac{1}{(1,18\cdot10^{-12})^2}\right)$$

$$E_2=-0,790-0,706=-1,496\ V$$

B5. La determinación de constantes de equilibrio cuando son muy pequeñas las concentraciones de las especies en disolución, como ocurre con muchos equilibrios de solubilidad, casi nunca se realiza de manera directa, sino a través de potenciales electroquímicos. (1,25 ptos)
Así, el producto de solubilidad del hidróxido de cadmio se puede determinar a partir de estos potenciales estándar: $Cd^{2+}(aq)/Cd(s)$ = -0,40 V; $Cd(OH)_2(s)/Cd(s), OH^-(aq)$ = -0,81 V.
a) Determine el potencial estándar correspondiente al equilibrio de solubilidad del hidróxido de cadmio. (0,3 ptos)
b) Obtenga el valor del producto de solubilidad do hidróxido de cadmio a 25 ºC a partir del resultado anterior. (0,45 ptos)
c) Determine la solubilidad do hidróxido de cadmio en agua pura. (0,5 ptos)
Datos: constante de Faraday, F = 96485 $C \cdot mol^{-1}$;
constante dos gases, R = 8,314 $J \cdot mol \cdot K^{-1}$.

*Erratas, debería indicar: solubilidad **del** hidróxido, constante **de los** gases R = 8,314 $J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$*

a) El equilibrio de solubilidad es $Cd(OH)_2\ (s) \rightleftarrows Cd^{2+}\ (aq) + 2OH^-\ (aq)$
Las reacciones asociadas a los potenciales son
E^o_1: $Cd^{2+}\ (aq) + 2e^- \rightarrow Cd\ (s)$
E^o_2: $Cd(OH)_2\ (s) + 2e^- \rightarrow Cd\ (s) + 2OH^-\ (aq)$
Si restamos primera a segunda tenemos el equilibrio de solubilidad
(E^o_2 sería reducción, cátodo y $-E^o_1$ sería oxidación, ánodo)
$E^o_3=E^o_2-E^o_1$: $Cd(OH)_2\ (s) \rightleftarrows Cd^{2+}\ (aq) + 2OH^-\ (aq)$
E^o_3=-0,81-(-0,40)=-0,41 V
b) Utilizando la ecuación de Nernst a 25 ºC (Ver Cataluña 1994-B5)

$$E = E^o - \frac{0,05916}{n}\log_{10}([Cd^{2+}][OH^-]^2)$$

$$0 = -0,41 - \frac{0,05916}{2}\log_{10}(K_{ps})$$

$$K_{ps} = 10^{\frac{-0,41 \cdot 2}{0,05916}} = 1,38 \cdot 10^{-14}$$

Referencia https://en.wikipedia.org/wiki/Cadmium_hydroxide $7,2 \cdot 10^{-15}$, aproximadamente del mismo orden de magnitud.
c) $Cd(OH)_2\ (s) \rightleftarrows Cd^{2+}\ (aq) + 2OH^-\ (aq)$
exceso s 2s
$K_{ps}=[Cd^{2+}][OH^-]^2=s \cdot (2s)^2=4s^3$

$$s = \sqrt[3]{\frac{K_{ps}}{4}} = \sqrt[3]{\frac{1,38 \cdot 10^{-14}}{4}} = 1,51 \cdot 10^{-5}\ M$$

Aunque se indica agua pura y eso supone $[OH^-]=10^{-7}$ M, se ve que la contribución de $Cd(OH)_2$ a la concentración de $[OH^-]$ es 10^{-5}, mucho mayor, y es válido despreciar la contribución del agua.

B7. Las semirreacciones correspondientes al proceso de descarga del acumulador de plomo son: (1,25 ptos)

$$Pb + SO_4H^- \rightarrow SO_4Pb + H^+ + 2e^-$$
$$PbO_2 + SO_4H^- + 3H^+ + 2e^- \rightarrow SO_4Pb + 2H_2O$$

a) Formular la reacción completa correspondiente, señalar el electrodo donde se produce la oxidación y en el que se produce la reducción y la composición de cada electrodo cuando la batería esté totalmente descargada. (0,5 ptos)
b) Calcular los amperios por hora que se generarán por cada gramo de plomo sulfatado, y la energía eléctrica producida en kWh, sabiendo además que la tensión entre bornes es de 2,03 V. (0,5 ptos)
c) Suponiendo el funcionamiento reversible de la batería, calcular el potencial del electrodo PbO_2/SO_4Pb, sabiendo que el del electrodo Pb/SO_4Pb vale en las mismas condiciones -0,35 V. (0,25 ptos) Datos: m_{Pb}=207, F = 96500 C·mol^{-1}

La formulación IUPAC actual es HSO_4^- y $PbSO_4$

a) Reducción se produce en cátodo: Pb pasa de +4 a +2
Oxidación se produce en ánodo: Pb pasa de 0 a +2
Semirreación reducción: $PbO_2 + 4H^+ + 2e^- \rightarrow Pb^{2+} + 2H_2O$
Semirreacción oxidación: $Pb \rightarrow Pb^{2+} + 2e^-$
Reacción iónica: $PbO_2 + 4H^+ + Pb \rightarrow 2Pb^{2+} + 2H_2O$
Reacción global: $PbO_2 + 2H_2SO_4 + Pb \rightarrow 2PbSO_4 + 2H_2O$
Cuando la batería está descargada en el cátodo y en el ánodo hay $PbSO_4$
b) Se indica "por cada gramo de plomo sulfatado" y se puede interpretar como por cada gramo de $PbSO_4$ formado o por cada gramo de Pb que pasa a sulfato de plomo. Como solo se da el dato de masa atómica del plomo interpretamos que hace referencia a gramos de Pb que pasa a sulfato de plomo.
1 A·h=3600 A·s = 3600 C

$$1\,\cancel{g\,Pb}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\,Pb}}{207\,\cancel{g\,Pb}}\cdot\frac{2\,\cancel{mol\,e^-}}{2\,\cancel{mol\,Pb}}\cdot\frac{96500\,\cancel{C}}{1\,\cancel{mol\,e^-}}\cdot\frac{1\,A{\cdot}h}{3600\,\cancel{C}}=0{,}518\,A{\cdot}h$$

P=V·I=V·Q/t → P·t=V·Q → Wh=V·C·h
0,518·2,03=1,05 Wh = 1,05·10^{-3} kWh
En la interpretación con $PbSO_4$ habría que usar la masa molar de $PbSO_4$ y el resultado sería distinto
c) $E=E_{cátodo}-E_{ánodo}$
$E_{cátodo}=E(PbO_2/Pb^{2+})$ (PbO_2/SO_4Pb en enunciado)
$E_{ánodo}=E(Pb/Pb^{2+})$ (Pb/SO_4Pb en enunciado)
$2{,}03=E(PbO_2/Pb^{2+})-(-0{,}35)$
$E(PbO_2/Pb^{2+})=2{,}03-0{,}35=1{,}68$ V
Referencia https://es.wikipedia.org/wiki/Anexo:Tabla_de_potenciales_de_reducci%C3%B3n
$E^o(Pb^{4+}/Pb^{2+})=1{,}69$ V

PROBLEMA 4
Una muestra de 5,0 g de un mineral con una riqueza en sulfuro de hierro (II) del 75%, se trata con 6,0 mL de una disolución de ácido nítrico concentrado (60% pureza y con una densidad de 1,37 g/mL). Como resultado, se obtienen los siguientes productos: óxido de nitrógeno (II), sulfato de hierro (II) y agua, siendo el rendimiento de la reacción del 93%.
a) Ajustar la reacción que se produce mediante el método del ion-electrón
(puntuación máxima 2,0 puntos).
b) Razonar qué reactivo es el limitante
(puntuación máxima 2,0 puntos).
c) Calcular el volumen de monóxido de nitrógeno que se recogerá sobre agua a 25 ºC y 1 atm de presión
(puntuación máxima 3,0 puntos).
d) Disolviendo la cantidad de sulfato ferroso obtenida según lo expuesto anteriormente, ¿se conseguiría disminuir la temperatura de congelación de 150 mL de agua, al menos 1 ºC? Suponer que el sulfuro ferroso se disocia completamente al disolverse en agua.
(puntuación máxima 3 puntos).

Datos: Mmolar(g/mol): S: 32,0; Fe: 55,8; O: 16,0, H: 1,0; N: 14,0;
Pv(H_2O, 25 ºC) = 23,76 mmHg;
R = 0,082 atm·L/mol·K;
K_f=1,858 ºC·kg/mol

Comentado en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=6506&p=29336#p29284
Encontrado por pilar2006 en
https://web-argitalpena.adm.ehu.es/pdf/UWLGQU7230.pdf#page=39 ejercicio 1
Ana Mª de Luis Álvarez, Elena Bilbao Ergueta, Maite de Blas Martín, Amaia Menéndez Ruiz; EXÁMENES RESUELTOS DE QUÍMICA BÁSICA; Departamento de Ingeniería Química y del Medio Ambiente; Escuela Universitaria de Ingeniería Técnica de Minas y de Obras Públicas de Barakaldo; ISBN: 978-84-9860-420-7

Notas:
-En algunos tribunales se indicó que en apartado d donde pone "Suponer que el sulfuro ferroso se disocia" debía indicar "Suponer que el sulfato ferroso se disocia"
-Usar "ferroso" en el nombre de compuesto no es correcto según normas inorgánica IUPAC 2005.
https://gitlab.com/fiquipedia/drive.fiquipedia/-/raw/main/content/home/recursos/recursos-apuntes/recursos-apuntes-formulacion/NomenclaturaInorganicaBinariosTernariosSimples.pdf
Pero añadir a la raíz de un elemento -ico/-oso para indicar el número de oxidación está prohibido ("no longer acceptable", no se trata de no estar recomendado) por IUPAC desde 2005; en 1971 IUPAC lo toleraba pero lo desaconsejaba.
Por ejemplo cloruro sódico para NaCl ya no es un nombre tradicional aceptado por la IUPAC.

a) Planteamos las semirreaciones:
El azufre pasa de estado de oxidación -2 en sulfuro S^{2-} a estado +6 en sulfato SO_4^{2-}: se oxida
El nitrógeno pasa de estado de oxidación +5 en nitrato NO_3^- a estado +4 en NO: se reduce
Semirreacción de reducción: $NO_3^- + 4H^+ + 3e^- \rightarrow NO + 2H_2O$
Semirreacción de oxidación: $S^{2-} + 4H_2O \rightarrow SO_4^{2-} + 8H^+ + 8e^-$
Multiplicamos la semirreacción de reducción por 8 y la de oxidación por 3 y sumamos

$8NO_3^- + 32H^+ + 3S^{2-} + 12H_2O \rightarrow 8NO + 16H_2O + 3SO_4^{2-} + 24H^+$
Simplificamos
Reacción iónica: $8NO_3^- + 8H^+ + 3S^{2-} \rightarrow 8NO + 3SO_4^{2-} + 4H_2O$
Reacción global: $8HNO_3\ (aq) + 3FeS\ (s) \rightarrow 8NO + 4H_2O + 3FeSO_4$
b) Calculamos los moles de cada uno de los reactivos:

n(FeS): $5\,\cancel{g\ FeS\ impuro}\cdot\frac{75\,\cancel{g\ FeS}}{100\,\cancel{g\ FeS\ impuro}}\cdot\frac{1\,mol\ FeS}{55,8+32\,\cancel{g\ FeS}}=4,27\cdot10^{-2}\,mol\ FeS$

n(HNO_3): $6\,\cancel{mL\ disol}\cdot\frac{1,37\,\cancel{g\ disol}}{1\,\cancel{mL\ disol}}\cdot\frac{60\,\cancel{g\ HNO_3}}{100\,\cancel{g\ disol}}\cdot\frac{1\,mol\ HNO_3}{1+14+16\cdot3\,\cancel{g\ HNO_3}}=7,83\cdot10^{-2}\,mol\ HNO_3$

La proporción estequiométrica HNO_3/FeS es 8/3≈2,7
La proporción real HNO_3/FeS es 7,83/4,27=1,83
Como la proporción real HNO_3/FeS es menor que la estequiométrica, hay exceso de FeS y el limitante es el HNO_3.
c) Partimos del reactivo limitante con los cálculos ya realizados en apartado b.

$$7,83\cdot10^{-2}\,\cancel{mol\ HNO_3}\cdot\frac{8\,mol\ NO}{8\,\cancel{mol\ HNO_3}}\cdot\frac{93}{100}=7,28\cdot10^{-2}\,mol\ NO$$

Enunciado indica " que se recogerá sobre agua a 25 ºC y 1 atm de presión" y proporciona dato de presión de vapor de agua, por lo que que hay que contemplar que la presión total es la suma de presión de vapor de agua y la presión debida al NO.
p(NO)=Ptotal-Pv(H_2O)=760-23,76=736,24 mmHg = 0,969 atm
Usando la ley de los gases ideales $V=\frac{nRT}{P}=\frac{7,28\cdot10^{-2}\cdot0,082\cdot(273+25)}{0,969}=1,84\,L$
d) Calculamos los moles obtenidos para calcular la molalidad.
Partimos del reactivo limitante con los cálculos ya realizados en apartado b.

$$7,83\cdot10^{-2}\,\cancel{mol\ HNO_3}\cdot\frac{3\,mol\ FeSO_4}{8\,\cancel{mol\ HNO_3}}\cdot\frac{93}{100}=2,73\cdot10^{-2}\,mol\ FeSO_4$$

Planteamos la disociación
$FeSO_4\ (s) \rightarrow Fe^{2+}\ (aq) + SO_4^{2-}\ (aq)$
$\Delta T_f = i\cdot K_f\cdot m$
$i=1+\alpha\cdot(q-1)$
Como se indica que se disocia completamente, α=1
Como da lugar a dos especies iónicas, el factor de Van't Hoff es q=2
Utilizamos densidad del agua 1 kg/L, por lo que 150 mL de disolvente son 0,150 kg

$$\Delta T_f=(1+(2-1)\cdot1)\cdot1,858\cdot\frac{2,73\cdot10^{-2}}{0,150}=0,676\,ºC$$

No se conseguiría disminuir la temperatura de congelación de 150 mL de agua al menos 1 ºC.

Escoja únicamente 3 problemas de los 6 propuestos.

4.b) Si el potencial normal del estaño es -0,140 V y el del plomo -0,126 V, calcule la constante de equilibrio de la reacción:

$$Sn\ (s) + Pb^{2+}\ (aq) \rightleftharpoons Sn^{2+}\ (aq) + Pb\ (s)$$

El estaño se oxida y es el ánodo y el plomo se reduce y es el cátodo.
Eº=Eºcátodo-Eºánodo=-0,126-(-0,140)=0,014 V
Usando la ecuación de Nernst para equilibrio (se puede plantear la relación entre potencial, energía de Gibbs $\Delta G^o = -n F E^o$ y relación entre energía de Gibbs y constante de equilibrio $\Delta G^o = -RT \ln(K_{eq})$ y llegar a a la misma expresión)

$$0 = E^o - \frac{RT}{nF} \ln(K_{eq})$$

Usando el valor 0,05916 en la ecuación de Nerst, ver Cataluña 1994 B5) y teniendo en cuenta que n=2 ya que se intercambian dos electrones

$$0{,}014 = \frac{0{,}05916}{2} \log_{10}(K_{eq})$$

$$K_{eq} = 10^{\frac{2 \cdot 0{,}014}{0{,}05916}} = 2{,}97$$

Escoja únicamente 3 problemas de los 6 propuestos.

6.b) Una batería de consta de seis elementos en serie (para producir una fuerza electromotriz de 12 V). En el momento del arranque del automóvil la batería produce una corriente de 200 A durante 1 s. ¿Qué masa de plomo se transforma en sulfato de plomo(II) durante dicha operación de arranque?

No se facilitan datos: se usa masa atómica del plomo 207,2 y constante de Faraday F=96485 C

En las baterías de plomo y ácido se producen las reacciones:
Ánodo, oxidación: $Pb\ (s) \rightarrow Pb^{2+}\ (aq) + 2e^-$
Cátodo, reducción: $PbO_2\ (s) + 4H^+\ (aq) + 2e^- \rightarrow Pb^{2+}\ (aq) + 2H_2O\ (l)$
La reacción iónica es $Pb\ (s) + PbO_2\ (s) + 4H^+\ (aq) \rightarrow 2Pb^{2+}\ (aq) + 2H_2O\ (l)$
La reacción global es $Pb\ (s) + PbO_2\ (s) + 2H_2SO_4\ (aq) \rightarrow 2PbSO_4\ (aq) + 2H_2O\ (l)$

$$1\,\cancel{s}\cdot\frac{200\,\cancel{C}}{1\,\cancel{s}}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\,e^-}}{96485\,\cancel{C}}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\,Pb}}{2\,\cancel{mol\,e^-}}\cdot\frac{207,2\,g\,Pb}{1\,\cancel{mol\,Pb}}=0,2147\,g\,Pb$$

El dato de 12 V no se usa.
Ánodo $E^o(PbSO_4(s)/Pb(s), SO_4^{2-}(aq))$=-0,36 V
Cátodo $E^o\ (Pb^{4+}/Pb^{2+})$=1,69 V
El potencial de cada elemento sería 1,69-(-0,36)=2,05 V, aproximadamente 12 V entre 6 elementos
https://es.wikipedia.org/wiki/Anexo:Tabla_de_potenciales_de_reducci%C3%B3n

Química

K3. Introducimos zinc en una disolución que contiene iones Cu(II). Justifica si se producirá la reacción en condiciones estándares.
En un nuevo ensayo se añade zinc metálico a una disolución 0,1M de sal cúprica. Calcula la concentración del ion Cu^{+2} en el equilibrio.
Datos: $E^o(Zn^{+2}/Zn)=-0,76$ V; $E^o(Cu^{+2}/Cu)=0,15$ V

El valor debe ir separado de la unidad: debe ser 0,1 M
Según IUPAC no se debe usar cúprica para indicar estado de oxidación, sería cobre(II).
La carga de los iones es n+, no +n: debe ser Zn^{2+}, Cu^{2+}
El valor dado 0,15 V es aproximadamente el asociado a Cu^{+}/Cu: para Cu^{2+}/Cu es 0,34 V
https://es.wikipedia.org/wiki/Anexo:Tabla_de_potenciales_de_reducci%C3%B3n

Se producirá reacción si el cobre se reduce, es el cátodo, y el zinc se oxida, es el ánodo, con un potencial positivo
E^opila=E^ocátodo-E^oánodo=0,15-(-0,76)=0,91 V > 0
Sí se producirá la reacción.

Si la disolución es 0,1 M, el potencial de reducción del cobre no es el estándar (lo podemos calcular con la ecuación de Nernst)
Para el valor 0,05916 ver Cataluña 1994 B5

$$E=E^o-\frac{0,05916}{n}\log_{10}(\frac{1}{[Cu^{2+}]})=0,15+\frac{0,05916}{2}\log_{10}(0,1)=0,12\,V$$

Vemos que sigue siendo el cátodo
Los potenciales van a ir cambiando: el volumen de disolución no va a variar y la concentración de Cu^{2+} va a disminuir a medida que se reduzca y se deposite, y la concentración de Zn^{2+} va a ir aumentando.
Semirreación reducción: $Cu^{2+} + 2e^- \rightarrow Cu$
Semirreacción oxidación: $Zn \rightarrow Zn^{2+} + 2e^-$
Reacción global: $Cu^{2+} + Zn \rightarrow Cu + Zn^{2+}$
En el equilibrio el potencial va a ser cero

$$0=E^o_{cátodo}-E^o_{ánodo}-\frac{0,05916}{2}\log_{10}(K_{eq})$$

$$\frac{-0,91\cdot 2}{-0,05916}=\log_{10}(K_{eq})$$

$$K_{eq}=10^{\frac{0,91\cdot 2}{0,05916}}=5,8\cdot 10^{30}$$

La constante es muy grande, está prácticamente desplazado la derecha, es completa
Por cada mol de Cu depositado se forma un mol de Zn en disolución, por lo que $[Zn^{2+}]\approx 0,1$ M

$$K_{eq}=\frac{[Zn^{2+}]}{[Cu^{2+}]}\Rightarrow 5,8\cdot 10^{30}=\frac{0,1}{[Cu^{2+}]}\Rightarrow [Cu^{2+}]=\frac{0,1}{5,8\cdot 10^{30}}=1,72\cdot 10^{-32}\,M$$

Química.
Problema.
Dada la reacción:
$K_2Cr_2O_7$ (ac) + Na_2SO_3 (ac) + H_2SO_4 → $Cr_2(SO_4)_3$ (ac) + K_2SO_4 (ac) + Na_2SO_4 (ac) + H_2O
a. Ajuste por el método del ión-electrón esta reacción, en sus formas iónica y molecular.
b. Calcule la concentración molar de una disolución de sulfito de sodio, si 15 ml de ésta reaccionan totalmente, en medio ácido, con 25,3 ml de disolución de dicromato de potasio 0,06M

a. Ajustamos en medio ácido
Semirreacción de reducción: $Cr_2O_7^{2-}$ (ac) + $14H^+$ (ac) + $6e^-$ → $2Cr^{3+}$ (ac) + $7H_2O$
Semirreacción de oxidación: SO_3^{2-} (ac) + H_2O → SO_4^{2-} (ac) + $2H^+$ (ac) + $2e^-$
Multiplicamos la de oxidación por 3 y sumamos
$Cr_2O_7^{2-}$ (ac) + $14H^+$ (ac) + $3SO_3^{2-}$ (ac) + $3H_2O$ → $2Cr^{3+}$ (ac) + $7H_2O$ + $3SO_4^{2-}$ (ac) + $6H^+$ (ac)
Reacción iónica $Cr_2O_7^{2-}$ (ac) + $8H^+$ (ac) + $3SO_3^{2-}$ (ac) → $2Cr^{3+}$ (ac) + $4H_2O$ + $3SO_4^{2-}$ (ac)
Reacción global
$K_2Cr_2O_7$ (ac) + $4H_2SO_4$ (ac) + $3Na_2SO_3$ (ac) → $Cr_2(SO_4)_3$ (ac) + $4H_2O$ + $3Na_2SO_4$ (ac) + K_2SO_4 (ac)
b.

$$\frac{25,3\,\cancel{mL}\cdot\frac{0,06\,\cancel{mol\,K_2Cr_2O_7}}{1000\,\cancel{mL}}\cdot\frac{3\,mol\,Na_2SO_3}{1\,\cancel{mol\,K_2Cr_2O_7}}}{0,015\,L}=0,3036\,M$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 21 abril 2016
CC BY

El examen eran dos modelos A y B a elegir uno de los dos, cada uno con 6 preguntas, y el tiempo de realización 3 horas.

FÍSICA Y QUÍMICA. MODELO A

6.- El contenido de hierro de una muestra determinada, se puede conocer mediante una valoración de oxidación-reducción. Para ello, en primer lugar, se disuelve en un ácido fuerte, reduciendo todo el hierro (III) a ión hierro (II), utilizando un reductor adecuado. Esta disolución, se valora utilizando como reactivo un oxidante, por ejemplo dicromato de potasio (disolución patrón) que vuelve a pasar todo el ión hierro (II) a ión hierro (III), añadiendo un indicador que nos avise de la finalización de la valoración.
Se prepara una disolución patrón que contiene 4,90 g de dicromato de potasio en un litro de disolución acuosa, con el fin de llevar a cabo una dicromatrometría en medio ácido. Una muestra de mineral de hierro que pesaba exactamente 500 mg se disolvió en medio ácido fuerte y posteriormente se trató con un reductor de Jones para reducir el hierro (III) a hierro (II). La disolución resultante se valoró exactemente con 35,0 mL de la disolución patrón de dicromato de potasio en presencia de un indicador adecuado.
a) Expresa el resultado del análisis en porcentaje de hierro de la muestra.
b) Calcula el potencial de reducción dicromato/ión cromo (III) a 40 ºC en 1000 mL de disolución que tiene 0,12 g de ácido benzoico. Suponed que las concentraciones de ión dicromato e ión cromo (III) en la disolución son 1 M.
Datos: pKa(ácido benzoico)=4,2; F=96500 $C \cdot mol^{-1}$; ε^0(dicromato/ión cromo(III))=1,33 V; M(C)=12 u; M(H)= 1 u; M(O)=16 u.
(1,5 puntos)

Errata en enunciado, debería decir "dicromatometría"
Resuelto por sleepylavoisier en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=3599#p16404
Enunciado no da dato de masa atómica de K ni de Cr, necesarios para saber la equivalencia en moles de 4,90 g de $K_2Cr_2O_7$. Asumimos que se dieron durante el examen y sin decimales como el resto:M(K)=39 u; M(Cr)=52 u, M(Fe)=56 u

a) Planteamos las reacciones redox
Oxidación: $Fe^{2+} \rightarrow Fe^{3+} + 1e^-$
Reducción: $Cr_2O_7^{2-} + 14H^+ + 6e^- \rightarrow 2Cr^{3+} + 7H_2O$
Planteamos las valoraciones con equivalentes
eq oxidante=eq.reductor
El dicromato de potasio es un oxidante, el Cr tiene estado de oxidación +6 y se reduce a Cr^{3+}.

$$nº\,eq\,oxidante = V \cdot N = 0{,}035 \cdot \frac{\frac{m(K_2Cr_2O_7)}{\left(\frac{M(K_2Cr_2O_7)}{nº\,e^-\,intercambiados}\right)}}{1} = 0{,}035 \cdot 6 \cdot \frac{4{,}9}{2 \cdot 39 + 2 \cdot 52 + 7 \cdot 16} = 0{,}0035$$

El hierro se oxida y es un reductor.
Llamamos x a los gramos de Fe en la muestra de 500 mg.

$$nº\,eq\,reductor = \frac{\frac{m(Fe)}{M(Fe)}}{nº\,e^-\,intercambiados} = \frac{x}{\frac{56}{1}}$$

Igualando 0,0035=x/56 → x=0,196 g
En la muestra %Fe=0,196/0,500=0,392=39,2 %
b) Planteamos la ecuación de Nernst para la reacción de reducción del dicromato

$$E = E^0 - \frac{RT}{nF}\ln\left(\frac{[Cr^{3+}]}{[Cr_2O_7^{2-}][H^+]^{14}}\right)$$

Enunciado nos indica concentraciones iones cromo y dicromato, la concentración de H+ la obtenemos a partir de la constante del ácido benzoico.

El ácido benzoico es C_6H_5-COOH =$C_7H_6O_2$, y su masa molar 7·12+6+2·16=122 g/mol, luego la concentración inicial es (0,12/122)/1=0,001 M

Planteamos la disociación

	C_6H_5-COOH + H_2O →	C_6H_5-COO^- +	H_3O^+
Inic	0,001	exc	0	0
Eq	0,001-x	exc	x	x

$$K_a = 10^{-pKa} = \frac{x^2}{0{,}001-x} \Rightarrow 10^{-4{,}2}\cdot(0{,}001-x) = x^2 \Rightarrow x^2 + 10^{-4{,}2}x - 0{,}001\cdot 10^{-4{,}2} = 0$$

$$x = \frac{-10^{-4{,}2} \pm \sqrt{(10^{-4{,}2})^2 - 4\cdot(-0{,}001\cdot 10^{-4{,}2})}}{2} = 2{,}21614\cdot 10^{-4} M$$

~~negativo~~

Sustituyendo (valor de R no es dato, usamos R=8,31 J/mol·K)

$$E = 1{,}33 - \frac{8{,}31\cdot(273+40)}{6\cdot 96500}\ln\left(\frac{1}{1\cdot(2{,}21614\cdot 10^{-4})^{14}}\right) = 0{,}80\,V$$

4. ¿Qué ocurriría al añadir un trozo de manganeso a una disolución de $Pb(NO_3)_2$ 1 M? En caso de disolverse el manganeso, ¿qué concentración de Pb^{2+} quedará en disolución? Datos $\Delta\varepsilon^o$ [Mn(II)/Mn] = -1,18 V; $\Delta\varepsilon^o$ [Pb(II)/Pb] = -0,12 V

-CADA PROBLEMA SE REALIZARÁ EN UN FOLIO INDEPENDIENTE
-SE ENTREGARÁN TODOS LOS FOLIOS, INCLUIDO EL EXAMEN
-SE PUEDE UTILIZAR CALCULADORA CIENTÍFICA NO PROGRAMABLE
CRITERIOS DE CALIFICACIÓN: Cada problema tiene una puntuación de 2,5 puntos
Problema 4: 2x1,25 puntos

Ver Cataluña 1994 B5

El manganeso tiene menor potencial estándar de reducción (mayor tendencia a la oxidación) que el Pb^{2+}, por lo que el plomo se reducirá y el mangeneso se oxidará
Semirreacción de oxidación: $Mn \rightarrow Mn^{2+} + 2e^-$
Semirreacción de reducción: $Pb^{2+} + 2e^- \rightarrow Pb$
Reacción global: $Mn + Pb^{2+} \rightarrow Mn^{2+} + Pb$
La reacción se producirá hasta que se llegue a un equilibrio y el potencial de la pila sea cero.
Usando la ecuación de Nernst

$$E = E^o - \frac{0,05916}{2}\log_{10} Q$$

$$0 = -0,12 - (-1,18) - \frac{0,05916}{2}\log_{10}\frac{[Mn^{2+}]}{[Pb^{2+}]}$$

$$\frac{0,16 \cdot 2}{0,05916} = \log_{10}\frac{[Mn^{2+}]}{[Pb^{2+}]}$$

$$10^{5,4} = \frac{[Mn^{2+}]}{[Pb^{2+}]}$$

$$[Pb^{2+}] = \frac{[Mn^{2+}]}{2,5 \cdot 10^5}$$

Dependerá del la masa del trozo de manganeso, pero en principio se consume 1 mol de Pb^{2+} por cada mol de Mn^{2+}, y la concentración de Pb^{2+} será muy baja.

enrique@fiquipedia.es Revisado 17 febrero 2025
CC BY SA

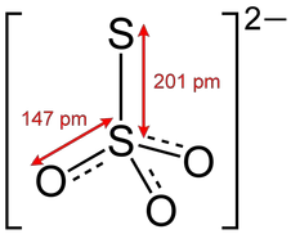
PROCEDIMIENTO SELECTIVO DE INGRESO Y ACCESO A LOS CUERPOS DE ENSEÑANZA SECUNDARIA.
ESPECIALIDAD FÍSICA Y QUÍMICA
PRUEBA PRÁCTICA
SORIA 2015

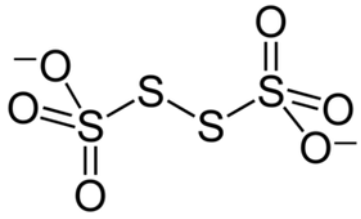
3.- Se tiene una mezcla sólida constituida solamente por permanganato potásico y cromato potásico. Cuando se trata una muestra de 0,2400 g en solución ácida con KI, se produce una cantidad suficiente de I_2 para reaccionar con 60,00 ml de tiosulfato sódico, 48,80 mL de los cual reacciona con el yodo liberado al adicionar exceso de KI a una solución que contiene 0,2393 g de $K_2Cr_2O_7$. Calcular los % de cada componente en la mezcla.
Datos: Masas atómicas (u): O = 16,00, K = 39,10; Cr = 52,00; Mn = 54,94

Enunciado obtenido de http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=3569
Resuelto por sleepylavoisier
Referencia https://www.studocu.com/row/document/univerzita-j-selyeho/fisica-y-quimica/25-redox-resuelta-18-febrero-2021/12625899
Asumimos todos los datos con 4 cifras significativas y expresamos resultados con mismas 4 cifras significativas.

Planteamos las reacciones identificando oxidaciones y reducciones, identificando especies y estados de oxidación iniciales y finales:

- El manganeso tiene estado de oxidación +7 en el permanganato MnO_4^- y pasa a estado +2 en Mn^{2+}: se reduce. Al estar en medio ácido no pasa a MnO_2.
- El cromo tiene estado de oxidación +6 en el cromato CrO_4^{2-} y pasa a estado +3 en Cr^{3+}: se reduce.
- El yodo tiene estado de oxidación -1 en ion yoduro I^- y pasa estado 0 en yodo molecular I_2: se oxida
- El yodo tiene estado de oxidación 0 en yodo molecular I_2 y pasa a estado -1 en ion yoduro I^-: se reduce.
  Realmente es ion triyoduro I_3^- pues es la especie principal que existe en las "disoluciones de yodo"; el yodo a temperatura ambiente es muy poco soluble en agua pero en presencia de yoduros solubles, como los que aporta el yoduro de potasio, aumenta su solubilidad por la formación del complejo triyoduro, $I_2 + I^- \rightarrow I_3^-$, pero por conveniencia en la representación de las reacciones escribiremos I_2 en lugar de I_3^-
- El azufre tiene estado de oxidación +6 en el tiosulfato $S_2O_3^{2-}$ (en que uno de los azufres tiene estado de oxidación +6 y el otro -2) y se oxida a tetrationato $S_4O_6^{2-}$ (en el que dos de los azufres tienen estado de oxidación +5 y otros dos tienen estado de oxidación 0).





  Globalmente es una oxidación porque los dos azufres del tiosulfato pasan de +6 y -2 a +5 y 0, por lo que uno capta $1e^-$ y otro cede $2e^-$, por lo que globalmente cada tiosulfato cede $1e^-$ y se oxida.
  https://es.wikipedia.org/wiki/Tiosulfato
  https://es.wikipedia.org/wiki/Tetrationato
- El cromo tiene estado de oxidación +6 en el dicromato $Cr_2O_7^{2-}$ y pasa a estado +3 en Cr^{3+}: se reduce.

Primero hay dos especies oxidantes (que se reducen), permanganato MnO_4^- (proveniente del permanganato de potasio) y cromato CrO_4^{2-} (proveniente del cromato de potasio), que reaccionan con el reductor (que se oxida) yoduro I^- (proveniente del yoduro de potasio), para formar yodo molecular I_2 y tiosulfato $S_2O_3^{2-}$

Reacción 1a asociada Mn (en medio ácido):
Semirreacción oxidación: $2I^- \rightarrow I_2 + 2e^-$
Semirreacción reducción: $MnO_4^- + 8H^+ + 5e^- \rightarrow Mn^{2+} + 4H_2O$
Multiplicando la de oxidación por 5 y la de reducción por 2 y sumando
Reacción iónica: $10I^- + 2MnO_4^- + 16H^+ \rightarrow 5I_2 + 2Mn^{2+} + 8H_2O$

Reacción 1b asociada Mn (en medio ácido):
Semirreacción oxidación: $2I^- \rightarrow I_2 + 2e^-$
Semirreacción reducción: $CrO_4^{2-} + 8H^+ + 3e^- \rightarrow Cr^{3+} + 4H_2O$
Multiplicando la de oxidación por 3 y la de reducción por 2 y sumando
Reacción iónica: $6I^- + 2CrO_4^{2-} + 16H^+ \rightarrow 3I_2 + 2Cr^{3+} + 8H_2O$

Llamamos x a la masa en g de $KMnO_4$ y llamamos y a la masa en g de K_2CrO_4
x+y=0,2400 [1]
Masa molar ($KMnO_7$)=39,10+54,94+4·16,00=158,04 g/mol $KMnO_7$
Masa molar (K_2CrO_4)=2·39,10+52,00+4·16,00=194,2 g/mol K_2CrO_4

Los moles de I_2 obtenidos se pueden calcular a partir de la estequiometría de las reacciones 1a y 1b

$$x\,\cancel{g\,KMnO_7}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\,KMnO_7}}{158,04\,\cancel{g\,KMnO_7}}\cdot\frac{5\,mol\,I_2}{2\,\cancel{mol\,KMnO_7}}=1,582\cdot10^{-2}\,x\,mol\,I_2 \quad \textbf{[2]}$$

$$y\,\cancel{g\,K_2CrO_4}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\,K_2CrO_4}}{194,2\,\cancel{g\,K_2CrO_4}}\cdot\frac{3\,mol\,I_2}{2\,\cancel{mol\,K_2CrO_4}}=7,724\cdot10^{-3}\,x\,mol\,I_2 \quad \textbf{[3]}$$

Los moles de I_2 obtenidos son los que intervienen en la reacción con el tiosulfato:
Hay una especie oxidante (que se reduce), yodo molecular I_2, que reacciona con el reductor (se oxida) tiosulfato $S_2O_3^{2-}$, para formar hay ion yoduro I^- y tetrationato $S_4O_6^{2-}$.

Reacción 2 asociada S:
Semirreacción oxidación: $2S_2O_3^{2-} \rightarrow S_4O_6^{2-} + 2e^-$
Semirreacción reducción: $I_2 + 2e^- \rightarrow 2I^-$
Sumando
Reacción iónica: $2S_2O_3^{2-} + I_2 \rightarrow 2I^- + S_4O_6^{2-}$

Los moles de I_2 que reaccionan están relacionados con los moles de tiosulfato en 60 mL de una disolución de la que no tenemos la concentración

La concentración de la disolución de tiosulfato la obtenemos a partir de la reacción del dicromato con el yoduro.
Reacción 3 asociada Cr (en medio ácido):
Semirreacción oxidación: $2I^- \rightarrow I_2 + 2e^-$
Semirreacción reducción: $Cr_2O_7^{2-} + 14H^+ + 6e^- \rightarrow 2Cr^{3+} + 7H_2O$
Multiplicando la reacción de oxidación por 3 y sumando
Reacción iónica: $6I^- + Cr_2O_7^{2-} + 14H^+ \rightarrow 3I_2 + 2Cr^{3+} + 7H_2O$

Una vez obtenidos cierta cantidad de yodo molecular, reacciona según la reacción 2 ya ajustada

Masa molar ($K_2Cr_2O_7$)=2·39,10+2·52,00+7·16,00=294,2 g/mol $K_2Cr_2O_7$

$$0{,}2393\,\cancel{g\,K_2Cr_2O_7}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\,K_2Cr_2O_7}}{294{,}2\,\cancel{g\,K_2Cr_2O_7}}\cdot\frac{3\,\cancel{mol\,I_2}}{1\,\cancel{mol\,K_2Cr_2O_7}}\cdot\frac{2\,mol\,S_2O_3^{2-}}{1\,\cancel{mol\,I_2}}=4{,}880\cdot10^{-3}\,mol\,S_2O_3^{2-}$$

Con ello podemos calcular la concentración de la disolución de tiosulfato

$$[Na_2S_2O_3]=\frac{4{,}880\cdot10^{-3}}{0{,}04880}=0{,}1000\,M$$

Por lo tanto al haber reaccionado una disolución de 60 mL de esa concentración en la reacción 2

$$60{,}00\,\cancel{mL}\cdot\frac{0{,}1000\,\cancel{mol\,S_2O_3^{2-}}}{1000\,\cancel{mL}}\cdot\frac{1\,mol\,I_2}{2\,\cancel{mol\,S_2O_3^{2-}}}=3{,}000\cdot10^{-3}\,mol\,I_2\quad\textbf{[4]}$$

Podemos plantear combinando [2], [3] y [4]

$$1{,}582\cdot10^{-2}x+7{,}724\cdot10^{-3}y=3{,}000\cdot10^{-3}\quad\textbf{[5]}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones formado por [1] y [5]

$$1{,}582\cdot10^{-2}x+7{,}724\cdot10^{-3}\cdot(0{,}2400-x)=3{,}000\cdot10^{-3}\Rightarrow x=0{,}1416\,g\,KMnO_4$$

$$\%(KMnO_4)=\frac{0{,}1416}{0{,}2400}=0{,}5900=59{,}00\,\%$$

$$\%(K_2CrO_4)=\frac{0{,}2400-0{,}1416}{0{,}2400}=0{,}4100=41{,}00\,\%$$

(Enunciado aproximado, no se tiene el original)
1. Una pila galvánica consta de un electrodo de Ag sumergido en una disolución de Ag^+, cuya concentración es 0,10 M y electrodo de Zn sumergido en una disolución de Zn^{2+}, cuya concentración es 0,10 M. Se establece un punte salino.
Se añade NH_3 en la semicelda con disolución de Ag^+ hasta una concentración 1 M sin variar el volumen. Se mide la ddp indicando 1,12 V.
a) Hallar nueva concentración de Ag^+
b) K_D del complejo Ag - amoniaco
Datos: Eº Ag^+/Ag = 0,80 V
Eº Zn^{2+}/Zn = -0,76 V

Referencias
http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=3596&p=17816
http://www.personales.ulpgc.es/cling.dip/prob12.html (problema 4)
http://www.eii.uva.es/~organica/problemas/pdf/redox.pdf (problema 15)
Comentarios: en el enunciado recibido inicialmente (aproximado, no oficial) se indicaba que es Zn sumergido en disolución de Ag^+ y no sumergido en disolución de iones Zn^{2+}, que suele ser más habitual. No es a priori imposible que la pila sea así, por ejemplo la pila con un limón no tiene iones del metal disueltos inicialmente. Pero no es posible en este caso, por los potenciales se oxida el Zn a Zn^{2+}, y los electrones liberados no recorrerían el circuito a reducir la plata en la otra semicelda, sino que reducirían los iones de plata de la disolución en contacto con el Zn. Además en estas situaciones utilizando la ecuación de Nernst saldría un potencial inicialmente infinito (ver comentarios en FiQuiPedia a resolución PAU Madrid 2014-Junio-A5)

Enunciado original no indica datos de amoniaco, pero en otros como Castilla-La Mancha 2000 tampoco lo hacía y sí era imprescindible usarlo, por lo que se puede asumir que también se pretendía que se recordase:
pKb(NH_3)=4,75 http://www.chembuddy.com/?left=BATE&right=dissociation_constants

Dado que la plata tiene un potencial de reducción mayor, se reducirá y será el cátodo, y el zinc será el ánodo, siendo las semirreaciones:
Cátodo, reducción: $Ag^+ + 1e^- \rightarrow Ag$ }x2
Ánodo, oxidación $Zn \rightarrow Zn^{2+} + 2e^-$
Globalmente: $2Ag^+ + Zn \rightarrow Zn^{2+} + 2Ag$
$E_{pila}=E_{cátodo}-E_{ánodo}=0,8-(-0,76)=1,56$ V (espontánea)
No son potenciales estándar, ya que las concentraciones no son 1 M. Utilizamos ecuación de Nernst, asumiendo 25 ºC $E=E^0-\frac{0,05916}{n}\log Q$ *0,05916 no es dato; ver Cataluña 1994-B5*
Para la plata planteamos que cuando se combina con amoniaco se forma el complejo Ag-amoniaco

Ag^+ +	$2NH_3$ →	$[Ag(NH_3)_2]^+$
0,1	1,0	0
0	0,8	0,1

El complejo se disocia mediante un equilibrio

	$[Ag(NH_3)_2]^+$ ⇆	Ag^+ +	$2NH_3$
inic	0,1	0	0,8-y
equ.	0,1-x	x	0,8+2x-y

Planteamos también la disociación del amoniaco, para ver si lo podemos despreciar (sí asumimos despreciable la contribución del producto iónico del agua)

	NH_3	+ H_2O ⇆	NH_4^+ +	OH^-
inic	0,8	exceso	0	0
equ.	0,8-y	exceso	y	y

$$K_b = 10^{-pKb} = \frac{[NH_4+][OH^-]}{[NH_3]} \Rightarrow 10^{-4,75} = \frac{y^2}{0,8-y}$$

Si asumimos y<<0,8

$$y = \sqrt{10^{-4,75} \cdot 0,8} = 0,00377\ M$$

Vemos que es válida la aproximación y<<0,8 y la de no considerar el efecto del producto iónico.

Como sabemos que el potencial de la pila es 1,12 V

$$1,12 = 1,56 - \frac{0,05916}{2} \log \frac{[Zn^{2+}]}{[Ag^+]^2} \Rightarrow 1,12 = 1,56 - \frac{0,05916}{2} \log \frac{0,1}{x^2}$$

$$\frac{0,1}{x^2} = 10^{\frac{(1,12-1,56)\cdot 2}{-0,05916}} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{0,1}{10^{\frac{(1,12-1,56)\cdot 2}{-0,05916}}}} = 1,15 \cdot 10^{-8}\ M$$

Vemos que 0,8+2x-y=0,8+1,15·10^{-8}-0,00377=0,7962300115 M

La constante de disociación es

$$K_D = \frac{[NH_3]^2[Ag^+]}{[Ag(NH_3)_2]^+} = \frac{(0,8+2x-y)^2 x}{0,1-x} = \frac{0,7962300115^2 \cdot 1,15 \cdot 10^{-8}}{(0,1-1,15 \cdot 10^{-8})} = 7,2908 \cdot 10^{-8}$$

No ponemos unidades explícitamente a la constante de equilibrio asociada a concentraciones; la constante de equilibrio termodinámica no las tiene, pero esta sí y en este caso serían mol/L.

Si aproximamos sin haber considerado el efecto del amoníaco (constante baja) y el efecto de la disociación (complejo muy estable)

$$K_D \approx \frac{0,8^2 \cdot 1,15 \cdot 10^{-8}}{0,1} = 7,36 \cdot 10^{-8}$$

Si expresamos resultado con 2 cifras significativas como los datos del enunciado, tenemos 7,3·10^{-8}

Valor real: 6,25·10^{-8}=1/1,6·10^7 http://www.vaxasoftware.com/doc_edu/qui/kfcomplejos.pdf

Química

K-3.- Escribe la reacción y determina el potencial de la celda que contiene los pares (Zn^{+2}/Zn) y (Cu^{+2}/Cu) si las concentraciones a 25 ºC de Zn^{+2} y Cu^{+2} son 0,2 M y 10^{-6} M. Determinar el valor de ΔG en la reducción de 1,4 moles de Cu^{+2} mediante Zn hasta las concentraciones anteriores y el valor de ΔG.
Los potenciales estándar de reducción son: $E^o(Cu^{+2}/Cu)=0,355$ y $E^o(Zn^{+2}/Zn)=-0,763$

La notación IUPAC de los cationes es A^{n+}, no A^{+n}
No se indican unidades de potenciales, se considera que son V.

a) Utilizamos la ecuación de Nernst para calcular los potenciales en condiciones no estándar

$$E=E^o-\frac{RT}{nF}\ln(Q)$$

No se dan datos de R ni F: usamos R=8,31 J·mol^{-1}·K^{-1} y F=96485 C (ver Cataluña 1994 B5) y usamos $E=E^o-\frac{0,05916}{n}\log_{10}(Q)$

Para la reducción del Zn^{2+} a Zn
Zn^{2+} (aq) + 2e$^-$ → Zn (s)

$$E=-0,763-\frac{0,05916}{2}\log_{10}(\frac{1}{0,2})=-0,784\,V$$

Para la reducción del Cu^{2+} a Cu
Cu^{2+} (aq) + 2e$^-$ → Cu (s)

$$E=0,355-\frac{0,05916}{2}\log_{10}(\frac{1}{10^{-6}})=0,176\,V$$

Vemos que el cobre sigue teniendo mayor potencial de reducción y será el cátodo, y el cinc será el ánodo.
$E_{pila}=E_{cátodo}-E_{ánodo}=0,176-(-0,784)=0,96$ V
$\Delta G=-nFE=-2\cdot96485\cdot0,96=1,85\cdot10^5$ J/mol
Para 1,4 mol Cu^{2+}, $\Delta G=1,4\cdot1,85\cdot10^5=2,59\cdot10^5$ J

3. Un agua residual tiene una concentración de iones Pb^{2+} de 10^{-2} mol/l, dado el carácter tóxico de esta especie química, se añade yoduro sódico en concentración $2 \cdot 10^{-2}$ mol/l para conseguir su precipitación. También se encuentra presente Fe^{3+} en concentración de 10^{-2} mol/l.

a) Calcular la concentración de Fe^{3+} que puede haber presente en la disolución para que éste no reaccione con el I^-.

b) Se añade a la disolución un ligando (L^-) en concentración 0,5 mol/l que forma un complejo con Fe^{3+} de estequiometría FeL^{2+}. Calcular el pH mínimo necesario para que no se produzca la reacción de Fe^{3+} con I^-.

c) Determinar la concentración de Pb^{2+} libre en la disolución si reacciona con I^-.

Datos:

Para los cálculos utilizar: $[Fe^{2+}]=10^{-2}$ mol/l y $[I_2]= 2 \cdot 10^{-2}$ mol/l

$$\varepsilon^0_{Fe^{3+}/Fe^{2+}} = 0,77\ V \qquad \varepsilon^0_{I_2/I^-} = 0,53\ V$$

$$K_{a_{HL}} = 10^{-7}$$

$$K_{disoc_{FeL^{2+}}} = 10^{-8}$$

$$K_{s_{PbI_2}} = 8,0 \cdot 10^{-9}$$

Nota: durante el examen al menos en un tribunal se indica oralmente a todos los opositores que en los datos había una errata y en el dato para los cálculos debería decir $[Fe^{3+}]=10^{-2}$ en lugar de $[Fe^{2+}]=10^{-2}$ pero luego se corrige también oralmente aclarando que sí estaba bien.

Referencias:
Resuelto por Basileia en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4181&p=18822#p18822
Resuelto y comentado por Jal en http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4181&p=19977#p19963
Comentada duda en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=8118
Resuelto en material de muestra de academia CEDE
https://www.serina.es/empresas/cede_muestra/106/PRACTICO%20MUESTRA.pdf
Química Analítica Básica. Introducción a los métodos de separación. Capítulo I: Ideas generales sobre los electrolitos y sus interacciones. Constantes condicionales; P.Sánchez Batanero, A.Sanz Medel; https://books.google.es/books?id=x9DBFhT-G-oC&pg=PA39#v=onepage&q&f=false

>Al ser concentraciones tan bajas y ser confuso opero con muchos decimales en lugar de hacer aproximaciones, y solamente resultado final lo expreso con 2 cifras significativas

a) Para que no reaccione, la reacción no tiene que ser espontánea, y no será espontánea si el potencial de la reacción es negativo o nulo.
Planteamos las reacciones: El Fe^{3+} sólo se puede reducir a Fe^{2+}.
Semirreacción reducción: $Fe^{3+} + 1e^- \rightarrow Fe^{2+}$
Semirreacción oxidación: $2I^- \rightarrow I_2 + 2e^-$
Reacción iónica globa: $2Fe^{3+} + 2I^- \rightarrow I_2 + 2Fe^{2+}$
Ecuación de Nernst $E = E^0 - \frac{RT}{nF} \ln Q ; Q = \frac{[C]^c [D]^d}{[A]^a [B]^b}$, $E = E^0 - \frac{0,05916}{n} \log Q$
Nota: la ecuación de Nernst puede parecer que depende de los coeficientes con los que se ajuste la

reacción, pero no es así, ya que al dividir por el nº de electrones se corrige. Por ejemplo si se tuviese ajustada a 1 e- sería $Fe^{3+} + I^- \rightarrow ½\ I_2 + Fe^{2+}$ y el cociente de reacción variaría, sería exactamente la raiz cuadrada del anterior, pero en ese caso n=1 y daría el mismo resultado.
$E^0=E_{cátodo}-E_{ánodo}=0,77-0,53=0,24$ V (positivo, en condiciones normales sería espontánea: el término de la ecuación de Nernst debido a concentración no estándar debe ser muy importante para hacerla no espontánea, lo que implica que el logaritmo tiene que ser grande → denominador muy pequeño)
La concentración $[I^-]=2\cdot10^{-2}$; es la misma que la indicada de NaI ya que está totalmente disociado.
Si E=0.
Comentario: se puede pensar que el I_2 es un sólido poco soluble y no debe aparecer en la ecuación de Nernst, pero en presencia de yoduro se disuelve formando el anión triyouduro, por lo que no se le considera una especie precipitada; datos enunciado indican que la concentración es 0,02M.

$$0,24=\frac{0,05916}{2}\log\frac{[I_2]\cdot[Fe^{2+}]^2}{[Fe^{3+}]^2[I^-]^2}=\frac{0,05916}{2}\log\frac{2\cdot10^{-2}\cdot(10^{-2})^2}{[Fe^{3+}]^2(2\cdot10^{-2})^2}$$

$$10^{8,11}\cdot2\cdot10^{-2}=\frac{10^{-4}}{[Fe^{3+}]^2}\Rightarrow[Fe^{3+}]=\sqrt{\frac{10^{-4}}{10^{8,11}\cdot2\cdot10^{-2}}}=6,23\cdot10^{-6}\,mol/L$$

La pregunta es "extraña" ya que enunciado indica ya valor de $[Fe^{3+}]=10^{-2}$ M. Se debe entender que es para comprobar si con ese valor dado reaccionaría o no con el yodo; sí lo haría, y de ahí surge la necesidad de hacer "algo" para quitar el Fe^{3+}, que es lo que se hace en apartado b.
Una respuesta final y completa a la pregunta del enunciado de apartado a sería, con 2 cifras significativas: **"La concentración de Fe^{3+} que puede haber presente en la disolución para que éste no reaccione con el I^-, debe ser menor de $6,2\cdot10^{-6}$ M, por lo que con el valor de $[Fe^{3+}]=10^{-2}$ M indicando en el enunciado sí reaccionaría."**

b) Problema de equilibrio. Enunciado indica que se añade 0,5 M de ligando L^-, y hay que usar ese dato sin tener que plantearse de donde viene (de añadir ácido HL que se disocia, de añadir una sal con L^-, ...)
>>Si queremos analizarlo, podemos comprobar que ese 0,5 no puede provenir solamente del ácido HL: si la constante de disociación del ácido es tan baja pero genera una concentración de especie disociada tan alta, tendría que haber una concentración de ácido muy alta:

	HL +	$H_2O \rightarrow$	$H_3O^+ + L^-$	$K_a=10^{-7}$
Inic	c_0	*exc*	*0*	*0*
Fin	$c_0(1-\alpha)$	*exc*	$c_0\alpha$	$c_0\alpha$

Aproximamos $(1-\alpha)\approx1$, y sabemos que $c_0\alpha=0,5$ por ser $[L^-]$
$K_a=c_0\alpha^2\rightarrow\ \alpha = 10^{-7}/0,5=2\cdot10^{-7}$ (aproximación válida)
$c_0=0,5/2\cdot10^{-7}=2,5\cdot10^6$ M
>>Claramente resultado sin sentido, ya no sería una disolución real y no valdrían las aproximaciones de disoluciones diluidas. Provendrá de disolver una sal, y el catión de la sal no nos interesa en este proceso.
¿Para qué usar entonces la constante de acidez de HL? → para conocer la constante de basicidad de L^- como base conjugada y saber si producirá hidrólisis del agua, o en qué medida el ácido se puede disociar ante la disminución de ligandos L^-.
$K_b=K_w/K_a=10^{-14}/10^{-7}=10^{-7}$
$L^- + H_2O \rightarrow HL + OH^-$ $K_b=10^{-7}$
Este proceso de hidrólisis compite con la formación del ligando, proceso inverso al de la disociación del ligando, por lo que que es un proceso muy desplazado hacia la formación del ligando ya que $K_f=1/K_d=1/10^{-8}=10^8$.

Realmente queremos que la formación del ligando se desplace lo suficiente para que la concentración de Fe^{3+} disminuya por debajo del valor calculado en el apartado a.

Tenemos dos equilibrios juntos ya que los ligandos L^- se consumen tanto para formación de ligandos como para hidrólisis. Al ser mucho mayor K_f que K_b lo que ocurrirá es que la formación de ligandos consumirá todos los L^- que permita la cantidad de Fe^{3+} a eliminar (0,01 M), y luego esa disminución de L^- (restar 0,01 a 0,5) será compensada desplazando el equilibrio de hidrólisis hacia la izquierda / "disociando ácido", por lo que el pH será algo más ácido que si solamente tuviésemos los 0,5 M de L^-.
Planteamos primero el equilibrio de formación complejo:

	$L^- + Fe^{3+} \rightarrow$	FeL^{2+}	$K_f=1/K_d=1/10^{-8}=10^8$.
Inic:	a	b	0
Equ:	a-y	b-y	y

Nuestro objetivo es que en equilibrio tengamos como máximo $[Fe^{3+}]=b-y=6{,}23\cdot10^{-6}=10^{-2}-y \rightarrow y=0{,}00999377$ M
Utilizando el concepto de constante de disociación que es la inversa de la formación del ligando, si averiguamos la concentración a de L^-.

$$K_d=\frac{(a-y)(b-y)}{y}$$

$$10^{-8}=\frac{(a-0{,}00999377)\,6{,}23\cdot10^{-6}}{0{,}00999377};\ 10^{-8}\cdot\frac{0{,}00999377}{6{,}23\cdot10^{-6}}=a-0{,}00999377$$

$$a=0{,}0100098\,M$$

Vemos que en el equilibrio tendremos $[L^-]=a-y=0{,}0100098-0{,}00999377=1{,}603\cdot10^{-5}$ M
No podemos partir de a=0,5 o no se cumpliría el equilibrio de disociación; para que se cumpla la concentración a no es 0,5 sino mucho menor: toda la diferencia se lo tiene que llevar el equilibrio de hidrólisis, ya que este equilibrio del complejo está limitado por la cantidad de Fe^{3+} que es pequeña.

En el equilibrio de hidrólisis ($L^- + H_2O \rightarrow HL + OH^-$), como la K_b de L^- es tan baja (el equilibrio de hidrólisis está muy desplazado hacia la izquierda), el que haya una cantidad tan baja de L^- ("reactivo") como exige el equilibrio de formación del complejo exigirá que los "productos" de la derecha (OH^-) estén en unas concentraciones todavía mucho menores, por lo que el pH tendrá que ser muy ácido.

$$K_b=\frac{[HL][OH^-]}{[L^-]}=10^{-7}$$ Siendo $[L^-]$ muy pequeño y $[OH^-]<<[L^-]$

Por lo tanto no podemos plantear el equilibrio con una concentración inicial nula de OH^-, sino cierta cantidad, que será muy pequeña, asociada al equilibrio iónico del agua, por lo que tendrá que haber una gran cantidad de ácido presente que reduzca la cantidad H_3O^+, habiendo pocos de OH^-.

	L^-	$+ H_2O \rightarrow$	$HL + OH^-$	$K_b=10^{-7}$
Inic	a'	exceso	0 0	
Equ	a'-x	exceso	x x	

Como sabemos del equilibrio anterior que en equilibrio tenemos que tener como máximo $[L^-]=a'-x=1{,}603\cdot10^{-5}$ M
Si tomamos a'=0,5-0,0100098=0,4899902 (la cantidad de L^- que queda tras formación ligandos consumiendo "todo" el Fe^{3+}(por estar muy desplazado $K_f=10^8$)), por lo que $x=0{,}4899902-1{,}603\cdot10^{-5}=0{,}48997417$ M

$$K_b=\frac{x\cdot x}{a'-x}\Rightarrow 10^{-7}\neq\frac{0{,}48997417^2}{6{,}23\cdot 10^{-6}}$$

Sale resultado sin sentido… al ser tan ácido manejar OH^- con valor 0 es poco adecuado y es más realista plantear el equilibrio con cantidad concreta de oxonios, que serán muy abundantes.

	L^-	$+ H_3O^+ \rightarrow$		$HL + H_2O$	$K=1/K_a=10^7$
Inic	a'	z	0	exceso	
Equ	a'-x	z-x	x	exceso	

$$K=\frac{x}{(a'-x)(z-x)};10^7=\frac{0{,}48997417}{1{,}603\cdot 10^{-5}\cdot(z-0{,}48997417)}$$

$$0{,}003056607=z-0{,}48999377\Rightarrow z=0{,}493050377\,M$$

Inicialmente pH=-log(0,493050377)=0,31, extremadamente ácido.
En el equilibrio pH=-log([H_3O^+])=-log(0,493050377-0,48997417)=2,51, menos ácido, se han consumido oxonios para eliminar ligandos.

*Validación numérica: estos valores cumplen ambas constantes de equilibrio.

$$\frac{1}{K_a}=10^7\approx\frac{0{,}48997417}{1{,}603\cdot 10^{-5}\cdot(0{,}493050377-0{,}48997417)}$$

$$K_f=10^8\approx\frac{0{,}00999377}{6{,}23\cdot 10^{-6}\cdot 1{,}603\cdot 10^{-5}}$$

*Validación lógica: el pH tiene que ser muy ácido, tenemos L^- que es una base conjugada en una concentración muy alta, y tenemos que tener un pH que haga que el equilibrio de esa base conjugada se desplace mucho hacia la forma no disociada.

Enunciado no indica explícitamente si añade el I^- antes que el L^- o al revés, aunque parece más razonable que se añada primero el ligando, y así se evite la reacción de Fe^{3+} con I^- que ya habría producido si se añade primero el I^-. Pero si se añade primero yoduro con ese pH 0,31 y luego el ligando cuando ya tiene el I^-, esa reacción se invertiría y el hierro pasaría al complejo, en cierta interpretación se puede decir que en ese momento "no se produce la reacción" del Fe^{3+} con el I^-"
También se puede pensar que estamos idealizando que en el agua residual no hay más de lo que indica el enunciado y podemos conocer la variación de pH asociada a añadir el ligando.
Una respuesta final y completa a la pregunta del enunciado de apartado b sería, con 2 cifras significativas: **"para que no se produzca la reacción de Fe^{3+} con I^- tras añadir L^- 0,5 M, debido a que el Fe^{3+} se combinará formando el complejo FeL^{2+} y no quedará suficiente Fe^{3+} para que reaccione con el yoduro, el pH en el equilibrio debe ser 2,5 (que se puede asociar a un el pH inicial de 0,31 antes de añadir el ligando idealizando el agua residual)"**

c) $Pb^{2+} + 2I^- \rightarrow PbI_2$
En equilibrio $K_s=8\cdot10^{-9} = [Pb^{2+}][I^-]^2$
Realmente tenemos $[Pb^{2+}]=10^{-2}$ M por enunciado y procedente del yoduro de sodio $[I^-]^2 =2\cdot10^{-2}$ M por lo que $[Pb^{2+}][I^-]^2 =2\cdot10^{-4} > Ks=8\cdot10^{-9}$ luego precipitará.
Al precipitar va disminuyendo la cantidad hasta que se alcanza el equilibrio

	Pb^{2+} +	$2I^- \rightarrow$	PbI_2
inic	10^{-2}	$2\cdot10^{-2}$	0
equi	10^{-2}-x	$2\cdot10^{-2}$-2x	x

$K_s=8\cdot10^{-9}=(10^{-2}\text{-x})(2\cdot10^{-2}\text{-2x})^2=4(10^{-2}\text{-x})^3 \rightarrow \quad (10^{-2}-x)=\sqrt[3]{\frac{8\cdot10^{-9}}{4}}=1{,}26\cdot10^{-3}$

$x=10^{-2}-1{,}26\cdot10^{-3}=0{,}00874$ M (masa de precipitado entre volumen de disolución, aunque realmente no está disuelto)
El enunciado pide la $[Pb^{2+}]$ libre, luego restamos la precipitada y es $[Pb^{2+}]=1{,}26\cdot10^{-3}$ M
Una respuesta final y completa a la pregunta del enunciado de apartado c sería, con 2 cifras significativas: **"la concentración de Pb^{2+} libre en la disolución si reacciona con I^- es $1{,}3\cdot10^{-3}$ M"**

enrique@fiquipedia.es Revisado 11 octubre 2015
CC BY

Prueba B 3. Problemas de QUÍMICA

Problema 2

Se prepara una disolución aproximadamente 0,1 N de permanganato de potasio disolviendo 3,312 g de éste en agua y diluyendo a un litro. Para oxidar en medio ácido 0,1675 g de oxalato de sodio puro se consumen 23,90 cm³ de la disolución.

a) Escriba la reacción iónica ajustada.

b) Determine la normalidad exacta de la disolución de permanganato.

c) Determine la pureza del permanganato de potasio utilizado.

DATOS: El nombre sistemático del ácido oxálico es "ácido etanodioico". El ión permanganato se reduce a Manganeso (II), el ión oxalato a dióxido de carbono. Masas atómicas: C=12,00; Na=23,00; O=16,00; K=39,10; Mn=54,94.

*Nota: durante el examen se aclara oralmente "el ión oxalato **pasa** a dióxido de carbono"*

a) La semirreacción de reducción ajustada (se indica como dato que el ión permanganato se reduce a manganeso (II))

$MnO_4^- + 8H^+ + 5e^- \rightarrow Mn^{2+} + 4H_2O$

La semirreacción de oxidación (se indica como dato que el ión oxalato se oxida y pasa a dióxido de carbono). Oxalato COOH-COOH = $C_2H_2O_4$

Nota: Oxalato de sodio es el nombre habitual, pero realmente es sodio etanodiato (no es necesario el prefijo di- antes del sodio). Si tuviera un sodio sería sodio hidrógenooxalato. Si se hace con solamente un sodio sale un resultado sin sentido.

$C_2O_4^{2-} \rightarrow 2CO_2 + 2e^-$

La reacción iónica global ajustada (multiplicamos por 2 la de reducción y por 5 la de oxidación para que en ambas intervengan 10 electrones)

$2MnO_4^- + 16H^+ + 5C_2O_4^{2-} \rightarrow 2Mn^{2+} + 8H_2O + 10CO_2$

b) Se trata de una valoración redox

nº equivalentes oxidante = nº equivalentes reductor

Oxidante es el que se reduce, el permanganato

Reductor es el que se oxida, el oxalato

$$\frac{m(oxalato)}{M(oxalato)} \cdot (n^o e^- intercambiados) = N(permanganato) \cdot V(permanganato)$$

$$\frac{0,1675}{2 \cdot 23 + 2 \cdot 12 + 4 \cdot 16} \cdot 2 = N(permanganato) \cdot 0,02390 \Rightarrow N(permanganato) = 0,1046\, N$$

El valor es próximo a 0,1 como indica el enunciado.

Otro planteamiento cualitativamente distinto aunque numéricamente idéntico:

Primero calculamos la cantidad de moles de permanganato necesarios para reaccionar con el oxalato, utilizando la estequiometría de la reacción:

$$0,1675\, \cancel{g\ oxalato} \cdot \frac{1\, \cancel{mol\ oxalato}}{134\, \cancel{g\ oxalato}} \cdot \frac{2\, mol\ permanganato}{5\, \cancel{mol\ oxalato}} = 0,0005\, mol\ permanganato$$

Conocido el número de moles de permanganato que tenemos en cierto volumen, podemos calcular la normalidad. Como el número de electrones intercambiados en su reducción es 5, N=M·5

$$N = \frac{0,0005\, mol\ permanganato}{0,02390\, L} \cdot 5 = 0,1046\, M$$

c) $Mm(KMnO_4)=39,10+54,94+4 \cdot 16=158,04$ g/mol

En la disolución de permanganato preparada inicialmente, para la molaridad

$$\frac{0,1046}{5}=\frac{\frac{n\ g\ puros}{158,04\ g/mol}}{1\ L}\Rightarrow n\ g\ puros=3,306\ g$$

La pureza del permanganato es del 3,306/3,312=99,82%

6. Construimos la siguiente pila $Cu|Cu^{+}||PtCl_6^{2-}|PtCl_4^{2-}$ que funciona a una temperatura constante de 25 ºC con las concentraciones siguientes:
$[PtCl_6^{2-}]=0,1$ M y $[PtCl_4^{2-}]=0,1$ M siendo $[Cu^{+}]$ y $[Cl^{-}]$ las originales de la disolución de CuCl(s) que se añade en exceso. Igualmente el cobre del ánodo se encuentra en exceso.
Los potenciales normales de cada par son los siguientes:
$E^0(Cu^{+}|Cu)=0,521$ V; $E^0(PtCl_6^{2-}|PtCl_4^{2-})=0,68$ V
Calcule las concentraciones de $[PtCl_6^{2-}]$, $[PtCl_4^{2-}]$, $[Cu^{+}]$ y $[Cl^{-}]$ cuando se haya agotado la pila.
Datos: Producto de solubilidad de CuCl = $2\cdot10^{-7}$ M^2 ; R=8,314 J/mol·K
Número de Avogadro = $6,023\cdot10^{23}$; carga del electrón =$1,61\cdot10^{-19}$ C

Referencias:
Comentado por quimiquilla y soniaarf en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4125#p18846
Resuelto por Antonio Abrisqueta García para www.eltemario.com
http://fyqwiki.wikispaces.com/file/view/Examen+Opos+CV+2008.doc

Planteamos las reacciones de la pila, teniendo en cuenta que la notación es ánodo|cátodo
Oxidación: $Cu \rightarrow Cu^{+} + 1e^{-}$
Reducción: $Pt^{4+} + 2e^{-} \rightarrow Pt^{2+}$
Reacción global, multiplicando la primera por 2
$2Cu + PtCl_6^{2-} \rightarrow 2Cu^{+} + PtCl_4^{2-} + 2Cl^{-}$
Usando la ecuación de Nernst, con n=2

$$E=E^0-\frac{RT}{nF}\ln\left(\frac{[Cu^{+}]^2[PtCl_4^{2-}][Cl^{-}]^2}{[PtCl_6^{2-}]}\right)$$

Calculamos las concentraciones de Cu^{+} y Cl^{-} a partir del producto de solubilidad

	$CuCl \rightarrow$	Cu^{+} +	Cl^{-}
Inic		0	0
Equ		s	s

$$K_{ps}=[Cu^{+}][Cl^{-}]=s\cdot s\Rightarrow s=\sqrt{K_{ps}}=\sqrt{2\cdot10^{-7}}=4,47\cdot10^{-4}M$$

Realmente como hay Cu(s) y CuCl(s) en exceso, a medida que se vaya oxidando el Cu y produciendo Cu^{+}, y a medida que se vayan produciendo Cl^{-}, el producto de solubilidad de la sal poco soluble consume el Cu^{+} y Cl^{-} producidos y sus concentraciones son constantes, por lo que podemos plantear

$$E=E^0-\frac{RT}{nF}\ln\left(\frac{K_{ps}^2[PtCl_4^{2-}]}{[PtCl_6^{2-}]}\right)$$

Aunque Eº=0,68-0,521=0,159 V>0, comprobamos que con esas concentraciones el potencial es > 0 y el proceso es espontáneo, porque podría no serlo.

$$E=0,159-\frac{8,314\cdot(273+25)}{2\cdot6,023\cdot10^{23}\cdot1,61\cdot10^{-19}}\ln\left(\frac{(2\cdot10^{-7})^2 0,1}{0,1}\right)=0,553\,V>0$$

Cuando se agota la pila se alcanza el equilibrio, E=0, y tenemos una concentración muy baja de $PtCl_6^{2-}$, que ha pasado a $PtCl_4^{2-}$; la estequiometría indica que, si llamamos x al número de moles de $PtCl_6^{2-}$ que ha reaccionado, en un instante cualquiera
$[PtCl_6^{2-}]=[PtCl_6^{2-}]_0-x=0,1-x$
$[PtCl_4^{2-}]=[PtCl_4^{2-}]_0+x=0,1+x$

$$0=0,159-\frac{8,314\cdot(273+25)}{2\cdot6,023\cdot10^{23}\cdot1,61\cdot10^{-19}}\ln\left(\frac{(2\cdot10^{-7})^2(0,1+x)}{(0,1-x)}\right)$$

$$-0{,}159 = -1{,}277 \cdot 10^{-2} \cdot \ln\left((2 \cdot 10^{-7})^2 \frac{(0{,}1+x)}{(0{,}1-x)} \right)$$

$$12{,}44628 = \ln\left((2 \cdot 10^{-7})^2 \frac{(0{,}1+x)}{(0{,}1-x)} \right)$$

$$e^{12{,}44628} = (2 \cdot 10^{-7})^2 \frac{(0{,}1+x)}{(0{,}1-x)}$$

$$6{,}3576 \cdot 10^{18} (0{,}1-x) = 0{,}1+x$$

$$(-1-6{,}3576 \cdot 10^{18}) x = 0{,}1-6{,}3576 \cdot 10^{17}$$

$$x = \frac{0{,}1-6{,}3576 \cdot 10^{17}}{-1-6{,}3576 \cdot 10^{18}} \approx 0{,}1\ M$$

Cualitativamente vemos que la pila se agota cuando desaparece todo el $PtCl_6^{2-}$ y su concentración es cero.

Los valores pedidos son

$[PtCl_6^{2-}] \approx 0$ M

$[PtCl_4^{2-}] \approx 0{,}2$ M

$[Cu^+] = [Cl^-] = 4{,}47 \cdot 10^{-4}$ M

Baleares 2006

B2. Per a una dissolució equimolar de MnO_4^- i Mn^{2+} en medi acid, a 25 ºC,
a) Com varia el potencial de reducció amb el pH
b) Per quins valors de pH el permanganat podrà oxidar els clorurs?
c) Fes un esquema de la pila que se pot muntar amb el permanganat i el clorur i indica la notació simplificada correspondent.
Eº (MnO_4^-/Mn^{2+}) = 1,51 V; Eº (Cl_2/Cl^-) = 1,36 V

Para una disolución equimolar de MnO_4^- y Mn^{2+} en medio ácido, a 25 ºC,
a) Cómo varía el potencial de reducción con el pH
b) ¿Por qué valores de pH el permanganato podrá oxidar los cloruros?
c) Haz un esquema de la pila que se puede montar con el permanganato y el cloruro e indica la notación simplificada correspondiente.
Eº (MnO_4^-/Mn^{2+}) = 1,51 V; Eº (Cl_2/Cl^-) = 1,36 V

Castilla y León 2000

2. Hallar la variación con el pH del potencial de reducción del permanganto de potasio en medio ácido, suponiendo que $[MnO_4^-]/[Mn^{2+}]=1$. Represente gráficamente dicha variación. ¿En qué condiciones de pH el permanganato de potasio será capaz de oxidar los cloruros a cloro?
Datos: ε^o MnO_4^-/Mn^{2+} = 1,51 V
ε^o Cl_2/Cl^- = 1,36 V

a) Planteamos la ecuación de reducción del permanganato y ajustamos en medio ácido
$MnO_4^- + 8H^+ + 5e^- \rightarrow Mn^{2+} + 4H_2O$
Aplicando Nernst

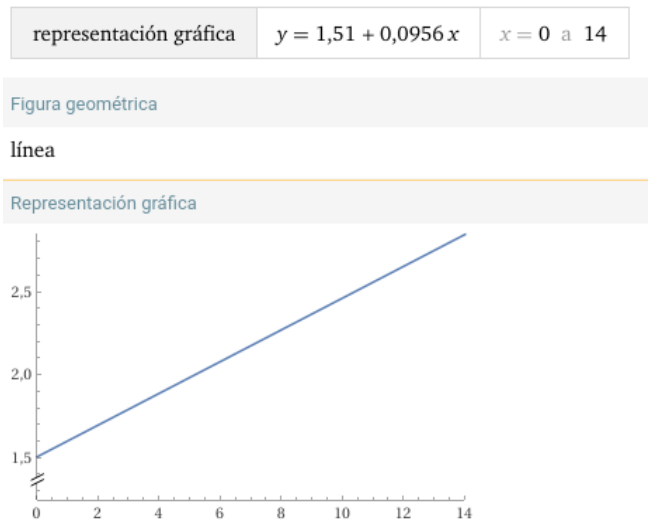
$$\varepsilon = \varepsilon^o - \frac{RT}{nF}\ln\left(\frac{[Mn^{2+}]}{[MnO_4^-][H^+]^8}\right)$$

Asumimos R=8,31 J·mol^{-1}·K^{-1} , F=96485 F, T=298 K (ver Cataluña 1994-B5)

$$\varepsilon = 1{,}51 - \frac{8{,}31\cdot 298}{5\cdot 96485}\ln(10)\cdot\log_{10}\left(\frac{1}{[H^+]^8}\right)$$

$$\varepsilon = 1{,}51 + 0{,}0118\cdot 8\cdot\log_{10}([H^+]) = 1{,}51 + 0{,}0946\cdot pH$$

https://www.wolframalpha.com/input?i=plot+y%3D1.51+%2B0.0956*x+from+x%3D0+to+x%3D14&lang=es



b) Para que pueda oxidar los cloruros el potencial de reducción del permanganato tiene que ser mayor que el del cloruro, por lo que tiene que ser mayor de 1,36 V, y eso ocurre para cualquier pH mayor que 0.
Si calculásemos el valor para que tenga ese potencial, el pH será negativo
1,36=1,51+·0,0946pH
pH=(1,36-1,51)/0,0946=-1,59
$[H^+]=10^{1,59}$=38,9 M, irreal
c) Para montar una pila el cátodo será el que tenga mayor potencial de reducción, en este caso

el permanganato, y el ánodo el cloro.
El potencial de la pila sería Eº=Eºcátodo-Eºánodo=1,51-1,36=0,15 V
El esquema de la pila tendría dos semiceldas unidas por un puente salino y un circuito externo que permite la circulación de corriente.
Una semicelda con una disolución con iones MnO_4^- (por ejemplo $KMnO_4$) y Mn^{2+} (por ejemplo $MnSO_4$) y un electrodo inerte (por ejemplo Pt) en medio ácido (por ejemplo H_2SO_4)
Una semicelda con una disolución con iones Cl^- (por ejemplo KCl) en contacto con un electrodo inerte (por ejemplo Pt) sobre el que hay Cl_2 gas.
El puente salino tiene una disolución de electrolito inerte (por ejemplo KNO_3 ó KCl) para mantener la neutralidad eléctrica.
La notación de pila es Ánodo | Reactivos del Ánodo || Reactivos del Cátodo | Cátodo
En este caso Pt(s) | Cl^-(aq), Cl_2(g) | | MnO_4^-(aq), Mn^{2+}(aq), H^+(aq) | Pt(s)

QUÍMICA

3.- Una pila definida por la ecuación $Zn + MnO_2 \rightarrow ZnO + Mn_2O_3$ desarrolla una intensidad de 2,5 A durante 8 minutos.

a) escribir las semireacciones de oxidación y reducción ajustadas;

b) indicar cuales son los electrodos y el electrolito de la pila;

c) calcular los moles de Zn puestos en juego;

d) calcular el tiempo que durará la pila con una corriente de 2,5 A si presenta 18 g de cinc y deja de funcionar cuando se ha consumido el 20% del mismo

No es dato y usamos F=96485 C, masa atómica Zn = 65,38 u

a) Ajustamos en medio básico, el habitual en pilas alcalinas Zn – MnO_2

https://es.wikipedia.org/wiki/Pila_alcalina

Semirreaccón de oxidación: $Zn\ (s) + 2OH^-\ (aq) \rightarrow ZnO\ (s) + H_2O\ (l) + 2e^-$

Semirreacción de reducción: $2MnO_2\ (s) + H_2O\ (l) + 2e^- \rightarrow Mn_2O_3\ (s) + 2OH^-\ (aq)$

Reacción global: $Zn\ (s) + 2MnO_2\ (s) \rightarrow ZnO\ (s) + Mn_2O_3\ (s)$

b) El Zn es el ánodo (se oxida) y el MnO_2 es el cátodo (se reduce)

El electrolito de la pila es un medio básico, normalmente KOH

c) $8 \cdot 60\,\cancel{s} \cdot \frac{2,5\,\cancel{C}}{1\,\cancel{s}} \cdot \frac{1\,\cancel{mol\,e^-}}{96485\,\cancel{C}} \cdot \frac{1\,mol\,Zn}{2\,\cancel{mol\,e^-}} = 1,24 \cdot 10^{-2}\,mol\,Zn$

d) $18\,\cancel{g\,Zn} \cdot \frac{20}{100} \cdot \frac{1\,\cancel{mol\,Zn}}{65,38\,\cancel{g\,Zn}} \cdot \frac{2\,\cancel{mol\,e^-}}{1\,\cancel{mol\,Zn}} \cdot \frac{96485\,\cancel{C}}{1\,\cancel{mol\,e^-}} \cdot \frac{1\,s}{2,5\,\cancel{C}} = 10625\,s \approx 2,95\,h$

PROCEDIMIENTOS SELECTIVOS PARA EL ACCESO E INGRESO EN EL CUERPO DE PROFESORES DE ENSEÑANZA SECUNDARIA. AÑO 2006

EJERCICIO PRÁCTICO CORRESPONDIENTE A LA PRIMERA PRUEBA:

3.- Calcular la concentración mínima que debe tener el amoniaco añadido a una suspensión de hierro y cadmio que es 0,01 M en Fe^{2+} y Cd^{2+} para que el cadmio sea capaz de reducir al hierro.
$E^0(Fe^{2+}/Fe)$=-0,44 V
$E^0(Cd^{2+}/Cd)$=-0,40 V
Constante de disociación $K_d(Cd(NH_3)_4^{2+})=2,5\cdot10^{-7}$

Referencias:
Comentado por MGT, Resuelto por sleepylavoisier en
http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=3533#p18561
Cierta similitud a 1999-Galicia-Q3
https://books.google.es/books?id=WB0E6Raux3oC&pg=PA4&lpg=PA4#v=onepage&q&f=false
Problemas resueltos de química para ingeniería; Ed.Paraninfo; ISBN 978-84-9732-293-5 ;
Definiciones, conceptos previos y notación, "Reacción cuantitativa: … reacciona el 99,9% del reactivo limitante"

Enunciado original no indica datos de amoniaco, pero en Castilla-La Mancha 2000 tampoco lo hacía y sí era imprescindible usarlo, por lo que se puede asumir que también se pretendía que se recordase:
$pKb(NH_3)$=4,75 http://www.chembuddy.com/?left=BATE&right=dissociation_constants

Planteamos las semirreacciones, partiendo de que el hierro se reduzca como indica enunciado.
Reducción: $Fe^{2+} + 2e^- \rightarrow Fe$
Oxidación: $Cd \rightarrow Cd^{2+} + 2e^-$
Global: $Fe^{2+} + Cd \rightarrow Fe + Cd^{2+}$
$E^o_{pila}=E^o_{cátodo}-E^o_{ánodo}$=-0,44-(-0,40)=-0,04 V negativo, no se produce espontáneamente esta "pila" / proceso redox en condiciones normales, ya que ΔG=-nFE, y al ser E<0, ΔG>0.
Utilizando la ecuación de Nernst para tener en cuenta las concentraciones distintas de valor normal 1 M, llegamos al mismo valor negativo.

$$E=E^0-\frac{0,05916}{n}\log\frac{[Cd^{2+}]}{[Fe^{2+}]}$$

$$E=-0,04-\frac{0,05916}{2}\log\frac{0,01}{0,01}=-0,04\,V$$

Para que se produzca el proceso redox, debe ser E>0, en el límite E=0, y para ello el término debido a las concentraciones debe ser lo suficientemente positivo. Para que el término debido a las concentraciones sea positivo el cociente de reacción ($Q=\frac{[Cd^{2+}]}{[Fe^{2+}]}$) deberá ser muy pequeño, de modo que el logaritmo sea un número suficientemente negativo. Luego ya sabemos que en la situación final tenemos que tener $[Fe^{2+}]\gg[Cd^{2+}]$
Si pensamos en el valor de disociación que se da, al ser muy bajo implica que al añadir amoniaco se combinará rápidamente con los iones Cd^{2+}, lo que disminuirá su concentración, y variará el potencial. Al mismo tiempo que varíe la cantidad de Cd^{2+} variaría la de Fe^{2+}, ya que desplaza la

reacción redox, calculamos la constante de equilibrio del proceso redox $K_{eq.redox}=\frac{[Cd^{2+}]}{[Fe^{2+}]}$ que será muy baja ya que como se ha comentado el equilibrio supone $[Fe^{2+}]\gg[Cd^{2+}]$ para que esté desplazado hacia la izquierda respecto a la situación inicial.

$$0=-0,04-\frac{0,05916}{2}\log K_{eq.redox}$$

$$K_{eq.redox}=10^{\frac{0,04\cdot 2}{-0,05916}}=4,4436\cdot 10^{-2}$$

Podemos comprobar qué concentraciones habría en ausencia de amoniaco

	Fe^{2+} + Cd →	Fe	+	Cd^{2+}
Inic	0,01			0,01
Eq	0,01+x			0,01-x

$$K_{eq.redox}=\frac{[Cd^{2+}]}{[Fe^{2+}]}\Rightarrow 4,4436\cdot 10^{-2}=\frac{0,01-x}{0,01+x}\Rightarrow x=0,0091491\,M$$

$$[Fe^{2+}]=0,0191491\,M$$

$$[Cd^{2+}]=0,0008509\,M$$

Ahora tenemos en cuenta la presencia de amoniaco, y habiendo una concentración inicial de amoniaco que es la que debemos averiguar, combinamos la reacción redox con:
-la formación del complejo (planteamos disociación por ser dato que se da, la constante de formación del complejo sería la inversa)
-la disociación del amoniaco. No se da pKb, pero asumimos que la conocemos. Es una base débil, pero vemos si se puede despreciar su efecto.

	Fe^{2+} + Cd →	Fe	+	Cd^{2+}
Inic	0,01			0,01
Eq	0,01+x-y			0,01-x-y
	$Cd(NH_3)_4^{2+}$ →	Cd^{2+}	+	$4NH_3$
Inic	0	0,01		c_0
Eq	y	0,01-x-y		c_0-4y-z
	NH_3 + H_2O →	NH_4^+	+	OH^-
Inic	c_0	exceso	0,01	c_0
Eq	c_0-z	exceso	z	z

$$K_{eq.redox}=\frac{[Cd^{2+}]}{[Fe^{2+}]}\Rightarrow 4,4436\cdot 10^{-2}=\frac{0,01-x-y}{0,01+x-y}$$

$$K_d=\frac{[Cd^{2+}][NH_3]^4}{[Cd(NH_3)_4^{2+}]}\Rightarrow 2,5\cdot 10^{-7}=\frac{(0,01-x-y)(c_0-4\,y)^4}{y}$$

$$K_b=10^{-pKb}=\frac{[NH_4^+][OH^-]}{[NH_3]}\Rightarrow 10^{-4,75}=\frac{z^2}{c_0-z}$$

Tenemos 3 ecuaciones con 4 incógnitas, c_0, x, y, z; tenemos que hacer aproximaciones.
Como la constante de disociación es tan baja, podemos aproximar que "todo" el Cd^{2+} pasa a complejo, desplaza el equilibrio redox (con una constante 5 órdenes de magnitud menor que la de formación del complejo).
$y=[Cd(NH_3)_4^{2+}]\approx 0,01$ M
Eso nos lleva a que
-Hay muy poco $[Fe^{2+}]=0,01+x-y\approx 0$ (aunque mucho más que $[Cd^{2+}]$)
-Hay muy poco $[Cd^{2+}]=0,01-x-y\approx 0$ (aunque mucho menos que $[Fe^{2+}]$)

Sumando ambas 0,02-2y≈0, lo que implica y=[$Cd(NH_3)_4^{2+}$]≈0,01 M como habíamos asumido.
Restando ambas x≈0, lo que cualitativamente podemos interpretar como que la contribución del proceso redox es despreciable frente a la del proceso de formación del complejo.
Sí podemos asumir y>>x, pero en las expresiones anteriores no podemos sustituir x≈0 e y≈0,01 ya que aparecería un cero: necesitamos un valor de x e y orientativo, y una primera aproximación puede ser considerar el valor asociado solamente el equilibrio redox sin amoniaco presente, pero [Fe^{2+}]=0,01+x-y=0,0008509 → x-y=-0,0091491 que podríamos usar en expresiones.
Pero el valor real debe ser menor, ya que la formación del complejo consume iones cadmio y desplaza la reacción redox consumiendo iones hierro.
Podemos comprobar que eso es 0,0008509/0,01=8,509% del valor inicial.
Enunciado indica “sea capaz de reducir al hierro” y lo interpretamos como “un proceso químico cuantitativo” (ver referencias) en el que ha sido capaz de reducir el 99,9% del hierro, que por estequiometría implica que se ha producido la misma cantidad de cadmio.
Eso implica que queda el 0,1% de Fe, y asumimos concentración final [Fe^{2+}]=0,01·0,1/100=10^{-5} M
Usando el equilibrio redox calculamos la cantidad de [Cd^{2+}] que puede haber para que haya equilibrio y el potencial sea 0.

$$K_{eq.redox}=\frac{[Cd^{2+}]}{[Fe^{2+}]}\Rightarrow 4{,}4436\cdot 10^{-2}=\frac{[Cd^{2+}]}{10^{-5}}\Rightarrow [Cd^{2+}]=4{,}4436\cdot 10^{-7}$$

>La aproximación x>>y es válida (son 2 órdenes de magnitud)
Podemos plantear
0,01+x-y=10^{-5}
0,01-x-y=4,4436·10^{-7}
Sumando ambas: 0,02-2y=1,044436·10-5 → y=0,00999477782 (la aproximación y=0,01 es válida)
Restando ambas 2x=9,55564·10^{-6} → x=4,77782·10^{-6}
En el equilibrio como base asumimos c_0>>z, por lo que sustituyendo

$$K_d=\frac{[Cd^{2+}][NH_3]^4}{[Cd(NH_3)_4^{2+}]}\Rightarrow 2{,}5\cdot 10^{-7}=\frac{4{,}4436\cdot 10^{-7}[NH_3]^4}{0{,}00999477782}$$

$$[NH_3]=\sqrt[4]{\frac{2{,}5\cdot 10^{-7}\,0{,}00999477782}{4{,}4436\cdot 10^{-7}}}=0{,}2738\,M$$

Tenemos que 0,2738=c_0-4y-z
Si asumimos que c_0>>z, c_0=0,274+4· 0,00999477782=0,3138 M
Validamos si es correcto

$$10^{-4,75}=\frac{z^2}{c_0}\Rightarrow z=\sqrt{10^{-4,75}\cdot 0{,}3138}=0{,}002362\,M$$

La aproximación sí es válida z/c_0=0,002362/0,3138 < 1%

enrique@fiquipedia.es Revisado 10 abril 2016
CC BY

Química

2.- Se tiene una disolución 0,10 M en iones Fe(II) y Sn(II) la cual se quiere electrolizar. Calcule la concentración de iones Sn(II) en disolución cuando empieza a depositarse el hierro.

Datos $E(Fe^{2+}/Fe) = -0,44$ V ; $E(Sn^{2+}/Sn) = -0,14$ V

En la electrólisis se depositará antes el que tenga mayor tendencia a reducirse, que supone mayor potencial de reducción, por lo que en condiciones normales es el Sn, no el Fe.

Lo que ocurrirá es que según vamos depositando Sn de la disolución varía su potencial de reducción según la ecuación de Nernst; el punto en el que pasa a depositarse Fe es lo que se pide.

Es importante la frase del enunciado "empieza a depositarse"... asociado a que se ha depositado antes el Sn que tiene mayor potencial estándar de reducción y que se acaban depositando ambos.

Planteamos reacciones reducción desde los iones para aplicar ecuación de Nernst

Reducción inicial (cátodo): $Sn^{2+} + 2e^- \rightarrow Sn$

Reducción posterior (cátodo posterior): $Fe^{2+} + 2e^- \rightarrow Fe$

$$E(Sn^{2+}/Sn) = E^o(Sn^{2+}/Sn) - \frac{0,05916}{2}\log\frac{1}{[Sn^{2+}]}$$

$$E(Fe^{2+}/Fe) = E^o(Fe^{2+}/Fe) - \frac{0,05916}{2}\log\frac{1}{[Fe^{2+}]}$$

El valor 0,05916 no es dato. Ver 1994 Cataluña B5

Cuando se produce el cambio, ambos el mismo potencial "se depositan a la vez", el cátodo pasa a ser el ánodo, igualamos sabiendo que $[Sn^{2+}]$ es la incógnita, y que $[Fe^{2+}]$ es la inicial, ya que no se ha consumido nada ni se indica que haya electrodo que lo deposite.

$$E^o(Sn^{2+}/Sn) - \frac{0,05916}{2}\log\frac{1}{[Sn^{2+}]} = E^o(Fe^{2+}/Fe) - \frac{0,05916}{2}\log\frac{1}{[Fe^{2+}]}$$

$$-0,14 + \frac{0,05916}{2}\log[Sn^{2+}] = -0,44 + \frac{0,05916}{2}\log 0,1$$

$$[Sn^{2+}] = 7,2\cdot 10^{-12} M$$

Expresamos resultado con dos cifras significativas

PROCEDIMIENTOS SELECTIVOS PARA EL ACCESO E INGRESO EN EL CUERPO DE PROFESORES DE ENSEÑANZA SECUNDARIA. AÑO 2004
EJERCICIO PRÁCTICO CORRESPONDIENTE A LA PRIMERA PRUEBA:
…
CRITERIOS DE CALIFICACIÓN
Cada apartado del problema debidamente justificado y razonado con la solución correcta se calificará con los puntos indicados a continuación:
…
Problema 4.- a) 1 b) 0,75 c) 0,75
…
Cada problema se entregará en folio independiente

4.- a) Determina el % de pirolusita (dióxido de manganeso) contenido en una muestra si al tratar 0,400 g de la misma con 0,428 g de ácido oxálico en medio ácido y después de reducción completa el exceso de ácido oxálico consume 26,26 ml de una disolución de permanganato de potasio 0,1 N.
b) Si se hubiera empleado óxido de arsénico (III) puro en lugar de ácido oxálico ¿Cuántos gramos de óxido se necesitarían manteniendo el resto de componentes?
c) Ajusta las reacciones iónicas que tienen lugar por el método del ión-electrón.
Masas atómicas: C = 12; O = 16; H = 1; Mn = 55; As = 75.

a) El ácido oxálico es COOH-COOH, $C_2H_2O_4$, nombre sistemático ácido etanodioico
Se trata de una valoración redox:
-El Mn se reduce y pasa de Mn^{4+} a Mn^{2+}, es oxidante. Capta 2 electrones
-El Mn de $KMnO_4$ se reduce, es oxidante.
-El ácido oxálico se oxida, pasa a CO_2 donde C tiene número de oxidación +4, partiendo de estado de oxidación +3, es el reductor. Cede 1 electrón.
Al ser una valoración ácido base planteamos (en los equivalentes “valencia” indica número de electrones intercambiados en el proceso redox)
El número de electrones intercambiados, realizando el ajuste y multiplicando cada semirreacción por el número adecuado, acaba siendo 2 (ver apartado c)
Nº equivalentes reductor = Nº equivalentes oxidante
equivalentes $C_2H_2O_4$ = equivalentes MnO_2 + equivalentes $KMnO_4$

$$\frac{m(C_2H_2O_4)}{M(C_2H_2O_4)}\cdot(n^o e^- \text{red}\, C_2H_2O_4)=\frac{m(MnO_2)}{M(MnO_2)}\cdot(n^o e^- \text{oxi}\, MnO_2)+V(KMnO_4)\cdot N(KMnO_4)$$

$$\frac{0{,}428}{12\cdot 2+16\cdot 4+2}\cdot 2=\frac{m}{55+16\cdot 2}\cdot 2+0{,}02626\cdot 0{,}1\Rightarrow m\approx 0{,}300\, g\, MnO_2$$

$$\frac{0{,}300\, g\, MnO_2}{0{,}400\, g\, muestra}=0{,}75=75\,\%$$

b) Si se utiliza As_2O_3 como reductor, el As se oxida y pasa de tener número de oxidación +3 a tener número de oxidación +5, si planteamos que se obtiene ácido arsénico H_3AsO_4. Cede 2 electrones cada átomo de As, pero hay dos, por lo que se ceden 4 (ver apartado c)
Nº equivalentes reductor = Nº equivalentes oxidante
equivalentes As_2O_3 = equivalentes MnO_2 + equivalentes $KMnO_4$

$$\frac{m(As_2O_3)}{M(As_2O_3)}\cdot(n^o e^- \text{red}\, As_2O_3)=\frac{m(MnO_2)}{M(MnO_2)}\cdot(n^o e^- oxi\, MnO_2)+V(KMnO_4)\cdot N(KMnO_4)$$

Usando la masa de MnO_2 de apartado a

$$\frac{m}{75\cdot 2+16\cdot 3}\cdot 4=\frac{0{,}300}{55+16\cdot 2}\cdot 2+0{,}02626\cdot 0{,}1\Rightarrow m\approx 0{,}471\,g\,As_2O_3$$

c) Para el apartado a), ajustando en medio ácido
Oxidación: $C_2O_4^{2-} \rightarrow 2CO_2 + 2e^-$
Reducción (1): $MnO_2 + 4H^+ + 2e^- \rightarrow Mn^{2+} + 2H_2O$
Reacción iónica global (1): $C_2O_4^{2-} + MnO_2 + 4H^+ \rightarrow 2CO_2 + Mn^{2+} + 2H_2O$

Reducción (2): $MnO_4^- + 8H^+ + 5e^- \rightarrow Mn^{2+} + 4H_2O$
Tras multiplicar la reacción de oxidación por 5 y la de reducción por 2 y sumar
Reacción iónica global (2): $5C_2O_4^{2-} + 2MnO_4^- + 16H^+ \rightarrow 10CO_2 + 2Mn^{2+} + 8H_2O$

Para el apartado b), ajustando en medio ácido, planteamos que se obtiene ácido arsénico H_3AsO_4
Como pasa de estado +3 a +5 y hay dos átomos de As, gana 4 electrones.
Oxidación: $As_2O_3 + 5H_2O \rightarrow 2AsO_4^{3-} + 10H^+ + 4e^-$
Reducción (1): $MnO_2 + 4H^+ + 2e^- \rightarrow Mn^{2+} + 2H_2O$
Tras multiplicar la reacción de reducción por 2 y sumar
Reacción iónica global (1): $As_2O_3 + 5H_2O + 2MnO_2 + 8H^+ \rightarrow 2AsO_4^{3-} + 10H^+ + 2Mn^{2+} + 4H_2O$
$As_2O_3 + H_2O + 2MnO_2 \rightarrow 2AsO_4^{3-} + 2H^+ + 2Mn^{2+}$

Reducción (2): $MnO_4^- + 8H^+ + 5e^- \rightarrow Mn^{2+} + 4H_2O$
Tras multiplicar la reacción de oxidación por 5 y la de reducción por 4 y sumar
Reacción iónica global (2):
$5As_2O_3 + 25H_2O + 4MnO_4^- + 32H^+ \rightarrow 10AsO_4^{3-} + 50H^+ + 4Mn^{2+} + 16H_2O$
$5As_2O_3 + 9H_2O + 4MnO_4^- \rightarrow 10AsO_4^{3-} + 18H^+ + 4Mn^{2+}$

3. 0,33 g de una mezcla de óxido de hierro(II), óxido de hierro(III) y materia inerte se disuelven, suponiendo ausencia de aire, en ácido sulfúrico y se valora con permanganato de potasio 0,02 M, gastándose 20,3 mL. Otra porción de la mezcla, de 0,37 g se disolvió en ácido sulfúrico y después se redujo la sal de hierro(III) a sal de hierro(II), valorando a continuación con la misma disolución de permanganato de potasio de la que se consumen 42,6 mL.
¿Qué tanto por ciento de cada óxido contiene la mezcla?
Datos. Masas atómicas: K=39,1 ; Mn=54,9 ; O=16,0 ; Fe=55,8 ; S=32,1 ; H=1,0

Masa molar (FeO)=55,8+16,0=71,8 g/mol FeO
Masa molar (Fe_2O_3)=2·55,8+3·16,0=159,6 g/mol Fe_2O_3

Primera valoración con 0,33 g de mezcla inicial.
En la valoración el MnO_4^- se reduce a Mn^{2+} y el Fe se oxida: solo se oxida Fe^{2+} porque Fe^{3+} ya está en su estado más alto de oxidación
La especie que se oxida es Fe^{2+} y no FeO porque con el ácido hay protones y el oxígeno del FeO forma H_2O. $FeO + H_2SO_4 \rightarrow Fe^{2+} + SO_4^{2-} + H_2O$
Ajustamos en medio ácido
Semirreacción reducción: $MnO_4^- + 8H^+ + 5e^- \rightarrow Mn^{2+} + 4H_2O$
Semirreacción oxidación: $Fe^{2+} \rightarrow Fe^{3+} + 1e^-$
Multiplicando la segunda por 5 y sumando
Reacción iónica: $MnO_4^- + 8H^+ + 5Fe^{2+} \rightarrow Mn^{2+} + 5Fe^{3+} + 4H_2O$
Reacción global: $2KMnO_4 + 18H_2SO_4 + 10FeO \rightarrow 2MnSO_4 + 5Fe_2(SO4)_3 + 18H_2O + K_2SO_4$

$$20,3\,\cancel{mL}\cdot\frac{0,02\,\cancel{mol\,KMnO_4}}{1000\,\cancel{mL}}\cdot\frac{10\,\cancel{mol\,FeO}}{2\,\cancel{mol\,KMnO_4}}\cdot\frac{71,8\,g\,FeO}{1\,\cancel{mol\,FeO}}=0,145754\,g\,FeO$$

$$\%\,FeO=\frac{0,145754}{0,33}=0,4417=44,17\,\%$$

Segunda valoración con 0,37 g de mezcla inicial.
Como se indica que se redujo el hierro(III) a hierro(II) ahora se oxida todo el hierro presente en la mezcla porque todo ha pasado a Fe^{2+}

$$42,6\,\cancel{mL}\cdot\frac{0,02\,\cancel{mol\,KMnO_4}}{1000\,\cancel{mL}}\cdot\frac{10\,mol\,Fe^{2+}}{2\,\cancel{mol\,KMnO_4}}=4,26\cdot10^{-3}\,mol\,Fe^{2+}$$

Esos moles de Fe^{2+} que se han oxidado provienen de FeO y de Fe_2O_3
FeO: 0,4417·0,37/71,8=2,276·10^{-3} mol FeO=2,276·10^{-3} mol Fe^{2+}
Los moles de Fe^{2+} que vienen de Fe_2O_3 son 4,26·10^{-3}-2,276·10^{-3}=1,984·10^{-3} mol Fe^{2+}
Como cada mol de Fe_2O_3 tiene dos átomos de Fe, el número de moles de Fe_2O_3 necesario para obtener esos moles de Fe es la mitad

$$\frac{1,984\cdot10^{-3}}{2}\,\cancel{mol\,Fe_2O_3}\cdot\frac{159,6\,g\,Fe_2O_3}{1\,\cancel{mol\,Fe_2O_3}}=0,1583\,g\,Fe_2O_3$$

$$\%\,Fe_2O_3=\frac{0,1583}{0,37}=0,4278=42,78\,\%$$

El resto será materia inerte: 100-44,17-42,78=13,05 %

4.- Usando los potenciales Standard de electrodo, calcular el valor de la constante de equilibrio K a 25 ºC para la siguiente reacción

$$Cu + PtCl_6^{2-} \rightarrow Cu^+ + PtCl_4^{2-} + Cl^-$$

Datos: Eº Cu^+/Cu = 0,521 V. ; Eº $PtCl_6^{2-}/PtCl_4^{2-}$ = 0,68 V.
F=9,65·10^4 J/V·mol
R=8,31 J/mol·K

Ver Valencia 2008-6, Galicia 2006-Q2

Planteamos las reacciones de oxidación y reducción:
Oxidación: $Cu \rightarrow Cu^+ + 1e^-$
Reducción: $PtCl_6^{2-} + 2e^- \rightarrow PtCl_4^{2-} + 2Cl^-$
Planteamos la reacción global multiplicando la primera por 2 y sumando
$2Cu + PtCl_6^{2-} \rightarrow 2Cu^+ + PtCl_4^{2-} + 2Cl^-$
(la reacción del enunciado no estaba ajustada)
Utilizando la ecuación de Nernst

$$E = E^0 - \frac{RT}{nF}\ln\left(\frac{[PtCl_4^{2-}][Cl^-]^2[Cu^+]^2}{[PtCl_6^{2-}]}\right)$$

Para 25 ºC, con n=2 ya que se intercambian 2 electrones, con F=9,65·10^4 y teniendo en cuenta que en el equilibrio E=0 y el cociente de reacción es la constante de equilibrio
Eºpila=Eºcátodo-Eºánodo=0,68-0,521=0,159 V

$$0 = E^0 - \frac{8,31\cdot(273+25)}{2\cdot 9,65\cdot 10^4}\ln(K) \Rightarrow K = e^{\frac{0,159}{1,283\cdot 10^{-2}}} = 2,41\cdot 10^5$$

Enunciado no oficial/aproximado.
4.- Medidas de la presión de vapor dan el coeficiente de actividad iónico medio de $CdCl_2$. Para una disolución acuosa de $CdCl_2$ 0.1 mol/kg a 25ºC y 1 bar el coeficiente iónico medio vale 0.228.
Calcular Eº y E a 25ºC y 1 bar para la pila Cd(s)/$CdCl_2$ (aq. 0.1 mol/kg) // AgCl(s)/Ag(s).
Datos:
Eº a 25 ºC en agua y 1 bar Cd^{2+}/Cd = -0.402 V;
Eº AgCl(s)/Ag = +0.222 V.

Referencias: problemas con actividad iónica 1995 Cataluña 2.2 y 1995 Galicia Q3
FÍSICA APLICADA Y FISICOQUÍMICA, Problemas, Tema 8 Electroquimica, Universidad de Sevilla http://personal.us.es/toledo/pdf/problemas.pdf#page=21 problema 22 similar http://chem320.cs.uwindsor.ca/Notes_files/320_113.pdf pág 10, ejemplo similar sin puente salino.

>Comentario: se cita presión de vapor y presión de 1 bar =10^5 Pa, que podemos aproximar por 1 atm =101325 Pa, pero no hay gases; se entiende que lo primero es un comentario sobre cómo se ha obtenido el coeficiente iónico medio y el segundo es para hacer referencia a condiciones normales.

Comprobamos que $CdCl_2$ https://en.wikipedia.org/wiki/Solubility_table#C es una sal soluble; 100 y 147 g/100 g de agua a 0 ºC y 100 ºC

La notación de pila es "ánodo//cátodo", luego tenemos:
-Ánodo: Cd(s)/$CdCl_2$ (aq. 0,1 mol/kg)
-Cátodo: AgCl(s)/Ag(s)
Planteamos las semirreacciones en ánodo y cátodo
-Ánodo, oxidación: $Cd(s) + 2Cl^- \rightarrow CdCl_2\,(aq) + 2e^-$
-Cátodo, reducción: $AgCl(s) + 1e^- \rightarrow Ag(s) + Cl^-$
La reacción global de la pila es
$$Cd(s) + 2Cl^- + 2AgCl(s) \rightarrow CdCl_2\,(ac) + 2Ag(s) + 2Cl^-$$
Utilizando la ecuación de Nernst

$$E = E^o - \frac{RT}{nF}\ln\left(\frac{a_{CdCl_2}\,a^2_{Ag(s)}\,a^2_{Cl^-(cátodo)}}{a_{Cd(s)}\cdot a^2_{Cl^-(ánodo)}\cdot a^2_{AgCl(s)}}\right)$$

Asumimos que las actividades de sólidos son la unidad, y para especies disueltas su concentración, pero para $CdCl_2$ no podemos aproximar actividades: la actividad se define como a=γm, siendo γ el coeficiente de actividad y m la molalidad. Sustituyendo

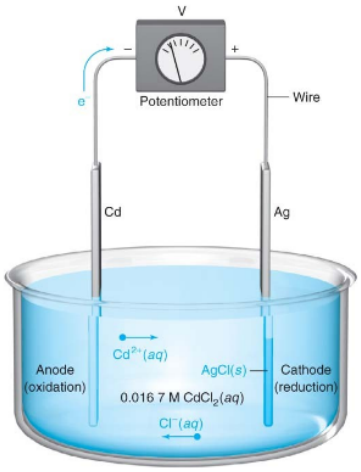
$$E = E^o - \frac{RT}{nF}\ln\left(\frac{\gamma_{Cd^{2+}} m_{Cd^{2+}}\cdot \gamma^2_{Cl^-} m^2_{Cl^-(cátodo)}\cdot \gamma^2_{Cl^-} m^2_{Cl^-(cátodo)}}{\gamma^2_{Cl^-} m^2_{Cl^-(ánodo)}}\right)$$

Como el enunciado no es oficial, asumimos que la notación de pila realmente no tiene puente salino, se trata de la misma disolución, y podemos simplificar. Podemos visualizar el ánodo como oxidación de Cd a Cd^{2+} sin tener en cuenta el Cl^-.
La molalidad de Cl^- es el doble que la de Cd^{2+}, igual a la de la sal

$$E = E^o - \frac{RT}{nF}\ln\left(\gamma_{Cd^{2+}}\gamma^2_{Cl^-} m^2_{Cl^-} m_{Cd^{2+}}\right) = E^o - \frac{RT}{nF}\ln\left(\gamma^3_{\pm} m^2_{Cl^-} m_{Cd^{2+}}\right)$$

Sustituyendo y usando 0,05916 (ver 1994 Cataluña B5)
$E^o_{pila} = E^o_{cátodo} - E^o_{ánodo} = 0{,}222 - (-0{,}402) = 0{,}624$ V

$$E = 0{,}624 - \frac{0{,}05916}{2}\log\left(0{,}228^3\cdot 0{,}2^2\cdot 0{,}1\right) = 0{,}752\,V$$



uwindsor.ca

enrique@fiquipedia.es Revisado 9 enero 2020

Química

2. Un electrodo de níquel está en contacto con una disolución de 100 mL de catión níquel II de concentración desconocida, y un electrodo de cobre está en contacto con 100 mL de una disolución de catión cobre II 0,010 M. Las dos disoluciones están conectadas por medio de un puente salino y el potencial de esta celda se mide con una precisión de 0,01 mV, siendo la temperatura del sistema 25 ºC. Una cierta cantidad de cloruro de cobre II se añade a la disolución del catión cobre II y el potencial de la célula se incrementa en 9 mV después de la adición; el cambio de volumen asociado a la adición se puede considerar despreciable. ¿Cuál es la masa del cloruro de cobre añadida?
Datos: M del $CuCl_2$ es 134,45; F=96500 cul·mol^{-1}; R=8,31 Jul · mol^{-1} · K

Comentario a enunciado original: el símbolo correcto para culombio es C http://www.bipm.org/utils/common/pdf/si_brochure_8_en.pdf Table 3. Coherent derived units in the SI with special names and symbols, y las unidades de R son J·mol^{-1}·K^{-1}

Referencias: comentado por opositora, sleepylavosier y Basileia en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4181&p=19126#p18706

Tenemos que identificar cátodo y ánodo
Debemos saber que el Cu es un "metal noble", mayor tendencia a reducirse que H, por lo que Cu será cátodo, y que el Ni tiene tendencia a oxidarse, por lo que será ánodo.
Argumentaciones alternativas:
-Sleepylavoisier: los aceros inoxidables y el cromo y el níquel tienen gran afinidad por el oxígeno creando la capa pasiva que impide la oxidación. Entonces el electrodo de níquel actúa de ánodo
-Basileia: como nos dicen que el potencial cambia al añadir $CuCl_2$; es decir , el cambio de potencial se debe al cambio en la concentración de cationes Cu^{2+} (es una sal y se disocia en sus iones) y, éstos solo pueden estar dando la reducción porque en Cu está en su máximo estado de oxidación. Ya tenemos identificada la reducción (el cobre) y la oxidación (el níquel). Además, como nos dicen que el potencial aumenta y el potencial viene dado por la ecuación de Nernst, para que se produzca este aumento, el logaritmo tiene que disminuir, el denominador tiene que aumentar y será la concentración de cobre la que esté ahí ya que la de níquel es invariante (no meto nada), por tanto, conclusión: el cobre es el cátodo.

Reducción, cátodo: $Cu^{2+} + 2e^- \rightarrow Cu$
Oxidación, ánodo: $Ni \rightarrow Ni^{2+} + 2e^-$
Reacción global: $Cu^{+2} + Ni \rightarrow Cu + Ni^{+2}$

Utilizamos la ecuación de Nernst: $E_{pila} = E^o_{pila} - \frac{RT}{nF} \ln \frac{[Ni^{2+}]}{[Cu^{2+}]}$

Con valores numéricos $\frac{8{,}31 \cdot (273+25)}{2 \cdot 96500} = 0{,}01283$

Llamamos a= $[Ni^{2+}]$ y b= variación concentración de Cu^{2+}
Asumimos que $CuCl_2$ es una sal soluble que se disocia en iones, añadiendo cierta cantidad Cu^{2+}

Antes de añadir $CuCl_2$: $E_{pila} = E^0_{pila} - 0{,}01283 \cdot \ln \frac{a}{0{,}01}$

Después de añadir $CuCl_2$: $E_{pila}' = E^0_{pila} - 0{,}01283 \cdot \ln \frac{a}{0{,}01+b}$

Restando 2ª – 1ª expresión

$$9\cdot 10^{-3}=-0{,}01283\cdot\left(\ln\frac{a}{0{,}01+b}-\ln\frac{a}{0{,}01}\right)=-0{,}01283\cdot\ln\frac{0{,}01}{0{,}01+b}$$

$$\frac{0{,}01}{0{,}01+b}=e^{\frac{9\cdot 10^{-3}}{-0{,}01283}}\Rightarrow b=0{,}01\cdot e^{\frac{9\cdot 10^{-3}}{0{,}01283}}-0{,}01=0{,}01\cdot\left(e^{\frac{9\cdot 10^{-3}}{0{,}01283}}-1\right)=0{,}010167\,M$$

Como asumimos volumen constante, tomamos V=100 mL=0,1 L

$$0{,}010167\frac{mol}{L}\cdot 0{,}1\,L\cdot\frac{134{,}45\,g\,CuCl_2}{1\,mol}=0{,}1367\,g\,CuCl_2$$

Expresando resultado con dos cifras significativas, como concentración dada, sería 0,14 g

Otras opciones:

-Calcular b valor para los valores extremos de potencial, 9,01 y 8,99 mV

9,01 mV → b=0,010183 M → m=0,1369 g

8,99 mV → b=0,010152 M → m=0,1365 g

Tomaríamos valor 0,1367 ± 0,0002 g

- Realizar propagación de errores, considerando todos los valores exactos salvo el potencial para el que conocemos la incertidumbre. Expresamos m=f(V)

$$m=0{,}1\cdot 134{,}45\cdot b=0{,}13445\cdot\left(e^{\frac{V}{0{,}01283}}-1\right)$$

$$\Delta m=\frac{\partial m}{\partial V}\Delta V=\frac{0{,}13445}{0{,}01283}e^{\frac{V}{0{,}01283}}\Delta V$$

$$\Delta m=\frac{0{,}13445}{0{,}01283}e^{\frac{9\cdot 10^{-3}}{0{,}01283}}\cdot 0{,}01\cdot 10^{-3}=2\cdot 10^{-4}\,g$$

Expresando la incertidumbre con una cifra significativa (como la incertidumbre original), tomaríamos valor 0,1367 ± 0,0002 g

2. Dada la pila $Cd/CdSO_4$ (s) // H_2SO_4 (0,02 M) / H_2 (1 atm)/ Pt
Se conocen los siguientes datos:
Potencial a 35 ºC = 0,38 V
Potencial normal ε_0 a 35 ºC es para Cd^{2+}/Cd =-0,45 V
Se pide:
a) La solubilidad de Cd^{2+} en la H_2SO_4 0,02 M
b) El producto de solubilidad para el $CdSO_4$ a 35 ºC
R = 8,3144 J/K·mol
Constante de Faraday: F = 96500 C

Similar a 1998 Aragón 3 (aquí notación pila indica puente salino //)
https://gitlab.com/fiquipedia/drive.fiquipedia/-/raw/main/content/home/recursos/recursos-para-oposiciones/1998-Aragon-Problema3.pdf

Referencias:
Resuelto por opositora en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4125&p=18749#p18748

Realizamos un planteamiento general común a apartados a y b. Luego hacemos ambos, comenzando por el aparatado b.
Planteamos las semirreacciones en ánodo y cátodo y ajustamos en medio ácido
Ánodo, oxidación: $Cd \rightarrow Cd^{2+}$ (ac) + $2e^-$ (A1)
>En la notación de pila se indica $CdSO_4$ (s), hay que incorporarla en la semirreacción del ánodo. Lo habitual es un electrodo de metal y sal poco soluble, pero $CdSO_4$ es muy soluble, y no se indica la concentración. Al indicarse $CdSO_4$ (s) podemos pensar que está saturada.
Planteamos la combinación del Cd^{2+} con los iones sulfato de la disolución
Cd^{2+} (ac) + SO_4^{2-} (ac) → $CdSO_4$ (s) (A2)
Combinando ambas, globalmente en el ánodo
Cd + SO_4^{2-} (ac) → $CdSO_4$ (s) + $2e^-$ (A3, **ánodo**)
Cátodo, reducción: $2H^+$ (ac) + $2e^-$ → H_2 (**cátodo**)
La reacción global es Cd + $2H^+$ (ac) + SO_4^{2-} (ac) → $CdSO_4$ (s) + H_2 (global)
No tenemos el potencial normal del ánodo, y lo tenemos que obtener a partir de los datos
Utilizando la ecuación de Nernst para la reacción global $E = E^o - \frac{RT}{nF}\ln\left(\frac{P_{H_2}}{[H^+]^2[SO_4^{2-}]}\right)$

Para sustituir valores numéricos:
-El valor de n=2
-La concentración de $[H^+]$ es la del cátodo donde está el sulfúrico, por lo que $[H^+]=2\cdot0,02=0,04$ M
-La concentración de $[SO_4^{2-}]$ es la del ánodo donde está la sal. No podemos poner 0,02 M ya que notación indica puente salino, aunque en el cátodo haya también iones sulfato y ahí $[SO_4^{2-}]=0,02$ M

$$0,38 = E^0 - \frac{8,3144\cdot(273+35)}{2\cdot96500}\ln\left(\frac{1}{0,04^2[SO_4^{2-}]}\right)$$

$$E^0 = 0,38 - 0,013268576\left(\ln(0,04^2) + \ln([SO_4^{2-}])\right) = 0,4654 - 0,013268576\ln([SO_4^{2-}])$$

$$E^0 = E^0_{cátodo} - E^0_{ánodo}$$

$$0,4654 - 0,013268576\ln([SO_4^{2-}]) = 0 - E^0_{ánodo}$$

$$E^0_{ánodo} = -0,4654 + 0,013268576\ln([SO_4^{2-}])$$

En el ánodo tenemos la reacción A3 que es una combinación de dos reacciones A1 y A2, A3=A1+A2, **pero eso no implica necesariamente que el potencial es la suma de potenciales,**

depende de los electrones intercambiados

Siempre es cierto con energía, en este caso de energía de Gibbs $\Delta G_{A3}=\Delta G_{A1} + \Delta G_{A2}$, lo que enlaza con la ley de Hess.

$\Delta G° = -nFE°$ para las de redox A1 y A3 con n=2, y para la reacción A2 que es de precipitación es forzado plantearla como redox (no hay ninguna especie que se oxide ni reduzca y habría que poner un valor a n) y usamos $\Delta G° = RT\cdot\ln(K_{ps})$ (sin el signo menos ya que la reacción A2 es la de precipitación, la inversa de la solubilidad)

Puede surgir la duda si para A1 debemos indicar +0,45 V ya que es oxidación y dato -0,45 V en enunciado es potencial de reducción (el valor estándar de reducción para el cadmio es -0,40 V. https://es.wikipedia.org/wiki/Anexo:Tabla_de_potenciales_de_reducci%C3%B3n). Cuando ponemos Epila=Ecátodo-Eánodo usamos en ambos el de reducción, y cuando ponemos Epila=Ecátodo+Eánodo "sumando las reacciones" ya invertidas para tener la global, ponemos el de reducción y el de oxidación.

En la expresión $\Delta G° = -nFE°$ si se utiliza Eº de reducción, tenemos $\Delta G°$ de la reducción, y si ponemos Eº de oxidación en la que cambia el signo del potencial, tenemos $\Delta G°$ de la oxidación donde cambia el signo de la energía, consistente con la ley de Laplace.

En este caso, siendo A1 la reacción de oxidación tal y como está escrita, $\Delta G_{A1} =\Delta G_{A1ox} =-n\cdot F\cdot E°_{A1ox}$ siendo $E°_{A1ox}$ el potencial de oxidación, pero como es dato el de reducción, $E°_{A1red}=-E°_{A1ox}$, de modo que tenemos $\Delta G_{A1ox} =-n\cdot F\cdot(-E°_{A1red})=n\cdot F\cdot E°_{A1red}$

Pero también hay que tener en cuenta que A3 tal y como está escrita es oxidación, y la expresión que hemos calculado con Nernst es para reducción, por lo que cambiamos signo en $E°_{A3}$

$2\cdot F\cdot E°_{A3}=2\cdot F\cdot E°_{A1}+ RT\cdot\ln(K_{ps})$

$E°_{A3}=-0,45+(8,3144\cdot(273+35)/(2\cdot 96500))\cdot\ln(K_{ps})$

$E°_{A3}=-0,45+0,013268756\cdot\ln(K_{ps})$

Igualamos las expresiones

$$-0,4654+0,013268576\ln([SO_4^{2-}])=-0,45+0,013268756\cdot\ln(K_{ps})$$

$$0,0154=0,013268576\ln(\frac{[SO_4^{2-}]}{K_{ps}})$$

Para obtener concentración de SO_4^{2-}tenemos que plantear la disociación de la sal y luego situación de equilibrio en la que obtenemos el producto de solubilidad y relacionarlo con la concentración de Cd^{2+}.

	$CdSO_4 \rightarrow Cd^{2+}$ (ac) +	SO_4^{2-} (ac)
Inic	0	0
Equ	s	s

$$K_{ps}=[Cd^{2+}][SO_4^{2-}]=s^2$$

En el equilibrio está saturada $[Cd^{2+}]=[SO_4^{2-}]=s=\sqrt{K_{ps}}$

$$0,0154=0,013268576\ln(\frac{K_{ps}}{\sqrt{K_{ps}}})$$

$$0,0154=0,01326857616\left((\frac{1}{2})\ln K_{ps}\right)$$

$$K_{ps}=e^{\frac{0,0154\cdot 2}{0,01326857616}}=10,2$$

b) Expresando resultado con 2 cifras significativas como potenciales, $K_{ps}=10\ M^2$

a) Planteamos la disociación con el sulfúrico añadido

	$CdSO_4 \rightarrow Cd^{2+}$ (ac) +	SO_4^{2-} (ac)
Inic	0	0,02
Equ	s	0,02+s

$$[Cd^{2+}]=\frac{K_{ps}}{[SO_4^{2-}]}\Rightarrow s=\frac{10,2}{0,02+s}$$

$$s^2+0,02\,s-10,2=0$$

$$s=\frac{-0,02\pm\sqrt{0,02^2+4\cdot 10,2}}{2}=\frac{-0,02\pm 6,39}{2}=\frac{\cancel{negativo}}{3,19\,M}$$

Expresando resultado con 2 cifras significativas como los datos potenciales, la solubilidad de Cd^{2+} en H_2SO_4 0,02 M es 3,2 M, y la expresamos en g/L que es lo habitual, aunque el enunciado no da masas atómicas.

$$3,2\frac{\cancel{mol\,Cd^{2+}}}{L}\cdot\frac{208,5\,g\,CdSO_4}{1\,\cancel{mol\,Cd^{2+}}}=667,2\frac{g\,CdSO_4}{1000\,mL}=66,72\frac{g\,CdSO_4}{100\,mL}$$

Comprobamos con valores de referencia, se trata de una sal soluble
https://pubchem.ncbi.nlm.nih.gov/compound/Cadmium_sulfate#section=Solubility
https://en.wikipedia.org/wiki/Solubility_table#C a 20 ºC es de 76,6 g/100 g de H_2O y a 40 ºC es de 78,5 g/100 g H_2O. Si interpolamos para una temperatura intermedia y tomamos 77,6+(78,5-76,6)/(40-20)·15=78,025 g a 35 ºC, supone 780 g/L, que supone 780/208.5=3,74 M, luego $K_{ps}=s^2=3,74^2=14\,M^2$
Esos valores son para agua pura; al añadir sulfúrico en el ánodo (no lo indica la notación de la pila, sino el enunciado en el apartado a) aporta iones sulfato y disminuye la solubilidad de Cd^{2+}.

Q3. Con la intención de determinar el producto iónico del agua, ciertos investigadores construyeron la pila :

Pt; H_2 (1 atm)/LiOH (aq, 0,01 M), LiCl (aq, M), AgCl(s)/Ag

y midieron su potencial a distintas concentraciones de LiCl. Los resultados obtenidos se resumen en la siguiente tabla:

[LiCl]/M	1,00·10(-3)	3·00·10(-3)	5,00·10(-3)	7,00·10(-3)	0,0100
Epila/V	1,113	1,084	1,071	1,063	1,054

En un descuido se olvidaron de anotar la temperatura a la que se llevó a cabo el experimento y además desconocen el valor de la constante de Faraday. Se sabe, sin embargo, que el potencial normal el electrodo plata/cloruro de plata es 0,2225 V y el del hidrógeno 0,000 V.
Como las disoluciones son perfectamente diluidas, se puede aceptar que se comportan idealmente. Determinar el producto iónico del agua a dicha temperatura.

Referencias:
Comentado y resuelto por quimiquilla, sleepylavoisier, Opositora, Basileia en
http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4018&p=18705#p18550
http://www.uib.cat/facultat/ciencies/prof/juan.frau/qfI/problemas/ptema16b.pdf Problema 3 (enunciado similar, sí indica dato de temperatura)
Electrolyte Solutions: Second Revised Edition; R. A. Robinson,R. H. Stokes; 1959
https://books.google.es/books?id=6ZVkqm-J9GkC&pg=PA363#v=onepage&q&f=false
The Dissociation of Water in Lithium Chloride Solutions, Herbert S. Harned, Harry R. Copson, J. Am. Chem. Soc., 1933.http://pubs.acs.org/doi/abs/10.1021/ja01333a003?journalCode=jacsat
E.m.f. studies of electrolytic dissociation. Part 7.—Some alkali and alkaline earth metal hydroxides in water; F. G. R. Gimblett and C. B. Monk; Trans. Faraday Soc., 1954
http://pubs.rsc.org/En/content/articlelanding/1954/tf/tf9545000965#!divAbstract
“"Although de alkali metal hydroxides are generally regarded as completely strong electrolytes, there are indications that the first two members do not fully dissociated in aquoeus solution... LiOH has a dissociation constant K of about 0,5"
http://www.nist.gov/srd/upload/jpcrd355.pdf Standard electrode potentials and temperature coefficients in water at 298.15 K, Steven G. Bratsch, 1988
“temperature dependence of E^0 is approximately linear between 273.15 and 373.15 K, and have extended Latimer’s work over the normal temperature range of liquid water by tabulating temperature coefficients of standard electrode potentials dE^0/dT

$$E_T^0 = E_{298}^0 + (T - 298.15)\cdot\left(\frac{dE^0}{dT}\right)_{298} \quad “$$

La notación de pila es “ánodo/disolución//disolución/cátodo”, donde // indica puente salino, que no existe en este caso, y / una interfaz, luego tenemos:
-Ánodo: Pt; H_2 (1 atm)/LiOH (aq, 0,01 M), LiCl (aq, M), AgCl(s)
-Cátodo: LiOH (aq, 0,01 M), LiCl (aq, M), AgCl(s)/Ag
Tenemos una única disolución común a ánodo y cátodo donde hay disuelto LiOH y LiCl (muy solubles https://en.wikipedia.org/wiki/Solubility_table#L unos 12,7 g/100 g H_2O y 69,2 g/100 g H_2O a 0 ºC respectivamente): al ser AgCl una sal muy poco soluble, disolver estas sales va a variar la solubilidad del AgCl(s) y la concentración de Ag^+ que hay en la disolución, ya que LiCl va a producir efecto ion común con AgCl, y LiOH va a producir efecto ion común con LiCl.

Planteamos las semirreacciones en la pila:

Cátodo, Semirreacción reducción: $Ag^+ + 1e^- \rightarrow Ag$
Globalmente: $AgCl\ (s) + 1e^- \rightarrow Ag(s) + Cl^-\ (aq)$
Ánodo, Semirreacción oxidación: $H_2\ (g) \rightarrow 2H^+ + 2e^-$
Multiplicando por dos la reacción del cátodo y sumando con el ánodo, la reacción global es
$2AgCl(s) + H_2\ (g) \rightarrow Ag(s) + 2H^+ + 2Cl^-\ (aq)$
Enunciado no indica la temperatura, pero sí indica que se saben "el potencial normal", y eso a priori usando concentraciones 1 M en principio nos permite afirmar
$E^o_{ánodo}(35\ ºC)=E^o(25\ ºC)-RT/nFln(1)=0,2225-0=0,2225\ V$
Para el electrodo de hidrógeno el potencial normal se fija a cero a cualquier temperatura, pero en la expresión anterior nos lleva a que el $E^o_{ánodo}(35\ ºC)=E^o(25\ ºC)$, absurdo ya que igualaría los potenciales normales a cualquier temperatura solamente porque las concentraciones sean normales, cuando sabemos que hay una dependencia E^o con la temperatura. El E^0 que se usa en la ecuación de Nernst está indisolublemente ligada a la T a la que realizamos el experimento.
El tema es que la variación con T es mínima (ver en referencia que valores típicos es de mV por K), así que asumimos que la temperatura es muy próxima a 25 ºC y el valor de 0,2225 V no varía.

Como se nos da una tabla de valores, el objetivo debe ser realizar un ajuste por mínimos cuadrados, en los que una variable sea E, y otra variable sea la concentración de LiCl.

Utilizando la ecuación de Nernst, con n=2

$$E=E^o-\frac{RT}{2F}\ln([H^+]^2[Cl^-]^2)=E^o-\frac{RT}{F}\ln([H^+])-\frac{RT}{F}\ln([Cl^-])$$

Como tenemos $[H^+]$ usamos la definición del producto iónico del agua para que nos aparezca k_w que es lo que buscamos $k_w=[H^+][OH^-]\Rightarrow[H^+]=\frac{k_w}{[OH^-]}$

$$E=E^o-\frac{RT}{F}\ln(\frac{k_w}{[OH^-]})-\frac{RT}{F}\ln([Cl^-])$$

Vemos que tenemos una recta y=a+bx, donde
y=E

$$a=E^o-\frac{RT}{F}\ln(\frac{k_w}{[OH^-]})$$

$$b=\frac{-RT}{F}$$

$x =\ln([Cl^-])$

Tenemos que relacionar $[Cl^-]$ y $[OH^-]$ con los datos del enunciado.
En la disolución coexisten una serie de equilibrios:
1. $H_2O \leftrightarrows H^+ + OH^-$
2. $AgCl(s) + H_2O \leftrightarrows Ag^+\ (aq) + Cl^-\ (aq)$
3. $LiOH(s) \leftrightarrows Li^+\ (aq) + OH^-\ (aq)$
4. $LiCl(s) \leftrightarrows Li^+\ (aq) + Cl^-\ (aq)$

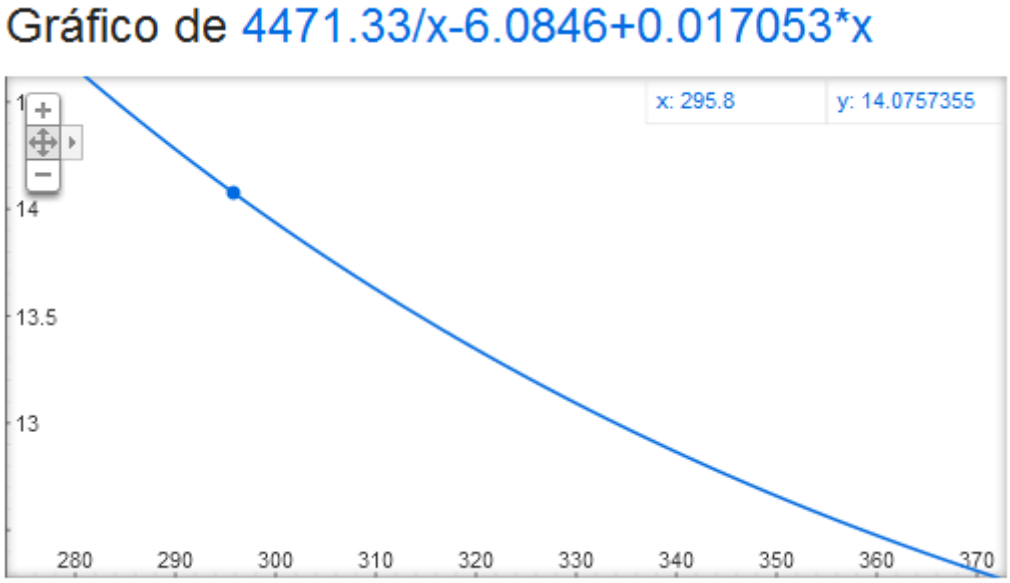
El primero tiene una constante k_w que queremos averiguar (podemos orientarnos a priori sabiendo es del orden de 10^{-14}), la segunda k_2 muy pequeña (del orden 10^{-10}), la tercera y la cuartas muy elevadas al ser sales muy solubles.
Por lo tanto la concentración de OH^- y de Cl^- viene dada básicamente por la cantidad de LiOH y de LiCl despreciando la contribución del producto iónico del agua y del producto de solubilidad del AgCl, por lo que $[OH^-]=0,01$ M, y $[Cl^-]=M$ (el valor de la tabla).

Conociendo los valores de x e y (que están asociados a los datos de la tabla del enunciado) podemos realizar un ajuste por mínimos cuadrados y obtener los valores de a y b.
https://www.wolframalpha.com/input/?i=linear+fit%28log%281e-3%29,1.113%29,%28log%283e-3%29,1.084%29,%28log%285e-3%29,1.071%29,%28log%287e-3%29,1.063%29,%28log%280.01%29,1.054%29 (nota: en WolframAlpha "log" indica por defecto en base e)

Obtenemos para y=a+bx, a=0,93566, b=-0,0256216, con R^2=0,999664, luego es un buen ajuste lineal.

$$0{,}93566 = 0{,}2225 - 0{,}0256216 \cdot \ln\left(\frac{k_w}{0{,}01}\right) \Rightarrow \frac{k_w}{0{,}01} = e^{\frac{0{,}93566-0{,}2225}{-0{,}0256216}} \Rightarrow k_w = 8{,}16 \cdot 10^{-15} = 10^{-14{,}0883}$$

Podemos dudar si el resultado es correcto; utilizando la fórmula que aparece en Electrolyte Solutions: Second Revised Edition; R. A. Robinson,R. H. Stokes; 1959, viendo entre qué valores varía kw entre 0 ºC y 100 ºC.
Además de wolframalpha, lo representa google
https://www.google.es/search?q=plot+4471.33/x-6.0846%2B0.017053*x+from+273+to+373



Vemos que el valor de 10^{-14} es para 298º, y que varía entre $10^{-14{,}9494}$ para 0 ºC y $10^{-12{,}2636}$ para 100 ºC
http://www.wolframalpha.com/input/?i=4471.33%2Fx-6.0846%2B0.017053*x+for+x%3D273
http://www.wolframalpha.com/input/?i=4471.33%2Fx-6.0846%2B0.017053*x+for+x%3D373
Podemos comprobar a qué temperatura se realizó el experimento
http://www.wolframalpha.com/input/?i=solve+14.0883%3D+4471.33%2Fx-6.0846%2B0.017053*x
Y obtenemos 295,43 K ≈22,43 ºC, lo que es razonable

Puede surgir la duda, de que al tener LiOH no proceda el ajuste anterior donde aparecen H^+, pero eso no indica que la reacción se produzca en medio ácido, simplemente que se producen protones. Si planteamos que en medio es básico en el ánodo interviene OH^-, para plantear una oxidación no puede intervenir el hidrógeno, que ya tiene estado de oxidación +1 que es el más alto, y tendría que ser el oxígeno el que se oxidase de estado -2 a 0, liberándose O_2 que no se cita en la pila.
$4OH^- \rightarrow O_2 + 2H_2O + 4e^-$
Se descarta porque no es consistente con la notación de pila y porque no tenemos datos sobre potencial de reducción $E^o(O_2/OH^-)$
Sí que se puede plantear el ánodo, sumando $2OH^-$ en cada lado como $2OH^- + H_2(g) \rightarrow 2H_2O + 2e^-$

Pero esa reacción variaría de potencial, ya que no solamente estamos sumando OH-, estamos utilizando también el producto iónico del agua
a: H_2 (g) → $2H^+ + 2e^-$
b: $OH^- + H^+ → H_2O$
c: $2OH^- + H_2$(g) → $2H_2O + 2e^-$
c=2b-a
La reacción b tiene como constante $k_w=[H^+][OH^-]$,

$$\Delta G=-nFE=-RT\ln(K)\Rightarrow E=\frac{RT}{nF}\ln k_w$$

Sustituyendo

$$E(c)=2E(b)-E(a)=2\cdot\frac{RT}{2F}\ln(k_w)-0$$

La reacción global sería

$$2AgCl(s) + 2OH^- + H_2\ (g) \rightarrow Ag(s) + 2H_2O + 2Cl^-\ (aq)$$

Si realizamos el desarrollo de manera similar

$$E=E^o-\frac{RT}{2F}\ln(\frac{[Cl^-]^2}{[OH^-]^2})=0{,}2225-\frac{RT}{F}\ln(k_w)-\frac{RT}{F}\ln(\frac{1}{[OH^-]})-\frac{RT}{F}\ln([Cl^-])$$

Y llegamos a la misma expresión que con el desarrollo anterior

$$E=E^o-\frac{RT}{F}\ln(\frac{k_w}{[OH^-]})-\frac{RT}{F}\ln([Cl^-])$$

Prueba práctica de Química.
Se valorará tanto el planteamiento y justificación como el desarrollo operativo.
4. Los potenciales normales de los pares redox Cl_2/Cl^- y $H_2O_2,(H^+)/H_2O$ son 1,36 V y 1,77 V, respectivamente.
Calcule e indique en qué sentido se producirá espontáneamente el proceso que tenga lugar entre las especies de ambos pares si todas ellas se encuentran en las condiciones estándar excepto el ión H^+ cuya concentración es:
a) $1 \cdot 10^{-7}$ M.
b) 3 M.

DATOS GENERALES: Los valores de las constantes, en el S. I. R = 8,31 $J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$; F = 96487 C.

Planteamos las semirreacciones de reducción y aplicamos la ecuación de Nernst para calcular los potenciales con esas concentraciones.
$Cl_2 + 2e^- \rightarrow 2Cl^-$
El potencial es siempre 1,36 V al no depender de $[H^+]$
$H_2O_2 + 2H^+ + 2e^- \rightarrow 2H_2O$
Como se indica que todas las especies están en condiciones estándar ponemos concentraciones 1 M salvo para $[H^+]$

$$E = E^0 - \frac{RT}{nF} \ln\left(\frac{1}{[H^+]^2}\right)$$

R es dato del enunciado, asumimos 25 ºC (298 K)

$$E = 1{,}77 + \frac{8{,}31 \cdot 298}{2 \cdot 96487} 2 \ln([H^+]) = 1{,}77 + 2{,}5665 \cdot 10^{-2} \ln([H^+])$$

a) Si $[H^+]=10^{-7}$ M
$E=1{,}77+2{,}5665 \cdot 10^{-2} \cdot \ln(10^{-7})=1{,}356$ V
El potencial de reducción del cloro (1,36 V) será ligeramente mayor que el del agua oxigenada, por lo que el proceso será espontáneo cuando el electrodo de cloro sea el cátodo (reducción) y el agua oxigenada ánodo (oxidación)
a) Si $[H^+]=3$ M
$E=1{,}77+2{,}5665 \cdot 10^{-2} \cdot \ln(3)=1{,}78$ V
El potencial de reducción del cloro (1,36 V) será menor que el del agua oxigenada, por lo que el proceso será espontáneo cuando el electrodo de agua oxigenada sea el cátodo (reducción) y el lcoro ánodo (oxidación)

7. En solució acuosa i medi fortament àcid (pH<2), l'ió permanganat oxida el peròxid d'hidrogen a oxigen molecular. 10 cm^3 d'aigua oxigenada s'acidulen amb excés d'àcid sulfúric i es valoren amb una solució 0'1 M de permanganat de potassi. Per assolir el punt final, es gasten 12 cm^3 de la dissolució de permanganat. Calcula la concentració de l'aigua oxigenada en grams dividit litre.

En solución acuosa y medio fuertemente ácido (pH <2), el ión permanganato oxida el peróxido de hidrógeno a oxígeno molecular. 10 cm^3 de agua oxigenada se acidulan con exceso de ácido sulfúrico y se valoran con una solución 0,1 M de permanganato de potasio. Para alcanzar el punto final, se gastan 12 cm^3 de la disolución de permanganato. Calcula la concentración del agua oxigenada en gramos dividido litro.

Comentario: enunciado original usa ' como separador decimal, pero no se debe utilizar
http://www.fiquipedia.es/home/recursos/recursos-notacion-cientifica/Separador%20decimal.pdf

Resuelto por Basileia en http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4120

Aparece pH como indicación de las condiciones, pero es una valoración redox.
Oxidación del peróxido de hidrógeno por el ion permanganato:
SR Oxidación: $H_2O_2 \rightarrow O_2 + 2H^+ + 2e^-$ }x5
SR Reducción: $MnO_4^- + 8H^+ + 5e^- \rightarrow Mn^{2+} + 4H_2O$ }x2
Global: $5H_2O_2 + 2MnO_4^- + 16H^+ \rightarrow 5O_2 + 10H^+ + 2Mn^{2+} + 8H_2O$
$5H_2O_2 + 2MnO_4^- + 6H^+ \rightarrow 5O_2 + 2Mn^{2+} + 8H_2O$
Planteamos la valoración igualando equivalentes:
n.equivalentes oxidante=n.equivalentes reductor

$$0{,}012 \cdot 0{,}1 \cdot 5 = 0{,}010 \cdot c \cdot 2$$

$$c = \frac{0{,}012 \cdot 0{,}1 \cdot 5}{0{,}010 \cdot 2} = 0{,}3\,M$$

$$0{,}3 \frac{\cancel{mol\,H_2O_2}}{L} \cdot \frac{2+32\,g\,H_2O_2}{1\,\cancel{mol\,H_2O_2}} = 10{,}2\,g/L$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 11 abril 2016

QUÍMICA

1. La energía de Gibbs de formación estándar del agua líquida es -273,2 kJ/mol a 25 ºC, y la f.e.m. de la pila siguiente es de 0,926 V:

$$Pt,H_2(g,\ 1\ atm)\ /\ NaOH_{(dis)}/HgO_{(s)},\ Hg(l);\ \varepsilon^0=0{,}926\ V$$

A partir de la información anterior, determine el valor de la constante de equilibrio de la reacción

$$HgO_{(s)} \leftrightarrow Hg_{(l)} + \tfrac{1}{2}\ O_{2(g)}$$

Referencias:
Enunciado idéntico a pregunta de examen UNED 2008 "Termodinámica Química. Química"
http://www.unedcervera.com/anou/examens/20072008j/09311.pdf#page=20
Comentado y resuelto por nereida, MGT y sleepylavoisier en
http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4125#p18080
>Se comenta que dato enunciado está mal y es -237,2 en lugar de -273,2, se da valor con ambos
https://en.wikipedia.org/wiki/Standard_Gibbs_free_energy_of_formation . En la referencia de UNED 2008 sí está el dato correcto.

(Enunciado no da datos de consantes:
Constante de Faraday: o lo recordamos valor directamente 96485 o lo obtenemos a partir de número de Avogadro y carga del electrón $F=6{,}022\cdot10^{23}\cdot1{,}6\cdot10^{-19}=96352$ C, si lo hacemos con más precisión
http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?na|search_for=avogadro 6.022 140 857 x 10^{23} mol^{-1}
http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?e|search_for=electron 1.602 176 6208 x 10^{-19} C
$F=6{,}022140857\cdot10^{23}\cdot1{,}6021766208\cdot10^{-19}=96485$ C
Usamos R=8,31 J/K·mol y cambio de K a ºC con 273 (3 cifras significativas))

Planteamos y nombramos reacciones:
A. Reacción de la pila, no las semirreacciones de oxidación y reducción; el medio es básico, pero la notación de la pila es ánodo/cátodo luego el H_2 se oxida, simplemente habrá cierto pH básico presente por haber NaOH.
$H_2(g) + HgO(s) \rightarrow H_2O(l) + Hg(l)$
Se intercambian 2 electrones: H se oxida pasando de estado de oxidación 0 a +1 y hay dos átomos, y Hg se reduce pasando de estado de oxidación +2 a 0 y hay un átomo.
B.Formación del agua
$H_2(g) + \tfrac{1}{2}\ O_2(g) \rightarrow H_2O(l)$
C. Reacción objetivo
$HgO(s) \leftrightarrow Hg(l) + \tfrac{1}{2}\ O_2(g)$
Utilizando Hess podemos ver que C=A-B
$\Delta G(C)=\Delta G(A)-\Delta G(B)=-nFE(A)-\Delta G(B)$
Al mismo tiempo $\Delta G(C)=-RT\cdot\ln(K)$
Luego

$$K=e^{\frac{-n\cdot F\cdot E(A)-\Delta G(B)}{-RT}}=e^{\frac{-2\cdot 96485\cdot 0{,}926-(-273{,}2\cdot 10^3)}{-8{,}31\cdot(273+25)}}=2{,}66\cdot10^{-17}$$

Expresamos resultado con 3 cifras significativas, como datos enunciado
Si usamos valo real para el agua -237,2 kJ/mol

$$K=e^{\frac{-n\cdot F\cdot E(A)-\Delta G(B)}{-RT}}=e^{\frac{-2\cdot 96485\cdot 0{,}926-(-237{,}2\cdot 10^3)}{-8{,}31\cdot(273+25)}}=5{,}48\cdot10^{-17}$$

enrique@fiquipedia.es Revisado 8 febrero 2016
CC BY

A3. Contesteu de manera breu, però raonadament, les cinc qüestions següents:
e) Quants faraday es requereixen per reduir 0,2 mol d'anió dicromat a catió crom-III?

A3. Conteste de manera breve, pero razonadamente, las cinco cuestiones siguientes:
c) ¿Cuántos faraday se requieren para reducir 0,2 mol de anión dicromato a catión cromo-III?

En el anión dicromato ($Cr_2O_7^{2-}$) el estado de oxidación del cromo es +6.
Por lo tanto en la reducción de un anión necesitaremos reducir dos átomos de cromo de estado +6 a +3, lo que supone 2·3 = 6 electrones.
Si planteamos la reacción de reducción y la ajustamos en medio ácido podemos ver que se intercambian 6 electrones.
$Cr_2O_7^{2-} + 14H^+ + 6e^- \rightarrow 2Cr^{3+} + 7H_2O$
Si utilizamos la estequiometría y la definición de Faraday, que es 1 mol de electrones.

$$0{,}2\,\cancel{mol\,Cr_2O_7^{2-}} \cdot \frac{6\,\cancel{mol\,e^-}}{1\,\cancel{mol\,Cr_2O_7^{2-}}} \cdot \frac{1\,F}{1\,\cancel{mol\,e^-}} = 1{,}2\,F$$

A3. Contesteu de manera breu, però raonadament, les cinc qüestions següents:
e) Ajusteu, per mètode del ió-electró, la reacció següent:

$$KMnO_4 + NH_3 \rightarrow KNO_3 + MnO_2 + KOH + H_2O$$

A3. Conteste de manera breve, pero razonadamente, las cinco cuestiones siguientes:
e) Ajuste, por el método del ión-electrón, la reacción siguiente:

$$KMnO_4 + NH_3 \rightarrow KNO_3 + MnO_2 + KOH + H_2O$$

Se trata de un ajuste en medio básico (tenemos NH_3 y KOH)
Planteamos las dos semirreacciones: el Mn se reduce de estado +7 a +4 y el N se oxida de estado -3 a +5.
SR Reducción : $MnO_4^- + 2H_2O + 3e^- \rightarrow MnO_2 + 4OH^-$ }·8
SR Oxidación: $NH_3 + 9OH^- \rightarrow NO_3^- + 6H_2O + 8e^-$ }·3
Sumando ambas tras multiplicarlas para igualar el número de electrones
$8MnO_4^- + 16H_2O + 3NH_3 + 27OH^- \rightarrow 8MnO_2 + 32OH^- + 3NO_3^- + 18H_2O$
Simplificamos H_2O y OH^-
Reacción iónica global: $8MnO_4^- + 3NH_3 \rightarrow 8MnO_2 + 5OH^- + 3NO_3^- + 2H_2O$
Reacción molecular: $8KMnO_4^- + 3NH_3 \rightarrow 8MnO_2 + 5KOH + 3KNO_3 + 2H_2O$

enrique@fiquipedia.es Revisado 16 junio 2016
CC BY

B4. En una pila que té Eº=-0,19 V té lloc la reacció global següent:

$$Cu\ (s) + Sn^{4+}\ (aq) \leftrightarrows Cu^{2+}\ (aq) + Sn^{2+}\ (aq)$$

Considerant que reactius i productes es troben en condicions estàndard, determineu:
a) La variació d'entalpia lliure de la reacció d'esquerra a dreta.
b) El valor de la constant d'equilibri en les condicions estàndard.
c) Les concentracions de productes i reactius en l'equilibri.

En una pila que tiene Eº = -0,19V tiene lugar la reacción global siguiente:

$$Cu\ (s) + Sn^{4+}\ (aq) \leftrightarrows Cu^{2+}\ (aq) + Sn^{2+}\ (aq)$$

Considerando que reactivos y productos se encuentran en condiciones estándar, determine:
a) La variación de entalpía libre de la reacción de izquierda a derecha.
b) El valor de la constante de equilibrio en las condiciones estándar.
c) Las concentraciones de productos y reactivos en el equilibrio.

Enunciado extraño: indica "pila" con potencial negativo, luego no es un proceso espontáneo y no es una pila. Se indica una pila sin notación de pila "ánodo/cátodo", hay una doble flecha de equilibrio y podemos dudar si el proceso de "la pila indicada" va de izquierda a derecha o de derecha a izquierda, ya que el signo variará.
Si validamos con datos https://es.wikipedia.org/wiki/Anexo:Tabla_de_potenciales_de_reducci%C3%B3n
$E^o(Sn^{4+}/Sn^{2+})=+0,15$ V, $E^o(Cu^{2+}/Cu)=+0,34$ V
$E^o pila=E^o cátodo-E^o ánodo=0,15-0,34=-0,19$ V, luego el cátodo es el Sn^{4+} que se reduce y la reacción se produce de izquierda a derecha.,

a) Asumimos que "entalpía libre" hace referencia a energía de Gibbs. ΔG=-nFE
Cu se oxida a Cu^{2+} cediendo 2 e^-, y Sn^{4+} se reduce a Sn^{2+} captando 2 e^-, por lo que n=2
Necesitamos la constante de Faraday que no es dato: usamos 96485 C (ver 2001 Valencia Q1)
ΔG=-2·96485·(-0,19)=36664,3 J/mol
ΔG positiva, es un proceso no espontáneo (potencial de pila negativo)

b) Utilizando la ecuación de Nernst $E = E^0 - \frac{RT}{nF}\ln Q$

Como se indican condiciones estándar usamos $E = E^0 - \frac{0,05916}{n}\log Q$ (ver 1994 Cataluña B5)

En equilibrio E=0 y el cociente de reacción es K_{eq} $0 = -0,19 - \frac{0,05916}{2}\log K_c \Rightarrow K_c = 3,77\cdot 10^{-7}$

c) $K_c = \frac{[Sn^{2+}][Cu^{2+}]}{[Sn^{4+}]} = 3,77\cdot 10^{-7}$

Enunciado no aporta datos para concretar más; asumimos que al decir que tiene Eº=-0,19 V inicialmente quieren decir que las concentraciones iniciales son 1 M y al pedir concentraciones en el equilibrio quieren decir una vez que esa misma pila ha alcanzado el equilibrio. K baja, se desplaza a izquierda

	$Cu\ (s) + Sn^{4+}\ (aq) \leftrightarrows$	$Cu^{2+}\ (aq) + Sn^{2+}\ (aq)$	
Inic	*1*	*1*	*1*
Eq	*1+x*	*1+x*	*1-x*	*1-x*

$$3,77\cdot 10^{-7} = \frac{(1-x)^2}{(1+x)} \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 3,77\cdot 10^{-7}x + 3,77\cdot 10^{-7} \Rightarrow x^2 - 2,000000377\,x + 0,999999623 = 0$$

Resolviendo x=0,999122 y x>1 que descartamos.
$[Sn^{2+}]=[Cu^{2+}]=0,000878$ M; $[Sn^{4+}]=1,999122$ M

Model 1

4. La força electromotriu d'una pila formada per un elèctrode d'hidrogen, en dissolució 0,01 M de clorhidrat d'anilina ($C_6H_5NH_3^+Cl^-$), i un elèctrode de calomelans de potencial 0,334 V, que actua como a catòde, és de 0,53 V. Calculeu el grau d'hidròlisi de la sal, la constant d'hidròlisi i la constant de dissociació K_b de la base (anilina, $C_6H_5NH_2$).

Modelo 1

4. La fuerza electromotriz de una pila formada por un electrodo de hidrógeno, en disolución 0,01 M de clorhidrato de anilina ($C_6H_5NH_3^+Cl^-$), y un electrodo de calomelano de potencial 0,334 V, que actúa como cátodo, es de 0,53 V. Calcule el grado de hidrólisis de la sal, la constante de hidrólisis y la constante de disociación K_b de la base (anilina, $C_6H_5NH_2$).

Referencias:
https://es.wikipedia.org/wiki/Electrodo_de_calomelanos
Relacionado con Cataluña 1995-2.2
Comentado por opositora, quimiquilla y sleepylavoisier en
http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4253&p=18723#p18723

Planteamos las semirreaciones:
Reducción, cátodo: $Hg_2Cl_2 + 2e^- \rightarrow 2Hg\ (l) + 2Cl^-\ (ac)$
Oxidación, ánodo: $H_2\ (g) \rightarrow 2H^+\ (ac) + 2e^-$
Reacción global: $Hg_2Cl_2\ (s) + H_2 \rightarrow 2H^+\ (ac) + 2Cl^-\ (ac) + 2Hg\ (l)$
>Es importante tener en cuenta que hay iones Cl^- en ambos electrodos (en el cátodo debido a la reducción del dicloruro de mercurio, y en el ánodo debido a la presencia de clorhidrato de anilina disuelto), pero que en la pila solamente interviene la concentración de iones Cl^- en el cátodo. La disolución del clorhidrato de anilina solamente influye en añadir H^+ al electrodo de hidrógeno por la hidrólisis una vez disuelta la sal.
Utilizamos la ecuación de Nernst sin actividades; consideramos válido aproximar las de sólidos y líquidos a la unidad, la fugacidad de los gases a su presión parcial y la de las especies disueltas por sus concentraciones. $E = E^0 - \frac{RT}{nF}\ln\left(\frac{[H^+]^2[Cl^-(cátodo)]^2}{P_{H_2}}\right)$

No se indican condiciones normales pero asumimos 1 M y 1 atm, que el potencial del electrodo de calomelano usa $[Cl^-]$=1 M, y 25 ºC, por lo que usamos 0,05916 (ver Cataluña 1994 B5)

$$E = E^0_{cátodo} - E^0_{ánodo} - \frac{0{,}05916}{n}\log([H^+]^2)$$

Sustituyendo valores

$$0{,}53 = 0{,}334 - 0 - \frac{0{,}05916}{2}2\log([H^+]) \Rightarrow [H^+] = 10^{\left(\frac{0{,}53-0{,}334}{-0{,}05916}\right)} = 0{,}000486\,M$$

Planteamos la hidrólisis de la sal. Al ser el pH muy ácido la K_a será alta, y la K_b muy baja.

	$C_6H_5NH_3^+$ +	H_2O →	$C_6H_5NH_2$ +	H_3O^+
In	c_0	exceso	0	0
Eq	$c_0(1-\alpha)$	exceso	$c_0\alpha$	$c_0\alpha$

Donde c_0=0,01 M y $c_0\alpha = [H_3O^+]$=0,000486 M, luego α=0,0486/0,01=4,86%

$$K_h = \frac{[C_6H_5NH_2][H_3O^+]}{[C_6H_5NH_3^+]} = \frac{0{,}000486^2}{0{,}21\cdot(1-0{,}0486)} = 2{,}48\cdot10^{-5} \Rightarrow K_b = \frac{K_w}{K_h} = \frac{10^{-14}}{2{,}48\cdot10^{-5}} = 4{,}0\cdot10^{-10}$$

Valores de referencia http://www.vaxasoftware.com/doc_edu/qui/kakb.pdf $K_b = 4{,}27\cdot10^{-10}$
http://www.chembuddy.com/?left=BATE&right=dissociation_constants $pK_b = 9{,}4 \rightarrow K_b = 3{,}98\cdot10^{-10}$

enrique@fiquipedia.es Revisado 21 abril 2016
CC BY

Model 3

4. La concentració de ions potassi en l'interior d'una neurona és de 20 a 30 vegades superior a la de l'exterior.

a) Entre quins valors oscil·larà la diferència de potencial entre l'interior i l'exterior de la neurona, si aquesta diferència de potencial és deguda únicament a la diferent concentració dels ions potassi?

b) On hi haurà una polaritat més positiva, a l'interior o a l'exterior de la neurona?

Modelo 3

4. La concentración de iones potasio en el interior de una neurona es de 20 a 30 veces superior a la del exterior.

a) Entre qué valores oscilará la diferencia de potencial entre el interior y el exterior de la neurona, si esta diferencia de potencial es debida únicamente a la diferente concentración de los iones potasio?

b) ¿Dónde habrá una polaridad más positiva, en el interior o en el exterior de la neurona?

Referencias:

https://es.wikipedia.org/wiki/Potencial_de_membrana

https://en.wikipedia.org/wiki/Membrane_potential#Reversal_potential

a) Utilizando la ecuación de Nernst

$$E = E^0 - \frac{RT}{nF} \ln \frac{[K^+]_{ext}}{[K^+]_{\text{int}}}$$

Usamos n=1 al ser potasio. Podríamos usar el valor que no es dato 0,051916 (ver 1994 Cataluña B5), pero eso es para 25 ºC y es mejor usar 37 ºC asociados a temperatura corporal.

(deducimos un valor aproximado recordando los valores R, el número de Avogradro y la carga del electrón $\frac{8{,}31 \cdot 310 \cdot \ln(10)}{6{,}022 \cdot 10^{23} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 0{,}06156$ *)*

$$E = 0 - 0{,}06156 \log \frac{[K^+]_{ext}}{[K^+]_{\text{int}}}$$

Para una diferencia de 30, $E = 0 - 0{,}06156 \cdot \log 30 = 0{,}091\,V$

Para una diferencia de 20, $E = 0 - 0{,}06156 \cdot \log 20 = 0{,}080\,V$

b) La diferencia de potencial / polaridad es la que consigue el equilibrar la tendencia de los iones a difundirse frente a la acumulación de carga que producen; los iones potasio sí pueden difundirse a través de la membrana, pero no los aniones. Si la concentración es mayor en el interior quiere decir que el potencial compensa esa tendencia, por lo que los retiene en el interior. Una carga se difundiría por diferencia de concentraciones del interior hacia el exterior, y como una carga positiva por campo eléctrico se mueve hacia potenciales menores, y el campo se dirige hacia potenciales menores, el potencial será menor en interior de la neurona.

QUÍMICA

3. Dada la pila Ag/$AgNO_3$(0,00100m)//$AgNO_3$(0,00100m), KCN(0,004m)/Ag cuya f.e.m. es -0,767 V a 25 ºC, calcular la constante de formación del ión complejo $[Ag(CN)_2]^-$ despreciando los efectos debidos a los coeficientes de actividad.

Referencias:
A TextBook of Physical Chemistry A.W.Adamson, Ejercicio 13-9 https://books.google.es/books?id=Kco5E-Ls1b4C&pg=PA718&lpg=PA718
Relacionados: 2006-Castilla-La Mancha-3, 2004-Valencia-2

No se da el dato, pero hay que saber o asumir que $AgNO_3$ y KCN son sales muy solubles.
https://en.wikipedia.org/wiki/Solubility_table $AgNO_3$ 122 y 733 g/100 g H_2O a 0 ºC y 100 ºC

Se pide la constante de formación y lógicamente no se dan datos, pero sí hay que saber que es una sal muy estable que se disocia muy poco. Se incluyen algunos valores de referencia
http://www2.ucdsb.on.ca/tiss/stretton/database/Complex_Ions_Constants.htm y http://www.ars-chemia.net/Permanent_Files/Tables/Formation_Constants_of_Complex_Ions.pdf indican ambos $5,3 \cdot 10^{18}$
http://www.vaxasoftware.com/doc_edu/qui/kfcomplejos.pdf $5,6 \cdot 10^{18}$
http://chemwiki.ucdavis.edu/Core/Inorganic_Chemistry/Coordination_Chemistry/Complex_Ion_Chemistry/The_Formation_of_Complex_Ions indica valor $1,1 \cdot 10^{18}$
http://www.dionex.com/en-us/webdocs/6760-AU-147-IC-Metal-Cyanides-AU71360-EN.pdf Indica valor pK 20,5
Formation Constants of Silver(I) Cyanide Complexes in Equimolar Sodium-Potassium Nitrate Melts http://pubs.acs.org/doi/abs/10.1021/j100895a020 Indica valor $1,1 \cdot 10^8$
Studies of the Properties of Silver Cyanide Complexes
http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/zaac.19633210510/abstract indica potencial asociado a la formación del complejo E^o=-0,407 V

Como el potencial es negativo, la reacción espontánea es la inversa, pero usamos la notación de pila del enunciado, que es ánodo/cátodo, siendo // el puente salino, por lo sabemos que en el ánodo la plata se oxida pasando de estado de oxidación 0 a +1, y en el cátodo la plata se reduce pasando de estado de oxidación +1 a 0.
En la notación de la pila se cita KCN y sabemos que se va a formar un complejo $[Ag(CN)_2]^-$ en el cátodo, que podemos plantear incorporarlo en la semirreacción del cátodo o contemplar por separado cómo afecta a las concentraciones, pero hacemos lo primero ya que la concentración de los iones CN^- aparece en la notación de la pila.
Planteamos las semirreaciones:
Oxidación: $Ag(s) \rightarrow Ag^+ + 1e^-$
Reducción: $Ag^+ + 1e^- \rightarrow Ag(s)$
Planteamos la formación del complejo, que retirará iones Ag^+. Planteamos la disociación, que es la reacción inversa, para sumar reacciones; **eso nos hace desaparecer la concentración de Ag^+ en el cátodo y no aparece en la reacción global ni en Nernst, pero realmente no hay que usarla explícitamente, hay que saber que al ser el complejo muy estable todos los iones Ag^+ pasarán a complejo, consumiendo 2 mol CN^- or cada mol de complejo formado.. Por ello aunque la notación de pila indique "$AgNO_3$(0,00100m), KCN(0,004m)" realmente se puede pensar cualitativamente como "$[Ag(CN)_2]^-$ (0,00100 m), KCN(0,002 m)"**

$$[Ag(CN)_2]^- \rightarrow Ag^+ + 2CN^-$$

Combinando ambas, globalmente en el cátodo

$$[Ag(CN)_2]^- + 1e^- \rightarrow + Ag(s) + 2CN^-$$

La reacción global: $Ag(s) + [Ag(CN)_2]^{-} \rightarrow Ag^{+} + Ag(s) + 2CN^{-}$
Como las concentraciones no son 1 M, utilizamos la ecuación de Nernst. Se indica despreciar los efectos debidos a coeficientes de actividad, luego asumimos que actividades son igual a las concentraciones, y como están muy diluidas, que concentración molar (enunciado usa m y no M), es igual a la concentración molar.

$$E = E^0 - \frac{RT}{nF} \ln \frac{[Ag^+(\text{ánodo pila enunciado})][CN^-]^2}{[[Ag(CN)_2]^-]}$$

A 25 ºC $$E = E^0 - \frac{0,05916}{n} \log \frac{[Ag^+(\text{ánodo pila enunciado})][CN^-]^2}{[[Ag(CN)_2]^-]}$$

(La obtención del valor 0,05916 comentado en 1995 Cataluña B5)
Para n=1 y considerando el nitrato de plata una sal totalmente disociada, llegamos a

$$-0,767 = E^0 - \frac{0,05916}{1} \log \frac{\cancel{0,001} \cdot 0,002^2}{\cancel{0,001}} \Rightarrow E^0 = -1,0863421\, V$$

Ahora, por definición de la constante de formación, que se da en el cátodo

$$K_f = \frac{[[Ag(CN)_2]^-]}{[Ag^+(\text{cátodo del enunciado})][CN^-]^2} \Rightarrow \frac{[CN^-]^2}{[[Ag(CN)_2]^-]} = \frac{1}{K_f[Ag^+(\text{cátodo del enunciado})]}$$

Sustituyendo

$$E = -1,0863421 - 0,05916 \log \frac{[Ag^+(\text{ánodo pila enunciado})]}{K_f[Ag^+(\text{cátodo pila enunciado})]}$$

En el equilibrio se tiene que cumplir que E=0, **y además que las concentraciones de iones plata deben ser iguales en ambas semiceldas, si ambas semiceldas son Ag^+/Ag y con la misma concentración, sin la presencia del complejo, el potencial sería nulo.**

$$0 = -1,0863421 + 0,05916 \log K_f \Rightarrow K_f = 10^{\frac{1,0863421}{0,05916}} = 2,31 \cdot 10^{18}$$

Damos resultado con 3 cifras significativas, como los datos del enunciado salvo 0,004 que tiene solamente 1 cifra.
El valor es consistente lo visto en referencias, donde no hay un valor totalmente claro.

3.- El potencial de la pila

$$Cd/CdSO_4(0{,}02\ M)/H_2(1\ atm)/Pt$$

es 0,38 V a 35 ºC. Eº a 35 ºC es 0,45 voltios para la semipila Cd/Cd^{++}. Calcular el producto de solubilidad para el sulfato de cadmio a 35 ºC. Indique las hipótesis y aproximaciones que necesite usar para obtener la respuesta numérica a partir de los datos anteriores.

Según IUPAC el símbolo para carga es Cd^{2+}, no se puede usar Cd^{++}

Comentado por oposmica, quimiquilla y sleepylavoisier en
http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=3599&p=26138#p26135

Similar a 2004-Valencia-2 (en este no hay puente salino)
Referencias:
http://www.uv.es/~pou/docencia/Piloto0304/Tema10.pdf problema 6
Expresamos resultados finales con 2 cifras significativas

La notación de la pila es ánodo/cátodo:
SR Oxidación: $Cd \rightarrow Cd^{2+} + 2e^-$
SR Reducción: $2H^+ + 2e^- \rightarrow H_2\ (g)$
Global (llamamos A): $Cd + 2H^+ \rightarrow Cd^{2+} + H_2\ (g)$
El potencial del electrodo de hidrógeno es 0 a cualquier temperatura para 1 atm
>Enunciado indica Cd/Cd^{2+} luego es potencial de oxidación, y el de reducción cambia el signo
Eº(A)=Eºcátodo-Eºánodo=0-(-0,45)=0,45 V
Utilizamos la ecuación de Nernst, con las siguientes **hipótesis y aproximaciones:**
-Aproximamos actividades por concentraciones y por presiones parciales, y unidad para sólidos
-No podemos usar el valor 0,05916 que se obtiene como RT/F para una temperatura de 25 ºC (ver 1994 Cataluña B5). **Los valores de R y F no son datos, asumimos valores**, pero para 35 ºC variaría. Usando valores sencillos 8,31·(273+35)·ln(10)/96485=0,061. Si lo hacemos con más precisión $8{,}3144598\cdot(273{,}15+35)\cdot\ln(10)/(6{,}022140857\cdot10^{23}\cdot1{,}6021766208\cdot10^{-19})=0{,}06114$
-No asumimos un valor de la concentración de H^+; se puede pensar 1 M (concentración normal igual que la presión) o 10^{-7} asociada a pH neutro. Se hace el desarrollo en función de $[H^+]$ sustituyendo cuando proceda un valor

$$E(A)=E^o(A)-\frac{0{,}06114}{2}\log\left(\frac{[Cd^{2+}]P_{H_2}}{[H^+]^2}\right)=0{,}45-0{,}03057\log\left(\frac{[Cd^{2+}]}{[H^+]^2}\right)$$

Como la notación de la pila tiene $CdSO_4$ podemos pensar en hacerlo intervenir como si fuera una sal poco soluble, para que aparezca la reacción asociada al producto de solubilidad. Sabiendo que es una sal soluble y la disolución no está saturada, indicar $CdSO_4$ (s) supone inicialmente una cantidad mínima, e indicar "$CdSO_4(0{,}02\ M)$" es equivalente a indicar que inicialmente $[Cd^{2+}]=[SO_4^{2-}]=0{,}02$ M.
Llamamos A a la reacción anterior $Cd\ (s) + 2H^+ \rightarrow Cd^{2+} + H_2\ (g)$
Llamamos B a la reacción: $CdSO_4\ (s) \rightleftarrows Cd^{2+}\ (ac) + SO_4^{2-}\ (ac)$
Llamamos C=A -B en la que no aparece Cd^{2+} que es la asociada a la notación de la pila del enunciado: $Cd\ (s) + 2H^+ + SO_4^{2-} \rightleftarrows CdSO_4\ (s) + H_2\ (g)$
El potencial de C es el de la pila del enunciado, 0,38 V, y E(C)=E(A)-E(B), luego
E(B)=E(A)-E(C)

Aplicando Nernst a la reacción de la pila

$$0{,}38 = E^o(C) - \frac{0{,}06114}{2}\log\left(\frac{1}{[H^+]^2[SO_4^{2-}]}\right)$$

$$E^o(C) = 0{,}38 - 0{,}03057\log\left([SO_4^{2-}][H^+]^2\right)$$

Combinando ambas

$$E^o(B) = E^o(A) - E^o(C) = 0{,}45 - 0{,}03057\log\left(\frac{[Cd^{2+}]}{[H^+]^2}\right) - \left(0{,}38 - 0{,}03057\log\left([SO_4^{2-}][H^+]^2\right)\right)$$

$$E^o(B) = 0{,}07 + 0{,}03057\log\left(\frac{[SO_4^{2-}][H^+]^4}{[Cd^{2+}]}\right)$$

El potencial irá variando a medida que se oxida el electrodo de Cd produciendo Cd^{2+} hasta que llega un momento en el que el potencial es 0, se alcanza el equilibrio asociado a que el producto de solubilidad y limita la cantidad de Cd^{2+}.

Hipótesis y aproximaciones: asumimos que es el producto de solubilidad el que limita la cantidad de Cd^{2+} y no el propio exceso de iones Cd^{2+}.

En ese momento la concentración de $[SO_4^{2-}]=0{,}02$ M (no hay ninguna otra fuente de iones sulfato), pero la de $[Cd^{2+}]$ está limitada por el producto de solubilidad

$$K_{ps} = [Cd^{2+}][SO_4^{2-}] \Rightarrow [Cd^{2+}] = \frac{K_{ps}}{[SO_4^{2-}]}$$

$$0 = 0{,}07 + 0{,}03057\log\left(\frac{[SO_4^{2-}]^2[H^+]^4}{K_{ps}}\right)$$

$$\frac{[SO_4^{2-}]^2[H^+]^4}{K_{ps}} = 10^{\frac{-0{,}07}{0{,}03057}}$$

$$K_{ps} = 10^{\frac{0{,}07}{0{,}03057}}\,0{,}02^2[H^+]^4 = 0{,}0780\cdot[H^+]^4$$

Asumiendo $[H^+]=1$ M se tiene $K_{ps}=0{,}078$ M^2

El el momento de la precipitación $[Cd^{2+}] = \frac{K_{ps}}{[SO_4^{2-}]} = \frac{0{,}0780}{0{,}02} = 3{,}9\,M$ Eso supondría 168·112,4 = 448 g/L, 44,8 g/100 mL

Hipótesis y aproximaciones: asumimos que en el momento en el que se llega al límite de solubilidad por aumento de Cd^{2+} la concentración de $[H^+]$ se mantiene constante en 1 M externamente, ya que para depositarse todo el Cd^{2+} se habrá retirado mucho H^+.

Si asumimos $[H^+]=10^{-7}$ M se tiene $K_{ps}=7{,}80\cdot10^{-30}$ M^2

Comprobamos con valores de referencia, se trata de una sal soluble
https://pubchem.ncbi.nlm.nih.gov/compound/Cadmium_sulfate#section=Solubility
https://en.wikipedia.org/wiki/Solubility_table#C a 20 ºC es de 76,6 g/100 g de H_2O y a 40 ºC es de 78,5 g/100 g H_2O. Si tomamos 77,6+(78,5-76,6)/(40-20)·15=78,025 g a 35 ºC, supone 780 g/L, que supone 780/208.5=3,74 M, luego $K_{ps}=s^2=3{,}74^2=14$ M^2
Pero esos valores son para pH neutro, y aquí se asume pH=1

enrique@fiquipedia.es Revisado 3 junio 2016

OTROS:

1.- A partir de que pH una solución molar (1 molar) de ión nitrato deja de ser oxidante?
Dato: $E^o(NO_3^-/NO)=0,96$ V

La palabra ion no lleva tilde

Expresamos resultados finales con 2 cifras significativas

Al ser oxidante se reduce, planteamos la de reducción y ajustamos en medio ácido
$NO_3^- + 4H^+ + 3e^- \rightarrow NO + 2H_2O$
Utilizando Nernst, y asumiendo condiciones normales (ver 1994 Cataluña B5)
Aproximamos actividades por concentraciones y por presiones parciales, y unidad para líquidos.
Asumimos presión NO = 1 atm.

$$E=E^o-\frac{0,05916}{3}\log\left(\frac{1}{[NO_3^-][H^+]^4}\right)$$

Para que deje de ser oxidante la reacción no será espontánea, luego el potencial será cero

$$0=0,96+\frac{0,05916}{3}\cdot 4\log([H^+])$$

$$[H^+]=10^{\frac{-0,96\cdot 3}{0,05916\cdot 4}}=6,75\cdot 10^{-13}\Rightarrow pH=12,17$$

QUÍMICA

2. La f.e.m. de la pila Zn | $ZnCl_2$ (0,05 M) || $AgCl_{(s)}$ | Ag es 1,015 V a 298 K, siendo el polo positivo el electrodo de plata y presentando un coeficiente de temperatura de su f.e.m. de -0,000492 $V \cdot K^{-1}$. Formúlese la ecuación de la reacción cuando la pila funciona descargándose y calcúlense las variaciones que acompañan a esta reacción de: (a) energía libre, (b) entalpía, y (c) entropía.

Enunciado indica "energía libre" pero según IUPAC se debe nombrar como energía de Gibbs
http://goldbook.iupac.org/G02629.html
Comentario: Las entalpías de reacción se expresan en kJ y no el kJ/mol salvo que quede claro a qué hace referencia mol y la cantidad, como ocurre en entalpías de formación y combustión.
(se cita en apuntes química 2º Bachillerato FiQuiPedia, es un comentario tomado de la Universidad de Sevilla, que en
http://estudiantes.us.es/descargas/Formulacion_y_Nomenclatura.pdf indica "Este error es muy frecuente y puede llevar a la pérdida de hasta 0'5 (sic) puntos en el examen"

El tema de variación de potencial con temperatura se cita en Galicia 2003 Q3 con esta referencia Standard electrode potentials and temperature coefficients in water at 298.15 K, Steven G. Bratsch, 1988 http://www.nist.gov/srd/upload/jpcrd355.pdf
"temperature dependence of E^0 is approximately linear between 273.15 and 373.15 K, and have extended Latimer's work over the normal temperature range of liquid water by tabulating temperature coefficients of standard electrode potentials dE^0/dT

$$E_T^0 = E_{298}^0 + (T - 298.15) \cdot \left(\frac{dE^0}{dT}\right)_{298} \quad "$$

- Principios de Química; Loren G. Hepler
https://books.google.es/books?id=VbTd7jV8Fo0C&pg=PA359

Se citan $-\Delta S^0 = -nF\frac{d\varepsilon^0}{dT}$ *(16.57) ,*

$\Delta H^0 = nF\left(T\frac{d\varepsilon^0}{dT} - \varepsilon^0\right)$ *(16.59) Ecuación de Gibbs-Helmholtz*

Planteamos las semirreacciones, teniendo en cuenta que la notación de la pila es ánodo|cátodo y || indica un puente salino, sabemos que el Zn se oxida y Ag se reduce. Además se indica que el polo positivo es el electrodo de plata, y en una pila el cátodo, que es donde se produce la reducción, es el polo positivo.
Oxidación: $Zn \rightarrow Zn^{2+} + 2e^-$
Reducción: $AgCl + 1e^- \rightarrow Ag + Cl^-$
Globalmente, multiplicando por 2 la reacción del cátodo, se intercambian $2e^-$:
$Zn(s) + 2AgCl(s) \rightarrow Zn^{2+}(ac) + 2Ag(s) + 2Cl^-(ac)$

a) En una pila $\Delta G = -n \cdot F \cdot E = -2 \cdot 96485 \cdot 1{,}015 = -195864{,}55\ J/mol = -1{,}96 \cdot 10^2\ kJ/mol$
(Utilizamos 3 cifras significativas)
No se proporciona el dato de F, utilizamos F=96485 C, cómo obtener el valor se comenta en 2001 Valencia Q1.
b) Lo resolvemos de dos maneras
A. Sin usar la ecuación de Gibbs-Helmholtz:

$$\Delta G = -RT\ln K \Rightarrow K_{298} = e^{\frac{nFE}{RT}} = e^{\frac{2 \cdot 96485 \cdot 1{,}015}{8{,}314 \cdot 298}} = 2{,}15 \cdot 10^{34}$$

No se proporciona el valor de R, utilizamos 8,314 J/K·mol
Para calcular entalpía, podemos utilizar la ecuación de Van't Hoff si conocemos la constante de equilibrio a diferentes temperaturas, con lo que al ser Kc obtenemos ΔU, y al no haber gases ni variación de volumen podemos asumir ΔU=ΔH

$$\ln\frac{K_1}{K_2}=\frac{-\Delta H}{R}\left(\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}\right)$$

Necesitamos conocer el valor de Kp a otra temperatura, y para eso podemos calcular el potencial a otra temperatura, y con él otro valor de variación de energía de Gibbs y otra constante.
Asumimos que la variación dada es de Eº, no de E, por lo que calculamos Eº
Como una de las concentraciones no es 1 M, utilizando la ecuación de Nernst

$$E=E^0-\frac{RT}{nF}\ln[Zn^{2+}][Cl^-]^2$$

En esta expresión de la pila aparecen iones cloruro y puede surgir la duda de si son del cátodo o del ánodo, ya que en el cátodo los hay provenientes de AgCl y en ánodo de $ZnCl_2$. Se puede ver en las semirreacciones y en la reacción global que el cloro que interviene es solo el de cátodo.
La concentración de Cl^- a utilizar es en la semicelda del cátodo, que asumimos 1 M

Como la temperatura son 298 K $E=E^0-\frac{0,05916}{n}\log[Zn^{2+}][Cl^-]^2$

(No se proporcionan valores R y F, el valor 0,05916 se comenta en Cataluña 1994 B5)

Sustituyendo $1,015=E^0-\frac{0,05916}{2}\log 0,05\Rightarrow E^0=0,9765\,V$

Calculamos a 100 ºC, 373 K, con lo que $E^0_{373}=E^0_{298}+(373-298)(-0,000492)=0,9396\,V$
El nuevo potencial será, manteniendo las concentraciones

$$E_{373}=0,9396-\frac{8,314\cdot 373}{2\cdot 96485}\ln 0,05=0,9877\,V$$

$$K_{373}=e^{\frac{nFE}{RT}}=e^{\frac{2\cdot 96485\cdot 0,9877}{8,314\cdot 383}}=4,92\cdot 10^{26}$$

Sustituyendo

$$\ln\frac{2,15\cdot 10^{34}}{4,92\cdot 10^{26}}=\frac{-\Delta H^0}{8,314}\left(\frac{1}{298}-\frac{1}{373}\right)\Rightarrow \Delta H^0=-216775\,J/mol=-2,17\cdot 10^2\,kJ$$

B. Utilizando la ecuación de Gibbs-Helmholtz $\Delta H^0=nF\left(T\frac{d\varepsilon^0}{dT}-\varepsilon^0\right)$ y sustituyendo

$$\Delta H^0=2\cdot 96485\cdot(298\cdot(-0,000492)-0,9765)=-2,17\cdot 10^2\,kJ$$

c) Lo resolvemos de dos maneras:
A. Usando definición de variación de energía de Gibbs en función variación entropía.
Si utilizamos ΔGº y ΔHº

$$\Delta G^0=\Delta H^0-T\Delta S^0\Rightarrow \Delta S^0=\frac{\Delta H^0-\Delta G^0}{T}=\frac{-2,17\cdot 10^5-(-2\cdot 96485\cdot 0,9765)}{298}=-95,9\,J/K$$

B. Usando ecuación que aparece en referencias

$$\Delta S^0=nF\frac{d\varepsilon^0}{dT}=2\cdot 96485\cdot(-0,000492)=-94,9\,J/K$$

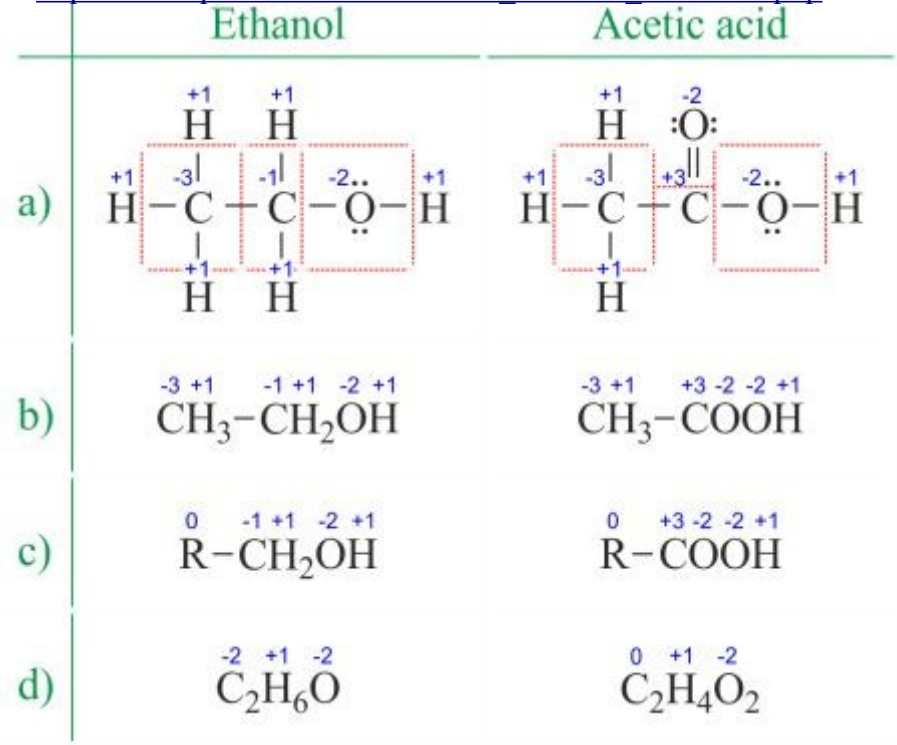
Realmente las condiciones son distintas, por lo que el potencial es distinto a E^0, la energía de Gibbs también, y la variación de entropía también, y enunciado pide las variaciones que acompañan a esta reacción
Asumimos la variación de entalpía constante con la temperatura

$$\Delta G=\Delta H-T\Delta S\Rightarrow \Delta S=\frac{\Delta H-\Delta G}{T}=\frac{-2,17\cdot 10^5-(-2\cdot 96485\cdot 1,015)}{298}=-70,9\,kJ/K$$

Química

1. El etilbenceno por tratamiento con permanganato potásico, en disolución sulfúrica, se transforma en ácido benzoico y dióxido de carbono.
a) Establece la reacción completa que tiene lugar, ajustándola convenientemente.
Datos: Masas atómicas Mn=54,94 , O=16,00 , K=39,10

(en apartado b se habla de valoración con permanganato potásico como oxidante)
Referencia https://www.periodni.com/oxidation_numbers_calculator.php



a) No se pide explícitamente el mecanismo, pero sí ajustar: se trata de un problema redox, no de orgánica y no es válido indicar solo C_6H_5-CH_2-CH_3 + $KMnO_4$ → C_6H_5-COOH
Reducción: el Mn pasa de estado +7 en MnO_4^- a Mn^{2+}, se reduce en 5
Oxidación: en el etilo el -CH_2-CH_3 se oxidan a -COOH y CO_2
Número de oxidación del C en -CH_2-CH_3 es -2 y -3 (en -CH_2- -2 por 2H actuando con +1 y 0 por enlaces con otros C y en -CH_3 -3 por 3H actuando con +1 y 0 por enlace con otro C)
Número de oxidacón del C en -COOH y CO_2 es +3 y +4 (en -COOH +2 por =O actuando con -2, +1 por -OH con O actuando con -2 y que tiene un H con +1, 0 por enlace otro C y en CO_2 +4)
Globalmente C_6H_5-CH_2-CH_3 con -5 se oxida a C_6H_5-COOH + CO_2 con +7, aumenta en 12
Planteamos semirreaciones y ajustamos en medio ácido:
Semirreacción de redución: $MnO_4^- + 8H^+ + 5e^- \rightarrow Mn^{2+} + 4H_2O$
Semirreacción de oxidación: C_6H_5-CH_2-CH_3 + $4H_2O \rightarrow C_6H_5$-COOH + CO_2 + $12H^+$ + $12e^-$
Multiplicamos la primera por 12 y la segunda por 5 y sumamos
$5C_6H_5$-CH_2-CH_3 + $20H_2O$ + $12MnO_4^-$ + $96H^+ \rightarrow 5C_6H_5$-COOH + $5CO_2$ + $60H^+$ + $12Mn^{2+}$ + $48H_2O$
Simplificamos las moléculas de agua y los H^+
$5C_6H_5$-CH_2-CH_3 + $12MnO_4^-$ + $36H^+ \rightarrow 5C_6H_5$-COOH + $5CO_2$ + $12Mn^{2+}$ + $28H_2O$
Planteamos la reacción global, usando las sustancias indicadas: $KMnO_4$ y H_2SO_4
$5C_6H_5$-CH_2-CH_3 + $12KMnO_4$ + $18H_2SO_4$ → $5C_6H_5$-COOH + $5CO_2$ + $12MnSO_4$ + $6K_2SO_4$ + $28H_2O$

enrique@fiquipedia.es Revisado 22 mayo 2016
CC BY

Prova pràctica: segona part
Escolliu 4 problemes d'entre els 5 següentes:
2. A 25 ºC el coeficient d'activitat iònica mitja d'una dissolució aquosa 4 m d'àcid clorhidric és 1,762 i la pressió parcial del clorur d'hidrogen en el vapor en equilibri amb la dissolució és $0,2395 \cdot 10^{-4}$ atm. Si el potencial estàndard de reducció de l'electrode:

$$H_2 (g) / HCl (4 m) // Hg_2Cl_2 / Hg (l)$$

val 0,268 V a 25 ºC, calcular l'energia estándard de formació del Hg_2Cl_2 a àquesta temperatura.
Dades: Constant dels gasos: R = 8,31 J K^{-1} mol^{-1}.
Constant de Faraday: F = 96500 C mol^{-1}.
Energia stàndard de formació del HCl (g): ΔG°_f=-92299 J mol^{-1}.

2. A 25 ºC el coeficiente de actividad iónica media de una disolución acuosa 4 m de ácido clorhídrico es 1,762 y la presión parcial del cloruro de hidrógeno en el vapor en equilibrio con la disolución es $0,2395 \cdot 10^{-4}$ atm. Si el potencial estándar de reducción del electrodo:

$$H_2 (g) / HCl (4 m) // Hg_2Cl_2 / Hg (l)$$

vale 0,268 V a 25 ºC, calcular la energía estándar de formación del Hg_2Cl_2 a esta temperatura.
Datos: Constante de los gases: R = 8,31 J K^{-1} mol^{-1}.
Constante de Faraday: F = 96500 C mol^{-1}.
Energía estándar de formación del HCl (g): ΔG°_f = -92299 J mol^{-1}.

Enunciado dice "electrodo" pero debería decir "pila"
Referencias:
Resuelto por sleepylavoisier en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4253&p=18907#p18904
En 1995-Galicia-Q3 también aparece actividad iónica media.

Planteamos la reacción de formación de Hg_2Cl_2 que es sobre la que se nos pide la energía de formación

$$2Hg (l) + Cl_2 (g) \rightarrow Hg_2Cl_2 (s)$$

Tenemos que asociarlo a K y a datos de enunciado, donde aparecen aparecen actividades; consideramos válido aproximar las de sólidos y líquidos a la unidad y la fugacidad de los gases a su presión parcial.

$$\Delta G_f(Hg_2Cl_2) = -RT\ln(K) = -RT \cdot ln\left(\frac{a_{Hg_2Cl_2}}{a_{Hg}^2 f_{Cl_2(g)}}\right) = -RT\ln\left(\frac{1}{P_{Cl_2}}\right) = RT\ln(P_{Cl_2})$$

Para obtener la presión parcial de Cl_2 que no es dato, planteamos la formación del HCl de la que tenemos datos en el enunciado.

$$\tfrac{1}{2} H_2 (g) + \tfrac{1}{2} Cl_2 (g) \rightarrow HCl (g)$$

$$\Delta G_f(HCl) = -RT\ln(K) = -RT \cdot ln\left(\frac{f_{HCl(g)}}{f_{H_2(g)}^{\frac{1}{2}} f_{Cl_2(g)}^{\frac{1}{2}}}\right) = -RT\ln\left(\frac{P_{HCl}}{P_{H_2}^{\frac{1}{2}} \cdot P_{Cl_2}^{\frac{1}{2}}}\right)$$

$$\Delta G_f(HCl) = -RT\ln(P_{HCl}) + \frac{RT}{2}\ln(P_{H_2}) + \frac{RT}{2}\ln(P_{Cl_2})$$

Combinando con la expresión anterior

$$\Delta G_f(Hg_2Cl_2) = 2\Delta G_f(HCl) + 2RT\ln(P_{HCl}) - RT\ln(P_{H_2})$$

En la expresión tenemos como incógnita la presión parcial de H_2 que no es dato, pero podemos obtener si planteamos la pila del enunciado.

Oxidación, ánodo: ½ H_2 (g) → H^+ (ac) + 1e^-
Reducción, cátodo: Hg^+ + 1e- → Hg (l)
Reacción global: H_2 (g) + Hg_2Cl_2 (s) → 2HCl (ac) + 2Hg (l)
Utilizando la ecuación de Nernst utilizando actividades

$$E = E^0 - \frac{RT}{nF}\ln\left(\frac{a_{HCl}^2 \cdot a_{Hg}^2}{a_{Hg_2Cl_2} \cdot f_{H_2}}\right)$$

Para HCl no podemos aproximar actividades: la actividad se define como a=γm, siendo γ el coeficiente de actividad y m la molalidad.

$$E = E^0 - \frac{RT}{nF}\ln\left(\frac{(\gamma_{H^+(ac)} m \cdot \gamma_{Cl^-(ac)} m)^2 \cdot 1^2}{1 \cdot P_{H_2}}\right)$$

Definiendo coeficiente de actividad iónica medio como $\gamma_{\pm}^2 = \gamma_{H^+(ac)}\gamma_{Cl^-(ac)}$ y teniendo en cuenta que en equilibrio el potencial de la pila es 0.

$$0 = E^0 - \frac{RT}{nF}\ln\left(\gamma_{\pm}^4 m^4\right) + \frac{RT}{nF}\ln\left(P_{H_2}\right)$$

$$RT\ln\left(P_{H_2}\right) = -nFE^0 + 4RT\ln\left(\gamma_{\pm} m\right)$$

Operando y combinando con expresiones anteriores

$$\Delta G_f(Hg_2Cl_2) = 2\Delta G_f(HCl) + 2RT\ln\left(P_{HCl}\right) + nFE^0 - 4RT\ln\left(\gamma_{\pm} m\right)$$

Sustituyendo datos y expresando resultado con 3 cifras significativas

$$\Delta G_f(Hg_2Cl_2) = 2\cdot(-92299) + 2\cdot 8{,}31\cdot 298\cdot\ln\left(0{,}2395\cdot 10^{-4}\right)$$
$$+2\cdot 96500\cdot 0{,}268 - 4\cdot 8{,}31\cdot 298\cdot\ln\left(1{,}762\cdot 4\right)$$
$$\Delta G_f(Hg_2Cl_2) = -205\,kJ/mol$$

Validamos el resultado
http://www.conradnaleway.net/ThermoData.PDF $\Delta G°_f(Hg_2Cl_2)$=-210.745 kJ/mol
Thermodynamics; N.A. Gokcen,R.G. Reddy
https://books.google.es/books?id=WQ7yBwAAQBAJ&pg=PA283&lpg=PA283 -210,330 J mol^{-1} (la , es el separador de millares)

Q3. Se construyen dos celdas electroquímicas cuyas reacciones globales y las correspondientes constantes de equilibrio a 25 ºC son:

$Pb^{2+} + S^{=} + 2Ag \leftrightarrows Pb + Ag_2S\ (s)$ $K=1,2\cdot10^{19}$

$Pb + 2Ag^{+} + SO_4^{2-} \leftrightarrows PbSO_4 + 2Ag$ $K=1,2\cdot10^{39}$

Sabiendo que $E^o_{PbSO_4/Pb}=-0,356V$ y $E^o_{Pb^{2+}/Pb}=-0,126\,V$; calcular el valor de del producto de solubilidad del Ag_2S a 25 ºC.

Si la f.e.m. de la 2ª celda es 0,890 y la concentración de Ag_2SO_4 en disolución es 0,001 molar. Determinar el coeficiente de actividad iónica media del Ag_2SO_4.

Enunciado indica $S^{=}$ cuando según IUPAC la notación es S^{2-}
http://www.fiquipedia.es/home/recursos/quimica/formulacion#TOC-Formulaci-n-de-la-carga-de-los-iones:-es-An-y-no-A-n

Referencias:
Resuelto por sleepylavoisier en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4018#p18017

Para la primera celda:
Cátodo: Pb se está reduciendo al pasar de estado de oxidación +2 a 0, un átomo y capta $2e^-$
Ánodo: Ag se está oxidando y pasa estado de oxidación 0 a +1, son dos átomos y cede $2e^-$
En la segunda celda:
Ánodo: Pb se está oxidando al pasar de estado de oxidación 0 a +2,
Cátodo: Ag se está reduciendo de estado de oxidación +1 a 0.

Primera celda: si utilizamos la ecuación de Nernst

$$E=E^0-\frac{RT}{nF}\ln\left(\frac{1}{[S^{2-}][Pb^{2+}]}\right)$$ Para 25 ºC tomamos $$E=E^0-\frac{0,05916}{n}\log\left(\frac{1}{[S^{2-}][Pb^{2+}]}\right)$$

(el valor de 0,05916 no es dato, cómo obtenerlo comentado en Cataluña 1994 B5)

Podemos obtener el valor de Eº para la pila, tomando E=0, n=2

$$0=E^0-\frac{0,05916}{2}\log\left(1,2\cdot10^{19}\right)\Rightarrow E^0=0,564\,V$$

La reacción del cátodo es

$Pb^{2+} + 2e^- \rightarrow Pb$

Como $E^o_{pila}=E^o_{cátodo}-E^o_{ánodo} \rightarrow E^o_{ánodo}=E^o_{cátodo}-E^o_{pila}=-0,126-0,564=-0,69$ V

La reacción del ánodo es (nombramos como A para luego usar en Hess)

A: $S^{2-} + 2Ag(s) \rightarrow Ag_2S\ (s) + 2e^-$, con E(A)=0,69 V (el potencial calculado es de reducción, y la ecuación se plantea y se usa en Hess como oxidación)

Que se parece pero no es la reacción inversa de la disociación; tenemos que usar la segunda celda para obtener información

Segunda celda: si utilizamos la ecuación de Nernst

$$E=E^0-\frac{RT}{nF}\ln\left(\frac{1}{[Ag^{+}]^2[SO_4^{2-}]}\right)$$ Para 25 ºC tomamos $$E=E^0+\frac{0,05916}{n}\log\left(\frac{1}{[Ag^{+}]^2[SO_4^{2-}]}\right)$$

Podemos obtener el valor de Eº para la pila, tomando E=0, n=2

$$0=E^0-\frac{0,05916}{2}\log\left(1,2\cdot10^{39}\right)\Rightarrow E^0=1,156\,V$$

Como Eºpila=Eºcátodo-Eºánodo → Eºcátodo=Eºánodo+Eºpila=-0,356+1,156=0,8 V

La reacción del cátodo es

B: $2Ag^{+} + 2e^- \rightarrow 2Ag(s)$, con E(B)=0,8 V

Si planteamos la disociación del Ag_2S

C: $Ag_2S \rightarrow 2Ag^+ + S^{2-}$
Aplicando Hess podemos ver que C=-A-B, por lo que E(C)=-E(A)-E(B)=-0,69-0,8=-1,49 V
Como ΔG=-RT·lnK y ΔG=-nFE, en equilibrio podemos plantear

$$-2 \cdot F \cdot (-1{,}49) = -RT \ln K_{ps} \Rightarrow K_{ps} = e^{\frac{2 \cdot (-1{,}49)}{\frac{RT}{F}}} = e^{\frac{-2 \cdot 1{,}49 \cdot \ln(10)}{0{,}05916}} = 4{,}25 \cdot 10^{-51}$$

Validación del resultado con valores reales:
http://www.solubilityofthings.com/water/ions_solubility/ksp_chart.php $8 \cdot 10^{-51}$
http://chemwiki.ucdavis.edu/Reference/Reference_Tables/Equilibrium_Constants/E3._Solubility_Constants_for_Compounds_at_25%C2%B0C $6{,}3 \cdot 10^{-50}$

Para la segunda cuestión volvemos a aplicar la ecuación de Nernst, pero utilizando actividades. Para las sustancias sólidas y líquidas asumimos actividad unidad.

$$E = E^0 - \frac{0{,}05916}{2} \log\left(\frac{1}{a^2_{Ag^+(ac)} a_{SO_4^{2-}(ac)}}\right)$$

(Asociado a tema 49 Disoluciones, epígrafe 4. Disoluciones de electrolitos)
La actividad se define como a=γm, siendo γ el coeficiente de actividad y m la molalidad. No tenemos molalidad, pero al ser la concentración muy baja, asumimos molaridad=molalidad.

$$E = E^0 - \frac{0{,}05916}{2} \log\left(\frac{1}{\gamma^2_{Ag^+(ac)} \gamma_{SO_4^{2-}(ac)} [Ag^+]^2 [SO_4^{2-}]}\right)$$

Definiendo coeficiente de actividad iónica medio como $\gamma^3_{\pm} = \gamma^2_{Ag^+(ac)} \gamma_{SO_4^{2-}(ac)}$
Para calcular la concentración de iones plata y sulfato, tenemos que asumir que es una sal totalmente disociada, electrolito fuerte, ya que no hay datos

	$Ag_2SO4 \rightarrow$	$2Ag^+ +$	SO_4^{2-}
Inic	0,001	0	0
Equ	0	0,002	0,001

(Realmente no es una sal muy soluble
http://www.solubilityofthings.com/water/ions_solubility/ksp_chart.php *$K_{ps}=1{,}2 \cdot 10^{-5}$*
https://en.wikipedia.org/wiki/Solubility_table#S *0,57 g/100 g a 0 ºC y 1,41 g/100 g a 100 ºC)*
Sustituyendo y despejando

$$0{,}890 = 1{,}156 + \frac{0{,}05916}{2} \log\left(\gamma^3_{\pm} \, 0{,}002^2 \cdot 0{,}001\right)$$

$$\gamma_{\pm} = \sqrt[3]{\frac{10^{\frac{(0{,}890 - 1{,}156) \cdot 2}{0{,}05916}}}{0{,}002^2 \cdot 0{,}001}} = 0{,}6336 = 63{,}4\,\%$$

Expresamos con 3 cifras significativas, aunque en enunciado hay datos con 3, 2 y 1 cifra.

B5. Calculeu el potencial associat a la reacció:

$$5Cl^-_{(aq)} + MnO_4^-{}_{(aq)} + 8H^+_{(aq)} \leftrightarrows 5/2\ Cl_{2\,(g)} + Mn^{2+}_{(aq)} + 4H_2O_{(l)}$$

T= 25 ºC ; $P(Cl_2)$= 1 atm ; $[H^+]$ = 1 M ; Concentració de les altres espècies iòniques: 0,1 M.
$E^o(Cl_2/Cl^-)$ = 1,36 V ; $E^o(MnO_4^-/Mn^{2+})$ = 1,51 V

Usando la ecuación de Nernst

$$E = E^0 - \frac{0,059}{n}\log\left(\frac{P(Cl_2)^{5/2}[Mn^{2+}]}{[H^+]^8[MnO_4^-][Cl^-]^5}\right)$$

Siendo $E^0 = E^0_{cátodo} - E^0_{ánodo}$ y donde utilizamos 0,05916 que sustituye a RT/F·ln(10) para T=298 K *(o recordamos el valor de 0,05916 o bien deducimos un valor aproximado recordando los valores R, el número de Avogradro y la carga del electrón* $\frac{8,31\cdot 298\cdot \ln(10)}{6,022\cdot 10^{23}\cdot 1,6\cdot 10^{-19}} = 0,059$

Para obtener 0,05916 en lugar de 0,059 (que es valor que aparece por ejemplo en wikipedia https://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n_de_Nernst#Simplificaci.C3.B3n_por_temperatura_est.C3.A1ndar) necesitamos usar las constantes con más cifras
http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?r|search_for=gas+constant 8.314 4598 J mol^{-1} K^{-1}
http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?na|search_for=avogadro 6.022 140 857 x 10^{23} mol^{-1}
http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?e|search_for=electron 1.602 176 6208 x 10^{-19} C
http://www.bipm.org/metrology/thermometry/units.html 273.16

$$\frac{8,3144598\cdot 298,16\cdot \ln(10)}{6,022140857\cdot 10^{23}\cdot 1,6021766208\cdot 10^{-19}} = 0,05916$$ *)*

El número de electrones intercambiados lo podemos razonar:
El Cl se oxida y pasa de estado de oxidación -1 a 0, y hay 5 Cl : se intercambian 5 e^-
La semirreacción de oxidación es $5Cl^- \rightarrow 5/2Cl_2 + 5e^-$
El Mn se reduce y pasa de estado de oxidación +7 a +2, y hay 1 Mn : se intercambian 5 e^-
La semirreacción de reducción es $MnO_4^- + 8H^+ + 5e^- \rightarrow Mn^{2+} + 4H_2O$

$$E = 1,51 - 1,36 - \frac{0,05916}{5}\log\left(\frac{1^{5/2}\cdot 0,1}{1^8\cdot 0,1\cdot 0,1^5}\right) = 0,0908\,V$$

Usamos tres cifras significativas como datos del enunciado.

enrique@fiquipedia.es Revisado 10 abril 2016

C3. A partir de quin pH una disolució molar d'ió nitrat deixa de ser oxidant?
$E^o(NO_3^-/NO)=0,96V$

A partir de qué pH de una disolución molar de ión nitrato deja de ser oxidante?
$E^o(NO_3^-/NO)=0,96V$

La disolución es oxidante porque el ión nitrato tiene una tendencia a reducirse con potencial mayor que cero, por lo que ΔG=-nFE es negativa y es espontáneo.
Para que no sea oxidante, ΔG>0, por lo que E<0, de modo que buscamos en qué momento el potencial es 0 usando la ecuación de Nernst
Reacción de reducción en medio ácido: $NO_3^- + 4H^+ \rightarrow NO + 2H_2O + 3e^-$

$$E=E^0-\frac{0,05916}{n}\log\left(\frac{P_{NO}}{[H^+]^4[NO_3^-]}\right)$$

El valor 0,05916 no es dato. Sobre cómo recordarlo ver Cataluña 1994-B5
Como se indica "molar" asumimos 1 M en ión nitrato y que la presión de NO es 1 atm

$$0=-0,96+\frac{0,05916}{3}\cdot 4\cdot\log([H^+])\Rightarrow pH=\frac{-0,96\cdot 3}{4\cdot 0,05916}=12,2$$

Validación: si queremos reducir la tendencia del ión nitrato a reducirse tenemos que desplazar la reacción de reducción hacia la izquierda, y en medio básico (pH>7) se desplaza hacia la izquierda ya que neutralizamos H^+

enrique@fiquipedia.es Revisado 29 abril 2025

PROBLEMAS DE QUÍMICA

4. Cuando una disolución $2 \cdot 10^{-2}$ M en Cu^{2+} se hace se hace 1 M en I^- (con la adición de KI) se forma (I_3^-), precipitando CuI.

Calcular el valor de la concentración de (Cu^{2+}) y la de (I_3^-) de la disolución resultante.

Datos: $Cu^{2+} + 1e^- \rightarrow Cu^+$ E^o_1=+0,153 V

$I_3^- + 2e^- \rightarrow 3I^-$ E^o_2=+0,536 V

K_{ps} para el CuI = $1,4 \cdot 10^{-12}$

Referencia https://gitlab.com/fiquipedia/drive.fiquipedia/-/raw/main/content/home/recursos/recursos-para-oposiciones/2008-Valencia-Problema6.pdf

Enunciado aporta las dos reacciones de reducción asociadas a los potenciales estándar de reducción.

Planteamos las semirreacciones y la reacción global

Semirreacción reducción: $Cu^{2+} + 1e^- \rightarrow Cu^+$

Semirreacción oxidación: $3I^- \rightarrow I_3^- + 2e^-$

Multiplicamos la primera por dos y sumamos:

$2Cu^{2+} + 3I^- \rightarrow 2Cu^+ + I_3^-$

Los potenciales en la situación del enunciado son estándar, vemos que en condiciones estándar el potencial sería negativo y no se produciría: E^o=E^ocátodo-E^oánodo=0,153-0,536=-0,383 V

Si se produce es porque el producto de solubilidad de CuI es pequeño y precipita CuI, lo que desplaza la semirreación de reducción hacia la derecha y la reacción de oxidación hacia la izquierda, modificando los potenciales.

Utilizamos la ecuación de Nernst. Asumimos datos R, T=298 K y F=96485 C.

$$E(Cu^{2+}/Cu^+) = E^o - \frac{RT}{nF}\ln\left(\frac{[Cu^+]}{[Cu^{2+}]}\right) = 0,153 - \frac{8,31 \cdot 298}{2 \cdot 96485}\ln\left(\frac{[Cu^+]}{[Cu^{2+}]}\right)$$

$$E(I_3^-/I^-) = E^o - \frac{RT}{nF}\ln\left(\frac{[I_3^-]}{[I^-]^3}\right) = 0,536 - \frac{8,31 \cdot 298}{2 \cdot 96485}\ln\left(\frac{[I_3^-]}{[I^-]^3}\right)$$

En el equilibrio el potencial total es cero, ambos potenciales son iguales.

$$0,153 - \frac{8,31 \cdot 298}{2 \cdot 96485}\ln\left(\frac{[Cu^+]}{[Cu^{2+}]}\right) - 0,536 + \frac{8,31 \cdot 298}{2 \cdot 96485}\ln\left(\frac{[I_3^-]}{[I^-]^3}\right) = 0$$

$$-0,383 = 0,0128 \cdot \ln\left(\frac{[I_3^-]}{[I^-]^3}\frac{[Cu^{2+}]}{[Cu^+]}\right) \Rightarrow e^{\frac{-0,383}{0,0128}} = \frac{[I_3^-]}{[I^-]^3}\frac{[Cu^{2+}]}{[Cu^+]}$$

Relacionamos las concentraciones de Cu^{2+} y de I^- a partir del producto de solubilidad.

$CuI \rightarrow Cu^+ + I^-$

$K_{ps}=[Cu^+][I^-]$

Como el producto de solubilidad es pequeño, podemos asumir que se reduce todo el Cu^{2+} como limitante ($2 \cdot 10^{-2}$ M vs 1 M) y que precipita la misma cantidad de Cu^+, de modo que $[Cu^{2+}]_{eq} \approx 0$ y $[Cu^+]_{precipitada} \approx 2 \cdot 10^{-2}$ M.

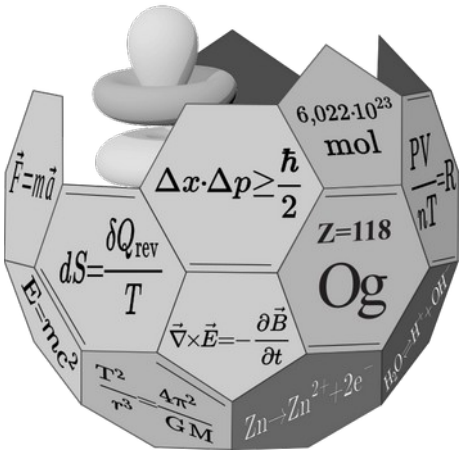
La estequiometría del proceso redox implica que el I_3^- generado es $\mathbf{[I_3^-]_{eq} = \frac{1}{2}[Cu^+]_{eq} \approx 10^{-2}}$ **M.**

Para calcular la concentración de $[Cu^{2+}]$ necesitamos aplicar la relación anterior una vez conocida la cantidad de I^-. $[I^-]_{eq}=[I^-]_{inicial}-[I^-]_{precipita}-[I^-]_{seoxidaI3}$ =1-2·10^-2- (3/2)·2·10^-2=0,95 M

$[Cu^+]=K_{ps}/[I^-]=1,4 \cdot 10^{-12}/0,95=1,47 \cdot 10^{-12}$ M

$$e^{\frac{-0,383}{0,0128}} = \frac{10^{-2}}{0,95^3}\frac{[Cu^{2+}]}{1,47 \cdot 10^{-12}} \Rightarrow [Cu^{2+}] = \frac{0,95^3\, 1,47 \cdot 10^{-12}}{10^{-2}} e^{\frac{-0,383}{0,0128}} 1,28 \cdot 10^{-23}\, M$$

Es un valor numérico próximo a la inversa número de Avogadro, supone casi 1 on por litro.



Problemas resueltos oposiciones Física y Química

Recopilación revisada 4 septiembre 2025

Química orgánica

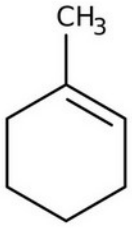
enrique@fiquipedia.es

CC BY SA

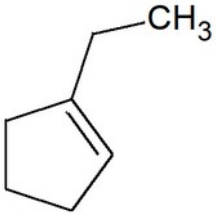
Castellano

2. (1,5 puntos) La calefacción del 1-metil-1-hidroximetilciclopentano con ácido sulfúrico concentrado proporciona una mezcla de cuatro compuestos isómeros A, B, C y D de fórmula molecular C_7H_{12}.
Se conoce también la siguiente información:
A se prepara por calefacción de una mezcla equimolar de etileno y 2-metil-1,3-butadieno.
B por ozonolisis, proporciona ácido 5-oxoheptanoico.
C se sintetiza por reacción de ciclopentanona con el reactivo que se prepara por calefacción de la trifenilfosfina con bromuro de etilo y posterior tratamiento del intermedio con butillitio.
D es capaz de reducirse a metilciclohexano por hidrogenación, utilizando paladio soportado sobre carbón como catalizador. Además, D por reacción con HCl genera E ($C_7H_{13}Cl$), que por calentamiento con piridina genera el isómero A.
Proporcione un mecanismo que explique la formación de los cuatro compuestos isómeros en el primer proceso indicado en el enunciado, escriba las reacciones implicadas en el resto de los procesos mencionados, e identifique la estructura de cada uno de los isómeros. En todos los casos, justifique teóricamente sus respuestas de la forma más completa posible.

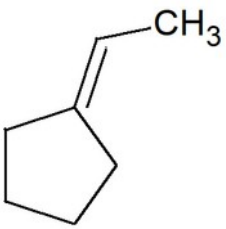
Analizamos la información sobre cada compuesto
Compuesto A Se obtiene por mezcla de etileno $CH_2=CH_2$ y 2-metil-1,3-butadieno $CH_2=C(CH_3)-CH=CH_2$
Es una reacción de Diels-Alder
https://es.wikipedia.org/wiki/Reacci%C3%B3n_de_Diels-Alder
A: 1-metilciclohexeno



Compuesto B Por ozonolisis produce ácido 5-oxoheptanoico $CH_3-CH_2-CO-CH_2-CH_2-CH_2-COOH$
La ozonolisis rompe por los dobles enlaces formando aldehídos, cetonas y ácidos.
Como el ácido 5-oxoheptanoico tiene los mismos 7 carbonos que el compuesto B, debe ser un compuesto cíciclo con un doble enlace. Si unimos / cerramos el ácido 5-oxoheptanoico por el cabono 5 con la cetona y el 1 con el ácido, obtenemos 1-etilciclopenteno.
B: 1-etilciclopenteno



Compuesto C Se sintetiza por reacción de ciclopentanona con el reactivo que se prepara por calefacción de la trifenilfosfina con bromuro de etilo y posterior tratamiento del intermedio con butillitio.
La trifenilfosfina con bromuro de etilo forma sal de fosfonio, y el tratamiento con butillitio (base fuerte) desprotona la sal de fosfonio y forma un iluro de fósforo (reactivo de Wittig).
La reacción trata de la reacción de Wittig
https://es.wikipedia.org/wiki/Reacci%C3%B3n_de_Wittig

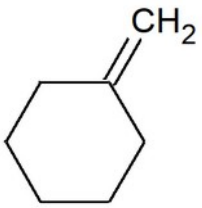


C: etilidenciclopentano

Compuesto D Se indica que es capaz de reducirse a metilciclohexano por hidrogenación con catalizador, luego tiene un doble enlace y un ciclo de 6 carbonos. Descartando 1-metilciclohexeno ya identificado como A puede ser

- 3-metilciclohexeno
- 4-metilciclohexeno
- metilidenciclohexano.

D por reacción con HCl genera E ($C_7H_{13}Cl$); se ha producido una adición al doble enlace, y que , por calentamiento con piridina (base) genera el isómero A ya identificado como 1-metilciclohexeno: se trata de una deshidrohalogenación de haluros de alquilo que da alquenos.

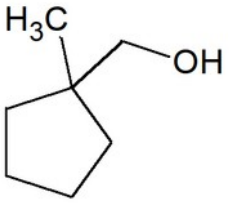


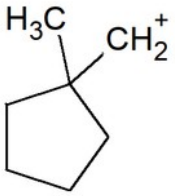
Para que la adición genere 1-metilciclohexeno el compuesto E debe ser 1-cloro-1-metilciclohexano, de forma que al eliminar un carbono adyacente, además de 1-metilciclohexeno pueda dar metilidenciclohexano.

D: metilidenciclohexano

Se pide proporcionar un mecanismo que explique la formación de los cuatro compuestos isómeros en el primer proceso indicado en el enunciado:

1-metil-1-hidroximetilciclopentano es $C_5H_8(CH_3)(CH_2OH)$ fórmula molecular $C_7H_{14}O$, y vemos que la fórmula molecular de los productos obtenidos C_7H_{12} supone la pérdida de H_2O, se trata de una deshidratación con ácido sulfúrico.





En la reacción de A con H_2SO_4 se protona el grupo hidroxilo y se forma $C_5H_8(CH_3)(CH_2OH_2^+)$

La eliminación de H_2O forma un carbocatión terciario que es inestable $C_5H_8(CH_3)(C^+H_2)$

Existen varias transposiciones posibles, y cada una llevará a uno de los cuatro isómeros A, B, C y D

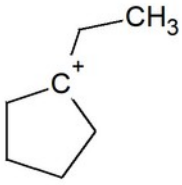
A: 1-metilciclohexeno
B: 1-etilciclopenteno
C: etilidenciclopentano
D: metilidenciclohexano

Las transposiciones posibles son:

https://es.wikipedia.org/wiki/Reacci%C3%B3n_de_transposici%C3%B3n

1. Transposición 1,2 del metilo

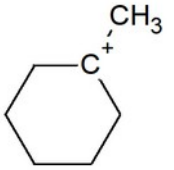
https://es.wikipedia.org/wiki/Transposici%C3%B3n_1,2



A partir de ese carbocatión, si el doble enlace se forma entre el C^+ y uno de los carbonos del anillo se forma **B: 1-etilciclopenteno**

Si se forma entre el C^+ y el carbón del etilo se forma **C: etilidenciclopentano**

2. Transposición de expansión del anillo



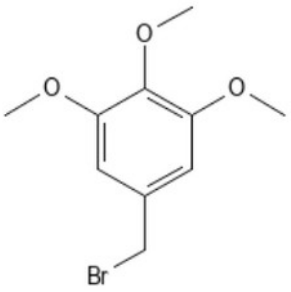
A partir de ese carbocatión, si el doble enlace se forma entre el C^+ y uno de los carbonos del anillo se forma **A: 1-metilciclohexeno**

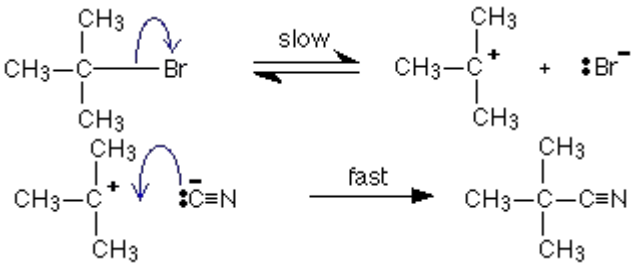
Si se forma entre el C^+ y el carbón del metilo se forma D**: metilidenciclohexano**

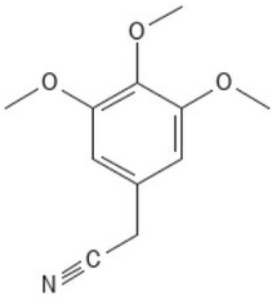
¡

Resuelva los siguientes ejercicios. Se pueden utilizar los valores de constantes que se consideren necesarios.
(Observaciones realizadas a lo largo de la prueba: Ejercicio 4.1. apartado b) Se aclara que la contante pedida hace referencia a la reacción de síntesis.)
Ejercicio 4. (10 puntos) Responda a las siguientes cuestiones:
4.1 (5 puntos) La mescalina es una amina alucinógena obtenida del cactus del peyote, la cual se obtiene en dos etapas a partir de 5-(bromometil)-1,2,3-trimetoxibenceno. La primera etapa es una reacción con cianuro de sodio, y en la segunda etapa se emplea hidruro de litio y aluminio. A partir de esa información resuelva los siguientes apartados:
a) ¿Cuál es la estructura del primer intermedio y de la mescalina? ¿Cuál es el nombre IUPAC de la mescalina? (3,5 puntos)
b) Suponiendo que la constante cinética de la reacción es k, escribe la ecuación de velocidad de la reacción y las unidades de dicha constante. (1,5 puntos)

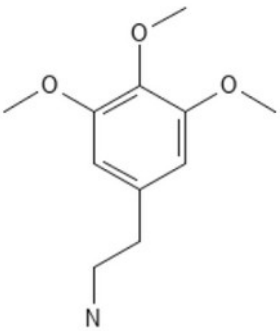
a) En la primera etapa 5-(bromometil)-1,2,3-trimetoxibenceno reacciona con cianuro de sodio (NaCN): se trata de una sustitución nucleófila S_N1 donde el bromo (Br) es reemplazado por el grupo ciano (CN).
https://chem.libretexts.org/Bookshelves/Organic_Chemistry/Supplemental_Modules_(Organic_Chemistry)/Reactions/Substitution_Reactions/IV._Nucleophilic_Substitution_Reactions/E._Substitution_Reactions_Involving_Cyanide_Ions







El primer compuesto intermedio es **(3,4,5-trimetoxifenil)acetonitrilo** (el nombre 5-(cianometil)-1,2,3-trimetoxibenceno no es ambiguo pero tiene como cadena principal el benceno y no estaría el grupo funcional principal)
En la segunda etapa el hidruro de litio y aluminio ($LiAlH_4$) es un reductor, se reduce el grupo cianuro (-CN) a metilamino ($-CH_2NH_2$)
El nombre IUPAC de la mescalina es **2-(3,4,5-trimetoxifenil)etanamina**



b) No se da información del orden de reacción (que se entiende que se refiere a la de síntesis global que tiene dos etapas) y no se puede dar una ecuación y unidades concretas: si el orden total es n, las unidades de k serían $\mathbf{mol^{-(n-1)} \cdot L^{(n-1)} \cdot s^{-1}}$
Podemos plantear
$v_1=k_1 \cdot$[5-(bromometil)-1,2,3-trimetoxibenceno]: solo ponemos el sustrato y no el nucleófilo porque se sabe que la primera etapa es de orden 1 al tener mecanismo S_N1.
$v_2=k_2 \cdot$[(3,4,5-trimetoxifenil)acetonitrilo]$^{\alpha}$[$LiAlH_4$]$^{\beta}$ donde no conocemos los órdenes parciales α y β.
Si asumimos que la segunda etapa es más rápida, $k_1 << k_2$, la etapa limitante sería la primera, el orden total sería n=1 y las unidades de k serían s^{-1}

enrique@fiquipedia.es Revisado 4 febrero 2025
CC BY SA

Elija una opción completa de problemas, A o B (máximo 8 puntos).
- Elija una opción completa de ejercicios, C o D (máximo 2 puntos).
- No se pueden mezclar problemas ni ejercicios de diferentes opciones. En caso de hacerlo, se corregirá el que aparezca presentado en primer lugar.

EJERCICIOS: opción B

3) Un compuesto orgánico A tiene un 54.54% de C, un 9.09% de H y 36.37% de O. Disolviendo 7.59g del mismo en 300g de benceno, el punto de congelación de éste disminuye 1.47°C.
Además se sabe que ese compuesto A es insoluble en agua pero se disuelve en una disolución acuosa concentrada y caliente de hidróxido sódico, reaccionando con la base y produciendo dos compuestos orgánicos B y C, siendo éste último muy volátil.
Cuando se hace reaccionar A con la cantidad equivalente de hidróxido sódico y se destila la mezcla sin descomponerla, se obtiene un residuo B cuya masa molar es 0.932veces la masa molar de A. DATOS: C=12u, H=1u, O=16u Kc=5.12 K kg mol^{-1}
a) Halle la fórmula empírica y molecular de A. (1 punto)
b) Identifique los compuestos A, B y C, y escriba la reacción asociada entre ellos. (1 punto)

La unidad debe estar separada del valor numérico: debería ser 7.59 g, 300 g, 1.47 ºC, 12 u, 16 u
Real Decreto 2032/2009, de 30 de diciembre, por el que se establecen las unidades legales de medida.
Capítulo III. Reglas de escritura de los símbolos y nombres de las unidades, de expresión de los valores de las magnitudes y para la formación de los múltiplos y submúltiplos decimales de las unidades del SI
2.6. El valor numérico precede siempre a la unidad y siempre se deja un espacio entre el número y la unidad

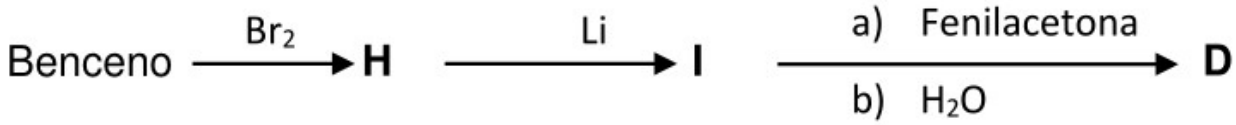
a) Calculamos la fórmula empírica (los tres porcentajes suman 100%), tomamos 100 g de sustancia por lo que los % los podemos tomar como número de moles.
n(C)=54,54/12=4,545 mol C n(H)=9,09/1=9,09 mol H n(O)=36,37/16=2,273 mol O
Dividimos por el menor de ellos para obtener proporciones de moles
C → 4,545/2,273≈2 H → 9,09/2,273≈4 O → 2,273/2,273=1
No es necesario multiplicar para tener proporciones enteras
La fórmula empírica es C_2H_4O y su masa molar es 12·2+4·1+16=44 g/mol
Utilizamos la información sobre descenso crioscópico, llamamos m a la masa en gramos y M a la masa molar molecular

$$\Delta T = K_c \cdot molalidad = K_c \cdot \frac{\frac{m}{M}}{kg\,disolvente} \Rightarrow 1,47 = 5,12 \cdot \frac{\frac{7,59}{M}}{0,3} \Rightarrow M = \frac{5,12 \cdot 7,59}{1,47 \cdot 0,3} \approx 88\,g/mol$$

Como $M_{molecular}=n \cdot M_{empírica}$ → n=88/44=2
La fórmula molecular de A es $C_4H_8O_2$
b) El compuesto es insoluble en agua, luego puede ser un éster.
B tiene 0,932 veces la masa molecular de A, que es 0,932·88=82 g/mol.
La diferencia son 6 u perdidos por molécula: si se adiciona un Na (enunciado no da masa atómica pero son 23 u), supone que se han perdido 29, serían dos C y cinco H, que es un etilo.
A=CH_3-COO-CH_2-CH_3 (acetato de etilo)
B=$NaCH_3$-COO (acetato de sodio)
C=CH_3-CH_2OH (etanol)
La reacción es CH_3-COO-CH_2-CH_3 + NaOH → $NaCH_3$-COO + CH_3-CH_2OH

EJERCICIO 2 (2,5 pts.)

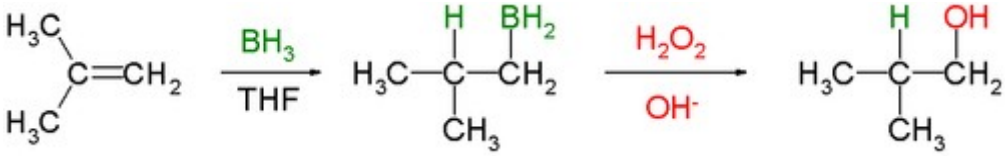
Por reacción de un compuesto A (cuya composición centesimal es 93,33% C y 6,67% H y su masa molar es 180 g/mol) con diborano y posterior tratamiento con H_2O_2 en medio básico, se obtiene B, que por oxidación conduce a C ($C_{14}H_{12}O$), susceptible de reaccionar con yoduro de metilmagnesio transformándose en D, compuesto que por tratamiento con ácido sulfúrico conduce a E ($C_{15}H_{14}$), (mezcla de isómeros Z-E). La reacción de esta mezcla con HBr en ausencia de luz y de peróxidos conduce a F y en presencia de Luz o peróxidos a una mezcla de diastereoisómeros G, isómeros de F. Por otro lado, D puede obtenerse de acuerdo con el siguiente esquema de síntesis:



Deduce la estructura de todos los compuestos, nombrando e interpretando las reacciones implicadas. Dibuja la fórmula espacial del compuesto D, especificando la configuración absoluta de cada enantiómero según las reglas de Cahn-Ingold-Prelog.

Tomos 100 g de sustancia y utilizamos los porcentajes como masas para calcular moles
C: 93,33/12=7,7775 mol C
H: 6,67/1=6,67 mol H
Dividimos por el menor para obtener proporciones
C: 7,7775/6,67=1,166
H: 6,67/6,67=1
Multiplicamos por 6 para obtener proporciones enteras, y la fórmula molecular es C_7H_6 de masa molar 7·12+6=90 g/mol A
Como la masa molecular es 180, la fórmula molecular es $C_{14}H_{12}$
Es un compuesto con 14+1-12/2=9 insaturaciones. Un número tan alto sugiere dos anillos de benceno más una insaturación adicional. Eso supone $(C_6H_5)_2$ y deja C_2H_2 que sería un eteno.
La reacción con diborano y H_2O_2 es una adición anti-Markovnikov con la que se obtiene un alcohol B de fórmula $C_{14}H_{14}O$

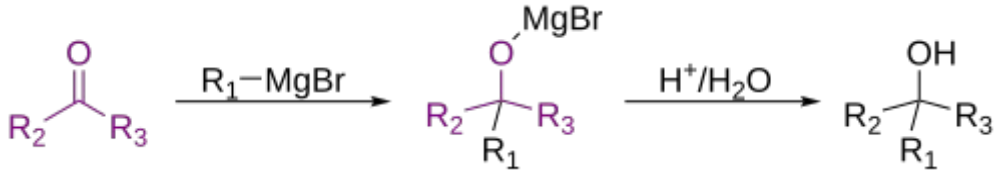
https://en.wikipedia.org/wiki/Hydroboration%E2%80%93oxidation_reaction



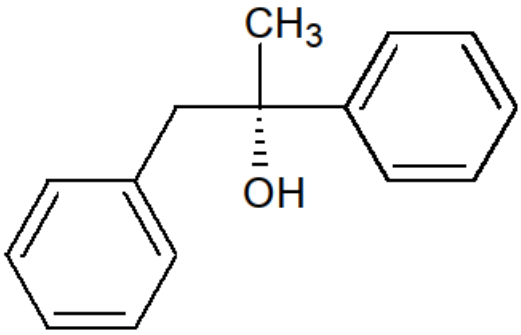
La oxidación pasa a C: $C_{14}H_{12}O$ que indica pérdida de dos hidrógenos: el alcohol ha pasado a cetona.

Que C reaccione con yoduro de metilmagnesio (reactivo de Grignard) confirma que es una cetona. Se obtiene un alcohol y se añade un metilo.

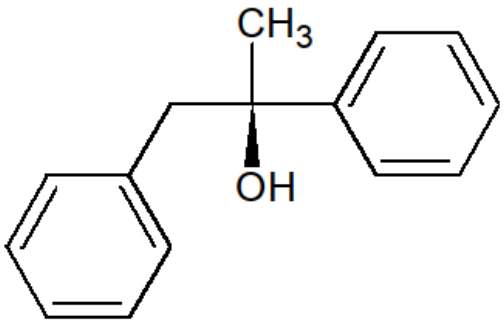
https://es.wikipedia.org/wiki/Reacci%C3%B3n_de_Grignard



La fórmula de D es $C_{15}H_{16}O$
El tratamiento con ácido sulfúrico es una deshidratación que elimina H_2O y lleva a E de fórmula $C_{15}H_{14}$ que tiene un doble enlace y tiene isómeros Z y E.
En el proceso los fenilos no han intervenido, y planteamos compuestos:
A: 1,2-difenileteno (estilbeno) C_6H_5-CH=CH-C_6H_5
B: 1,2-difeniletanol C_6H_5-CHOH-CH_2-C_6H_5
C: 1,2-difeniletanona C_6H_5-CO-CH_2-C_6H_5
D: 1,2-difenilpropan-2-ol C_6H_5-C(OH)(CH_3)-CH_2-C_6H_5
D tiene un carbono quiral
E: 1,2-difenilpropeno C_6H_5-C(CH_3)=CH-C_6H_5
La reacción con HBr para dar F en ausencia de luz y de peróxidos es una adición Markovnikov, por lo que se se obtiene
F: 2-bromo-1,2-difenilpropano C_6H_5-CBr(CH_3)-CH_2-C_6H_5
La reacción con HBr para dar G conluz y peróxidos es una adición anti-Markovnikov, por lo que se se obtiene
G: 1-bromo-1,2-difenilpropano C_6H_5-CH(CH_3)-CHBr-C_6H_5
G es isómero de F y tiene dos carbonos quirales
Respecto a la vía para obtener D:
$C_6H_6 + Br_2 \rightarrow C_6H_5Br + HBr$
$C_6H_5Br + Li \rightarrow C_6H_5Li +$ LiBr
https://es.wikipedia.org/wiki/Fenilitio
$C_6H_5Li +$ C_6H_5-CH_2-CO-CH_3 → C_6H_5-C(OH)(CH_3)-CH_2-C_6H_5
Según las reglas de Cahn-Ingold-Prelog en el carbono quiral las prioridades son OH, Ph, CH_2 y CH_3



(2R) 1,2-difenilpropan-2-ol



(2S) 1,2-difenilpropan-2-ol

Extremadura 2023
MODELO I.2 Una cetona de fórmula empírica $C_{10}H_{18}O$ reacciona con un perácido dando dos isómeros A y B, siendo B mayoritario. Tanto A como B producen por hidrólisis otros dos productos A_1, A_2, B_1 y B_2.
A_1 es un ácido carboxílico, su amida reacciona con bromo en medio alcalino dando C. La metilación a fondo de C y posterior calentamiento con óxido de plata humedecido conduce a D (C_6H_{10}). D también resulta de la deshidratación ácido de B_2.
La hidrogenación catalítica de D conduce a ciclohexano.
A_2 tiene de fórmula empírica (C_3H_8O) y por oxidación conduce a ácido propanoico.
Establecer las estructuras de todos los compuestos, sus nombres e indicar el tipo de reacción producida en cada paso

Valencia 1990
PROBLEMAS DE QUÍMICA
5.- Una cetona de fórmula empírica $C_{10}H_{18}O$ reacciona con un perácido dando dos isómeros A y B, siendo B mayoritario. Tanto A como B producen por hidrólisis otros dos productos A_1, A_2, B_1 y B_2.
A_1 es un ácido carboxílico, su amida reacciona con bromo en medio alcalino dando C. La metilación a fondo de C y posterior calentamiento con óxido de plata humedecido conduce a D (C_6H_{10}). D también resulta de la deshidratación ácida de B_2. La higrogenación catalítica de D conduce a ciclohexano.
A_2 tiene de fórmula empírica C_3H_8O y por oxidación conduce a ácido propanoico.
Establecer las estructuras de todos los productos y las reacciones de interconversión.

En Extremadura 2023 se piden explícitamente nombres.

En el compuesto inicial el número de instaturaciones es C+1-H/2+X/2=10+1-18/2=2, luego hay dos insaturaciones, que puede ser dobles enlaces o ciclos. El doble enlace de la cetona ya es una insaturación, y como se menciona en D ciclohexano, pensamos inicialmente en cetona + ciclo.
Como se indica la reacción de la cetona con un perácido forma dos isómeros. se está produciendo una reacción a ambos lados (oxidación de Baeyer-Villiger) y la cetona es es asimétrica. Como se obtiene ciclohexano, planteamos al cetona fuera del ciclo
Cetona inicial=1-ciclohexilbutan-1-ona C_6H_{11}-CO-CH_2-CH_2-CH_3 *(fórmula molecular $C_{10}H_{18}O$ coincide con la indicada en enunciado)*
La reacción oxidación de Baeyer-Villiger puede dar:
- Isómero **A: ciclohexanocarboxilato de etilo C_6H_{11}-COO-CH_2-CH_2-CH_3** (minoritario, migración del propilo).
Es un éster que por hidrólisis produce ácido (A_1) y alcohol (A_2)
$A + H_2O \rightarrow A_1$ (ácido) + A_2 (3 carbonos)
A_1: es un ácido que tiene 3 carbonos menos (10-3=7).
A_1=ácido ciclohexanocarboxílico C_6H_{11}-COOH
Su amida es C_6H_{11}-$CONH_2$ ciclohexanocarboxamida, que sufre reacción de Hofmann (Br_2/NaOH), que acorta la cadena y forma una amina primaria C. **C=ciclohexanoamina = C_6H_{11}-NH_2**
A_2: tiene 3 carbonos y oxidándose produce ácido propanoico: **A_2=propan-1-ol CH_3-CH_2-CH_2OH** *(fórmula molecular C_3H_8O coincide con la indicada en enunciado)*
La reacción de A_2 a ácido propanoico es una oxidación.
- Isómero **B: butanoato de ciclohexilo $CH_3CH_2CH_2$-COO-C_6H_{11}** (mayoritario, migración del

ciclohexilo)
$B + H_2O \rightarrow B_1$ (ácido) + B_2 (alcohol)
B_1 = Ácido butanoico CH_3-CH_2-CH_2-COOH
B_2: D resulta por deshidratación ácida de B_2: **B_2=ciclohexanol C_6H_{11}-OH**

La reacción de B_2 a D es una eliminación, deshidratación de alcoholes, forma doble enlace. La metilación a fondo de C (por ejemplo con CH_3I) forma una amina cuaternaria, que con calentamiento con Ag_2O (degradación de Hofmann) elimina $N(CH_3)_3$ y forma D (C_6H_{10}). La hidrogenación de D conduce a ciclohexano: **D = ciclohexeno** (*fórmula molecular C_6H_{10} coincide con la indicada en enunciado)*

La reacción de D a ciclohexano es una adición, hidrogenación catalítica.

enrique@fiquipedia.es Revisado 6 julio 2023

Prueba B2 ejercicio práctico
Han de resolverse los SEIS PROBLEMAS, cada uno de los cuales se calificará de 0 a 10 puntos. En caso de tener varios apartados, la calificación de cada uno de ellos será la que figure en el texto y de no figurar ninguna se entenderá el mismo valor para todos. La calificación del ejercicio será la correspondiente a la media de las puntuaciones obtenidas en cada uno de los problemas.
Se aplicarán los criterios de corrección generales y específicos de evaluación que ya han sido publicados.

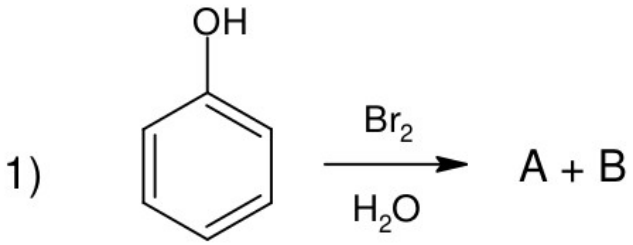
3. El benceno es un reactivo que se usa como producto de partida en la síntesis de muchas sustancias químicas, entre ellas las espumas de poliuretano.

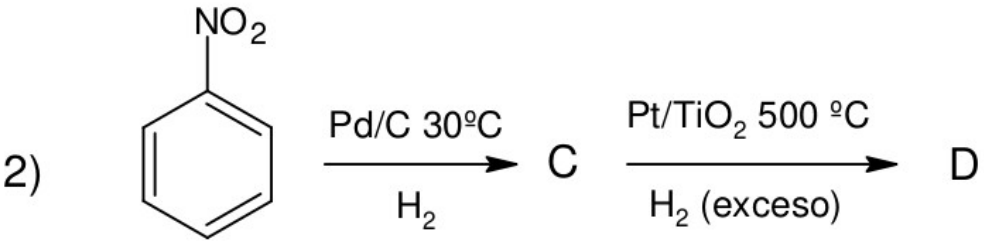
a. Escribe su fórmula semidesarrollada y justifica su aromaticidad, dibujando sus formas resonantes. (1 punto)

b. Explica el tipo de hibridación de sus átomos de carbono, incluyendo un dibujo de todos los orbitales en el anillo. (2 puntos)

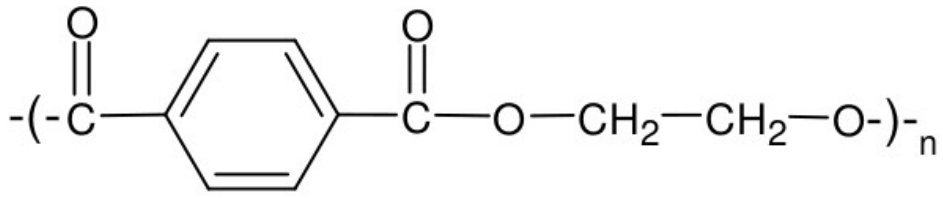
c. Explica de forma gráfica (incluyendo el movimiento de los electrones) qué efecto electrónico produce sobre el anillo aromático la sustitución de un hidrógeno del benceno por un grupo –OH o bien por un grupo $–NO_2$. (2 puntos)

d. Justifica brevemente, sin indicar el mecanismo, cuál será el producto/s de las siguientes reacciones químicas, indicando el tipo de reacción que tiene lugar y nombrando y formulando los compuestos químicos obtenidos. (3 puntos)





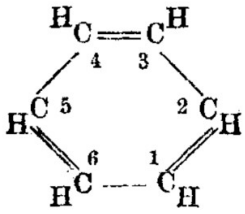
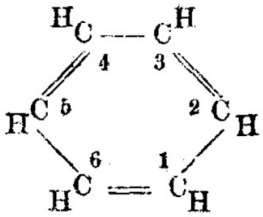
e. Otro compuesto orgánico muy importante es el ácido p-bencenodicarboxílico, capaz de copolimerizar junto a otros compuestos químicos. Sabiendo que el PET (polietilentereftalato) es un polímero muy usado en alimentación para envasar productos fotosensibles como la leche y que puede representarse así:



Identifica el otro monómero de partida y nómbralo, justificando el tipo de polimerización necesario para obtener PET. (2 puntos)

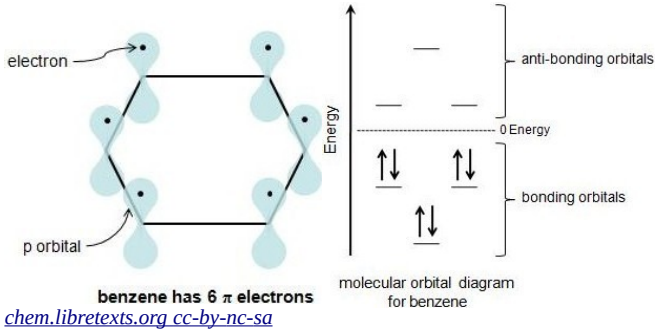
Referencias: se enlazan en cada figura. Ver además apuntes orgánica fiquipedia (efecto mesómero e inductivo)

a) El nombre sistemático del benceno es ciclohex-1,3,4-trieno. En notación esqueletal tiene incluso un emoji ⌬ (carácter unicode 232C), y en fórmula **semidesarrollada** se muestran explícitamente los carbonos con sus enlaces pero no los enlaces carbono hidrógeno, por lo que sería la fórmula planteada por Kekulé en 1872.

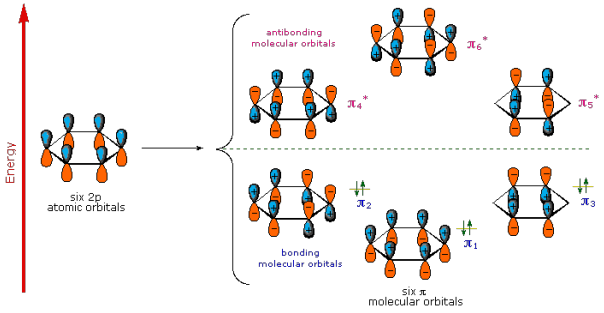



Kekulé 1872, Wikimedia, public domain

Su **aromaticidad** se justifica con la regla de Hückel, que indica que una molécula cíclica y plana es aromática si tiene 4n+2 electrones en orbitales π. En el caso del benceno hay 6 electrones en orbitales π, por lo que 4n+2=6 y se cumple la regla de Hückel n=1. La presencia de 6 electrones en orbitales π se representa en un diagrama y se comenta de nuevo en el apartado b.



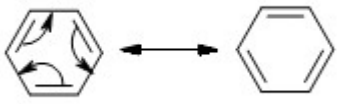
chem.libretexts.org cc-by-nc-sa



chem.libretexts.org cc-by-nc-sa

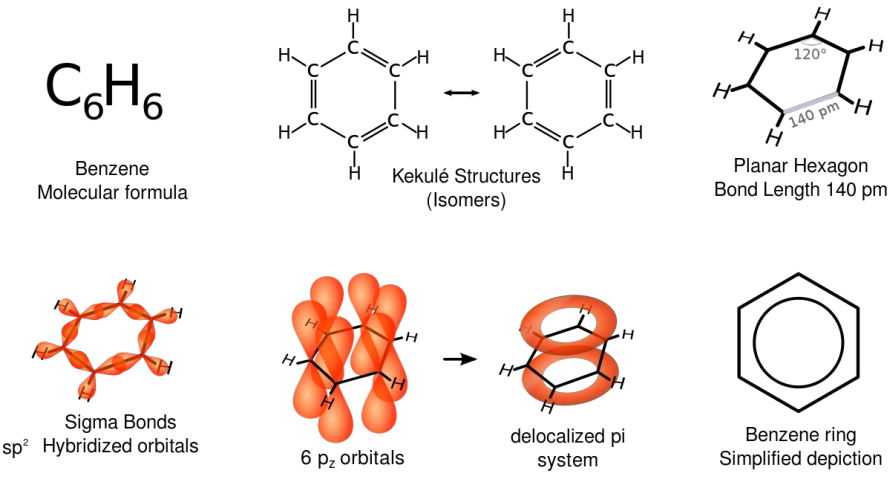
Las **formas resonantes** del benceno son fundamentalmente dos.

En forma esqueletal, representando el movimiento de electrones.



chem.libretexts.org cc-by-nc-sa

En forma desarrollada (representando explícitamente los enlaces carbono hidrógeno), se pueden ver en la figura siguiente como "Kekulé structure"

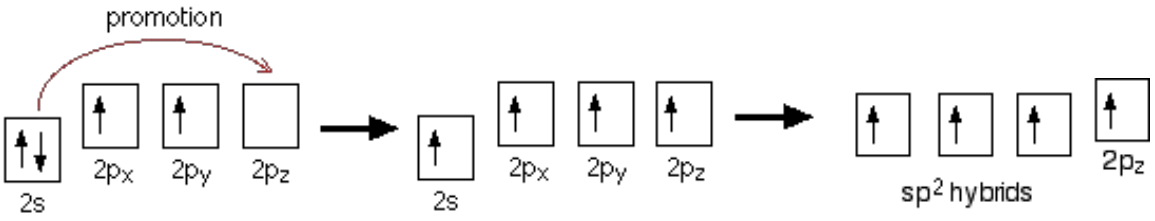


Representaciones benceno, wikimedia Vladsinger cc-by-sa

b) Los átomos de carbono tienen **hibridación** sp^2, con un orbital p no hibridado.

El carbono tiene configuración electrónica inicial $1s^2\ 2s^2\ 2p_x^1\ 2p_y^1\ 2p_x^1$, y un electrón del orbital 2s

promociona a uno p, por lo que el carbono pasa un estado excitado con 1 electrón en cada orbital p. Como cada carbono se une solo a tres átomos (dos carbonos y un hidrógeno), realiza una hibridación sp^2 en la que se combina el orbital s con dos orbitales p y se tienen 3 orbitales sp^2.

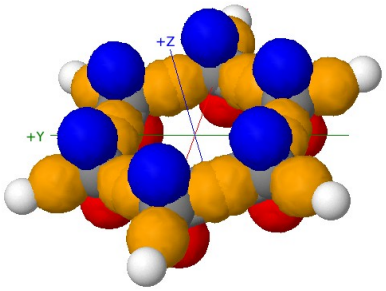


https://www.chemguide.co.uk/basicorg/bonding/benzene2.html

Los 3 orbitales sp^2 de cada carbono forman dos enlaces σ con dos carbonos, y un enlace σ con un hidrógeno.

Cada orbital p no hibridado de cada carbono forma un enlace π con uno de los carbonos adyacentes, por lo que hay en total 3 enlaces π (realmente un orbital molecular deslocalizado que se puede ver como combinación de los 3 orbitales π y sus formas resonantes), en los que hay un total de 6 electrones *(este número de electrones se ha comentado en apartado a asociado a aromaticidad)*

Como **dibujo de todos los orbitales en el anillo** se puede ver la figura del apartado anterior: en "Sigma bonds. Hybridized orbitals" se ven los 6 orbitales sp^2, y en "6 p_z orbitals" los 6 no hibridados, que forman 3 enlaces π (realmente un orbital molecular deslocalizado que se puede ver como combinación de los 3 orbitales π y sus formas resonantes). También se incluye una representación 3D de todos los orbitales simultaneamiente, incluyendo los orbitales s del hidrógeno.



https://www.chemtube3d.com/orbitalsbenzene/

c) Existen dos **fenómenos electrónicos** asociados la presencia de grupos funcionales que afectan a la reactividad:

Efecto inductivo: Asociado a polarización de enlace entre elementos de diferente electronegatividad.

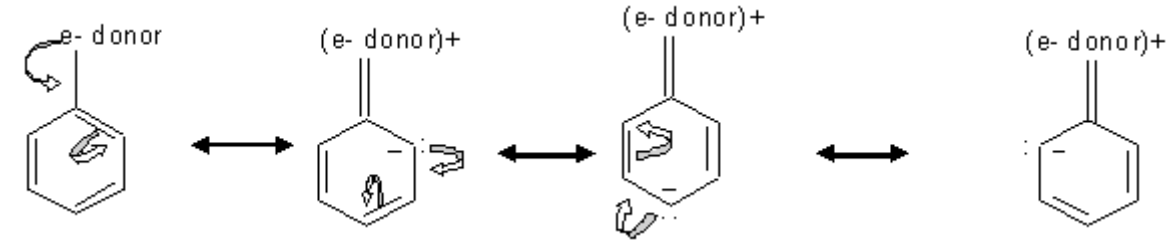
- Efecto inductivo -I: elemento más electronegativo que C, atrae los electrones hacia él, y C tiene carga +.
- Efecto inductivo +I: el elemento es menos electronegativo que el C.

Efecto mesómero (mesomerismo es sinónimo de resonancia)

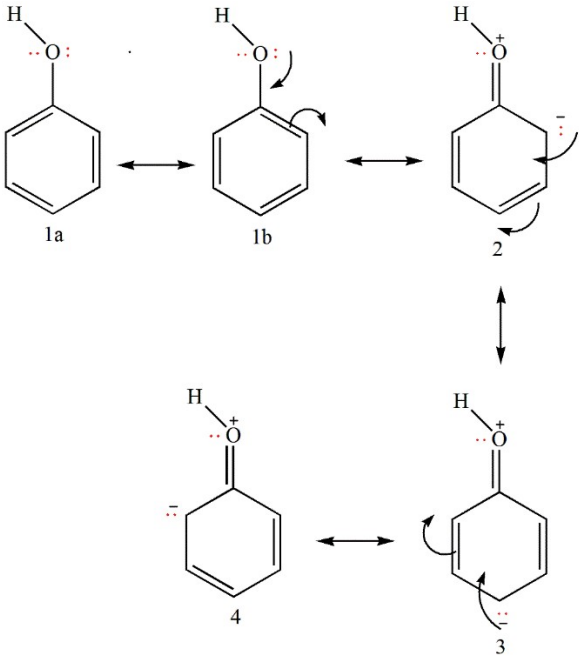
Asociado a la capacidad de atraer o ceder electrones de ciertos grupos funcionales; supone estructuras resonantes con distinta contribución a la estructura molecular global, con desplazamiento de carga entre ellas. Supone una deslocalización de los electrones que estabiliza la molécula con un término de energía de resonancia.

- Efecto -R ó -M: se da para grupos que en la resonancia atraen hacia ellos los electrones de un enlace π de C, y se suele pasar en el C de enlace doble a simple, al tiempo que el grupo pasa a estar unido con un enlace doble.
- Efecto +R ó +M: se da para grupos que en la resonancia ceden electrones al átomo de C, y se suele pasar de enlace simple a doble. El primer átomo del grupo tiene pares de electrones solitarios para donar.

El grupo alcohol **(grupo –OH)** tiene efecto -I poco importante y +R (el grupo alcohol puede ceder electrones no compartidos y efecto de la resonancia dirige los electrones hacia el anillo). El efecto +R hace que el grupo alcohol sea un grupo activante del anillo que dirige a orto y para

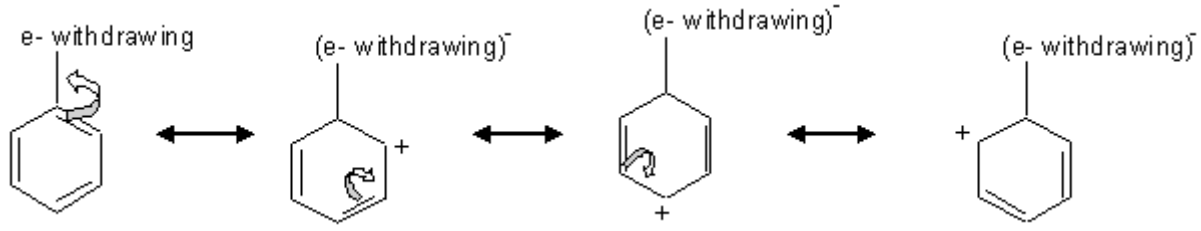


chem.libretexts.org cc-by-nc-sa

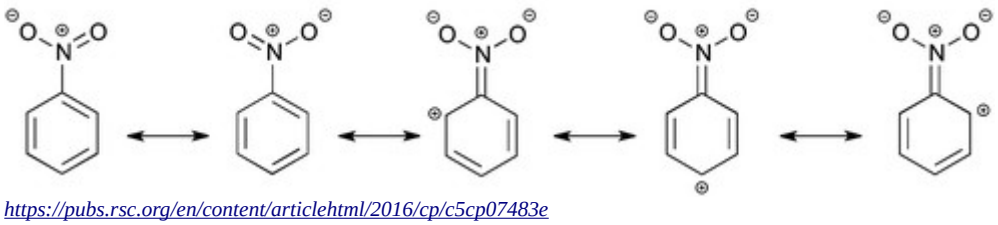


www.researchgate.net

El grupo nitro **(grupo –NO_2)** tiene efecto -I y -R (el grupo nitro puede aceptar electrones y efecto de la resonancia dirige los electrones hacia fuera del anillo). El efecto -R hace que el grupo alcohol sea un grupo activante del anillo que dirige a meta.



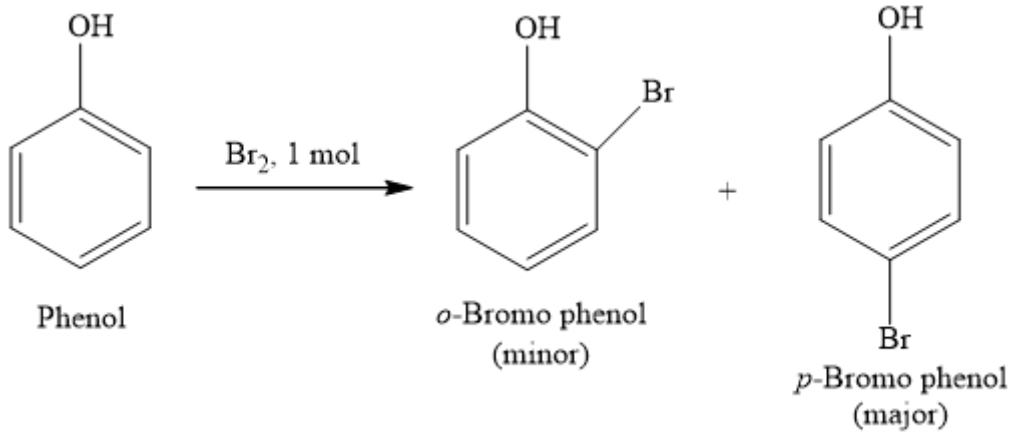
chem.libretexts.org cc-by-nc-sa



https://pubs.rsc.org/en/content/articlehtml/2016/cp/c5cp07483e

d) Los **nombres** de **productos** A y B serán o-bromofenol y p-bromofenol (se ha comentado en c

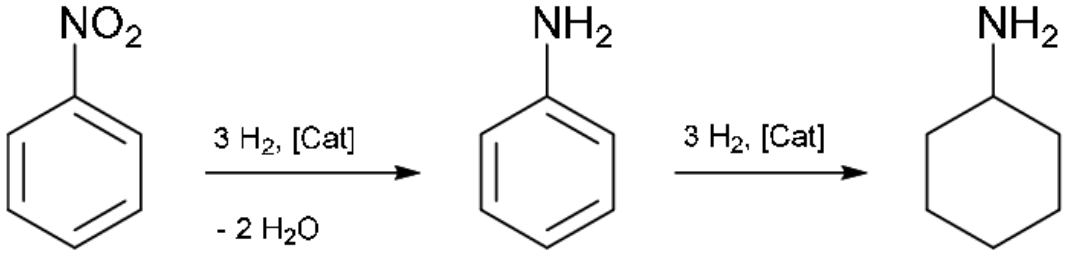
que el grupo alcohol es un grupo activante en orto y para). Las **fórmulas** se incluyen en la siguiente figura.



https://www.chegg.com/homework-help/give-structures-major-products-would-obtain-reaction-phenol-chapter-8-problem-40ap-solution-9781439049716-exc

El **tipo de reacción** es una sustitución electrofílica aromática.

Los **nombres** de **productos** C y D serán anilina y ciclohexanamina. Las **fórmulas** se incluyen en la siguiente figura.

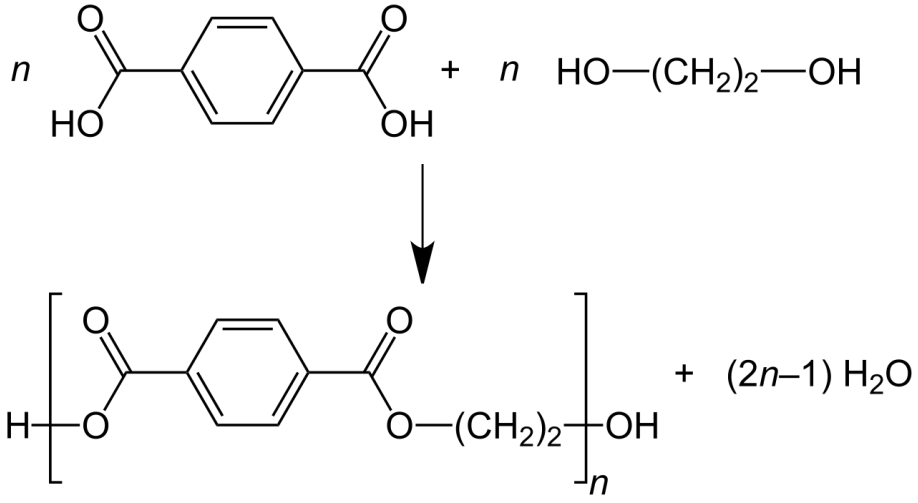


https://www.researchgate.net/figure/Hydrogenation-of-nitrobenzene-via-aniline-to-cyclohexylamine-SEM-micrograph-of-the_fig1_301350814

El **tipo de reacción** en ambos casos es una reducción. La segunda también se puede visualizar como una adición de hidrógeno, una hidrogenación.

e) El otro **monómero de partida** es etan-1,2-diol de fórmula HO-CH_2-CH_2-OH

Es **tipo de polimerización** es polimerización por condensación entre el grupo ácido y el grupo alcohol formándose un grupo éster y liberándose una molécula de agua.



https://www.freepng.es/png-a9semv/

Física y Química Primera prueba parte A
Han de resolverse los seis problemas, cada uno de los cuales se calificará de 0 a 10 puntos. En caso de tener varios apartados, la calificación de cada uno de ellos será la que figure en el texto y de no figurar ninguna se entenderá el mismo valor para todos. La calificación del ejercicio será la correspondiente a la media de las puntuaciones obtenidas en cada uno de los problemas.
Se aplicarán los criterios de corrección generales y específicos de evaluación que ya han sido publicados. En el problema de Química ogánica se admitirá tanto la nomenclatura actual como la de 1993.

2. Un alcohol A de fórmula molecular C_3H_8O se trató con HBr y posteriormente con Mg con éter. El magnesiano obtenido se hizo reaccionar con el producto de oxidación de A con $K_2Cr_2O_7$ obteniéndose tras la hidrólisis acuosa un producto ópticamente inactivo B.
a) (5 puntos) Determine las estructuras de A y B
b) (5 puntos) Represente el esquema de reacciones descrito para todos los alcoholes isómeros de C_3H_8O diferentes de A.

Las dos opciones para un alcohol con fórmula C_3H_8O (que no tiene insaturaciones 3+1-8/2=0) son dos
A1: propan-1-ol CH_3-CH_2-CH_2OH
A2: propan-2-ol CH_3-$CHOH$-CH_3
Si es A1:
-la reacción con HBr da 1-bromopropano CH_3-CH_2-CH_2Br
CH_3-CH_2-CH_2OH + HBr → CH_3-CH_2-CH_2Br + H_2O
-el magnesiano bromuro de propilmagnesio CH_3-CH_2-CH_2MgBr
CH_3-CH_2-CH_2Br + Mg, éter → CH_3-CH_2-CH_2MgBr
-la reacción de A con $K_2Cr_2O_7$ da propanal CH_3-CH_2-CHO (descartamos ácido propanoico CH_3-CH_2-$COOH$)
$3CH_3$-CH_2-CH_2OH + $K_2Cr_2O_7$ + H_2SO_4 → $3CH_3$-CH_2-CHO + $Cr_2(SO_4)_3$ + K_2SO_4 + $7H_2O$
-la reacción del magnesiano con propanal seguida de hidrólisis acuosa da
hexan-3-ol CH_3-CH_2-$CHOH$-CH_2-CH_2-CH_3
CH_3-CH_2-CH_2MgBr + CH_3-CH_2-CHO → CH_3-CH_2-$CH(OMgBr)$-CH_2-CH_2-CH_3
CH_3-CH_2-$CH(OMgBr)$-CH_2-CH_2-CH_3 +H_2O → CH_3-CH_2-$CHOH$-CH_2-CH_2-CH_3 + $Mg(OH)Br$
Como este producto sí tiene un carbono quiral sería ópticamente activo, y eso descarta A1 y tomamos A=A2
A: propan-2-ol CH_3-$CHOH$-CH_3
-la reacción con HBr da 2-bromopropano CH_3-$CHBr$-CH_3
CH_3-$CHOH$-CH_3 + HBr → CH_3-$CHBr$-CH_3 + H_2O
-el magnesiano bromuro de isopropilmagnesio CH_3-$CH(MgBr)$-CH_3
CH_3-$CHBr$-CH_3 + Mg, éter → CH_3-$CH(MgBr)$-CH_3
-la reacción del magnesiano con propanal seguida de hidrólisis acuosa da
B: 2,3-dimetilbutan-2-ol CH_3-$CH(CH_3)OH$-$CH(CH_3)$-CH_3
CH_3-$CH(MgBr)$-CH_3 + CH_3-CH_2-CHO → $(CH_3)_2$-$CH(OMgBr)$-CH_2-CH_2-CH_3
$(CH_3)_2$-$CH(OMgBr)$-CH_2-CH_2-CH_3 +H_2O → $(CH_3)_2$-$CHOH$-$CH(CH_3)$-CH_3 + $Mg(OH)Br$
B no tiene ningún carbono quiral y sería ópticamente inactivo

2023 País Vasco K2.
Idéntico a 2018 Baleares Ibiza B3, se incluyen explícitamente datos de masas atómicas.
Datos: Masa atómica (u.m.a.): H=1; C=12; O=16; K=39; Mn=55

2021 Melilla 6. Un compuesto orgánico contiene un 52,13 % de carbono y un 13,15 % de hidrógeno, siendo el resto oxígeno. Determine:
a) La fórmula molecular de dicho compuesto sabiendo que cuando se disuelven 9,216 g del mismo en 80,0 g de agua, la disolución resultante tiene una temperatura de congelación de –4,65 °C. (Dato: constante crioscópica molal del agua = 1,86 °C kg mol^{-1}).
b) Existen dos isómeros que tienen la fórmula molecular determinada en el apartado anterior. Dibuje la estructura de Lewis de cada uno de ellos y nómbrelos. Diga cuál de ellos tendrá un punto de ebullición mayor, justificando la respuesta.
c) El compuesto que tiene mayor punto de ebullición (A) se oxida a un ácido carboxílico de fórmula molecular $C_2H_4O_2$ cuando se trata con permanganato de potasio, obteniéndose también como producto dióxido de manganeso. Calcule los gramos de dicho ácido carboxílico que se obtendrán cuando se hagan reaccionar 20,736 g del compuesto A con 88,000 g de permanganato de potasio del 98,0 % de pureza en presencia de un exceso de ácido sulfúrico.
d) Si el compuesto de mayor punto de ebullición (A) mencionado en el apartado anterior, se trata con ácido sulfúrico concentrado a 170ºC, se producirá un compuesto B. Justifique el tipo de reacción que se produce, la hibridación que presentan los átomos de carbono de B, así como los isómeros que podría presentar B, si éste contuviese dos átomos de cloro.

2018 Baleares Ibiza B3. Un compost orgànic conté un 52,13% de carboni i un 13,15% d'hidrogen, essent la resta oxigen.
a) Determina la fórmula molecular d'aquest compost sabent que quan es dissolen 9,216g d'aquest compost en 80 g d'aigua, la dissolució resultant té una temperatura de congelació de -4,65 ºC.
b) Existeixen dos isòmers que tenen la fórmula molecular determinada en l'apartat anterior. Dibuixa l'estructura de Lewis de cadascun d'ells i nomena'ls. Indica quin d'ells tindrá un punt d'ebullició major justificant la resposta.
c) El compost que té major punt d'ebullició (A) s'oxida a un àcid carboxílic de fórmula molecular $C_2H_4O_2$ quan es tracta amb permanganat de potassi, obtenint-se també com a producte diòxid de manganés. Calculeu els grams d'aquest àcid carboxílic que s'obtindrà quan es facin reaccionar 20,736 g del compost A amb 88,00 g de permanganat de potassi del 98% de puresa en presència d'un excés d'àcid sulfúric.
Dades: Constant crioscòpica molal de l'aigua, k_f=1,86 ºC·kg·mol^{-1}

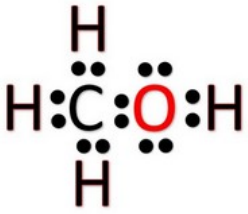
Un compuesto orgánico contiene un 52,13% de carbono y un 13,15% de hidrógeno, siendo el resto oxígeno.
a) Determina la fórmula molecular de este compuesto sabiendo que cuando se disuelven 9,216 g de este compuesto en 80 g de agua, la disolución resultante tiene una temperatura de congelación de -4,65 ºC.
b) Existen dos isómeros que tienen la fórmula molecular determinada en el apartado anterior. Dibuja la estructura de Lewis de cada uno de ellos y nómbralos. Indica cuál de ellos tendrá un punto de ebullición mayor justificando la respuesta.

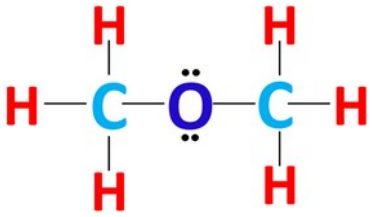
c) El compuesto que tiene mayor punto de ebullición (A) se oxida a un ácido carboxílico de fórmula molecular $C_2H_4O_2$ cuando se trata con permanganato de potasio, obteniéndose también como producto dióxido de manganeso. Calcule los gramos de este ácido carboxílico que se obtendrá cuando se hagan reaccionar 20,736 g del compuesto A con 88,00 g de permanganato de potasio del 98% de pureza en presencia de un exceso de ácido sulfúrico.
Datos: Constante crioscópica molal del agua, k_f=1,86 ºC·kg·mol^{-1}

a) Tomamos 100 g de compuesto con lo que podemos utilizar los porcentajes como gramos y calculamos el número de moles. 100-52,13-13,15=34,72% de O
C: 52,13/12=4,344 mol C
H: 13,15/1=13,15 mol H
O: 34,72/16=2,17 mol O
Dividimos por el menor de ellos para obtener proporciones
C: 4,344/2,17=2
H: 13,15/2,17=6
O: 2,17/2,17=1
La fórmula empírica es C_2H_6O y la masa molar 2·12+6+16=46 g/mol
Aplicamos la información sobre descenso crioscópico

$$\Delta T = K \cdot m \Rightarrow 4,65 = 1,86 \cdot \frac{9,216/M}{0,08} \Rightarrow M = \frac{1,86 \cdot 9,216}{4,65 \cdot 0,08} \approx 46\, g/mol$$

La fórmula molecular coincide con la empírica.
b) Los dos compuestos isómeros son
A: etanol CH_3-CH_2OH
B: metoximetano (dimetil éter) CH_3-O-CH_3
Los diagramas de Lewis muestran que el metanol tiene un enlace de higrógeno, mientras que el metoximetano no, por lo que tendrá mayor temperatura de ebullició el metanol al tener fuerzas intermoleculares más intensas.



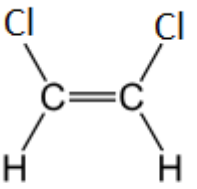


c) Si se oxida metanol se obtiene ácido acético
Ajustamos en medio ácido
Semirreacción de oxidación: CH_3-$CH_2OH + H_2O \rightarrow CH_3$-$COOH + 4H^+ + 4e^-$
Semirreacción de reducción: $MnO_4^- + 4H^+ + 3e^- \rightarrow MnO_2 + 2H_2O$
Multiplicamos por 3 la semirreacción de oxiación y por 4 la de reducción y sumamos
Reacción iónica:
$3CH_3$-$CH_2OH + 3H_2O + 4MnO_4^- + 16H^+ \rightarrow 3CH_3$-$COOH + 12H^+ + 4MnO_2 + 8H_2O$
$3CH_3$-$CH_2OH + 4MnO_4^- + 4H^+ \rightarrow 3CH_3$-$COOH + 4MnO_2 + 5H_2O$
Reacción global: $3CH_3$-$CH_2OH + 4KMnO_4 + 2H_2SO_4 \rightarrow 3CH_3$-$COOH + 4MnO_2 + 2K_2SO_4 + 5H_2O$
La masa molar de $KMnO_4$=39+55+4·16=158 g/mol $KMnO_4$
Calculamos el limitante entre $KMnO_4$ y etanol
$KMnO_4$: 88·0,98/158=0,5458 mol $KMnO_4$
Etanol: 20,736/46=0,4508 mol etanol

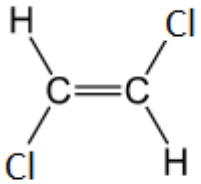
Proporción $KMnO_4$/etanol
estequiométrica =4/3=1,33
real = 0,5458/0,4508=1,21
Hay exceso de etanol y el limitante es $KMnO_4$
Masa molar CH_3-COOH =12·2+4+16·2=60 g/mol CH_3-COOH

$$0{,}5458\,\cancel{mol\,etanol}\cdot\frac{3\,\cancel{mol\,CH_3-COOH}}{4\,\cancel{mol\,etanol}}\cdot\frac{60\,g\,CH_3-COOH}{1\,\cancel{mol\,CH_3-COOH}}=24{,}56\,g\,mol\,CH_3-COOH$$

[d) Melilla 2021-6]
El compuesto A es etanol, y si se trata con ácido sulfúrico concentrado a 170ºC se produce una deshidratación formando un doble enlace. El compuesto B sería eteno.
CH_3-CH_2OH + H_2SO_4, calor → CH_2=CH_2 + H_2O
Los átomos de carbono de B, eteno, tienen hibridación sp^2, forman tres enlaces σ, dos con hidrógenos y otro con el otro carbono, y el orbital p no hibridado forma un enlace π con el otro carbono.
Si B tuviese dos átomos de cloro podría presentar isomería cis-trans si cada uno está a un lado del doble enlace
cis-1,2-dicloroeteno
trans-1,2-dicloeteno



cis-1,2-dicloroeteno



trans-1,2-dicloroeteno

Andalucía 2021

6. De un compuesto A se sabe que contiene 31,8% de C y 4,64 % de H. La reacción de 0,1535 g de A con peróxido de sodio, acidificación con ácido nítrico y precipitación con nitrato de plata produjo 0,1910g de bromuro de plata.
Si A se trata con óxido de plata húmedo se obtiene un producto, de reacción neutra, que por oxidación con permanganato alcalino produce un ácido monobásico del mismo número de átomos de carbono que A. El ácido producido a partir de 0,2392 g de A consume 15,84 ml de disolución 0,1 M de NaOH para su neutralización.
Datos: Masas atómicas en u: Ag = 17,9; Br= 79,9; O= 16; C= 12; H= 1
a) Deduzca la fórmula empírica del compuesto A (2,5 puntos)
b) ¿Qué producto se formará de la reacción del compuesto A con el óxido de plata húmedo? (2,5 puntos)
c) Proponga las posibles estructuras de A (2,5 puntos)
d) Indique razonadamente la estructura más probable de A (2,5 puntos)
Enunciado original 2021 tiene errata: la masa de Ag es 107,9

Anducía XXXX (año desconocido)

QUÍMICA 3º. De un compuesto A se sabe que contiene 31,8 % de C y 4,64 % de H. La fusión de 0,1535 g. de A con peróxido sódico, acidificación con HNO_3 y precipitación con $AgNO_3$ produjo 0,1910 g. de AgBr. Si A se trata con óxido de plata húmedo se obtiene un producto, de reacción neutra, que por oxidación con permanganato alcalino produce u ácido monobásico del mismo número de átomos de carbono que A. El ácido producido a partir de 0,2392 g. de A consume 15,84 ml. de disolución 0,1 N de NaOH para su neutralización.
Proponer estructuras posibles de A, indicando razonadamente la más probable. Pesos atómicos: Ag=107,9. Br=79,9.
En Andalucía XXXX no se dan masas molares de O, C, ni H, tomamos O=16, C=12 y H=1

Resuelto por Jal en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4233&p=20033#p20035
https://es.wikipedia.org/wiki/Fusi%C3%B3n_con_per%C3%B3xidos
http://www.quimicaorganica.org/haluros-de-alcanoilo/447-haluros-de-alcanoilo-reduccion-de-rosenmund.html
http://www.organic-chemistry.org/namedreactions/rosenmund-reduction.shtm
Química orgánica moderna; Rodger W. Griffin https://books.google.es/books?id=qczDaJkEpSEC&pg=P307

En el precipitado de AgBr está todo el bromo de la muestra

$$\frac{0{,}1910\,\cancel{g\ AgBr}\cdot\frac{79{,}9\,g\,Ag}{107{,}9+79{,}9\,\cancel{g\ AgBr}}}{0{,}1535\,g\ muestra}=0{,}5294=52{,}94\,\%$$

31,8+4,64+52,94=89,38, luego queda un 10,62% que asumimos de O
Calculamos la fórmula empírica, tomamos 100 g por sencillez y los % pasan a ser gramos

$$C:\frac{31{,}8}{12}=2{,}65\,mol\,C\,;\,H:\frac{4{,}64}{1}=4{,}64\,mol\,H$$

$$Br:\frac{52{,}94}{79{,}9}=0{,}663\,mol\,Br\,;\,O:\frac{10{,}62}{16}=0{,}664\,mol\,O$$

Dividimos por el menor para obtener el número de moles relativos

$$C:\frac{2,65}{0,663}\approx 4\,;\,H:\frac{4,64}{0,663}\approx 7\,;\,Br:1\,;\,O:1$$

La fórmula empírica es C_4H_7OBr, y su masa fórmula molar 4·12+7+16+79,9=150,9 g/mol

Planteamos la valoración ácido base

n.equivalentes ácido=n.equivalentes base

$$\frac{0,2392}{M}\cdot 1=0,01584\cdot 0,1\Rightarrow M=\frac{0,2382}{0,001584}=150,4$$

Luego masa fórmula coincide con la empírica

El tratamiento con Ag_2O húmedo sustituye el Br por un grupo alcohol, y la oxidación lo convierte en ácido sin variar el número de carbonos, luego la posición del Br es terminal

Cuando enunciado indica “se obtiene un producto de reacción neutra”, se refiere a que no es un ácido; el alcohol es ligeramente ácido pero no lo tenemos en cuenta.

Calculamos el número de insaturaciones $\text{ni}=C+1-\frac{H}{2}-\frac{X}{2}+\frac{N}{2}=4+1-\frac{7}{2}-\frac{1}{2}=1$

La insaturación puede ser un doble enlace o una cetona / aldehído:

-Si la insaturación está asociada al oxígeno, el O no puede ser terminal o produciría otro ácido por la oxidación y no sería monobásico, luego sería cetona y no habría dobles enlaces.

-Si la insaturación está asociada al doble enlace el O no puede tener un doble enlace y podría ser un alcohol no terminal que se oxidase a cetona o un éter.

Estructuras posibles:

A1: CH_3-CH-CO-CH_2Br	1-bromobutan-2-ona
A2: CH_3-CO-CH_2-CH_2Br	4-bromobutan-2-ona
A3: CH_2=COH-CH_2-CH_2Br	4-bromobut-1-en-2-ol
A4: CH_3-CHOH=CH-CH_2Br	4-bromobut-2-en-2-ol
A5: CH_3-CH_2=CHOH-CH_2Br	1-bromobut-2-en-2-ol
A6: CH_2=CH-CHOH-CH_2Br	1-bromobut-3-en-2-ol
A7: CH_2=CH-O-CH_2-CH_2Br	etenil-2-bromoetil-éter
A8: CH_3-CH_2-O-CH=CHBr	etil-2-bromoetenil-éter
A9: CH_3-CH_2-CH_2-COBr	bromuro de butanoilo

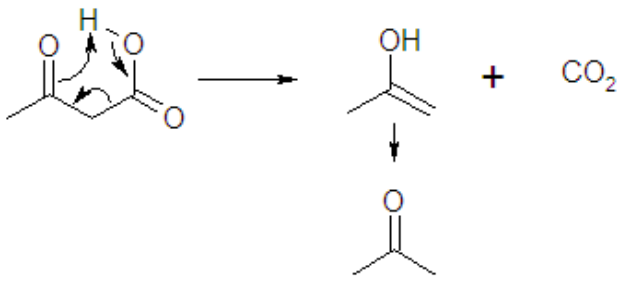
Razonar la mas probable:

-Descartamos los dobles enlaces ya que por oxidación con permanganato producirían la rotura de la molécula por el doble enlace.

-Descartamos A9: el tratamiento con Ag_2O no daría butanal que luego se oxidaría al ácido. El paso a butanal implica una reducción (reducción de Rosenmund).

Eso nos limita a A1 y A2

-Argumentos para descartar A2: es un beta-cetoácido y se produciría la descarboxilación fácilmente. https://es.wikipedia.org/wiki/Descarboxilaci%C3%B3n#Descarboxilaci.C3.B3n_de_.CE.B2-ceto.C3.A1cidos



La estructura más probable es

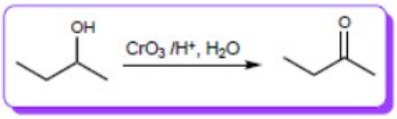
A1: CH_3-CH-CO-CH_2Br 1-bromobutan-2-ona

enrique@fiquipedia.es Revisado 14 agosto 2025
CC BY SA

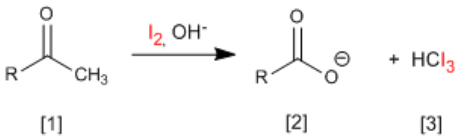
B6.- Un compuesto A de composición 64,8648 % de carbono, 13,5135 % de hidrógeno y el resto de oxígeno, produce un hidrocarburo B cuando se calienta en medio ácido.
B es capaz de reaccionar con HCl obteniéndose el compuesto C que tiene un 38,3783 % de cloro. La ozonolisis de B en medio reductor produce un único compuesto orgánico, F.
El compuesto A se trata con el reactivo de Jones en medio sulfúrico diluido y se forma un compuesto D que en medio alcalino reacciona con cloro formando cloroformo y un compuesto E.
Escriba los procesos descritos e indique el nombre y fórmula de cada uno de los compuestos.
Masas atómicas: C = 12; O = 16; H = 1; Cl = 35,5

Fórmula empírica 1 p
Fórmula y nombre de cada compuesto 6 p
Procesos descritos 3 p

Se toman 100 g de compuesto y utilizamos los porcentajes como gramos para calcular moles
C: 64,8648/12=5,4054 mol C
H: 13,5135/1= 13,5135 mol H
100-13,5135-64,8648=21,6217% → O: 21,6217/16=1,35135625 mol O
Dividmos por el menor paa obener proporciones
C: 5,4054/1,35135625=4
H: 13,5135/1,35135625=10
O: 1,35135625/1,35135625=1
La fórmula empírica es $C_4H_{10}O$ y su masa molar 4·12+10+16=74 g/mol
Al calentar en medio ácido se obtiene un hidrocarburo B que adiciona HCl: en principio A es un alcohol que por deshidratación da un alqueno B que adiciona HCl para dar C.
Si la fórmula empírica coincide con la molecular, la fórmula de B tras la deshidratación sería C_4H_8 y la C sería C_4H_9Cl, que tiene una masa molar de 4·12+9+35,5=92,5 g/mol
El porcentaje de cloro sería 35,5/92,5=0,383784= 38,3784%, coincide.
Como la ozonólisis de B da un único compuesto F, B es simétrico respecto al doble enlace
B: but-2-eno CH_3-CH=CH-CH_3
A: butan-2-ol CH_3-CH_2-CHOH-CH_3
C: 2-clorobutano CH_3-CH_2-CHCl-CH_3
F: etanal CH_3-CHO
La reacción de A que es un alcohol secundario con reactivo de Jones da una cetona
https://www.quimicaorganica.net/reactivo-de-jones.html



D: butan-2-ona CH_3-CH_2-CO-CH_3
La reacción de D con Cl_2 en medio alcalino que da cloroformo (triclorometano $CHCl_3$) y un compuesto E es la reacción de yodoformo pero con cloro
https://www.quimicaorganica.net/reaccion-yodoformo.html
E: ácido propanoico CH_3-CH_2-COOH



4. Un compuesto A ($C_5H_{10}Br_2$) por reacción con potasa etanólica suministra B, capaz de desprender hidrógeno con reacción con sodio. El tratamiento de B con ácido sulfúrico diluido en presencia de sulfato de mercurio(II) origina C.
Cuando B se trata con amiduro de sodio da lugar a W que con el compuesto C se obtiene, después de hidrolizar la reacción, un compuesto D, el cual por adición de un mol de hidrógeno en presencia de paladio sobre sulfato de bario parcialmente envenenado con quinoleína se transforma en E, fácilmente deshidratable a F ($C_{10}H_8$) como producto mayoritario cuya reacción con la anhídrido maleico ($C_2H_2(CO)_2O$) da un aducto G.
Sabiendo que:

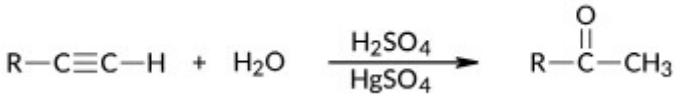
- A puede obtenerse por bromación a un hidrocarburo X.
- Cuando X se calienta con ácido sulfúrico diluido se obtiene un compuesto Y cuyo grupo principal está situado en un carbono secundario y, en cuya deshidratación aparece el compuesto Z como producto principal.
- La ozonolisis de Z da lugar a acetona y acetaldehído.

Determina las fórmulas semidesarrolladas de todos los compuesto con su secuencia de reacciones. (2 puntos)

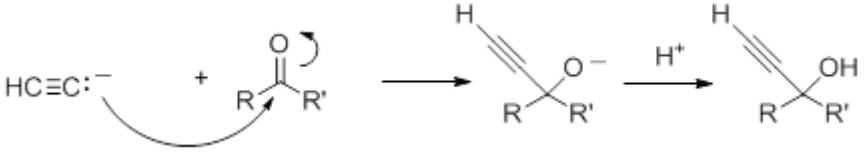
En nota publicada con fecha 24 junio 2021
"Reunida la Comisión de Selección que actúa en el proceso selectivo para el ingreso en el Cuerpo de Profesores de Secundaria 2021 de la especialidad de Física y Química ha decidido que, por un error de transcripción del ejercicio 4 de la parte A de los turnos Libre y Discapacidad, que hace que el ejercicio no se pueda resolver completamente, anular los apartados de dicho ejercicio afectados por el error (compuestos F y G). La calificación de dicho ejercicio se hará sobre el resto de los apartados."

A tiene 5+1-10/2-2/2=0 insaturaciones.
Se indica que A puede obtenerse por bromación a un hidrocarburo X.
No se indica si X "hidrocarburo" hace referencia a alcano o alqueno/alquino.
Si es alcano la bromación es con luz (no se indica), una sustitución radicalaria, en la que los radicales terciarios son más estables que los secundarios y que los primarios. Si se añaden dos Br, el primero es un carbono terciario y el segundo es en un primario, y la única opción con 5 carbonos sería
X: 2-metilbutano CH_3-$CH(CH_3)$-CH_2-CH_3
A: 2,3-dibromo-2-metilbutano CH_3-$CBr(CH_3)$-$CHBr$-CH_3
Tenemos información adicional para obtener X
Como la ozonolisis de Z da lugar a acetona (propanona CH_3-CO-CH_3) y acetaldehído (etananl CH_3-CHO), reconstruyendo Z
CH_3-CH=O + O=$C(CH_3)_2$ → CH_3-C=$C(CH_3)$-CH_3
Z: 2-metilbut-2-eno CH_3-C=$C(CH_3)$-CH_3
La deshidratación de Y da Z como producto principal (mayoritario)
Y se obtiene a partir de X con ácido sulfúrico en caliente: es una hidratación. Y tiene el grupo principal en el segundo carbono.
Y: 3-metilbutan-2-ol CH_3-$CHOH$-$CH(CH_3)$-CH_3
X: 3-metilbut-1-eno CH_2=CH-$CH(CH_3)$-CH_3
Eso descarta que X sea un alcano, es un alqueno.
Si X es un alqueno, es una adición de Br_2 a un doble enlace para que A no tenga insaturaciones.
Como A con "potasa etanólica" (disolución de hidróxido de potasio KOH y etanol CH_3-CH_2OH)

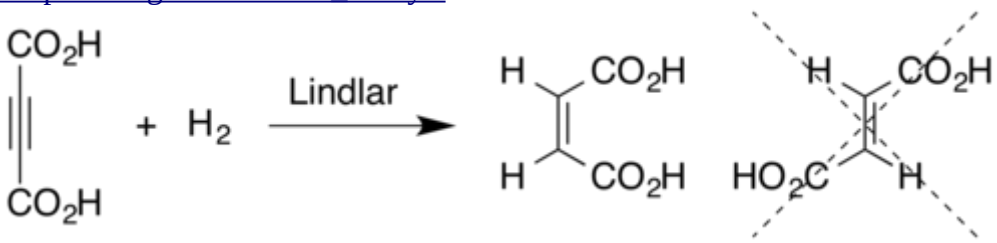
produce un compuesto B, se ha producido eliminación (al ser KOH y etanol) de Br y H y el compuesto B tiene dos dobles enlaces o un triple enlace.
https://gitlab.com/fiquipedia/drive.fiquipedia/-/raw/main/content/home/recursos/recursos-por-materia-curso/recursos-quimica-2-bachillerato/apuntes-de-elaboracion-propia-de-quimica-de-2-de-bachillerato/Q8-PAU-Qu%C3%ADmicaCarbono-Teor%C3%ADa.pdf
3.3.1 Competición entre mecanismos
Como B desprende hidrógeno con Na, indica que B es un alquino terminal.
A: 1,3-dibromo-3-metilbutano CH_2Br-CHBr-$CH(CH_3)$-CH_3
B: 3-metilbut-1-ino HC≡C-$CH(CH_3)$-CH_3
La reacción de B con H_2SO_4 diluido en presencia de $HgSO_4$ produce C: es una hidratación de alquinos con $HgSO_4$
https://www.jove.com/es/science-education/v/11838/acid-catalyzed-hydration-of-alkynes-keto-enol-tautomerism



C: 3-metilbutan-2-ona CH_3-CO-$CH(CH_3)$-CH_3
La reacción de B 3-metilbut-1-ino HC≡C-$CH(CH_3)$-CH_2. que tiene un alquino terminal, con amiduro de sodio $NaNH_2$ da
W: 3-metilbut-1-iniluro de sodio NaC≡C-$CH(CH_3)$-CH_3
https://www.quimicaorganica.org/alquinos/367-sintesis-de-alquinos-mediante-alquilacion.html
La reacción de W 3-metilbut-1-iniluro de sodio NaC≡C-$CH(CH_3)$-CH_2 con C: 3-metilbutan-2-ona CH_3-CO-$CH(CH_3)$-CH_2 para dar D tras hidrolizar es una adición nucleofílica de acetilidos a carbonilos
https://espanol.libretexts.org/Bookshelves/Quimica/Qu%C3%ADmica_Org%C3%A1nica/Mapa%3A_Qu%C3%ADmica_Org%C3%A1nica_(Wade)/10%3A_Alquinos/10.09%3A_S%C3%ADntesis_de_alquinos_m%C3%A1s_grandes_a_partir_de_acetiluros

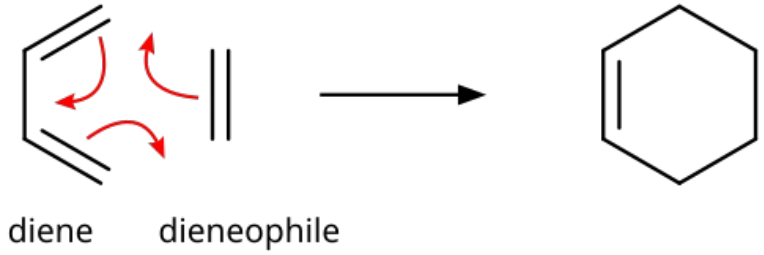


NaC≡C-$CH(CH_3)$-CH_3 + CH_3-CO-$CH(CH_3)$-CH_3 →
D: 2,3,6-trimetilhept-4-in-3-ol CH_3-$CH(CH_3)$-C≡C-$C(OH)(CH_3)$-$CH(CH_3)$-CH_3
La adición a D adición de un mol de hidrógeno en presencia de paladio sobre sulfato de bario parcialmente envenenado con quinoleína para dar E es la hidrogenación de alquinos con catalizador de Lindar y da un alqueno
https://www.quimicaorganica.org/alquinos/369-hidrogenacion-de-alquinos-con-catalizador-de-lindlar.html
https://en.wikipedia.org/wiki/Lindlar_catalyst

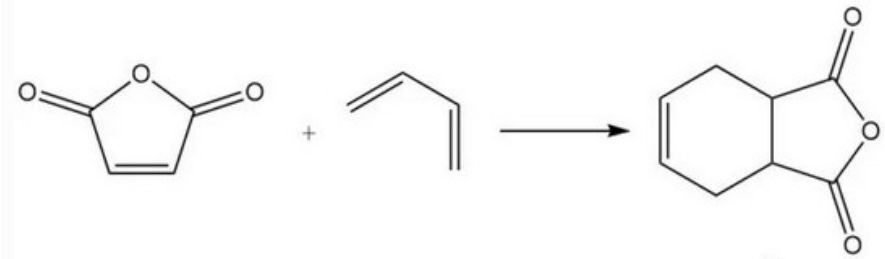


E: cis-2,3,6-trimetilhept-4-en-3-ol CH_3-$CH(CH_3)$-CH=CH-$C(OH)(CH_3)$-$CH(CH_3)$-CH_3

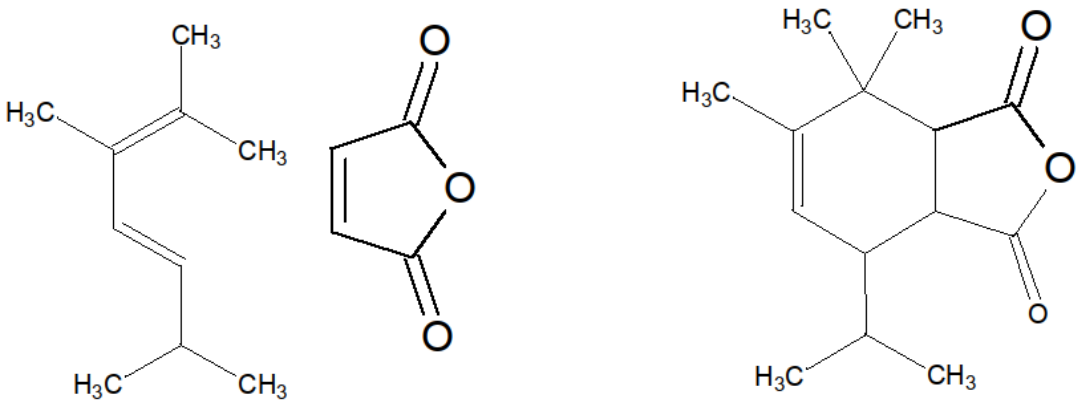
La deshidratación de E aplicando Saytzeff daría un doble enlace, habiendo dos opciones, ya que ambos carbonos adyacentes tienen un solo hidrógeno
F1: 2,3,6-trimetilhept-3,4-dieno CH_3-$CH(CH_3)$-CH=C=$C(CH_3)$-$CH(CH_3)$-CH_3
F2: 2,3,6-trimetilhept-2,4-dieno CH_3-$CH(CH_3)$-CH=CH-$C(CH_3)$=$C(CH_3)$-CH_3
Sería más estable el que no tiene dos dobles enlaces seguidos (el que no es un aleno), F2.
La fórmula molecular de ambas opciones para F es C_9H_{18}, y enunciado original indicaba $C_{10}H_8$, y de ahí la decisión de anular parte del ejercicio.El error de transcripción fue poner 8 en lugar 18.
La reacción de F con anhídrido maleico para dar un aducto G es la reacción de Diels-Alder, lo que confirma que F es un dieno conjugado y es la opción F2.
https://es.wikipedia.org/wiki/Reacci%C3%B3n_de_Diels-Alder



F: 2,3,6-trimetilhept-2,4-dieno CH_3-$CH(CH_3)$-CH=CH-$C(CH_3)$=$C(CH_3)$-CH_3
El detalle de la reacción para dar G y nombrar G es complejo, se comenta ejemplo
https://chemcess.com/es/anhidrido-maleico-propiedades-reacciones-produccion-y-usos/



En lugar de ese dieno conjugado habría que usar F y el producto G tendría ramificaciones en el segundo anillo adicional al del anhídrido maleico.



G: 4,4,5-trimetil-7-(isopropill)-3a,4,7,7a-tetrahidro-2-benzofuran-1,3-diona
La raíz es benzofuran-1,3-diona, que es el anillo de furano con dos cetonas y un benceno fusionados. 3a,4,7,7a so las posiciones donde se añaden hidrógenos el benceno. (3a y 7a son los carbonos de los anillos fusionados). Los carbonos del benceno no fusionados son 4, 5, 6 y 7, y en 7 hay un isopropilo (también se puede llamar propan-2-ilo)

6. (Accesos 5) Se quiere determinar la fórmula molecular y la composición de una muestra de altísima pureza de Clorhidrato de Cocaína y para ello, se llevan a cabo diversos ensayos:
· Mediante técnicas de análisis instrumental, se determina que el clorhidrato de cocaína presenta en su fórmula C, H, O, N y Cl.
· 3'765 g de muestra se someten a combustión, dando lugar a 8'289 g de dióxido de carbono y 2'196 g de agua.
· 4'947 g de muestra, generan 178'9 cm^3 de gas nitrógeno recogido sobre una disolución al 50 % de hidróxido de potasio a 20 ºC y 75 mmHg.
· Para conseguir precipitar el haluro correspondiente, una de muestra de 0'546 g necesitan 16'07 cm^3 de una disolución 0'1 M de nitrato de plata.
· 0'500g de muestra, contiene 8'861 · 10^{20} moléculas.
· Las posiciones de las principales bandas de absorción de su espectro IR característico, son:

Número de onda/cm^{-1}							
736	1030	1270	1489	1713	1732	2540	2945

a) Determine la fórmula molecular del compuesto. (1'25 Puntos)
b) Describa detalladamente los fundamentos de la Espectroscopía de absorción IR y determine el rango de frecuencias de vibración de la molécula de clorhidrato de cocaína. (0'75 Puntos)
Datos y constantes físicas:
Masas atómicas: C=12'011 u; H=1'008 u; N=14'007 u; Cl=35'453 u; O=15' 999 u.
Tomad 1atm=760 mmHg y 0º C = 273K
Constante de los gases ideales R = 0'082atmLmol^{-1} K^{-1}
Presión de vapor disolución de KOH a 20 º C, Pv = 7mmHg
Número de Avogadro NA=6, 022 · 10^{23} mol^{-1}
Velocidad de la luz en el vacío c_0 =2, 99792458 · 10^8 ms^{-1}

El separador decimal se debe escribir sobre la línea de escritura
Hay un error de datos en enunciado, se comenta en resolución.
Ver Galicia 2004-1

a) Como se indica un nombre de compuesto real, consultamos su fórmula y su masa molar
https://es.wikipedia.org/wiki/Clorhidrato_de_coca%C3%ADna *$C_{17}H_{22}NClO_4$, 339,8 g/mol*
Los porcentajes reales son 60,0864% C; 6,5255% H; 4,1219% N: 10,4331% Cl; 18,8331% O

Todo el carbono de la muestra pasa a CO_2
Masa molar CO_2=12,011+2·15,999=44,009 g/mol CO_2
n(CO_2)=8,289/44,009=0,1883478 mol C
Eso suponen 0,1883478·12,011=2,2622454 g C
El porcentaje en C es 2,2622454/3,765=**60,0862% C** (acorde a referencia)

Todo el hidrógeno de la muestra pasa a H_2O
Masa molar H_2O=2·1,008+15,999=18,015 g/mol H_2O
n(H_2O)=2,196/18,015=0,1218984 mol H_2O
El número d emoles de H es el doble: 0,2437968 mol H
Eso suponen 0,2437968·1,008=0,2457472 g H

El porcentaje en H es 0,2457472/3,765=**6,52715% H** (acorde a referencia)

Se indica que se recoge N_2 sobre una disolución de KOH al 50% y se da como dato la presión de vapor de la disolución de vapor, luego hay que descontar en la presión total la presión de vapor para calcular la presión asociada al N_2 y los moles de N_2 recogidos son
n=PV/RT=((75-7)/760)·0,1789/0,082·(273+20)=6,662300·10^{-4} mol N_2
El número de moles de N es el doble: 1,3324600·10^{-3} mol N
Eso suponen 1,3324600·10^{-3}·14,007=1,8663767·10^{-2} g N
El porcentaje en N es 1,8663767·10^{-2}/4,947=**0,3772744% N (no acorde a referencia)**
No coincide con referencia, debería ser aproximadamente 4,1219%. Hay algún error en datos de enunciado.
Si asumimos correcto el dato de masa de la muestra 4,947 g, 4,947·0,041219=0,203910393 g N, que suponen 0,203910393/14,007=1,4557749·10^{-2} mol N, y la mitad 7,2788745·10^{-3} mol N_2
Para esa persión y temperatura
V=7,2788745·10^{-3}·0,082·(273+20)/((75-7)/760)=1,955 L
Asumimos valor corregido en enunciado:
"· 4,947 g de muestra, generan 1,955 L de gas nitrógeno recogido sobre una disolución al 50 % de hidróxido de potasio a 20 ºC y 75 mmHg."
n=PV/RT=((75-7)/760)·1,955/0,082·(273+20)=7,28049·10^{-3} mol N_2
El número de moles de N es el doble: 1,456098·10^{-2} mol N
Eso suponen 1,456098·10^{-2}·14,007=0,2039556 g N
El porcentaje en N es 0,2039556/4,947=**4,1228% N**

El AgCl es muy poco soluble, asumimos que toda la planta añadida como $AgNO_3$ precipita.
https://en.wikipedia.org/wiki/Silver_chloride Kps=1.77×10^{-10}
0,01607·0,1=0,001607 mol $AgNO_3$, mismo número de moles de Ag y mismo número de moles de haluro, en este caso Cl, que suponen 0,001607·35,453=5,6972971·10^{-2} g Cl
El porcentaje en Cl es 5,6972971·10^{-2}/0,546=**10,43461% Cl** (acorde a referencia)

El porcentaje de O es el resto: 100-60,0862-6,52715-4,1228-10,43461=**18,8229% O**

Tomamos 100 g de muestra y usamos los porcentajes como gramos para calcular moles
C: 60,0862/12,011=5,0025976 mol C
H: 6,52715/1,008=6,4753472 mol H
N: 4,1228/14,007=0,2943385 mol N
Cl: 10,43461/35,453=0,29432234 mol Cl
O: 18,8229/15,999=1,17650478 mol O

Dividimos por el menor par obtener proporciones
C: 5,0025976/0,29432234≈17
H: 6,4753472/0,29432234≈22
N: 0,2943385/0,29432234≈1
Cl: 0,29432234/0,29432234=1
O: 1,17650478/0,29432234≈4
La fórmula empírica es $C_{17}H_{22}NClO_4$
La masa molar es 17·12,011+22·1,008+14,007+35,453+4·15,999=339,819 g/mol

Usando el número de moléculas en 0,5 g obtenemos la masa molecular

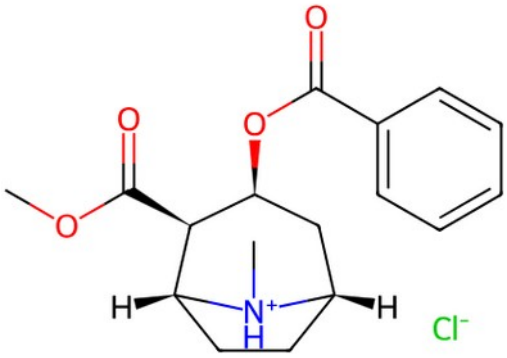
$$M=\frac{m}{n}=\frac{0,5}{\frac{8,861\cdot 10^{20}}{6,022\cdot 10^{23}}}=339,8\,g/mol$$

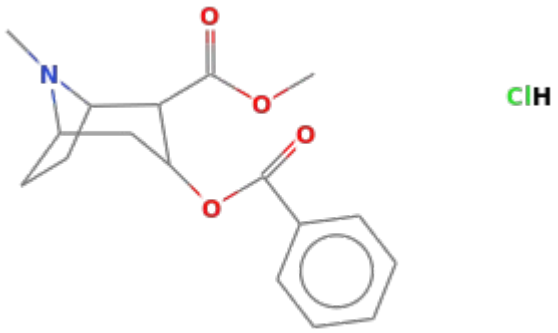
La fórmula molecular coincide con la fórmula empírica.

b) La espectroscopía infrarroja (IR) se basa en la absorción de radiación electromagnética en el rango del infrarrojo que induce vibraciones en los enlaces químicos de una molécula. Las vibraciones pueden ser de:

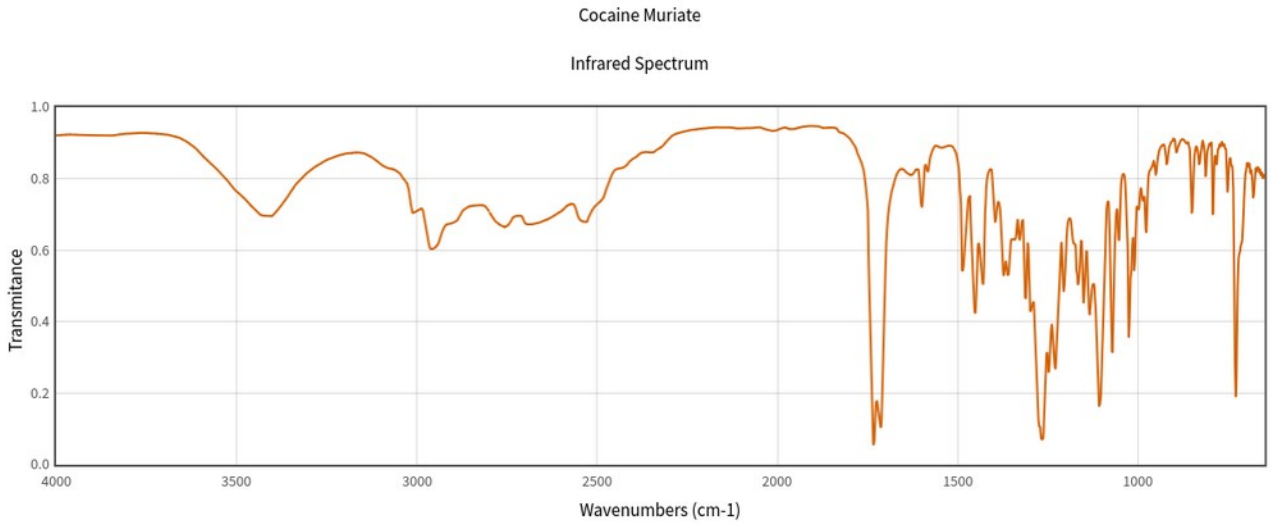
- Tensión/estiramiento (stretching) (alargamiento/acortamiento de enlaces).
- Flexión (bending) (cambio en el ángulo entre enlaces).

Las bandas de absorción son características de grupos funcionales específicos (ej. C=O, N-H, O-H).





https://www.chemspider.com/Chemical-Structure.571113.html
https://webbook.nist.gov/cgi/cbook.cgi?Formula=C17H22NClO4&NoIon=on&Units=SI
https://pubchem.ncbi.nlm.nih.gov/compound/Cocaine-muriate indica synonyms Cocaine muriate Cocaine (hydrochloride)
https://webbook.nist.gov/cgi/cbook.cgi?ID=B6005004&Units=SI&Mask=80#IR-Spec



Anexo:Tabla de correlaciones en espectroscopia infrarroja
https://es.wikipedia.org/wiki/Anexo:Tabla_de_correlaciones_en_espectroscopia_infrarroja
Spectral Database for Organic Compounds, SDBS.
https://sdbs.db.aist.go.jp/
Alejandro Savin : (Espectroscopia) : Espectroscopia de infrarrojo
https://www.quimicaorganica.org/blog-usuarios-quimica-organica/924-espectroscopia-de-

infrarrojo.html
https://chem.libretexts.org/Ancillary_Materials/Reference/Reference_Tables/Spectroscopic_Reference_Tables/Infrared_Spectroscopy_Absorption_Table

No se pide la asignación a grupos de las bandas observadas pero se ve en espectro que los más importantes están:
- en torno a 1700 cm^{-1}, asociado a estiramiento C=O, que se puede ver que hay varios en la molécula.
- en torno a 1250 cm^{-1}, asociado a estiramiento amina C-N
Solo se pide, además de decribir los fundamentos de la espectrosopía IR, determinar "el rango de frecuencias de vibración de la molécula de clorhidrato de cocaína".
La frecuencia se mide en Hz, pero en espectroscopía IR se suele indicar la inversa de la longitud de onda en cm^{-1} por la relación directa $1/\lambda=f/c$
En espectroscopía IR el rango general es de (4000-400 cm^{-1}) pero para el clorhidrato de cocaína, según los datos del problema, es de 736 cm^{-1} a 2945 cm^{-1}
Usando el dato de velocidad de la luz del enunciado y pasando cm^{-1} a m^{-1} multiplicando por 100
$f=2,99792458\cdot10^{8}\cdot736\cdot10^{2}=2,2\cdot10^{13}$ Hz
$f=2,99792458\cdot10^{8}/2945\cdot10^{2}=8,8\cdot10^{13}$ Hz
El rango de frecuencias es de $2,2\cdot10^{13}$ Hz a $8,8\cdot10^{13}$ Hz

6. (turno covid) El análisis de la composición de una sustancia orgánica arrojó el siguiente resultado: 54,54% de carbono, 36,36% de oxígeno y 9,09% de hidrógeno. Posteriormente se sometió a diversas reacciones:
a) Por reacción con sodio metálico desprendió un gas. (0,25 puntos)
b) Da positivo la reacción de haloformo. (0,25 puntos)
c) Se oxida fácilmente a $C_4H_6O_2$, como único producto orgánico, que a su vez da positivo con el reactivo de Tollens. (0,25 puntos)
d) Al calentarlo con ácido sulfúrico da una sustancia de fórmula C_4H_6O.(0,25 puntos)
Encuentra y razona la fórmula molecular de la sustancia, su estructura y escribe las sustancias que se producen. Datos: Ma: C=12,0 O=16,0 H=1,0

Tomamos 100 g de muestra y usamos los porcentajes como gramos para calcular moles
C: 54,54/12=4,545 mol C
H: 9,09/1=9,09 mol H
O: 36,36/15,999=2,2726 mol O
Dividimos por el menor par obtener proporciones
C: 4,545/2,2726≈2
H: 9,09/2,2726≈4
O: 2,2726/2,2726=1
La fórmula empírica es C_2H_4O y la masa molar es 2·12+4+16=44 g/mol
a) Que reaccione con sodio metálico para liberar gas (H_2) indica que el compuesto tiene grupo alcohol o ácido.
b) Que dé positivo por la pruba del haloformo indica que tiene una metilcetona
https://es.wikipedia.org/wiki/Reacci%C3%B3n_del_haloformo
c) Si se oxida a $C_4H_6O_2$, como la oxidación no incorpora carbonos, indica que la fórmula molecular es dos veces la empírica, $C_4H_8O_2$, y la oxidación elimina dos hidrógenos. Que el producto de positivo con el reactivo de Tollens indica que tiene un grupo carbonilo.
https://es.wikipedia.org/wiki/Reactivo_de_Tollens
Se ha oxidado un alcohol primario a un aldehído o un alcohol secundario a cetona y se pierden dos hidrógenos.
d) Al calentarlo con ácido sulfúrico sufre una deshidratación, lo que confirma que tiene un grupo alcohol.
Retomando la metilcetona de b con la fórmula molecular de c, además de -CO-CH_3 tiene C_2H_5O, que encaja con un etilo con un alcohol.
Si tiene un alcohol primario que se oxida a aldehído (si se oxidase a ácido no sería $C_4H_6O_2$) es
4-hidroxibutan-2-ona CH_2OH-CH_2-CO-CH_3
a) CH_2OH-CH_2-CO-CH_3 + Na → $CH_2(O^-Na^+)$-CH_2-CO-CH_3 + ½ H_2 (g)
b) CH_2OH-CH_2-CO-CH_3 + 3X_2 + 4NaOH → CH_2OH-CH_2-COONa + CHX_3 + 3NaI + 3H_2O
3-hidroxipropanoato de sodio
c) CH_2OH-CH_2-CO-CH_3 + oxidante → HOC-CH_2-CO-CH_3 (3-oxobutanal)
d) CH_2OH-CH_2-CO-CH_3 + H_2SO_4, calor→ CH_2=CH-CO-CH_3 (but-3-en-2-ona)+ H_2O
Si tiene un alcohol secundario que se oxida a cetona es
3-hidroxibutan-2-ona CH_3-CHOH-CO-CH_3
a) CH_3-CHOH-CO-CH_3 + Na → CH_3-$CH(O^-Na^+)$-CO-CH_3 + ½ H_2 (g)
b) CH_3-CHOH-CO-CH_3 + 3X_2 + 4NaOH → CH_3-CHOH-COONa + CHX_3 + 3NaI + 3H_2O
2-hidroxipropanoato de sodio
c) CH_3-CHOH-CO-CH_3 + oxidante → CH_3-CO-CO-CH_3 (butan-2,3-diona)
d) CH_3-CHOH-CO-CH_3 + H_2SO_4, calor→ CH_2=CH-CO-CH_3 (but-3-en-2-ona) + H_2O

Model 2. Cas 3. Qüestions prèvies.

Una de les aplicacions del sincrotó és utilitzar la tècnica d'absorció de raigs X per estudiar la composició química dels elements contaminants i així poder desenvolupar processos de descontaminació de sòls i aigües.

c) Una de les mostres analitzades detecta la presència d'un hidrocarbur en el sòl. Una mostra d'1g d'aquest hidrocarbur (compost que únicament conté carboni i hidrogen) es crema produint 2,98 litres de diòxid de carboni i 1,49 litres de vapor d'aigua mesurats a 200ºC i a 1 atm de pressió. Quina és la fórmula empírica del compost? Si la seva massa molecular és de 78 g/mol, quina és la seva fórmula molecular? De quin compost aromàtic es tracta? Descriu la forma, tipus d'orbitals i enllaços d'aquesta molècula.

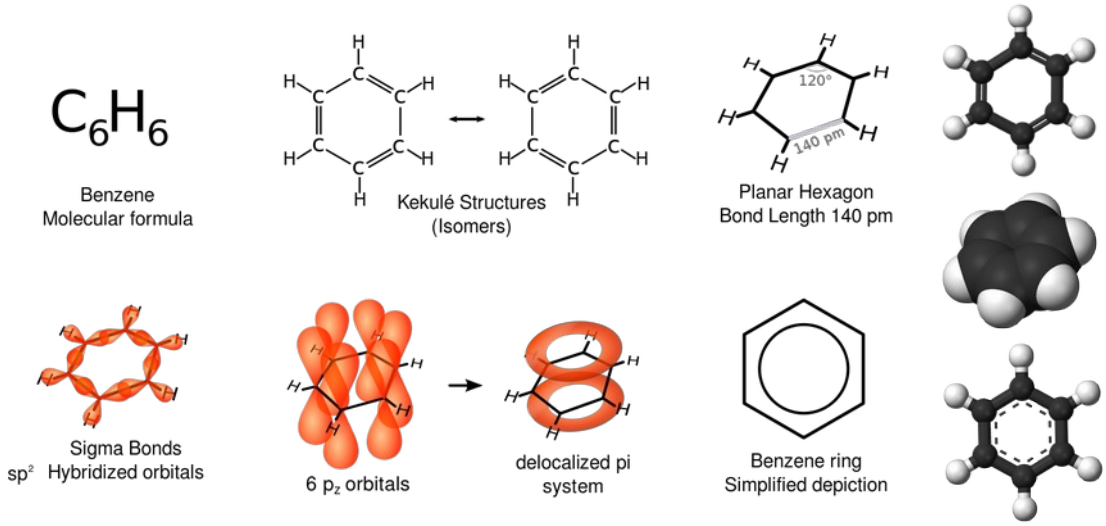
Dades: … Masses atòmiques: C:12 H:1

Una de las aplicaciones del sincrotón es utilizar la técnica de absorción de rayos X para estudiar la composición química de los elementos contaminantes y así desarrollar procesos de descontaminación de suelos y aguas.

c) Una de las muestras analizadas detecta la presencia de un hidrocarburo en el suelo. Una muestra de 1 g de este hidrocarburo (compuesto que únicamente contiene carbono e hidrógeno) se quema produciendo 2,98 litros de dióxido de carbono y 1,49 litros de vapor de agua medidos a 200 ºC ya 1 atm de presión. ¿Cuál es la fórmula empírica del compuesto? Si su masa molecular es de 78 g/mol, ¿cuál es su fórmula molecular? ¿De qué compuesto aromático se trata? Describe la forma, tipos de orbitales y enlaces de esta molécula. Datos: ... Masas atómicas: C:12 H:1

El valor debe ir separado de la unidad: debería ser 1 g, 200 ºC

c) Todo el carbono del compuesto pasa al CO_2, y todo el hidrógeno del compuesto pasa al H_2O
No tenemos como dato R, por lo que lo planteamos sin pasar a moles.
Como todo está en estado gaseoso, la proporción $n(CO_2)/n(H_2O)=2,98/1,49=2$
Pero hay el doble de moles de H que de H_2O, por lo que la proporción C/H es 1.
La fórmula empírica del compuesto es CH, y la masa molar es 13 g/mol
78/13=6, luego la fórmula molecular es C_6H_6. Es un compuesto con 4 insaturaciones, y habría varias opciones (por ejemplo hex-2,4-diino), pero como se indica que es aromático es benceno.



Representaciones benceno, wikimedia Vladsinger cc-by-sa, Benjah-bmm27

enrique@fiquipedia.es Revisado 16 agosto 2025
CC BY SA

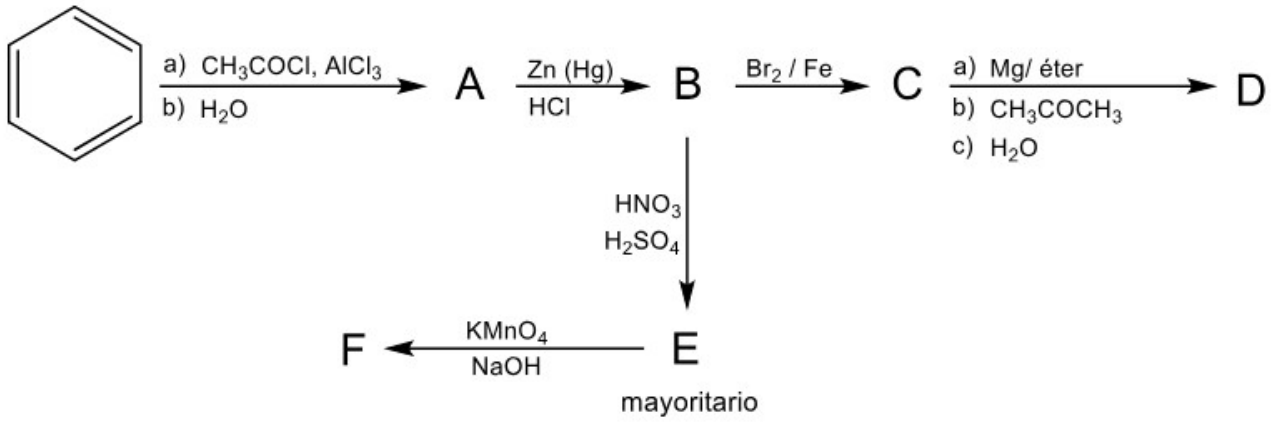
4. Una sustancia orgánica, de masa molecular 44, contiene 54,54% de carbono, 9,09% de hidrógeno y el resto de oxígeno. Su oxidación da lugar a un ácido monocarboxílico, B, de masa molecular 60 y de composición centesimal: 40% de carbono, 6,67 % de hidrógeno y 53,53 % de oxígeno. Identificar, dando su fórmula y nombre IUPAC, las sustancias A y B. (2,5 puntos)

Tomamos 100 g de sustancia y utilizamos los porcentajes como gramos para calcular moles
C: 54,54/12=4,545 mol C
H: 9,09/1=9,09 mol H
100-54,54-9,09=36,37% O
O: 36,37/16=2,273 mol O
Dividimos por el menor para obtener proporciones
C: 4,545/2,273=2
H: 9,09/2,273=4
O: 2,273/2,273=1
La fórmula empírica es C_2H_4O y la masa molar 2·12+4+16=44 g/mol
Como coincide con la masa molecular, la fórmula molecular es la misma.

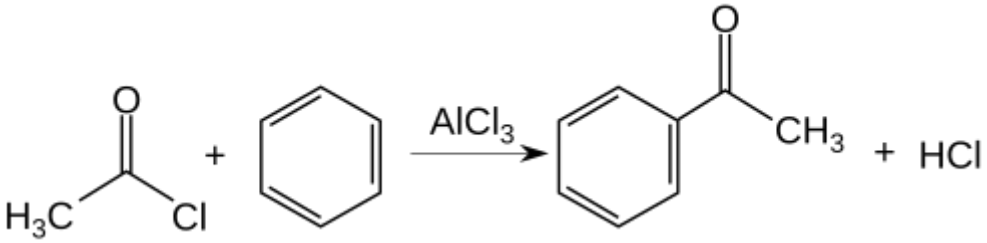
Repetimos proceso para sustancia B
C: 40/12=3,333 mol C
H: 6,67/1=6,67 mol H
O: 53,53/16=3,346 mol O
Dividimos por el menor para obtener proporciones
C: 3,333/3,333=1
H: 6,67/3,333=2
O: 3,346/3,333=1
La fórmula empírica es CH_2O y la masa molar 12+2+16=30 g/mol
Como la masa molecular es el doble, la fórmula molecular es $C_2H_4O_2$

En la oxidación de A a B se añade solo un oxígeno sin perder hidrógenos, luego es el paso de un aldehído a un ácido
A: etanal CH_3-CHO
B: ácido acético (ácido etanoico) CH_3-COOH

3. Justifique el producto que se formará en las siguientes reacciones, indicando el tipo de reacción en cada caso y la estereoquímica cuando sea necesario. Nombre y formule todos los productos obtenidos. (A, B, C y E = 2 puntos cada uno; D y E = 1 punto cada uno)

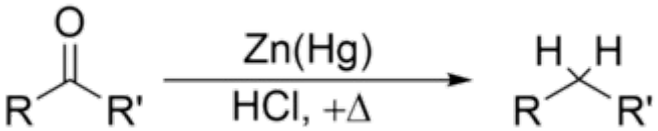


Obtención de A: el benceno sufre una acilación de Friedel-Crafts (paso a se forma el ion acilio y en paso b la hidrólisis)
https://es.wikipedia.org/wiki/Reacci%C3%B3n_de_Friedel-Crafts#Acilaci%C3%B3n_de_Friedel-Crafts



$C_6H_6 + CH_3\text{-}COCl$ ($AlCl_3$, H_2O) → **$C_6H_5\text{-}CO\text{-}CH_3$** + HCl
benceno + cloruro de acetilo → **A: feniletanona** + cloruro de hidrógeno

Reacción de A a B: se da una reducción de Clemmensen
https://es.wikipedia.org/wiki/Reducci%C3%B3n_de_Clemmensen, que a partir del grupo carbonilo obtiene un alcano



$C_6H_5\text{-}CO\text{-}CH_3$ + (Zn(Hg), HCl) → **$C_6H_5\text{-}CH_2\text{-}CH_3$**
feniletanona → **B: etilbenceno**

Reacción de B a C: se de una halogenación aromática
https://espanol.libretexts.org/Bookshelves/Quimica/Qu%C3%ADmica_Org%C3%A1nica/Mapa%3A_Qu%C3%ADmica_Org%C3%A1nica_(Wade)/18%3A_Reacciones_de_Compuestos_Arom%C3%A1ticos/18.02%3A_Halogenaci%C3%B3n_de_benceno_(una_reacci%C3%B3n_EAS)
Es una sustitución electrófila aromática y el grupo etilo es un desactivante débil que dirige a orto y para, y el produco mayoritario será para (1,4)

C_6H_5-CH_2-CH_3 → **Br-C_6H_4-CH_2-CH_3**
etilbenceno → **C: 1-bromo-4-etilbenceno**
Reacción de C a D: paso a) es la formación de reactivo de Grignard
https://es.wikipedia.org/wiki/Reactivo_de_Grignard

BrMg-C_6H_4-CH_2-CH_3 bromuro d e4-etilfenilmagnesio
En el paso b) el reactivo de Grignard reacciona con propanona, acetona y da un alcóxido de magnesio.
BrMg-C_6H_4-CH_2-CH_3 + CH_3-CO-CH_3 → $(CH_3)_2$-C(O-MgBr)-C_6H_4-CH_2-CH_3
En el paso c) se produce una hidrólisis
$(CH_3)_2$-C(O-MgBr)-C_6H_4-CH_2-CH_3 + H_2O → CH_3-C(OH)(CH_3)-C_6H_4-CH_2-CH_3
D: 2-(4-etilfenil)propan-2-ol

Reacción de B a E: es una nitración
Es una sustitución electrófila aromática y el grupo etilo es un desactivante débil que dirige a orto y para, y el produco mayoritario será para (1,4)
C_6H_5-CH_2-CH_3 → **CH_3-CH_2-C_6H_4-NO_2**
etilbenceno → **E: 1-etil-4-nitrobenceno**

Reacción de E a F: paso a) es una oxidación con permanganto de potasio, que convierte la cadena lateral de alquilo en un grupo ácido
CH_3-CH_2-C_6H_4-NO_2 + $KMnO_4$ → O_2N-C_6H_4-COOH
1-etil-4-nitrobenceno → ácido 4-nitrobenzoico
Paso b es una neutralización ácido base que genera una sal orgánica
O_2N-C_6H_4-COOH+ NaOH → **O_2N-C_6H_4-COO^-Na^+** + H_2O
ácido 4-nitrobenzoico + hidróxido de sodio → **F: 4-nitrobenzoato de sodio** + agua

2. A, B y C son tres aminas isómeras, de formula molecular $C_5H_{13}N$. Cuando se tratan con ácido nitroso ($NaNO_2$+ HCl), B y C desprenden nitrógeno gas, pero no así A. Sometidos los compuestos iniciales a metilación a fondo y posterior calefacción de sus respectivos hidróxidos de amonio cuaternario, nos dan los siguientes alquenos:

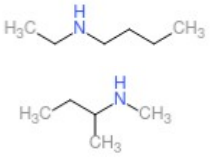
A → but-1-eno; B → pent-1-eno; C → pent-2-eno

Razónense las estructuras de estas tres aminas, sabiendo que B puede obtenerse a partir de A, de la siguiente manera, además nombre y formule los compuestos A, B, C, D y E.

$$A \rightarrow Hoffman \rightarrow but-1-eno \xrightarrow[b)\,H_2O_2/OH^-]{a)\,B_2H_6} D \xrightarrow[b)\,KCN]{a)\,PBr_3} E \xrightarrow[b)\,H_2O]{a)\,LiAlH_4} B$$

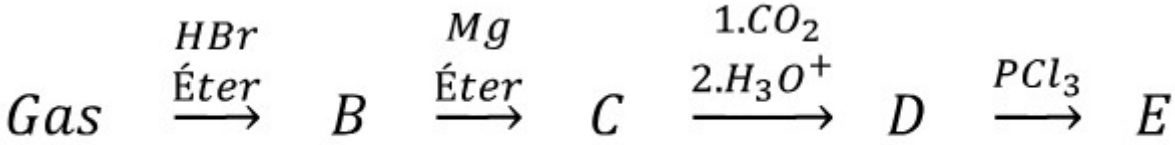
Localizado resuelto por usuario H2O2 en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=11188#p38671 en Química: teoría y problemas, José María Teijón, José Antonio García Pérez, Editorial Tebar, 1996, ISBN 9788473601559, problema 15.20 en página 414 https://books.google.es/books?id=Btuo9XPGrOUC&lpg=PP1&hl=es&pg=PA414#v=onepage&q&f=false

Que una amina desprenda o no nitrógeno cuando se trata con ácido nitroso indica si es o no una amina alifática (no aromática) primaria. Las primarias dan sales de diazonio en las que luego se libera nitrógeno.
http://www.quimicaorganica.net/reaccion-aminas-nitrito-de-sodio-acido-clorh%C3%ADdrico.html
Por lo tanto B y C son aminas primarias, pero A no lo es.
La reacción de but-1-eno con B_2H_6 y H_2O_2/OH^- es una adición electrofílica sobre alquenos, una hidratación de alquenos anti-Markovnikov, y el producto mayoritario será
D CH_3-CH_2-CH_2-CH_2OH butan-1-ol
La reacción de butan-1-ol con PBr_3 es una susitución nucleofílica alifática, una síntesis haloalcanos a partir de alcoholes, y el producto será
CH_3-CH_2-CH_2-CH_2Br 1-bromobutano
La reacción del haloalcano con KCN produce una sustitución nucleofílica alifática, una síntesis de nitrilos a partir de haloalcanos, y el producto será
E CH_3-CH_2-CH_2-CH_2CN pentan-1-nitrilo
La reacción de un nitrilo con $LiAlH_4$ para dar una amina (B), es una reducción, una síntesis de aminas por reducción de nitrilos, y el producto será
B CH_3-CH_2-CH_2-CH_2NH_2 pentan-1-amina
Una vez tenemos B, sabemos que A y C son isómeros por el enunciado.
En los tres casos la eliminación de Hofmann "metilación a fondo y posterior calefacción de sus respectivos hidróxidos de amonio cuaternario" nos lleva a dobles enlaces.
Enunciado original indica Hoffman pero es Hofmann
https://en.wikipedia.org/wiki/August_Wilhelm_von_Hofmann
https://es.wikipedia.org/wiki/Eliminaci%C3%B3n_de_Hofmann
https://www.organic-chemistry.org/namedreactions/hofmann-elimination.shtm
En el caso de C, que es amina primaria isómero de B que está en posición 1, puede tener el grupo amina en posición 2 ó 3. Como se indica que por Hofmann a partir de C se obtiene pent-2-eno
C CH_3-CH_2-$CHNH_2$-CH_2-CH_3 pentan-3-amina
En el caso de A, como con Hofmann pierde CH3 pasando de 5 a 4 carbonos, es una amina secundaria y puede tener ser
A CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-NH-CH_3 N-etil butil amina
A CH_3-CH_2-$CH(CH_3)$-NH-CH_3 N-1-metilpropil metil amina



CC BY SA

2. Una disolución gaseosa está compuesta por metano, monóxido de carbono y eteno. (1,25p)
a) A una muestra de 100 mL de disolución se le añaden 300 mL de oxígeno gaseoso. En la reacción de combustión se consumen totalmente los gases de la disolución inicial siendo el volumen de los gases fríos obtenidos de 245 mL. Finalmente, se tratan estos gases con una disolución de KOH, obteniéndose así un volumen final de 95 mL. Sabiendo que todos los volúmenes se han medido en las mismas condiciones de presión y temperatura, hállese la composición porcentual en volumen de cada compuesto. (0,6p)
b) Otra muestra se ha sometido al siguiente tratamiento. Completa la síntesis e identifica los compuestos B, C, D y E. (0,65p)



a) Planteamos las reaciones de combustión de los gases de la mezcla
$CH_4 + 2O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O$
$CO + ½O_2 \rightarrow CO_2$
$C_2H_2 + 3O_2 \rightarrow 2CO_2 + 2H_2O$
Llamamos x a los mL de CH_4, y a los mL de CO y z a los mL de C_2H_2 en 100 mL iniciales de mezcla. Tenemos 3 incógnitas y necesitamos 3 ecuaciones
x+y+z=100 [1]
Los 245 mL gases fríos podría ser solamente el CO_2, ya que H_2O es líquido, pero se indica "se tratan estos gases con una disolución de KOH, obteniéndose así un volumen final de 95 mL.". La disolución de KOH absorbe el CO_2, por lo que hay un gas adicional al CO_2, del que hay 95 mL. El volumen de CO_2 es 245-95=150 mL
x+y+2z=150 [2]
Se indica que se consumieron todos los gases de la mezcla inicial, por lo que los 95 mL finales son de O_2 sobrante. Se han consumido 300-95=205 mL
2x+ ½y+3z=205 [3]
Restando [2]-[1] → z=50 mL
Restando 2[3]-[1] → 3x+5z=310 → x=(310-5·50)/3=20 mL
Despejando de [1], y=30 mL
La composición centesimal es CH_4=20%, CO=30%, C_2H_2=50%
b) En el primer paso reacciona el eteno de la mezcla y se produce una adición
B: bromoetano CH_3-CH_2Br
En el segundo paso se forma un magnesiano, reactivo de Grignard
C: bromuro de etilmagnesio CH_3-CH_2MgBr
En el tercer paso es la carboxilación de un reactivo de Grignard para dar un ácido carboxílico
https://www.organica1.org/qo1/ok/acidos/acido7.htm
D: ácido propanoico CH_3-CH_2-COOH
El cuarto paso es la formación de un cloruro de acilo
https://es.wikipedia.org/wiki/Cloruro_de_acilo#M%C3%A9todos_de_laboratorio
E: cloruro de propanoilo CH_3-CH_2-COCl

4.- En el laboratorio se ha sintetizado un alcohol (A), que por deshidratación nos proporciona un compuesto (B) que solo contiene carbono e hidrógeno. Al disolver 3,65 g de esta sustancia (B) en 100 g de benceno, se ha comprobado que la temperatura de fusión del benceno disminuye en 1,88°C
Este compuesto (B) reacciona con permanganato de potasio formándose los compuestos (C) y (D).
El compuesto (C), al ser tratado con hidróxido de sodio da lugar a una sal sódica mono sustituida que contiene un 23,96% de sodio.
El compuesto (D) da negativo en todas las reacciones tipicas de los ácidos.
Se pide:
a. Determinar de forma razonada las posibles estructuras de los compuestos A, B, C y D.
b. Escribe las reacciones completas que tienen lugar, indicando fórmula y nombre, tanto de los productos como de los reactivos.
Datos: $K_{\text{crioscópica del benceno}}$ = 5,07 K·kg/mol

No se dan como datos las masas atómicas, usamos C=12; O = 16, Na = 23

a) Sabemos que A es un alcohol y que por deshidratación pierde todos los oxígenos, luego no tiene oxígenos que no estén en grupos alcohol.
Usamos el descenso crioscópico para determinar la masa molar de B

$$\Delta T = k \cdot m$$

$$1,88 = 5,07 \cdot \frac{3,65/M}{0,1} \Rightarrow M = \frac{5,07 \cdot 3,65}{1,88 \cdot 0,1} = 98,4\ g/mol\ B$$

B tendrá tantos dobles enlaces como alcoholes tenga A. Asumimos que es solo uno, por lo que B solo tiene un doble enlace y su fórmula es C_nH_{2n} de masa molar 14·n
98,4/14=7,0≈7
La fórmula molecular de B es C_7H_{14}, y la de A es $C_7H_{16}O$
La reacción de B con $KMnO_4$ es una ruptura oxidativa de alquenos
https://es.wikipedia.org/wiki/Ruptura_oxidativa_de_alquenos
https://organica1.org/teoria1411/8_files/frame.htm 42 Ruptura oxidativa de alquenos
El compuesto C reacciona con hidróxido de sodio y da una sal sódica, luego es un ácido, y el compuesto D no es un ácido, será una cetona.
La sal de sodio formada tendrá fórmula CH_3-(CH_2)n-COONa
Su masa molar es 12+3+(12+2)·n+12+2·16+23=82+14n
El porcentaje en sodio es $\frac{23}{82+14n} = 0,2396 \Rightarrow 23 = 19,65 + 3,354\,n \Rightarrow n = \frac{23-19,65}{3,354} \approx 1$
C: ácido propanoico CH_3-CH_2-COOH
D debe tener ramificación para no oxidarse a ácido
D: ácido propanoico CH_3-CO-CH_2-CH_3
B: 3-metilhex-3-eno CH_3-CH_2-CH=C(CH_3)-CH_2-CH_3
A: 3-metilhexan-3-ol CH_3-CH_2-CH_2-C(OH)(CH_3)-CH_2-CH_3
b) A → B: CH_3-CH_2-CH_2-C(OH)(CH_3)-CH_2-CH_3 → CH_3-CH_2-CH=C(CH_3)-CH_2-CH_3 + H_2O
B → C+D: CH_3-CH_2-CH=C(CH_3)-CH_2-CH_3 + $KMnO_4$ → CH_3-CH_2-COOH + CH_3-CO-CH_2-CH_3
CH_3-CH_2-COOH + NaOH → CH_3-CH_2-COO^-Na^+ + H_2O

CC BY SA

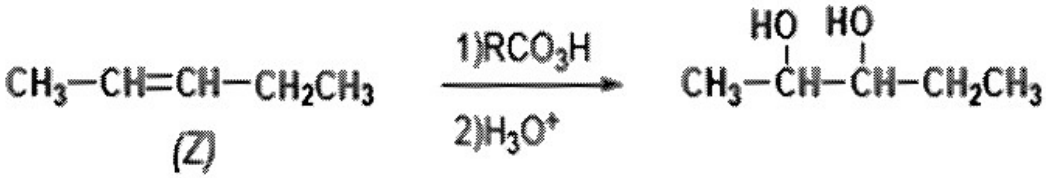
OPCIÓN A

3. Dos compuestos isómeros A y B tienen la siguiente composición centesimal: 59,7% de C, 10,8% de H y 29,4% de Cl. A presenta isomería óptica mientras que B es inactivo ópticamente. Cuando A se calienta en medio básico se obtiene C, que a su vez puede adicionar HCl para dar lugar a B.
a) Deduce las estructuras de A, B y C sabiendo que la oxidación de C genera una cetona de fórmula C_4H_8O. (0,9 ptos)
b) Formula y nombra todos los compuestos orgánicos. (0,35 ptos)
Datos: Masas (uma): C = 12,01; H = 1,00; Cl = 35,45

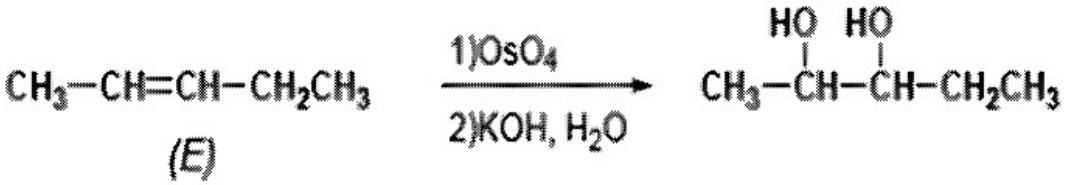
a) Tomos 100 g de sustancia y podemos utilizar los porcentjes como masa
C: 59,7/12,01=4,97
H: 10,8/1=10,8
Cl: 29,4/35,45=0,829
Dividimos por el menor para obtener proporciones
C: 4,97/0,829=6
H: 10,8/0,829=13
Cl: 0,829/0,829=1
La fórmula empírica es $C_6H_{13}Cl$
No se da información sobre la fórmula molecular, asumimos que coincide con la empírica.
Tiene 6+1-13/2-1/2=0 insaturaciones.
A y B son haloalcanos. Al calentar A en medio básico se produce una eliminación que da un alqueno, C, que puede acidionar HCl para dar B. Como A y B son isómeros y ambos haloalcanos, el cloro está en carbonos adyacentes.
Como A tiene un carbono quiral y 6 carbonos, hay varias opciones
A1 CH_3-$CHCl$-CH_2-CH_2-CH_3
A2 CH_3-$CHCl$-$CH(CH_3)$-CH_2-CH_3
A3 CH_3-CH_2-$CHCl$-$CH(CH_3)$-CH_3
La oxidación de C que es un alqueno da una cetona: se trata de una rotura oxidativa de alquenos.
Si aplicamos Markovniko a la eliminación, las opciones mayoritarias para C son
C1 CH_3-CH=CH-CH_2-CH_2-CH_3
C2 CH_3-CH=$C(CH_3)$-CH_2-CH_3
C3 CH_3-CH_2-CH=$C(CH_3)$-CH_3
La ruptura oxidativa de cada uno de ellos daría
De C1: CH_3-CHO + HOC-CH_2-CH_2-CH_3 (dos aldehídos)
De C2: CH_3-CHO + CH_3-CO-CH_2-CH_3 (el segundo es cetona y tiene fórmula C_4H_8O)
De C3: CH_3-CH_2-CHO + CH_3-CO-CH_3 (el segundo es cetona pero no tiene fórmula C_4H_8O)
Por lo tanto
A: 2-cloro-3-metilpentano CH_3-$CHCl$-$CH(CH_3)$-CH_2-CH_3
C: 3-metilpent-2-eno CH_3-CH=$C(CH_3)$-CH_2-CH_3
Si se adiciona HCl a B aplicando Markovnikov se obtiene de manera mayoritaria
B: 3-cloro-3-metilpentano CH_3-CH_2-$CCl(CH_3)$-CH_2-CH_3
Se puede comprobar que B es un isómero de A y que no es ópticamente activo.

Deberá realizar tres ejercicios de entre los seis propuestos. Cada ejercicio se califica sobre 10 según la ponderación indicada en cada apartado. La calificación total de la prueba será la que resulte de dividir la puntuación total obtenida entre tres.

4. Averigüe la estereoquímica de los productos que se obtienen en las siguientes reacciones:



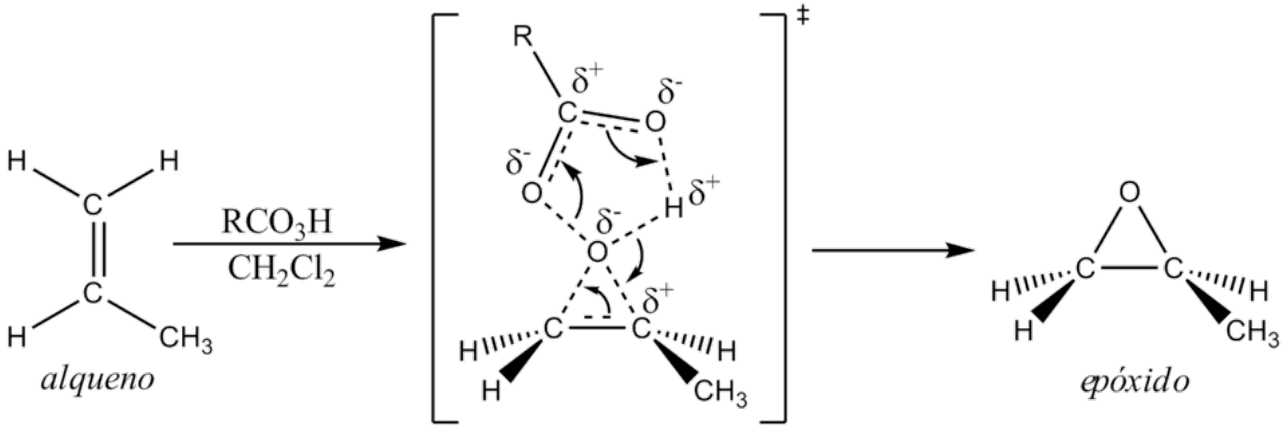
(5 puntos)



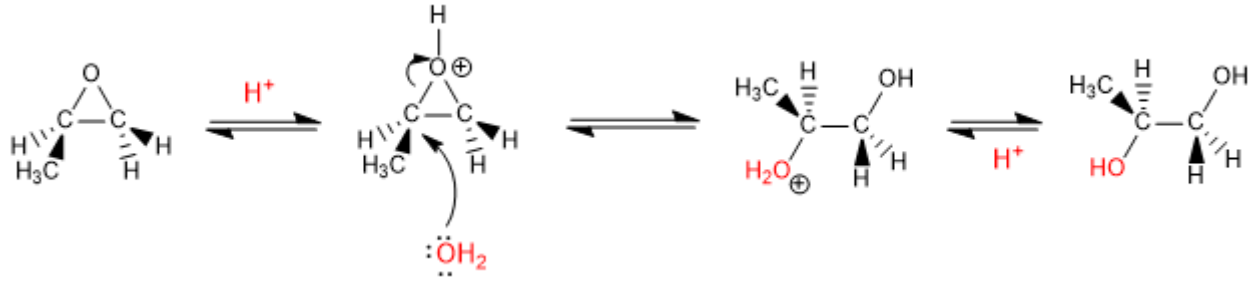
(5 puntos)

Ver Andalucía 1996-4

a) (Z) pent-2-eno → pentan-2,3-diol
En el pentan-2,3-diol los carbonos 2 y 3 son quirales.
En primer paso se indica 1) RCO_3H que es un peroxiácido.
Se trata de la epoxidación de un alqueno mediante un peroxiácido
https://es.wikipedia.org/wiki/Reacci%C3%B3n_de_Prileschajew



En el segundo paso se indica 2) H_3O^+
Se trata de apertura del epóxido en medio ácido para dar un diol vecinal
https://www.quimicaorganica.org/acidos-carboxilicos/136-quimica-organica/eteres-teoria/1083-apertura-de-eteres-ciclicos-epoxidos.html

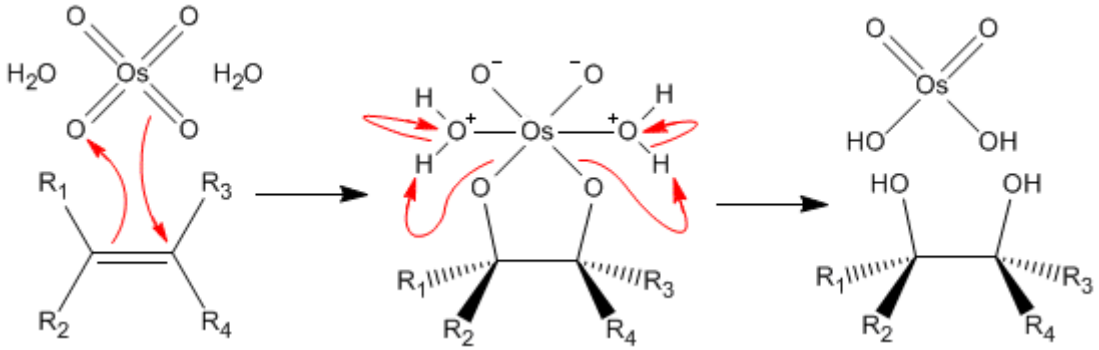


El compuesto original era Z y los dos OH y los dos C están en el mismo plano pero opuestos.
Representamos con proyección los carbonos 2-3 del compuesto A planteando la posición tras la adición, usamos ◄ para indicar que sale del papel y ⊳ que entra en el papel.

```
          H      H
          ▽      ▼
HO ►      C      C      ◅ OH
          △      ▲
          CH3    CH2-CH3
```

Si seguimos el criterio Cahn-Ingold-Prelog (CIP)
En carbono 2 el orden en prioridad decreciente es alcohol (Z=16), resto cadena (Z=12 unido a OH), metilo (Z=12 unido a H) y H (Z=1), por lo que el estereocentro 2 es (2R)
En carbono 3 el orden en prioridad decreciente es alcohol (Z=16), resto cadena (Z=12 unido a OH), etilo (Z=12 unido a C) y H (Z=1), por lo que el estereocentro 3 es (3R)
La reacción es (Z) pent-2-eno → (2R, 3R) pentan-2,3-diol

b) (E) pent-2-eno → pentand-2,3-diol
En primer paso se indica 1) OsO_4
Se trata de una cis-dihidroxilación de alquenos
https://es.wikipedia.org/wiki/Tetr%C3%B3xido_de_osmio#Oxidaci%C3%B3n_de_alquenos



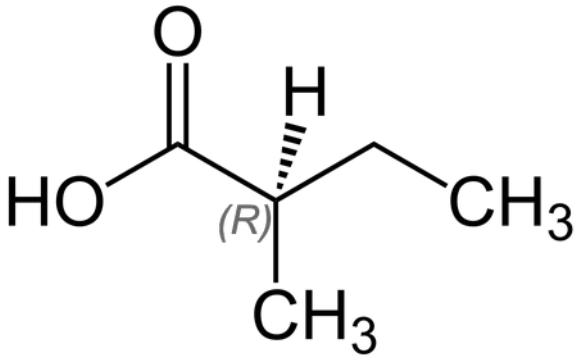
El compuesto original era E y los dos OH y los dos C están en el mismo plano.
Representamos con proyección los carbonos 2-3 del compuesto A planteando la posición tras la adición, usamos ◄ para indicar que sale del papel y ⊳ que entra en el papel.

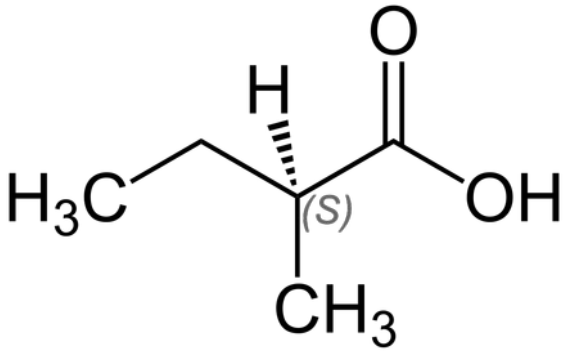
```
          CH3    H
          ▽      ▽
HO ►      C      C      ◄ OH
          △      △
          H      CH2-CH3
```

Si seguimos el criterio Cahn-Ingold-Prelog (CIP)
(Las prioridades en cada carbono 2 y 3 son las mismas, las volvemos a indicar)
En carbono 2 el orden en prioridad decreciente es alcohol (Z=16), resto cadena (Z=12 unido a OH), metilo (Z=12 unido a H) y H (Z=1), por lo que el estereocentro 2 es (2S)
En carbono 3 el orden en prioridad decreciente es alcohol (Z=16), resto cadena (Z=12 unido a OH), etilo (Z=12 unido a C) y H (Z=1), por lo que el estereocentro 3 es (3S)
La reacción es (Z) pent-2-eno → (2S, 3S) pentan-2,3-diol

1.4. Un compuesto A, de fórmula molecular $C_5H_{10}O_2$, es ópticamente activo y es capaz de reaccionar con hidrogenocarbonato de sodio formando la correspondiente sal y desprendiendo dióxido de carbono.
a) Determina la estructura y el nombre de A indicando los estereoisómeros y las correspondientes configuraciones R, S. 4p
b) Escribe las fórmulas semidesarrolladas y los nombres de dos isómeros de cadena y dos isómeros de función del compuesto A. 1p
Por otra parte, y si se dan las condiciones adecuadas, el compuesto A reacciona con la etilmetilamina cuando ambas sustancias se encuentran en un reactor.
c) Escribe la ecuación química correspondiente a la reacción química citada, indicando las fórmulas estructurales y nombres de todos los reactivos y productos. Indica también el nombre del tipo de reacción, así como el de la reacción inversa. 1p
d) Con base en las teorías que correspondan relativas al enlace químico, explica y justifica la hibridación, geometría y polaridad de los productos en la reacción directa del apartado anterior. 4p

a) El compuesto A solo tiene 5+1-10/2=1 insaturación. Si reacciona con hidrogenocarbonato de sodio formando una sal tiene un grupo ácido que aporta la insaturación. Para tener un carbono quiral debe ser
A: ácido 2-metilbutanoico CH_3-CH_2-$CH(CH_3)$-COOH
La representación de los dos isómeros R y S según reglas Cahn-Ingold-Prelog





b) Isómeros de cadena (basta con dos)
ácido 3-metilbutanoico CH_3-$CH(CH_3)$-CH_2-COOH
ácido 2,2-dimetilpropanoico CH_3-$C(CH_3)_2$-COOH
Isómeros de función (basta con dos)
butanoato de metilo CH_3-CH_2-CH_2-COO-CH_3
propanoato de etilo CH_3-CH_2-COO-CH_2-CH_3
etanoato de propilo CH_3-COO-CH_2-CH_2-CH_3
metanoato de butilo HCOO-CH_2-CH_2-CH_2-CH_3
c) etilamina CH_3-CH_2NH_2
En un reactor con calentamiento sería una reacción de condensación, se formaría una amida
C_4H_9-COOH + CH_3-CH_2NH_2 → C_4H_9-COONH-CH_2-CH_3 + H_2O
Se forma N-etil-2-metilbutanamida
La reacción inversa sería una hidrólisis
A temperatura ambiente sería una reacción de neutralización: ácido + base → sal.
C_4H_9-COOH + CH_3-CH_2NH_2 → C_4H_9-COO^- + CH_3-$CH_2NH_3^+$
Se forma 2-metilbutanoato de etilamonio

d) N-etil-2-metilbutanamida sería un compuesto molecular con enlaces covalentes.
Todos los carbonos tienen hibridación sp^3 formando 4 enlaces y geometría tetraédrica de 109,5º salvo el carbono del grupo amida que tiene hibridación sp^2 y un doble enlace con geometría triangular plana de 120º
El nitrógeno tiene hibridación sp^3, geometría piramidal triangular 107º ya que tiene un par de electrones no enlazante.
El oxígeno que no tiene doble enlace tiene hibridación sp^3 y geometría angular, ya que tiene dos pares de electrones no enlazantes.
Los enlaces C-H son poco polares, pero el enlace C=O y N-H son muy polares y la geometría molecular hace que la molécula sea polar.
El agua es un compuesto molecular con enlaces covalentes.
El oxígeno tiene hibridación sp^3 y geometría angular, ya que tiene dos pares de electrones no enlazantes. Los enlaces O-H son muy polares y la geometría molecular hace que la molécula sea polar.

5. (Accesos 1, 2 y 3) 30 g de un compuesto orgánico oxigenado A, que es aromático y no se oxida fácilmente, se *combustionan completamente y se obtienen 1,2044 10^{24} moléculas de óxido de carbono (IV) y 18 cm^3 de oxidano en condiciones normales. Asimismo, cuando disolvemos 24 g del compuesto A en 100 g de agua el punto de congelación es -3,72ºC.*
Por otra parte, el compuesto A por reducción origina un compuesto B que presenta isomería y cuando dos moles del compuesto B se hacen reaccionar con un mol de ácido ftálico se obtiene un compuesto C.
a) Determinar la fórmula empírica y molecular de A. (0,75 ptos.)
b) ¿Quiénes son A, B y C? (0,75 ptos.)
c) Indica qué tipo de isomería presenta B y dibuja los isómeros posibles. (0,5 ptos.)
Datos: $K_{crioscópica}$ oxidano= 1,86 K. Kg. Mol^{-1}

Usar oxidano en el enunciado para nombrar agua como compuesto es incorrecto.
En mis apuntes de formulación inorgánica
Como lo he oído varias veces, aclaro que la IUPAC no está loca y los nombres de amoniaco y agua por supuesto que se mantienen; en las normas de 2005 oxidano y azano se proponen para nombrar derivados por sustitución (tabla IR-6.1 nota b). Son "hidruros progenitores" más que "tradicional"
http://old.iupac.org/publications/books/rbook/Red_Book_2005.pdf
b) The names 'azane' and 'oxidane' are only intended for use in naming derivatives of ammonia and water, respectively, by substitutive nomenclature, and they form the basis for naming polynuclear entities (e.g. triazane, dioxidane). Examples of such use may be found in Section IR-6.4 and Table IX. In Section P-62 of Ref. 1 many organic derivatives of ammonia are named on the basis of the substituent group suffixes 'amine' and 'imine'.

Se debe indicar para kilogramo kg y no Kg, y para mol se debe usar mol y no Mol.

No son dato y usamos $N_A=6,022\cdot10^{23}$, C=12, O=16, H=1, $d_{agua}=1g/cm^3$

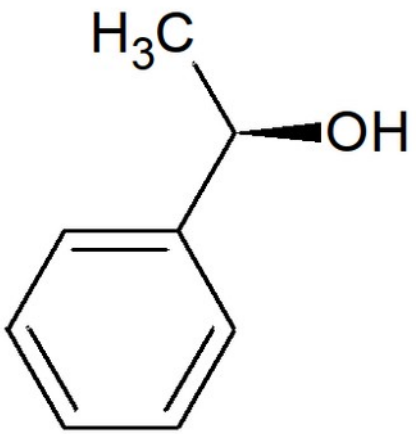
a) Todo el carbono del compuesto A pasa a CO_2 en la combustión.
$1,2044\cdot10^{24}/6,022\cdot10^{23}=2$ mol CO_2
El número de moles de átomos de C es el mismo y suponen $2\cdot12=24$ g de C.
Todo el hidrógeno del compuesto A pasa a H_2O en la combustión.
En condiciones normales el agua es líquida y 18 cm^3 supone 18 g de H_2O, lo que supone 1 mol H_2O.
El número de moles de átomos de H es el doble y suponen $2\cdot1=2$ g de C
El resto, 30-24-2=4 g de O
En 30 g tenemos 2 mol C, 2 mol H y 4/16=0,25 mol O
Dividimos por el menor de ellos para obtener proporción
C: 2/0,25=8
H: 2/0,25=8
O: 0,25/0,25=1
La fórmula empírica es C_8H_8O y la masa molar es $8\cdot12+8\cdot1+16=120$ g/mol

$$\Delta T = k\,m$$

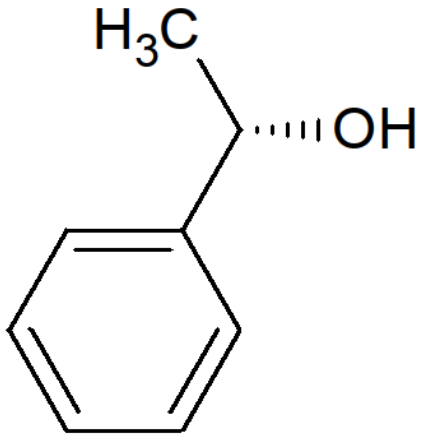
$$3,72=1,86\cdot\frac{24/M}{0,1}\Rightarrow M=\frac{1,86\cdot24}{3,72\cdot0,1}=120\,g/mol$$

La fórmula molecular coincide con la empírica, C_8H_8O

b) El compuesto A tiene 8+1-8/2=5 insaturaciones.
Como se indica que es aromático, si descontamos C_6H_5- que tendría 4 insaturaciones queda -C_2H_3O con una insaturación. Puede ser -CO-CH_3, ya que cetona no se oxida facilmente (un aldehído se oxida más fácilmente).
A: 1-feniletan-1-ona C_6H_5-CO-CH_3
Por reducción de A se obtiene B, que sería un alcohol.
B: 1-feniletan-1-ol C_6H_5-CHOH-CH_3
Cuando dos moles del compuesto B se hacen reaccionar con un mol de ácido ftálico (ácido bencen-1,2-dicarboxílico) se obtiene un compuesto C.
Se produce una condensación entre el alcohol y el ácido, y se forma un éster doble.
$2C_6H_5$-CHOH-CH_3 + C_6H_4-$(COOH)_2$ → C_6H_4-$(COO-CH(CH_3)C_6H_5)_2$ + $2H_2O$
C: ftalato de 1-feniletilo C_6H_4-$(COO-CH(CH_3)C_6H_5)_2$
c) B presenta isomería óptica porque el carbono con el grupo alcohol es quiral: tiene cuatro sustituyentes distintos, que por orden de prioridad decreciente según CIP (Cahn-Ingold-Prelog) es OH, fenilo, metilo y H.
Los isómeros son



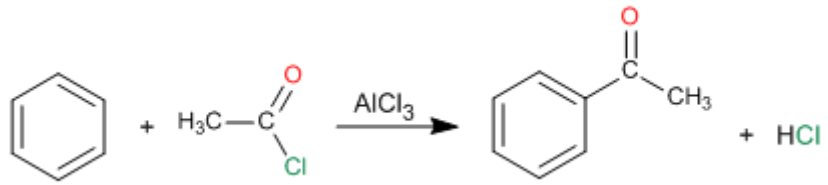
(R) 1-feniletan-1-ol



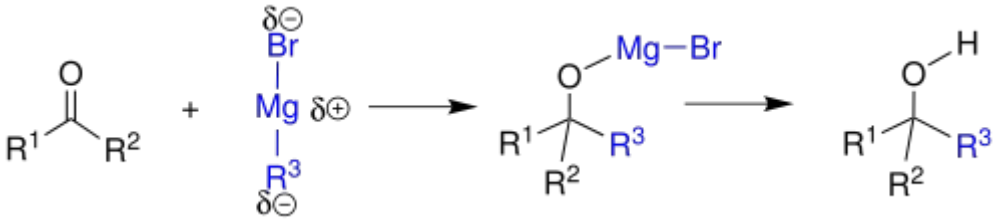
(S) 1-feniletan-1-ol

5. (Acceso 5) El compuesto A ($C_9H_{10}O$) es el producto mayoritario obtenido mediante una reacción de acilación de Friedel-Crafts.
Cuando el compuesto A reacciona con bromuro de metilmagnesio seguido de una hidrólisis da lugar al compuesto B ($C_{10}H_{14}O$).
El compuesto B por calentamiento en medio ácido se deshidrata originando el compuesto C ($C_{10}H_{12}$), que es capaz de agregar un mol de H_2 en presencia de catalizador metálico resultando el compuesto D ($C_{10}H_{14}$).
Cuando el compuesto D se somete a un proceso de oxidación con permanganato potásico en presencia de una base, se obtiene un ácido bencenodicarboxílico.
Determinar las estructuras de los compuestos A, B, C y D. (1,5 puntos)

Calculamos los números de insaturaciones:
A: 9+1-10/2=5
B: 10+1-14/2=4
C: 10+1-12/2=5
D: 10+1-14/2=4
Todos tienen un anillo de benceno.
Que A se producto en una acilación de Friedel-Crafts indica que tiene una cetona.
https://www.quimicaorganica.net/acilacion-friedel-crafts.html



Planteamos inicialmente A:1-fenilpropan-1-ona C_6H_5-CO-CH_2-CH_3
El bromuro de metilmagnesio es un reactivo de Grignard, que en las reacciones de Grignard forma alcoholes terciarios.

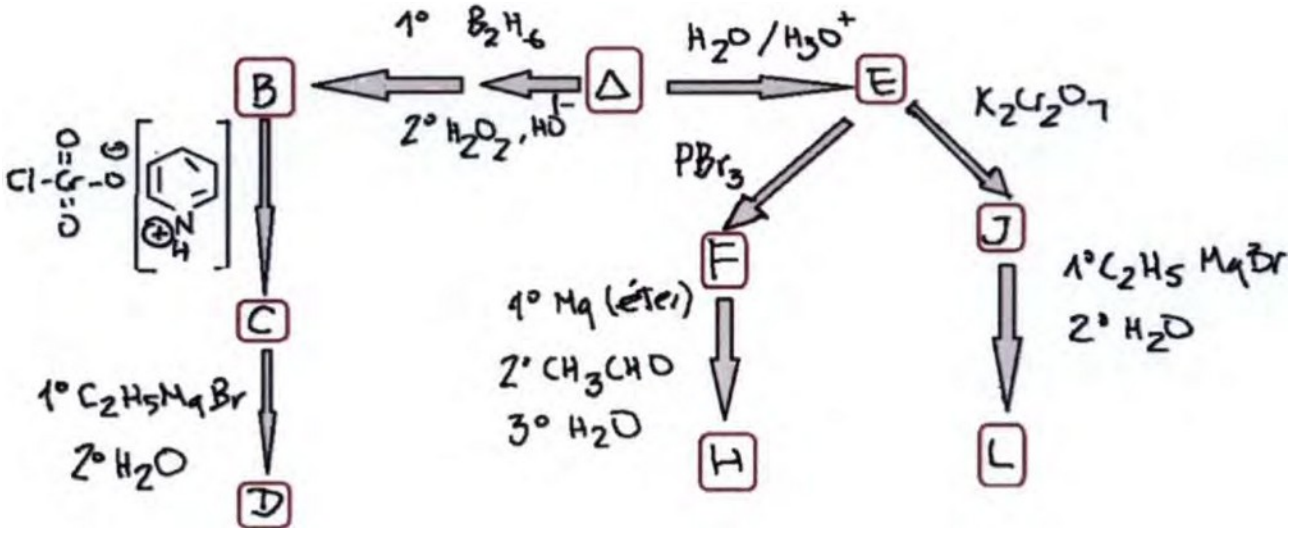


Planteamos inicialmente B:2-fenilbutan-2-ol C_6H_5-C(OH)(CH_3)-CH_2-CH_3
La reacción de B con ácido es una dehidratación de alcoholes que da un alqueno.
Según Saytzeff el producto mayoritario con el doble enlace hacia el C con menos H y sería
Planteamos inicialmente C:2-fenilbut-2-eno CH_3-C(C_6H_5)=CH_2-CH_3
La reacción de C con hidrógeno es una hidrogenación de alqueno.
Planteamos inicialmente D:2-fenilbutano CH_3-CH(C_6H_5)-CH_2-CH_3

Per enunciado indica “cuando el compuesto D se somete a un proceso de oxidación con permanganato potásico en presencia de una base, se obtiene un ácido benceno**di**carboxílico”, y eso implica el compuesto D planteado es incorrecto: la oxidación de D planteado da ácido benzoico, y debe haber dos ramas en el benceno de D. Para que sea dicarboxílico debe haber dos ramas en los pasos previos.
Al plantear acilación de Friedel-Crafts es habitual que se parta de benceno, pero no es la única

opción.
Planteamos **A:1(4-metilfenil)etan-1-ona CH_3-C_6H_4-CO-CH_3**
Con esto tiene sentido el comentario " A es el producto mayoritario", ya que se en el tolueno inicial el metilo dirige a orto y para, y para sería mayoritario.
B: 2-(4-metilfenil)propan-2-ol CH_3-C_6H_4-C(OH)(CH_3)-CH_3
C: 2-(4-metilfenil)prop-2-eno CH_3-C(C_6H_4-CH_3)=CH_3
D: 2-(4-metilfenil)propano CH_3-CH(C_6H_4-CH_3)-CH_3
Al oxidar con $KMnO_4$ obtendríamos
ácido tereftálico (ácido benceno-1,4-dicarboxílico) HOOC-C_6H_4-COOH

PRIMERA PRUEBA: PARTE A (PARTE PRÁCTICA)
Elija tres problemas de los seis propuestos.
1. Un hidrocarburo A de fórmula C_4H_8 se trata con diborano en medio básico e instantes después con peróxido de hidrógeno obteniendo un compuesto B. Este B se hace reaccionar con clorocromato de piridinio lo que nos permite sintetizar C, que tratado con C_2H_5MgBr y posteriormente con agua nos permite obtener D.
Por otro lado, si colocamos nuestro hidrocarburo de partida A en agua y en medio ácido que pudiera ser sulfúrico diluido, nos permitiría obtener E; es como si el hidrocarburo se "solubilizara" en esa solución acuosa ácida. Este E se transformaría en F si lo tratáramos con tribromuro de fósforo. Si tratamos de disolver magnesio en éter veremos que no se disuelve ya que se forma una suspensión bastante "grosera" pero al añadir F observaremos un gran desprendimiento de calor y veremos como F se "solubiliza", aunque realmente se trata de una reacción química. Si a lo que obtenemos le añadimos etanal y lo tratamos con agua obtendríamos un compuesto H.
Para terminar, volvamos al compuesto E que habíamos obtenido anteriormente. Si este compuesto E se trata con dicromato de potasio obtendríamos J, y si a este compuesto J se le añade C_2H_5MgBr y posteriormente se trata con agua obtendríamos L.
Identifique las especies A, B, C, D, E, F, H, J y L justificando su respuesta



Enunciado original tiene algunas erratas, C4Ha en lugar C_4H_8, 8 en lugar de B y CzHsMgBr en lugar de C_2H_5MgBr (que se puede ver correctamente en la imagen)
Ver Madrid 2016 4, cambia HBr por PBr_3 antes F y $K_2Cr_2O_7$ por clorocromato de piridinio antes C

La reacción de A para obtener B con B_2H_6 en médio básico y H_2O_2 es una adición antiMarkovnikov, se forma un alcohol

La reacción de A para obtener E con H_2O en medio ácido es una adición Markovnikov que forma un alcohol.

A debe tener un doble enlace, luego tiene una insaturación (lo que valida que sea C_4H_8 aunque enunciado original indica C4Ha). Un hidrocarburo con un doble enlace y 4 carbonos puede ser but-2-eno, but-1-eno, ó metilpropeno (isobutileno)

Nos quedamos con but-1-eno, ya que con but-2-eno los compuestos B y E serían idénticos (la otra opción a partir de metilpropeno sería similar, daría $CH_2OH-CH(CH_3)-CH_3$ metilpropan-1-ol y $CH_3-COH(CH_3)-CH_3$ metilpropan-2-ol, pero este último luego no daría un carbonilo en el paso de E a J necesario para la reacción de Grignard posterior, así que se descarta)

A $CH_2=CH-CH_2-CH_3$ but-1-eno
B $CH_2OH-CH_2-CH_2-CH_3$ butan-1-ol
E $CH_3-CHOH-CH_2-CH_3$ butan-2-ol

La reacción de B con clorocromato de piridinio es una oxidación suave que convierte alcoholes en aldehídos o cetonas según su posición

C $CHO-CH_2-CH_2-CH_3$ butanal

La reacción de E con ($K_2Cr_2O_7$) es una oxidación de un alcohol no terminal, que da una cetona

J $CH_3-CO-CH_2-CH_3$ butanona

La reacción de E con PBr_3 sustituye el alcohol por el bromo

F $CH_3-CHBr-CH_2-CH_3$ 2-bromobutano

Los pasos de C a D y de J a L citan directamente reactivos de Grignard, y en el paso de F a H se cita la formación inicial del reactivo de Grignard.
https://es.wikipedia.org/wiki/Reactivo_de_Grignard
Se produce una adición donde estaba el grupo carbonilo, por lo que produce:
C a D partiendo de butanal con C_2H_5MgBr

D $CH_3-CH_2-CHOH-CH_2-CH_2-CH_3$ hexan-3-ol

J a L partiendo de butanona con C_2H_5MgBr

L $CH_3-CH_2-C(CH_3)OH-CH_2-CH_3$ 3-metilpentan-3-ol

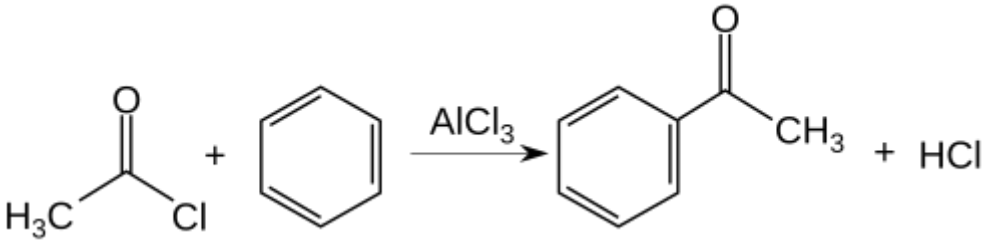
F a H partiendo de 2-bromobutano con CH_3CHO

H $CH_3-CHOH-CH(CH_3)-CH_2-CH_3$ 3-metilpentan-2-ol

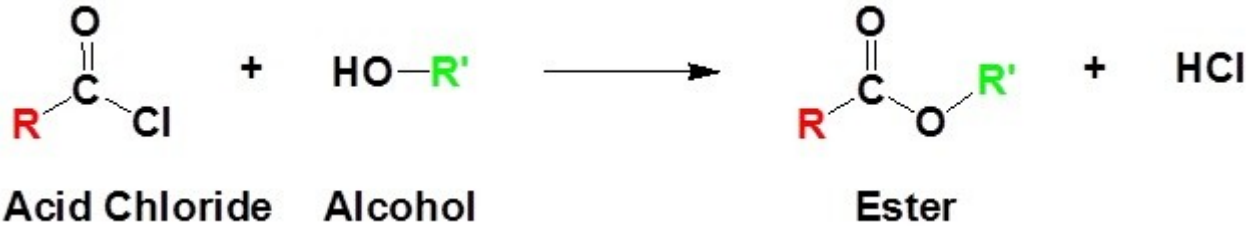
A7. Dos compuestos A y B tienen la misma fórmula molecular $C_9H_{10}O$. Cuando se oxidan ambos dan el mismo ácido aromático C, con fórmula $C_7H_6O_2$. Ninguno de ellos da positiva la reacción de Schiff. El compuesto A no reacciona con bisulfito sódico, pero si con el cloruro de acetilo para dar un compuesto D de fórmula $C_{11}H_{22}O_2$.
El compuesto B no reacciona con el cloruro de acetilo, pero si con el bisulfito sódico. Reacciona también con la hidroxilamina dando E, $C_9H_{11}ON$.
Cuando A se hidrogena y se oxida convenientemente, da B. Escribir la estructura de A y B así como todas las reacciones indicadas. (1,25 ptos)

El nombre IUPAC sería hidrogenosulfito de sodio

El compuesto aromático C obtenido por oxidación $C_7H_6O_2$ sería **C: ácido benzoico C_6H_5-COOH**
Al dar ácido benzoico tanto A como B tienen un anillo de benceno y una única cadena sustituyente ($C_9H_{10}O = C_6H_5 + C_3H_5O$)
El número de insaturaciones de A y B es 9+1-10/2=5, luego tienen el anillo de benceno y una insaturación más en la ramificación.
Que ninguno de los compuestos A y B den positivo a la reaccíon de Schiff indica que no son aldehídos https://es.wikipedia.org/wiki/Reactivo_de_Schiff, por lo que en principio son dos alcoholes.
La reacción de A con clouro de acetilo (CH_3-COCl) podría ser una acilación de Friedel-Crafts https://es.wikipedia.org/wiki/Reacci%C3%B3n_de_Friedel-Crafts

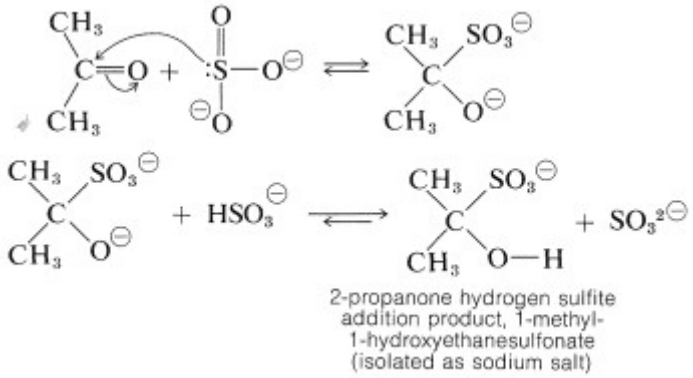


y también la formación de un éster si A tiene un grupo alcohol.
https://espanol.libretexts.org/Quimica/Qu%C3%ADmica_Org%C3%A1nica/Mapa%3A_Qu%C3%ADmica_Org%C3%A1nica_(Wade)/22%3A_Derivados_de_%C3%A1cido_carbox%C3%ADlico_y_nitrilos/22.06%3A_Qu%C3%ADmica_de_%C3%89ster



Como no se indica $AlCl_3$, asumimos la seguna reacción, la acetilación de alcohol.
El compuesto D indicado tiene fórmula en enuciado $C_{11}H_{22}O_2$ y se parte de A con fórmula $C_9H_{10}O$: 11=9+2 carbonos cuadra con la adición de dos carbonos del cloruro de acetilo, 2=1+1 oxígenos cuadra con la adición de un oxígeno, pero 22 hidrógenos supone añadir 12 hidrógenos y no tiene sentido. Se asume que es una errata y se pretendía indicar 12 (sería añadir 2 hidrógenos más)
Si fueran 22 hidrógenos tendría 11+1-22/2=1 insaturación, ya no podría haber anillo bencénico.
La reacción con el hidrogenosulfito de sodio ($NaHSO_3$) indica la presencia de un grupo aldehído o un metil cetona
https://espanol.libretexts.org/Quimica/Qu%C3%ADmica_Org%C3%A1nica/Libro

%3A_Principios_B%C3%A1sicos_de_Qu%C3%ADmica_Org%C3%A1nica_(Roberts_y_Caserio)/16%3A_Compuestos_Carbon%C3%ADlicos_I-_Aldeh%C3%ADdos_y_Cetonas._Reacciones_de_adici%C3%B3n_del_grupo_carbonilo/16.05%3A_Reacciones_T%C3%ADpicas_de_Adici%C3%B3n_de_Carbonilo



La reacción de B con hidroxilamina (NH_2OH) indica que tiene un grupo cetona y se obtiene una oxima.
https://www.quimicaorganica.org/aldehidos-y-cetonas/231-formacion-de-oximas.html
Existen dos opciones para la posición de la cetona de B sin ser aldehído (la cetona es la única insaturación en la rama)
B1: 1-fenilpropan-1-ona C_6H_5-CO-CH_2-CH_3
B2: 1-fenilpropan-2-ona C_6H_5-CH_2-CO-CH_3
También se indica que A se hidrogena, luego tiene un doble enlace que sería la insaturación de la rama si el oxígeno es un alcohol), y que si se oxida convenientemente da B (que encaja con que el alcohol se oxide a cetona)
No podemos poner un enol porque tendría tautomería con la cetona, ni un aldheído, y la única opción es
A: 1-fenilprop-2-en-1-ol C_6H_5-CHOH-CH=CH_2
B: 1-fenilpropan-1-ona C_6H_5-CO-CH_2-CH_3

Reacciones
A + oxidante → C
C_6H_5-CHOH-CH=CH_2 + oxidante → C_6H_5-COOH
A + cloruro de acetilo → D
C_6H_5-CHOH-CH=CH_2 + CH_3COCl→ C_6H_5-C(OOCCH_3)-CH=CH_2 + HCl
B + hidrógenosulfito de sodio → X
C_6H_5-CO-CH_2-CH_3 + $NaHSO_3$ → C_6H_5-C(OH)($NaSO_3$)-CH_2-CH_3 +
B + hidroxilamina → E
C_6H_5-CO-CH_2-CH_3 + NH_2OH → C_6H_5-C(=NOH)-CH_2-CH_3 + H_2O
A + hidrógeno → Y
C_6H_5-CHOH-CH=CH_2 + H_2 → C_6H_5-CHOH-CH_2-CH_3
Y + oxidante → B
C_6H_5-CHOH-CH_2-CH_3 + oxidante → C_6H_5-CO-CH_2-CH_3

enrique@fiquipedia.es Revisado 23 julio 2025

Escoja únicamente 3 problemas de los 6 propuestos.

5.b) A y B son dos hidrocarburos isoméricos de C_6H_{12}. Si se oxidan con permanganato de potasio en caliente se comprueba que el primero origina butanona y ácido acético y el segundo da lugar a ácido 3-metilbutanoico a la vez que se produce desprendimiento gaseoso. Halle las fórmulas IUPAC de A y B y nombre dichos compuestos.

A y B tienen 6+1-12/6=1 insaturación.
La oxidación con permanganato de potasio en caliente ataca los dobles enlaces al igual que la ozonólisis.
https://organica1.org/teoria1411/8_files/frame.htm (42 Ruptura oxidativa de alquenos con $KMnO_4$)
https://www.chemistrysteps.com/oxidative-cleavage-alkenes-kmno4-o3/

Planteamos los productos obtenidos a partir de A
butanona CH_3-CO-CH_2-CH_3
ácido acético CH_3-COOH
Si enfrentamos ambos C=O visualizamos el compuesto A original
(CH_3-CH_2)(CH_3)C=O + O=C(OH)-CH_3 → (CH_3-CH_2)(CH_3)C=CH-CH_3
A: 3-metilpent-2-eno CH_3-CH_2-C(CH_3)=CH-CH_3 (fórmula molecular C_6H_{12})

Planteamos los productos obtenidos a partir de B
ácido 3-metilbutanoico CH_3-CH(CH_3)-CH_2-COOH
"desprendimiento gaseoso" CO_2
Si enfrentamos ambos C=O visualizamos el compuesto A original
CH_3-CH(CH_3)-CH_2-C(OH)=O + O=C=O → CH_3-CH(CH_3)-CH_2-CH=CH_2
B: 4-metilpent-1-eno CH_3-CH(CH_3)-CH_2-CH=CH_2 (fórmula molecular C_6H_{12})

Navarra 2018 Castellano

2. Un compuesto orgánico **A**, ópticamente activo, cuya composición centesimal es: 64,86% de C, 13,51% de H y 21,62% de O y de masa molecular 74, se hace reaccionar con ácido sulfúrico caliente, obteniéndose un compuesto **B** que presenta isomería geométrica y que reacciona con ácido clorhídrico originando **C**. El tratamiento de **C** con benceno en presencia de $AlCl_3$ genera **D**. Escriba las reacciones que tienen lugar, las estructuras y nombres de **A**, **B**, **C** y **D**, y el mecanismo de la última reacción.
Masas atómicas: C=12; O=16; H=1

Madrid 1996

Nota: El opositor deberá contestar obligatoriamente a los problemas 3,4 y 7.
De los problemas 1 y 2 optará por uno de ellos y de los problemas, 5 y 6 elegirá otro.
PROBLEMA 7.- Un compuesto orgánico A, ópticamente activo, cuya composición centesimal es: 64,86% de C, 13,51% de H y 21,62% de O y de masa molecular 74, se hace reaccionar con ácido sulfúrico caliente, obteniéndose un compuesto B que presenta isomería geométrica y que reacciona con ácido clorhídrico originando C. El tratamiento de C con benceno en presencia de $AlCl_3$ genera D. Escriba la estructura de A, B, C y D. Asimismo, explicite el mecanismo del paso C al D.

Resuelto por Basileia en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4181#p18089

Calculamos la fórmula empírica. Tomamos 100 g por sencillez con lo que los porcentajes los podemos usar como masa y usamos masas atómicas C=12, O=16 y H=1.
Comprobamos que 64,86+13,51+21,62=99,99%

$\frac{64,86}{12}=5,405\,mol\,C$
$\frac{13,51}{1}=13,51\,mol\,H$
$\frac{21,62}{16}=1,351\,mol\,O$

Dividimos por el menor para obtener la relación relativa

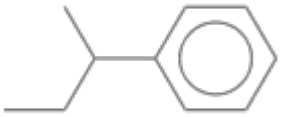
$C:\frac{5,405}{1,351}=4$
$H:\frac{13,51}{1,351}=10$
$O:1$

La fórmula molecular es $C_4H_{10}O$ y su masa fórmula es 12·4+10+16=74 g, luego coincide con la fórmula molecular.

El número de insaturaciones es $\text{ni}=C+1-\frac{H}{2}-\frac{X}{2}+\frac{N}{2}=4+1-\frac{10}{2}=0$

La reacción de A con ácido sulfúrico en caliente sugiere una deshidratación de alcohol que genera un doble enlace.
Razonamos una estructura para A que tengan un carbono quiral para que tenga isomería óptica
A: CH_3-CH_2-C^*HOH-CH_3 R-butan-2-ol y S-butan-2-ol (notación Cahn-Ingold-Prelog)
La isomería geométrica de B y que reaccione con HCl sugiere un doble enlace sobre el que se realiza la adición.
La estructura de B mayoritaria viene dada por la regla de Saytzeff: se elimina mayoritariamente el H del carbono con menor número de hidrógenos
B: CH_3-CH=CH-CH_3 cis-but-2-eno y transbut-2-eno
(Sería minoritario CH_3-CH_2-CH=CH_3 but-1-eno)
La adición de HCl al doble enlace produce
C: CH_3-CH_2-CHCl-CH_3 2-clorobutano
El tratamiento con $AlCl_3$ es la alquilación de Friedel-Crafts y produce

1-metilpropilbenceno CH_3-CH_2-$C^*H(CH_3)$-C_6H_5
que a su vez será ópticamente activo al tener un carbono quiral



http://webbook.nist.gov/cgi/cbook.cgi?ID=135-98-8

En cuanto a explicar el mecanismo de la alquilación de Friedel-Crafts http://www.quimicaorganica.net/benceno-alquilacion-friedel-crafts.html
https://espanol.libretexts.org/Quimica/Qu%C3%ADmica_Org%C3%A1nica/Mapa%3A_Qu%C3%ADmica_Org%C3%A1nica_(Wade)/18%3A_Reacciones_de_Compuestos_Arom%C3%A1ticos/18.05%3A_Alquilaci%C3%B3n_y_acilaci%C3%B3n_de_benceno_-_Las_reacciones_EAS_de_Friedel-Crafts

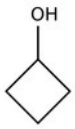
Química

K1. Al quemar completamente 2,16 g de un compuesto 'A' se obtienen 2,16 g de agua y 2,7 litros de CO_2, medidos en condiciones normales.
a) Calcula su fórmula molecular.
b) Indica tres isómeros de función, nómbralos, y explica si alguno ellos es ópticamente activo.
c) Sabiendo que en el compuesto A se de la reacción de Clemmensen y no reacciona con el reactivo de Fehling, determina el compuesto 'A'.
d) Completa y explica las siguientes reacciones:

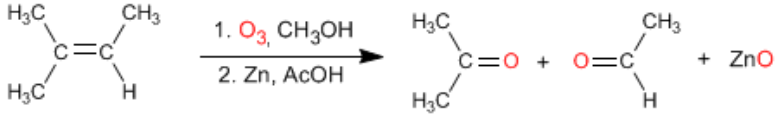
$$A \xrightarrow{LiAlH_4} B \xrightarrow[\Delta]{H_2SO_4} C \xrightarrow[2.\ H_2O,\ Zn]{1.\ O_3} D$$

Datos: Masas atómicas relativas H = 1u; C = 12u; O = 16u

a) Todo el hidrógeno del compuesto pasa a H_2O.
Masa molar H_2O=18 g/mol H_2O
2,16/18=0,12 mol H_2O →Tenemos 0,12·2=0,24 g H en el compuesto A.
Todo el carbono del compuesto pasa a CO_2
Asumimos condiciones normales suponen 273,15 ºC y 10^5 Pa, usando R=0,082 atm·L·K^{-1}·mol^{-1}
El volumen molar es V=nRT/P=1·0,082·273,15/(101325/10^5)=22,7 L
2,7/22,7=0,12 mol CO_2 → Tenemos 0,12·12=1,44 g C en el compuesto A.
Vemos que 2,16-1,44-0,24=0,48 g, asumimos son de oxígeno y suponen 0,48/16=0,03 mol O
Dividimos por el número de moles menor para obtener proporciones
C: 0,12/0,12=4
H: 0,24/0,03=8
O: 0,03/0,03=1
La fórmula empírica es C_4H_8O
b) Tiene 4+1-8/2=1 insaturación: puede ser de un carbonilo, un doble enlace, un ciclo
butanal CH_3-CH_2-CH_2-CHO butan-2-ona CH_3-CH_2-CO-CH_3
but-1-en-1-ol CHOH=CH-CH_2-CH_3 but-3-en-2-ol CH_2=CH-CHOH-CH_3
ciclobutanol



Sería ópticamente activo but-3-en-2-ol, que tiene el carbono 2 quiral.
c) Sabiendo que se da la reacción de Clemmensen, es un aldehído o una cetona
https://es.wikipedia.org/wiki/Reducci%C3%B3n_de_Clemmensen
Que no reaccione con el reactivo de Fehling indica que no es un aldehído
https://es.wikipedia.org/wiki/Reactivo_de_Fehling
A: butan-2-ona CH_3-CH_2-CO-CH_3
d) La reacción de A con $LiAlH_4$ es una reducción, que pasa la cetona a alcohol.
B: butan-2-ol CH_3-CH_2-CHOH-CH_3
La reacción de B con H_2SO_4 en caliente es una deshidratación, que forma un alqueno
El producto mayoritario según Saytzeff sería
C: but-2-eno CH_3-CH=CH-CH_3
La reacción de C con O_3 y luego con H_2O, Zn es una ozonólisis que da dos aldehídos
https://www.quimicaorganica.org/reacciones-alquenos/354-ozonolisis-de-alquenos.html
D: etanal CH_3-CHO



Euskera

6. A hidrokarburoak, aluminio trikloruroaren aurrean, propilo kloruroarekin erreakzionatzen du. Lortzen den produktua potasio permanganatoaren disoluzio kontzentratu batekin tratatzen da eta B konposatua lortzen da. B konposatu hau, aurrena fosforo trikloruroarekin tratatzen da; lortzen den produktua, urarekin erreakzionarazten da eta bertako produktua amonio hidroxidoarekin erreakzionarazten da, amonio bentzoatoa lortuz.
a) A eta B konposatuak identifikatu.
b) Idatzi amonio bentzoatoa lortzeko eman diren erreakzio oso guztiak eta izendatu agertzen diren konposatu guztiak. (doiketa ez da beharrezkoa)

El hidrocarburo A reacciona con cloruro de propilo en presencia de tricloruro de aluminio. El producto obtenido se trata con una solución concentrada de permanganato de potasio para obtener el compuesto B. Este compuesto B se trata primero con tricloruro de fósforo; el producto obtenido se hace reaccionar con agua y el producto resultante se hace reaccionar con hidróxido de amonio para obtener benzoato de amonio.
a) Identifique los compuestos A y B.
b) Escriba todas las reacciones completas realizadas para obtener benzoato de amonio y nombre todos los compuestos que aparecen. (No es necesario ajustar).

a y b) La primera reacción de A es al alquilación de Friedel-Crafts
https://es.wikipedia.org/wiki/Reacci%C3%B3n_de_Friedel-Crafts#Alquilaci%C3%B3n_de_Friedel-Crafts

A: benceno C_6H_6

El producto es propilbenceno.

$C_6H_6 + CH_3\text{-}CH_2\text{-}CH_2Cl \rightarrow C_6H_5\text{-}CH_2\text{-}CH_2\text{-}CH_3 + HCl$

La segunda reacción con $KMnO_4$ para obtener B es una oxidación, que en principio obtendría ácido benzoico.

B: ácido benzoico C_6H_5-COOH

$C_6H_5\text{-}CH_2\text{-}CH_2\text{-}CH_3 + KMnO_4 \rightarrow C_6H_5\text{-}COOH$

La tercera reacción del ácido benzoico con PCl_3 da cloruro de benzoilo

$C_6H_5\text{-}COOH + PCl_3 \rightarrow C_6H_5\text{-}COCl$

La reacción con agua del cloruro de benzoilo da ácido benzoico

$C_6H_5\text{-}COCl + H_2O \rightarrow C_6H_5\text{-}COOH + HCl$

La reacción del ácido benzoico con hidróxido de amonio da benzoato de amonio

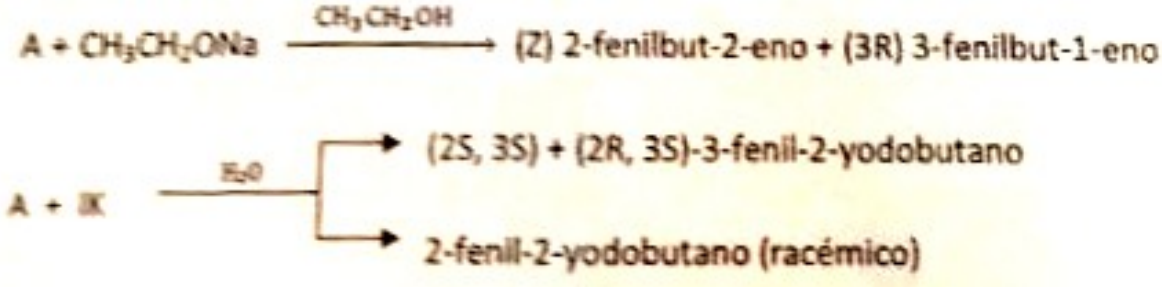
$C_6H_5\text{-}COOH + NH_4OH \rightarrow C_6H_5\text{-}COO^-NH_4^+ + H_2O$

Química.
Cuestión 1.
Nombre los siguientes compuestos orgánicos y razone cuál de ellos presentará isomería óptica:
a. $CH_3CH_2CHClCH_2OH$
b. $ClCH_2CH_2CH_2CH_2OH$
c. $ClCH_2CH_2COCH_3$

a. 2-clorobutan-1-ol CH_3-CH_2-CHCl-CH_2OH
Sí presenta isomería óptica ya que tiene un carbono quiral con cuatro sustituyentes distintos, el carbono 2.
b. 4-clorbutan-1-ol $ClCH_2$-CH_2-CH_2-CH_2OH
No presenta isomería óptica
c. 4-clorobutan-2-ona $ClCH_2$-CH_2-CO-CH_3
No presenta isomería óptica

Deberá responder a las cuestiones de un máximo de tres ejercicios de entre los seis propuestos. Cada ejercicio se califica sobre 10 según la ponderación indicada en cada apartado. La calificación total de la prueba será la que resulte de dividir la puntuación total obtenida entre tres.

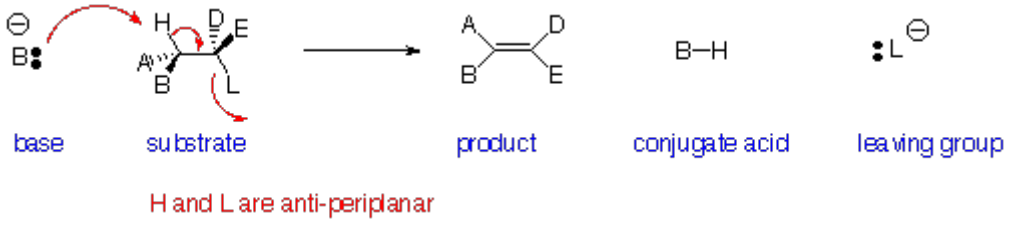
6. En el siguiente esquema se resumen los resultados obtenidos al tratar un compuesto A de fórmula general $C_{10}H_{13}Cl$:



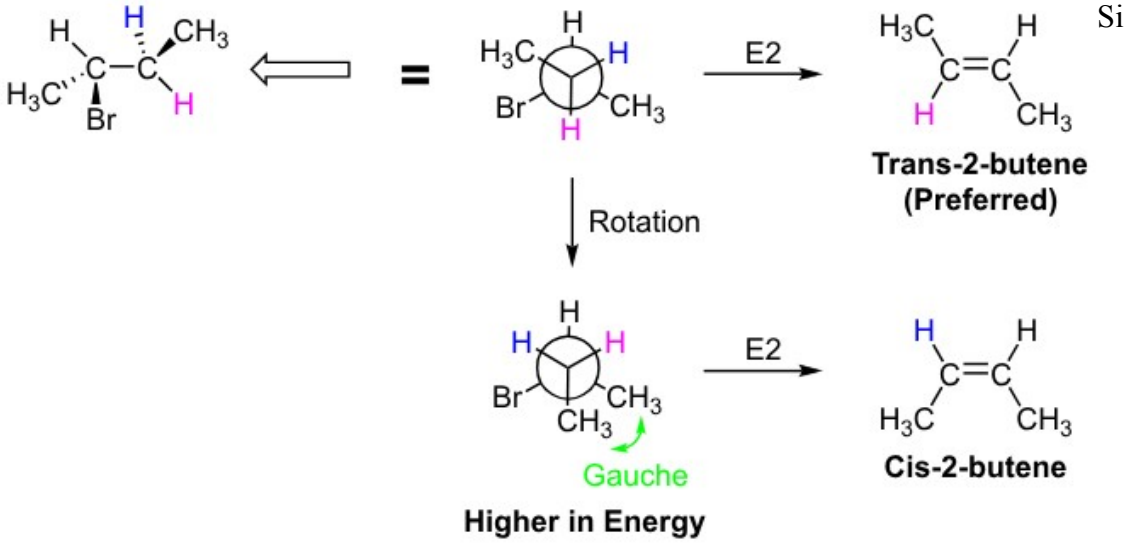
a. Averigua la configuración absoluta del compuesto A. (4 puntos)
b. Escribe las reacciones que conducen a los compuestos indicados en el esquema . (6 puntos)

Ver https://es.scribd.com/document/447944976/EXAMEN-ANDALUCIA-2016-RESUELTO

a) El compuesto A tiene 10+1-13/2-1/2=4 insaturaciones, y vemos que en la primera reacción se obtienen compuestos con fenil, luego tiene un grupo benceno.
Descontando C_6H_5- de $C_{10}H_{13}Cl$ queda C_4H_8Cl que sin insaturaciones adicionales podría ser un clorobutil
Como en los productos se obtienen dobles enlaces, se trata de una eliminación, y para que se obtenga but-2-eno y but-1-eno el cloro está en el carbono 2, por lo que sería
A: 2-cloro-3-fenilbutano CH_3-CHCl-CH(C_6H_5)-CH_3
Vemos que los carbonos 2 y 3 del compuesto A son carbonos quiral, y hay isómeros ópticos. Se pide la configuración absoluta del compuesto A, luego hay que identificar de qué isómero se trata, 2R ó 2S y 3R ó 3S.
La reacción de la base etóxido de sodio (CH_3CH_2ONa) en etanol (CH_3CH_2OH) es una eliminación con mecanismo E2, que ocurre en un único paso.

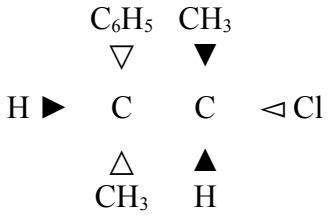


https://www.chem.ualberta.ca/~vederas/Chem_164/handouts/sub_elim_rxn.html
En este caso el grupo saliente es Cl^-, la base es etóxido $CH_3CH_2O^-$
Como uno de los productos es Z-fenilbut-2-eno, indica que los grupos más voluminosos (fenilo y metilo) están en el mismo lado del doble enlace formado.
Representamos con proyección de Newman los carbonos 2 y 3 (en la figura de ejemplo aparece Br y sería Cl, y en el otro carbono aparecen 2 H pero uno de ellos sería un fenilo), viendo que en la configuración de menor energía es en la que el cloro está opuesto al hidrógeno del otro carbono y el fenilo opuesto al hidrógeno del otro carbono.
https://chem.libretexts.org/Courses/Smith_College/CHM_223_Chemistry_III%3A_Organic_Chemistry_(2024)/02%3A_Reactions_of_Alkyl_Halides-_Nucleophilic_Substitutions_and_Eliminations/2.09%3A_The_Mechanism_of_the_E2_Reaction

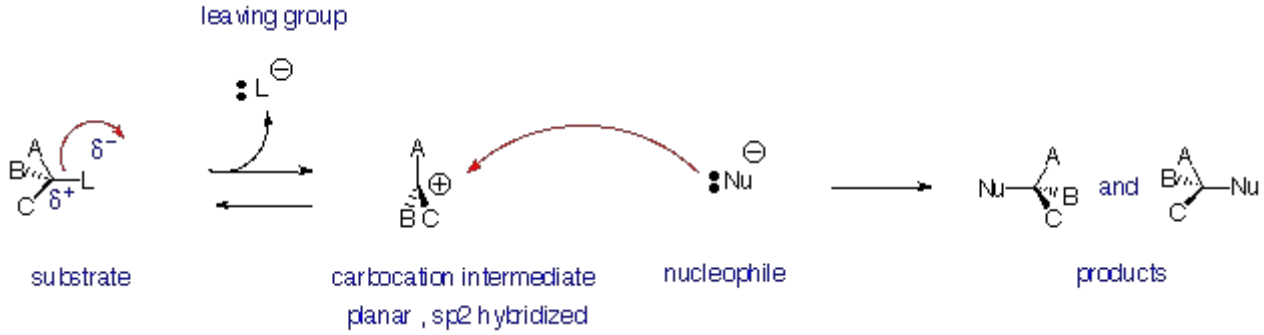


Si

Representamos con proyección los carbonos 2-3 del compuesto A planteando la posición de la eliminación, usamos ◄ para indicar que sale del papel y ⊳ que entra en el papel.

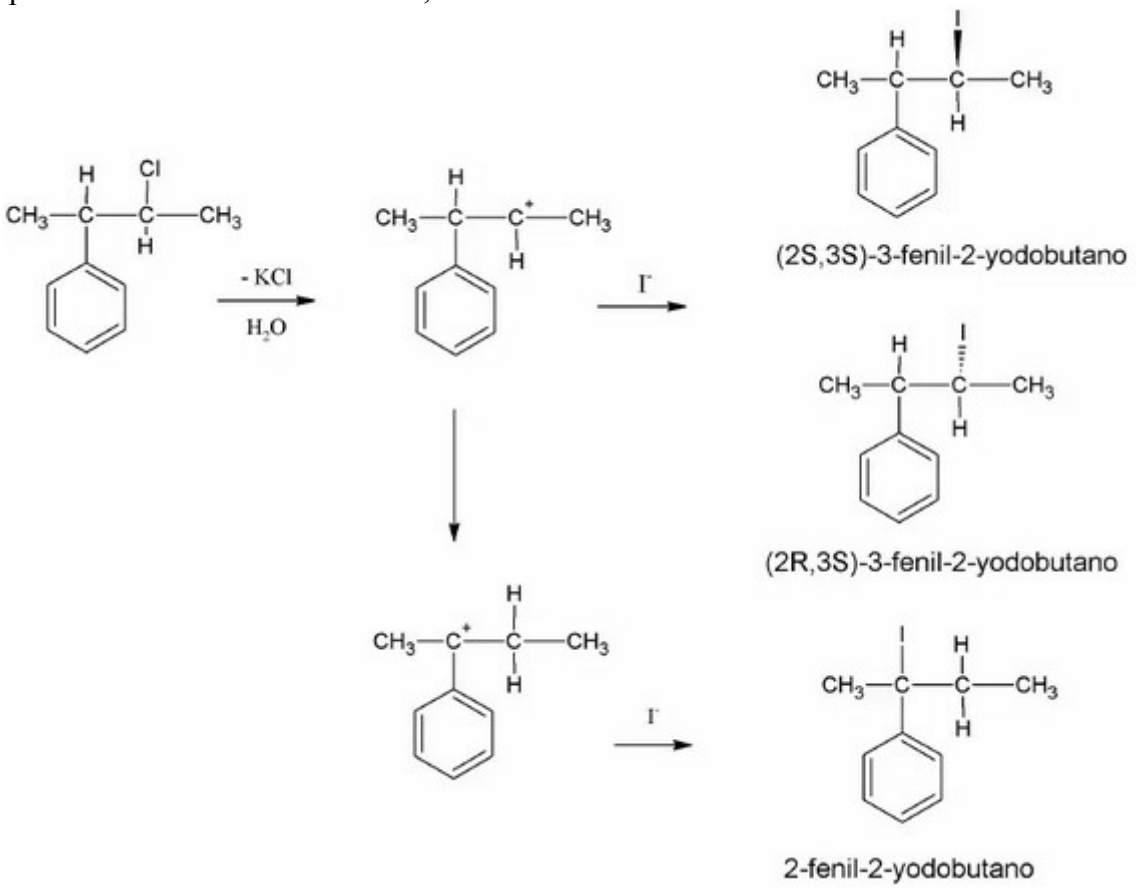


Si seguimos el criterio Cahn-Ingold-Prelog (CIP)
En carbono 2 el orden en prioridad decreciente es Cl (Z=17), resto cadena (Z=12 unido a fenilo), metilo (Z=12 unido a H) y H (Z=1), por lo que el estereocentro 2 es (2S)
En carbono 3 el orden en prioridad decreciente es resto cadena (Z=12 unido a cloro), fenilo (Z=12 unido a otros carbonos), metilo (Z=12 unido a H) y H (Z=1), por lo que el estereocentro 3 es (3R), lo que coincide con que el otro producto obtenido sea (3R) 3-fenilbut-1-eno
A: (2S, 3R) 2-cloro-3-fenilbutano CH_3-CHCl-CH(C_6H_5)-CH_3
b) La primera reacción es
(2S, 3R) 2-cloro-3-fenilbutano + etóxido de sodio (medio etanol) →
(Z) 2-fenilbut-2-eno (mayoritario) + (3R) 3-fenilbut-1-eno
El producto mayoritario es acorde a la regla de Saytzeff.
La segunda reacción (no se visualiza claramente en enunciado escaneado pero se indica IK: A se combina con KI) es también una sustitución, en este caso S_N1 en la que se forma primero un carbocatión.

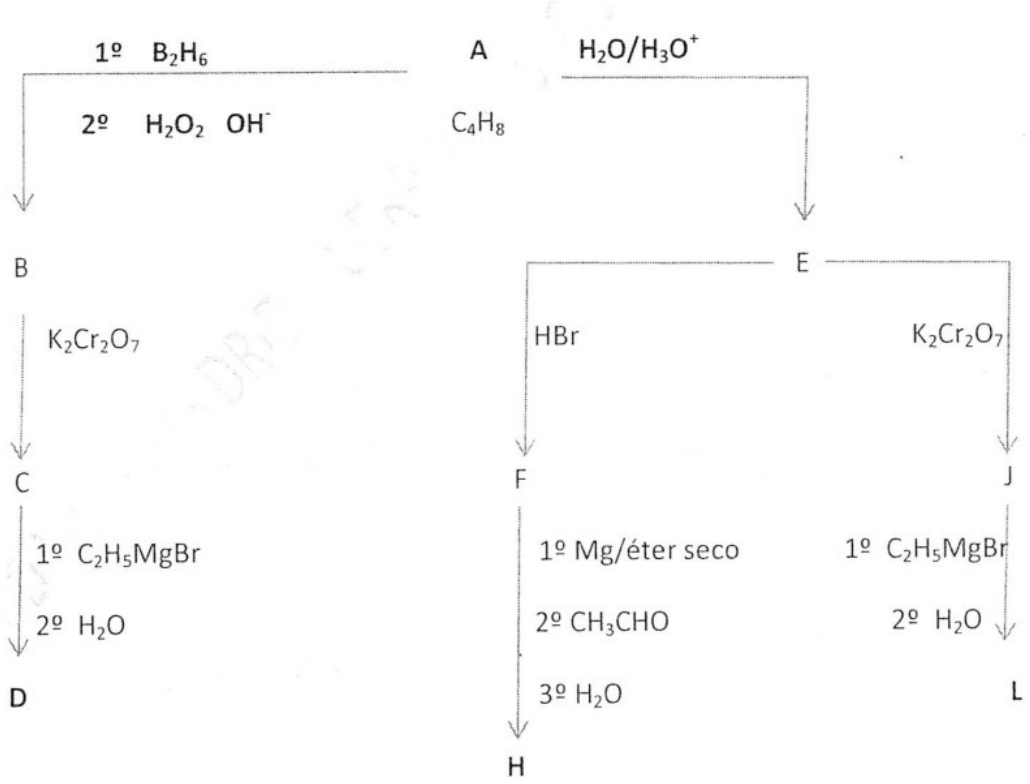


https://www.chem.ualberta.ca/~vederas/Chem_164/handouts/sub_elim_rxn.html

El grupo saliente es Cl^- y se forma un carbocatión con hibridación sp^2, en la que el nucleófilo entrante I^- puede entrar por ambos lados generando dos isómeros.
La primera rama de la segunda reacción es
(2S, 3R)-2-cloro-3-fenilbutano + yoduro de potasio (medio H_2O) →
(2S, 3S) 3-fenil-2-yodubutano + (2R,3S)-3-fenil-2-yodobutano
En la segunda rama se indica que se forma 2-fenil-2-yodobutano (racémico)
En este caso se ha formado un carbocatión tras una migración del hidrógeno (hydride shift, transposición 1,2)
https://es.wikipedia.org/wiki/Transposici%C3%B3n_1%2C2
https://chem.libretexts.org/Bookshelves/Organic_Chemistry/Supplemental_Modules_(Organic_Chemistry)/Reactions/Elimination_Reactions/E1_Reactions/Carbocation_Rearrangements
En el compuesto 2-fenil-2-yodobutano solo hay un carbono quiral, el 2, y como el yodo puede entrar por ambos lados del carbocatión, se forma una mezcla racémica.



PROBLEMA 4.
Un hidrocarburo A de fórmula C_4H_8, produce las reacciones indicadas en el esquema.
a) Identifique las especies de dicho esquema.
b) ¿Cómo se pueden diferenciar las especies D, H y L? Razone la respuesta
(Apartado a) Nombres correctos 0,5 puntos cada uno. Fórmulas correctas 0,5 puntos cada una. Apartado b) Diferenciar correctamente las tres especies 1 punto)



Comentado por Basileia,Jal, quimiquilla, Dudaconpatas en
http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4181#p20410
Ver Ceuta 2018 1
Usamos nomenclatura IUPAC 1993: el localizador va inmediatamente antes de lo que localiza.
Calculamos las insaturaciones del compuesto A (n.º insaturaciones = C+1-H/2-X/2+N/2); para el compuesto A n.º insaturaciones = 4+1-8/2=1
Descartando un ciclo, la insaturación es un doble enlace. Un hidrocarburo con un doble enlace y 4 carbonos puede ser but-2-eno, but-1-eno, ó metilpropeno (isobutileno).
Por las reacciones para ir de A a E (formación de alcoholes Markovnikov) y de A a B (formación de alcoholes antiMarkovnikov), nos quedamos con but-1-eno, ya que con but-2-eno los compuestos B y E serían idénticos (la otra opción a partir de metilpropeno sería similar, daría CH_2OH-$CH(CH_3)$-CH_3 metilpropan-1-ol y CH_3-$COH(CH_3)$-CH_3 metilpropan-2-ol, pero este último luego no daría una cetona en el paso de E a J necesaria para la reacción de Grignard posterior, así que se descarta)
A CH_2=CH-CH_2-CH_3 but-1-eno
B CH_2OH-CH_2-CH_2-CH_3 butan-1-ol
E CH_3-CHOH-CH_2-CH_3 butan-2-ol
La reacción de B con ($K_2Cr_2O_7$) es una oxidación fuerte de un alcohol terminal, que en principio daría un ácido http://www.quimicaorganica.org/alcoholes/418-oxidacion-de-alcoholes.html Para que la oxidación de un alcohol terminal produzca un aldehído en principio debería ser una

oxidación controlada, por ejemplo con diclorometano y piridina, que no son las condiciones indicadas. Pero después hay una adición de Grignard, y eso no es posible con ácidos, por lo que consideramos que se produce aldehído http://www.uv.es/gblay/tema4. Viendo el enunciado tiene cierto sentido que se llegue a que D, H y L sean tres alcoholes isómeros entre ellos. Se trata de aplicar la misma lógica que la aplicada para elegir A asumiendo que B y E no son el mismo compuesto, eligiendo C como aldehído asumiendo que C y D no son el mismo compuesto

C $CHO-CH_2-CH_2-CH_3$ butanal

La reacción de E con ($K_2Cr_2O_7$) es una oxidación de un alcohol no terminal, que da una cetona

J $CH_3-CO-CH_2-CH_3$ butanona (butan-2-ona es redundante)

La reacción de E con HBr sustituye el alcohol por el bromo

F $CH_3-CHBr-CH_2-CH_3$ 2-bromobutano

Los pasos de C a D y de J a L citan directamente reactivos de Grignard, y en el paso de F a H se cita la formación inicial del reactivo de Grignard.
https://es.wikipedia.org/wiki/Reactivo_de_Grignard
Se produce una adición donde estaba el grupo carbonilo, por lo que produce:
C a D partiendo de butanal con C_2H_5MgBr

D $CH_3-CH_2-CHOH-CH_2-CH_2-CH_3$ hexan-3-ol

J a L partiendo de butanona con C_2H_5MgBr

L $CH_3-CH_2-C(CH_3)OH-CH_2-CH_3$ 3-metilpentan-3-ol

F a H partiendo de 2-bromobutano con CH_3CHO

H $CH_3-CHOH-CH(CH_3)-CH_2-CH_3$ 3-metilpentan-2-ol

Diferenciación de D, H y L.
La fórmula molecular no permite diferenciarlos porque son tres alcoholes isómeros entre sí $C_6H_{14}O$
- Mediante reacciones de oxidación
Fundamentos de química orgánica, Carl David Gutsche, Daniel J. Pasto
https://books.google.es/books?id=fgUboUID62oC&pg=PA271
"Podemos saber de qué tipo de alcohol se trata sin más que identificar el producto resultante de su oxidación que será (a) un aldehído o un ácido carboxílico (si es un alcohol primario), (b) una cetona (si es un alcohol secundario), o (c) se recupera el producto de partida inalterado (si es un alcohol terciario)"
L es un alcohol terciario: está en un carbono donde no hay hidrógenos. No se oxidaría
D y H por oxidación dan cetonas, pero en el caso de H sería metilcetona y se podría distinguir por reacción con haloformo.
https://es.wikipedia.org/wiki/Reacci%C3%B3n_del_haloformo
-El reactivo de Lucas ($ZnCl_2$/HCl concentrado) también permite distinguir entre alcoholes
https://es.wikipedia.org/wiki/Reactivo_de_Lucas
-La reacción con $K_2Cr_2O_7/H_2SO_4$ también permite distinguir entre alcoholes
Identificación de grupos funcionales. Alcoholes. http://www.ugr.es/~quiored/doc/p14.pdf
-Resonancia Magnética Nuclear
http://pubs.acs.org/doi/abs/10.1021/ac60259a052
Characterization of primary, secondary, and tertiary alcohols using proton magnetic resonance techniques; John S. Babiec, James R. Barrante, George D. Vickers; Anal. Chem., 1968, 40 (3), pp 610–611
Se incluyen referencias de propiedades de NIST, que usa nomenclatura CAS
hexan-3-ol *http://webbook.nist.gov/cgi/cbook.cgi?ID=C623370&Units=SI*
3-metilpentan-3-ol *http://webbook.nist.gov/cgi/cbook.cgi?ID=C77747&Units=SI*
3-metilpentan-2-ol *http://webbook.nist.gov/cgi/cbook.cgi?ID=C565606&Units=SI*

Química

2. Un compuesto orgánico A contiene 54,54 % de C, 9,09 % de H y 36,37 % de O. Si se disuelven 7,59 g de dicho compuesto en 300 g de benceno, el punto de congelación del benceno disminuye 1,47 ºC.

a) ¿Qué tipo de compuesto podría ser? Justifícalo

b) Además de este compuesto A se sabe:

- Que es insoluble en agua y en disoluciones diluidas de bicarbonato sódico, pero que se disuelve en disolución acuosa diluida de hidróxido sódico.
- Que al reaccionar con la cantidad equimolecular de álcali produce dos compuesos orgánicos, que sometidos a destilación (sin descomposición) dejan un residuo sólido. La relación de masas de este residuo sólido respecto al compuesto A es 41/44.

Determina el nombre y la formula molecular del compuesto A.

Datos: Masas atómicas relativas H=1 u; C=12 u; O=16 u;
Constante crioscópica del benceno = 5,12 ºC·kg·mol^{-1}

Tomamos 100 g de sustancia y usamos los porcentajes como gramos

C: 54,54/12=4,545 mol C

H: 9,09/1=9,09 mol H

O: 36,37/16=2,273 mol O

Dividimos por el menor de ellos para obtener proporciones

C: 4,545/2,273=2

H: 9,09/2,273=4

O: 2,273/2,273=1

La fórmula empírica es C_2H_4O y su masa molar es 2·12+4·1+16=44 g/mol A

$$\Delta T = k \cdot m$$

$$1,47 = 5,12 \cdot \frac{7,59/M}{0,3} \Rightarrow M = \frac{5,12 \cdot 7,59}{1,47 \cdot 0,3} = 88\, g/mol$$

La fórmula molecular es $C_4H_8O_2$

Tiene 4+1-8/2=1 insaturación.

Como es soluble en benceno, que es apolar, debe ser apolar o ligeramente polar.

Encaja son que se un éster (menos polar que un ácido).

b) Al ser insoluble en agua no es un ácido carboxílico.

Al ser insoluble en hidrógenocarbonato de sodio no es un ácido carboxílico: se produciría una neutralización ácido base.

Ser soluble en disolución acuosa de hidróxido de sodio encaja con que sea un éster, que sufre hidrólisis (saponificación)

Que reaccione con la cantidad equimolecular de álcali produciendo dos compuesos orgánicos confirma que es un éster

R-COO-R'+ NaOH → R-COONa (sal de carboxilato) + R'-OH (alcohol)

La sal encaja con el residuo sólido y el alcohol con la destilación.

No se da como dato masa atómica de Na pero es 23. Si pierde 3 respecto al éster A (41/44) y sabemos que A tiene masa molar 88, entonces R' tiene 23+6, que sería $-CH_2-CH_3$

La sal sería CH_3-COONa de masa 12·2+3+16·2+23=82 g/mol, y 82/88=41/44

A: acetato de etilo CH_3-COO-CH_2-CH_3

El examen eran dos modelos A y B a elegir uno de los dos, cada uno con 6 preguntas, y el tiempo de realización 3 horas.

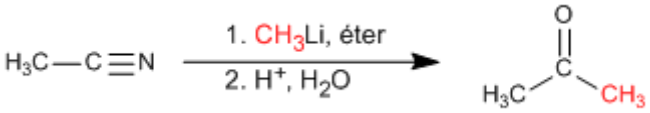
FÍSICA Y QUÍMICA. MODELO B

3.- Cuando un derivado monohalogenado A (C_4H_9X) se hace reaccionar con cianuro de potasio se transforma en B, que reacciona en disolución etérea con un mol de yoduro de metilmagnesio obteniéndose, tras hidrolizar un compuesto C. C reacciona con yoduro de etilmagnesio para dar D, que con ácido sulfúrico concentrado da E. El tratamiento de E con permanganato concentrado conduce a F, cuyos datos espectroscópicos son: IR 1775 cm^{-1}; ^{1}H-RMN δ=2,4 (cuadruplete, 2H); δ=2,1 (singlete, 3H); δ=1,1 (triplete, 3H).
Indica toda las estructuras, nombres y fórmulas de la A a la F.
(1,5 puntos)

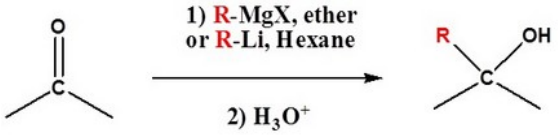
Ver Galicia 2004 1 con datos espectroscópicos, allí se indican referencias espectroscopía IR y RMN que no se repiten aquí

El compuesto A tiene 4+1-9/2-1/2=0 insaturaciones. No tiene dobles enlaces ni ciclos.
La reacción de A, derivado monohalogenado con cianuro de potasio, KCN, sustituye el halógeno X por el grupo cianuro -CN y forma un nitrilo, por lo que B será C_4H_9-CN
https://www.quimicaorganica.org/nitrilos/475-sintesis-de-nitrilos.html

La reacción de B que es un nitrilo con 1 mol de yoduro de metilmagnesio (CH_3MgI) seguida de hidrólisis forma una cetona, por lo que C será C_4H_9-CO-CH_3
https://www.quimicaorganica.net/nitrilos-organometalicos.html



La reacción de C que es una cetona con yoduro de etilmagnesio (CH_3-CH_2MgI) da un alcohol terciario D, por lo que D será C_4H_9-C(OH)(CH_3)-CH_2-CH_3
https://espanol.libretexts.org/Quimica/Qu%C3%ADmica_Org%C3%A1nica/Mapa%3A_Qu%C3%ADmica_Org%C3%A1nica_(Wade)/13%3A_Estructura_y_S%C3%ADntesis_de_Alcoholes/13.09%3A_Reactivos_organomet%C3%A1licos_en_S%C3%ADntesis_de_Alcohol

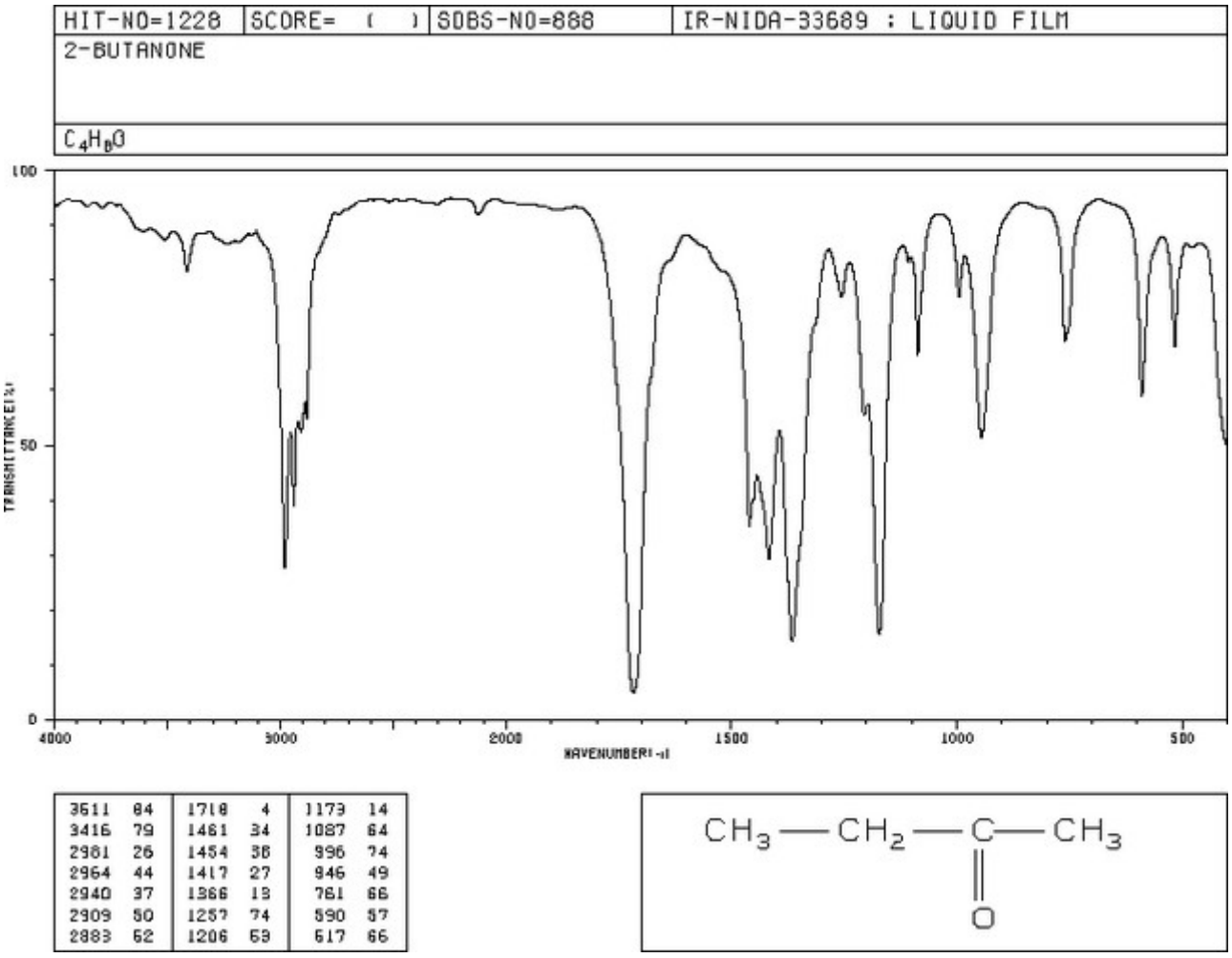


La reacción de D con con ácido sulfúrico concentrado es una deshidratación que da E.
Hay dos opciones
E1: C_4H_9-C(CH_3)=CH-CH_3
E2: C_4H_8=C(CH_3)-CH_2-CH_3

La reacción de E con permanganato de potasio $KMnO_4$ produce F. Se trata de una oxidación en la que se produce una rotura del doble enlace, y se da información de datos especroscópicos de F.
https://es.wikipedia.org/wiki/Anexo:Tabla_de_correlaciones_en_espectroscopia_infrarroja
IR 1775 cm^{-1} indica cetona, y el valor en tablas sugiere un ciclo pero sabemos que no lo hay por las

insaturaciones.
-Cuadruplete área 2 con δ 2,4 está asociado a 2 protones $-CH_2-$.
Cuadruplete aplicando la regla n+1 de RMN indica que el número de hidrógenos vecinos es 3, luego hay un $-CH_3$ unido a un $-CH_2$
En las referencia los CH_2 aparecen con desplazamiento menor de 2, pero al estar el $-CH_2-$ unido a un carbonilo -CO- hace que el desplazamiento sea mayor y encaja.
-Singlete área 3 con δ 2,1 está asociado a 3 protones de un metilo $-CH_3$ junto a un carbonilo -CO- una cetona o un éster .
En la referencia aparecen con un desplazamiento entre 2 y 2,5: el valor 2,1 encaja.
-Triplete área 3 con δ 1,1 está asociado a 3 protones metilo $-CH_3$
Triplete aplicando la regla n+1 de RMN indica que el número de hidrógenos vecinos es 2, luego hay un $-CH_2-$ unido a un $-CH_3$
F: butan-2-ona $CH_3-CO-CH_2-CH_3$

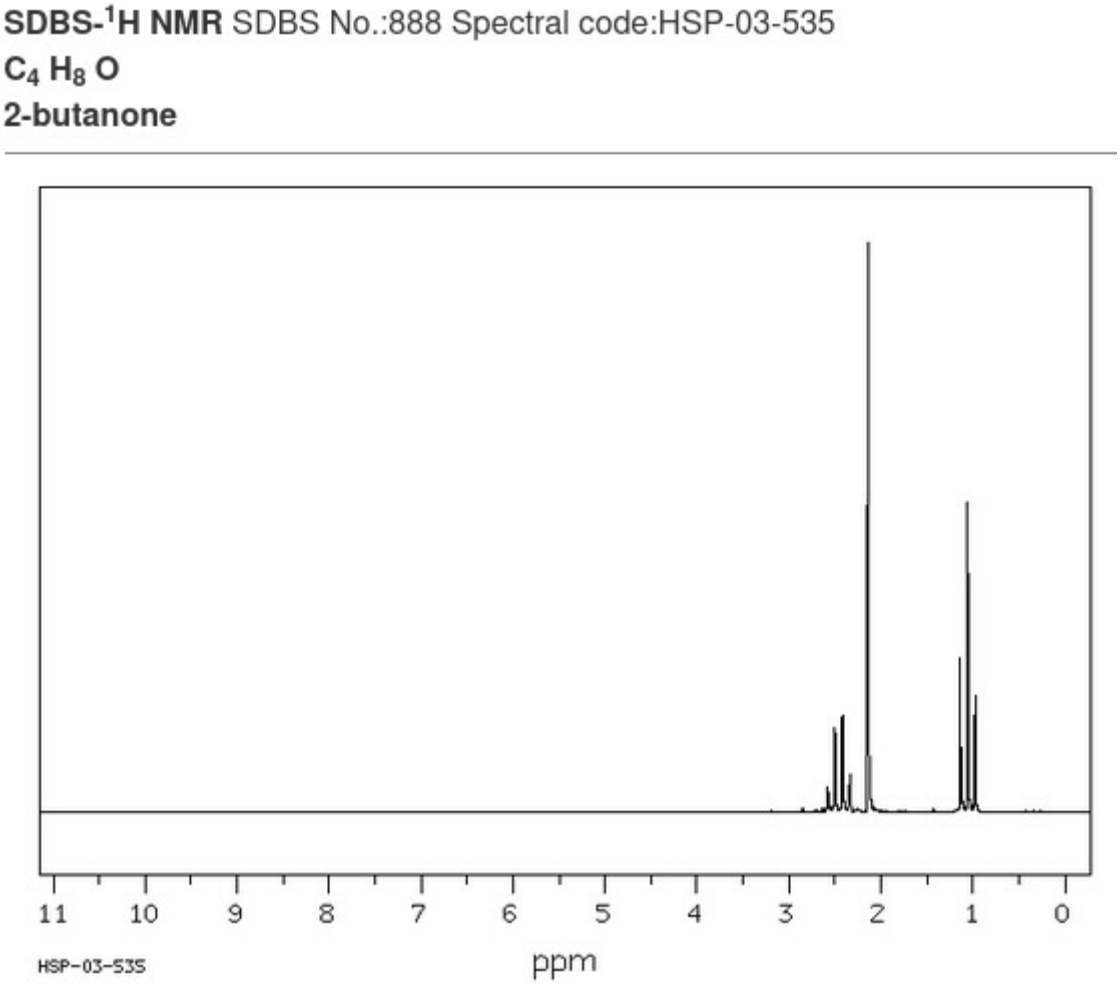
Validamos los datos espectrales de la butan-2-ona
https://sdbs.db.aist.go.jp/IrSpectralView.aspx?fname=NIDA33689&sdbsno=888
Se ve que en infrarrojo el pico está en 1718: el valor de 1775 del enunciado puede ser una errata y se pretendía indicar 1715



3611	84	1718	4	1173	14
3416	79	1461	34	1087	64
2981	26	1454	36	996	74
2964	44	1417	27	946	49
2940	37	1366	13	781	66
2909	50	1257	74	590	57
2883	62	1206	59	517	66

https://sdbs.db.aist.go.jp/HNmrSpectralView.aspx?imgdir=hsp&fname=HSP03535&sdbsno=888

Se ve cuadruplete a 2,4 ; singlete a 2,1 y triplete a 1,1.



Una vez identificado F identificamos el resto de compuestos
Para E es la propuesta E2 C_4H_8=C(CH_3)-CH_2-CH_3
Para que solo se obtenga un copuesto F, el compuesto E es simétrico y sería
E: 3,4-dimetilhex-3-eno CH_3-CH_2-C(CH_3)=C(CH_3)-CH_2-CH_3
D: 3,4-dimetilhexan-3-ol CH_3-CH_2-CH(CH_3)-COH(CH_3)-CH_2-CH_3
C: 3-metilpentan-2-ona CH_3-CH_2-CH(CH_3)-CO-CH_3
B: 2-metilbutanonitrilo CH_3-CH_2-CH(CH_3)-CN
A: 2-clorobutano CH_3-CH_2-CHCl-CH_3 (representarlo CH_3-CH_2-CH(CH_3)Cl visualiza mejor la sustitución del -Cl por -CN en el paso a B)

enrique@fiquipedia.es Revisado 11 mayo 2024
CC BY SA

Aquí se incluye solo la resolución del apartado b asociado a orgánica, separada de la resolución de apartados a y c asociados a enlace y cinética.

PRUEBA DE CARÁCTER PRÁCTICO PARA INGRESO AL CUERPO DE PROFESORES DE ENSEÑANZA SECUNDARIA DE FÍSICA Y QUÍMICA. BADAJOZ, 20 DE JUNIO DE 2015

QUÍMICA

4. Resuelva, de forma razonada, las siguientes cuestiones:

b. Un compuesto orgánico acíclico de fórmula molecular $C_6H_{12}O$ es ópticamente activo, no decolora al Br_2 en CCl_4, y no reacciona con una mezcla de $Na_2Cr_2O_7$ y H_2SO_4. Sin embargo, sí hay reacción cuando el compuesto se trata con $NaBH_4$. Escriba el nombre del compuesto y las estructuras tridimensionales de los dos isómeros, con la notación de líneas y cuñas. *(0,4 puntos)*

b) Con la fórmula podemos calcular el número de insaturaciones: 6+1-12/2=1

Al indicarse que no decolora al Br_2, implica que no tiene doble enlace C=C, lo que unido a que por la fórmula tiene solamente un oxígeno ya sugiere que tiene un grupo >C=O, que puede ser un aldehído o una cetona.

Al indicarse que no reacciona con una mezcla de $Na_2Cr_2O_7$ y H_2SO_4 que es un oxidante fuerte que hace que los aldehídos se oxiden a ácidos, ya podemos afirmar que es una cetona.

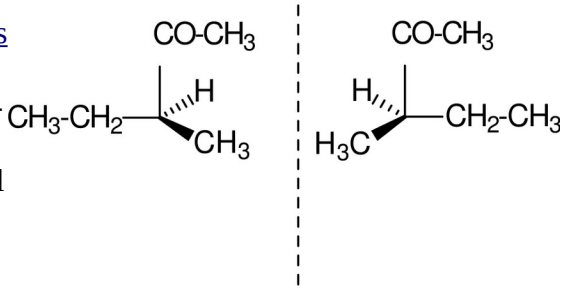
Al indicarse que sí reacciona con $NaBH_4$ que es un reductor débil, implica que pasa de cetona a alcohol.

Al indicarse que es ópticamente activo: tiene un carbono quiral, con 4 sustituyentes distintos.

Representando 4 sustituyentes distintos a un C para que en total haya 6 carbonos y haya un grupo cetona, obtenemos el compuesto, que de manera global es (marcamos con * el carbono quiral)

CH_3-CH_2-$C^*H(CH_3)$-CO-CH_3 3-metilpentan-2-ona

Representamos con “notación de líneas y cuñas”, que realmente es la notación de Natta, y una vez representados nombramos ambos isómeros, ya que tienen nombres distintos. Para nombrar usamos las reglas CIP (Cahn-Ingold-Prelog).



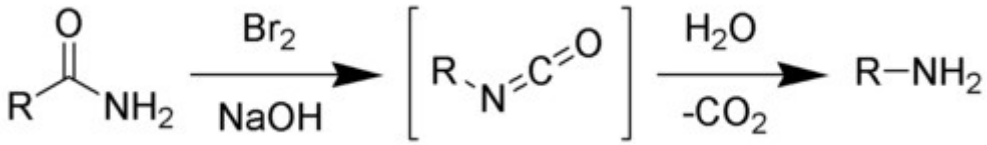
Los 4 grupos sustituyentes ordenados por prioridad -CO-CH_3 > -CH_2-CH_3 > -CH_3 > H

Colocando el sustituyente de menor prioridad alejado del observador y representando las dos imágenes especulares, vemos que si partimos del más prioritario y vamos al segundo más prioritario, en la izquierda el giro es en el sentido opuesto a las agujas del reloj, por lo que el compuesto de la izquierda es S 3-metilpentan-2-ona, y el de la derecha R 3-metilpentan-2-ona.

(Enunciado aproximado, no se tiene el original)
5. Ácido monocarboxílico (A) 58,8% C y 9,8% H ópticamente activo reacciona con PCl_3 dando (B) que reacciona con NH_3 dando (C). $NaOH/Br_2$ dando $C_4H_{11}N$ (D)
Fórmulas semidesarrolladas y nombrar A, B, C y D.

No es dato y usamos masas atómicas C=12, H=1, O=16

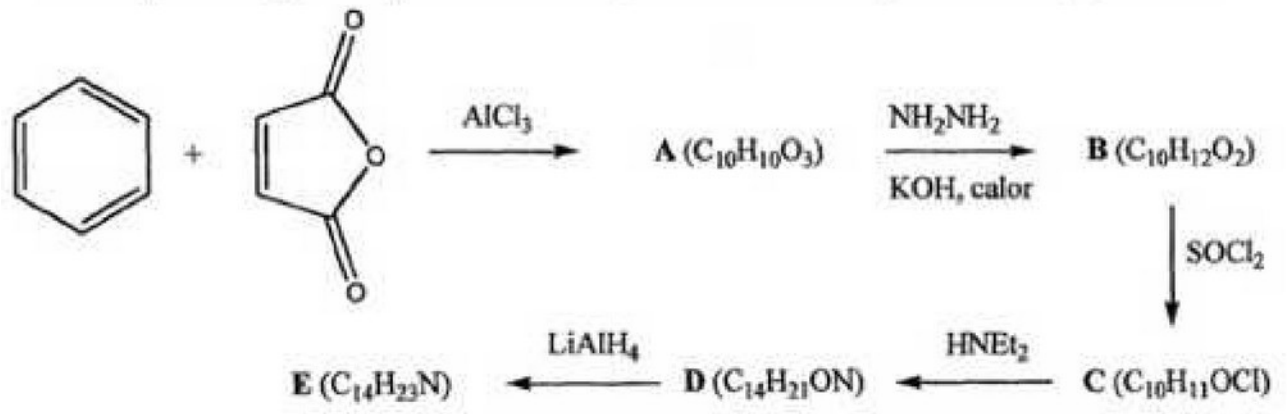
Asumimos resto 100-58,8-9,8=31,4% es oxígeno. Calculamos la fórmula empírica tomando 100 g por lo que podemos usar los porcentajes como gramos.
C: 58,8/12=4,9 mol C
H: 9,8/1=9,8 mol H
O: 31,4/16=1,96 mol O
Dividmos por el menor para obtener proporciones
C: 4,9/1,96=2,5
H: 9,8/1,96=5
P: 1,96/1,96=1
Multiplicamos por 2 para tener números enteros.
La fórmula empírica es $C_5H_{10}O_2$ y su masa molar $12 \cdot 5+10 \cdot 1+2 \cdot 16=102$ g/mol
Como es un ácido monocarboxílico tenemos un grupo -COOH y esa es la fórmula molecular
Como se indica que debe ser ópticamente activo debe tener un carbono quiral con cuatro sustituyentes distintos, y la única posibilidad es
A: ácido 2-metilbutanoico CH_3-CH_2-$CH(CH_3)$-COOH
La reacción de un ácido carboxílico con PCl_3 da un cloruro de acilo
B: cloruro de 2-metilbutanoilo CH_3-CH_2-$CH(CH_3)$-COCl
La reacción de un cloruro de acilo con amoniaco da una amida
C: 2-metilbutanamida CH_3-CH_2-$CH(CH_3)$-$CONH_2$
La reacción de una amida con NaOH/Br2 es la transposicón de Hofmann que da un amina
https://es.wikipedia.org/wiki/Transposici%C3%B3n_de_Hofmann



D: 2-metilbutan-1-amina CH_3-CH_2-$CH(CH_3)$-CH_2NH_2

4. Complete la següent seqüència de sintesi, tot indicant a cada pas la reacció que té lloc

Complete la siguiente secuencia de síntesis, indicando en cada paso la reacción que tiene lugar



Los reactivos iniciales son benceno C_6H_6 y furan-2,5-diona (anhídrido maleico) $C_2H_2O_3$

La reación con $AlCl_3$ es una acilación de Friedel-Crafts, aunque no hay un haluro de oxígeno.
El $AlCl_3$ (un ácido de Lewis fuerte) reacciona con uno de los carbonilos de furan-2,5-diona y genera un electrófilo muy reactivo, ya que el carbono del carbonilo atacado queda con carga positiva.
$AlCl_3+O=C-R \rightarrow Cl_3Al^+-O^--C^+-R$
El benceno que es un nucleófilo reacciona con el electrófilo atacando carbono con carga positiva y abre el anillo formando un intermediario no cíclico. El oxígeno puente del fureno ya no está enlazado al carbono atacado, pero sí queda unido al otro carbono del otro carbonilo.
$C_6H_5-CO-CH=CH-CO-OH$
ácido 4-fenil-4-oxobut-2-enoico (fórmula $C_{10}H_8O_3$, no coincide con la fórmula A de enunciado, luego asumimos que hay una hidrogenación del doble enlace)
A: ácido 4-fenil-4-oxobutanoico ($C_6H_5-CO-CH_2-CH_2-COOH$, $C_{10}H_{10}O_3$)

La reacción de A con hidracina (NH_2NH_2) en medio básico y calor es la reducción de Wolff-Kishner y que reduce los carbonilos a $-CH_2-$
https://es.wikipedia.org/wiki/Reducci%C3%B3n_de_Wolff-Kishner
B: ácido 4-fenilbutanoico ($C_6H_5-CH_2-CH_2-CH_2-COOH$, fórmula $C_{10}H_{12}O_2$)

La reacción de B que es un ácido con $SOCl_2$ (cloruro de tionilo) da C que es un cloruro de acilo
C: cloruro de 4-fenilbutanoilo ($C_6H_5-CH_2-CH_2-CH_2-COCl$, fórmula $C_{10}H_{11}OCl$)

La reacción de C con $HNEt_2$ (dietilamina) da D: es una sustitución nucleófila de acilo, el grupo -COCl se sustituye por $-CONEt_2$
D: N,N-dietil-4-fenilbutanamida ($C_6H_5-CH_2-CH_2-CH_2-CON(CH_2-CH_3)_2$, fórmula $C_{14}H_{21}ON$)

La reacción de D con $LiAlH_4$ (hidruro de aluminio y litio) da E: es una reducción que transforma la amida en amina
E: N,N-dietil-4-fenilbutan-1-amina ($C_6H_5-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2N(CH_2-CH_3)_2$, fórmula $C_{14}H_{23}N$)

enrique@fiquipedia.es Revisado 15 julio 2025
CC BY SA

(Se incluye el enunciado original tomado de las oposiciones, aunque en el año 2014 no dejaron sacar el enunciado a los opositores)

FÍSICA Y QUÍMICA

Han de resolverse los cuatro problemas, cada uno delos cuales se calificará de 0 a 10 puntos. En caso de tener varios apartados la calificación de cada uno de ellos será la que figure en el texto y de no figurar se entenderá el mismo valor para todos. La calificación del ejercicio será la correspondiente a la media de las puntuaciones obtenidas en cada uno de los problemas.

CRITERIOS DE CORRECCIÓN

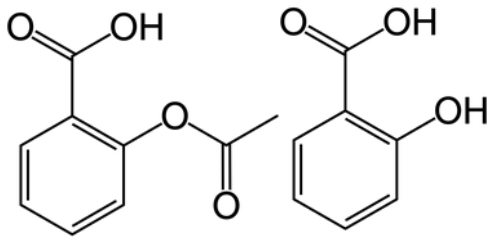
Por cada falta de ortografía se deducirá medio punto de la calificación del ejercicio, salvo en el caso de tildes en cuyo caso se reducirá 0,25. Cuando se repita la misma falta de ortografía, se contará como una sola.
En los problemas se valorará la adecuada estructuración y el rigor en el desarrollo de su resolución y la inclusión de pasos detallados así como la realización de diagramas, dibujos y esquemas. Se tendrá especial rigor en la identificación de los principios y leyes físicas involucradas, la corrección de los resultados numéricos, el uso correcto de unidades, así como con los errores en la formulación, nomenclatura y lenguaje químico.

1.- El compuesto A ($C_7H_6O_3$) Se puede obtener a partir de la corteza de sauce y también se puede sintetizar en el laboratorio a partir del compuesto B (C_6H_6O). En este último caso, mediante reacción de B con hidróxido de sodio y, posteriormente, con dióxido de carbono en medio ácido a 125 ºC y 100 atmósferas de presión. A, que tiene buena solubilidad tanto en éter como en etanol y posee un pK_a de 2.97 a 25 ºC; es la materia prima para la preparación del fármaco F ($C_9H_8O_4$) cuyo pK_a es de 3.5 a 25 ºC y cuya solubilidad en agua a 20 ºC es de 1 mg/ml. F se obtiene al poner en contacto A con anhídrido acético en medio sulfúrico, obteniendo para una temperatura de 90 ºC un rendimiento del 90 % en F.

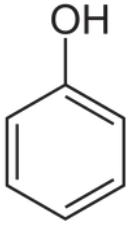
a) (4 puntos) Escriba las reacciones implicadas y sus correspondientes mecanismos. Indique las fórmulas estructurales de A, B y F
b) (2 puntos) Justifique las diferencias en los valores de Pk de A y F

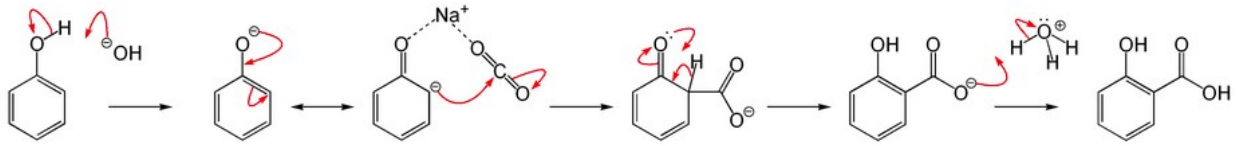
Se realizan aquí por separado apartados a y b ya que son totalmente independientes de c.

a) Como se dan fórmulas moleculares calculamos el número de insaturaciones
A ($C_7H_6O_3$) 7+1-6/3=5
B (C_6H_6O) 6+1-6/3=4
F ($C_9H_8O_4$) 9+1-8/2=6
El número de carbonos y de insaturaciones sugiere un anillo de benceno que tiene 4.
Al indicarse para A "se puede obtener a partir de la corteza de sauce" sugiere
A: ácido salicílico (ácido 2-hidroxibenzoico) cuya fórmula molecular es $C_7H_6O_3$
Al indicarse que F es un fármaco sugiere
F: ácido acetilsalicílico (ácido 2-(acetiloxi)-benzoico) cuya fórmula molecular es $C_9H_8O_4$.
Los anhídridos ya no están permitidos por IUPAC en inorgánica, pero son válidos y habituales en orgánica IUPAC
https://iupac.qmul.ac.uk/BlueBook/P6.html#6507

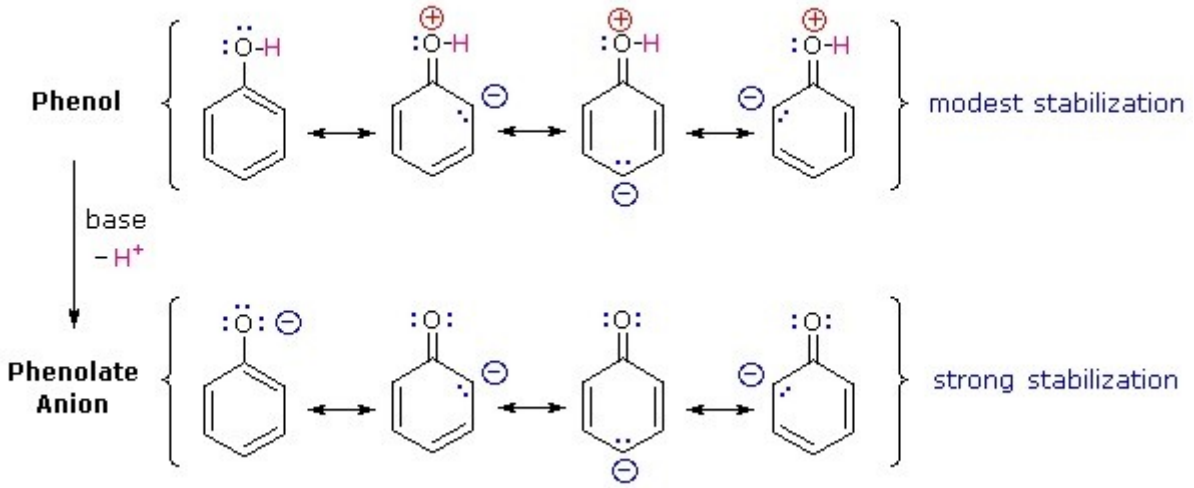


La reacción de paso de B a A es una carboxilación (la fórmula difere en CO_2) siendo **B fenol**, la reacción de Kolbe-Schmitt
https://es.wikipedia.org/wiki/Carboxilaci%C3%B3n
https://es.wikipedia.org/wiki/Reacci%C3%B3n_de_Kolbe-Schmitt
La reacción es $C_6H_6O + CO_2$ (NaOH, 125 ºC, 100 atm) → $C_7H_6O_3$
El mecanismo

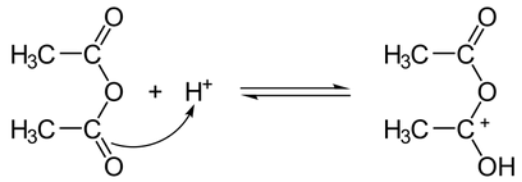


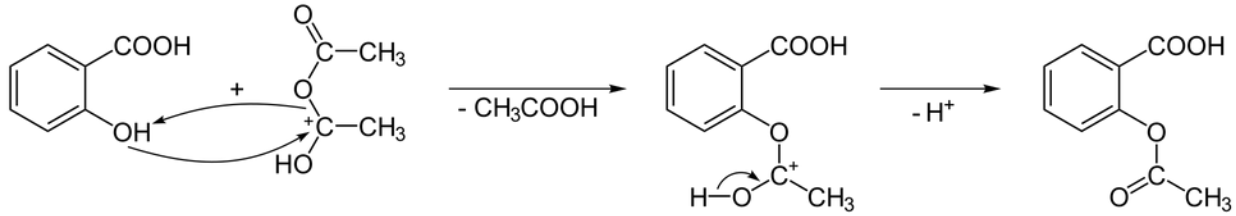


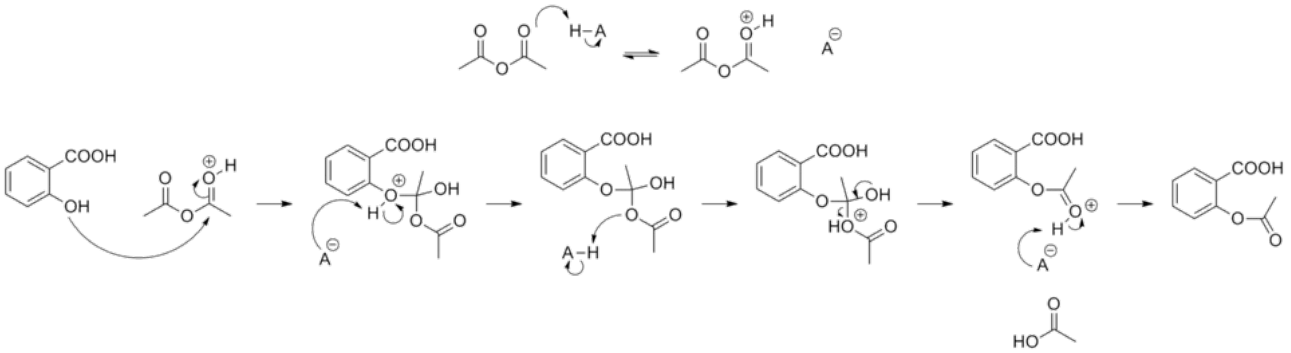
En el primer paso se forma un ion fenolato, que es especialmente estable
https://chem.libretexts.org/Courses/Athabasca_University/Chemistry_360%3A_Organic_Chemistry_II/Chapter_17%3A_Alcohols_and_Phenols/17.02_Properties_of_Alcohols_and_Phenols



La reacción de A a F es la acetilación
https://es.wikipedia.org/wiki/Acetilaci%C3%B3n
https://es.wikipedia.org/wiki/%C3%81cido_acetilsalic%C3%ADlico
https://en.wikipedia.org/wiki/Aspirin
La reacción es $C_7H_6O_3 + C_4H_6O_3$ (H_2SO_4) → $C_9H_8O_4$
El mecanismo







b) A ácido 2-hidroxibenzoico tiene dos grupos que aportan acidez: el grupo -COOH y -OH mientra que F ácido 2-(acetiloxi)-benzoico solo tiene el grupo -COOH que aporta acidez, por lo tanto F es un ácido más debil y tiene una pKa 3,5 mayor que la pKa de A que es 2,97.

enrique@fiquipedia.es Revisado 10 julio 2025
CC BY SA

3. Un compuesto A ($C_7H_7NO_2$) reacciona con Br_2 en presencia de luz dando B ($C_7H_6BrNO_2$). A su vez el tratamiento de B con KOH/EtOH proporciona C ($C_7H_7NO_3$). Cuando A se trata con una solución de $KMnO_4$ en medio básico conduce a D, cuya reacción con estaño en medio ácido clorhídrico permite aislar E ($C_7H_7NO_2$) . Por otra parte, la reacción de D con cloruro de tionilo proporciona un compuesto F, cuya reacción con hidrógeno en presencia de un catalizador de paladio conduce a la obtención de G ($C_7H_5NO_3$). La oxidación a fondo de C o G, seguida de tratamiento con hidrógeno en presencia de paladio conduce a E.
Identificar todos los compuestos de A a G, sabiendo que en la reacción de A con Cl_2 en presencia de $AlCl_3$ se obtiene un solo producto clorado.

Como tenemos fórmulas moleculares calculamos números de insaturaciones:
A: $C_7H_7NO_2$ insaturaciones 7+1-7/2+1/2=5
B: $C_7H_6BrNO_2$ insaturaciones 7+1-6/2-1/2+1/2=5
C: $C_7H_7NO_3$ insaturaciones 7+1-7/2+1/2=5
E: $C_7H_7NO_2$ insaturaciones 7+1-7+1/2=5
G: $C_7H_5NO_3$ insaturaciones 7+1-5/2+1/2=6
Por el número de carbonos e insaturaciones A, B, C y E parecen tener un anillo bencénico que supone 4 insaturaciones, queda una insaturación por identificar.

Si A tiene un grupo nitro $-NO_2$ (que supone 1 insaturación), A podría ser un benceno con un metil $CH_3-C_6H_4-NO_2$ pero desconocemos la posición relativa (orto, meta, para)

Se indica que reacción de A con Cl_2 en presencia de $AlCl_3$ se obtiene un solo producto clorado. Se trata de una sustitución electrófila aromática en la que se añade un átomo de cloro al anillo.
El grupo $-NO_2$ es desactivante y dirige a meta, luego el Cl se dirige a posición meta. Como se india que es un único producto y hay otro grupo $-CH_3$ que es activante y dirige a orto/para. Por lo tanto el cloro se añade en posición meta respecto $-NO_2$ y orto respecto a $-CH_3$, que por lo tanto están en posiciones meta.
A: 4-nitrotolueno (p-nitrotolueno) $CH_3-C_6H_4-NO_2$

Se indica que A reacciona con Br_2 en presencia de luz y da un compuesto B e el que hay mismo número de carbonos, un hidrógeno menos y un bromo. Se trata de una sustitución radicalaria de alcanos (no es sustitución electrófila aromática que cambia H por Br, el grupo nitro desactiva el anillo)
B: 1-nitro-4-bromometilbenceno (bromuro de p-nitrobencilo) $BrCH_2-C_6H_4-NO_2$

Cuando B reacciona con KOH/EtOH se obtiene C, desaparece Br y se añade O y H. Se trata de una sustitución, formación de un alcohol en la posición del bromo.
C: 4-nitrofienilmetanol (alcohol p-nitrobencílico) $HO-CH_2-C_6H_4-NO_2$

Cuando A se trata con $KMnO_4$ se obtiene D. Se trata de una oxidación, que oxida las ramas de alquilo a grupo ácido. D, del que no se indica fórmula molecular, sería $HOOC-C_6H_4-NO_2$
D: ácido 4-nitrobenzoico (ácido p-nitrobenzoico) $HOOC-C_6H_4-NO_2$

Cuando D reacciona con Sn en medio HCl se obtiene E. Se trata de una reducción del grupo nitro $-NO_2$ al grupo amino $-NH_2$
https://www.quimicaorganica.org/benceno/1065-reduccion-y-oxidacion-nitro-amino.html
E: ácido 4-aminobenzoico (ácido p-aminobenzoico) $HOOC-C_6H_4-NH_2$

Cuando D reacciona con cloruro de tionilo ($SOCl_2$) y se obtiene F. El grupo ácido -COOH pasa a -COCl.
F: cloruro de 4-nitrobenzoilo $ClOC-C_6H_4-NO_2$

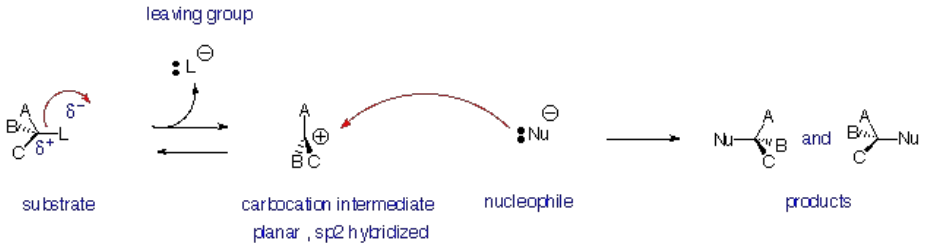
Cuando F reacciona hidrógeno en presencia de un catalizador de paladio se obtiene G. Se trata de una reducción, el grupo -COCl se reduce a aldehído -CHO
Veos que $OHC-C_6H_4-NO_2$ cumple la fórmula molecular de G $C_7H_5NO_3$
G: 4-nitrobenzaldehído $OHC-C_6H_4-NO_2$

3. Cuando el bromuro de t-Butilo se hace reaccionar con H_2O a 25 ºC, bajo intensa agitación, se obtiene una mezcla de los productos A y B en una proporción aproximada de 4:1. Al repetir el experimento agregando una pequeña cantidad de NaOH al medio de reacción se obtiene casi exclusivamente B observándose la misma velocidad de desaparición del halogenuro de alquilo que en el caso anterior. Finalmente se comprueba que al aumentar la concentración de NaOH se obtiene B, pero la desaparición de bromuro de t-Butilo se vuelve dependiente de la concentración de NaOH. Indique las estructuras de A y B y justifique las observaciones experimentales.

3.3.1 Competición entre mecanismos
https://gitlab.com/fiquipedia/drive.fiquipedia/-/raw/main/content/home/recursos/recursos-por-materia-curso/recursos-quimica-2-bachillerato/apuntes-de-elaboracion-propia-de-quimica-de-2-de-bachillerato/Q8-PAU-Qu%C3%ADmicaCarbono-Teor%C3%ADa.pdf

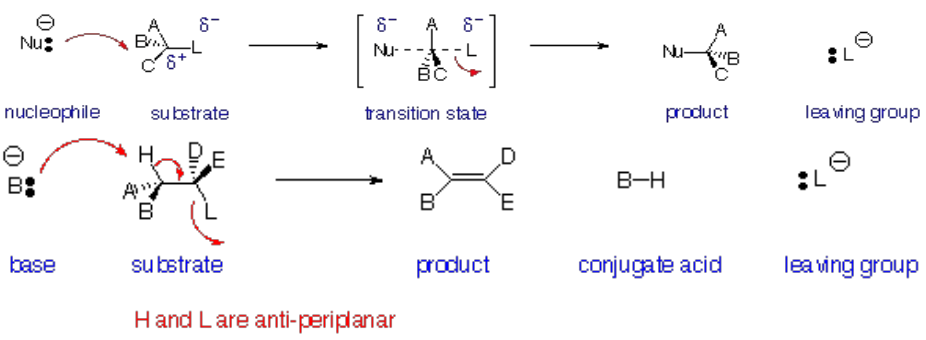
El bromuro de t-butilo (terc-butilo o tert-butilo) es una nomenclatura no recomendada por IUPAC de lo que en sistemática sería 2-bromo-2-metilpropano
En la reacción con agua se forma el catión t-butilo $(CH_3)_3C^+$ y se produce competencia entre mecanismos de eliminación y sustitución, lo que lleva a dos productos:
A: sustitución nucleofílica de primer orden S_N1 en la que el carbocatión t-butilo es atacado por OH^- como nucleófilo.
A 2-metilpropan-2-ol (alcohol tert-butílico, tert-butanol) CH_3-$C(CH_3)OH$-CH_3 ó $(CH_3)_3COH$
B: eliminación de primer orden E1 en la que se pierde un H^+ del carbón adyacente
B: 2-metilpropeno CH_3-$C(CH_3)$=CH_2 ó $(CH_3)_2C$=CH_2
La proporción A:B de 4:1 es debido a que en condiciones neutras se favorece S_N1 frente a E1

Al añadir una pequeña cantidad de NaOH se obtiene casi exclusivamente B porque se favorece la eliminación E1 y sigue teniendo la misma velocidad de desaparición.



Al añadir NaOH en exceso el mecanismo pasa a E2, el OH- arranca un H^+ al tiempo que Br^- sale.
La velocidad pasa a depender de la base porque $v=k[(CH_3)_3CBr][OH^-]$

SN1 y E1, John C. Vederas, University of Alberta



SN2 y E2, John C. Vederas, University of Alberta

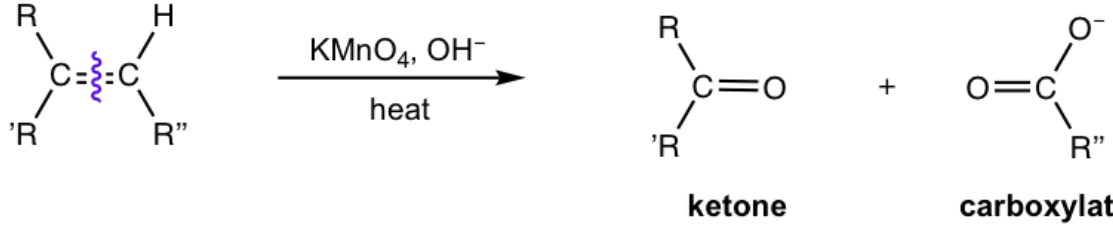
4. Un compuesto A de fórmula molecular $C_6H_8O_4$ soluble en solución de bicarbonato sódido, forma fácilmente un derivado bromado B de fórmula molecular $C_6H_8Br_2O_4$. El compuesto A reacciona con pentacloruro de fósforo obteniéndose un nuevo compuesto C. Este compuesto reacciona con benceno en presencia de tricloruro de aluminio transformándose en D de fórmula molecular $C_{18}H_{16}O_2$. El compueso D reacciona con hidroxilamina transformándose en E. Este compuesto en presencia de pentacloruro de fósforo se transforma en un isómero suyo F, cuya hidrólisis conduce al compuesto A. La oxidación del compuesto A conduce a un único compuesto G que fácilmente sufre descarbonilación transformándose en un ácido cuyo equivalente de neutralización es 60. Establecer las estructuras de todos los compuestos y las reacciones que han servido para conseguirlos.

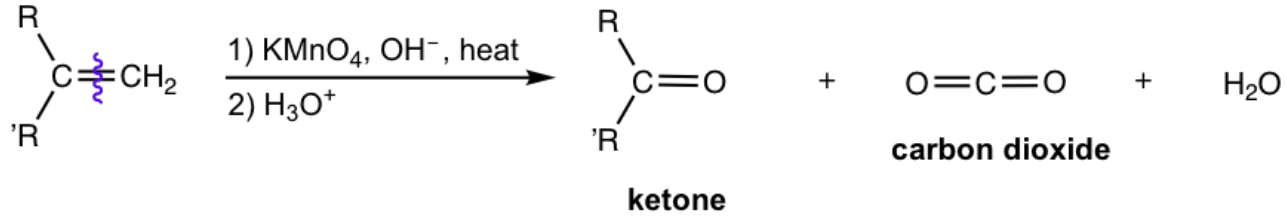
Como se facilitan las fórmulas moleculares calculamos las insaturaciones
A $C_6H_8O_4$ 6+1-8/2=3
B $C_6H_8Br_2O_4$ 6+1-8/2-1=2
D $C_{18}H_{16}O_2$ 18+1-16/2=11

Como se indica que A **es soluble en bicarbonato de sodio,** tiene un grupo funcional ácido: -COOH
Como A tiene 4 oxígenos podemos plantear dos grupos ácidos que sumándolos serían: $C_2O_4H_2$: quedan C_4H_6 y como tiene 3 insaturaciones, podría ser 1 enlace doble y los dos enlaces dobles de los dos ácidos, y habiendo varias opciones como por ejemplo HOOC-CH_2-CH=CH-CH_2-COOH, HOOC-CH=CH-CH_2-CH_2-COOH ó HOOC-C(CH_3)=C(CH_3)-COOH.

Como se indica que A forma un derivado bromado, en la fórmula de B se añaden dos bromos respecto a A y hay una insaturaciones menos, cuadra con que una de las 3 insaturaciones de A sea un doble enlace.

Se indica que la oxidación de A da un único producto G. Para que A se puede oxidar teniendo dos ácidos, la oxidación ataca el doble enlace, donde formará un ácido carboxílico o cetona según cómo estén sustituidos los carbonos que forman el doble enlace
https://espanol.libretexts.org/Quimica/Qu%C3%ADmica_Org%C3%A1nica/Qu%C3%ADmica_Org%C3%A1nica_I_(Liu)/10%3A_Alquenos_y_Alquinos/10.07%3A_Reacciones_de_Oxidaci%C3%B3n_de_Alquenos





Como se indique que G es único, A debe ser simétrica

Se indica que G sufre descarbonilación que está asociada a aldehídos o cetonas (no descarboxilación que estaría asociada a ácido carboxílico), lo que indicaría que a partir de A se ha obtenido un aldehído o una cetona.
https://es.wikipedia.org/wiki/Descarbonilaci%C3%B3n perder CO un aldehído
https://es.wikipedia.org/wiki/Descarboxilaci%C3%B3n perder CO_2 un ácido
Viendo la oxidación de A a G, se ha debido obtener una cetona, lo que solo deja una opcioń para A
A ácido 2,3-dimetilbut-2-endioico HOOC-C(CH_3)=C(CH_3)-COOH
Ya podemos nombrar B y G
B ácido 2,3-dibromo-2,3-dimetilbut-2-endioico HOOC-CBr(CH_3)-CBr(CH_3)-COOH
G ácido 2-oxopropanioco (ácido pirúvico) CH_3-CO-COOH

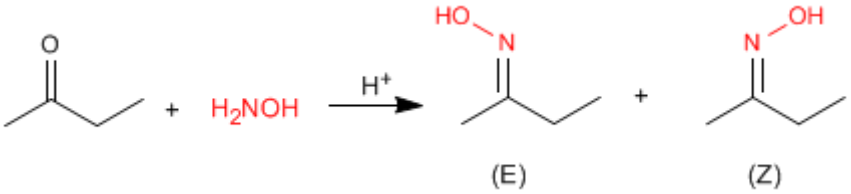
Se indica que si G sufre descarboniliación se obtiene un ácido cuyo equivalente neutralización es 60.
Si G es CH_3-CO-COOH y pierde CO pasa a CH_3-COOH
La masa molar de CH_3-COOH es 12·2+16·2+4=60 g/mol CH_3-COOH
Coincide con la indicación teniendon en cuenta la definidión de equilvalente de neutralización.
Determinación de estructuras orgánicas De Daniel J. Pasto, Carl R. Johnson
http://books.google.es/books?id=uHNdHS8JXFIC&pg=PA352&lpg=PA352
10.3 Determinación de los equivalentes de neutralización y saponificación
Equivalente de neutralización se define como el peso equivalente de un ácido o base, determinado por titulación con base o ácido. El equivalente de neutralización puede utilizarse para determinar la fórmula empírica de una molécula, o el número de grupos funcionales ácidos o básicos contenidos en la molécula, en caso de conocer el peso molecular.

La reacción de A , que sabemos que es un ácido dicarboxílico, con PCl_5 da un compuesto C que es un cloruro de acilo. Si A tiene dos grupos ácidos el compuesto C es un dicloruro de acilo. Es una reacción de sustitución en la que el grupo -OH cambia por Cl, por lo que la fórmula de C, que no se proporciona en el enunciado, sería $C_6H_6O_2Cl_2$
C: dicloruro de 2,3-dimetilbut-2-endioílo ClOC-C(CH_3)=C(CH_3)-COCl

Que C sea un compuesto con cloro cuadra con que luego desde C se añada $AlCl_3$ que es sustitución electrófila aromática Friedel-Crafts que parte de compuestos clorados / halogenados: en este caso es una acilación de sistemas aromáticos.
Se indica que C se combina con benceno en presencia de $AlCl_3$ para formar D $C_{18}H_{16}O_2$.
Pasa de 6 carbonos a 18: 12 carbonos más, y como se adiciona benceno que tiene 6 carbonos, quiere decir que se adicionan dos bencenos, lo que confirma que es un ácido doble que ha pasado a un dicloruro de acilo. Viendo la fórmula de D $C_{18}H_{16}O_2$ respecto a la planteada del dicloruro de acilo obtenido a partir de A $C_6H_6O_2Cl_2$ si cada benceno ha aportado C_6H_5, serían 10 H más y se perderían los cloros, lo que cuadra con la acilación.
El compuesto D tiene 11 insaturaciones, cada benceno aporta 4 insaturaciones (1 anillo y 3 dobles enlaces) luego nos quedan 3, que son las asociadas a los dos carbonilos que quedan de los ácidos originales y la del doble enlace que permite la bromación.
D: 1,4-difenil-2,3-dimetilbut-2-en-1,4-diona C_6H_5-CO-C(CH_3)=C(CH_3)-CO-C_6H_5

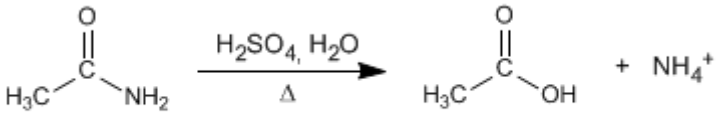
Se indica que D reacciona con hidroxilamina (NH_2OH) para formar un compuesto E.
La hidroxilamina reacciona con grupos carbonilo (-CO-) para formar oximas (-C=N-OH)

https://www.quimicaorganica.org/aldehidos-y-cetonas/231-formacion-de-oximas.html



Como D tiene dos grupos cetona, E tiene dos grupos oxima.
E: 1,4-difenil-2,3-dimetilbut-2-en-1,4-diona dioxima
C_6H_5-C(=NOH)-C(CH_3)=C(CH_3)-C(=NOH)-C_6H_5

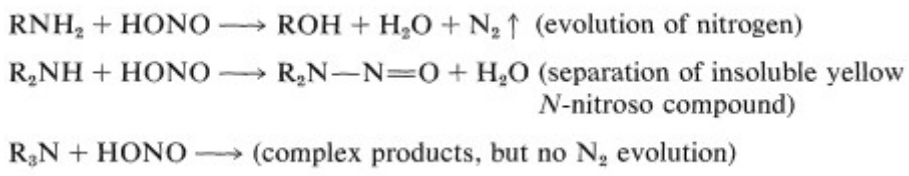
Se indica que se se hace reaccionar E con PCl_5 se obtiene F, que es un isómero de E, y que la hidrólisis de F se obtiene A.
Para ser un isómero de E debe mantener N, O y H de oxima: una opción es que se produzca una amida, que por hidrólisis da F y se obtiene A que es un ácido.
La deshidratación de oximas a amidas es la transposición de Beckmann y se asocia a ácido sulfúrico, pero también funciona con PCl_5 ó P_2O_5
https://es.wikipedia.org/wiki/Transposici%C3%B3n_de_Beckmann
F: N,N'-difenil-2,3-dimetilbut-2-endiamida
C_6H_5-HNC-C(CH_3)=C(CH_3)-CHN-C_6H_5
La hidrólisis de F vuelve a dar A
https://www.quimicaorganica.org/amidas/478-hidrolisis-acida-de-amidas.html



[1] [2]

3. La composición centesimal de cierta sustancia A, de carácter básico, es de 61,02% de carbono; 15,25% de hidrógeno y 23,73% de nitrógeno. Al tratar la sustancia A con ácido nitroso se convierte en un alcohol y se desprende nitrógeno. Por oxidación suave, B se transforma en C, no reductora y de masa molecular 58. Determinar las sustancias A, B, C así como sus estructuras.
DATOS: masas atómicas: H 1; O 16; C 12; N 14

Validamos 61,02+15,25+23,73=100
Tomamos 100 g de sustancia con lo que podemos usar los porcentajes como moles
61,02/12=5,085 mol C
15,25/1=15,25 mol H
23,73/14=1,695 mol N
Dividimos por el menor para obtener proporciones
5,085/1,695=3
15,25/1,695=9
1,695/1,695=1
La fórmula molecular de A es C_3H_9N y la masa molecular es $12 \cdot 3+9 \cdot 1+14=59$ g/mol
La reacción de A con ácido nitroso para dar un alcohol B y desprender hidrógeno indica que A es una amina primaria y B es un alcohol.
https://espanol.libretexts.org/Quimica/Qu%C3%ADmica_Org%C3%A1nica/Libro%3A_Principios_B%C3%A1sicos_de_Qu%C3%ADmica_Org%C3%A1nica_(Roberts_y_Caserio)/23%3A_Compuestos_de_Organonitr%C3%B3geno_I_-_Aaminas/23.10%3A_Aminas_con_%C3%A1cido_nitroso



La oxidación B que es un alcohol puede dar aldehído, cetona o ácido carboxílico según su posición.
Se indica que C no es reductora: los aldehídos son reductores porque se oxidan a ácidos carboxílicos, lo que descarta que se oxide a aldehído.
Si se oxida a ácido carboxílico, la masa molar del grupo -COOH es $12+2 \cdot 16+1=45$ g/mol, y como el compuesto C tiene masa molecular 58, quedan 58-45=13 g/mol lo que no es viable.
Por lo tanto se oxida a cetona, la masa molar del grupo -CO- es 12+16=28 y como el compuesto C tiene masa molecular 58, quedan 58-28=30 g/mol, que en principio serían dos metilos CH_3- (12+3=15)
La fórmula molecular de A coincide con su empírica
A: propan-2-amina CH_3-$CHNH_2$-CH_3
B: propan-2-ol (isopropanol) CH_3-CHOH-CH_3
C: propan-2-ona (acetona) CH_3-CO-CH_3

4. Un compuesto A tiene 54,54% de carbono, 9,09% de hidrógeno y 36,37% de oxígeno. Si se disuelve 7,59 g de A en 300 g de benceno, el punto de congelación de éste disminuye 1,47 ºC. La constante crioscópica del benceno es k=5,12. El compuesto A es insoluble en agua y en disoluciones diluidas de bicarbonato de sodio, pero se disuelve en disolución acuosa concentrada y caliente de hidróxido de sodio, reaccionando con la base y produciendo dos compuestos orgánicos. Cuando A se hace reaccionar con la cantidad equivalente de NaOH y a continuación se destila sin descomposición la masa molar del residuo sólido es 0,932 veces la masa molar del compuesto A que ha reaccionado. Determine la estructura de A.
Datos: Masas atómicas relativas C=12, O=16, H=1.

Referencias:
Resuelto por Basileia en http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4125#p18049
Resuelto por Antonio Abrisqueta García para www.eltemario.com
http://fyqwiki.wikispaces.com/file/view/Examen+Opos+CV+2008.doc

No se da como dato la masa de Na, asumimos 23
Damos resultado con 3 cifras significativas, como la mayoría datos del enunciado, aunque en pasos intermedios usamos más precisión.

Calculamos la fórmula empírica de A, tomamos 100 g por sencillez, y podemos usar porcentajes como masa. Comprobamos 54,54+9,09+36,37=100%.

$$\frac{54,54}{12}=4,545\,mol\,C$$

$$\frac{9,09}{1}=9,09\,mol\,H$$

$$\frac{36,37}{16}=2,273125\,mol\,O$$

Dividimos por el menor para obtener el número relativo de moles

$$C:\frac{4,545}{2,273125}=2\,;H:\frac{9,09}{2,273125}=4\,;O:1$$

La fórmula empírica es C_2H_4O y su masa fórmula 2·12+4+16=44 g
Masa molecular = n ·(Masa fórmula)
Utilizamos el descenso crioscópico para averiguar la fórmula molecular

$$\Delta T=k\,m=k\frac{m/M_{molecular}}{kg_{disolvente}}=\frac{k\,m}{n\,M_{fórmula}\,kg_{disolventene}}$$

$$n=\frac{k\,m}{\Delta T\,M_{fórmula}\,kg_{disolvente}}=\frac{5,12\cdot 7,59}{1,47\cdot 44\cdot 0,3}=2$$

Luego la fórmula molecular es $C_4H_8O_2$ y su masa molecular es 88 g/mol
El compuesto A tiene 4+1-8/2=1 insaturación, que puede ser una cetona, un aldehído, un éster, o un doble enlace.
La reacción con hidróxido de sodio sugiere una saponificación, y al indicar destilar se sugiere que se está eliminando el alcohol.
Si la masa molar de la sal es 0,932 veces la del compuesto A, es 88·0,932=82 g/mol
Si descontamos el grupo -COONa que tiene 12+2·16+23=67, quedan 15, asociadas a un metil, por lo que la sal es CH_3-COONa, el alcohol que tendrá otros dos carbonos y será CH_3-CH_2OH, y el compuesto **A CH_3-COO-CH_2-CH_3 etanoato de etilo**

A2.
1,036 g d'una substància orgánica no saturada (amb un doble enllaç) donen per combustió 2,116 g de CO_2 i 1,083 g de H_2O. A partir de 0,416 g de substància s'obtenen 118,2 cm^3 de N_2 mesurats secs a 22 ºC i 751 mm Hg.
A més, se sap que 0,1336 g del compost fixen 66,2 cm^3 d'aigua de brom que conté 3,83 g de brom per litre.
Amb totes aquestes dades determinar la fórmula molecular del compost.

1,036 g de una sustancia orgánica no saturada (con un doble enlace) dan por combustión 2,116 g de CO_2 y 1,083 g de H_2O. A partir de 0,416 g de sustancia se obtienen 118,2 cm^3 de N_2 medidos secos a 22 ºC y 751 mm Hg. Además, se sabe que 0,1336 g del compuesto fijan 66,2 cm^3 de agua de bromo que contiene 3,83 g de bromo por litro. Con todos estos datos determinar la fórmula molecular del compuesto.

No son dato y tomamos masas atómicas C=12, O=16, H=1, N=14, Br=79,9
$R=0,082\ atm \cdot L \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$

Todo el carbono del compuesto pasa a CO_2. Masa molar CO_2 = 12+2·16=44 g/mol CO_2
Tenemos 2,116/44=$4,8091 \cdot 10^{-2}$ mol CO_2, y mismo número de moles de C, n(C)=$4,8091 \cdot 10^{-2}$ mol C
La masa de carbono es $4,8091 \cdot 10^{-2} \cdot 12$=0,57709 g C
El porcentaje en carbono es 0,57709/1,036=0,55704=55,704%

Todo el hidrógeno del compuesto pasa a H_2O. Masa molar H_2O = 2·1+16=18 g/mol H_2O
Tenemos 1,083/18=$6,0167 \cdot 10^{-2}$ mol H_2O y doble número de moles de H, n(H)=0,12033 mol H
La masa de hidrógeno es 0,12033·1=0,12033 g H
El porcentaje en carbono es 0,12033/1,036=0,11615=11,615%

Todo el nitrógeno del compuesto pasa a N_2
n=PV/RT=(751/760)·0,1182/0,082·(273+22)=$4,8285 \cdot 10^{-3}$ mol N_2, y doble número de moles de N, n(N)=$9,6570 \cdot 10^{-3}$ mol N
La masa de nitrógeno es $9,6570 \cdot 10^{-3} \cdot 14$=0,13520 g N
El porcentaje en nitrógeno es 0,13520/0,416=0,325=32,5%

Sumando porcentajes 55,704+11,615+32,5=99,819≈100
Planteamos 100 g y usamos porcentajes como gramos
C: 55,704/12=4,642 mol C
H: 11,615/1= 11,615 mol H
N: 32,5/14=2,3214 mol N
Dividimos por el menor de ellos para obtener proporciones
C: 4,642/2,3214=2
H: 11,615/2,3214=5
N: 2,3214/2,3214=1
La fórmula empírica es C_2H_5N, la masa molecular de la fórmula empírica es 2·12+5·1+14=43 g/mol y la masa molecular n·43.
En 66,2 cm^3 de disolución 3,83 g Br_2/L tenemos 0,0662·3,83=0,2535 g Br_2
Eso suponen 0,2535/(2·79,9)=$1,5864 \cdot 10^{-3}$ mol Br_2
En 0,1336 g tenemos 0,1336/(n·43)=$3,107 \cdot 10^{-3}$/n mol

$3,107 \cdot 10^{-3} / 1,5864 \cdot 10^{-3} = 1,96 \approx 2$
La fórmula molecular es $C_4H_{10}N_2$
Comprobamos que tiene una única insaturación como indica el enunciado:
El número de insaturaciones es 4+1-10/2+2/2=1.

QUÍMICA

4.- Un compuesto orgánico A presenta un 54,54% de C, un 9,09% de H y un 37,37% de O. Si se disuelve 7,59 g de A en 300 g de benceno, el punto de congelación del benceno disminuye en 1,47ºC, la constante crioscópica del benceno es 5,12. El compuesto A es insoluble en agua y en disoluciones diluidas de bicarbonato sódico, pero se disuelve en disolución acuosa diluida de hidróxido sódico, reaccionando con álcali y produciendo dos compuestos orgánicos.
Cuando A se hace reaccionar con la cantidad equivalente de NaOH y a continuación se destila sin descomposición, el peso del residuo sólido es 41/44 del peso del compuesto A que ha reaccionado. Determina la estructura de A. Una vez identificado A, identifique los compuestos X, Y Z:
A + oxalato de etilo+ etóxido sódico = X $C_8H_{12}O_5$
X + bromoacetato + Zn + agua = Y $C_{12}H_{20}O_7$
Y + OH^- + calor +H^+ = Z ($C_6H_{20}O_7$ acido cítrico)

No son datos y usamos masas atómicas en u: C=12, H=1, O=16, Na=23
No se indica explícitamente y en reacción con X bromoacetato se asume es bromoacetato de etilo

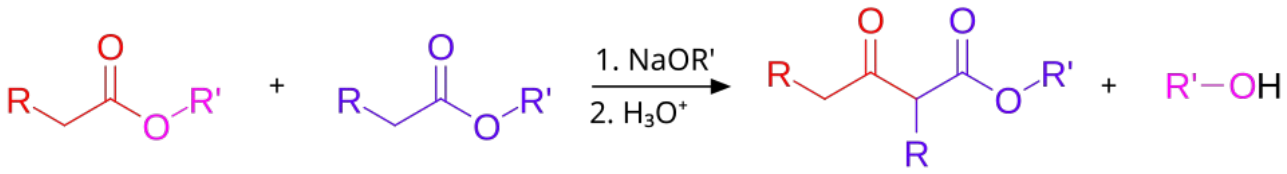
Comprobamos 54,54+ 9,09+ 37,37=101
Calculamos la fórmula empírica tomndo 100 g por lo que los porcentajes los podemos usar como gramos.
C: 54,54/12=4,545 mol C
H: 9,09/1=9,09 mol H
O: 37,37/16=2,335625 mol O
Divimos entre el menor de ellos para obtener proporciones
C: 4,545/2,335625=1,95 ≈2
H: 9,09/2,335625=3,89 ≈4
O: 2,335625/2,335625=1
La fórmula empírica es C_2H_4O y su masa molar es 2·12+4·1+16=44 g/mol

$$\Delta T = k \cdot m$$

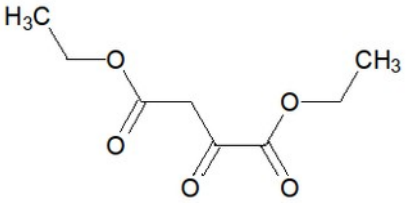
$$1,47 = 5,12 \cdot \frac{\frac{7,59}{M}}{0,3} \Rightarrow M = \frac{5,12 \cdot 7,59}{1,47 \cdot 0,3} \approx 88,1\, g/mol$$

Como la masa molar molecular es 2 veces la empírica, la fórmula molecular es $C_4H_8O_2$
Como se indica que es insolube en agua y en disoluciones diluidas de $NaHCO_3$, A no es un ácido carboxílico.
Como se indica que reacciona con NaOH produciendo dos compuestos orgánicos, es un éster que sufre una hidrólisis básica.
La reacción con NaOH es
R-COO-R' + NaOH → R-COO-Na + R'-OH
El residuo sólido es la sal R-COO-Na, y su masa molecular es (41/44)·88=82 g/mol
Si descontamos COONa (12+2·16+23=67 g/mol), quedan 82-67=15 g/mol, luego R es un metilo y tiene la forma CH_3-COO-R', donde R' tiene una masa molar 88-15-12-32=29 g/mol teniendo 2 carbonos y 5 hidrógenos, por lo que es un etilo
A: acetato de etilo CH_3-COO-CH_2-CH_3
Planteamos ahora las otras reacciones
Obtención de X a partir de A

Asumimos que oxalato de etilo es oxalato de dietilo, no oxalato de monoetilo.
CH_3-COO-CH_2-CH_3 + CH_3-CH_2-OOC-COO-CH_2-CH_3 + NaO-CH_2-CH_3 → X $C_8H_{12}O_5$
Es la condensación de Claisen cruzada
https://es.wikipedia.org/wiki/Condensaci%C3%B3n_de_Claisen
El etóxido de sodio desprotona el carbono alfa del acetato de etilo que es el único compuesto enolizable, formando un enolato CH_2^--COO-CH_2-CH_3. Este enolato actúa como nucleófilo y ataca uno de los grupos carbonilo del oxalato, y se forma un etóxido como grupo saliente.

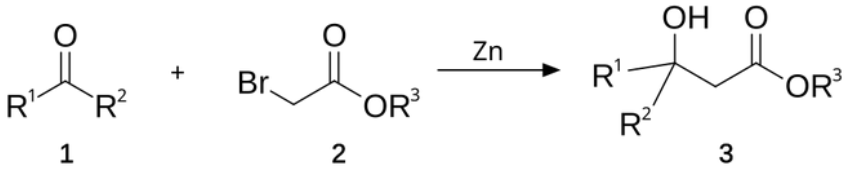


En diagrama anterior, el reactivo de la izquierda es el no enolizable, oxalato de dietilo donde R sería CH_3-CH_2OOC- y R' sería -CH_2-CH_3
En reactivo de la derecha es acetato de etilo donde R sería H- y R' sería -CH_2-CH_3

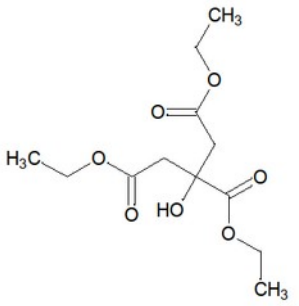


X: 2-oxobutanodiato de dietilo
CH_3-CH_2-OOC-CO-CH_2-COO-CH_2-CH_3

Obtención de Y a partir de X
CH_3-CH_2-OOC-CO-CH_2-COO-CH_2-CH_3 + CH_2Br-COO-CH_2-CH_3 + Zn + H_2O → Y $C_{12}H_{20}O_7$
Es la reacción de Reformatski entre un bromoéster y y un carbonilo
https://es.wikipedia.org/wiki/Reacci%C3%B3n_de_Reformatski

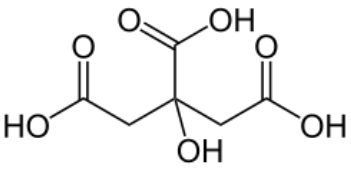


En el compuesto X R_1 es CH_3-CH_2-OOC- y R_2 es -CH_2-COO-CH_2-CH_3
En el bromoéster (hemos asumido es bromacetato de etilo) R_3 es -CH_2-CH_3



Y 2-hidroxi-1,2,3-propanotricarboxilato de trietilo (citrato de trietilo)
CH_3-CH_2-OOC-C(OH)(CH_2-COO-CH_2-CH_3)-CH_2-COO-CH_2-CH_3

Obtención de ácido cítrico a partir de Y
CH_3-CH_2-OOC-C(OH)(CH_2-COO-CH_2-CH_3)-CH_2-COO-CH_2-CH_3 + OH^- + calor +H^+ → Z ($C_6H_{20}O_7$ acido cítrico, ácido 3-carboxi-3-hidroxipentanodioico)
Primero hay una hidrólisis con OH^- y calor (saponificación) que elimina los grupos etilo de los éstereres
Et-OOC-C(OH)(CH_2-COO-Et)-CH_2-COO-Et+ 3OH^- + calor →
$^-$OOC-C(OH)(CH_2-COO^-)-CH_2-COO^- + 3EtOH
Luego hay una acidificación (H^+) que convierte los carboxilatos en ácido carboxílicos y lleva al ácido cítrico.



De los ejercicios de Química: 1, 3, 5 y 7: elegir tres.

7.- La sustancia orgánica (A) tiene una composición centesimal de 55,81% de carbono y 6,98% de hidrógeno. Por hidrólisis da un ácido (B), el cual tratado adecuadamente con HBr conduce a un derivado monobromado (C) con un 52,26% de halógeno. La sustitución del grupo halógeno por el grupo hidroxilo da el ácido (D) que presenta actividad óptica. Calculas las fórmulas estructurales de los compuestos (A), (B), (C) y (D).
Masa atómicas: C = 12; O = 16; H = 1; Br = 79,9

Asumimos que además de C y H el resto 100-55,81-6,98=37,21% es O.
Planteamos la fórmula empírica tomando 100 g de sustancia por lo que podemos usar los porcentajes como gramos
C: 55,81/12=4,6508 mol C
H: 6,98/1=6,98 mol H
O: 37,21/16=2,3256 mol O
Dividimos por el menor para obtener proporciones
C: 4,6508/2,3256=2
H: 6,98/2,3256=3
O: 2,3256/2,3256=1
La fórmula empírica es C_2H_3O

Se indica que por hidrólisis da un ácido, luego en principio es un éster y eso implica que tiene al menos dos oxígenos y la fórmula molecular es al menos $C_4H_6O_2$, que tendría 4+1-6/2=2 insaturaciones. Una sería la del éster y otra podría ser un doble enlace que encajaría con la adición de HBr para dar un compuesto monobromado. Como el doble enlace está en el ácido, debe estar en el lado del éster que forma el ácido y la única opción para A es
A: propenoato de metilo CH_2=CH-COO-CH_3
La hidrólisis de A daría
CH_2=CH-COO-CH_3 + H_2O → CH_2=CH-COOH + CH_3OH
B: ácido propenoico CH_2=CH-COOH
La adición (hidrohalogenación) daría
CH_2=CH-COOH + HBr → CH_3-CHBr-COOH (mayoritario) + CH_2Br-CH_2-COOH (minoritario)
C: ácido 2-bromopropanoico CH_3-CHBr-COOH
La masa molar de CH_3-CHBr-COOH es 12·3+5·1+2·16+79,9=152,9 g/mol CH_3-CHBr-COOH
El porcentaje en masa de Br es 79,9/152,9=52,26%, coincide con lo indicado.
Hemos elegido CH_3-CHBr-COOH ya que el carbono con el bromo es quiral al tener cuatro sustituyentes distintos, y si se sustituye el Br por OH sigue siendo quiral, y presenta actividad óptica.
D: ácido 2-hidroxipropanoico CH_3-CHOH-COOH

Q1. Calcular as concentracións, a 25º C e 1 atm, de NO e NO_2, en mg/m^3 e ppm, emitidos por unha central térmica que consume 100 Tm/día dun combustíbel coa seguinte composición: 85,6% de C, 12,5% de H, 1,5% de O e 0,4% de N. Supoñer que todo o N do combustible se transforma en NO, que á súa vez se oxida a continuación a NO_2, cun rendemento do 90%. Supoñer tamén que nas condicións da combustión non se produce a oxidación do nitróxeno do ar. O consumo de ar é un 50% superior ao estequiométrico. Datos adicionais: Composición do ar en volume: 21% de osíxeno e 79% de nitróxeno.

Calcule las concentraciones, a 25 °C y 1 atm, de NO y NO_2, en mg/m^3 y ppm, emitidas por una central térmica que consume 100 Tm/día de un combustible con la siguiente composición: 85,6 % C, 12,5 % H, 1,5 % O y 0,4 % N. Suponga que todo el N del combustible se transforma en NO, que a su vez se oxida a NO_2, con un rendimiento del 90 %. Suponga también que, en las condiciones de combustión, no se produce oxidación del nitrógeno del aire. El consumo de aire es un 50 % superior al estequiométrico. Datos adicionales: Composición del aire en volumen: 21 % oxígeno y 79 % nitrógeno.

No son dato y tomamos $R=0{,}082\ atm\cdot L\cdot K^{-1}\cdot mol^{-1}$ y masas atómicas en u: C=12, H=1, O=16 y N=14

Planteamos la cantidad al día de cada elemento de partida usando los porcentajes:
$100\cdot10^6\cdot0{,}856=8{,}56\cdot10^7$ g/día C → $7{,}133\cdot10^6$ mol/día C
$100\cdot10^6\cdot0{,}125=1{,}25\cdot10^7$ g/día H → $1{,}25\cdot10^7$ mol/día H ($1{,}25\cdot10^7/2 = 6{,}25\cdot10^6$ mol/día H_2)
$100\cdot10^6\cdot0{,}015=1{,}5\cdot10^6$ g/día O → $9{,}375\cdot10^3$ mol/día O
$100\cdot10^6\cdot0{,}004=4\cdot10^5$ g/día N → $2{,}857\cdot10^4$ mol/día N

Como todo el N se transforma en NO, tenemos inicialmente $2{,}857\cdot10^4$ mol/día NO
Como se oxida a NO_2 con un rendimiento del 90% (lo que no se oxida queda como NO), tenemos
$2{,}857\cdot10^4\cdot0{,}9=2{,}571\cdot10^4$ mol/día NO_2
$2{,}857\cdot10^4\cdot0{,}1=2{,}857\cdot10^3$ mol/día NO
La masa molar NO_2=14+2·16=46 g/mol NO_2 → Tenemos $2{,}571\cdot10^4\cdot46=1{,}183\cdot10^6$ g/día NO_2
La masa molar NO=14+16=30 g/mol NO → Tenemos $2{,}857\cdot10^3\cdot30=8{,}571\cdot10^4$ g/día NO_2

Calculamos la cantidad de aire necesaria, primero la estequiométrica asumiendo combustión completa de C y N
$C + O_2 \rightarrow CO_2$: Necesitamos $7{,}133\cdot10^6$ mol/día O_2 para la combustión del C
$H_2 + ½O_2 \rightarrow H_2O$: Necesitamos $1{,}25\cdot10^7/2$ mol/día O_2 para la combustión del H
La cantidad estequiométrica es $7{,}133\cdot10^6 + 6{,}25\cdot10^6/2 = 1{,}0258\cdot10^7$ mol/día O_2
La cantidad estequiométrica de aire es $1{,}0258\cdot10^7/0{,}21=4{,}8848\cdot10^7$ mol/día aire
La cantidad de aire al indicarse 50% superior es $4{,}8848\cdot10^7\cdot1{,}5=7{,}3272\cdot10^7$ mol/día aire
El volumen de aire es $V=nRT/P=7{,}3272\cdot10^7\cdot0{,}082\cdot(273+25)/1=1{,}7905\cdot10^9$ L= $1{,}7905\cdot10^6$ m^3
La concentraciones son
$[NO_2]=1{,}183\cdot10^9$ mg/$1{,}7905\cdot10^6$ m^3 = 661 mg/m^3
$[NO]=8{,}571\cdot10^7$ mg/$1{,}7905\cdot10^6$ m^3 = 47,9 mg/m^3
A 25 ºC y 1 atm el volumen molar es V=1·0,082·298/1=24,436 L

$$ppm(NO_2)=\frac{661\cdot10^{-3}\ \cancel{g\ NO_2}}{1000\ \cancel{L}}\cdot\frac{24{,}436\ \cancel{L}}{1\ mol\ aire}\cdot\frac{1\ mol\ NO_2}{46\ \cancel{g\ NO_2}}=3{,}51\cdot10^{-4}=351\ ppm\ NO_2$$

$$ppm(NO)=\frac{47{,}9\cdot10^{-3}\ \cancel{g\ NO}}{1000\ \cancel{L}}\cdot\frac{24{,}436\ \cancel{L}}{1\ mol\ aire}\cdot\frac{1\ mol\ NO}{30\ \cancel{g\ NO}}=3{,}90\cdot10^{-5}=39{,}0\ ppm\ NO$$

Q4.- Preténdese coñecer a estrutura dun composto orgánico, A. Para iso, en primeiro lugar, analízase unha mostra do mesmo, atopándose unha composición de 54,54 % de carbono, 36,36 % de osíxeno e 9,09 % de hidróxeno. Posteriormente sométese a diversas reaccións, chegando a establecerse as seguintes conclusións:
a) Ao reaccionar con sodio metálico despréndese un gas.
b) Da positiva a reacción do haloformo.
c) Oxídase facilmente a B, de fórmula empírica $C_4H_6O_2$, como único produto orgánico, quen á súa vez da reacción positiva co Reactivo Tollens.
d) Ao quentar cunha pequena cantidade de ácido sulfúrico concentrado, fórmase C, de fórmula C_4H_6O.
Atopar razoadamente a estrutura de A e escribir as reaccións que se indican no problema

Se pretende conocer la estructura de un compuesto orgánico, A. Para ello, en primer lugar, se analizó una muestra del mismo, encontrando una composición de 54,54% de carbono, un 36,36% de oxígeno y 9,09% de hidrógeno. Posteriormente se sometió a diversas reacciones, llegando a establecerse las siguientes conclusiones:
a) Por reacción con sodio metálico desprende un gas.
b) Da positiva la reacción de haloformo.
c) Oxida fácilmente a B, de fórmula empírica $C_4H_6O_2$, como único producto orgánico, que a su vez da reacción positiva con el reactivo de Tollens.
d) Al calentar con una pequeña cantidad de ácido sulfúrico concentrado, forma C, de fórmula C_4H_6O.
Encontrar razonadamente la estructura de A y escribir las reacciones que se indican en el problema

Los porcentajes del enunciado son casi iguales a 2008 Valencia 4

Calculamos la fórmula empírica de A, tomamos 100 g por sencillez, y podemos usar porcentajes como masa. Comprobamos 54,54+9,09+36,36=99,9%.

$$\frac{54,54}{12}=4,545\,mol\,C$$

$$\frac{9,09}{1}=9,09\,mol\,H$$

$$\frac{36,36}{16}=2,2725\,mol\,O$$

Dividimos por el menor para obtener el número relativo de moles

$$C:\frac{4,545}{2,2725}=2\,;H:\frac{9,09}{2,2725}=4\,;O:1$$

La fórmula empírica es C_2H_4O
Comprobando información c) y d) asumimos que la fórmula molecular es $C_4H_8O_2$
Tiene 4+1-8/2=1 insaturación.
a) Por reacción con sodio desprende un gas: indica alcohol terminal o alquino terminal: es un alcohol terminal.
b) Positivo a reacción con haloformo indica metilcetona, luego es R-CO-CH_3
En R no tenemos insaturaciones: nos queda un OH que tiene que ser un alcohol terminal por a)
A: CH_2OH-CH_2-CO-CH_3 4-hidroxibutan-2-ona
c) Oxida fácilmente a B y que es un aldehído (el producto es positivo con el reactivo de Tollens), lo que es consistente con ser un alcohol es terminal.
B: CHO-CH_2-CO-CH_3 3-oxo-butanal

d) Al calentar con ácido sulfúrico concentrado forma C, que es el resultado de la deshidratación del alcohol
C: CH_2=CH-CO-CH_3 but-3-en-2-ona

Indicamos las reacciones una vez identificados A, B y C

a) CH_3-CO-CH_2-CH_2OH + Na → CH_3-CO-CH_2-$CH_2O^-Na^+$ + ½ H_2
b) CH_2OH-CH_2-CO-CH_3 + X_2 → CH_2OH-CH_2-COO^- + CHX_3
https://es.wikipedia.org/wiki/Reacci%C3%B3n_del_haloformo
c) CH_3-CO-CH_2-CH_2OH + oxidante → CH_3-CO-CH_2-CHO
Prueba con reactivo de Tollens
CH_3-CO-CH_2-CHO + 2$[Ag(NH_3)_2]^+$ + H_2O → 2Ag(s) + 4 NH_3 + CH_3-CO-CH_2-COOH + 2 H^+
https://en.wikipedia.org/wiki/Tollens'_reagent
d) CH_2OH-CH_2-CO-CH_3 → (H_2SO_4) → CH_2=CH-CO-CH_3 + H_2O

enrique@fiquipedia.es Revisado 7 junio 2016

Química

3- Una sustancia A de fórmula empírica C_3H_6 al adicionar agua produce una sustancia B, la cual al calentarla en presencia de fósforo rojo y yodo produce una sustancia C de fórmula C_3H_7I. Si a la sustancia C se le hace reaccionar con magnesio en éter seco, produce un compuesto D, el cual al tratarlo con formaldehído origina un compuesto E de fórmula $C_4H_{10}O$. Al calentar la sustancia E en medio ácido da un hidrocarburo F que por ozonolisis da G y H. La sustancia G da positivo al reactivo Tollens originando una sustancia I de fórmula empírica CH_2O_2. Mientras que H tiene como fórmula C_3H_6O. Determinar todas las estructuras y nombrarlas.

Comentado por Basileia y quimiquilla en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4181#p18714

La fórmula de la sustancia C no se dice que sea empírica, por lo que por el número de carbonos asumimos que la fórmula de A también es molecular

A tiene 3+1-6/2=1 insaturación, y adiciona agua: tiene un doble enlace

A: CH_2=CH-CH_3 propeno

La adición de agua, según Markovikov produce

B: CH_3-CHOH-CH_3 propan-2-ol

C tiene 3+1-7/2-1/2=0 insaturaciones

Se produce una yodación del alchol

C: CH_3-CHI-CH_3 2-yodopropano

Al reaccionar con magnesio se forma el magnesiano, reactivo de Grignard

D: CH_3-CHMgI-CH_3 yoduro de isopropil magnesio

Formaldehído es metanal

E tiene 4+1-10/5=0 insaturaciones

E: CH_3-CH(CH_3)-CH_2OH 2-metilpropan-1-ol

Al calentar en medio ácido se deshidrata

F: CH_3-C(CH_3)=CH_3 metilpropeno (2-metilpropeno tiene un 2 redundante)

La ozonolisis de F rompe por el doble enlace

G da positivo en Tollens, es un aldehído

G: CH_2O metanal

H: CH_3-CO-CH_3 propanona

Con reactivo de Tollens da I

$CH_2O + 2[Ag(NH_3)_2]^+ + H_2O \rightarrow 2Ag(s) + 4\ NH_3 + HCOOH + 2\ H^+$

I: HCOOH ácido metanoico

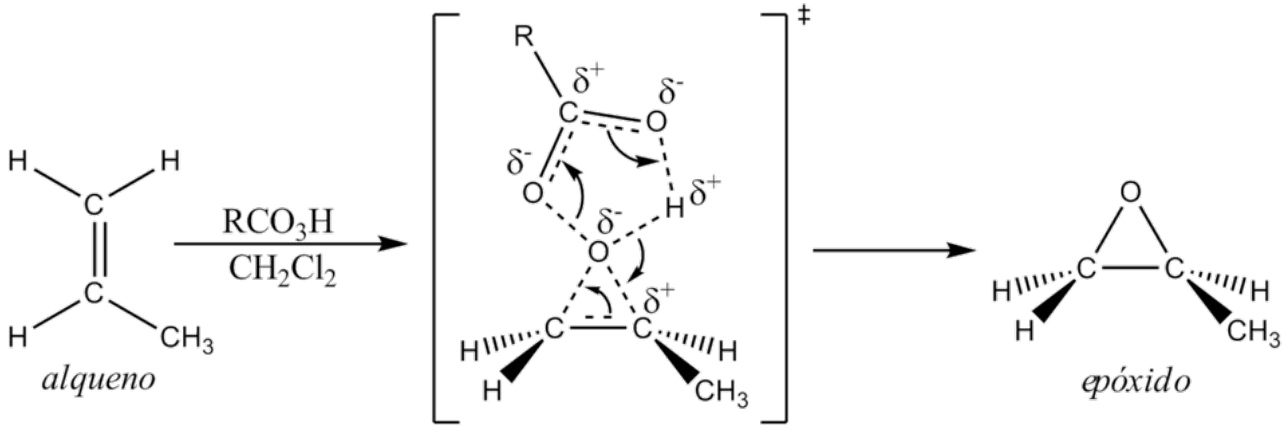
3. Un hidrocarburo “A” tiene por fórmula $C_{13}H_{18}$. Adiciona ácido bromhídrico (HBr en disolución) produciendo casi exclusivamente un solo producto de fórmula $C_{13}H_{19}Br$ y solo trazas de un isómero de éste. Mediante una oxidación suave con ácido peracético (CH_3-CO_3H) con posterior hidrólisis, y tratamiento con tetraacetilplomo en medio ácido, produce un compuesto “B” de fórmula $C_{12}H_{16}O$ que da resultado negativo al ensayo con el líquido de Fehling.
El compuesto “B”, reacciona con la hidracina produciendo un sólido que tratado con etóxido sódico a 200 ºC, nos da el compuesto “C” de fórmula $C_{12}H_{18}$ que no adiciona bromo. Con una oxidación fuerte de “C” con permanganato potásico, se obtiene un ácido dicarboxílico de fórmula $C_8H_6O_4$ que no puede formar un anhídrido intramolecular. Por nitración de “C” sólo se consigue obtener un compuesto mononitrado de fórmula $C_{12}H_{17}NO_2$.
Propón estructuras par los compuestos “A”, “B”, y “C” coherentes con los datos, y escribe las reacciones que permiten transformar “A” en “B” y éste, en “C”.

Ver Andalucía 1996 Q4 con algunas reacciones comunes y donde se detallan mecanismos

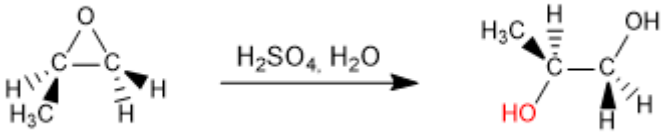
Calculamos las insaturaciones al tener fórmulas moleculares (nombramos D y E por claridad)
A: $C_{13}H_{18}$ tiene 13+1-18/2=5 insaturaciones
B: $C_{13}H_{19}Br$ tiene 13+1-19/2-1/2=4 insaturaciones
C: $C_{12}H_{18}$ tiene 12+1-18/2=4 insaturaciones
D: $C_8H_6O_4$ tiene 8+1-6/2=6 insaturaciones.
E: $C_{12}H_{17}NO_2$ tiene 12+1-17/2-1/2=4 insaturaciones

La reacción de A con HBr es una adición, una hidrohalogenación, lo que sugiere que tiene un anillo de benceno y un doble enlace al que se adiciona el HBr.
La indicación de que casi exclusivamente hay un único producto y solo trazas de un isómero indica que aplicando Markovnikov el minoritario es muy poco relevante, lo que puede ocurrir si se tiene un doble enlace con 2 hidrógenos en un extremo y ningún hidrógeno en el otro.

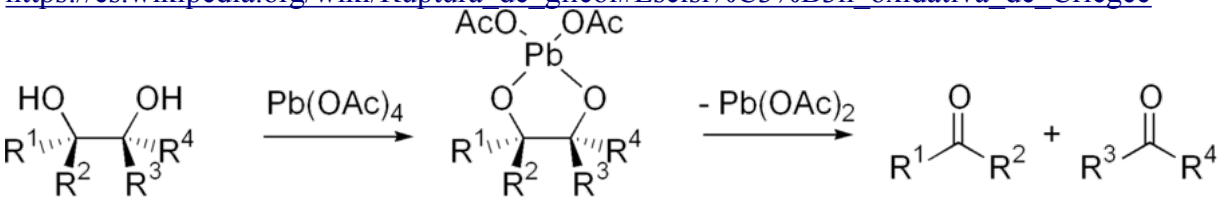
La reacción de B con ácido peracético es la epoxidación de un alqueno mediante un peroxiácido
https://es.wikipedia.org/wiki/Reacci%C3%B3n_de_Prileschajew



La hidrólisis de un peróxido es la apertura del epóxido en medio ácido para dar un diol vecinal
https://www.quimicaorganica.org/acidos-carboxilicos/136-quimica-organica/eteres-teoria/1083-apertura-de-eteres-ciclicos-epoxidos.html

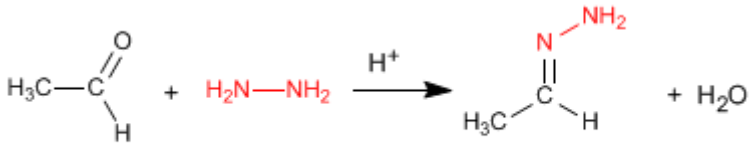


El tratamiento con tetraacetilplomo en medio ácido es la ruptura oxidativa de un diol https://es.wikipedia.org/wiki/Ruptura_de_glicol, en concreto la excisión oxidativa de Criegee https://es.wikipedia.org/wiki/Ruptura_de_glicol#Escisi%C3%B3n_oxidativa_de_Criegee



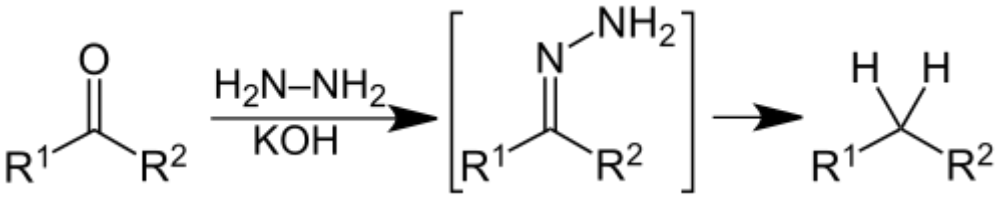
Como se indica que se produce B da resultado negativo al ensayo con el líquido de Fehling se trata de cetona, no aldehído. No se indica que B sea el único producto, ya que implicaría una simetría en la que ambos productos tendrían un anillo de benceno y no sería posible.
Como B es $C_{12}H_{16}O$, quitando el grupo cetona -CO- quedan $C_{11}H_{16}$ y quitando el anillo benceno C_6H_5- que debe quedar a un lado quedan C_5H_{11} que pueden estar a ambos lados de la cetona, por ejemplo podría ser , C_6H_5-CH_2-CO-CH_2-CH_2-CH_2-CH_3, C_6H_5-CH_2-CH_2-CO-CH_2-CH_2-CH_3 o también por ejemplo CH_3-C_6H_4-CH_2-CO-CH_2-CH_2-CH_3,

Cuando B reacciona con hidrazina NH_2-NH_2 se produce una hidrazona https://www.quimicaorganica.org/aldehidos-y-cetonas/232-formacion-de-hidrazonas.html



[1] [2] [3]

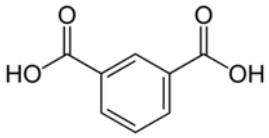
La reacción con etóxido sódico es la reducción de Wolff-Kishner que produce un alcano https://es.wikipedia.org/wiki/Reducci%C3%B3n_de_Wolff-Kishner

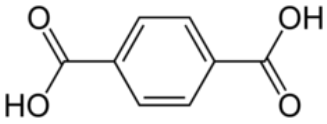


Al ser un alcano no tiene dobles enlaces y no adiciona bromo.
El alcano $C_{12}H_{18}$ tiene 4 insaturaciones: es un anillo de benceno más ramificaciones de alquilos sin dobles enlaces.

La oxidación fuerte de C produce un ácido dicarboxílico $C_8H_6O_4$, que como tiene 6 insaturaciones en principio tiene un anillo de benceno con 4 insaturaciones y dos grupos ácido carboxílico cada uno con una insaturación. Cada grupo ácido es -COOH y quedan C_6H_4 que está asociado a un grupo benceno con dos sustituyentes, por lo que hay que buscar sus posiciones.
La diferencia entre antes de la oxidación $C_{12}H_{18}$ y después de la oxidación $C_8H_6O_4$ es que hay 4 carbonos menos, luego los sustityentes alquilos originales tienen que tener en total 6 carbonos,

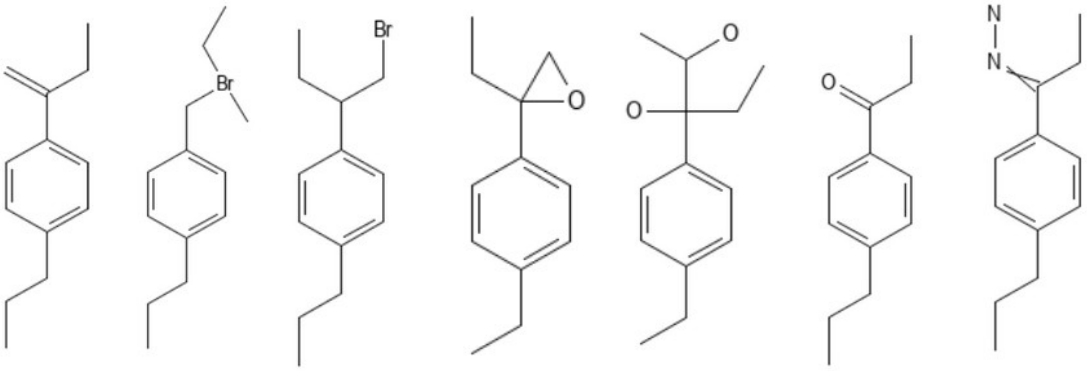
puede ser un metilo+pentilo, etilo+butilo, propilo+propilo.
La indicación de que no forma un anhídrido molecular indica que los grupos ácido no están en posición orto que sí lo formaría, y queda que puedan ser meta o para.
En posición meta es ácido bencen-1,3-dicarboxílico (PIN, también ácido isoftálico ó ácido meta-ftálico)
En posición para es ácido bencen-1,4-dicarboxílico (PIN, también ácido tereftálico o ácido para-ftálico)





Se indica la nitración de C solo obtiene un compuesto mononitrado de fórmula $C_{12}H_{17}NO_2$, lo que indica que la posición de los grupos que oxidando dan los grupos ácido solo dirige la adición del grupo nitro a una única posición o hay simetría de modo que las posiciones son equivalentes.
La nitración es una sustitución electrofílica aromática (SEAr) ya que el ion nitrnio -NO_2^+ es un electrófilo.
El compuesto C tiene como ramas alquilos y son grupos activantes (donadores de elecrones) que son orto/para directores. El 1,4-dipropilbenceno es una molécula simétrica y las posiciones a las que dirigen, orto un grupo propilo y meta el otro, son equivalentes, y se obtiene un único producto mononitrado.

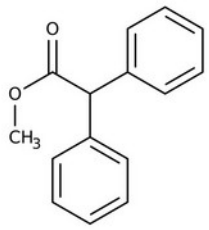
D: ácido bencen-1,4-dicarboxílico
C: 1,4-dipropilbenceno
Retrocediendo desde C hacia B, la posición de la cetona debe estar en una posición tal que se forme el compuesto C a partir de B y al mismo tiempo en una posición tal que la posición del doble enlace de A origine mayoritariamente B por adición con HBr.
A: 2-(4-propilfenil)but-1-eno
B: 1-(4-propilfenil)propan-1-ona
(No se pregunta, el compuesto adicional a B es sería formaldehído HCHO)
Se pide indicar las reacciones A → B y B→ C. Se han detallado los pasos en las explicaciones anteriores y se resume aquí en fórmula semidesarrolada (se incluyen fórmulas esqueletales de compuestos intermedios)
A → B: CH_3-CH_2-CH_2-C_6H_4-CH=CH-CH_2-CH_3 (CH_3-CO_3H ; H_2O/H^+ ; $Pb(OAc)_4/H^+$) → CH_3-CH_2-CH_2-C_6H_4-CO-CH-CH_3
B → C: CH_3-CH_2-CH_2-C_6H_4-CO-CH_2-CH_3 (NH_2-NH_2; NaOEt, 200º C) →
CH_3-CH_2-CH_2-C_6H_4-CH_2-CH_2-CH_3



4. Un compuesto A tiene por fórmula C_7H_6O. Reacciona con el cianuro potásico en etanol, produciendo un compuesto B de fórmula $C_{14}H_{12}O_2$ que presenta tanto las propiedades del grupo hidroxilo como las del grupo carbonilo. B lo podemos oxidar con ácido nítrico concentrado produciendo el compuesto C de fórmula $C_{14}H_{10}O_2$ que reacciona con un equivalente de hidracina produciendo el compuesto D de fórmula $C_{14}H_{12}N_2O$, que por oxidación con óxido mercúrico produce el compuesto E de fórmula $C_{14}H_{10}N_2O$. La pirólisis de E nos conduce a un compuesto F de fórmula $C_{14}H_{10}O$, que reacciona fácilmente con metanol produciendo difenil-acetato de metilo. Determinar las sustancias A, B, C, D, E, F y proponer las reacciones descritas.

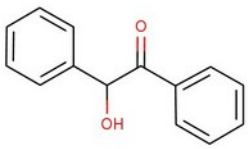
En enunciado original escaneado se indica "F de fórmula $C_{14}H_{10}O$, que" y se entiende que es una errata y la coma sería un 2.

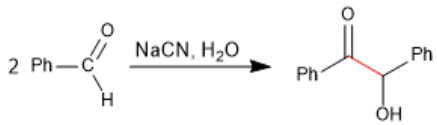
Calculamos el número de insaturaciones ya que se indican las fórmulas
A C_7H_6O: 7+1-6/3=5 insaturaciones
B $C_{14}H_{12}O_2$: 14+1-12/6=9 insaturaciones
C $C_{14}H_{10}O_2$: 14+1-10/2=10 insaturaciones
D $C_{14}H_{12}N_2O$: 14+1-12/2+2/2=10 insaturaciones
E $C_{14}H_{10}N_2O$: 14+1-10/2+2/2=11 insaturaciones
F $C_{14}H_{10}O$: 14+1-10/2=10 insaturaciones
Tantas insaturaciones con tan pocos carbonos sugiere compuestos aromáticos, lo que es consistente con que el compuesto final citado tenga dos anillos.
Difenil-acetato de metilo $C_{15}H_{14}O_2$ o $CH(C_6H_5)_2$-COO-CH_3



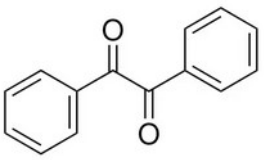
Si el compuesto A tiene un anillo de benceno y tiene fórmula C_7H_6O, quitando C_6H_5- queda --CHO, lo que indica como única opción
A benzaldehído C_6H_5-CHO

Como A reacciona con cianuro de potasio en etanol y da B que tiene el doble de átomos de C, H y O en la fórmula molecular, se trata de una condensación benzoínica, y el producto es
B benzoína C_6H_5-CHOH-CO-C_6H_5
Reacción: $2C_6H_5$-CHO (KCN/EtOH)→ C_6H_5-CHOH-CO-C_6H_5
https://www.quimicaorganica.net/reacciones-condensacion-benzoinica.html
https://www.quimicaorganica.org/compuestos-difuncionales/1062-condensacion-benzoinica.html



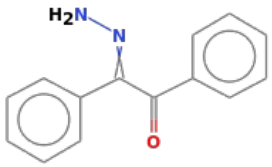


Como B reacciona con ácido nítrico y da C que tiene dos hidrógenos menos, se oxida
C: difeniletandiona (bencilo, dibenzoilo) C_6H_5-CO-CO-C_6H_5
Reacción:
C_6H_5-CHOH-CO-C_6H_5 + $2HNO_3$ → C_6H_5-CO-CO-C_6H_5 + $2NO_2$ + $2H_2O$



Como C reacciona con un equivalente de hidracina NH_2-NH_2 se forma una hidrazona solo con uno de los carbonilos

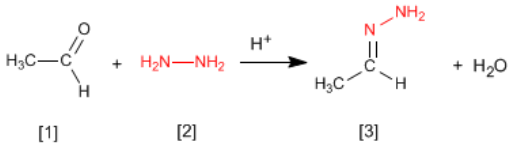
D: difeniletandiona (benzilo, dibenzoilo) C_6H_5-CO-CO-C_6H_5



Reacción:

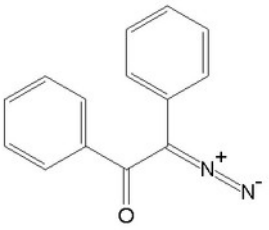
C_6H_5-CO-CO-C_6H_5 + NH_2-NH_2 → C_6H_5-C(=N-NH_2)-CO-C_6H_5 + H_2O

https://www.quimicaorganica.org/aldehidos-y-cetonas/232-formacion-de-hidrazonas.html



El compuesto E tiene dos hidrógenos menos que D, se forma un grupo diazo =N_2

E: 2-diazo-1,2-difentiletan-1-ona C_6H_5-C(=N_2)-CO-C_6H_5



Reacción:

C_6H_5-C(=N-NH_2)-CO-C_6H_5 +HgO → C_6H_5-C(=N_2)-CO-C_6H_5 + ½Hg_2O + ½H_2 + ½ H_2O

https://es.wikipedia.org/wiki/Diazocompuesto

Como E sufre pirólisis produciendo F y en la fórmula molecular solo tiene dos hidrógenos menos, se libera N_2

F: ácido difenilacético $CH(C_6H_5)_2$-COOH

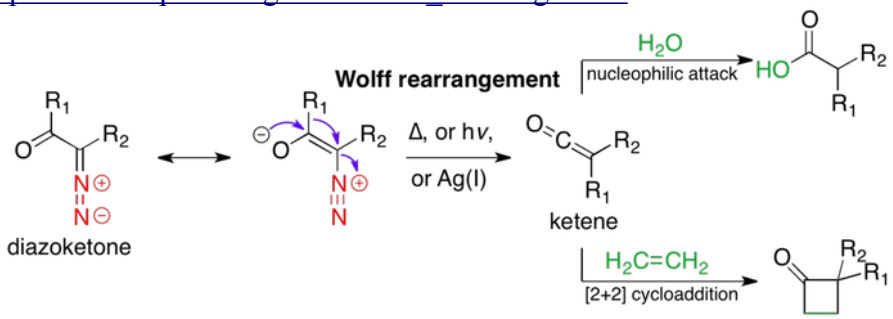
Reacción:

C_6H_5-C(=N_2)-CO-C_6H_5 + calor → $(C_6H_5)_2$C=CO + N_2

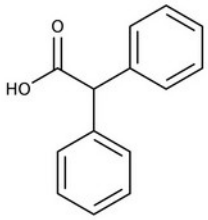
$(C_6H_5)_2$C=CO + H_2O → $CH(C_6H_5)_2$-COOH

Hay un rearreglo de Wolff y se forma un ceteno, que en presencia de agua da un ácido

https://en.wikipedia.org/wiki/Wolff_rearrangement



El compuesto F de partida para obtener difenil-acetato de metilo tiene un carbono menos, tres hidrógenos menos y un oxígeno menos, se trata de una reacción en la que se adiciona metanol, es una condensansación



F ácido difenilacético $C_{14}H_{10}O_2$ ó $CH(C_6H_5)_2$-COOH

Reacción: $CH(C_6H_5)_2$-COOH+CH_3OH → $CH(C_6H_5)_2$-COO-CH_3 + H_2O

PROCEDIMIENTOS SELECTIVOS PARA EL ACCESO E INGRESO EN EL CUERPO DE PROFESORES DE ENSEÑANZA SECUNDARIA. AÑO 2004
EJERCICIO PRÁCTICO CORRESPONDIENTE A LA PRIMERA PRUEBA:
…
CRITERIOS DE CALIFICACIÓN
Cada apartado del problema debidamente justificado y razonado con la solución correcta se calificará con los puntos indicados a continuación:
…
Problema 3.- 0,3 cada compuesto obtenido y 0,4 por el mecanismo para obtener el compuesto C a partir del B
…
Cada problema se entregará en folio independiente

3.- Cuando un compuesto A ($C_{11}H_{20}$) reacciona con ácido sulfúrico diluido se obtiene otro B ($C_{11}H_{22}O$) . La reacción de B con ácido sulfúrico concentrado proporciona dos productos, uno de ellos es nuevamente A y el otro C es un isómero de A. La ozonolisis de C proporciona acetona y un compuesto D.
Sabiendo que:
1º) D se puede obtener por reacción del acetileno con ioduro de ciclohexilo en presencia de amiduro sódico y posterior reacción de ácido sulfúrico en presencia de sales mercúricas.
2º) A puede obtenerse por adición de un mol de hidrógeno a un compuesto acetilénico E.
3º) La reacción de E con ácido sulfúrico diluido en presencia de sales mercúricas permite obtener una cetona F que tratada con amalgama de cinc y ácido clorhídrico proporciona un hidrocarburo G que es el mismo que se obtiene por hidrogenación de A.
Deducir la estructura de todos los compuestos y el mecanismo para pasar del compuesto B al C

Resuelto por Basileia en http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=3533#p18222

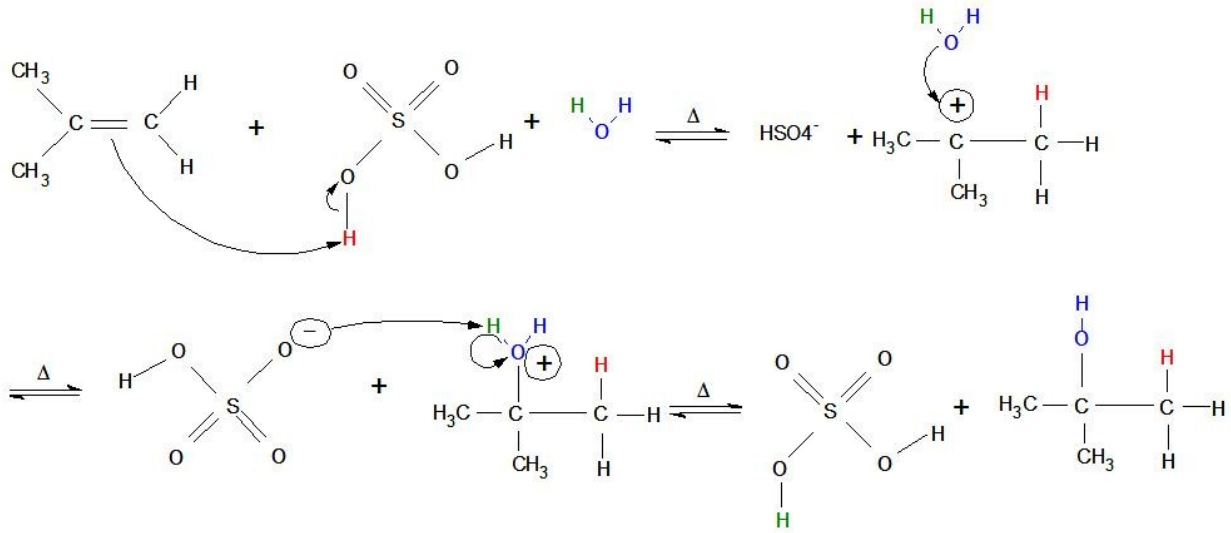
Comprobamos el número de insaturaciones de A y B para los que se da fórmula molecular:

$$\text{ni} = C + 1 - \frac{H}{2} - \frac{X}{2} + \frac{N}{2}$$

A: ni=11+1-20/2=2
B: ni=11+1-22/2=1
La reacción de A para dar B es la adición de una molécula de agua a un doble enlace para formar un alcohol. Si solamente se adiciona a un doble enlace, la otra insaturación no es un doble enlace y debe ser un ciclo, que encaja con la mención a ciclohexilo en punto 1º posterior.
La reacción de B con ácido sulfúrico concentrado para dar dos productos es la eliminación de una molécula de agua para dar un doble enlace: dos productos de los que no se indica si hay uno mayoritario, que obtendría aplicando la regla de Saytzeff. La insaturación que queda sigue siendo el ciclo anterior.
La ozonolisis de C dando acetona (propanona), nos informa de lo que hay a un lado del doble enlace:
C: D + O=C(CH_3)-CH_3 luego C: R-C=C(CH_3)-CH_3
El punto 1º nos indica que acetileno (etino CH≡CH) con $NaNH_2$ amiduro de sodio y yoduro de

ciclohexilo proporciona C_6H_{11}-CH≡CH, que con tratamiento con H_2SO_4 y $HgSO_4$ se adiciona agua y produce C_6H_{11}-CHOH=CH_2 que por la tautomería cetona-enol es C_6H_{11}-CO-CH_3
D=C_6H_{11}-CO-CH_3 ciclohexiletanona
Si utilizamos la información de la ozonolisis
C: C_6H_{11}-C(CH_3)=O + O=C(CH_3)-CH_3 luego
C: C_6H_{11}-C(CH_3)=C(CH_3)-CH_3 1-ciclohexil-1,2-dimetilprop-1-eno
Si utilizamos la información de que B con ácido sulfúrico da dos isómeros C y A, siendo una eliminación del alcohol para dar el doble enlace, hay que colocar el alcohol en una posición concreta para que haya dos isómeros.
B: C_6H_{11}-CH(CH_3)-C(CH_3)OH-CH_3 1-ciclohexil-1,2-dimetilpropan-2-ol
Aplicando Saytzeff el compuesto C será mayoritario, y el A minoritario, en el que el doble enlace estará en otra posición, por lo que a priori
A: C_6H_{11}-CH(CH_3)-C(CH_3)=CH_2 3-ciclohexil-2,3-dimetilprop-1-eno
Validamos con la información de compuestos E, F y G
A puede obtenerse con la adición de hidrógeno a un compuesto acetilénico E, por lo que tiene un triple enlace que pasa a doble al añadir hidrógeno. Con la estructura propuesta de A no es posible, lo que implica que ha tenido que haber una transposición del CH_3 y realmente
A: C_6H_{11}-C(CH_3)$_2$-CH=CH_2 3-ciclohexil-3,3-dimetilprop-1-eno
E: C_6H_{11}-C(CH_3)$_2$-C≡CH 3-ciclohexil-3,3-dimetilprop-1-ino
El compuesto G obtenido por hidrogenación de A es
G: C_6H_{11}-C(CH_3)$_2$-CH_2-CH_3 1-ciclohexil-1,1-dimetilpropano
El compuesto F es una cetona que se obtiene por reacción de E con H_2SO_4 y $HgSO_4$ (similar a lo comentado para D) se adiciona agua y se obtiene C_6H_{11}-C(CH_3)$_2$-CHOH=CH_2 que por la tautomería cetona-enol es
F: C_6H_{11}-C(CH_3)$_2$-CO-CH_3 **1-ciclohexil-1,1-dimetilpropan-2-ona**
Tratar F con amalgama de Zn y HCl es la reducción de Clemensen, y se obtiene G.

Respecto al el mecanismo para pasar del compuesto B al C



http://chemwiki.ucdavis.edu/Core/Organic_Chemistry/Alcohols/Synthesis_of_Alcohols/Electrophilic_Hydration_to_Make_Alcohols *cc-by-nc-sa*

4. Se pretende averiguar la estructura de un compuesto orgánico A. Para ello se analiza en primer lugar una muestra del mismo encontrándose una composición centesimal de 54,54% de carbono, 36,36% de oxígeno y 9,09% de hidrógeno como únicos componentes. Posteriormente se le somente a diversas reacciones, llegando a establecerse las siguientes conclusiones:
a) Al reaccionar A con sodio metálico se desprende un gas.
b) Da positiva la reacción del haloformo.
c) Se oxida facilmente a B de fórmula $C_4H_6O_2$ como único producto, el cual a su vez da reacción positiva con el reactivo Tollens.
d) Al calentar A con una pequeña cantidad de ácido sulfúrico concentrado, se produce C de fórmula C_4H_6O.
Determinar la estructura de A y escribir las reacciones nombrando los compuestos que intervienen en las mismas.

a) Planteamos la fórmula empírica tomando 100 g de sustancia por lo que los porcentajes son masa, y tomamos masas atómicas C=12, O=16 y H=1
54,54/12=4,545 mol C
36,36/16=2,2725 mol O
9,09/1=9,09 mol H
Dividimos por el menor para obtener proporciones
4,545/2,2725=2 C
2,2725/2,2725=1 O
9,09/2,2725=4 O
La fórmula empírica de A es C_2H_4O
a) Indica que A tiene un hidrógeno ácido como un alcohol -OH o un ácido -COOH formando un alcóxido de sodio o una sal de sodio y liberando hidrógeno.
b) Indica que A tiene un grupo metilcetona
https://es.wikipedia.org/wiki/Reacci%C3%B3n_del_haloformo
c) Indica que se oxida a B con fórmula $C_4H_6O_2$ (4+1-6/2=2 insaturaciones) lo que permite asumir que tenía un grupo alcohol y pasa a aldehído o cetona, y la fórmula molecular de A es $C_4H_8O_2$ con 4+1-8/2=1 insaturación. Como se indica que da positivo a Tollens, es un aldehído
Planteamos
B: 3-oxobutanal CH_3-CO-CH_2-CHO
A: 4-hidroxibutan-2-ona CH_3-CO-CH_2-CH_2OH
d) Indica que se pierde un oxígeno y dos hidrógenos: es una deshidratación
C: but-3-en-2-ona CH_3-CO-CH=CH_2
a) $2CH_3$-CO-CH_2-CH_2OH + 2Na → $2CH_3$-CO-CH_2-CH_2ONa + H_2
4-hidroxibutan-2-ona + sodio metálico → 3-oxobutóxido de sodio
b) CH_3-CO-CH_2-CH_2OH + $3I_2$ + NaOH → CH_3-CO-CH_2-COONa + CHI_3 + 3NaI + $3H_2O$
4-hidroxibutan-2-ona + yodo + hidróxido de sodio → sodio metálico → 3-oxobutanoato de sodio + yodoformo + yoduro de sodio + agua
c) CH_3-CO-CH_2-CH_2OH + oxidante→ CH_3-CO-CH_2-CHO
4-hidroxibutan-2-ona + oxidante → 3-oxobutanal
CH_3-CO-CH_2-CHO +2 $[Ag(NH_3)_2]OH$ → CH_3-CO-CH_2-$COONH_4$ +2Ag+$3NH_3$+H_2O
3-oxobutanal + reactivo de Tollens → 3-oxobutanoato de amonio + plata + amoniaco+agua
d) CH_3-CO-CH_2-CH_2OH + H_2SO_4 → CH_3-CO-CH=CH_2 + H_2O
4-hidroxibutan-2-ona + ácido sulfúrico → but-3-en-2-ona + agua

3.- Para determinar la fórmula de un compuesto orgánico se dispone de las siguientes conclusiones:
a) La combustión de 3,50 g de una muestra producen 9,97 g de CO_2 y 2,34 g de H_2O.
b) 3,54 g del mismo disueltos en 200 g de etanol hierven a 78,6 ºC. (Punto de ebullición del etanol 78,4 ºC. Constante ebulloscópica del etanol 1,22 ºC·kg·mol^{-1}).
c) Con el ácido nítrico se combina y da un derivado nitrado.
d) No reacciona con sodio.
e) Se descompone con el ácico bromhídrico concentrado.
¿De qué compuesto se trata?

No es dato y usamos masas atómicas C=12 u ; O = 16 u ; H = 1 u

Con la información de a podemos obtener la composición centesimal y la fórmula empírica.
Como se obtiene solo CO_2 y H_2O, el compuesto tiene solo C, O y H.
Todo el carbono del compuesto pasa a CO_2 del que tenemos la masa
Masa molar CO_2 = 12+2·16=44 g/mol CO_2

$$\%C=\frac{9,97\cdot\frac{12}{44}}{3,50}=0,7769=77,69\%$$

Todo el hidrógeno del compuesto pasa a H_2O del que tenemos la masa
Masa molar H_2O = 2·1+16=18 g/mol H_2O

$$\%H=\frac{2,34\cdot\frac{2}{18}}{3,50}=0,0743=7,43\%$$

El resto es oxígeno: %O=100-77,69-7,43=14,88%
Para hallar la fórmula empírica tomamos 100 g de muestra con lo que los porcentajes los podemos usar como gramos
C: 77,69/12=6,474 mol C
H: 7,43/1=7,43 mol H
O: 14,88/16=0,93 mol O
Dividimos entre el menor para obtener relaciones entre moles
C: 6,474/0,93=6,96≈7
H: 7,43/0,93=7,99≈8
O: 0,93/0,93=1
La fórmula empírica es C_7H_8O
La masa molar de la fórmula empírica es 7·12+8·1+16=108 g/mol

Con la información de b podemos obtener la masa molecular y la fórmula molecular
Llamamos M a la masa molecular

$$\Delta T=k\cdot m$$

$$(78,6-78,4)=1,22\cdot\frac{\frac{3,54}{M}}{0,2}\Rightarrow M=\frac{1,22\cdot3,54}{0,2\cdot0,2}=107,97\ g/mol$$

La fórmula molecular coincide con la empírica
Podemos ver que tiene 7+1-8/2=4 insaturaciones. Con tan pocos carbonos parece probable que tenga un anillo de benceno y ninguna inasturación adicional, por lo que el oxígeno sería un éter o un alcohol. C_6H_5- sería el fenilo y quedaría -CH_3O que podría ser acohol -CH_2OH o éter -O-CH_3

Con la información de c confirmamos que se trata de un compuesto aromático que sufre una nitración cambiando un hidrógeno por un grupo nitro $-NO_2$

Con la información de d sabemos que para no reaccionar con sodio no puede ser un alcohol -OH (tampoco un ácido -COOH que sí reaccionaría con Na, pero ya está descartado al tener la fórmula molecular solo un oxígeno)
Por lo tanto teniendo un oxígeno que no aporta insaturaciones se trata de un éter.

Con la información de e confirmamos que se trata de un éter, ya que los éteres reaccionan con HBr formando alcoholes y bromuros de alquilo.

El compuesto es **anisol (metoxibenceno) C_6H_5-O-CH_3**

Enunciado no oficial/aproximado.
1.- Un composto (A) de fórmula $C_{11}H_{14}O_2$ reaccionou, e disolveuse, ao quentalo cunha disolución acuosa básica A extracción de disolución proporcionou un composto (B) de fórmula C_7H_8O. O espectro RMN de B indicaba tres singletes a delta 3,7, 4,4 e 7,2 con áreas respectivas 1, 2 e 5. Cando se quenta B a refluxo con $KMnO_4$ en auga, puidose illar outro composto (C) de fórmula $C_7H_6O_2$ que eshibia intensas bandas a 1690 e 2800-3300 cm^{-1} (moi ancha) no infravermello (IR). Cando se acidificou a disolución acuosa básica resultante do tratamento de A, puidose extraer un composto (D) de pésimo cheiro que tiña a fórmula $C_4H_8O_2$ e que presentaba tres picos no espectro RMN: un singlete a delta 11 (área 1), un doblete a delta 1,1 (área 6) e un heptete a delta 2,4 (área 1). ¿Cales son as estructuras de A, B, C e D? Noméaos .

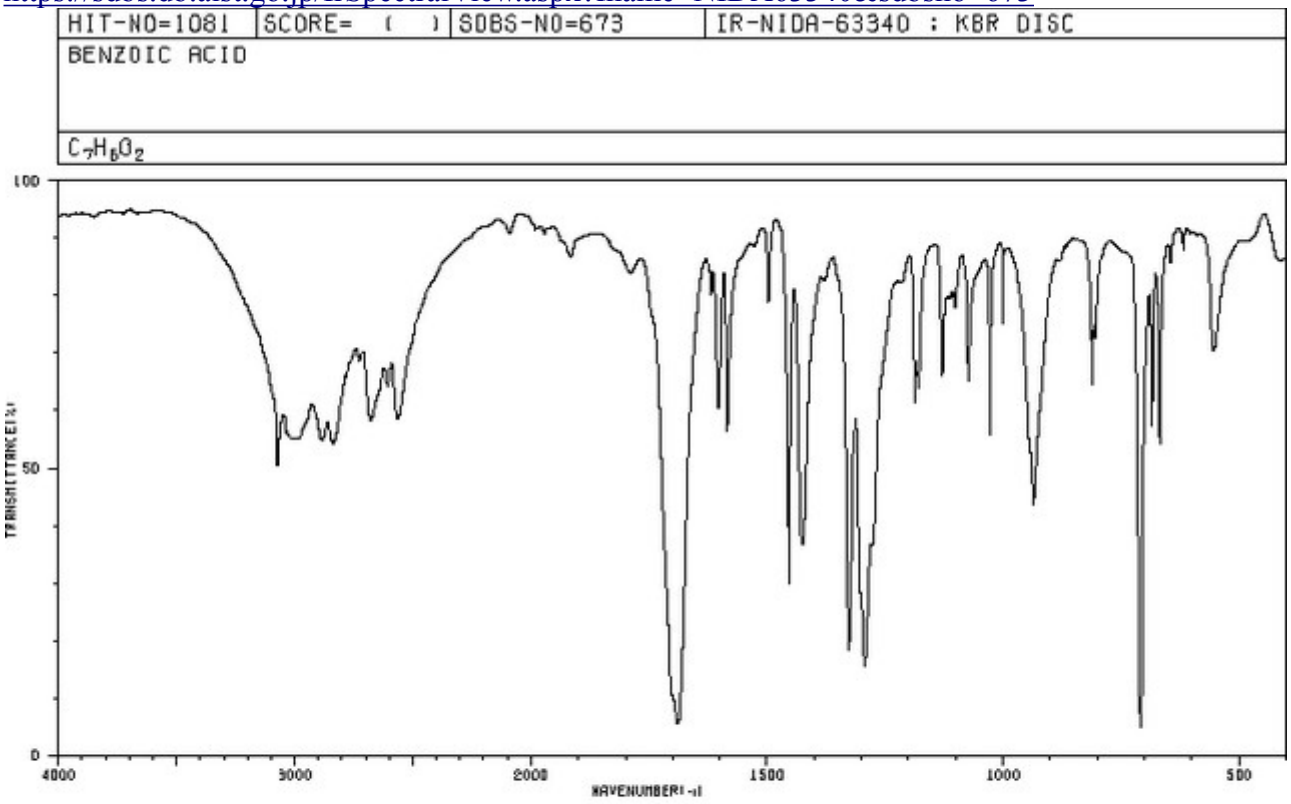
1. Un compuesto (A) de fórmula $C_{11}H_{14}O_2$ reaccionó y se disolvió al calentarlo con una solución acuosa básica. La extracción de la solución proporcionó un compuesto (B) de fórmula C_7H_8O. El espectro de RMN de B indicó tres singletes en delta 3,7, 4,4 y 7,2 con áreas respectivas de 1, 2 y 5. Al calentar B a reflujo con $KMnO_4$ en agua, se aisló otro compuesto (C) de fórmula $C_7H_6O_2$, que presentó bandas intensas a 1690 y 2800-3300 cm^{-1} (muy anchas) en el infrarrojo (IR). Al acidificar la solución acuosa básica resultante del tratamiento de A, se extrajo un compuesto maloliente (D) con la fórmula $C_4H_8O_2$, que presentó tres picos en el espectro de RMN: un singlete en delta 11 (área 1), un doblete en delta 1.1 (área 6) y un heptete en delta 2.4 (área 1). ¿Cuáles son las estructuras de A, B, C y D? Indíquelas.

Referencias
Anexo:Tabla de correlaciones en espectroscopia infrarroja
https://es.wikipedia.org/wiki/Anexo:Tabla_de_correlaciones_en_espectroscopia_infrarroja
Spectral Database for Organic Compounds, SDBS.
https://sdbs.db.aist.go.jp/
Alejandro Savin : (Espectroscopia) : Espectroscopia de infrarrojo
https://www.quimicaorganica.org/blog-usuarios-quimica-organica/924-espectroscopia-de-infrarrojo.html
https://www.quimicaorganica.org/resonancia-magnetica-nuclear.html
https://www.quimicaorganica.org/resonancia-magnetica-nuclear/800-rmn-tabla-de-desplazamientos-quimicos.html
https://www.quimicaorganica.org/resonancia-magnetica-nuclear/805-rmn-regla-n1.html
Analytical Chemistry – A Guide to Proton Nuclear Magnetic Resonance (NMR)
https://www.compoundchem.com/2015/02/24/proton-nmr/
HIGH RESOLUTION NMR SPECTRA
https://www.chemguide.co.uk/analysis/nmr/highres.html

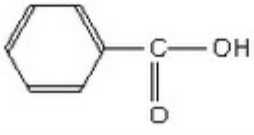
Como se ndican fórmulas calculamos el número de insaturaciones
A: $C_{11}H_{14}O_2$ tiene 11+1-14/2=5 insaturaciones.
B: C_7H_8O tiene 7+1-8/2=4 insaturaciones
C: $C_7H_6O_2$ tiene 7+1-6/2=5 insaturaciones
D: $C_4H_8O_2$ tiene 4+1-8/2=1 insaturación

La fórmula de C sugiere un anillo de benceno (que supone 4 insaturaciones: 3 dobles enlaces + 1

anillo) que sería C_6H_5- y según la fórmula quedaría -CO_2H y una insaturación, por lo que podría ser
C: ácido benzoico C_6H_5-COOH
Se indica también que C presenta bandas intensas a 1690 y 2800-3300 cm^{-1} (muy anchas) en el infrarrojo (IR).
Banda intensa a 1690 cm^{-1} está asocida al grupo carbonilo (C=O) de un ácido carboxílico.
En ácidos carboxílicos aromáticos el C=O aparece alrededor de 1680-1690 cm^{-1}
Banda ancha entre 2800-3300 cm^{-1} está asociada al grupo -OH que es más ancha porque los ácidos forman enlaces de hidrógeno y dímeros.
https://sdbs.db.aist.go.jp/IrSpectralView.aspx?fname=NIDA63340&sdbsno=673

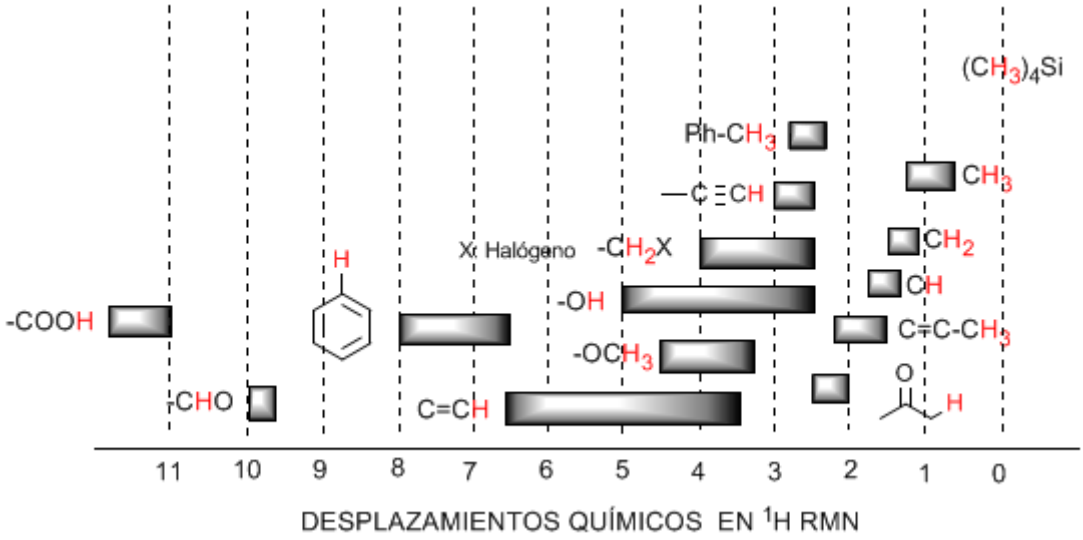


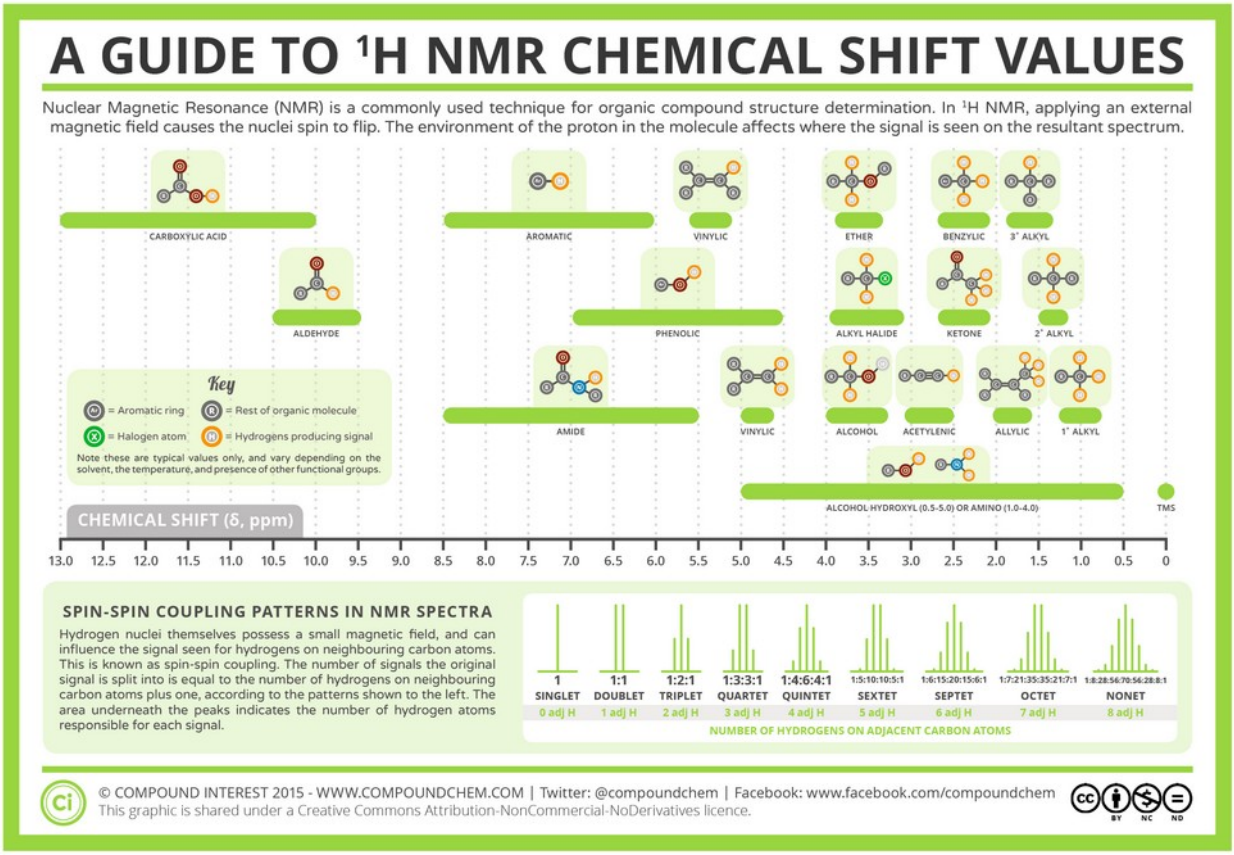
3073	49	2670	57	1426	35	1112	77	936	42
3012	53	2607	62	1327	17	1107	77	812	62
2998	53	2564	57	1294	14	1102	74	805	70
2986	53	1689	6	1187	68	1074	62	708	4
2886	52	1603	58	1180	60	1028	53	685	55
2836	52	1585	59	1129	84	1001	72	667	52
2726	66	1464	28	1118	77	943	60	664	68



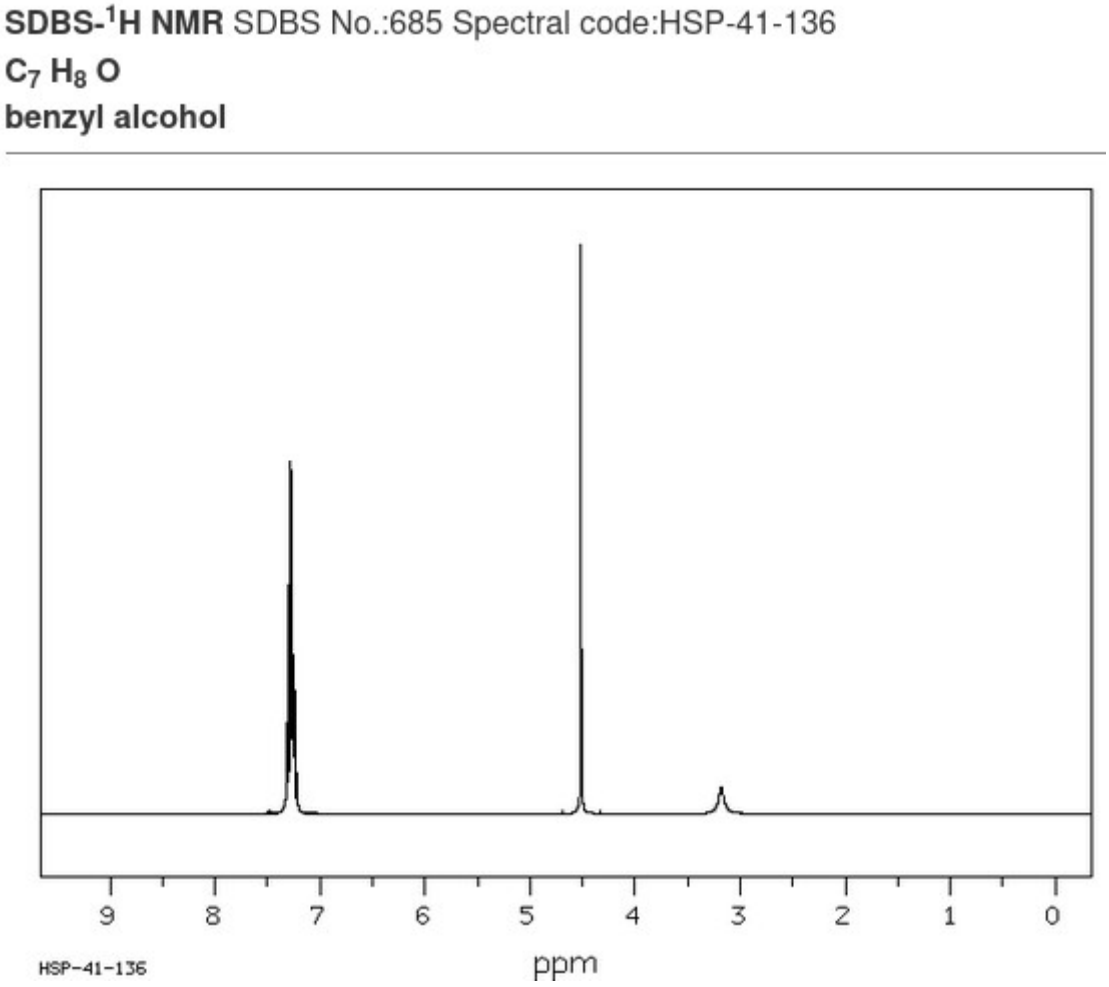
Se indica que C se obtiene a partir de B con $KMnO_4$, lo que es una oxidación. Como B tiene mismo número de carbonos, una insaturación menos y un oxígeno menos, puede ser
B: fenilmetanol C_6H_5-CH_2-OH
Se indica que el espectro de RMN de B indica tres singletes en delta 3,7, 4,4 y 7,2 con áreas respectivas de 1, 2 y 5.
Ser singlete indica que no está acoplado con protones (H) vecinos, porque no los tiene como por ejemplo un grupo -OH o porque son simétricos como por ejemplo en un benceno.
El delta indica la posición de entornos de protones (H) de en ppm respecto la referencia que suele ser TMS (tetrametilsilano)
El área indican el número de protones (H) en ese entorno.
-Área 5 con δ 7,2 está asociado a 5 protones en el anillo de benceno monsustituido.
En la referencia los anillos de benceno tienen un desplazamiento entre 6,5 y 8: el valor 7,2 encaja.

-Área 2 con δ 4,4 está asociado a 2 protones en el -CH_2-O.
En la referencia los grupos -CH_2X (X un elemento electronegativo) tienen un desplazamiento entre 2,5 y 4: el valor 4,4 encaja aproximadamente.
-Área 1 con δ 3,7 está asociado a 1 protón en el -OH
En referencias el grupo -OH tiene un desplazamiento entre 2,5 y 4: valor 3,7 encaja.

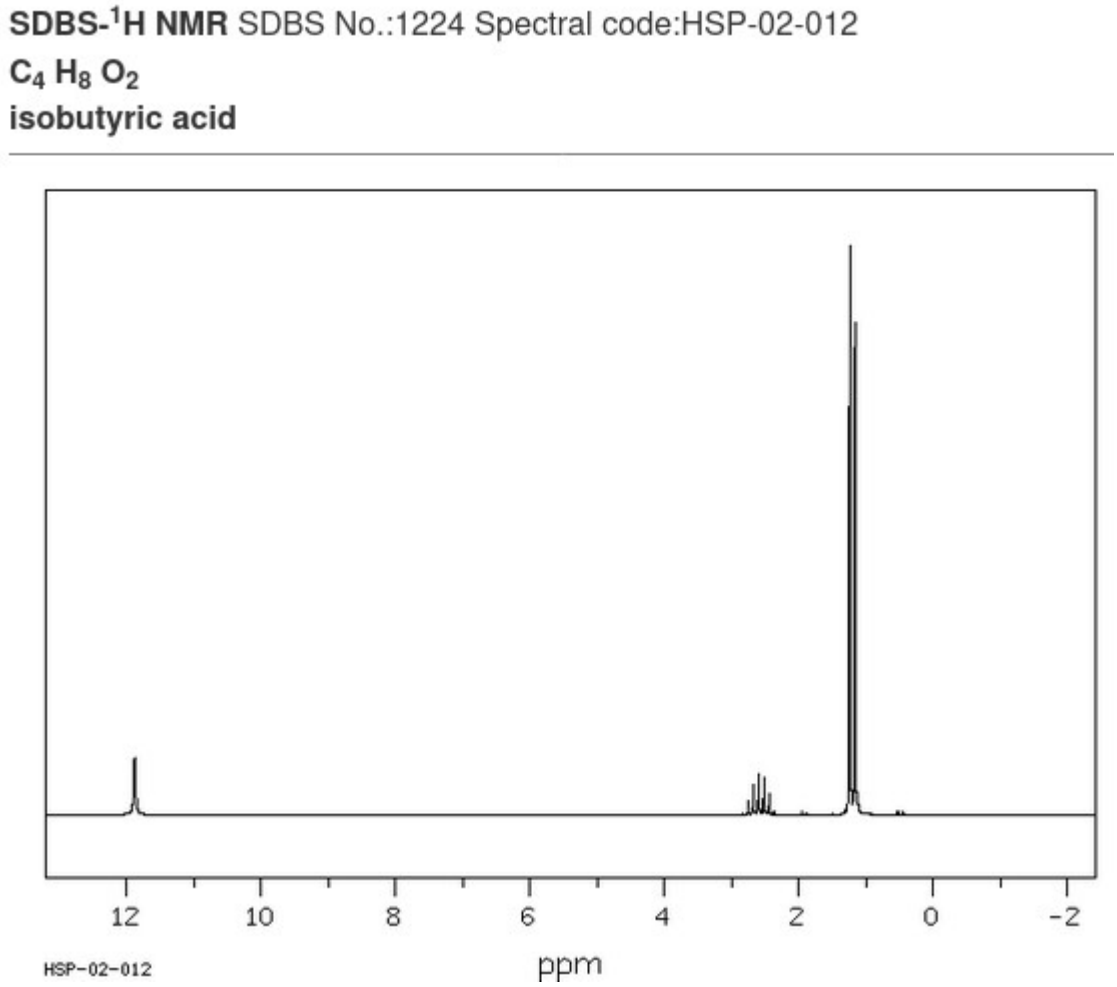




https://sdbs.db.aist.go.jp/HNmrSpectralView.aspx?imgdir=hsp&fname=HSP41136&sdbsno=685



Se indica que D, que solo tiene una insaturación, tiene
-Singlete área 1 con δ 11, asociado a 1 protón en grupo -COOH
En la referencia el grupo -COOH tiene un desplazamiento entre 11 y 11,5: valor 11 encaja.
-Doblete área 6 con δ 1,1 asociado a 6 protones
Doblete aplicando la regla n+1 de RMN indica que el número de hidrógenos vecinos es 1, luego hay un -CH- cercano a 2 grupos -CH_3 equivalentes
En las referencias el grupo -CH_3 tiene un desplazamiento próximo a 1: valor 1,1 encaja.
-Hepetete área 1 con δ 2,4 asociado a 1 protón en grupo -CH-
Heptete aplicando la regla n+1 de RMN indica que el número de hidrógenos vecinos es 6, luego hay 2 grupos -CH_3 equivalentes
D: ácido 2-metilpropanoico (ácido isobutírico, ácido isobutanoico) CH_3-CH(CH_3)-COOH
Enunciado indica tiene un olor desagradable "Olor: desagradable - picante"
https://www.carlroth.com/medias/SDB-1HA9-ES-ES.pdf?context=bWFzdGVyfHNlY3VyaXR5RGF0YXNoZWV0c3wzNTUxMzF8YXBwbGljYXRpb24vcGRmfGFETmxMMmczWXk4NU1UWTVPVGt5T1RBNE9ETXdMMU5FUWw4eFNFRTVYMFZUWDBWVExuQmtaZ3xkY2RhZTFjZjUxZTIwNTNkNjNlMWY0ZDIwYjVlMTA3NWE1OWY0YTllZDUyMzdmZWM3MDViNjIzNzRkM2E5NzY4



Se indica que A se hidroliza en medio básico para dar B y D, por lo que A es un éster

$A + H_2O \rightarrow B + D$

Reconstruyendo A

$C_6H_5\text{-}CH_2\text{-}O\text{-}OC\text{-}CH(CH_3)\text{-}CH_3 + H_2O \rightarrow C_6H_5\text{-}CH_2\text{-}OH + HOOC\text{-}CH(CH_3)\text{-}CH_3$

A: 2-metilpropanoato de bencilo $C_6H_5\text{-}CH_2\text{-}O\text{-}OC\text{-}CH(CH_3)\text{-}CH_3$

enrique@fiquipedia.es Revisado 6 junio 2016
CC BY

Química

3. Un éster A se trata con hidróxido de sodio, origina dos productos B y C. Si B se hace reaccionar con aminobenceno (anilina) se forma N-acetilanilina. Si C se oxida con $Cr_2O_7K_2$ en medio ácido, se obtiene un producto que sufre condensación aldólica originando 3-hidroxibutanal. Determine la estructura de A y escriba las reacciones que tienen lugar.

$Cr_2O_7K_2$ según normas IUPAC sería $K_2Cr_2O_7$
N-acetilanilina según normas IUPAC 1993 sería N-feniletanamida, se suele conocer como acetanilida ó N-fenilacetamida

Referencias: comentado por yoqwert y Basileia en
http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4181&p=20211#p20206

Un éster con hidróxido de sodio provoca una hidrólisis básica / saponificación, produce una sal y un alcohol.
El producto B es la sal, y se forma N-acetilanilina, luego era acetato de sodio (etanoato de sodio).
B: CH_3-COONa etanoato de sodio
El producto C se oxida y sufre condensación aldólica, luego es un aldehído, y C es un alcohol.
Al condensarse produce 3-hidroxibutal CH_3-CHOH-CH_2-CHO
El aldehído de partida es CH_3-CHO etanal, que antes de la oxidación era
C: CH_3-CH_2OH etanol
Y antes de la hidrólisis
A: CH_3-COO-CH_2-CH_3 etanoato de etilo
Reacciones:

$$CH_3\text{-}COO\text{-}CH_2\text{-}CH_3 + NaOH \rightarrow CH_3\text{-}COONa + CH_3\text{-}CH_2OH$$

$$CH_3\text{-}COONa + C_6H_5\text{-}NH_2 \rightarrow C_6H_5\text{-}NH\text{-}CO\text{-}CH_3$$

$$CH_3\text{-}CH_2OH \xrightarrow{K_2Cr_2O_7} CH_3\text{-}CHO$$

1. Dos alcoholes isómeros, A y B, de fórmula molecular $C_7H_{16}O$, no dan la reacción de yodoformo y de ellos sólo A es ópticamente activo.
Por oxidación suave dan, respectivamente C y D, isómeros de fórmula molecular $C_7H_{14}O$.
Cuando C se somete a una oxidación permangánica se obtiene acetona y un ácido E ($C_4H_8O_2$) y por idéntico tratamiento, D da, junto a acetona, otro ácido F, isómero de E.
¿Cuáles son las estructuras de C, D, E y F?
¿Cuáles son las estructuras de A y B?

El número de insaturaciones de A y B es 7+1-16/2=0
La reacción de yodoformo indica si tiene un grupo metilcetona o alcoholes que puedan oxidarse a metilcetona.
https://www.quimicaorganica.net/reaccion-yodoformo.html
Por lo tanto A y B son o bien alcoholes primarios o terciarios.

El número de insaturaciones de C y D es 7+1-14/2=1
Que A y B siendo alcoholes puedan sufrir oxidación suave para dar C y D indica que C y D son aldehídos o cetonas. Tiene 2 hidrógenos menos y es consistente con el paso de alcohol -CHOH- a cetona -CO-.
Se indica que la oxidación con permanganato de C y D da acetona y un ácido E y F de 4 carbonos.
El número de insaturaciones de E y F es 4+1-8/2=1
Para que una oxidación con permanganato de acetona, uno de los carbonos adyacentes al carbonilo tiene que estar unidos a dos grupos alquilo, y ser $CH(CH_3)_2$-CO- y el otro tener una cadena lineal, por lo que podría ser por ejemplo
C: 2-metilhexan-3-ona CH_3-$CH(CH_3)$-CO-CH_2-CH_2-CH_3 de fórmula molecular $C_7H_{14}O$ que vendría de **A: 2-metilhexan-3-ol CH_3-$CH(CH_3)$-CHOH-CH_2-CH_2-CH_3** que tendría un carbono quiral
El compuesto **E: ácido butanoico HOOC-CH_2-CH_2-CH_3** de fórmula molecular $C_4H_8O_2$
Para B se podría plantear una opción con más simetría
B: 2,4-dimetilpentan-2-ol CH_3-$CH(CH_3)$-CHOH-$CH(CH_3)$-CH_3
que oxidado sería **D: 2,4-dimetilpentan-2-ona CH_3-$CH(CH_3)$-CO-$CH(CH_3)$-CH_3**
El compuesto **F: ácido 2-metilpropanoico HOOC-$CH(CH_3)$-CH_3**

enrique@fiquipedia.es Revisado 6 junio 2016
CC BY

Q5. Escribir los productos que se obtienen en la siguientes reacciones y explicar los mecanismos correspondientes:

1. $CH_3CH=C(CH_3)_2$ ---->
   1. B_2H_6, THF
   2. H_2O_2, NaOH, H_2O

2. C_6H_6 ---->
   1. CH_3COCl, $AlCl_3$
   2. H^+, H_2O
   3. HNO_3, H_2SO_4

3. $(C_6H_5)_3P=CHCH(CH_3)_2 + H_2C=CHCHO$ ---->
   H_2O

4. $CH_3CH_2CH_2\text{-}CO\text{-}NH_2 + Br_2 + 3NaOH$ ---->

1) Es una hidratación de alquenos, etapa 1 es hidroboración y la 2 una oxidación, se obtiene antimarkovnikov, es decir que el producto sería
$CH_3CHOH\text{-}CH(CH_3)_2$ 3-metilbutan-2-ol
Mecanismo http://www.quimicaorganica.org/reacciones-alquenos/146-hidroboracion-de-alquenos.html

2. Etapas 1 y 2 son acilación de Friedel-Crafts, se forma
$C_6H_5\text{-}CO\text{-}CH_3$ 1-feniletanona
Mecanismo https://en.wikipedia.org/wiki/Friedel%E2%80%93Crafts_reaction#Reaction_mechanism

Etapa 3 es una nitración, donde el grupo acilo tiene un efecto director a meta, que es donde se colocará el grupo nitro
Mecanismo http://www.quimicaorganica.org/benceno/277-nitracion-del-benceno.html

3. El compuesto con fósforo tiene nombre IUPAC trimetil-3,3-dimetiletilidenoposforano
Referencia en inglés triphenyl-3,3-dimethyl allylidene phosphorane
https://books.google.es/books?id=3H7vCAAAQBAJ&pg=PA505
Se trata de la reacción de Wittig, que a partir de una cetona o aldehído, da un alqueno
En este caso (aldehído) se obtiene
$H_2C=CHCH=CHCH(CH_3)_2$ 5-metilhex-1,3-dieno
Mecanismo https://es.wikipedia.org/wiki/Reacci%C3%B3n_de_Wittig
http://www.quimicaorganica.org/aldehidos-y-cetonas/237-reaccion-de-wittig.html

4. Se trata de una amida, y con halógeno en medio básico se obtiene una amina con un carbono menos, se trata de una transposición de Hoffman
$CH_3CH_2CH_2\text{-}NH_2$ propanamina
Mecanismo https://es.wikipedia.org/wiki/Transposici%C3%B3n_de_Hofmann

enrique@fiquipedia.es Revisado 5.. junio 2016

CUESTIÓN 5: Dos compuestos A y B isómeros tienen la composición centesimal de 59,7% de C, 10,8% de H y 29,4% de Cl. A presenta isomería óptica, mientras que B es inactivo ópticamente. Cuando A se calienta con bases se obtiene C, capaz de adicionar, HCl dando B. Indicar:
a) Las estructuras de cada uno sabiendo que C por oxidación da una cetona de fórmula C_4H_8O
b) El reactivo más sencillo que permite transformar A en un hidrocarburo ópticamente inactivo y a B en otro que presente isomería cis-trans.
Datos: C=12,01; H=1,00; Cl=35,45

Resuelto por Basileia y comentado por oposica en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=3569#p18268

Referencias:
Problemas de orgánica, Francisca Tomás Alonso, Universidad de Murcia, https://books.google.es/books?id=_0xWnyzQLkUC&pg=PA177&lpg=PA177 problema 128

Calculamos la fórmula empírica de A y B. Tomamos 100 g por sencillez y podemos usar porcentajes como masa en gramos. Comprobamos que 59,7+10,8+29,4=99,9%

$$\frac{59,7}{12}=4,975\,mol\,C$$

$$\frac{10,8}{1}=10,8\,mol\,H$$

$$\frac{29,4}{35,45}=0,8293\,mol\,Cl$$

Dividimos por el menor para obtener relación relativa en moles

$$C:\frac{4,975}{0,8293}=6$$

$$H:\frac{10,8}{0,8293}=13$$

$$Cl:1$$

La fórmula molecular es $C_6H_{13}Cl$ y consideramos que es su masa fórmula por el número de carbonos respecto a la fórmula de C.
El número de insaturaciones de A y B es 6+1-13/2-1/2=0. Son alcanos lineales
Para que A presente isomería óptica, debe haber un carbono quiral, pensamos posibilidades que lo tengan con esa fórmula

A1: CH_3-CH_2-CH_2-$C^*(CH_3)H$-CH_2Cl 1-cloro-2-metilpentano
A2: CH_3-CH_2-$C^*H(CH_3)$-C^*HCl-CH_3 2-cloro-3-metilpentano
A3: CH_3-CH_2-$C^*H(CH_3)$-CH_2-CH_2Cl 1-cloro-3-metilpentano

Al calentar con bases se produce la eliminación de HCl y aparece un doble enlace que es capaz de adicionar HCl

C1: CH_3-CH_2-CH_2-$C(CH_3)=CH_2$ 2-metilpent-1-eno
C2: CH_3-CH_2-$C(CH_3)=CH$-CH_3 3-metilpent-2-eno
C3: CH_3-CH_2-$CH(CH_3)$-$CH=CH_2$ 3-metilpent-1-eno

Al adicionar HCl usando la regla de Markovnikov, se produce

B1: CH_3-CH_2-CH_2-$C(CH_3)Cl$-CH_3 2-cloro-2-metilpentano
B2: CH_3-CH_2-$C(CH_3)Cl$-CH_2-CH_3 3-cloro-3-metilpentano
B3: CH_3-CH_2-$CH(CH_3)$-$CHCl$-CH_3 A2 → ópticamente activo

Descartamos la opción B3 por ser igual a A2 y ópticamente activo

Al oxidar C se produce una cetona con 4 átomos de carbono, que solamente puede ser
CH_3-CO-CH_2-CH_3 butanona
Lo que descarta C1, por lo que los compuestos son la opción 2
A: CH_3-CH_2-$C^*H(CH_3)$-C^*HCl-CH_3 2-cloro-3-metilpentano
B: CH_3-CH_2-$C(CH_3)Cl$-CH_2-CH_3 3-cloro-3-metilpentano
C: CH_3-CH_2-$C(CH_3)$=CH-CH_3 3-metilpent-2-eno
b) Para hacer que B tenga isomería cis-trans, eliminamos HCl con base fuerte y obtenemos un doble enlace en el que los 4 sustituyentes no son iguales, sería el compuesto C
CH_3-CH_2-$C(CH_3)$=CH-CH_3

Para hacer A ópticamente inactivo hay que conseguir en los dos carbonos quierales dejen de serlo, bien poniendo sustituyentes iguales o bien haciendo que tengan un enlace doble. Como se pide pide que sea un hidrocarburo y con un único reactivo, aplicando el mismo reactivo que A obtendríamos también C CH_3-CH_2-$C(CH_3)$=CH-CH_3 que es ópticamente inactivo.
Opciones con dos etapas:
-Primero obtener doble enlace eliminando HCl y luego añadir H_2.
-Se trata con un magnesiano y luego se hidroliza (ver referencia)
En ambos casos se obtendría
CH_3-CH_2-$CH(CH_3)$-CH_2-CH_3
que también es ópticamente inactivo

4. Un hidrocarburo, A, conduce, por oxidación a dos compuestos, B y C. B, por oxidación, da únicamente ácido acético; C, en las mismas condiciones, conduce a ácido acético y a otro ácido de fórmula lineal y de masa molecular 102. Se pide determinar las fórmulas de A, B y C, así como sus nombres IUPAC.

Nombre sistemático IUPAC de ácido acético es ácido etanoico.
Enunciado dice "fórmula lineal", y es interpretable si eso limita a lineales no ramificadas
Por ejemplo en wikipedia https://es.wikipedia.org/wiki/Cadena_carbonada habla de "lineales sin ramificaciones" y "lineales ramificadas", pero IUPAC al hablar de cadenas lineales lo acota (pero usa cadena, no fórmula) http://goldbook.iupac.org/L03546.html

Referencias:
Resuelto por Basileia en http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4324
Resuelto en "Física y Química. Cuerpo de profesores de enseñanza secundaria". Editorial MAD. VVAA, problema 7 página 327
(1) ORGANIC CHEMISTRY, SECOND EDITION; MEHTA, BHUPINDER, MEHTA, MANJU
https://books.google.es/books?id=MvN6CgAAQBAJ&pg=PA594&lpg=PA594
Tratado de Química Orgánica (Tomo I, 1ª parte) Química Orgánica Sistemática; F. Klages; Editorial Reverté; ISBN 84-291-7314-5 Volumen 1, ISBN 84-291-7311-0 Tomo 1, https://books.google.es/books?id=nhcGf55Gy58C página 279

(2) Tratado de Química Orgánica (Tomo I, 2ª parte) Química Orgánica Sistemática; F. Klages; Editorial Reverté; ISBN 84-291-7315-3 Volumen 2, ISBN 84-291-7311-0 Tomo 1, https://books.google.es/books?id=5kJGwEBq5EoC página 1091

QUÍMICA ORGÁNICA, Robert Thornton Morrison, Robert Neilson Boyd, página 764

http://www.wikipremed.com/03_organicmechanisms.php?mch_code=030208_030
http://organica1.org/qo1/Mo-cap8.htm#_Toc484419746

Si B por oxidación da únicamente ácido acético, B tiene que tener un grupo aldehído que se oxida a ácido.
Otra opción sería que en la oxidación de B se rompe una cadena inicial (ozonolisis de alquenos) y se generan dos ácidos acéticos idénticos
Como B ya proviene de una oxidación, asumimos que la cadena se ha roto en A para producir B y C, y que tanto B como C son aldehídos ó cetonas, y será **B = etanal, CH_3-CHO**
Si al oxidar C tenemos un ácido de fórmula lineal y de masa molecular 102, descontando el grupo ácido -COOH de masa 12+2·16+1=45, nos queda una masa de 57, para la que en caso de ser lineal no ramificado podemos comprobar que supone 4 carbonos; CH_3-CH_2-CH_2-CH_2- tiene una masa de 57. Por lo tanto C por oxidación produce **ácido pentanoico.**
Si al oxidar C tenemos dos productos distintos, no puede ser un aldehído, y podemos pensar en una cetona. Las cetonas no se oxidan en condiciones normales, pero sí con oxidantes fuertes como $K_2Cr_2O_7$ ó $KMnO_4$. La oxidación de cetonas produce cosas distintas según la referencia consultada, aunque se coincide en que la rotura puede producirse por ambos lados del grupo carbonilo, lo que genera una mezcla de al menos dos ácidos, que podrían ser los dos indicados. Primero se plantea la tautomería cetona-enol al CH_2 adyacente y con ella el ácido.
(1) Ácido asociado a ruptura a cada lado grupo carbonilo y el resto de la cadena pasa a $CO_2 + H_2O$
CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-CO-CH_3 →

CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-COOH + CO_2+ H_2O

ó

CH_3-COOH + CO_2 + H_2O

(2) Ácidos asociados al ataque de doble enlace asociado a la tautomería del grupo carbonilo sin que resto pase a CO_2 (solamente en caso de que quede un C, ya que no se produce ácido metanoico)
$CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-CO-CH_2-CH_3 \rightarrow$
$(CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-CH=COH-CH_2-CH_3) \rightarrow$ **$CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-COOH$** + $HOOC-CH_2-CH_3$
ó
$(CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-COH=CH-CH_3) \rightarrow CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-COOH$ + $HOOC-CH_3$

Si contemplamos la primera opción, se obtienen solamente dos ácidos, el ácido adicional al acético es **ácido pentanoico**, **C=octan-2-ona**

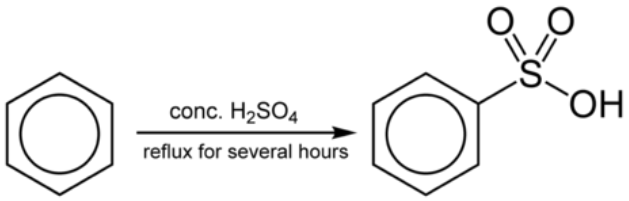
Si contemplamos esta segunda opción que parece más detallada en las referencias, se producen 4 ácidos distintos, luego no cumple los requisitos del enunciado y hay que replantear.
Asumiendo que el enunciado es correcto, la única opción es tomar de manera flexible el concepto de "fórmula lineal" de manera que considere ramificaciones, y estas ramificaciones supongan un impedimento a la tautomería y se limite a dos posibles oxidaciones.
Una "fórmula lineal" de un radical es C_n2_{n+1} (falta un hidrógeno) y para 4 carbonos surgen varias opciones estructurales con la misma fórmula lineal:
a) $CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-$
b) $CH_3-CH(CH_3)-CH_2-$
c) $CH_3-C(CH_3)_2-$
En las opciones a y b tenemos la misma situación ya vista que produciría 4 ácidos, por lo que tomamos la c, y tendríamos que C sería
$CH_3-C(CH_3)_2-CO-CH_2-CH_3 \rightarrow$
$(CH_3-C(CH_3)_2-COH=CH-CH_3) \rightarrow$ $CH_3-C(CH_3)_2-COOH$ + $HOOC-CH_3$
Que cumple los requisitos, luego el ácido adicional al acético es ácido 2,2-dimetilpropanoico
C = 2,2-dimetilpentan-3-ona

Enunciado indica "[la oxidación de C] en las mismas condiciones", y puede surgir la duda de si son las mismas condiciones que la oxidación de B o que la oxidación de A. La oxidación de B aldehído aunque sea fuerte sigue produciendo ácido al ser un grupo terminal.
Si unimos B y C para obtener A, asumiendo que ha sido vía ozonolisis
En la opción 1
$CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-C(CH_3)=O + OHC-CH_3 \rightarrow$ (ozonolisis) $\rightarrow$
$CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-C(CH_3)=CH-CH_3$
A = 3-metilhept-2-eno

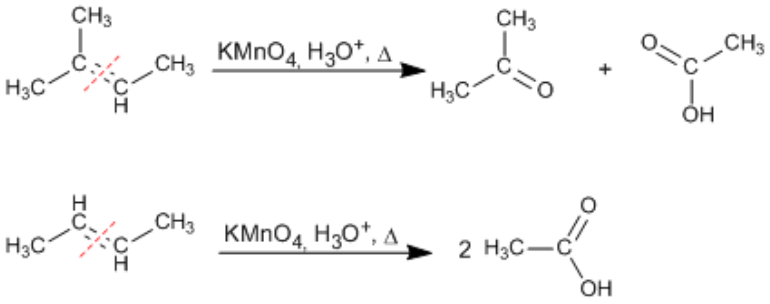
En la opción 2
$CH_3-C(CH_3)_2-C(CH_2-CH_3)=O + OHC-CH_3 \rightarrow$ (ozonolisis) $\rightarrow$
$CH_3-C(CH_3)_2-C(CH_2-CH_3)=CH_2-CH_3$
A = 3-etil-4,4-dimetilpent-2-eno

Prueba práctica de Química.
Se valorará tanto el planteamiento y justificación como el desarrollo operativo.
5. Una sustancia orgánica A, de fórmula general C_9H_{10}, se hace reaccionar con una disolución de permanganato de potasio, en medio ácido, obteniéndose una sustancia B y otra C. La sustancia B se trata con metanol, en medio ácido obteniéndose una sustancia D, ésta última se trata con ácido sulfúrico concentrado, en las condiciones adecuadas y se obtiene una sustancia E que es el ácido 3-metoxicarbonilbencenosulfónico.
Indicar la estructura y el nombre del compuesto A y escribir y justificar los procesos que tienen lugar desde la sustancia A a la sustancia E.

Enunciado indica E es ácido 3-metoxicarbonilbencenosulfónico es CH_3-OOC-C_6H_4-SO_3H
E se obtiene a partir de D con ácido sulfúrico conentrado: el proceso es una sulfonación aromática
https://es.wikipedia.org/wiki/Sulfonaci%C3%B3n_arom%C3%A1tica



D es benzoato de metilo CH_3-OOC-C_6H_5
D se obtiene a partir de B tratado con metanol en medio ácido: el proceso es una esterificación
B es ácidobenzoico C_6H_5-COOH
B se obtiene a partir de A con permanganato de potasio en medio ácido, junto a C.
A tiene fórmula molecular C_9H_{10} lo que supone 9+1-10/2=5 insaturaciones. Asumiendo que tiene un anillo de benceno que supone 4 insaturaciones (3 dobles enlaces y un ciclo), hay una insaturación más. Para que la oxidación con permanganato produzca B que es ácido benzoico, debe tener una cadena ramificada con un doble enlace en el primer carbono.
A es prop-1-enilbenceno (1-fenilpropeno) C_6H_5-CH=CH-CH_3
El proceso es una oxidación que rompe el doble enlace y genera un grupo ácido en cada carbono del doble enlace.
https://www.quimicaorganica.net/sintesis-acidos-oxidacion-alcoholes-alquenos.html



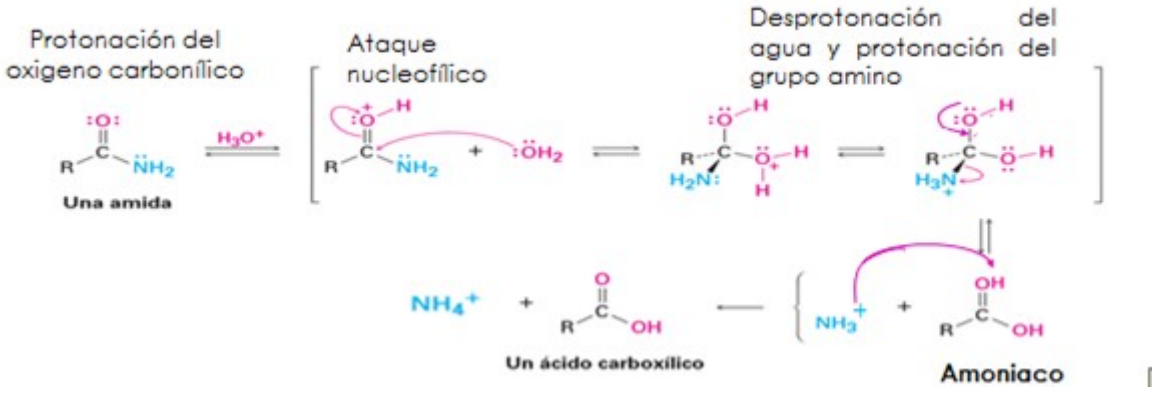
C es ácido acético CH_3-COOH

5. Esplica, escrivint les equaciones químiques de les reaccions correspondents, el comportament de l'acetamida (etanamida) front al reactius següents: a) hidrogen; b) etanol; c) aigua; d) àcid nitrós; e) àcid sufúric concentrat

Explica, escribiendo las ecuaciones químicas de las reacciones correspondientes, el comportamiento de la acetamida (etanamida) frente al reactivos: a) hidrógeno; b) etanol; c) agua; d) ácido nitroso; e) ácido sufúric concentrado

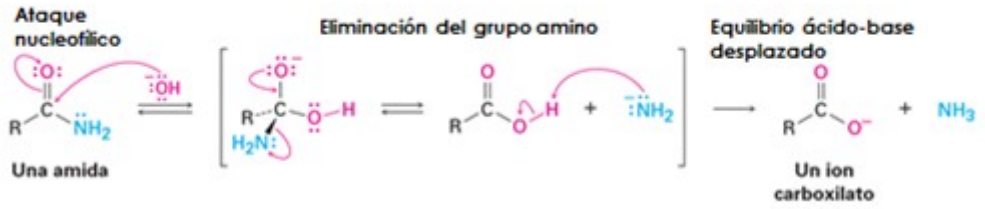
https://chem.libretexts.org/Bookshelves/Organic_Chemistry/Organic_Chemistry_(Morsch_et_al.)/21%3A_Carboxylic_Acid_Derivatives-_Nucleophilic_Acyl_Substitution_Reactions/21.07%3A_Chemistry_of_Amides
https://chem.libretexts.org/Bookshelves/Organic_Chemistry/Supplemental_Modules_(Organic_Chemistry)/Amides/Reactivity_of_Amides
https://chem.libretexts.org/Bookshelves/Organic_Chemistry/Supplemental_Modules_(Organic_Chemistry)/Amides/Reactivity_of_Amides/Other_Reactions_of_Amides
Leroy G. Wade & Jan W. Simek, Organic Chemistry (10th Edition), 21-13 Summary of the Chemistry of Amides, Reactions of Amides
https://gruposfuncionalesquimica.blogspot.com/2020/08/amidas.html
https://www.quimicaorganica.net/amidas-hidrolisis.html
https://www.quimicaorganica.net/hidrolisis-basica-amidas.html
https://es.wikipedia.org/wiki/Reacciones_de_amidas

a) CH_3-$CONH_2$ + $2H_2$ (Pt ó Pd) → CH_3-CH_2NH_2 + H_2O
acetamida + hidrógeno (catalizador) → etanamina + agua
Reducción. Al indicarse hidrógeno sería con catalizador, no con un reductor fuerte como $LiAlH_4$
b) CH_3-$CONH_2$ + CH_3-CH_2OH → CH_3-COO-CH_2-CH_3 + H_2O + NH_3
Realmente son dos pasos: primero hidrólisis ácida de la acetamida para dar ácido acético (ver apartado c) y luego se produciría una condensación (esterificación)
CH_3-$COOH$ + CH_3-CH_2OH → CH_3-COO-CH_2-CH_3 + H_2O
ácido acético + etanol → acetato de etilo + agua
c) Con agua neutra no habría reacción, solo disolución (la amida y el agua tienen enlaces de hidrógeno)
Si el agua no es neutra se produce hidrólisis, que depende de si el medio es ácido o básico
Hidrólisis ácida
CH_3-$CONH_2$ + H_2O (medio ácido) → CH_3-$COOH$ + NH_3
acetamida + agua → ácido acético + amoniaco

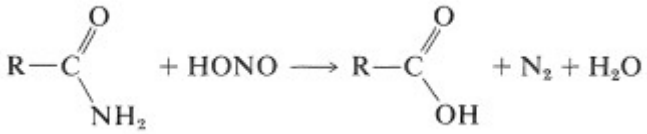


Hidrólisis básica
CH_3-$CONH_2$ + H_2O + OH^- (medio ácido) → CH_3-COO^- + NH_3

acetamida + agua → ion acetato + amoniaco

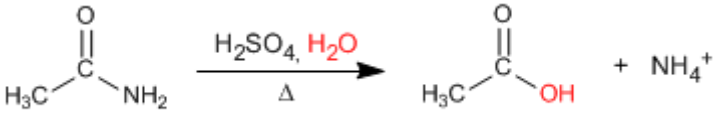


d) $CH_3\text{-}CONH_2 + HNO_2 \rightarrow CH_3\text{-}COOH + N_2 + H_2O$
acetamida + ácido nitroso → ácido acético + nitrógeno + agua



https://chem.libretexts.org/Bookshelves/Organic_Chemistry/Basic_Principles_of_Organic_Chemistry_(Roberts_and_Caserio)/24%3A_Organonitrogen_Compounds_II_-_Amides_Nitriles_and_Nitro_Compounds/24.04%3A_Hydrolysis_of_Amides

e) $CH_3\text{-}CONH_2 + H_2SO_4 \rightarrow CH_3\text{-}COOH + NH_4SO_4$
acetamida + ácido sulfúrico → ácido acético + sulfato de amonio
Se trata de una hidrólisis ácida donde se forma una sal de amonio.



No se contempla que se pueda producir un nitrilo aunque H_2SO_4 sea un ácido fuerte y un deshidratante, ya que las reacciones para deshidratar amidas a nitrilos son con P_2O_5, $POCl_3$ ó $SOCl_2$.
https://www.masterorganicchemistry.com/reaction-guide/dehydration-of-amides-to-give-nitriles/
https://orgoreview.com/key-concepts/amides/dehydration-of-amides-to-nitriles
https://commonorganicchemistry.com/Rxn_Pages/Amide_to_Nitrile/Amide_to_Nitrile_Index.htm
https://www.researchgate.net/publication/260273495_Dehydration_of_Amides_to_Nitriles_A_Review

QUÍMICA

4. Un compuesto A formado solo por carbono, hidrógeno y oxígeno, dio el siguiente análisis: C=58,8%; H=9,8%. Tratado con amoníaco el compuesto forma etanol y otro compuesto B, que contiene un 19,2% de nitrógeno. Al hervir B con sosa caústica se obtuvo la sal sódica de un ácido monobásico de fórmula empírica $C_3H_6O_2$. ¿Cuáles son las fórmulas estructurales de A y B? Nombre A y B de acuerdo a las normas IUPAC. Escríbanse todas las reacciones que tienen lugar.

>No son datos, pero tomamos C=12, O=16, H=1, N=14

Hallamos la fórmula empírica de A. Tomamos 100 g por sencillez y los porcentajes los podemos tomar como gramos. 100-58,8-9,8=31,4% de O.

$$\frac{58,8}{12}=4,9\,mol\,C$$

$$\frac{9,8}{1}=9,8\,mol\,H$$

$$\frac{31,4}{16}=1,9625\,mol\,O$$

Dividimos por el menor para obtener el número de moles relativos

$$C:\frac{4,9}{1,9625}=2,5$$

$$H:\frac{9,8}{1,9625}=5$$

$$O:1$$

Multiplicamos por dos para tener números enteros, la fórmula empírica es $C_5H_{10}O_2$

Asumimos que es la fórmula molecular, y el número de insaturaciones es 5+1-10/2=1

Podemos pensar en una cetona o aldehído + alcohol, un ácido, o un éster.

Como se indica que con amoniaco se forma un alcohol (etanol) y un compuesto con amoniaco, se trata de una formación de amida a partir de un éster.

Si el alcohol formado es etanol, y tiene 5 carbonos, el compuesto A es

A: CH_3-CH_2-COO-CH_2-CH_3 Propanoato de etilo

El compuesto B será la amida

B: CH_3-CH_2-CO-NH_2 Propanamida

Comprobamos el porcentaje de N: su fórmula molecular es C_3NH_7O y su masa molecular 12·3+14+7+16=73 g/mol propanamida, y el porcentaje de N es 14/73=19,2%, como se indica.

El ácido monobásico de formula $C_3H_6O_2$ es CH_3-CH_2-COOH ácido propanoico, y la sal de sodio asociada es CH_3-CH_2-COONa propanoato de sodio

Reacciones que tienen lugar:

CH_3-CH_2-COO-CH_2-CH_3 + NH_3 → CH_3-CH_2-CO-NH_2 + CH_3-CH_2OH

http://www.quimicaorganica.net/esteres-reaccion-aminas.html

CH_3-CH_2-CO-NH_2 + NaOH → CH_3-CH_2-COONa + NH_3

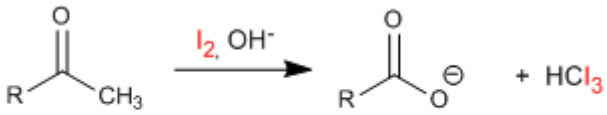
http://www.quimicaorganica.org/amidas/479-hidrolisis-basica-de-amidas.html

QUÍMICA

Q3A. A, B y C son tres isómeros de fórmula molecular $C_5H_{10}O$ que presentan las siguientes propiedades:
a) Los tres son capaces de formar oxima, pero sólo A reduce el reactivo de Tollens.
b) A, por tratamiento con solución concentrada de hidróxido de sodio origina, en frío, un ácido y un alcohol, ambos con el mismo número de átomos de carbono que el compuesto A.
c) B da negativa la reacción del yodoformo.
d) C da positiva esta reacción y origina ácido butanoico, entre otros productos.
Determinar las estructuras de A, B y C y nombrar los compuestos.

La fórmula molecular $C_5H_{10}O$ tiene 5-10/2+1=1 insaturación.
Como forman oximas, tienen un grupo carbonilo y son aldehídos o cetonas.
https://es.wikipedia.org/wiki/Oxima
Como A reduce el reactivo de Tollens, A es un aldehído.
Como A por tratamiento con solución concentrada de hidróxido de sodio origina, en frío, un ácido y un alcohol, ambos con el mismo número de átomos de carbono que el compuesto A, A es un aldehído que no tiene hidrógenos en posición alfa (no enolizables). Es la reacción de Cannizzaro
https://es.wikipedia.org/wiki/Reacci%C3%B3n_de_Cannizzaro
Planteamos las posibilidades de para aldehídos de fórmula $C_5H_{10}O$:
Pentanal CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-CHO: tiene hidrógenos α
2-metilbutanal CH_3-CH_2-$CH(CH_3)$-CHO: tiene hidrógeno α.
3-metilbutanal CH_3-$CH(CH_3)$-CH_2-CHO: tiene hidrógenos α.
2,2-dimetilpropanal CH_3-$C(CH_3)_2$-CHO: no tiene hidrógenos α.
A es 2,2-dimetilpropanal CH_3-$C(CH_3)_2$-CHO

Como solo A es un aldehído y los tres son isómeros que forman oximas, B y C son cetonas.
Como B da negativa a la reacción del yodoformo, tiene una metilcetona (CH_3-CO-R)
https://www.quimicaorganica.net/reaccion-yodoformo.html

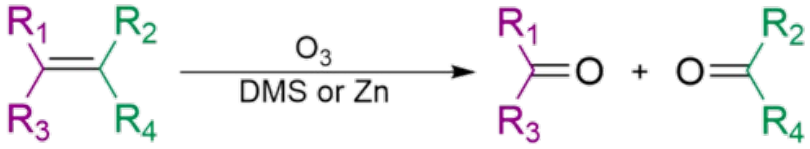


[1] [2] [3]

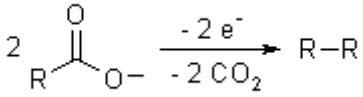
Planteamos las posibilidades de para cetonas de fórmula $C_5H_{10}O$:
Pentan-2-ona CH_3-CO-CH_2-CH_2-CH_3 : tiene una metilcetona
Pentan-3-ona CH_3-CH_2-CO-CH_2-CH_3 : no tiene una metilcetona
3-metilbutan-2-ona CH_3-CO-$CH(CH_3)$-CH_3 : tiene una metilcetona
B es pentan-3-ona CH_3-CH_2-CO-CH_2-CH_3
Como C da positiva a la reacción con yodoformo, tiene una metilcetona.
La reacción del yodoformo implica que se produce yodoformo (triyodometano CHI_3) y un ácido carboxílico con un átomo de carbono menos que la metilcetona original. Como se indica que se produce ácido butanoico CH_3-CH_2-CH_2-COOH quiere decir que la cetona original tenía el grupo CH_3-CO- unido a un butilo, y de las opciones anteriores es pentan-2-ona (no pentan-3-ona)
C es pentan-2-ona CH_3-CO-CH_2-CH_2-CH_3

3. La ozonólisis de un compuesto etilénico A conduce a una mezcla de tres compuestos orgánicos: metilisopropil cetona, 2-metil butanal y un compuesto B.
El compuesto B se somete a oxidación, posteriormente se trata con hidróxido de sodio y se somete a electrólisis. En esta última reacción se observa desprendimiento de propeno.
a) Identifique los compuestos A y B.
b) Cuando A se trata con diazometano, en condiciones fotolíticas, se obtiene un compuesto C, que tratado con ácido clorhídrico conduce a D, ¿qué compuesto es D?
c) ¿Cuál es el compuesto cíclico E que se obtiene al tratar D con Zn?
Los compuestos A, B, D y E deben nombrarse.

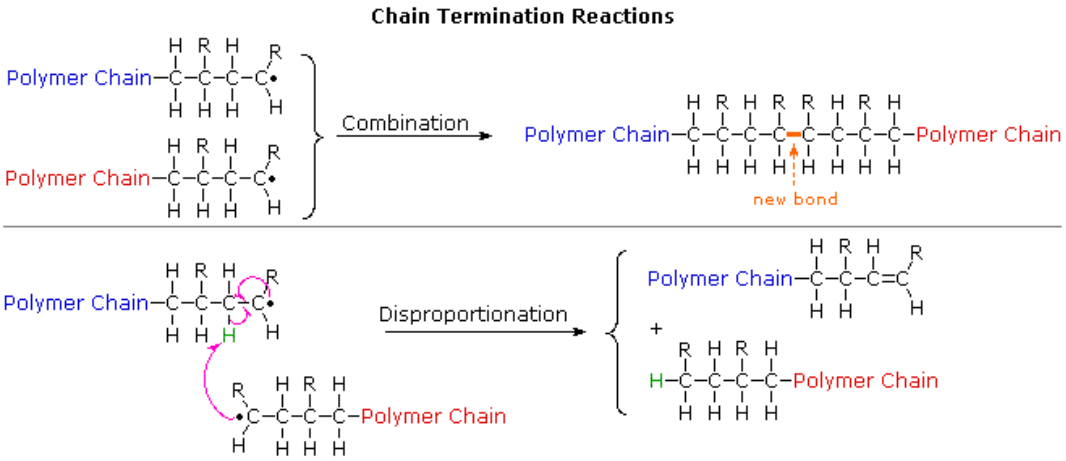
a) Metilisopropil cetona es CH_3-CO-CH(CH_3)-CH_3
2-metilbutanal es CHO-CH(CH_3)-CH_2-CH_3
Teniendo en cuenta que la ozonólisis de cada doble enlace genera dos grupos carbonilo por la posición en la que está el doble enlace, para generar 3 compuestos A debe tener dos dobles enlaces, y no modemos formular A sin conocer antes B.



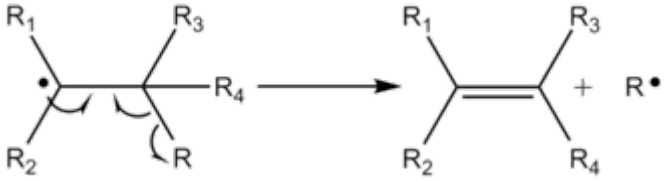
Como se indican tres compuestos (no asumimos que hay más de tres) y dos de ellos se nombran y tienen solo un grupo carbonilo, quiere decir que hay al menos dos dobles enlaces, la rotura genera dos compuestos ya conocidos solo con un grupo carbonilo, y otro, B, que debe tener dos grupos carbonilo.
Que se indique que B se oxida indica que es un alcohol que se oxida a cetona o un aldehído que se oxida a ácido carboxílico, pero como ya sabemos que B tiene dos grupos carbonilo B debe ser un dialdehído.
Que se indique que tras oxidar B reacciona con hidróxido de sodio es que se forma una sal de carboxilato de sodio, es consistente con que B sea un dialdehído.
Se indica que la sal se somete a electrólisis, que es la elecrólisis de Kolbe
https://es.wikipedia.org/wiki/Electr%C3%B3lisis_de_Kolbe



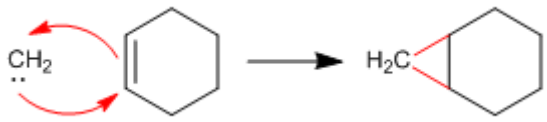
La electrólisis de Kolbe se suele asociar a un único grupo carboxilato, pero en este caso hay dos, así que no es un caso sencillo de dimerización de dos cadenas iguales.
Como se forma propeno se puede plantear desproporción, pero no es probable en el caso de electrólisis de Kolbe ya que los radicales se forman en el ánodo y no están libres en solución, haciendo difícil que dos radicales encuentren para desproporción.
https://espanol.libretexts.org/Quimica/Qu%C3%ADmica_Org%C3%A1nica/Mapa%3A_Qu%C3%ADmica_Org%C3%A1nica_(Wade)/09%3A_Reacciones_de_Alquenos/9.17%3A_Polimerizaci%C3%B3n_radical_de_crecimiento_en_cadena



Una vía para que aparezcan dobles enlaces del propeno es la escisión beta
https://en.wikipedia.org/wiki/Beta_scission

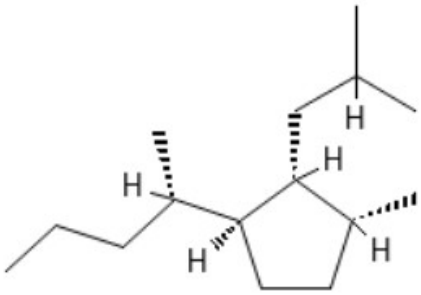


De manera general $R_1R_2C•-CR_3R_4R \rightarrow R_1R_2C=CR_3R_4+R•$
Pero en este caso hay dos grupos ácido y genera un radical doble $R_1R_2C•-CR_3R_4•$
Como se va a obtener propeno $CH_2=CH-CH_3$, R_1, R_2, y R_3 son H, R_4 un CH_3: $CH_2•-CH(CH_3)•$
Se produce la migración de un hidrógeno del metilo al carbono con el radical: $CH_3-CH•(CH_2)•$
Se forma el doble enlace y el propeno $CH_3-CH=CH_2$
Por lo tanto el ácido es ácido 2-metilbutanoico $HOOC-CH_2-CH(CH_3)-COOH$
Antes de la oxidación **B: 2-metilbutanodial $OHC-CH_2-CH(CH_3)-CHO$**
Planteamos la unión de los 3 productos de la ozonólisis
"Izquierda" metilisopropil cetona cambiando O del carbonilo por doble enlace
$CH_3-CH(CH_3)-C(CH_3)=$
"Centro" 2-metilbutanodial cambiando O del carbonilo por doble enlace
$=CH-CH_2-C(CH_3)-CH=$
"Derecha" 2-metilbutanal cambiando O del carbonilo por doble enlace
$=CH-CH(CH_3)-CH_2-CH_3$
Para unir por dejando dobles enlaces debemos añadir carbonos adicionales, y no hay una restricción fijada por el enunciado
A: 2,3,6,9-tetrametilundec-3,7-dieno
$CH_3-CH(CH_3)-C(CH_3)=CH-CH_2-C(CH_3)-CH=CH-CH(CH_3)-CH_2-CH_3$
b) El diazometano (CH_2N_2) en presencia de luz (fotólisis) genera carbenos ($:CH_2$), que pueden reaccionar con los dobles enlaces y formar ciclopropanos.
https://www.quimicaorganica.net/index.php/reactividad-carbenos.html

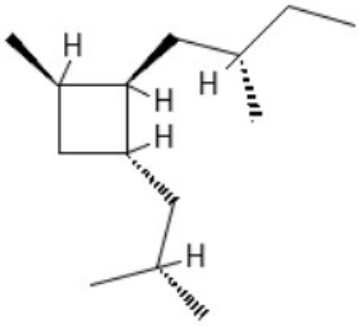


C sería similar a A pero con un ciclopropano en la posición de cada doble enlace, no se pide nombrar.
Al añadir HCl los ciclopropanos se abren aplicando Markovnikov

En ciclopropano en C3-C4 H^+ se añade mayoritariamente a C3 y Cl^- a C4.
En ciclopropano en C7-C8 ambos carbonos están igual de sustituidos, por lo que la adición de H^+ y Cl^- es igual de probable.
Considerando solo productos mayoritarios, D sería una mezcla de dos isómeros
D1: CH_3-CH(CH_3)-CH(CH_3)-CHCl-CH_2-C(CH_3)-CH_2-CHCl-CH(CH_3)-CH_2-CH_3
D2: CH_3-CH(CH_3)-CH(CH_3)-CHCl-CH_2-C(CH_3)-CHCl-CH_2-CH(CH_3)-CH_2-CH_3
c) Se trata de la reacción de Gustavson, que es la sístesis de Freund para obtener ciclos ciclando dihaloalcanos por un acoplamiento de Wurtz intramolecular
https://es.wikipedia.org/wiki/Reacci%C3%B3n_de_Wurtz#Reacci%C3%B3n_de_Freund
Si partimos de D1 se obtiene un ciclopentano formado por C4 a C8.
Las ramas serían un 1,2-dimetilpropil en C4, metil en C6 y 1-metilpropil en C8
E1: 1-(1,2-dimetilpropil)-2-(1-metilpropil)-4-metilciclopentano
Si todos los carbonos quirales son R la representación es

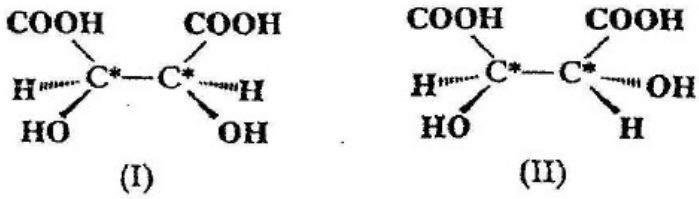


Si partimos de D2 se obtiene un ciclobutano formado por C4 a C7
Las ramas serían un 1,2-dimetilpropil en C4, metil en C6 y 2-metilbutil en C7
E2: 1-(1,2-dimetilpropil)-2-(2-metilbutil)-3-metilciclobutano
Si todos los carbonos quirales son R la representación es



enrique@fiquipedia.es Revisado 10 febrero 2016

B3. Contesteu de manera breu, però raonadament, les cinc qüestions següents:
c) Observeu les fórmules de les següents dues mol·lècules, indiqueu si I i II són isòmers i de quin tipus (si és que ho són); dibuixeu les imatges especulars d'I i II, anomeneu-les respectivamente III i IV, i digueu quin tipus de relació hi ha entre I i III, i quin tipus de relació hi ha entre II i IV.

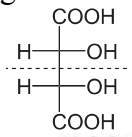


B3. Conteste de manera breve, pero razonadamente, las cinco cuestiones siguientes:
c) Observe las fórmulas de las dos siguientes moléculas, indique si I y II son isómeros y de qué tipo (si es que lo son); dibuje las imágenes especulares de I y II, llámelas respectivamente III y IV, y diga qué tipo de relación existe entre I y III, y qué tipo de relación existe entre II y IV.

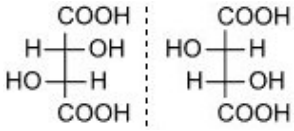
Referencias:
https://es.wikipedia.org/wiki/%C3%81cido_tart%C3%A1rico

Ambos tienen dos carbonos quirales (marcados con *) en los que los 4 sustituyentes son distintos
Para visualizar la isomería, usamos proyección Fischer en lugar de Natta que usa el enunciado.

I sería (visto desde abajo, parte izquierda en parte superior):



II sería (visto desde abajo, parte izquierda en parte superior):



Se representa al lado de II su forma especular que sería IV
La forma especular de I, III según el enunciado, volvería a ser I.
La relación entre I y II es que son isómeros espaciales o esteroisómeros, subtipo isómeros ópticos, subtipo diastereoisómeros, porque no son enantiómeros.
La relación entre I y III es que son el mismo compuesto, es una forma meso porque no hay un plano de asimetría en la molécula / hay un plano de simetría.
La relación entre II y IV es que son isómeros espaciales o esteroisómeros, subtipo isómeros ópticos, subtipo enantiómeros, porque uno es la imagen especular de otro, no superponibles.

Aunque no se pide, se nombran los compuestos, que sin tener en cuenta la isomería es ácido 2,3-dihidroxi-butanodioico, aunque IUPAC acepta el nombre de ácido tartárico en las recomendaciones de 1993 (R-9.1 Trivial and semisystematic names retained for naming organic compounds http://www.acdlabs.com/iupac/nomenclature/93/r93_671.htm, Table 28(b) Carboxylic acids and related groups. Hydroxy, oxo, and amino (not -amino) carboxylic acids. http://www.acdlabs.com/iupac/nomenclature/93/r93_709.htm)
Para nombrar usamos las reglas CIP (Cahn-Ingold-Prelog). Los 4 grupos sustituyentes ordenados por prioridad COOH-CHOH-> -COOH-> -OH > H. Pensando en colocar el sustituyente de menor prioridad alejado del observador, si partimos del más prioritario y vamos al segundo más prioritario:
I y III: Ácido (2R,3S)-tartárico, ácido mesotartárico
II: Ácido (2R, 3R)-tartárico, ácido levotartárico
IV: Ácido (2S, 3S)-tartárico, ácido dextrotartárico

B5. En tractar un compost A de comportament neutre (ni àcid ni bàsic), de fórmula mol·lecular $C_{11}H_{20}O_3$, amb un àcid mineral es desprèn un gas que enterboleix les dissolucions acuoses d'hidròxid de bari, i s'obté una barreja dels compostos B ($C_5H_{12}O$) i C ($C_5H_{10}O$). En tractar el compost A amb un àlcali s'obté B i un àcid D ($C_3H_6O_2$). L'oxidació de B amb dicromat en medi àcid produeix C. Oxidant enèrgicament C s'obté D i una barreja d'altres productes. El compost C no redueix la dissolució de Fehling i dóna negatiu en la reacció del iodoform. Deduïu raonadament les estructures dels compostos A, B, C i D

Al tratar un compuesto A de comportamiento neutro (ni ácido ni básico), de fórmula molecular $C_{11}H_{20}O_3$, con un ácido mineral se desprende un gas que enturbia las disoluciones acuosas de hidróxido de bario, y se obtiene una mezcla de los compuestos B ($C_5H_{12}O$) y C ($C_5H_{10}O$). Al tratar el compuesto A con un álcali se obtiene B y un ácido D ($C_3H_6O_2$). La oxidación de B con dicromato en medio ácido produce C. Oxidando enérgicamente C se obtiene D y una mezcla de otros productos. El compuesto C no reduce la disolución de Fehling y da negativo en la reacción del yodoformo. Deducir razonadamente las estructuras de los compuestos A, B, C y D

Como tenemos fórmulas moleculares calculamos insaturaciones
A: 11+1-20/2=2
B: 5+1-12/2=0
C: 5+1-10/2=1
D: 3+1-6/2=1
Se indica que D es un ácido, luego debe ser CH_3-CH_2-COOH ácido propanoico, que cumple la fórmula molecular ($C_3H_6O_2$)
D: CH_3-CH_2-COOH ácido propanoico

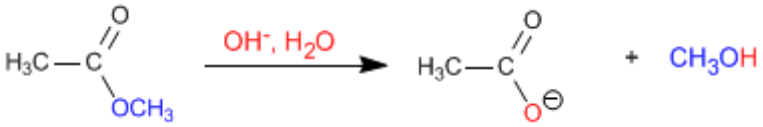
Que el compuesto C de negativo a Fehling indica es que es una cetona, y que de negativo a yodoformo es que no tiene una metilcetona. Como tiene 5 carbonos no puede ser pentan-2-ona, y debe ser pentan-3-ona.
C: CH_3-CH_2-CO-CH_2-CH_3 pentan-3-ona
Oxidando enérgicamente C se obtienen una mezcla de productos; la tautomería cetona-enol hace que se oxide el doble enlace a ambos lados dando una mezcla.

Como B no tiene insaturaciones, tiene oxígeno en su fórmula y se oxida, es un alcohol. Como por oxidación produce C que es pentan-3-ona, B debe ser pentan-3-ol.
B: CH_3-CH_2-CHOH-CH_2-CH_3 pentan-3-ol

Al tratar A con un ácido mineral se desprende un gas que enturbia las disoluciones acuosas de hidróxido de bario: se libera CO_2, lo que cuadra con que los compuestos B y C tengan 5 carbonos cada uno y A tenga 11 carbonos. Se puede visualizar que A debe "contener" las cadenas B y C, y que la inconsistencia de carbonos (3 en A, 2 en CO_2, 1 en B y 1 en C) se puede resolver por que se añada un oxígeno del agua en medio ácido.
A ($C_{11}H_{20}O_3$) + H_2O (medio ácido) → CO_2 + B ($C_5H_{12}O$) + C ($C_5H_{10}O$)
Planteamos que A tiene el grupo carbonato -O-CO-O- y tiene una estructura R_1-O-CO-O-R_2 donde las cadenas R_1 y R_2 tienen cada una 5 carbonos y llevan a B y C, por lo que ambos serían pentan-3-ilo. Para obtener la cetona C se podría obtener primero un enol que llevaría a la cetona por

tautomería.
A sería CH_3-CH_2-CH(CH_2-CH_3)-OCOO-C(CH_2-CH_3)=CH-CH_3 1-etilpropil 1-etilprop-1-enil carbonato

Falta validar que se indica que al tratar A con base se obtiene B y D, se trata de una hidrólisis básica, se obtiene un ácido (D) y un alcohol (B)
https://www.quimicaorganica.org/esteres/449-hidrolisis-basica-de-esteres-saponificacion.html



La hidrólisis básica se asocia a éster y tenemos un carbonato: un carbonato es un -O- más un éster y se producirían
CH_3-CH_2-CH(CH_2-CH_3)-$OCOO^-$ + COH(CH_2-CH_3)=CH-CH_3
Aplicando la tautomería cetona enol
CH_3-CH_2-CHOH-CH_2-CH_3 + CH_3-CH_2-CO-CH-CH_3 + CO_3^{2-}
Estos serían de nuevo B y C, no B y D como indica enunciado.
Para que apareciese D podría considerarse una oxidación enérgica de C, que rompería los enlaces carbono al lado del grupo carbonilo y daría CH_3-CH_2-COOH que es lo que buscamos y CH_3-COOH

QUÍMICA

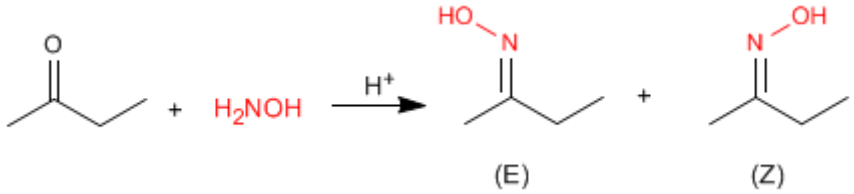
4. Un compuesto A decolora el bromo y es capaz de dar una oxima (con un 12,4% de N) que presenta dos formas isómeras X e Y. Cuando la foma Y se trata con tricloruro de fósforo se obtiene un isómero Z, cuya hidrólisis conduce a ácido acético y a un compuesto B que, al tratarlo con nítrito sódico en disolución clorhídrica, da un aldehído de fórmula C_4H_8O. Averiguar la estructura y el nombre de la sustancia A si se sabe que en su ozonólisis se caracteriza acetona.

https://es.wikipedia.org/wiki/Oxima

Como A decolora el bromo, tiene insaturaciones.

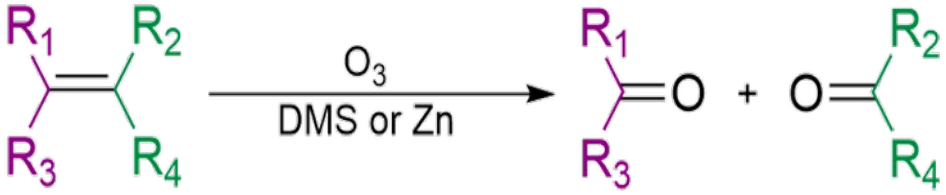
Como A forma una oxima, tiene un aldehído o una cetona que reacciona con hidroxilamina NH_2OH
$R_1R_2C=O + NH_2OH \rightarrow R_1R_2C=N-OH + H_2O$
Si el 12,4% de la masa de B es de N
0,124=14/M → M=14/0,124≈113 g/mol oxima
Como el grupo oxima -C=N-OH tiene masa molar 12+14+16+1=43 g/mol quedan 113-43=70 g/mol en R_1 y R_2, que podrían ser R_1: CH_3- (15 g/mol) sin insaturación y R_2: C_4H_7- (12·4+7= 55 g/mol) donde habría una insaturación.
Posible A: CH_3-CO-C_4H_7, fórmula molecular $C_6H_{10}O$

Como la oxima tiene dos isómeros, A es una cetona en un compuesto no simétrico, ya que los aldehidos no dan isómeros cis-trans de oximas.



https://www.quimicaorganica.org/aldehidos-y-cetonas/231-formacion-de-oximas.html

Como la ozonólisis de A da acetona (no se indica que sea el único producto), tenemos que plantear cómo situar el doble enlace que es atacado en la ozonólisis de manera que dé acetonas.



https://es.wikipedia.org/wiki/Ozon%C3%B3lisis

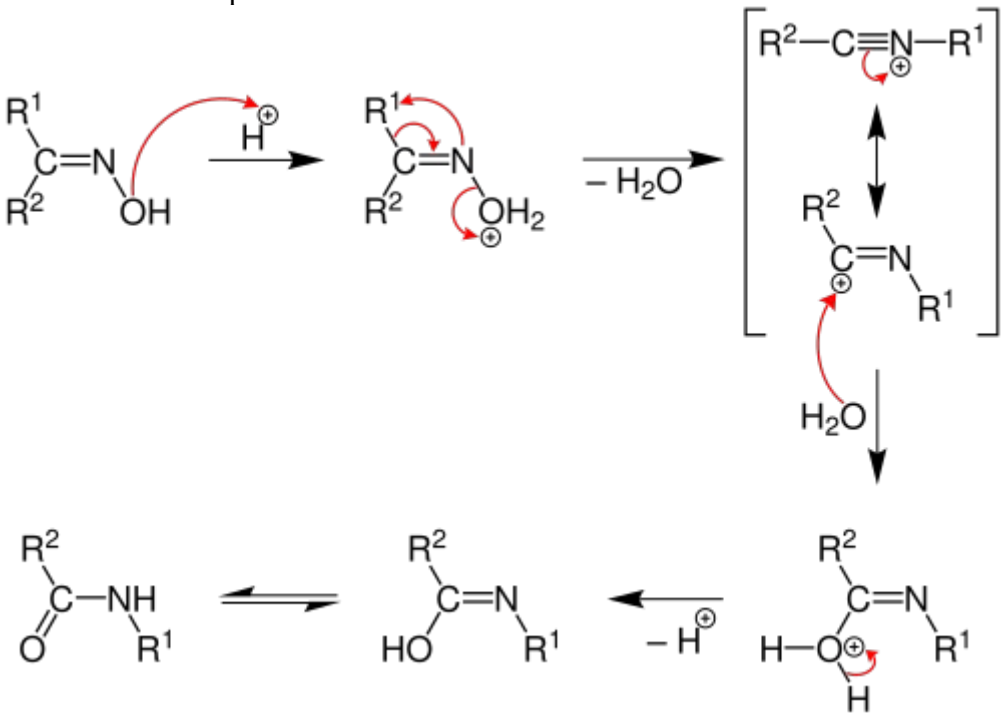
Planteamos **A: CH_3-CO-CH=C$(CH_3)_2$ 4-metilpent-3-en-2-ona**
La rotura por ozonólisis por la derecha del grupo carbonilo da O=C$(CH_3)_2$, acetona
La rotura por ozonólisis por la izquierda del grupo cabonilo da CH_3-CO-CHO, 2-oxopropanal o metilglioxal

Con esa propuesta de A, las dos oximas X e Y se llamarían (nomenclatura en P-68.3.1.1.2 Oximes https://iupac.qmul.ac.uk/BlueBook/P6a.html#68030101)
La asignación Z ó E la decide si el grupo -OH y el grupo $-CH=C(CH_3)_2$ (el mayor), están al mismo lado (Z) o al opuesto (E) del doble enlace C=N del grupo oxima. El uso de Z/E en lugar de cis/trans es algo confuso al haber asignado enunciado Z a un compuesto.

Y_1: CH_3-C(=N-OH)-CH=$C(CH_3)_2$ (Z)N-hidroxypentan-2-imina (PIN, nomenclatura de sustitución) ó cis 4-metilpent-3-en-2-ona oxima (nomenclatura de clase funcional)
Y_2: CH_3-C(=N-OH)-CH=$C(CH_3)_2$ (E)N-hidroxypentan-2-imina (PIN, nomenclatura de sustitución) ó trans 4-metilpent-3-en-2-ona oxima (nomenclatura de clase funcional)

Uno de los dos compuestos anteriores es Y, que tratado con tricloruro de fósforo se obtiene un isómero Z, cuya hidrólisis conduce a ácido acético y a un compuesto B que, al tratarlo con nítrito sódico en disolución clorhídrica, da un aldehído de fórmula C_4H_8O.

PCl_3 para dar un isómero de Z (se asume isómero de Y, que debe seguir teniendo O), debe ser una transposición de Beckmann que transforma una oxima en una amida

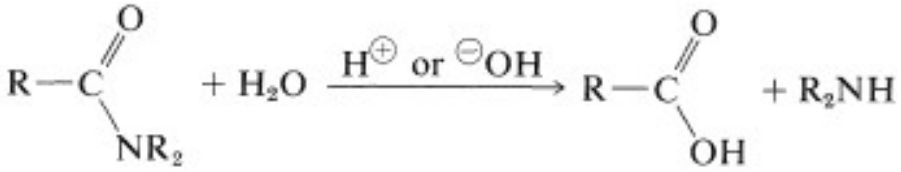


https://es.wikipedia.org/wiki/Transposici%C3%B3n_de_Beckmann

El compuesto Z podría en función de las dos opciones de partida:
Si R_1 es CH_3- y R_2 es $-CH=C(CH_3)_2$ (variante cis), tras la transposición
Z_1: $C(CH_3)=CH-CONH-CH_3$ N,3-dimetilprop-2-enamida
Si R_2 es CH_3- y R_1 es $-CH=C(CH_3)_2$ (variante trans)
Z_2: $CH_3-CONH-CH=C(CH_3)_2$ N-(2-metilprop-1-enil)etanamida

La hidrólisis de Z, que es una amida, da ácido acético (con 2 carbonos) y un compuesto B, que debe tener 6-2=4 carbonos.
Como B es una amina, la combinación de B y ácido acético para dar Z (el proceso inverso a la

hidrólisis) daría una amida, lo que confirma que Z es una amida.



https://chem.libretexts.org/Bookshelves/Organic_Chemistry/Basic_Principles_of_Organic_Chemistry_(Roberts_and_Caserio)/24%3A_Organonitrogen_Compounds_II_-_Amides_Nitriles_and_Nitro_Compounds/24.04%3A_Hydrolysis_of_Amides

Hidrólisis de Z puede ser

Variante cis: $C(CH_3)_2$=CH-CONH-CH_3 + H_2O → $C(CH_3)_2$=CH-COOH + CH_3NH_2
Variante trans: CH_3-CONH-CH=$C(CH_3)_2$ + H_2O → CH_3-COOH + NH_2-CH=$C(CH_3)_2$

Solo con la variante trans se obtiene ácido acético, comprobamos el producto B que sería
B: NH_2-CH=$C(CH_3)_2$ ó CH_3-$C(CH_3)$=$CHNH_2$ 2-metilprop-1-en-1-amina
Las opciones de Y y de Z serían
Y: CH_3-C(=N-OH)-CH=$C(CH_3)_2$ (E)N-hidroxypentan-2-imina (PIN, nomenclatura de sustitución) ó trans 4-metilpent-3-en-2-ona oxima (nomenclatura de clase funcional)
Z: CH_3-CONH-CH=$C(CH_3)_2$ N-(2-metilprop-1-enil)etanamida

Como B reacciona con $NaNO_2$/HCl para dar un aldehído C_4H_8O, B debe ser una amina primaria (R-NH_2), ya que las aminas primarias reaccionan con $NaNO_2$/HCl para formar alcoholes o aldehídos (via diazotización).
https://en.wikipedia.org/wiki/Diazonium_compound#Preparation

El aldehído de fórmula C_4H_8O obtenido a partir de B confirma que B tiene 4 carbonos, pero es una fórmula que solo tiene 1 insaturación asociada al aldehído: C+1-H/2=4+1-8/2=1.
Con la fórmula del enunciado B se pueden proponer como aldehídos butanal CH_3-CH_2-CH_2-CHO ó 2-metilpropanal CH_3-$CH(CH_3)$-CHO pero no tienen una insaturación entre carbonos como la amina propuesta.
Se asume que hay una inconsistencia en el enunciado al indicar C4H8O como producto obtenido a partir de B, pero el resto de datos son consistentes y enunciado solo pide explícitamente indicar A para el que no hay duda.

EJERCICIO PRÁCTICO. SEGUNDA PARTE: QUÍMICA

Q4B.- Dos derivados bromados A y B dan por reacción dos alcanos isómeros. B se obtiene por adición de HBr a una olefina en presencia de peróxido. Si una mezcla de A y B se trata con sodio se obtienen tres alcanos isómeros D, E y F cuya densidad de vapor respecto del hidrógeno es 57 y de los que solo uno es desdoblable en dos isómeros óptico. Deducir la estructura de los compuestos mencionados.

En enunciado escaneado conseguido la palabra reacción original está tachada y se indica a mano "reducción"

No se dan masas atómicas pero asumimos H=1, C=12
La masa molar el H_2 es 2 g/mol H_2
La masa molar de los alcanos D, E y F es 2·57=114 g/mol alcano
Como los alcanos tienen fórmula C_nH_{2n+2}, su masa molar es n·12+(2n+2)·1=14n+2
14n+2=114 → n=112/14=8
La fórmula molecular de D, E y F es C_8H_{18}

Como se indica que la mezcla de A y B con sodio se obtienen D, E y F, se trata de la reacción de Wurtz
https://es.wikipedia.org/wiki/Reacci%C3%B3n_de_Wurtz
R_1-X + R_2-X+ 2Na → R_1-R_2 + 2NaX
Como se forman 3 alcanos, hay tres opciones
A + A → D
B + B → E
A + B → F
Como D, E y F tienen fórmula molecular C_8H_{18}, la fórmula de A y B (al ser A la mitad de D y B la mitad de E) es C_4H_9Br

Como B se obtiene por adición de HBr a una olefina en presencia de peróxido, se trata de una adición anti-Markovnikov. Como B es un bromobutano (o ramificado), la olefina de partida debe ser un buteno (o ramificado).

Tenemos tres opciones para B:

- Si la olefina de partida es but-1-eno CH_2=CH-CH_2-CH_3 entonces
  B1 es 1-bromobutano CH_2Br-CH_2-CH_2-CH_3 aplicando anti-Markovnikov.
- Si la olefina de partida es but-2-eno CH_3-CH=CH-CH_3 entonces
  B2 es 2-bromobutano CH_3-CHBr-CH_2-CH_3 (realmente anti-Markovikov no sería relevante en este caso)
- Si la olefina de partida es 2-metilbut-1-eno CH_2=C(CH_3)-CH_3 entonces
  B3 es 2-bromo-2-metilbutano CH_2Br-CH(CH_3)-CH_3 aplicando anti-Markovikov.

Solo un compuesto entre D, E y F tiene solo dos isómeros ópticos, y eso no implica necesariamente que uno tenga solo un carbono quiral, porque podría haber varios carbonos quirales y ser un compuesto meso (con un plano de simetría interno y no ópticamente activo) en los tres compuestos D, E y F y que solo uno de ellos tuviera dos isómeros ópticos, porque otros no los tuvieran o porque otros tuvieran más.

Si optamos por B1 ó B3 que no tienen ningún carbono quiral, tras la reacción de Wurtz debería introducirse un carbono quiral al eliminarse el bromo, pero como el carbono con el bromo tiene dos hidrógenos, el carbono quiral lo debería aportar A, pero entonces tanto A+A=D como A+B=F tendrían carbonos quirales pero no los tendría B+B=E, por lo que no es una opción válida a no ser que D ó F fueran compuestos meso sin isomería óptica. Pero plantear isomería óptica en A teniendo un bromo y la misma fórmula molecular que B nos llevaría como única opción que A=B2, lo que no es más que intercambiar papeles entre A y B y nos lleva a analizar B=B2.

Si optamos por B2 que ya tiene un carbono quiral en el que está el bromo, tras la reacción de Wurtz con A, que tiene 4 carbonos, el bromo sea sustituido por una cadena distinta a las otras dos que cuelgan de ese carbono quiral, por lo que B+B=E y A+B=F ya tendrían al menos un carbono quiral
En este caso B+B=**E es 3,4-dimetilhexano CH_3-CH_2-C*H(CH_3)-C*H(CH_3)-CH_2-CH_3** que tiene dos carbonos quirales (indicados con *), pero tiene un plano de simetría y es un compuesto meso, que no es un isómero óptico.
https://es.wikipedia.org/wiki/Compuesto_meso
Hay que buscar qué opción de A no introduce un carbono quiral adicional, de modo que A+A no tenga ninguno, B+B tenga dos pero no es un isómero óptico por ser y A+B tengan uno.

Para que exista quiralidad tras la reacción de Wurtz de B con A, la cadena de A que acompaña al bromo y que se unirá al carbono quiral de B no puede ser ni un metilo ni un etilo (las otras cadenas unidas al carbono quiral de B), y las opciones de A son
A1: 1-bromobutano CH_2Br-CH_2-CH_2-CH_3 (sería un butilo)
A2: 1-bromo-2-metilpropano CH_2Br-$CH(CH_3)$-CH_3 (sería un 2-metilpropilo)
A3: 2-bromo-2-metilpropano CH_3-$CBr(CH_3)$-CH_3 (sería un dimetiletilo)

A1+B daría CH_3-C*H(CH_2-CH_2-CH_2-CH_3)-CH_2-CH_3 que tiene un único carbono quiral (se indica con *), luego es un candidato válido para F.
A1: 1-bromobutano CH_2Br-CH_2-CH_2-CH_3
A1+A1=**D octano CH_3-$(CH_2)_6$-CH_3**
A1+B=**F 3-metilheptano CH_3-$CH(CH_2$-CH_2-CH_2-$CH_3)$-CH_2-CH_3**

A2+B daría CH_3-C*H(CH_2-C*H(CH_3)-CH_3)-CH_2-CH_3 que es el mismo compuesto que E, por lo que no es un una opción válida al tener que ser E y F distintos.

A3+B daría CH_3-C*H($C(CH_3)_3$)-CH_2-CH_3 que tiene un único carbono quiral (se indica con *), luego cumple los requisitos que se piden para F.
A3: 2-bromo-2-metilpropano CH_3-$CBr(CH_3)$-CH_3
A3+A3=**D 2,2,3,3-tetrametilbutano $C(CH_3)_3$-$C(CH_3)_3$**
A3+B=**F 2,2,3-trimetilpentano CH_3-$CH(C(CH_3)_3)$-CH_2-CH_3**

Habría dos opciones válidas, aunque la más sencilla es A1.
A: 1-bromobutano CH_2Br-CH_2-CH_2-CH_3
B: 2-bromobutano CH_3-$CHBr$-CH_2-CH_3
olefina de partida but-2-eno CH_3-CH=CH-CH_3
D: octano CH_3-$(CH_2)_6$-CH_3
E: 3,4-dimetilhexano CH_3-CH_2-$CH(CH_3)$-$CH(CH_3)$-CH_2-CH_3
F 3-metilheptano CH_3-$CH(CH_2$-CH_2-CH_2-$CH_3)$-CH_2-CH_3

enrique@fiquipedia.es Revisado 24 mayo 2016

QUÍMICA

2.- Una sustancia orgánica contiene carbono, hidrógeno, y cloro en la siguiente proporción en masa: C=31,85 %; H=5,30 % y Cl=62,83 %. La densidad de la misma, en estado gaseoso, respecto al aire, es 3,9.
Por acción de óxido de plata húmedo esta sustancia orgánica se transforma en un compuesto idéntico al obtenido al calentar etanoato (acetato) de calcio. Identificar dicha sustancia y escribir las ecuaciones de los procesos que han tenido lugar.
(2 puntos)
DATOS: Masas atómicas: Mn=54,9; O=16,0; I=126,9; Cl=35,5; C=12,0; H=1,0; Ca=40,1
R=8,314 $J \cdot mol^{-1} \cdot ºK^{-1}$

Símbolo kelvin es K, no ºK
Resuelto por Basileia en http://www.docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4271#p18458

c) Comprobamos 31,85+5,30+62,83=99,98: consideramos que no falta ningún elemento.
Obtenemos la fórmula molecular, tomamos una cantidad arbitraria de 100 g por simplicidad con lo que los porcentajes los podemos interpretar como número de gramos

$$31{,}85\,\cancel{g\,C}\cdot\frac{1\,mol\,C}{12\,\cancel{g\,C}}=2{,}65\,mol\,C$$

$$5{,}30\,\cancel{g\,H}\cdot\frac{1\,mol\,H}{1\,\cancel{g\,H}}=5{,}30\,mol\,H$$

$$62{,}83\,\cancel{g\,Cl}\cdot\frac{1\,mol\,Cl}{35{,}5\,\cancel{g\,Cl}}=1{,}77\,mol\,Cl$$

Dividimos todos por menor de ellos, 1,77 mol Cl, para obtener proporción de moles respecto a Cl.

$$C:\frac{2{,}65}{1{,}77}\approx 1{,}5\,;\,H:\frac{5{,}30}{1{,}77}\approx 3\,;\,Cl:\frac{1{,}77}{1{,}77}=1$$

Mutiplicamos por 2 la proporción para que sean enteros, y obtenemos la fórmula empírica
C=3, H=6, Cl=2 : Fórmula empírica $C_3H_6Cl_2$
La masa molecular de la fórmula empírica es 12·3+6+2·35,5=113 g/mol
Calculamos la densidad del aire, que asumimos formado en un 80% y 20% en volumen por N_2 y O_2 respectivamente, lo que en estado gaseoso es igual a las fracciones molares.

$$M_{media}=M_{O_2}\chi_{O_2}+M_{N_2}\chi_{N_2}=32\cdot 0{,}2+28\cdot 0{,}8=28{,}8\,g/mol$$

Si su densidad en estado gaseoso, en las mismas condiciones de P y T es 3,9 veces mayor, su masa molecular es también 3,9 veces mayor, y es 3,9·28,8=112,32 g/mol
Por lo tanto M(Fórmula molecular)=n·M(Fórmula empírica) → n=1

El etanoato de calcio es $(CH_3\text{-}COO)_2Ca$
Al calentarlo se desprende $CaCO_3$ (descarboxilación del éster para dar cetona), y se obtiene $CH_3\text{-}CO\text{-}CH_3$ Propanona
La reacción $(CH_3\text{-}COO)_2Ca \rightarrow (calor) \rightarrow CH_3\text{-}CO\text{-}CH_3 + CaCO_3$

Identificamos el compuesto $C_3H_6Cl_2$
Calculamos el número de insaturaciones

$$nº\,insaturaciones=C+1-\frac{H}{2}-\frac{X}{2}+\frac{N}{2}=3+1-\frac{6}{2}-\frac{2}{2}=0$$

Es un hidrocarburo saturado con dos halógenos.
Para que se forme una cetona, planteamos que los dos cloros están en el mismo carbono, con la acción de Ag_2O húmedo se sustituye un cloro por un alcohol

$2CH_3\text{-}CCl_2\text{-}CH_3 + Ag_2O + H_2O \rightarrow 2CH_3\text{-}CClOH\text{-}CH_3 + 2AgCl$

$CH_3\text{-}CCl_2\text{-}CH_3$ 2,2-dicloropropano

Referencia:
Competition Science Vision, A specialized magazine for medical entrance, February 2000
https://books.google.es/books?id=O-gDAAAAMBAJ&pg=PA1606&lpg=PA1606
Folowing are some important reactions of alkyl halides:
(1) Nucleophilic Substitution Reactions…
(a) Replacement of halogen by hydroxyl group
By aqueous alkali (KOH) or silver dioxide suspended in boiling water alkyl halides are hydrolysed to alcohols
$2C_2H_5Br + Ag_2O + H_2O \rightarrow 2C_2H_5OH + 2AgBr$

La cetona se puede obtener a partir del alcohol mediante oxidación utilizando Ag_2O

Referencias:
8) Oxidation of a 2º alcohol to form a ketone (you can use a mild or a strong oxidizer)
http://baparu.yolasite.com/resources/3.Alcohol%20Reaction%20Sumary.pdf#page=3

enrique@fiquipedia.es Revisado 4 junio 2016
CC BY

1 PROBLEMAS DE QUÍMICA

2.3. La composición centesimal de cierta sustancia A, de carácter básico, es 61,02% de carbono; 15,25% de hidrógeno y 23,73% de nitrógeno. Al tratarla con ácido nitroso se convierte en un alcohol B, y se desprende nitrógeno. Por oxidación suave, B se transforma en otra sustancia C, no reductora y de masa molecular 58. Determinar razonadamente:
a) La sustancia A.
b) La sustancia B.
c) La sustancia C.
Datos: C=12,00 g/mol; H=1,00 g/mol; N=14,00 g/mol.

Resuelto por Basileia en http://docentesconeducacion.es/viewtopic.php?f=92&t=4239#p18339

Calculamos la fórmula empírica de A. Tomamos 100 g por sencillez y podemos considerar porcentajes como gramos. Comprobamos que 61,02+15,25+23,73=100%.

$$\frac{61,02}{12}=5,085\,mol\,C$$

$$\frac{15,25}{1}=15,225\,mol\,H$$

$$\frac{23,73}{14}=1,695\,mol\,N$$

Dividimos por el menor para obtener el número relativo de moles

$$C:\frac{5,085}{1,695}=3$$

$$H:\frac{15,225}{1,695}\approx 9$$

$$N:1$$

La fórmula molecular es C_3H_9N, y su masa fórmula es 12·3+9+14=59 g/mol ; dado el parecido en masa con C asumimos que es también fórmula molecular.
Como se indica carácter básico es una amina
Planteamos como amina primaria
A: CH_3-CH_2-CH_2-NH_2 propanamina
Las aminas primarias con ácido nitroso forman sales de diazonio que son estables, el grupo se sustituye tras formarse un carbocatión y se libera N_2 gas como subproducto.
Descartamos secundarias (producen N-nitrosamina R_1-N(-R_2)-N=O) y terciarias (no producen reacción con HNO_2, además de que con 3 carbonos no aplica)
Planteamos inicialmente que se produce
B: CH_3-CH_2-CH_2-OH propan-1-ol
que por oxidación suave se produciría un aldehído, no llega a ácido.
C: CH_3-CH_2-CHO propanal
La masa molecular del propanal es 12·3+6+16=58 g/mol, que coincide con lo que indica enunciado.
Pero el aldehído no es reductor, luego no es válido según enunciado; tiene que ser una cetona.
En el paso 2 se produce un carbocatión, y ahí una trasposición para formar un carbocatión secundario que es más estable
CH_3-CH_2-$CH_2^{\oplus}$ → CH3-$CH^{\oplus}$-CH_3
Carbocatión primario → carbocatión secundario
Por lo tanto realmente
B: CH_3-CHOH-CH_3 propan-2-ol
C: CH_3-CO-CH_3 propanona

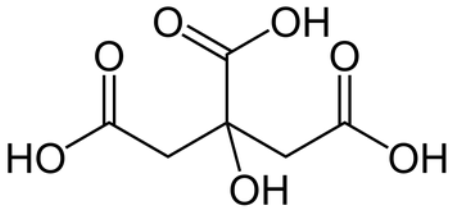
QUÍMICA

4. Un ácico orgánico A que contiene 37,5% de C, 4,17% de H y el resto de O, es capaz de dar un éster etílico de fórmula $C_{12}H_{22}O_7$. Cuando A se trata con ácido sulfúrico fumante tiene lugar un desprendimiento de CO obteniéndose un ácido dicarboxílico B, que contiene 41,1% de C y 4,11% de H siendo el resto O, y cuya masa molecular es 146. Tanto A como B son ópticamente inactivos. Cuando B se trata con ácido cianhídrico, lo adiciona dando un compuesto C, que por hidrólisis conduce a A.
Por oxidación cuidadosa de B se obtienen dos compuestos: D y E.
D es un ácido dicarboxílico que se oxida con permanganato dando CO_2 y H_2O de forma tal que un miliequivalente de permanganato oxida exactamente 0,5 milimoles de D.
E es también un ácido dicarboxílico cuyo diéster etílico tiene la fórmula $C_7H_{12}O_4$.
¿Cuáles son las fórmulas desarroladas de: A, B, C, D y E?

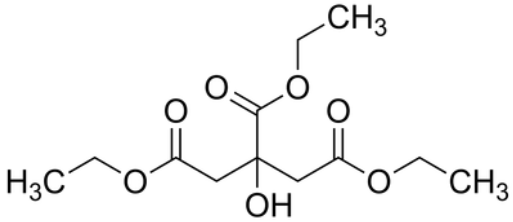
No se dan datos de masas atómicas: asumimos H=1,0; C=12,0; O=16.

Calculamos las fórmulas empíricas con los porcentajes facilitados tomando100 g de muestra por lo que podemos utilizar los porcentajes como masas de cada elemento
Compuesto A
n(C)=37,5/12=3,125 mol C
n(H)=4,17/1=4,17 mol H
n(O)=(100-37,5-4,17)/16=3,646 mol O
Dividimos por el menor de ellos
C → 3,125/3,125=1
H → 4,17/3,125=1,334 ≈ 4/3
O → 3,646/3,125=1,166 ≈ 7/6
Multiplicando por 6 para tener números enteros, la fórmula empírica de A es $C_6H_8O_7$
La masa molar de la fórmula empírica es 12·6+8+7·16=192 g/mol A
Compuesto B
n(C)=41,1/12=3,425 mol C
n(H)=4,11/1=4,11 mol H
n(O)=(100-41,1-4,11)/16=3,424 mol O
Dividimos por el menor de ellos
C → 3,425/3,424≈1
H → 4,11/3,424=1,200 = 6/5
O → 3,424/3,424=1
Multiplicando por 5 para tener números enteros, la fórmula empírica de B es $C_5H_6O_5$
La masa molar de la fórmula empírica es 12·5+6+5·16=146 g/mol B
Como la masa de la fórmula empírica coincide con la de molecular que proporciona el enunciado, sabemos que la fórmula moleclar de B es $C_5H_6O_5$
B tiene C+1-H/2=5+1-6/2=3 insaturaciones.
Como se indica que en el paso de A a B se pierde CO, se pierde un carbono y la fórmula molecular de A también coincide con la empírica y es $C_6H_8O_7$
A tiene C+1-H/2=6+1-8/2=3 insaturaciones.
Como A da un éster etílico de fórmula $C_{12}H_{22}O_7$, como cada alcohol etílico aporta 2 carbonos y en total el producto tiene 12 teniendo A solo 6 carbonos, se están añadiendo 6 en total que suponen 3 etanoles y supone que tiene 3 grupos ácidos, que coincide con las 3 insaturaciones.

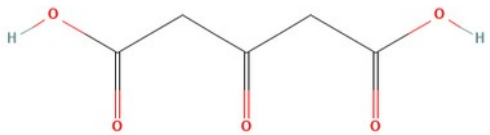
Buscando simetría para que A sea ópticamente inactivo y planteando 3 grupos ácido pensamos inicialmente en HCOO-CH_2-CH(COOH)-CH_2-COOH pero tiene fórmula $C_6H_8O_6$, luego falta un oxígeno que no aporta insaturaciones.
Pensando de nuevo en simetría para que A sea ópticamente inactivo
A: HCOO-CH_2-C(OH)(COOH)-CH_2-COOH ácido 3-carboxi-3-hidroxipentanodioico (ácido cítrico)



El éster formado a partir de A será
CH_3-CH_2-OOC-CH_2-C(OH)(COO-CH_2-CH_3)-CH_2-COO-CH_2-CH_3 trietil 2-hidroxipropan-1,2,3-tricarboxilato (trietil citrato)
La fórmula molecular es $C_{12}H_{20}O_7$, no coincide con $C_{12}H_{22}O_7$: se asume errata enunciado.

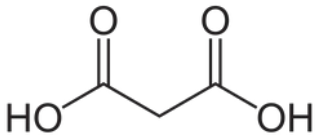


La reacción de A con ácido sulfúrico fumante al tener un -OH y -COOH en el mismo carbono (α hidroxiácido https://es.wikipedia.org/wiki/Alfahidroxi%C3%A1cido) que sufren a una descarbonilación catalizada por un ácido para dar, además de monóxido de carbono, una cetona/aldehído y agua.
HCOO-CH_2-C(OH)(COOH)-CH_2-COOH → HCOO-CH_2-CO-CH_2-COOH + CO + H_2O
B: HOOC-CH_2-CO-CH_2-COOH ácido 3-oxopentanodioico

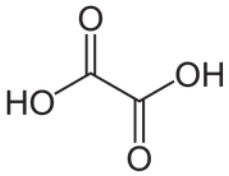


Comprobamos el resto de información sobre B.
B tiene 12 carbonos, que es el doble de A, se ha producido una esterificación.
Como se indica que B es un ácido dicarboxílico, 4 de los 5 oxígenos están asociados a los grupos ácidos, cada uno de los cuales supone una insaturación, y queda un oxígeno adicional y una insaturación: puede ser un grupo carbonilo -CO- y una cetona.
Se indica que por oxidación cuidadosa de B se obtienen dos compuestos D y E: las cetonas resisten la oxidación suave, por lo que es consistente con que sea una cetona y la oxidación que se indica sea fuerte y rompa el compuesto a ambos lados del grupo carbonilo -CO-. Si el compuesto no fuese simétrico, supondría más de 2 compuestos diferentes, pero al ser
HOOC-CH_2-CO-CH_2-COOH
por ruptura en HOOC-CH_2-CO- | - CH_2-COOH
daría HOOC-CH_2-COOH y HOOC-COOH
y por ruptura en HOOC-CH_2-| -CO-CH_2-COOH
daría HOOC-COOH y HOOC-CH_2-COOH
que acaban siendo dos compuestos, ambos ácidos dicarboxílicos, pero falta por identificar cuál es D

y cuál es E.
Se indica que E es un ácido dicarboxílico cuyo diéster etílico tiene la fórmula $C_7H_{12}O_4$.
Como cada alcohol etílico aporta 2 carbonos y en total el producto tiene 4, el compuesto E inicial tiene 3 y es **E: HOOC-CH_2-COOH ácido propanodioico (PIN) ó malónico**



$HOOC-CH_2-COOH + 2CH_3-CH_2OH \rightarrow CH_3-CH_2-OOC-CH_2-COO-CH_2-CH_3 + 2H_2O$
Por lo tanto **D: HOOC-COOH ácido oxálico (PIN) ó etanodioico**



Comprobamos que es consitente con la indicación de que un miliequivalente de permanganato oxida exactamente 0,5 milimoles de D, ajustando en medio ácido
$HOOC-COOH + MnO_4^- \rightarrow CO_2 + H_2O$
Se oxida el carbono que pasa de +3 en cada grupo -COOH a +4 en CO_2
Se reduce el MnO_4^- que pasa de +7 en ion permanganato a +2 a Mn^{2+}
Semirreacción de oxidación: $C_2H_2O_4 + 2e^- \rightarrow 2CO_2 + 2H^+$
Semirreacción de reducción: $MnO_4^- + 8H^+ \rightarrow Mn^{2+} + 4H_2O + 5e^-$
Multiplicamos la primera por 5 y la segunda por 2 y sumamos
$5C_2H_2O_4 + 2MnO_4^- + 16H^+ \rightarrow 10CO_2 + 10H^+ + 2Mn^{2+} + 8H_2O$
Simplificamos los H^+: no se da información sobre el ácido ni la sal formada
$5C_2H_2O_4 + 2MnO_4^- + 6H^+ \rightarrow 10CO_2 + 2Mn^{2+} + 8H_2O$
Vemos que la estequiometría supone 2 mol MnO_4^- por cada 5 de ácido oxálico

$$1\,m\cancel{eq\ MnO_4^-}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\ MnO_4^-}}{5\,\cancel{eq}}\cdot\frac{5\,mol\,C_2H_2O_4}{2\,\cancel{mol\ MnO_4^-}}=0,5\,mmol\,C_2H_2O_4$$

Respecto a C, se indica que cuando B se trata con ácido cianhídrico, lo adiciona dando un compuesto C, que por hidrólisis conduce a A. Eso es consistente con que los α-hidroxiácidos como A se suelen preparar añadiendo cianuro de hidrógeno a una cetona o aldehído como B (formación de cianohidrinas https://www.quimicaorganica.org/aldehidos-y-cetonas/236-formacion-de-cianhidrinas.html), y a continuación se produce una hidrólisis ácida de la cianohidrina resultante, por lo que C es una cianohidrina
C: HOOC-CH_2-C(OH)(CN)-CH_2-COOH ácido 3-ciano-3-hidroxipentanodioico(ácido (3-ciano-3-hidroxiglutárico)

EJERCICIO PRÁCTICO. SESIÓN Nº 2. QUÍMICA

4. Un compuesto desconocido A decolora la disolución de bromo en tetracloruro de carbono y decolora también una disolución neutra y diluida de permanganato de potasio en frío. Cuando se trata A con ácido perbenzóico (peroxibenzóico) se forma el compuesto B que tratado con agua en presencia de ácido, se transforma en C. Cuando se trata C con ácido peryódico se aislan benzaldheído y acetaldehído.

a) Determine cuáles son los compuestos A, B y C.

b) ¿Qué se obtendría al tratar C con ácido sulfúrico?

c) Explique en ambos apartados los mecanismos de las reacciones que intervienen.

a) Si A decolora una disolución de bromo en tetracloruro de carbono implica que tiene dobles o triples enlaces, ya que se produce una adición de bromo.

Si A decolora una disolución neutra y diluida de permanganato de potasio en frío implica que tiene un doble enlace, ya que se produce una oxidación formándose dioles y el permanganato se reduce a MnO_2.

Si A reacciona con ácido peroxibenzoico, se forma un peróxido, reacción de Prileschajew

Si B reacciona con agua en presencia de ácido se trata de la apertura del epóxido en medio ácido para dar un diol vecinal.

Si C reacciona con ácido peryódico para dar benzaldehído (C_6H_5-CHO) y acetaldehído (etanal CH_3-CHO), se ha producido una ruptura oxidativa de B en dos aldehídos, reacción de Malaprade.

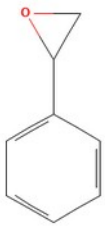
Si combinamos el benzaldehído y el acetaldehído obtenidos en la ruptura, el compuesto anterior a la ruptura, que es un diol vecinal, es

C: C_6H_5-CHOH-CH_2OH 1-feniletan-1,2-diol

El epóxido B que da lugar al diol vecinal es

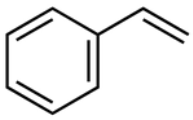
B: 2-feniloxirano (óxido de estireno o epóxido de estireno)

https://pubchem.ncbi.nlm.nih.gov/compound/2-phenyloxirane#section=2D-Structure



El alqueno A que da lugar a B es

A: C_6H_5-CH=CH_2 etenilbenceno (estireno)

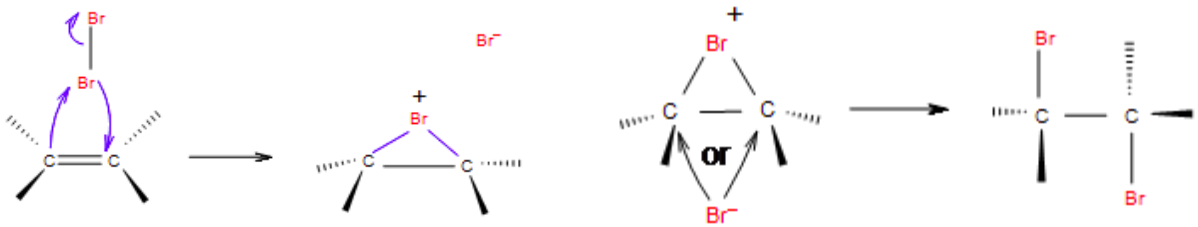


b) La reacción de C (1-feniletan-1,2-diol) con H_2SO_4 podría producir feniletanona (acetofenona) por transposición pinacólica

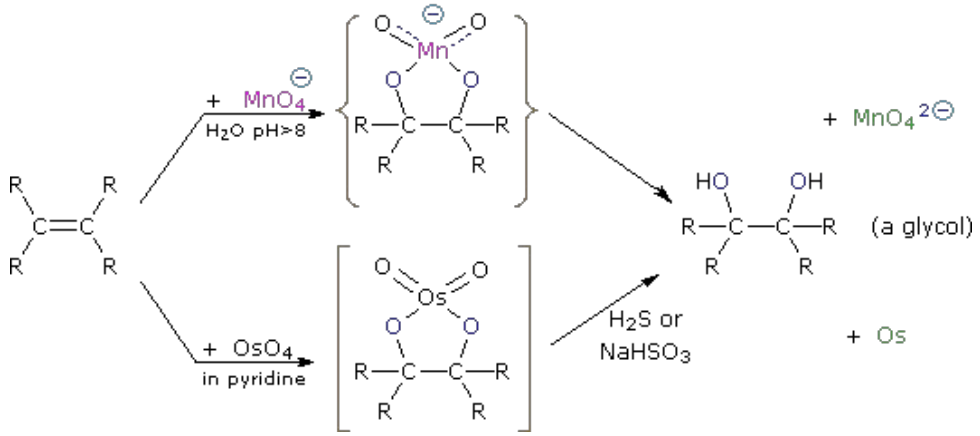
c) Mecanismos

Adición de dibromo al alqueno

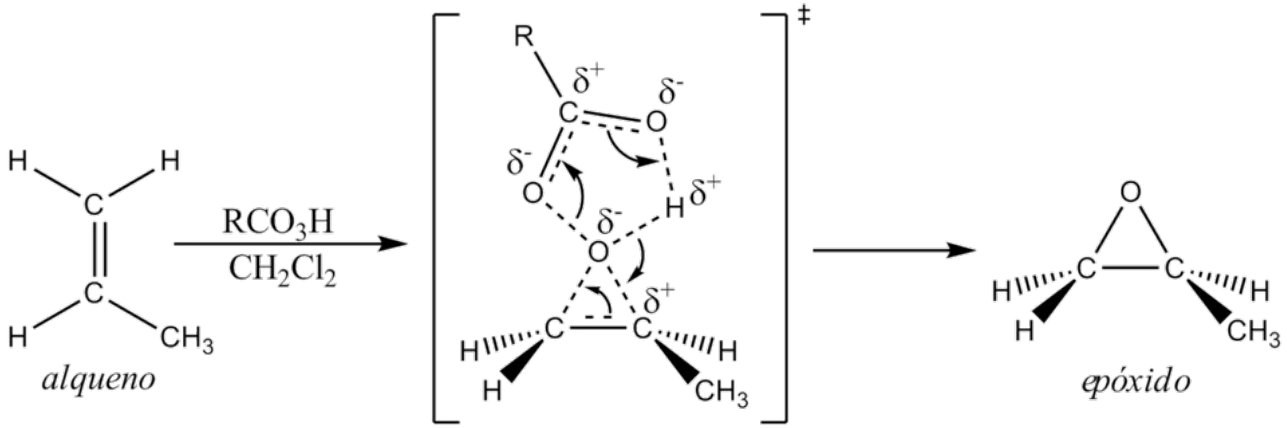
https://chem.libretexts.org/Courses/Sacramento_City_College/SCC%3A_Chem_420_-_Organic_Chemistry_I/09%3A_Reactions_of_Alkenes/9.09%3A_Addition_of_Halogens



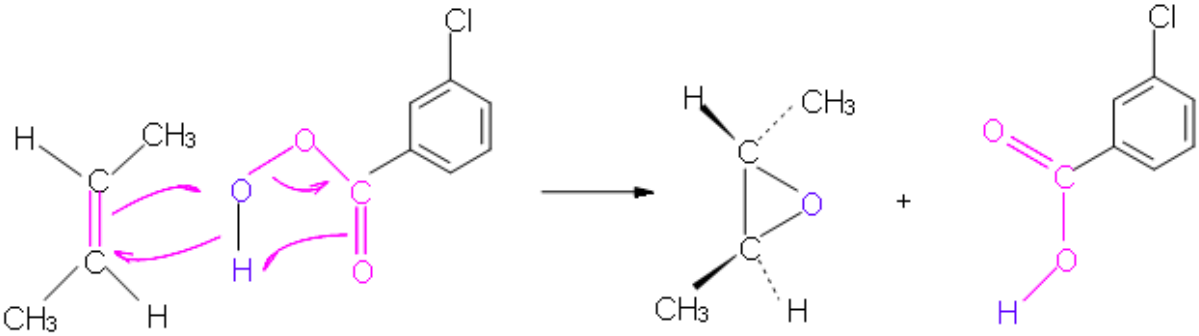
Oxidación de un alqueno con permanganato para dar un diol
https://chem.libretexts.org/Courses/Alma_College/Organic_Chemistry_I_(Alma_College)/11%3A_Alkenes-_Reactions_and_Synthesis/11.08%3A_Oxidation_of_Alkenes_to_Vicinal_Diols



Epoxidación de un alqueno mediante un peroxiácido
https://es.wikipedia.org/wiki/Reacci%C3%B3n_de_Prileschajew

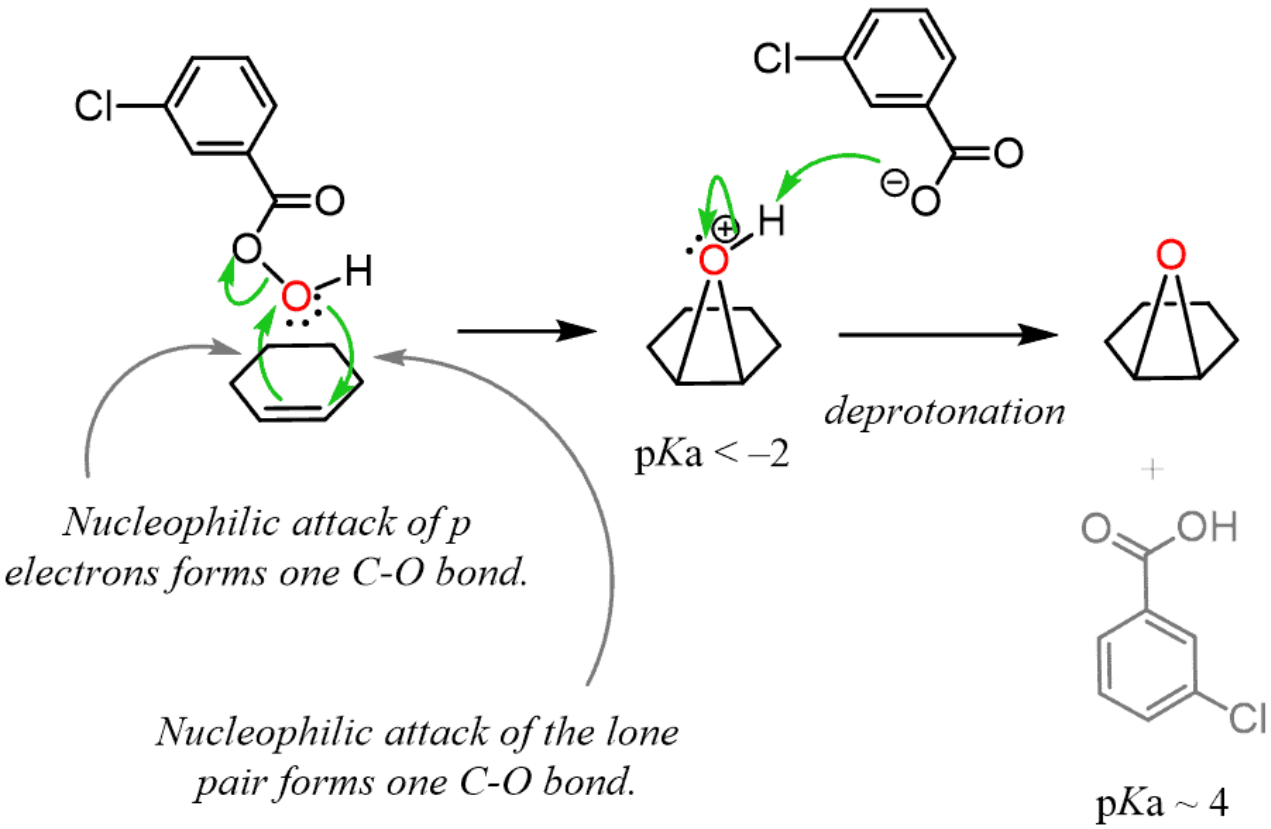


Es habitual la formación de peróxidos a partir de alquenos con mCPBA (meta-chloroperoxy benzoic acid); el mecanismo es el mismo.
https://www.chemistrysteps.com/preparation-of-epoxides/

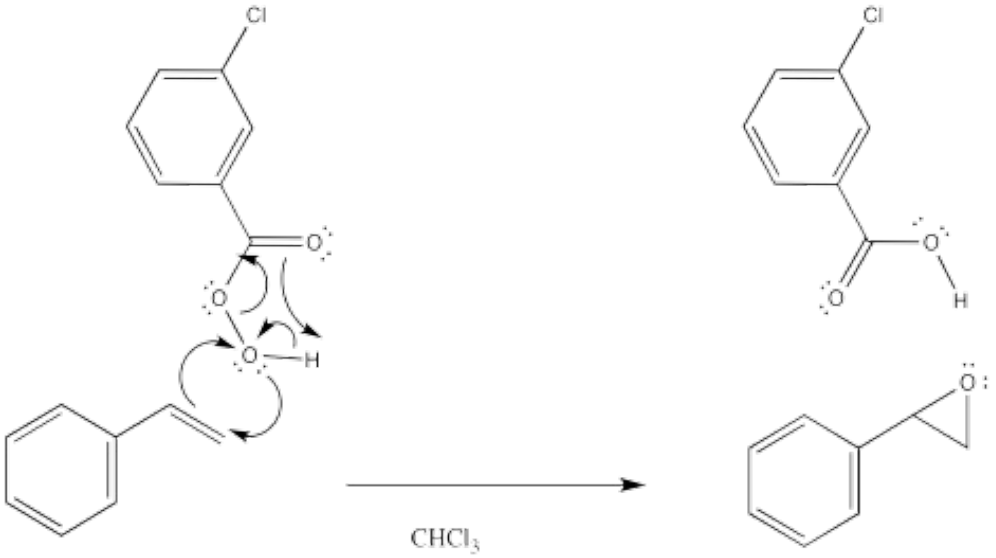


https://chem.libretexts.org/Courses/Purdue/Purdue%3A_Chem_26605%3A_Organic_Chemistry_II_%28Lipton%29/Chapter_11.__Addition_to_pi_Systems/11.3%3A_Concerted_Additions/11.3.6_Epoxidation_of_Alkenes

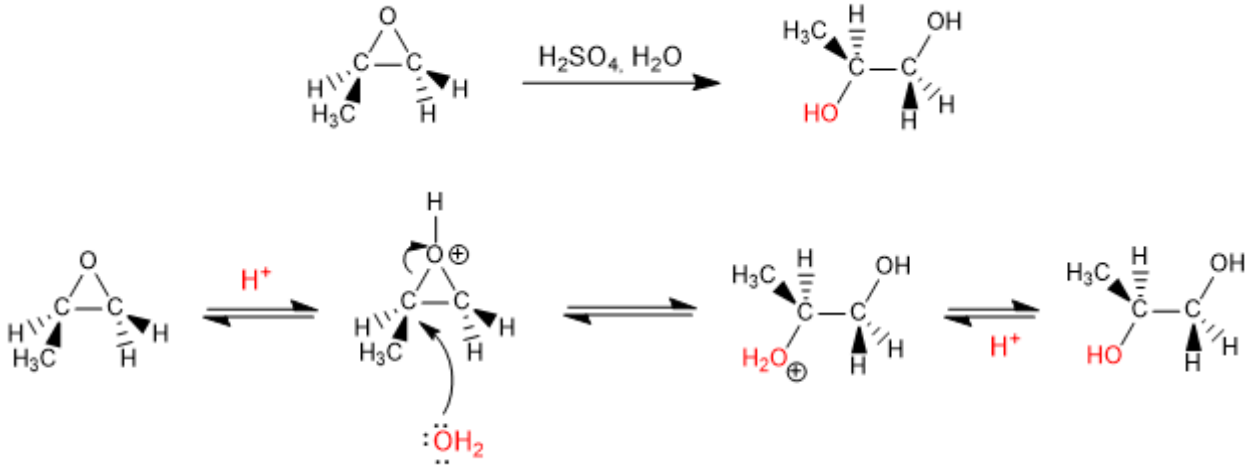
The Mechanism of Epoxidation by Peroxycarboxylic Acids



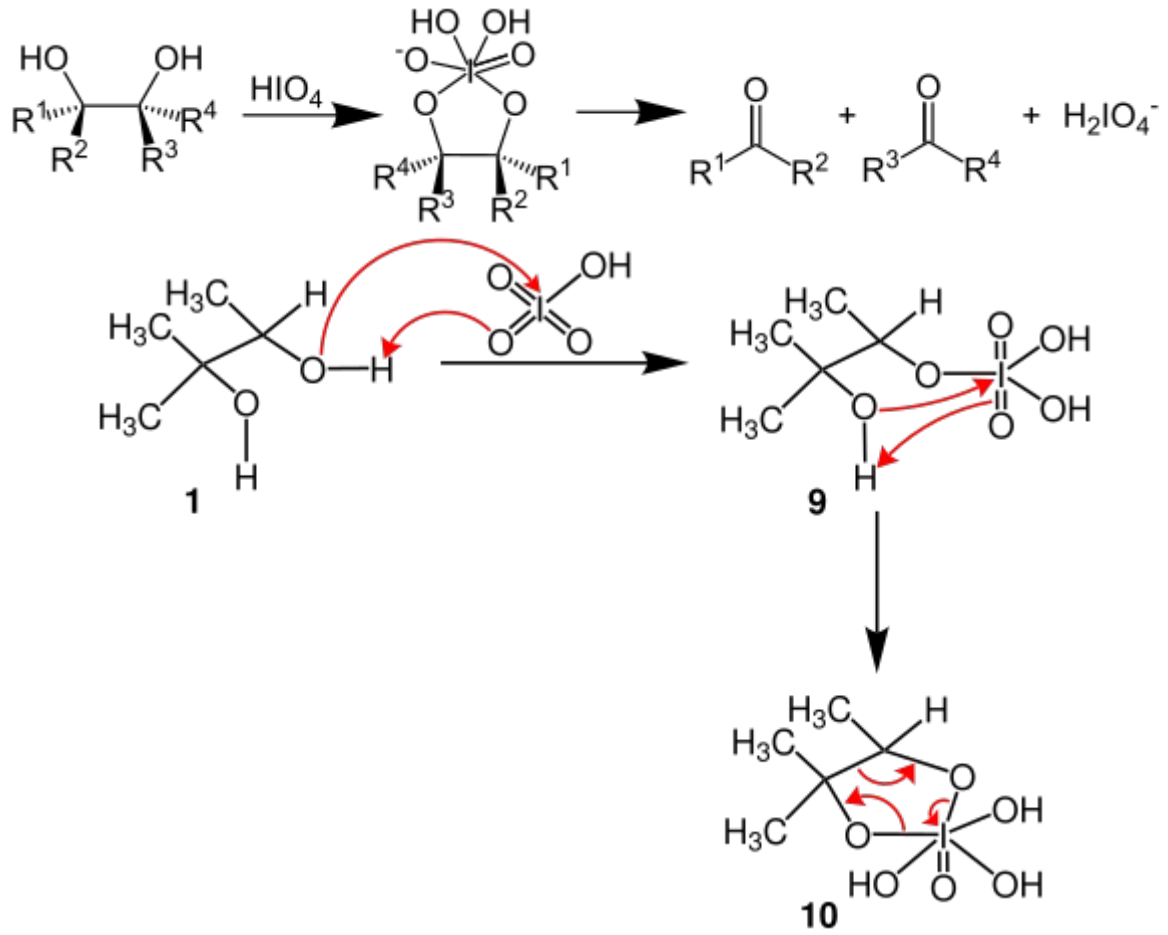
https://espanol.libretexts.org/Quimica/Qu%C3%ADmica_General/Estructura_y_Reactividad_en_Qu%C3%ADmica_Org%C3%A1nica%2C_Biol%C3%B3gica_e_Inorg%C3%A1nica_V%3A_Reactividad_en_Qu%C3%ADmica_Org%C3%A1nica%2C_Biol%C3%B3gica_e_Inorg%C3%A1nica_3/10%3A_Reacciones_bajo_control_orbital/10.08%3A_Oxidaciones_de_alquenos



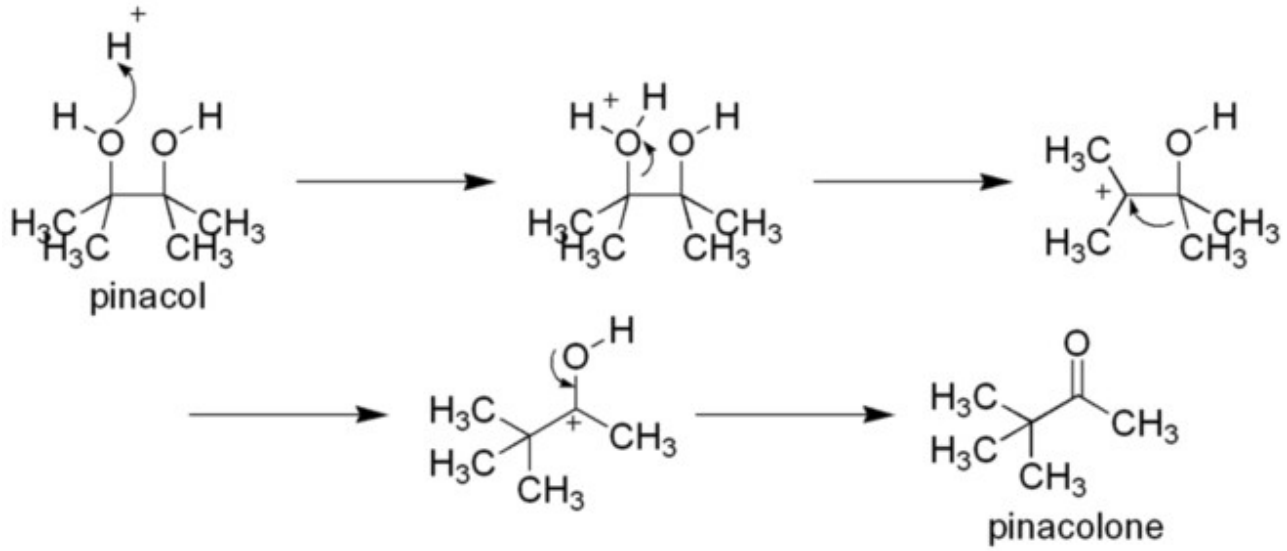
Apertura del epóxido en medio ácido para dar un diol vecinal
https://www.quimicaorganica.org/acidos-carboxilicos/136-quimica-organica/eteres-teoria/1083-apertura-de-eteres-ciclicos-epoxidos.html



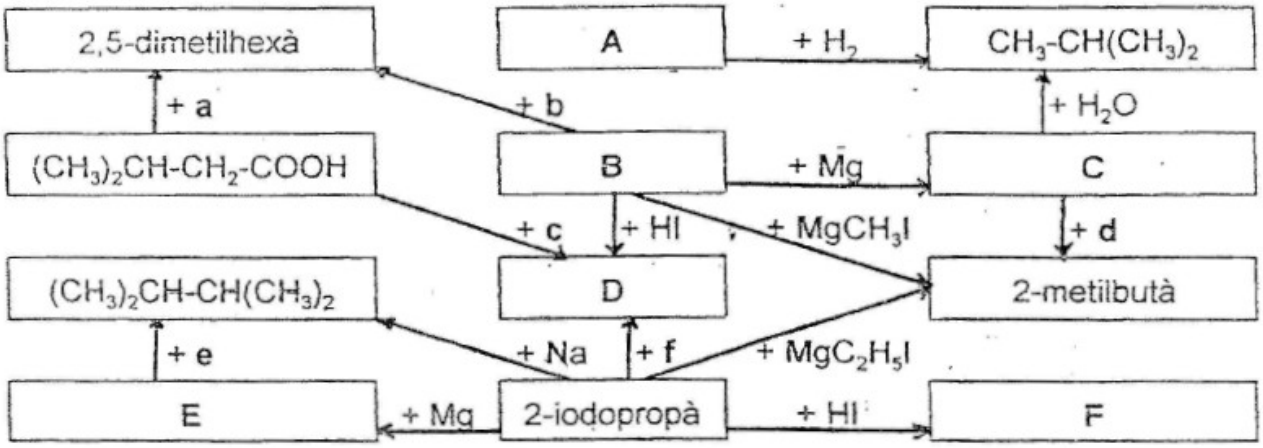
Ruptura oxidativa de un diol en dos aldehídos
https://es.wikipedia.org/wiki/Ruptura_de_glicol#Escisi%C3%B3n_oxidativa_de_Malaprade



Formación de cetona a partir de diol por transposición pinacólica
https://en.wikipedia.org/wiki/Pinacol_rearrangement



B5. Completar el següent cuadre, anomenar i/o formular els productes que hi intervenen i donar els reactius i les condicions necessàries per fer cada transformació.



Completar el siguiente cuadro, nombrar y/o formular los productos que intervienen y dar los reactivos y condiciones necesarias para realizar cada transformación.

Hay compuestos en catalán que en castellano son 2,5-dimetilhexano, 2-metilbutano, 2-iodopropano

En total en el cuadro hay 12 casillas con 15 flechas entre ellas; no hay una manera clara se seguir una secuencia para indicarlas todas, se intenta seguir un orden alfabético dentro de lo posible. En varios casos (por ejemplo C + H_2O → CH_3-$CH(CH_3)_2$, 2-yodopropano + Na → $(CH_3)_2CH$-$CH(CH_3)_2$) parece que uno de los reactivos no aparece en productos: se tiene que entender que aparece en otro producto no indicado, no que se están agrupando varios pasos.

1. A + H_2 → CH_3-$CH(CH_3)_2$
Reactivos: **A: CH_2=$C(CH_3)_2$ (2-metilpropeno ó isobuteno)**
Condiciones: catalizador Ni/Pd/Pt
Productos: CH_3-$CH(CH_3)_2$ (metilpropano o isobutano)
Tipo reacción: adición, hidrogenación catalítica

2. C + H_2O → CH_3-$CH(CH_3)_2$
Como no aparece H_2O en el producto indicado, una opción es que C sea un reactivo de Grignard (que se ve en paso de B a C). Tomamos como halógeno I.
Reactivos: **C: $(CH_3)_2CH$-CH_2MgI (yoduro de 2-metilpropilmagnesio ó yoduro de isobutilmagnesio)**, H_2O agua
Productos: CH_3-$CH(CH_3)_2$ (metilpropano o isobutano), Mg(OH)I Hidróxidoyoduro de magnesio
Tipo reacción: hidrólisis
Reacción completa: $(CH_3)_2CH$-CH_2MgI + H_2O → CH_3-$CH(CH_3)_2$ + Mg(OH)I

3. B + Mg → C *(C ya identificado como $(CH_3)_2CH$–CH_2MgI)*
Reactivos: **B: $(CH_3)_2CH$-CH_2I (1-yodo-2-metilpropano, bromuro de isobutilo)**
Productos: **C: $(CH_3)_2CH$-CH_2MgI (yoduro de 2-metilpropilmagnesio ó yoduro de isobutilmagnesio)**

Tipo de reacción: síntesis de Grignard
Reacción completa: $(CH_3)_2CH\text{-}CH_2I + Mg \rightarrow (CH_3)_2CH\text{-}CH_2MgI$

4. B + $MgCH_3I$ → 2-metilbutano *(B ya identificado como $(CH_3)_2CH\text{-}CH_2I$)*
Reactivos: **B: $(CH_3)_2CH\text{-}CH_2I$ (1-yodo-2-metilpropano, bromuro de isobutilo),** $MgCH_3I$ (yoduro de metilmagnesio, reactivo de Grignard)
Produtos: $CH_3\text{-}CH(CH_3)\text{-}CH_2\text{-}CH_3$ 2-metilbutano, MgI_2 diyoduro de magnesio
Tipo de reacción: alquilación de Grignard
Reacción completa: $(CH_3)_2CH\text{-}CH_2I + MgCH_3I \rightarrow CH_3\text{-}CH(CH_3)\text{-}CH_2\text{-}CH_3 + MgI_2$

5. C + d → 2-metilbutano *(C ya identificado como $(CH_3)_2CH\text{–}CH_2MgI$)*
Reactivos: **C: C: $(CH_3)_2CH\text{-}CH_2MgI$ (yoduro de 2-metilpropilmagnesio ó yoduro de isobutilmagnesio)**, **d: CH_3I yoduro de metilo**
Productos: $CH_3\text{-}CH(CH_3)\text{-}CH_2\text{-}CH_3$ 2-metilbutano
Tipo reacción: alquilación de Grignard
Reacción completa: $(CH_3)_2CH\text{-}CH_2MgI + CH_3I \rightarrow CH_3\text{-}CH(CH_3)\text{-}CH_2\text{-}CH_3 + Mg(OH)I$

6. B + HI → D *(B ya identificado como $(CH_3)_2CH\text{-}CH_2I$)*
Reactivos: **B: $(CH_3)_2CH\text{-}CH_2I$ (1-yodo-2-metilpropano, bromuro de isobutilo)**, HI yoduro de hidrógeno
Productos: **D: $CH_3\text{-}CH(CH_3)_2$ (metilpropano o isobutano)**, I_2 yodo molecular
Tipo de reacción: reducción de haloalcanos
$(CH_3)_2CH\text{-}CH_2I + HI \rightarrow CH_3\text{-}CH(CH_3)_2 + I_2$

7. B + b → 2,5-dimetilhexano *(B ya identificado como $(CH_3)_2CH\text{-}CH_2I$)*
Reactivos: **B: $(CH_3)_2CH\text{-}CH_2I$ (1-yodo-2-metilpropano, bromuro de isobutilo), b: Na**
Productos: $(CH_3)_2CH\text{-}(CH_2)_2\text{-}CH(CH_3)_2$ 2,3-dimetilhexano, NaI yoduro de sodio
Tipo reacción: reacción de Wurtz https://es.wikipedia.org/wiki/Reacci%C3%B3n_de_Wurtz
Reacción completa: $2(CH_3)_2CH\text{-}CH_2I + 2Na \rightarrow (CH_3)_2CH\text{-}(CH_2)_2\text{-}CH(CH_3)_2 + 2NaI$

8. $(CH_3)_2CH\text{-}CH_2\text{-}COOH$ + a → 2,5-dimetilhexano
Reactivos: $(CH_3)_2CH\text{-}CH_2\text{-}COOH$ ácido 4-metilpentanoico, **a: NaOH**
Productos: $(CH_3)_2CH\text{-}(CH_2)_2\text{-}CH(CH_3)_2$ 2,3-dimetilhexano, CO_2 dióxido de carbono, H_2O agua
Tipo reacción: electrólisis de Kolbe https://es.wikipedia.org/wiki/Electr%C3%B3lisis_de_Kolbe
Reacción completa: $2(CH_3)_2CH\text{-}CH_2\text{-}COOH + 2NaOH \rightarrow (CH_3)_2CH\text{-}(CH_2)_2\text{-}CH(CH_3)_2 + 2CO_2 + 2H_2O$

9. $(CH_3)_2CH\text{-}CH_2\text{-}COOH$ + c → D *(D ya identificado como $CH_3\text{-}CH(CH_3)_2$)*
Reactivos: Reactivos: $(CH_3)_2CH\text{-}CH_2\text{-}COOH$ ácido 4-metilpentanoico, **c: HI yoduro de hidrógeno**
Productos: **D: $CH_3\text{-}CH(CH_3)_2$ (metilpropano o isobutano)**, CO_2 dióxido de carbono, H_2O agua, I_2 yodo molecular
Tipo de reacción: reducción decarboxilativa con HI
Reacción completa: $(CH_3)_2CH\text{-}CH_2\text{-}COOH + 6HI \rightarrow CH_3\text{-}CH(CH_3)_2 + 2H_2O + 3I_2 + CO_2$

10. 2-yodopropano + f → D *(D ya identificado como $CH_3\text{-}CH(CH_3)_2$)*
Reactivos: $CH_3\text{-}CHI\text{-}CH_3$ 2-yodopropano, **f: $LiAlH_4$ tetrahidruro de aluminio y litio**
Productos: **D: $CH_3\text{-}CH(CH_3)_2$ (metilpropano o isobutano)**, LiI yoduro de litio, AlH_3 trihidruro de

aluminio
Tipo de reacción: reducción de haloalcanos
Reacción completa: CH_3-CHI-CH_3 + $LiAlH_4$ → CH_3-$CH(CH_3)_2$ + LiI + AlH_3

11. 2-yodopropano + Na → $(CH_3)_2$CH-$CH(CH_3)_2$
Reactivos: CH_3-CHI-CH_3 2-yodopropano, Na sodio
Productos: $(CH_3)_2$CH-$CH(CH_3)_2$ 2,3-dimetilbutano
Tipo reacción: reacción de Wurtz https://es.wikipedia.org/wiki/Reacci%C3%B3n_de_Wurtz
Reacción completa: 2CH_3-CHI-CH_3 + 2Na → $(CH_3)_2$CH-$CH(CH_3)_2$ +2NaI

12. 2-yodopropano + Mg→ E
Reactivos: CH_3-CHI-CH_3 2-yodopropano, Mg mangesio
Productos: **E: CH_3-CH(MgI)-CH_3 yoduro de isopropilmagnesio** (reactivo de Grignard)
Tipo reacción: formación de reactivo de Grignard
Reación completa: CH_3-CHI-CH_3 + Mg → CH_3-CH(MgI)-CH_3

13. E+e → $(CH_3)_2$CH-$CH(CH_3)_2$
Reactivos: **E: CH_3-CH(MgI)-CH_3 yoduro de isopropilmagnesio** (reactivo de Grignard), **e: I_2 yodo molecular**
Productos: $(CH_3)_2$CH-$CH(CH_3)_2$ 2,3-dimetilbutano, MgI_2 diyoduro de magnesio
Tipo de reacción: acoplamiento oxidativo de Grignard
Reacción completa: 2CH_3-CH(MgI)-CH_3 + I_2 → $(CH_3)_2$CH-$CH(CH_3)_2$ + 2MgI_2

14. 2-yodopropano + MgC_2H_5I → 2-metilbutano
Reactivos: CH_3-CHI-CH_3 2-yodopropano, MgC_2H_5I (CH_3-CH_2MgI) yoduro de etilmagnesio
Productos: CH_3-$CH(CH_3)$-CH_2-CH_3 2-metilbutano, , MgI_2 diyoduro de magnesio
Tipo de reacción: alquilación de Grignard
Reacción completa: $(CH_3)_2$CHI + MgC_2H_5I → CH_3-$CH(CH_3)$-CH_2-CH_3 + MgI_2

15. 2-yodopropano + HI → F
Reactivos: CH_3-CHI-CH_3 2-yodopropano, HI yoduro de hidrógeno
Productos: **F: CH_3-CH_2-CH_3 propano**, I_2 yodo molecular
Tipo reacción: reducción de haloalcanos
Reacción completa: CH_3-CHI-CH_3 + HI → CH_3-CH_2-CH_3 + I_2

enrique@fiquipedia.es Revisado 15 mayo 2025

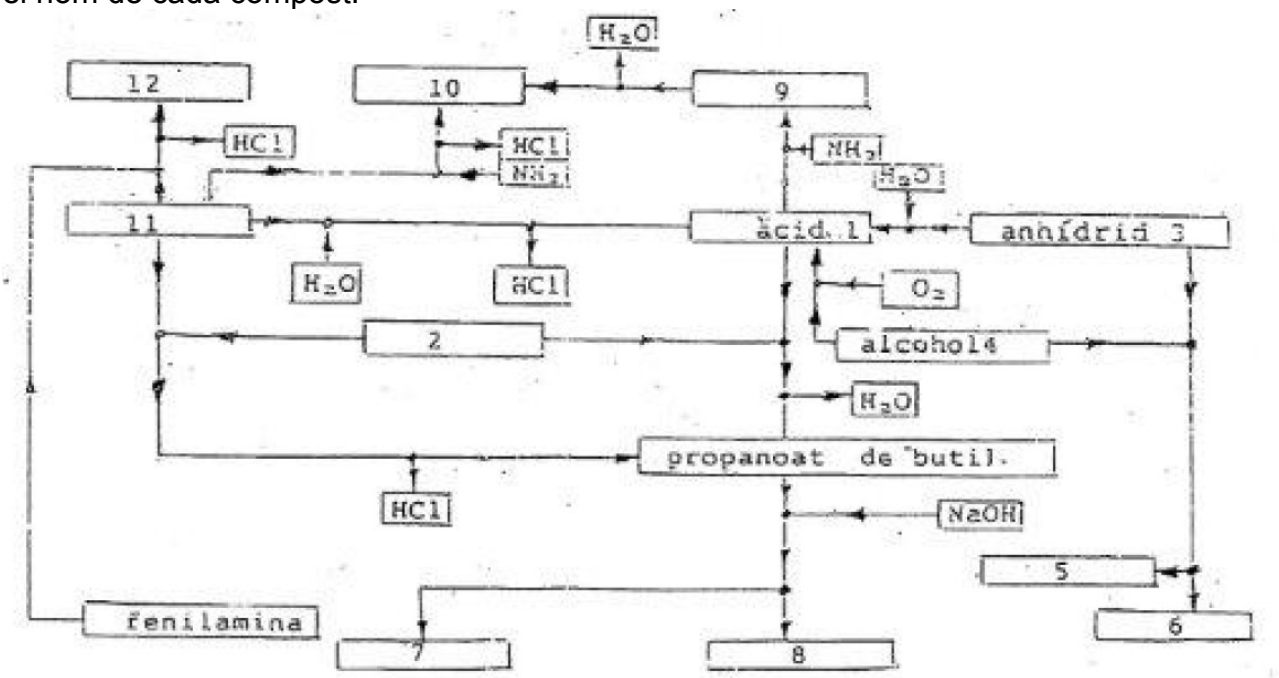
Química

3. Un hidrocarburo A reacciona con cloruro de propilo en presencia de tricloruro de aluminio. El producto se trata con una disolución concentrada de permangato de potasio, originándose un compuesto B. Dicho compuesto B es tratado sucesivamente con tricloruro de fósforo, agua e hidróxido de amonio obteniéndose benzoato de amonio.
Se pide:
a) Identificar los compuestos A y B.
b) Escribir las reacciones completas que tienen lugar entre el compuesto B y los sucesivos reactivos indicados hasta llegar al benzoato de amonio (no es preciso ajustarlas)

a) La reacción de A con cloruro de propilo (CH_3-CH_2-CH_2-Cl) y tricloruro de aluminio ($AlCl_3$) sugiere una alquilación de Friedel-Crafts a un aromático.
https://es.wikipedia.org/wiki/Reacci%C3%B3n_de_Friedel-Crafts
Como el producto final es benzoato de amonio, sugiere que B es ácido benzoico, que proviene de la oxidación de una cadena lateral de un benceno, que sería la añadida a un benceno con la alquilación inicial.
A: C_6H_6 benceno
Producto intermedio: C_6H_5-CH_2-CH_2-CH_3 propilbenceno
B: C_6H_5-COOH ácido benzoico
b) Paso 1: B + tricloruro de fósforo
C_6H_5-COOH + PCl_3 → C_6H_5-COCl + H_3PO_3
ácido benzoico + tricloruro de fósforo → cloruro de benzoilo + ácido fosforoso
Paso 2: producto de paso 1 + agua
C_6H_5-COCl + H_2O → C_6H_5-COOH + HCl
cloruro de benzoilo + agua → ácido benzoico + cloruro de hidrógeno
Paso 3: producto de paso 2 + hidróxido de amonio
C_6H_5-COOH + NH_4OH → $NH_4C_6H_5$-COO + H_2O

enrique@fiquipedia.es Revisado 7 junio 2016

Prova pràctica: primera part
Escolliu 4 problemes d'entre els 5 següentes:
4. En l'organigrama següent, els rectangles corresponden a molècules orgàniques formades per reacció entre dos compostos situats, igualment, en els rectangles. El sentit de les transformacions està indicat per les fletxes: quan dues fletxes concurreixen en un punt · significa que hi ha reacció química. Els rectangles petits corresponden a compostos moleculars minerals (HCl, NH_3, H_2O, …) o a compostos iónics (NaOH, …).
Ompliu totes les caselles numerades del 1 al 12, donant la formula semidesenvolupada i el nom de cada compost.



4. En el organigrama siguiente, los rectángulos corresponden a moléculas orgánicas formadas por reacción entre dos compuestos situados, igualmente, en los rectángulos. El sentido de las transformaciones está indicado por las flechas: cuando dos flechas concurren en un punto · significa que hay reacción química. Los rectángulos pequeños corresponden a compuestos moleculares minerales (HCl, NH_3, H_2O, ...) o compuestos iónicos (NaOH, ...).
Llene todas las casillas numeradas del 1 al 12, dando la fórmula semidesarrollada y el nombre de cada compuesto.

Comenzamos por el compuesto que tiene nombre completo, propanoato de butilo
La reacción del ácido 1 con el compuesto 2 da propanoato de butilo liberando agua, es una esterificación
1: CH_3-CH_2-COOH ácido propanoico
2: CH_3-CH_2-CH_2-CH_2OH butan-1-ol
El ácido 1 se puede obtener añadiendo agua a un anhídrido; es una hidrólisis de anhídrido
3: CH_3-CH_2-CO-O-CO-CH_2-CH_3 anhídrido propanoico
El alcohol 4 combinado con O_2 da el ácido 1; se está indicando una oxidación
4: CH_3-CH_2-CH_2OH propan-1-ol
El alcohol 4 con el anhídrido produce dos compuestos 5 y 6: se forma un éster y un ácido
5: CH_3-CH_2-COO-CH_2-CH_2-CH_3 propanoato de propilo

6: CH_3-CH_2-COOH ácido propanoico

El propanoato de butilo reacciona con NaOH y produce 8: es una hidrólisis básica/saponificación.

7: CH_3-CH_2-COONa propanoato de sodio

8: CH_3-CH_2-CH_2-CH_2OH butan-1-ol

El ácido reacciona con NH_3 para dar 9, que es una amida

9: CH_3-CH_2-CO-NH_2 propanamida

La amida reacciona perdiendo agua; es una deshidratación que produce nitrilo

10: CH_3-CH_2-CN propanonitrilo

El compuesto 11 con el 2 da propanoato de butilo liberando HCl: es un haluro de ácido

11: CH_3-CH_2-CO-Cl cloruro de propanoilo

A partir de 11, liberando HCl y añadiendo NH_3 se obtiene 10

A partir de 11, con fenilamina y HCl se obtiene 12

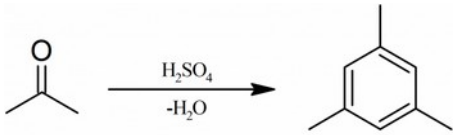
El cloruro de acilo se adiciona a la fenilamina. Se forma una amida, no se produce una acilación de Friedel-Crafts en posición meta porque no se indica que haya un ácido de Lewis como catalizador para formar el ion acilo.

12: N-fenilpropanamida

B6. Indiqueu les reaccions, reactius i aquelles condicions especials que creieu necessàries per preparar mesitilè (1,3,5-trimetilbenzé) a partir de carbó com a única font de carboni.

Indique las reacciones, reactivos y aquellas condiciones especiales que crea necesarias para preparar mesitileno (1,3,5-trimetilbenceno) a partir de carbón como única fuente de carbono.

1. Gasificación del carbón
Reactivos: carbón mineral (alta pureza en carbono).
Condiciones: presencia de H_2O y O_2 a altas temperaturas 900-1500 ºC
Reacciones:
$C + H_2O \rightarrow CO + H_2$ (reacción endotérmica)
$C + ½O_2 \rightarrow CO$ (reacción endotérmica)
La mezcla de $CO + H_2$ se denomina syngas (gas de síntesis)
(También se podría obtener gas de síntesis realizando primero la pirólisis del carbón a unos 1000 °C en ausencia de aire para obtener coque, y luego realizar la gasificación del coque)
https://www.eii.uva.es/organica/qoi/tema-04.php
2. Síntesis de metanol desde gas de síntesis
Reactivos: CO monóxido de carbono y H_2 hidrógeno molecular
Condiciones: Catalizador de $Cu/ZnO/Al_2O_3$ a 250 °C y 50-100 bar.
Reacciones:
$CO+2H_2 \rightarrow CH_3OH$
3. Carbonilación catalítica del metanol para obtener ácido acético
Reactivos: CH_3OH metanol y CO monóxido de carbono
Condiciones: 30 a 60 atm y150-200 °C
Reacciones:
$CH_3OH+CO \rightarrow CH_3COOH$
https://es.wikipedia.org/wiki/Proceso_Monsanto
4. Obtención de acetato de calcio
Reactivos: CH_3COOH ácido acético y $Ca(OH)_2$ hidróxido de calcio
Reacciones:
$CH_3COOH + Ca(OH)_2 \rightarrow Ca(CH_3COO)_2 + 2H_2O$
5. Destilación seca de acetato de calcio para obtener acetona
Reactivos: $Ca(CH_3COO)_2$ acetato de calcio
Condiciones: 400 ºC
Reacciones:
$Ca(CH_3COO)_2 + calor \rightarrow CH_3\text{-}CO\text{-}CH_3 + CaCO_3$
https://es.wikipedia.org/wiki/Acetato_de_calcio
6. Síntesis de mesitileno vía trimerización de acetona
Reactivos: $CH_3\text{-}CO\text{-}CH_3$ acetona + ácido sulfúrico concentrado.
Condiciones: deshidratación en medio ácido a 100-150 °C.
Reacciones:
$3CH_3\text{-}CO\text{-}CH_3 + H_2SO_4 \rightarrow C_6H_3(CH_3)_3 + 3H_2O$



https://www.prepchem.com/synthesis-of-mesitylene/
Otra reacción: Método catalítico para la síntesis de mesitileno a partir de acetona (publicación en 2021) https://patents.google.com/patent/ES2792176B2/es

Q2. A 25 ºC, la conductividad molar de una disolución acuosa 0,01 molar de ácido acético es $1,620 \cdot 10^{-3}\ \Omega^{-1} \cdot m^2 \cdot mol^{-1}$ y la conductividad molar límite a dilución infinita es $39,07 \cdot 10^{3}\ \Omega^{-1} \cdot m^2 \cdot mol^{-1}$. Calcúlese:
1. El pH de la disolución 0,01 molar de ácido acético, a 25 ºC.
2. La conductividad molar y el pH de una disolución acuosa 0,1 molar de ácido acético a 25 ºC.

1. La conductividad molar (Λ) es la conductividad de una disolución que contiene 1 mol de electrolito en un volumen dado, y depende de la concentración.
La conductividad molar límite (Λ_0) es el valor de Λ cuando la concentración tiende a cero (dilución infinita), donde el electrolito está completamente disociado y los iones no interactúan entre sí.
Se relacionan con α porque en un electrolito débil (como el ácido acético), solo una fracción α de las moléculas se disocia en iones, por lo que la conductividad molar (Λ) es proporcional al número de iones presentes, que a su vez depende de α. En dilución infinita (Λ_0), todas las moléculas están disociadas (α=1), y la conductividad alcanza el valor máximo.
Por ello $\Lambda = \alpha \cdot \Lambda_0 \rightarrow \alpha = \Lambda / \Lambda_0$, siendo válido en electrolitos débiles, donde $\alpha << 1$
En este caso $\alpha = \Lambda / \Lambda_0 = 1,620 \cdot 10^{-3} / 39,07 \cdot 10^{-3} = 4,146 \cdot 10^{-2}$
Si planteamos la disociación del ácido

	$CH_3\text{-}COOH \rightleftharpoons$	$CH_3\text{-}COO^-$	$+ H^+$
Inic	c_0	0	0
Eq	$c_0(1-\alpha)$	$c_0\alpha$	$c_0\alpha$

$pH = -\log_{10}([H^+]) = -\log_{10}(0,01 \cdot 4,146 \cdot 10^{-2}) = 3,38$
2. Calculamos la disociación para esta nueva concentración, calculando primero la constante del ácido acético con los datos del primer apartado

$$K_a = \frac{c_0 \alpha^2}{1-\alpha} = \frac{0,01 \cdot (4,146 \cdot 10^{-2})^2}{1 - 4,146 \cdot 10^{-2}} = 1,79 \cdot 10^{-5}$$

Para esta nueva concentración y usando la misma constante

$$K_a = \frac{c'_0 \alpha'^2}{1-\alpha'} \Rightarrow 1,79 \cdot 10^{-5} = \frac{0,1 \cdot \alpha'^2}{1-\alpha'}$$ Asumiendo $\alpha' << 1$

$$\alpha' = \sqrt{\frac{1,79 \cdot 10^{-5}}{0,1}} = 1,338 \cdot 10^{-2}$$

Asumiendo mismo valor de Λ_0
$\Lambda' = \alpha' \cdot \Lambda_0 = 1,338 \cdot 10^{-2} \cdot 39,07 \cdot 10^{-3} = 0,523\ \Omega^{-1} \cdot m^2 \cdot mol^{-1}$
$pH' = -\log_{10}([H^+]') = -\log_{10}(0,1 \cdot 1,338 \cdot 10^{-2}) = 2,87$

enrique@fiquipedia.es Revisado 24 diciembre 2015
CC BY

CUESTIONES DE QUÍMICA

De entre las cuestiones 5, 6, 7 y 8 que a continuación se proponen, el aspirante elegirá libremente y contestará a 3 de ellas.

6.- Un hidrocarburo A adiciona bromo dando el compuesto B, que con tratamiento con $NaNH_2$ forma el compuesto C y 2 moles de HBr. Éste, por tratamiento con Na da un producto que, por acción del yoduro de metilo, origina un cuerpo D, el cual adiciona hidrógeno en presencia de Pd como catalizador, dando una sustancia E. Sabiendo que el producto E decolora el agua de bromo, y que su oxidación con permanganato potásico concentrado y caliente origina ácido acético como único producto, identificar las sustancias A, B, C, D y E.

Ácido acético es ácido etanoico, CH_3-COOH.

Si se obtiene a partir de E que decolora el agua de bromo, quiere decir que tiene un doble enlace que adiciona Br_2, y para que por oxidación origine un único producto, E será CH_3-CH=CH-CH_3, but-2-eno.

Si E se obtiene por adición de hidrógeno sobre D, el compuesto D debe tener un triple enlace, y será CH_3-C≡C-CH_3, but-2-ino.

Si D se obtiene por tratamiento de C con Na y yoduro de metilo, C será alquino terminal, CH_3-C≡CH, propino.

El hidrocarburo A adiciona bromo, luego tiene enlace doble, y será CH_3-CH=CH_2 , propeno.

El compuesto B con el bromo adicionado será CH_3-CHBr-CH_2Br, 1,2-dibromopropano

enrique@fiquipedia.es Revisado 2 mayo 2025
CC BY SA

PROBLEMAS DE QUÍMICA

5. De un compuesto X se sabe que contiene 31,8% de carbono, 4,64% de hidrógeno. La fusión de 0,1535 g de X con Na_2O_2 acidificando con ácido nítrico y precipitándolo con nitrato de plata produjo 0,1910 g de bromuro de plata. Determinar la fórmula empírica de X. Si X se trata con óxido de plata húmedo, se obtiene un producto de reacción neutra que por oxidación con permanganato potásico alcalino produce un ácido monobásico del mismo número de átomos de carbono que X. El ácido producido a partir de 0,2392 g de X consume 15,84 mL de disolución 0,1 N de hidróxido sódico para su neutralización. Proponer la estrucutura posible de X.

No son datos masas atómicas: asumimos H=1,0; C=12,0; O=16; Ag=107,9; Br=79,9

El compuesto tiene 31,8% de C y 4,64% de H, que solo suman un 36,44%, y quedan otros elementos, del que al menos uno es bromo.
Calculamos el % en bromo ya que todo el bromo del AgBr proviene de los 0,1535 g de X.
La masa molar de AgBr es 107,9+79,9=187,8 g/mol AgBr

$$0{,}1910\,\cancel{g\ AgBr}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\ AgBr}}{187{,}8\,\cancel{g\ AgBr}}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\ Br}}{1\,\cancel{mol\ AgBr}}\cdot\frac{79{,}9\,g\ Br}{1\,\cancel{mol\ AgBr}}=0{,}0813\,g\ Br$$

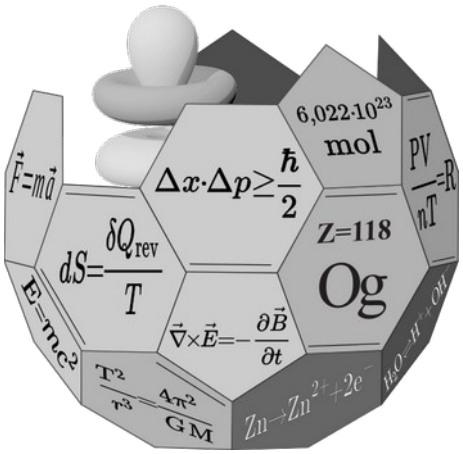
%Br =0,0813/0,1535=0,5296=52,96%
Con Ag_2O se oxida a compuesto neutro (aldehído o cetona) y la oxidación con $KMnO_4$ da un ácido monobásico luego se puede pensar que X es un alcohol primario y tiene oxígeno.
Asumimos que el % restante es de oxígeno: %O=100-36,44-52,96=10,6%
Calculamos la fórmula empírica tomando 100 g de muestra por lo que podemos utilizar los porcentajes como masas de cada elemento
n(C)=31,8/12=2,65 mol C
n(H)=4,64/1=4,64 mol H
n(Br)=52,96/79,9=0,663 mol Br
n(O)=10,6/16=0,663 mol O
Dividimos por el menor de ellos
C → 2,65/0,663≈4
H → 4,64/0,663≈7
Br → 0,663/0,663=1
O → 0,663/0,663=1
La fórmula empírica de X es C_4H_7BrO
La masa molar de la fórmula empírica es 12·4+7+79,9+16=150,9 g/mol
Planteamos la neutralización del ácido derivado de X.

$$0{,}2392\,\cancel{g\ X}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\ X}}{M\,\cancel{g\ X}}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\ ácido}}{1\,\cancel{mol\ X}}\cdot\frac{1\,\cancel{mol\ NaOH}}{1\,\cancel{mol\ ácido}}\cdot\frac{1\,L}{0{,}1\,\cancel{mol\ NaOH}}=0{,}01584\,L$$

$$M=\frac{0{,}2392}{0{,}01584\cdot 0{,}1}=151\,g/mol\ X$$

La fórmula molecular de X es igual a la empírica C_4H_7BrO.
El número de instaturaciones es C+1-H/2-X/2+N/2=4-7/2-1/2=1
Si el alcohol primario pasa a ácido, pierde 2 H y se añade un O, la masa molar varía16-2=+14.
La fórmula molecular del ácido es $C_4H_5BrO_2$ y su masa molar 165 g/mol ácido
Planteamos un alcohol primario de 4 carbonos con un bromo y una insaturación
Descartamos doble enlace en posición 1 con alcohol primario en posición 1: tautomería cetona enol
Descartamos doble enlace en posición 3: al oxidarse con $KMnO_4$ podría romperse el doble enlace y

no dar ácido de 4 carbonos.
El doble enlace debe estar en posición 2, no se rompe con oxidación suave con KMnO4 y pasa el alcohol primario a ácido.
Descartamos bromo en carbono de doble enlace con hibridación sp^2 que no liberaría fácilmente Br^- con Na_2O_2, debe estar en un carbono con hibridación sp^3.
La estructura posible de X sería $BrCH_2$-CH=CH-CH_2OH (4-bromobut-2-en-1-ol), ácido asociado $BrCH_2$-CH=CH-COOH, $C_4H_5BrO_2$



Problemas resueltos oposiciones Física y Química

Recopilación revisada 4 septiembre 2025

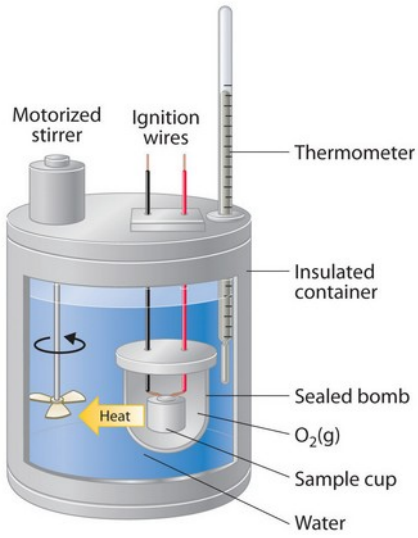
General / Laboratorio

enrique@fiquipedia.es

CC BY SA

EJERCICIO 5 (2,5 PUNTOS)
En una bomba calorimétrica instalada en un vaso calorimétrico, se quemó una pastilla con una cantidad de ácido benzoico de 0,4210 g. La temperatura del sistema aumentó de 22,4 a 24,8 ºC.
a) Indique cómo realizaría la práctica y el material necesario para la misma, (Hasta 1,2p)
b) Determine la capacidad calorífica del sistema calorimétrico, sabiendo que la entalpía de combustión del ácido benzoico es ΔH= -3227 kJ/mol, a 25 ºC. (Hasta 0,8 p)
c) ¿Qué requisitos ha de reunir una reacción para poder determinar directamente su calor de reacción mediante este método? (Hasta 0,5 p)
Datos: Masas molares (g/mol): H: 1,01; C:12,01; O: 16,00.
R= 0,082 atm·L/K^{-1}·mol^{-1} = 8,31 J·K^{-1}·mol^{-1}

a) Material necesario para la práctica:



- Bomba calorimétrica: recipiente sellado resistente a altas presiones donde se realiza la combustión. Opcionalmente puede colocarse un crisol en su interior.
- Vaso calorimétrico: recipiente aislado térmicamente que rodea la bomba y contiene agua para medir cambios de temperatura.
- Agua para el vaso calorimétrico.
- Termómetro: mide la temperatura del agua y tiene que ser sensible a cambios pequeños de temperatura. Puede ser analógico o digital.
- Agitador: para que la temperatura del agua en el vaso calorimétrico sea homogénea. Puede ser manual o con un motor.
- Cables de ignición: permiten iniciar la combustión en la muestra dentro de la bomba una vez que el montaje está listo.
- Sistema de ignición eléctrica: genera la chispa que inicia la combustión.
- Pastilla de ácido benzoico: muestra a quemar de masa conocida.
- Oxígeno: se introduce en la bomba para asegurar la combustión completa.

Imagen en inglés tomada de
https://users.highland.edu/~jsullivan/principles-of-general-chemistry-v1.0/s09-03-calorimetry.html
Procedimiento para realizar la práctica:

- Preparación de la pastilla: se pesa una cantidad exacta de ácido benzoico (0,4210 g) y se compacta en forma de pastilla.
- Montaje de la bomba calorimétrica:
  - Colocar la pastilla en la bomba (en el crisol si procede)
  - Colocar los cables de ignición tocando la pastilla.
  - Cerrar herméticamente la bomba e introducir oxígeno a presión.
  - Llenar el vaso calorimétrico con una cantidad conocida de agua.
  - Colocar la bomba en el vaso calorimétrico asegurando que hay buen contacto térmico con el agua.
- Medida de la temperatura inicial (22,4 °C) asegurando que es estable.
- Activar el sistema de ignición para iniciar la combustión.
- Medida de la temperatura máxima (24.8 °C) asegurando que es un máximo.

- Uso de los datos para calcular la capacidad calorífica del sistema.

b) Cálculo de la capacidad calorífica del sistema (C)

Masa molar del ácido benzoico (C_6H_5COOH)=7·12,01+6·1,01+2·16,00=122,13 g/mol C_6H_5COOH

Planteamos el equilibrio $Q_{liberado}=-Q_{absorbido}$

$$0{,}4210\,\cancel{g\,C_6H_5COOH}\cdot\frac{1\,mol\,g\,C_6H_5COOH}{122{,}13\,\cancel{g\,C_6H_5COOH}}\cdot\frac{-3227\,kJ}{1\,mol\,g\,C_6H_5COOH}=-C\cdot(24{,}8-22{,}4)$$

$$-11{,}124=-C\cdot 2{,}4$$

$$C=\frac{11{,}124}{2{,}4}=4{,}63\,kJ/ºC$$

Se asume que la combustión es completa, que todo el calor liberado es absorbido por el sistema calorimétrico (no se considera el equivalente en agua del calorímetro) y que la capacidad específica tiene el mismo valor entre las temperaturas medidas.

c) Para que una reacción pueda ser estudiada para poder determinar directamente su calor de reacción por este método con una bomba calorimétrica, la reacción debe:

- Ser combustión: la sustancia reacciona completamente con oxígeno.
- Rápida: minimizar pérdidas al entorno
- Completa: no debe haber productos intermedios que afecten a las medidas.
- Liberar suficiente energía para que produzca una variación de temperatura que se pueda medir con suficiente precisión.

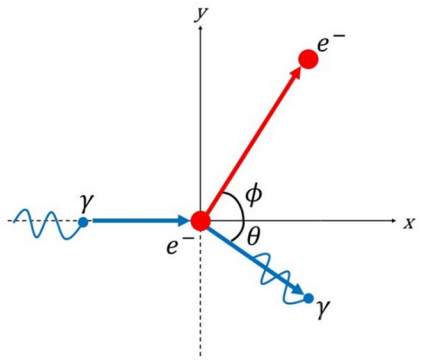
Elija una opción completa de problemas, A o B (máximo 8 puntos).
- Elija una opción completa de ejercicios, C o D (máximo 2 puntos).
- No se pueden mezclar problemas ni ejercicios de diferentes opciones. En caso de hacerlo, se corregirá el que aparezca presentado en primer lugar.

EJERCICIOS: opción D

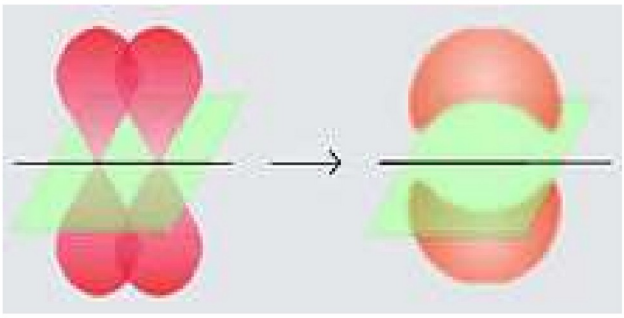
5) A partir de las imágenes gráficas propuestas (ver página anexa), responda a las cuestiones:

a) Nombre y describa brevemente el proceso simbolizado en cada modelo. (0.2 puntos cada uno)

a) Modelo F



a) Modelo Q



b) Identifique las fórmulas e indique un ejemplo concreto de su aplicación. (0.2 puntos cada una)

b) Fórmula F

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{(n-1)d}{nR_1R_2}\right]$$

b) Fórmula Q

$$ln\frac{P_2}{P_1} = -\frac{\Delta H}{R}\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)$$

c) Identifique las leyes y señale las magnitudes físico-químicas que aparecen. (0.2 puntos cada una)

c) Ley F

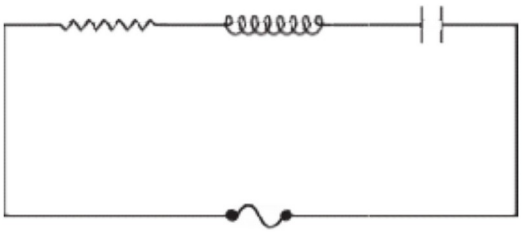
$$R = 6\pi r\eta v$$

c) Ley Q

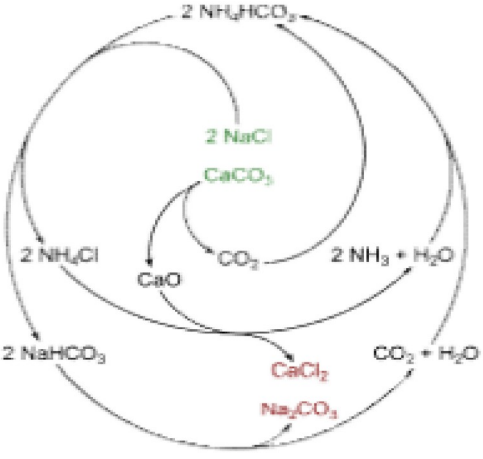
$$C = kP$$

d) Identifique los siguientes esquemas y diagramas y describa brevemente qué representan. (0.2 puntos cada uno)

d) Esquema F

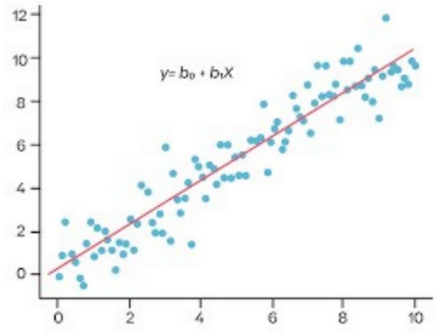


d) Esquema Q



e) Nombre las siguientes herramientas experimentales e indique un ejemplo de su aplicación (0.2 puntos cada una)

e) Herramienta experimental 1



e) Herramienta experimental 2

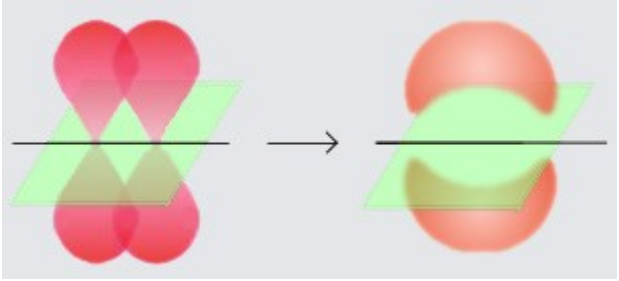
$$q = f(x, y, \dots, w)$$

$$\Delta q = \sqrt{(\frac{\partial f}{\partial x}\Delta x)^2 + (\frac{\partial f}{\partial y}\Delta y)^2 + \cdots + (\frac{\partial f}{\partial w}\Delta w)^2}$$

Este ejercicio combina Física (preguntas F) y Química (pregunta Q) de varios bloques, y herramientas experimentales comunes a Física y a Química, por lo que no se puede asociar soloa un bloque concreto.

a) Modelo F: el proceso simbolizado en el modelo es el efecto Compton: un fotón de alta energía incide sobre un electrón, y se produce una desviación del electrón conservándose el momento lineal, por lo que se trata de un fenómeno en el que el comportamiento del fotón es como partícula. https://es.wikipedia.org/wiki/Efecto_Compton

a) Modelo Q: el proceso simbolizado en el modelo es un enlace de dos orbitales p mediante un enlace π. La imagen está tomada de https://es.wikipedia.org/wiki/Enlace_%CF%80



https://es.wikipedia.org/wiki/Enlace_%CF%80

b) Fórmula F: la fórmula es la ecuación de lentes gruesas, donde d es el espesor de la lente a la altura del eje óptico.
http://www.revistacubanadefisica.org/RCFextradata/OldFiles/2018/Vol.35_No.1/RCF_35_1_32.pdf

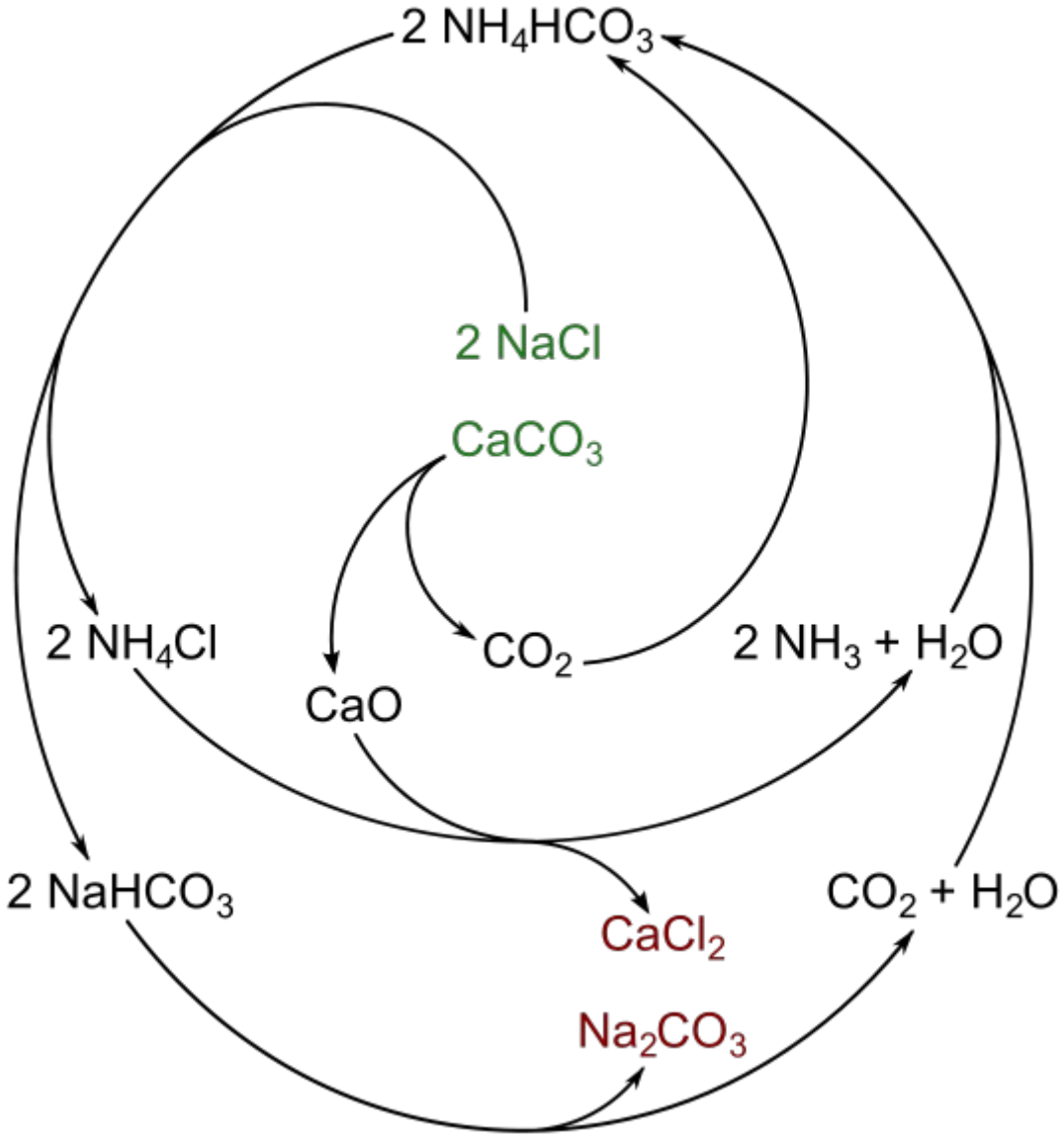
b) Fórmula Q: la fórmula es la ecuación de Clausius-Clapeyron integrada que usa presiones y entalpía de vaporización, similar a la ecuación de Van't Hoff en la que aparecen constantes de equilibrio y entalpía de reacción. https://en.wikipedia.org/wiki/Clausius%E2%80%93Clapeyron_relation#Ideal_gas_approximation_at_low_temperatures

c) Ley F: la ley indicada, R=6πrηv, es la ley de Stokes, que indica la fuerza de resistencia (magnitud R, unidades N) de un objeto esférico (radio, magnitud r, unidades m) que se mueve en un fluido viscoso (viscosidad, magnitud η, unidades Pa·s) en régimen laminar a cierta velocidad (magnitud v, unidades m/s)
https://es.wikipedia.org/wiki/Ley_de_Stokes

c) Ley Q: la ley indicada, C=kP, es la ley de solubilidad de Henry, que indica la concentración de un gas en un disolvente (magnitud C) es directamente proporcional a la presión del gas en contacto con el disolvente (magnitud P). Solo es válida a presiones bajas y en disoluciones diluidas.
https://repositorio-uapa.cuaieed.unam.mx/repositorio/moodle/pluginfile.php/2886/mod_resource/content/1/UAPA-Ley-Solubilidad-Henry/index.html

d) Esquema F: el diagrama representa un circuito de alterna en el que, desde abajo y en el sentido de

las agujas del reloj hay un generador de alterna, una resistencia, una bobina y un condensador, aparte del conductor ideal que los enlaza.
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica3/fem/alterna/alterna.html
d) Esquema Q: el diagrama representa el proceso de Solvay, que es el proceso químico para obtener carbonato de sodio a nivel industrial. El diagrama tiene colores, y está tomado de https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Solvay_process_reaction_scheme.svg en el que verde indica reactivos, negro indica intermedios de reacción y rojo indica productos.



https://es.wikipedia.org/wiki/Proceso_Solvay
e) Herramienta experimental 1: se trata de una regresión lineal / ajuste por mínimos cuadrados a una relación lineal (se indica $y=b_0+b_1x$ en la imagen). Un ejemplo de aplicación es determinar en el laboratorio la constante elástica de un muelle midiendo masas y variaciones de longitud.
https://es.wikipedia.org/wiki/Regresi%C3%B3n_lineal
e) Herramienta experimental 2: se trata de un cálculo de propagación de errores, que permite calcular la incertidumbre en un valor calculado como función de varias variables cada una con su incertidumbre. Un ejemplo de aplicación es calcular la incertidumbre en el valor del volumen de un prisma a partir de las incertidumbres en las medidas de cada uno de sus lados.
https://es.wikipedia.org/wiki/Propagaci%C3%B3n_de_errores#Derivadas_parciales

Qüestions de Física Proba 1 Part B 2020_2021

1.- Com podem mesurar el valor d'una resistencia de forma experimental al laboratori?
a) Amb un amperímetre en paral·lel i un voltímetre en série connectats a una font d'alimentació.
b) Amb un pont de Wheastone.
c) a i b són vertaderes.
d) a i b són falses.

2.- Com podem determinar la focal d'una lent convergent en un banc d'òptica?
a) Projectant una imatge nítida d'una diapositiva sobre una pantalla i mesurant les distáncies: diapositiva-lent i lent-pantalla.
b) Amb un LÀSER i una de xarxa de difracció.
c) Mesurant el gruix de la lent.
d) No es pot determinar al laboratori escolar.

3.- Podem provocar un debat al voltant del principi d'Arquimedes:
a) Aconseguint que un cert volum d'oli forme una esfera envoltada per una mescla d'alcohol + aigua
b) Emprant una botella de plastic plena d'aigua i fer·li forats a diferents altures.
c) mesurant les altures assolides en un tub en forma d'U per dos líquids immiscibles de diferent densitat.
d) Totes les anteriors són correctes.

4.- Com podem determinar la velocitat del so en l'aire al laboratori?
a) Amb una corda elástica produint ones estacionàries.
b) Amb una proveta amb aigua i un diapasó de 440 Hz buscant la ressonància.
c) Fent girar un diapasó en una corda a gran velocitat.
d) Fent girar una pedra en una corda a gran velocitat.

5.- Si volem emprar un simulador tipus “Applet” en l'estudi de les ones que ens represente la forma de l’ona sonora en funció del temps. Quin tipus de magnitud física podem observar?
a) Amplitud i freqüència.
b) Variació de la amplitud amb la distáncia
c) a i b són falses.
d) a i b són correctes.

6.- Si volem estudiar l'efecte fotoelètric amb un simulador “Applet” i volem explicar als alumnes l’existència d'una freqüència llindar per a cada metall. Com procedirem?
a) Fixant una diferència de potencial entre anode i cátode i augmentar la intensitat de la font de fotons de forma independent de la longitud d'ona.
b) Fixar una diferència de potencial, variar la intensitat i fixar la longitud d'ona.
c) Fixar una diferència de potencial i una intensitat i variar la longitud d'ona.
d) Ninguna de les anteriors

7.- Com comprovatlerm de quins factors depén el coeficient de fregament de dues superficies?
a) Amb un bloc en forma de paral·lelepípede rectangular amb cares de diversos materials i un dinamómetre.
b) Amb un bloc en forma de paral·lelepípede rectangular i algunes masses de 100 g ; 200 g; 300 g i un dinamómetre.
c) Amb un bloc en forma de paral·lelepípede rectangular descansant sobre un plànol inclinat on variem l’angle d'inclinació.

d) Totes són correctes
8.- Quin tipus de fenomen no podem observar en una cubeta d'ones?.
a) Polarització.
b) Reflexió
c) Refracció.
d) Efecte Doppler.
9.- Quins fenómens eléctrics poder observar amb un generador de Van der Graaf?
a) Repulsió electrostàtica
b) Rotor electrostátic (efecte puntes)
c) a i b són correctes.
d) Rotor electrodinàmic
10.- Com podem observar l'efecte Tindall, emprant un LÀSER al laboratori?.
a) Emprant un prisma òptic.
b) Fent passar la llum del raig LÀSER a través d'un col·loide tipus gelatina.
c) Emprant una xarxa de difracció.
d) Fent passar llum blanca a través del prisma òptic.
11.- Si en l'espectre d'emissió d'un gas es detecten 11 línies espectrals, quin és el mínim nombre de nivells energètics en cada àtom del gas que permet produir aquest espectre?
a) 6 nivells
b) 11 nivells
c) 12 nivells
d) 13 nivells
12.- Si dos objectes del mateix volum i de diferent densitat senfonsen en l'aigua. Assenyala la resposta correcta:
a) Els dos reben el mateix empenyiment
b) L'empenyiment és nul en els dos casos
c) L'objecte més dens té més empenyiment
d) L'objecte menys dens té més empenyiment.
13.- Un astronauta a l'Estació Espacial internacional "sura" en la cabina perqué.…
a) El seu pes és zero.
b) Está en ingravidesa.
c) Está en caiguda lliure
d) No actua cap forca sobre ell.
14.- En la desintegració radioactiva:
a) L'activitat és proporcional a la constant radioactiva.
b) L'activitat roman constant amb el temps.
c) L'activitat minva linealment.
d) L'activitat creix exponencialment.
15.- indica quina afirmació sobre l'efecte fotoelèctric és vertadera.
a) L'energla dels electrons emesos depén de la intensitat de la llum incident.
b) La quantitat d'electrons emesos depén de la intensitat de la llum incident.
c) L'emissió d'electrons pel cátode es produeix amb un cert retard amb incidencia de la radiació.
d) L'emissió d'electrons per l'ánode es produeix amb un cert retard amb incidencia de la radiació.
16.- Una persona amb hipermetropia empra una lent correctora de 2,5 Dp per a tindre un punt pròxlm a 25 cm del seu ull. A quina distáncia té el seu punt próxim sense emprar la

lent?
a) 55 cm
b) 320 cm
c) 67 cm
d) 225 cm

17.- Un motorista descriu una circumferència de radi 5 m en el “Looping de la mort” una estructura esférica d'acer, La velocitat mínima per a poder descriure un cercle complet sense caure és ...
a) 5 m/s
b) 7m/s
c) 4 m/s
d) 6 m/s

18.- En dos recipients idéntics tancats herméticament hi ha el mateix nombre de molècules de gas. La massa de les molècules del recipient A és major que la massa de les molècules del recipient B. Si els gasos estan a la mateixa temperatura, assenyala quina de les següents afirmacions compara correctament la pressló del recipient A i del B:
a) La pressió en el recipient A és la mateixa que en el recipient B, perquè no depén de la massa de les molècules
b) La pressió és major en el recipient B perquè les partícules amb menys massa s'han de moure més de pressa i xoquen amb més freqüència amb les parets del recipient
c) La pressió és major en el recipient A perquè les molécules més massives causen canvis més grans de moment lineal quan xoquen amb les parets del recipient
d) La pressió és major en el recipient A perquè segons l’equació d'estat dels gasos ideals la pressió depén de la quantitat de substància n=m/M

19.- En un oscil-lador harmónic ideal:
a) L'energia mecánica no depén de l’amplitud.
b) El periode no depén de l'amplitud.
c) L'energia cinética no depén de la posició.
d) L'energia mecánica de l’oscillador no roman constant.

20.- El centre d'una petita espira circular es mou amb una velocitat constant paral·lelament a un fil conductor rectilini i indefinit pel qual circula un corrent I. El corrent induit en l'espira:
a) Depén de la velocitat de l’espira.
b) És diferent de zero i amb orientació horaria.
c) És igual a zero.
d) És diferent de zero i amb orientació antihoraria.

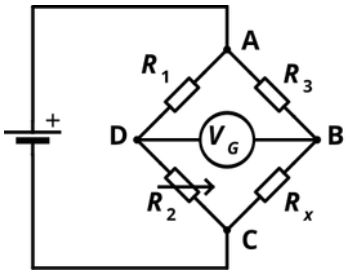
1.- ¿Cómo podemos medir el valor de una resistencia de forma experimental en el laboratorio?
a) Con un amperímetro en paralelo y un voltímetro en serie conectados a una fuente de alimentación.
b) Con un puente de Wheastone.
c) a y b son verdaderas.
d) a y b son falsas.
2.- ¿Cómo podemos determinar la focal de una lente convergente en un banco de óptica?
a) Proyectando una imagen nítida de una diapositiva sobre una pantalla y midiendo las distancias: diapositiva-lente y lente-pantalla.

b) Con un LÁSER y una de red de difracción.
c) Midiendo el grosor de la lente.
d) No puede determinarse en el laboratorio escolar.
3.- Podemos provocar un debate en torno al principio de Arquímedes:
a) Consiguiendo que un cierto volumen de aceite forme una esfera rodeada por una mezcla de alcohol + agua
b) Empleando una botella de plástico llena de agua y haciéndole agujeros a diferentes alturas.
c) midiendo las alturas alcanzadas en un tubo en forma de U por dos líquidos inmiscibles de distinta densidad.
d) Todas las anteriores son correctas.
4.- ¿Cómo podemos determinar la velocidad del sonido en el aire en el laboratorio?
a) Con una cuerda elástica produciendo ondas estacionarias.
b) Con una probeta con agua y un diapasón de 440 Hz buscando la resonancia.
c) Haciendo girar un diapasón en una cuerda a gran velocidad.
d) Haciendo girar una piedra en una cuerda a gran velocidad.
5.- Si queremos utilizar un simulador tipo "Applet" en el estudio de las ondas que nos represente la forma de la onda sonora en función del tiempo. ¿Qué tipos de magnitud física podemos observar?
a) Amplitud y frecuencia.
b) Variación de la amplitud con la distancia
c) a y b son falsas.
d) a y b son correctas.
6.- Si queremos estudiar el efecto fotoelétrico con un simulador "Applet" y queremos explicar a los alumnos la existencia de una frecuencia umbral para cada metal. ¿Cómo procederemos?
a) Fijando una diferencia de potencial entre anodo y cátodo y aumentar la intensidad de la fuente de fotones de forma independiente de la longitud de onda.
b) Fijar una diferencia de potencial, variar la intensidad y fijar la longitud de onda.
c) Fijar una diferencia de potencial y una intensidad y variar la longitud de onda.
d) Ninguna de las anteriores
7.- ¿Cómo comprobamos que qué factores depende el coeficiente de rozamiento de dos superficies?
a) Con un bloque en forma de paralelepípedo rectangular con caras de diversos materiales y un dinamómetro.
b) Con un bloque en forma de paralelepípedo rectangular y algunas masas de 100 g; 200 g; 300 g y un dinamómetro.
c) Con un bloque en forma de paralelepípedo rectangular descansando sobre un plano inclinado donde variamos el ángulo de inclinación.
d) Todas son correctas
8.- ¿Qué tipo de fenómeno no podemos observar en una cubeta de ondas?
a) Polarización.
b) Reflexión
c) Refracción.
d) Efecto Doppler.
9.- ¿Qué fenómenos eléctricos poder observar con un generador de Van der Graaf?
a) Repulsión electrostática

b) Rotor electrostático (efecto puntas)
c) a y b son correctas.
d) Rotor electrodinámico
10.- ¿Cómo podemos observar el efecto Tyndall, empleando un LÁSER en el laboratorio?
a) Empleando un prisma óptico.
b) Haciendo pasar la luz del rayo LÁSER a través de un coloide tipo gelatina.
c) Empleando una red de difracción.
d) Haciendo pasar luz blanca a través del prisma óptico.
11.- Si en el espectro de emisión de un gas se detectan 11 líneas espectrales, ¿cuál es el mínimo número de niveles energéticos en cada átomo del gas que permite producir ese espectro?
a) 6 niveles
b) 11 niveles
c) 12 niveles
d) 13 niveles
12.- Si dos objetos del mismo volumen y de diferente densidad se hunden en el agua. Señala la respuesta correcta:
a) Ambos reciben el mismo empuje
b) El empuje es nulo en ambos casos
c) El objeto más denso tiene más empuje
d) El objeto menos denso tiene mayor empuje.
13.- Un astronauta en la Estación Espacial internacional "flota" en la cabina porque.
a) Su peso es cero.
b) Está en ingravidez.
c) Está en caída libre
d) No actúa ninguna fuerza sobre él.
14.- En la desintegración radioactiva:
a) La actividad es proporcional a la constante radioactiva.
b) La actividad permanece constante con el tiempo.
c) La actividad disminuye linealmente.
d) La actividad crece exponencialmente.
15.- indica qué afirmación sobre el efecto fotoeléctrico es verdadera.
a) La energía de los electrones emitidos depende de la intensidad de la luz incidente.
b) La cantidad de electrones emitidos depende de la intensidad de la luz incidente.
c) La emisión de electrones por el cátodo se produce con cierto retraso con incidencia de la radiación.
d) La emisión de electrones por el ánodo se produce con cierto retraso con incidencia de la radiación.
16.- Una persona con hipermetropía emplea una lente correctora de 2,5 Dp para tener un punto próximo a 25 cm de su ojo. ¿A qué distancia tiene su punto próximo sin utilizar la lente?
a) 55 cm
b) 320 cm
c) 67 cm
d) 225 cm
17.- Un motorista describe una circunferencia de radio 5 m en el "Looping de la muerte" una estructura esférica de acero, La velocidad mínima para poder describir un círculo

completo sin caer es ...
a) 5 m/s
b) 7 m/s
c) 4 m/s
d) 6 m/s
18.- En dos recipientes idénticos cerrados herméticamente existe el mismo número de moléculas de gas. La masa de las moléculas del recipiente A es mayor que la masa de las moléculas del recipiente B. Si los gases están a la misma temperatura, señala cuál de las siguientes afirmaciones compara correctamente la presión del recipiente A y del B:
a) La presión en el recipiente A es la misma que en el recipiente B, porque no depende de la masa de las moléculas
b) La presión es mayor en el recipiente B porque las partículas con menos masa deben moverse más deprisa y chocan con mayor frecuencia con las paredes del recipiente
c) La presión es mayor en el recipiente A porque las moléculas más masivas causan mayores cambios de momento lineal cuando chocan con las paredes del recipiente
d) La presión es mayor en el recipiente A porque según la ecuación de estado de los gases ideales la presión depende de la cantidad de sustancia n=m/M
19.- En un oscilador armónico ideal:
a) La energía mecánica no depende de la amplitud.
b) El período no depende de la amplitud.
c) La energía cinética no depende de la posición.
d) La energía mecánica del oscilador no permanece constante.
20.- El centro de una pequeña espira circular se mueve con una velocidad constante paralelamente a un hilo conductor rectilíneo e indefinido por el que circula una corriente I. La corriente inducida en la espira:
a) Depende de la velocidad de la espira.
b) Es distinto de cero y con orientación horaria.
c) Es igual a cero.
d) Es diferente de cero y con orientación antihoraria.

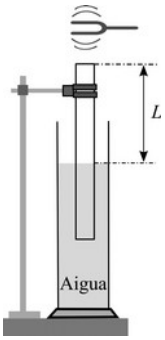
1. b) Con un puente de Wheastone.
Descartamos a porque el amperímetro debería estar en serie y el voltímetro en paralelo.
https://es.wikipedia.org/wiki/Puente_de_Wheatstone



2. a) Proyectando una imagen nítida de una diapositiva sobre una pantalla y midiendo las distancias: diapositiva-lente y lente-pantalla.
3. d) Todas las anteriores son correctas.
Para provocar un debate todas serían válidas:
La opción a enlaza directamente con Arquímedes, al permitir ajustar la flotación de la esfera de aceite en función de la densidad del fluido mezcla de alcohol y agua.
La opción b no enlaza directamente con Arquímedes: permite visualizar la presión hidrostática y sirve para enlazar con la fuerza de empuje que realiza el agua en todas direcciones.
La opción c no enlaza directamente con Arquímedes: permite visualizar la presión hidrostática y

cómo las alturas se ajustan para que la presión en la interfaz de los líquidos inmiscibles es la misma y sirve para enlazar con que la fuerza de empuje que realiza el agua depende de la densidad.

4. b) Con una probeta con agua y un diapasón de 440 Hz buscando la resonancia.
Es un montaje típico, ver
https://gitlab.com/fiquipedia/drive.fiquipedia/-/raw/main/content/home/recursos/recursospau/ficherospaufisicaporbloques/F3.2-PAU-MovimientoOndulatorio-OndasEstacionarias.pdf
Se incluye imagen de 2023-extraordinaria-Cataluña-P3



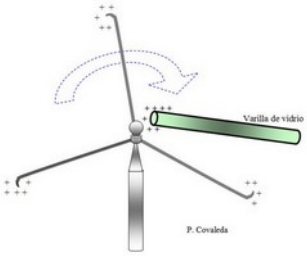
5. a) Amplitud y frecuencia.
La opción b es incorrecta porque se indica que es representación en distancia.

6. c) Fijar una diferencia de potencial y una intensidad y variar la longitud de onda.
La frecuencia umbral supone una longitud de onda umbral que se valida variando la longitud de onda.

7. d) Todas son correctas
Con a se varían los materiales, con b se varía la normal variando la masa y con c se varía la normal variando el ángulo.

8. b) Reflexión

9. c) a y b son correctas.
El efecto puntas es el efecto en el que las cargas se acumulan más en las puntas de cconductores, y se puede utilizar en molinillos electrostáticos
https://www.lasalleteruel.es/museo_virtual/molineteelectrostatico.html



10. b) Haciendo pasar la luz del rayo LÁSER a través de un coloide tipo gelatina.
https://es.wikipedia.org/wiki/Efecto_Tyndall

11. a) 6 niveles
Se trata de que las combinaciones de saltos entre 2 niveles sean al menos 11. Desde cada nivel puede saltar a n-1 niveles, y dividiendo por 2 para tener en cuenta que el salto de n a n-1 es el mismo que de n-1 a n.

$11=n(n-1)/2 \rightarrow 22=n^2-n \rightarrow n^2-n-22=0 \rightarrow \quad n=\frac{1\pm\sqrt{1-4\cdot1\cdot(-22)}}{2}=\frac{1\pm9{,}43}{2}=\frac{\cancel{negativo}}{5{,}2}$

Como debe ser un número entero, al menos son 6.
También se puede ver como combinatoria de n elementos tomados de 2 en 2

$\frac{n!}{(n-2)!2!}$ Si n=5, salen 10 combinaciones, no llegan a 11. Si n=6, salen 15 combinaciones.

12. a) Ambos reciben el mismo empuje
Si tienen el mismo volumen y se hunden, están totalmente sumergidos y tienen el mismo empuje.

13. c) Está en caída libre
En la Estación Espacial internacional hay fuerza de la gravedad (descarta d) por lo que su peso no es cero (descarta a) ni está en ingravidez (descarta b)

14. a) La actividad es proporcional a la constante radioactiva.
$A=\lambda N$
La actividad disminuye (descarta b y d) exponencialmente (descarta c)

15. b) La cantidad de electrones emitidos depende de la intensidad de la luz incidente.
Descartamos a porque la energía de los electrones emitidos depende de la frecuencia de la luz incidente, no de su intensidad.
Descartamos c porque la emisión de electrones por el cátodo es instantánea.
Descartamos d porque la emisión de electrones es en el cátodo.
16. c) 67 cm
La lente correctora desplaza el punto próximo de la posición que la tiene sin lente a 25 cm para que con la lente pueda ver un objeto en esa posición.
Utilizando la ecuación de lentes con distancias en m y usando el convenio DIN 1335

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}\Rightarrow\frac{1}{s'}-\frac{1}{-0,25}=2,5\Rightarrow s'=\frac{1}{2,5-\frac{1}{0,25}}=-0,67\,m$$

17. b) 7 m/s
Como es esférico, el caso en el que tiene que llevar más velocidad es cuando pase por el punto vertical interior de la esfera, en el que en el caso límite solo la fuerza del peso es la fuerza centrípeta sin que haya normal. $\cancel{m}\,g=\cancel{m}\,\frac{v^2}{R}\Rightarrow v=\sqrt{gR}=\sqrt{9,8\cdot 5}=7\,m/s$

18. a) La presión en el recipiente A es la misma que en el recipiente B, porque no depende de la masa de las moléculas
Asumiendo gases ideales, P=nRT/V solo depende del número de moléculas y de la energía cinética media, no de su masa
19. b) El período no depende de la amplitud.
La correcta es b ya que $T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$
Descartamos a ya que $E_m=\frac{1}{2}K\,A^2$
Descartamos c ya que $E_c=\frac{1}{2}K\left(A^2-x^2\right)$
Descartamos d ya que en un oscilador ideal no hay pérdidas y la energía mecánica se conserva.
20. c) Es igual a cero.
El campo magnético creado por un conductor rectilíneo depende de la distancia al conductor, y si la espira se mueve paralelamente al condutor el flujo que la atraviesa no varía y no hay corriente inducida.

Qüestions de Química Proba 1 Part B 2020_2021

1.- Quina de les seglients experiéncies cal realitzar-les en vitrina?
a) Dissoldre una lámina de coure en ácid nítric.
b) Dissoldre perles de sosa cáustica en aigua.
c) Sublimació del iode.
d) a i c són correctes.

2.- Pera mesurar 30 mL d'un líquid s'empra:
a) Un vas de precipitats.
b) Un Erlenmeyer.
c) Matràs aforat.
d) Una proveta.

3.- El pH en el punt final d'una valoració amb relació amb el punt d'equivalència:
a) És sempre menor.
b) És sempre major.
c) No coincideixen mai.
d) Sempre coincidelxen.

4.- Quin dels següents procediments seria el més adient per a rentar un precipitat d'oxalat de calci? Rentar-lo amb petits volums ...
a) De dissolució 0,2 M d'oxalat de sodi.
b) De dissolució 0,5 M de NaCl.
c) D'aigua destil·lada.
d) De dissolució 0,2 M d'àcid acétic glacial.

5.- Quina de les segilents experiéncies ens servirá per a mesurar de qué depén el temps que tarda una pastilla efervescent en dissoldre's en aigua:
a) Agafem una pastilla efervescent i la dissolerm en diferents volums d'aigua destil-lada.
b) Agafem una pastilla efervescent i la dissolem en 100 mL d'aigua destil-lada sense variar la temperatura.
c) Agafem una pastilla efervescent i la dissolern en 100 mL d'aigua destil·lada a diferents temperatures.
d) Agafem una pastilla efervescent i la dissolem en diferents volums d'aigua destil·lada a diferents temperatures.

6.- En l'electròlisi:
a) La reducció es produeix a l'ànode.
b) La reacció origina el corrent elèctric.
c) L'oxidació es produeix al càtode.
d) Totes les anteriors són falses.

7.- Quin tipus d'isòmer no poden presentar els alquins?
a) De cadena.
b) Geomètrica.
c) Òptica
d) Totes són vertaderes.

8.- La constant ebullioscópica d'una dissolució ideal depén de:
a) Del solut.
b) De la temperatura.
c) Del dissolvent.
d) De tots els factors anteriors.

9.- S'està estudiant la solubilitat d'una substància iònica en algua destil·lada i els alumnes

han formulat les següents hipótesis.
Assenyala quina de totes está correctement formulada:
a) La solubilitat d'una substància iònica depén de la temperatura.
b) Pera una mateixa temperatura, la solubilitat augmenta en augmentar la quantitat de dissolvent.
c) Per a una mateixa temperatura, depén del temps d'agitació.
d) Totes les anteriors estan ben formulades.

10.- Indica de la següent llista de material de laboratori, quatre elements que empraries per a realitzar una destillació de alcohol del vi en un IES:
a) Tub de Thiele, refrigerant, oscil·loscopi i plat porós.
b) Tub de Thiele, matràs amb tub de despreniment lateral, cristal·litzador i plat porós.
c) matràs amb tub de despreniment lateral, termómetre, refrigerant, plat porós.
d) termómetre, centrífuga, refrigerant i tub de descárrega de gasos

11.- Es dissol una sal en aígua a 50 ºC ($Kw = 5,47 \cdot 10^{-14}$ M^2). Es mesura el pH de la dissolució i s'obté un valor de 6,63. Aquest valor ens indicá que:
a) Es tracta d'una dissolució àcida
b) Es tracta d'una dissolució neutra.
c) Es tracta d'una dissolució bàsica.
d) Está mal mesurat el pH.

12.- Quin de les següents substàncies podrà reduir-se amb hidrogen, al producte que s'indica, utilitzant el catalitzador adequat?
a) Etanonitril a etilamina.
b) Ácid propanòic a propanol.
c) Acid propanòic a propà.
d) Etanamida a etilamina.

13.- Per a l'equilibri de formació de l'amoníac: N_2 (g) +3 H_2 (g) ⇄ 2NH_3 (g) i sabent que es tracta d'una reacció exotérmica, un augment de temperatura a volum constant produira:
a) Un augment d'amoníac
b) Una disminució d'amoníac
c) L'equilibri no es veurá alterat
d) Depén de les fraccions molars de nitrogen i d'hidrogen

14.- En un recipient de 2 L s'introduelxen 2 mol de CO i 4 g de carboni. Tenint en compte que el valor de Kc = 0,006 a 25 ºC per a l'equilibri: C (s) + CO_2 (g) ⇄ 2 CO (g).
Quina és la massa de carboni quan s'aconsegueix l'equilibri?.
a) 4 g.
b) 5,3 g.
c) 2,7 g.
d) 15,3 g

15.- En la zona llevantina ha sigut habitual utilitzar càntirs per a refrescar l'algua a l'estiu. Aquest efecte es basa en la idea que el recipient és porós, la qual cosa permet que una xico-teta quantitat d'algua accedisca a la superficie i allí s'evapore.
Per tant, el procés d'evaporació:
a) Ha de ser exotérmic.
b) Ha de tindre una $\Delta G > 0$.
c) Es produeix i té lloc una disminució de 'entropía.
d) Li lleva calor a l'aigua de l'interior i, pertant, aquesta es refresca.

16.- Un sistema evoluciona entre dos estats fixos per dues rutes diferents.

En la ruta 1, tots els processos són reversibles, mentre que en la ruta 2 hi ha processos irreversibles, en quin cas creus que serà major la varlació d'entropia?.
a) No es pot saber a priori si no es faciliten més dades.
b) En la ruta 2.
c) Igual en totes dues rutes.
d) En la ruta 1.
17.- Quina o quines de les següents magnituds són funcions d'estat:
a) Pressió, volum i treball
b) Calor i treball
c) Entalpia
d) Cap de les anteriors és correcta
18.- A quin element químic pot correspondre les següents energies d'ionització en eV, 7,6 ; 15,0 ; 81,1 ; 109,3...
a) Na
b) F
c) Al
d) Mg
19.- Qué significa que una dissolució d'aigua oxigenada tinga una concentració de 30 vol?
a) Que 1 L d'eixa aigua conté 30 mL d'H_2O_2 pura.
b) Que 1 L d'eixa aigua produeix 30 L d'O_2 en c.n.
c) Que la concentració de la dissolució d'H_2O_2 conté un 30 % en massa.
d) Que 1 L d'eixa aigua conté 30 mL d'H_2O pura.
20.- Esbrineu la geometria molecular de l'espécie química ió triiodur
a) Lineal
b) Forma de T
c) Angular
d) Triangular plana

1.- ¿Cuál de las siguientes experiencias hay que realizarlas en vitrina?
a) Disolver una lámina de cobre en ácido nítrico.
b) Disolver perlas de sosa cáustica en agua.
c) Sublimación del yodo.
d) a y c son correctas.
2.- Para medir 30 mL de un líquido se emplea:
a) Un vaso de precipitados.
b) Un Erlenmeyer.
c) Matraz aforado.
d) Una probeta.
3.- El pH en el punto final de una valoración en relación con el punto de equivalencia:
a) Es siempre menor.
b) Es siempre mayor.
c) Nunca coinciden.
d) Siempre coinciden.
4.- ¿Cuál de los siguientes procedimientos sería el más adecuado para lavar un precipitado de oxalato de calcio? Lavarlo con pequeños volúmenes.
a) De disolución 0,2 M de oxalato de sodio.
b) De disolución 0,5 M de NaCl.

c) De agua destilada.
d) De disolución 0,2 M de ácido acético glacial.
5.- Cuál de las segilentes experiencias nos servirá para medir de qué depende el tiempo que tarda una pastilla efervescente en disolverse en agua:
a) Cogemos una pastilla efervescente y la disolvemos en diferentes volúmenes de agua destilada.
b) Cogemos una pastilla efervescente y la disolvemos en 100 mL de agua destilada sin variar la temperatura.
c) Cogemos una pastilla efervescente y la disolverán en 100 mL de agua destilada a diferentes temperaturas.
d) Cogemos una pastilla efervescente y la disolvemos en diferentes volúmenes de agua destilada a diferentes temperaturas.
6.- En la electrólisis:
a) La reducción se produce en el ánodo.
b) La reacción origina la corriente eléctrica.
c) La oxidación se produce en el cátodo.
d) Todas las anteriores son falsas.
7.- ¿Qué tipo de isómero no pueden presentar los alquinos?
a) De cadena.
b) Geométrica.
c) Óptica
d) Todas son verdaderas.
8.- La constante ebullioscópica de una disolución ideal depende de:
a) Del soluto.
b) De la temperatura.
c) Del disolvente.
d) De todos los factores anteriores.
9.- Se está estudiando la solubilidad de una sustancia iónica en alguna destilada y los alumnos han formulado las siguientes hipótesis. Señala cuál de todas está correctamente formulada:
a) La solubilidad de una sustancia iónica depende de la temperatura.
b) Para una misma temperatura, la solubilidad aumenta al aumentar la cantidad de disolvente.
c) Para una misma temperatura, depende del tiempo de agitación.
d) Todas las anteriores están bien formuladas.
10.- Indica de la siguiente lista de material de laboratorio, cuatro elementos que emplearías para realizar una destilación de alcohol del vino en un IES:
a) Tubo de Thiele, refrigerante, osciloscopio y plato poroso.
b) Tubo de Thiele, matraz con tubo de desprendimiento lateral, cristalizador y plato poroso.
c) matraz con tubo de desprendimiento lateral, termómetro, refrigerante, plato poroso.
d) termómetro, centrífuga, refrigerante y tubo de descarga de gases
11.- Se disuelve una sal en agua a 50 ºC ($Kw = 5{,}47 \cdot 10^{-14}\ M^2$). Se mide el pH de la disolución y se obtiene un valor de 6,63.
Este valor nos indicó que:
a) Se trata de una disolución ácida
b) Se trata de una disolución neutra.

c) Se trata de una disolución básica.
d) Está mal medido el pH.
12.- ¿Cuál de las siguientes sustancias podrá reducirse con hidrógeno, al producto que se indica, utilizando el catalizador adecuado?
a) Etanonitrilo en etilamina.
b) Ácido propanoico a propanol.
c) Ácido proponoico a propano.
d) Etanamida a etilamina.
13.- Para el equilibrio de formación del amoníaco: N_2 (g) +3 H_2 (g) ⇄ 2NH_3 (g) y sabiendo que se trata de una reacción exotérmica, un aumento de temperatura a volumen constante producirá:
a) Un aumento de amoníaco
b) Una disminución de amoníaco
c) El equilibrio no se verá alterado
d) Depende de las fracciones molares de nitrógeno y de hidrógeno
14.- En un recipiente de 2 L se introducen 2 mol de CO y 4 g de carbono. Teniendo en cuenta que el valor de Kc = 0,006 a 25 ºC para el equilibrio: C(s) + CO2(g) ⇄ 2 CO(g). ¿Cuál es la masa de carbono cuando se consigue el equilibrio?
a) 4 g.
b) 5,3 g.
c) 2,7 g.
d) 15,3 g
15.- En la zona levantina ha sido habitual utilizar botijos para refrescar el algua en verano. Este efecto se basa en la idea de que el recipiente es poroso, lo que permite que una pequeña cantidad de agua acceda a la superficie y allí se evapore. Por tanto, el proceso de evaporación:
a) Debe ser exotérmico.
b) Debe tener una $\Delta G > 0$.
c) Se produce y tiene lugar una disminución de entropía.
d) Le quita calor al agua del interior y, por tanto, ésta se refresca.
16.- Un sistema evoluciona entre dos estados fijos por dos rutas diferentes. En la ruta 1, todos los procesos son reversibles, mientras que en la ruta 2 hay procesos irreversibles, ¿en qué caso crees que será mayor la varlación de entropía?
a) No puede saberse a priori si no se facilitan más datos.
b) En la ruta 2.
c) Igual en ambas rutas.
d) En la ruta 1.
17.- Cuál o cuáles de las siguientes magnitudes son funciones de estado:
a) Presión, volumen y trabajo
b) Calor y trabajo
c) Entalpía
d) Ninguna de las anteriores es correcta
18.- A qué elemento químico puede corresponder las siguientes energías de ionización en eV, 7,6; 15,0 ; 81,1 ; 109,3...
a) Na
b) F
c) Al

d) Mg
19.- ¿Qué significa que una disolución de agua oxigenada tenga una concentración de 30 vol?
a) Que 1 L de ese agua contiene 30 mL de H_2O_2 pura.
b) Que 1 L de ese agua produce 30 L de O_2 en c.n.
c) Que la concentración de la disolución de H_2O_2 contiene un 30% en masa.
d) Que 1 L de ese agua contiene 30 mL de H_2O pura.
20.- Averigüe la geometría molecular de la especie química ion triioduro
a) Lineal
b) Forma de T
c) Angular
d) Triangular plana

1. d) a y c son correctas.
La reacción de cobre con ácido nítrico libera NO_2 que es tóxico.
Los vapores de yodo son tóxicos.
2. d) Una probeta.
Una probeta tiene graduación y permite medir volúmenes variados. El vaso de precipitado y el matraz Erlenmeyer no son precisos, y el matraz aforado es preciso pero suelen tener valores exactos como 100 mL, 250 mL.
3. c) Nunca coinciden.
En una valoración ácido base (se indica pH):
El punto de equivalencia es un punto teórico en el que coinciden moles de ácido y de base.
El punto final es el punto experimental en el que se produce el cambio de color de indicador.
4. a) Disolución 0,2 M de oxalato de sodio.
El oxalato de calcio es poco soluble en agua, pero podría disolverse si se lava con sustancias que modifican su solubilidad.
Añadir disolución de oxalato de calcio aporta iones oxalato que disminuye solubilidad por ion común. Añadir NaCl y agua destilada no aportan ion común, y añadir ácido acético podría reaccionar con el ion oxalato (que es una base) y aumentar la solubilidad del oxalato.
5. d) Cogemos una pastilla efervescente y la disolvemos en diferentes volúmenes de agua destilada a diferentes temperaturas.
La velocidad puede depender de la temperatura y del volumen de agua.
En a solo se varía volumen sin variar temperatura, en b no se varía ni volumen ni temperatura, y en c solo se varía temperatura sin variar volumen.
6. d) Todas las anteriores son falsas.
7. d) Geométrica
La de cadena implica ramificaciones distintas y puede haberlas fuera de los enlaces triples.
La geométrica (cis-trans) implica imposibilidad de rotación, y puede estar asociada a dobles enlaces, que aquí no es posible, o a anillos, que puede haberlos con triples enlaces. Los alqueninos con dobles y triples y que también podrían tener isomería cis-trans.
La óptica implica carbonos quirales con cuatro enlaces simples y puede haberlas fuera de los enlaces triples.
Se opta por la respuesta b asumiendo que se limita a geometría cis-trans en dobles enlaces y habla de “alquinos” simples, no cicloalquinos ni alqueninos.
8. c) Del disolvente.
9. a) La solubilidad de una sustancia iónica depende de la temperatura.

La b es incorrecta porque la solubilidad es una propiedad intensiva: al aumentar la cantidad de disolvente aumenta la cantidad de soluto que se puede disolver en la misma proporción.
La c es incorrecta porque el tiempo de agitación afecta al tiempo que tarda en disolverse pero no a la solubilidad

10. c) matraz con tubo de desprendimiento lateral, termómetro, refrigerante, plato poroso.
Descartamos a por el osciloscopio y d por el tubo de descarga de gases.
Descartamos b por el tubo de Thiele que se usa para determinar puntos de fusión,

11. b) Se trata de una disolución neutra.

$[H^+]=10^{-6,63}=2,34\cdot10^{-7}\,M \quad K_w=[H^+][OH^-]$

En agua neutra $[H^+]=[OH^-]=\sqrt{K_w}=\sqrt{5,47\cdot10^{-14}}=2,34\cdot10^{-7}\,M$

12. d) Etanamida a etilamina.
Etanonitrilo se puede reducir a etilamina pero necesitaría un reductor más fuerte como $LiAlH_4$
https://www.quimicaorganica.net/nitrilos-reduccion.html
Ácido propanoico se puede reducir a propan-1-ol pero necesitaría un reductor más fuerte como $LiAlH_4$ https://www.quimicaorganica.net/reduccion-acidos-carboxilicos.html
Ácido proponoico no puede reducir propano solo con H_2.

13. b) Una disminución de amoníaco
Según Le Châtelier un aumento de temperatura hará que el equilibrio se desplace en sentido endotérmico, que en este caso es hacia reactivos, y habrá una disminución de amoníaco.

14. d) 15,3 g
n(C)=4/12=0,33 mol C

	$C(s) + CO_2(g) \rightleftarrows 2CO(g)$		
Inic	0,33	0	2
Equ	0,33+x	x	2-2x

Cualitativamente: Kc es muy baja, prácticamente todo el CO pasa a C, 2 mol CO suponen 1 mol de C que son algo menos de 12 g, por lo que en total serán algo menos de 16 g.
Numéricamente:

$$K_c=\frac{[CO]^2}{[CO_2]}\Rightarrow 0,006=\frac{\left(\frac{2-2x}{2}\right)^2}{\frac{x}{2}}\Rightarrow 0,006=\frac{2(1-x)^2}{x}\Rightarrow 0,003\,x=1-2\,x+x^2\Rightarrow x^2-2,003\,x+1=0$$

$$x=\frac{2,003\pm\sqrt{(2,003)^2-4\cdot1\cdot1}}{2}=\frac{2,003\pm0,11}{2}=\begin{matrix}\cancel{1,06\,mol}\\0,95\,mol\end{matrix}$$

(0,33+0,95)·12=15,36 g C

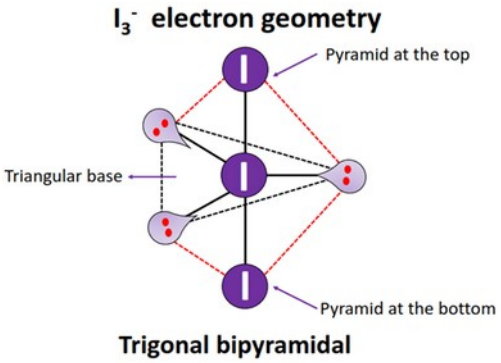
15. d) Le quita calor al agua del interior y, por tanto, ésta se refresca.

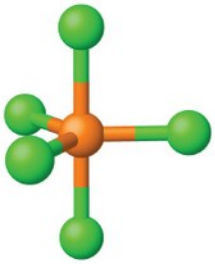
16. c) Igual en ambas rutas.
La entropía es una función de estado.

17. c) Entalpía
El trabajo no es una función de estado.

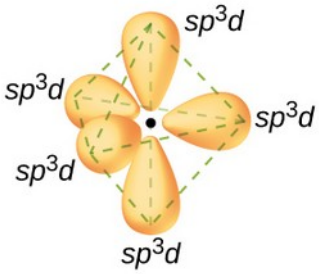
18. d) Mg
La primera energía de ionización y la segunda son relativamente bajas, pero la tercera y cuarta son muy altas.
Descarta Na, que tiene la primera baja pero la segunda alta al tener ya configuración de gas noble.
Descarta Al, que tiene las tres primera bajas.
Descarta F que tiene la primera alta.
Encaja con Mg, que tiene las dos primeras bajas, y tras conseguir Mg2+ configuración de gas noble

ya tiene energías de ionización altas.
19. b) Que 1 L de ese agua produce 30 L de O_2 en c.n.
20. a) Lineal
Se trata de una hibridación sp^3d
https://geometryofmolecules.com/i3-lewis-structure-shape-hybridization-polarity/
https://topblogtenz.com/i3-lewis-structure-molecular-geometry-bond-angle-hybridization/





(a)



(b)

CC BY SA

NORMAS PARA LA REALIZACIÓN DEL EXAMEN
-La respuesta correcta se marcará en la hoja de examen entregada
- La respuesta no correcta se penalizará con -1 punto de acuerdo con la convocatoria de la uniprovincial de Física y Química

1º ¿Cuál de las siguientes unidades es unidad fundamental del Sistema Internacional de unidades?
a) Kilómetro
b) Joule
c) Kilogramo
d) Gramo

2º El prefijo giga significa
a) 10^{12}
b) 10^{6}
c) 10^{3}
d) 10^{9}

3º Las dimensiones de la densidad de masa son
a) MLT^{-1}
b) ML^{3}
c) ML^{-1}
d) ML^{-3}

4º La velocidad de la Luna en un instante dado viene dada por v_1j y al cabo de siete días por $–v_2i$.¿Cúal es la expresión del cambio de velocidad en ese periodo de tiempo?
a) V_2i-v_1j
b) $–v_2i+v_1j$
c) $–v_2i-v_1j$
d) V_2i+v_1j

5º Cuando se menciona la primera Ley de Newton , de inmediato se piensa en
a) F=ma
b) Fuerzas de acción y reacción
c) Inercia
d) Fuerzas gravitacionales

6º Si dos bloques metálicos de diferentes masas deslizan libremente por una pendiente sin rozamiento,¿Cúal de las siguientes afirmaciones es cierta?
a) Ambos tienen la misma aceleración
b) Tienen aceleraciones distintas pero las fuerzas que actúan sobre ellos son iguales
c) El bloque más masivo llega al final primero
d) El bloque más ligero llega al final primero

7º Un operario tira horizontalmente de una cuerda atada a una masa de 10 kg sobre un suelo rugoso. Los coeficientes de rozamiento estático y dinámico son 0,5 y 0,3 respectivamente. Si el operario tira con una fuerza de 40 N, la fuerza de rozamiento que ejerce la superficie es
a) 30 N
b) 50 N
c) 40 N
d) 20N

8º ¿En cuál de las siguientes condiciones puede estar en equilibrio una escalera de pie sobre un suelo horizontal sin rozamiento y apoyado en una pared vertical rugosa?

a) La fuerza normal ejercida por el suelo de la escalera es igual a la fuerza normal que la pared ejerce sobre la escalera
b) El peso de la escalera es igual en módulo a la fuerza de rozamiento que la pared ejerce sobre la escalera
c) Una escalera en esta situación no puede estar en equilibrio
d) La fuerza normal ejercida por el suelo sobre la escalera es igual al peso de la escalera

9º Se requiere una potencia P para realizar un trabajo W en un intervalo de tiempo t . ¿Qué potencia se requiere para realizar un trabajo 3W en un intervalo de tiempo 5t?
a) P
b) 3P/5
c) 5P
d) 5P/3

10º El trabajo realizado por una fuerza conservativa entre dos puntos es
a) Siempre positivo
b) Siempre dependiente del tiempo
c) Siempre independiente del camino
d) Cero

11º Las unidades del SI para el momento lineal son
a) Kg.m.s
b) Kg.s/m
c) Kg.m/s
d) M^2/s

12º En qué punto de una montaña rusa sin rozamiento un coche tiene una mayor energía mecánica?
a) En el punto en el que adquiere mayor velocidad
b) En el punto de menor altura
c) En el punto de mayor altura
d) Es igual en todos los puntos

13º La ecuación del movimiento es: $\vec{r} = (4t\ 2 + 6t + 5) \cdot \vec{i}$
Indica si la aceleración es:
a) Nula
b) Variable
c) $8\vec{i}$
d) $4\vec{j}$

14º.- El campo gravitatorio creado por dos masas, m_1 y m_2, que podemos considerar puntuales y separadas a una distancia d, se anula a 3 de la masa m1. ¿Cuánto vale la relación entre las masas m_1 y m_2?
a) $\frac{m_1}{m_2}=\frac{2}{5}$ b) $\frac{m_1}{m_2}=\frac{3}{2}$ c) $\frac{m_1}{m_2}=\frac{1}{4}$ d) $\frac{m_1}{m_2}=4$

15º El radio de un planeta es la tercera parte del radio terrestre, y su masa la mitad. Entonces, podemos decir que la relación entre la velocidades de escape sobre la superficie del planeta y la Tierra es:
a) $\frac{v_{e,P}}{v_{e,T}}=2$
b) $\frac{v_{e,P}}{v_{e,T}}=4$

c) $\frac{v_{e,P}}{v_{e,T}}=\frac{1}{8}$

d) $\frac{v_{e,P}}{v_{e,T}}=\sqrt{\frac{3}{2}}$

16º Una carga negativa se mueve en la dirección y sentido de un campo eléctrico uniforme. ¿Aumenta o disminuye el potencial eléctrico en la posición de la carga? ¿Aumenta o disminuye su energía potencial?
a) Disminuye; aumenta.
b) Disminuye; disminuye.
c) Aumenta; aumenta.
d) Aumenta;disminuye

17º Dos cargas, q y -3q, están separadas una distancia d. Calcule a qué distancia x de la primera carga, en el segmento que une a ambas, se anula el potencial eléctrico total.
a) x = d/3
b) x = d/2
c) x = d/4
d) x = 2d

18º Una partícula cargada se mueve en una zona del espacio en la que coexisten un campo eléctrico (de valor E) y un campo magnético (de valor B). Para que permanezca moviéndose con MRU, debe cumplirse que:
a) Los campos eléctrico y magnético sean perpendiculares y tengan el mismo valor numérico.
b) Los campos eléctrico y magnético sean perpendiculares y tengan el mismo valor numérico, y que la velocidad de la partícula sea igual a E/B.
c) Las fuerzas eléctrica y magnética tengan el mismo valor y sentido contrario.
d) Las fuerzas eléctrica y magnética tengan el mismo valor y sentido contrario, y que la velocidad de la partícula sea igual a E/B. .

19º El flujo magnético que atraviesa una espira circular de radio R depende de:
a) El campo magnético y la superficie de la espira.
b) La cantidad de líneas del campo magnético que atraviesan la espira y de su superficie.
c) El campo magnético, la superficie de la espira y de la orientación relativa entre ambos.
d) Ninguna de las anteriores es correcta: el flujo magnético sólo depende de la cantidad de líneas del campo magnético que atraviesan la espira.

20º Un objeto de masa M_1se mueve con una velocidad v sobre una pista recta, horizontal y sin rozamiento. En un momento dado colisiona con otro objeto de masa M_2 que se encontraba en reposo. Si después de la colisión, M_1 y M_2 se quedan pegados uno al otro, se moverán juntos a una velocidad
a) V
b) $(M_1+M_2).v/M_1$
c) $M_1.v/(M_1+M_2)$
d) M_1v/M_2

21º Un objeto de 3 cm de longitud se encuentra a 8 cm de una lente convergente de 10 cm de distancia focal. ¿Su imagen será?
a) Invertida y real
b) Invertida y virtual
c) Derecha y real
d) Derecha y virtual

22º El ojo hipermétrope corrije su defecto
a) Con una lente cilíndrica
b) Con una lente convergente
c) Con una lente divergente
d) Con una bifocal
23º Tras el análisis de una muestra de suelo se encuentran cantidades importantes de Pb^{208} ¿de qué serie natural procede este isótopo del plomo?
a) Serie del Torio
b) Serie del Neptunio
c) Serie del Uranio
d) Serie del Actinio
24º La radioactividad natural fue descubierta por
a) Marie Curie
b) Roentgen
c) Becquerel
d) Rutherford
25º El orden de mayor a menor penetración es:
a) Alfa,beta y gamma
b) Beta, gamma y alfa
c) Alfa,gamma y beta
d) Gamma, beta y alfa

1º c) Kilogramo
2º d) 10^9
3º d) ML^{-3}
4º c) $-v_2i-v_1j$

$$\Delta \vec{v} = \vec{v_{final}} - \vec{v_{inicial}} = -v_2 \vec{i} - v_1 j$$

Se entiende que i y j son los vectores unitarios aunque nos indique notación de vector.
En respuesta a y d se indica V_2 en mayúscula.
5º c) Inercia
6º a) Ambos tienen la misma aceleración
7º c) 40 N
$F_{roz}=\mu N=\mu mg$. Si tomamos $g=10\ m/s^2$,
$F_{rozest}=0{,}3\cdot 10\cdot 10=30$ N
$F_{rozdin}=0{,}5\cdot 10\cdot 10=50$ N
8º c) Una escalera en esta situación no puede estar en equilibrio
Si no hay rozamiento es imposible equilibrar la fuerza normal que la pared hace sobre la escalera.
9º b) 3P/5
$P=W/t \rightarrow P'=3W/5t= 3P/5$
10º c) Siempre independiente del camino
11º c) kg.m/s
Momento lineal es m·v. Enunciado utiliza Kg y el símbolo para kilo es k minúscula, debería ser kg.
12º d) Es igual en todos los puntos
13º c) $8\vec{i}$

$$\vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = 8\vec{i}$$

14º.- c) $\frac{m_1}{m_2}=\frac{1}{4}$

Si se anula, el campo tiene el mismo módulo y sentido opuesto $\frac{Gm_2}{(\frac{2}{3}d)^2}=\frac{Gm_1}{(\frac{d}{3})^2}\Rightarrow\frac{m_2}{4}=m_1\Rightarrow\frac{m_1}{m_2}=\frac{1}{4}$

15º d) $\frac{v_{e,P}}{v_{e,T}}=\sqrt{\frac{3}{2}}$

$$\frac{v_{e,P}}{v_{e,T}}=\frac{\sqrt{2\frac{GM_P}{R_P}}}{\sqrt{2\frac{GM_T}{R_T}}}=\sqrt{\frac{M_P}{M_T}\cdot\frac{R_T}{R_P}}=\sqrt{\frac{1}{2}\cdot 3}=\sqrt{\frac{3}{2}}$$

16º a) Disminuye; aumenta.
El campo eléctrico siempre va dirigido hacia potenciales menores. Como la carga es negativa la energía potencial aumenta ya que Ep=q·V.

17º c) x = d/4
Aplicando superposición

$$0=K\frac{q}{x}+K\frac{-3q}{d-x}\Rightarrow\frac{1}{x}=\frac{3}{d-x}\Rightarrow d-x=3x\Rightarrow d=4x\Rightarrow x=\frac{d}{4}$$

18º d) Las fuerzas eléctrica y magnética tengan el mismo valor y sentido contrario, y que la velocidad de la partícula sea igual a E/B.
Igualando módulos $|q|vB=|q|E\Rightarrow v=E/B$

19º c) El campo magnético, la superficie de la espira y de la orientación relativa entre ambos.

20º c) $M_1.v/(M_1+M_2)$
Planteando la conservación del momento lineal

$$M_1\cdot v=(M_1+M_2)\cdot v'\Rightarrow v'=\frac{M_1}{M_1+M_2}v$$

21º d) Derecha y virtual
Al estar el objeto entre el foco y el centro óptico de una lente convergente la imagen es derecha (no invertida) y virtual: la lente actúa como lupa.

22º b) Con una lente convergente

23º a) Serie del Torio
Notación debería ser ^{208}Pb ó Pb-208: el número másico se indica en la posición superior izquierda..
La serie del Torio termina en Pb-208
La serie del Actinio termina en Pb-207
La serie del Uranio termina en Pb-206
La seride del Neptunio termina en Bi-209
https://www.walter-fendt.de/html5/phes/decaychains_es.htm
https://es.wikipedia.org/wiki/Cadena_de_desintegraci%C3%B3n#Serie_del_torio

24º c) Becquerel
Marie Curie descubrió el polonio y el radio.
Roentgen descubrió los rayos X.
Rutherford estudió los tipos de radiactividad.

25º d) Gamma, beta y alfa

CUESTIONARIO UNIPROVINCIAL QUIMICA

1º Si 6,4 g de azufre reaccionan con 11,2 g de hierro para formar 17,6 g de sulfuro de hierro(II), ¿qué cantidad de sulfuro de hierro(II) se formará a partir de 50 g de hierro y 50 g de azufre?
a) 100 g
b) 87,6 g
c) 137,2 g
d) 78,6 g.

2º Se introducen masas iguales de hidrógeno (H_2), oxígeno (O_2) y helio (He) en tres recipientes del mismo volumen y a la misma temperatura. ¿Cuál de los recipientes contiene mayor número de partículas?
a) El de hidrógeno
b) El de oxígeno
c) El de hidrógeno y el de helio
d) Todos contienen el mismo número de partículas

3º ¿Cuántos orbitales pueden existir dentro del nivel n = 4?
a) 4
b) 8
c) 16
d) 32

4º ¿Cuál es el orden correcto creciente de tamaños? (Los números atómicos de estos elementos son N:7; O:8; F:9; Na:11; Mg: 12; Al:13)
a) $Na^+ < F^- < Mg^{2+} < O^{2-} < Al^{3+} < N^{3-}$
b) $Na^+ < Mg^{2+} < Al^{3+} < F^- < O^{2-} < N^{3-}$
c) $Al^{3+} < Mg^{2+} < Na^+ < F^- < O^{2-} < N^{3-}$
d) $N^{3-} < O^{2-} < F^- < Na^+ < Mg^{2+} < Al^{3+}$

5º.- ¿A qué elemento corresponde la configuración electrónica $1s^1 2s^1$?
a) Litio
b) Hidrógeno
c) Helio excitado
d) Ninguno

6º ¿Cuál de las siguientes moléculas no puede formar enlaces de hidrógeno con otra del mismo compuesto?
a) Éter metílico
b) Amoniaco
c) Etanol
d) Agua

7º En la molécula de CH_3Cl:
a) El enlace entre el átomo de C y Cl es covalente no polar.
b) El enlace entre el átomo de C y el Cl es doble.
c) La geometría es tetraédrica.
e) El momento dipolar es nulo

8º En una reacción A + B → C, con una ecuación de velocidad: $v = k [A]^{1/2}[B]$
Indique cuál de las siguientes proposiciones es falsa:
a) Si la concentración de B se reduce a la mitad, la velocidad se reduce a la mitad.
b) Si las concentraciones de A y B se duplican, la velocidad no se modifica.
c) El orden de la reacción es 1,5.

d) El orden de reacción respecto a A es 0,5.

9º Para la reacción:

3 Fe(S) + 4 $H_2O(g) \rightleftharpoons Fe_3O_4(s)$ + 4 $H_2(g)$

Un aumento del volumen del recipiente de reacción produce el siguiente efecto sobre el equilibrio:

a) El valor de Kp disminuye.

b) No se produce ningún cambio.

c) Se produce más $H_2(g)$.

d) Se produce más $H_2O(g)$.

10º ¿La estructura de cuál de las siguientes sustancias tiene hibridación sp^2 ?

a) C_2H_2

b) BF_3

c) $CHCl_3$

d) BeF_2

11º De los siguientes indique cuál no es par ácido-base conjugado:

a) HCO_3^- / CO_3^{2-}

b) HNO_2/ NO_3^-

c) HCl /Cl^-

d) H_3O^+ / OH^-

12º El pH de una disolución acuosa es 10,82. El valor de la concentración de iones OH^- es:

a) $1{,}5 \cdot 10^{-11}$

b) $6{,}6 \cdot 10^{-10}$

c) $1{,}0 \cdot 10^{-7}$

d) $6{,}6 \cdot 10^{-4}$

13º Dos ácidos monopróticos X e Y tiene de constante de ionización $1 \cdot 10^{-4}$ y $1{,}6 \cdot 10^{-5}$, respectivamente. Indicar qué proposiciones son correctas:

a) El ácido Y es más fuerte que el X.

b) Una disolución de X tiene mayor pH que una disolución, de igual concentración, de Y.

c) El pH será el mismo si las disoluciones de los dos ácidos son las mismas.

d) El grado de disociación del ácido X será mayor que el del Y.

14º Un oxidante es:

a) Aquel elemento que gana electrones al formarse

b) Aquella sustancia que nunca puede perder electrones

c) La sustancia que gana electrones en un determinado proceso

d) El elemento que pierde electrones en un determinado proceso

15º ¿En qué consiste el proceso de galvanostegia ,que utiliza la electrolisis para producir una reacción redox?

a) Recubrir un metal con otro

b) Asociar moléculas de un soluto con las de su disolvente

c) Añadir líquido a una sustancia mientras esta se calienta

d) Aplicar procesos de oxidación y reducción simultáneos a una misma sustancia

16º Cuando se mezclan disoluciones de Nitrato de Plomo (II) y de Cloruro de Sodio, los productos de reacción son:

a) Pb^{2+} (ac), $NaNO_3$ (s) y Cl_2 (g)

b) Pb^{2+} (ac), Cl (ac) y $NaNO_3$(s)

c) $PbCl_2$ (s), N_2 (g) y O_2 (g)

d) $PbCl_2$ (s), Na^+ (ac) y NO_3^- (ac)

17º Una disolución saturada de Hidróxido de Magnesio tiene una solubilidad molar de 1.44 x 10^{-4} M. ¿Cuál es el valor de la constante del producto de solubilidad, Kps?
a) 1.2 x 10^{-11}
b) 2.1 x 10^{-8}
c) 3.0 x 10^{-12}
d) 4.2 x 10^{-8}

18º Las reacciones químicas son siempre espontáneas si:
a) Son endotérmicas y presentan una variación de entropía negativa.
b) Son endotérmicas y presentan una variación de entropía positiva.
c) Son exotérmicas y presentan una variación de entropía positiva.
d) Son exotérmicas y presentan una variación de entropía negativa.

19º ¿Cuántos mL de Ácido Clorhídrico 3.50 M se necesitan para preparar 500 mL de una disolución de Ácido Clorhídrico 0.150 M?
a) 1.05 mL
b) 10.7 mL
c) 21.4 mL
d) 32.1 mL

20º ¿Cuántos electrones desapareados hay en un átomo de Arsénico, asumiendo que el átomo está en su estado electrónico fundamental o de mínima energía?
a) Uno
b) Dos
c) Tres
d) Cinco

21º ¿Cuánto vale el potencial normal de la pila galvánica en la que tiene lugar la reacción dada abajo?
Datos: Ni^{2+} (ac) + 2 e^- → Ni (s), E^0 = -0.270 V.
Cr^{3+} (ac) + 3 e^- → Cr (s), E^0 = -0.740 V.
3 Ni^{2+} (ac) + 2 Cr (s) → 3 Ni (s) + 2 Cr^{3+} (ac)
a) 1.01 V
b) 0.470 V
c) 0.670 V
d) -0.670 V

22º ¿Qué tipo de hibridación tiene la molécula de eteno?
a) Sp
b) Sp^2
c) Sp^3
d) Sp^2d

23º De los estereoisómeros siguientes ¿cuáles no son imágenes especulares?
a) Enantiómeros
b) Racémicos
c) Diastereoisómeros
d) Ninguno de los anteriores

24º ¿Cuál es la hibridación del átomo de oxígeno en la molécula de agua?
a) S
b) Sp
c) Sp^3

d) Sp^2

25º ¿Qué compuesto se obtiene en la oxidación de un alcohol secundario?
a) Aldehido
b) Cetona
c) Ácido acético
d) Éster

1º d) 78,6 g.

El limitante sería el hierro: $50\,g\,Fe \cdot \frac{17,6\,g\,FeS}{11,2\,g\,Fe} = 78,6\,g\,FeS$

2º a) El de hidrógeno
Se entiende que partículas hace referencia a moles de partículas gaseosas (se cita volumen y temperatura). Se indica misma masa, y la masa molar de H_2 es 2 g/mol, la de H_2O es 18 g/mol y la de He es 4 g/mol, luego para la misma masa el número de partículas será mayor cuanto menor sea la masa molar, ya que supondrán más moles.
3º c) 16 orbitales
Para n=4 hay 1 orbital 4s, 3 orbitales 4p, 5 orbitales 4d y 7 orbitales 4f
4º c) $Al^{3+} < Mg^{2+} < Na^{+} < F^{-} < O^{2-} < N^{3-}$
Todos son iones isoelectrónicos con configuración de gas noble Neón. Cuando mayor sea Z mayor carga nuclear habrá y más pequeño será el ion.
5º c) Helio excitado
6º a) Éter metílico
7º c) La geometría es tetraédrica.
8º b) Si las concentraciones de A y B se duplican, la velocidad no se modifica.
9º b) No se produce ningún cambio.
Hay el mismo número de moles de gas en reactivos y productos.
10º b) BF_3
C_2H_2 tiene enlace triple e hibridación sp, $CHCl_3$ tiene cuatro enlaces simples e hibridacón sp^3, BeF_2 tiene dos enlaces simples e hibridación sp
11º d) H_3O^+ / OH^-
En los tres casos, a HCO_3^- / CO_3^{2-}, b HNO_2/ NO_3^- (hay un error y se asume sería NO_2^-)y c HCl /Cl^- se pierde un protón del ácido y se tiene la base conjugada. Sin embargo la base conjugada de H_3O^+ sería H_2O, y la base conjugada de H_2O sería OH^-.
12º d) $6,6 \cdot 10^{-4}$
pOH=14-pH=14-10,82=3,18
$[OH^-]=10^{-3,18}=6,6 \cdot 10^{-4}$ M
13º d) El grado de disociación del ácido X será mayor que el del Y.
La afirmación a no es correcta porque mayor Ka implica equilibrio de disociación más desplazado y ácido más fuerte.
La afirmación b no es correcta porque al ser X más fuerte tiene mayor concentración de H^+, y según la definición de pH implica menor pH.
La afirmación c no es correcta (se asume que se refiere a la misma concentración de las disoluciones)
La afirmación d es correcta porque ser un ácido más fuerte implica mayor grado de disociación
14º c) La sustancia que gana electrones en un determinado proceso
Un oxidante es una sustancia que se reduce, gana electrones, y los capta de otra a la que reduce.
La afirmación a no es correcta porque no los tiene por qué ganar al formarse.

La afirmación b no es correcta porque puede perder electrones en ciertas situaciones.
La afirmación d no es correcta porque perder electrones es oxidarse, y sería un reductor.
15º a) Recubrir un metal con otro
16º d) $PbCl_2$ (s), Na^+ (ac) y NO_3^- (ac)
Inicialmente ambas sales se disocian en sus iones, y luego precipita $PbCl_2$ al ser poco soluble
https://owl.oit.umass.edu/departments/Chemistry/appendix/ksp.html $1,7 \cdot 10^{-5}$
17º a) 1.2×10^{-11}
$Mg(OH)_2$ (s) $\rightleftharpoons Mg^{2+}$ (aq) + $2OH^-$ (aq)
exceso s 2s
$K_{ps}=s \cdot (2s)^2=4s^3=4 \cdot (1,44 \cdot 10^{-4})^3=1,19 \cdot 10^{-11}$
https://owl.oit.umass.edu/departments/Chemistry/appendix/ksp.html $1,5 \cdot 10^{-11}$
18º c) Son exotérmicas y presentan una variación de entropía positiva.
Son espontáneas si $\Delta G<0$
$\Delta G=\Delta H-T\Delta S$. Si es exotérmica $\Delta H<0$ y si $\Delta S>0$, entonces $\Delta G<0$ para cualquier temperatura.
$\Delta G = \Delta H - T \Delta S$
19º c) 21.4 mL
Debe contener $0,150 \cdot 0,5=0,075$ mol HCl
$c=n/V \rightarrow V=n/c=0,075/3,5=0,0214$ L = 21,4 mL
20º c) Tres
El arsénico está en grupo 15 y su configuracion electrónica termina en $4p^3$
21º b) 0.470 V
El cátodo es el que tiene mayor potencial estándar de reducción, el níquel
$E^o=E^o$cátodo-E^oánodo=-0,270-(-0,740)=0,470 V
22º b) sp^2
Los carbonos en el eteno tienen un enlace doble, hibridación sp^2 con enlace σ y orbital p no hibridado con enlace π.
23º c) Diastereoisómeros
Opción a enantiómeros son imágenes especulares.
Opción b racémicos es una mezcla de enantiómeros.
24º c) sp^3
Tiene hibridación sp^3 y geometría angular al tener dos pares de electrones no enlazantes.
25º b) Cetona
La opción a aldehído estaría asociada a la oxidación de un alcohol primario.
La opción c ácido acético (etanoico) estaría asociada a la oxidación de etanol.
La opción d éster no está asociada a oxidación, sino a condensación de ácidos y alcoholes.

CC BY SA

Enunciados originales obtenidos del Departament d'Ensenyament vía solicitud de acceso a información pública vía Ley de transparenciay posterior recurso al GAIP
http://www.gaip.cat/es/detall/normativa/2018-0174

PROBLEMA 4.
El dióxido de azufre presente en el aire es de los principales responsables del fenómeno de la lluvia ácida. La concentración de dióxido de azufre en se puede determinar por valoración con una solución de permanganato potásico obteniendo sulfato de manganeso (II).
a) **(0.75 puntos)** Calcule la masa de dióxido de azufre en una muestra de aire, si la valoración se consume 7.37 ml de una disolución 0.008 M de permanganato de potasio.
b) **(0,5 puntos)** Utilizando un diagrama de Lewis, haga la representación molecular del dióxido de azufre. Basándose en la teoría de repulsión de los electrones de valencia, indique la geometría molecular del dióxido de azufre. Se trata de una molécula polar? Razone la respuesta.
c) **(0,5 puntos)** La concentración de dióxido de azufre es una región de la troposfera es de 0,16mg/l. El gas se disuelve en el agua de la lluvia formando el anión hidrogenosulfito. Si la constante de equilibrio de esta reacción es $1.3\ 10^{-2}$, calcule el pH de agua de la lluvia. Considere que la concentración de dióxido de azufre de la gota es igual que la del aire.
Datos:
Masas atómicas S=32, K=39'1, Mn=54'9, O=16
d) **(0,75 puntos)** La materia de ciencias para el mundo contemporáneo tiene como finalidad el desarrollo de capacidades, como: plantearse preguntas sobre cuestiones científicas y problemas de actualidad socialmente relevantes que tengan incidencia en la vida cotidiana, de manera crítica o reconocer y evaluar la dimensión social de problemas en relación con el medio ambiente y los recursos naturales, entre otros.
Uno de los blocs de contenidos que se trabajan en ciencias para el mundo contemporáneo es Desarrollo humano y desarrollo sostenible. Plantee 5 preguntas para que los alumnos debatan sobre la relación entre actividad humana, calentamiento global y cambio climático, y la identificación de las causas naturales y antrópicas, e indique el objetivo de aprendizaje que se pretende alcanzar en cada una de ellas.

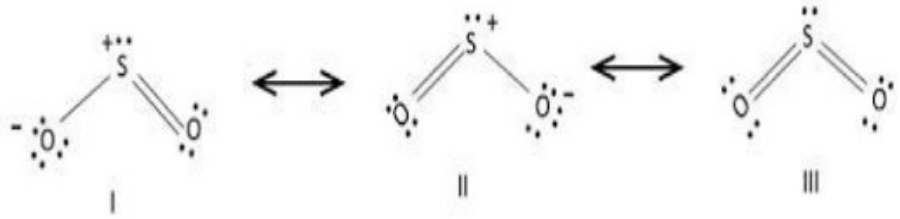
El separador decimal se debe indicar en la línea de escritura: debería ser 39,1 y 54,9.
El valor debe ir separado de la unidad: debería ser 0,16 mg/L
Se indica "blocs" que debería ser bloques

a) Semirreacción de reducción: $MnO_4^- + 8H^+ + 5e^- \rightarrow Mn^{2+} + 4H_2O$
Semirreación de oxidación: $SO_2 + 2H_2O \rightarrow SO_4^{2-} + 4H^+ + 2e^-$
Multiplicamos la de reducción por 2 y la de oxidación por 5 y sumamos
Reacción iónica:
$2MnO_4^- + 16H^+ + 5SO_2 + 10H_2O \rightarrow 2Mn^{2+} + 8H_2O + 5SO_4^{2-} + 20H^+$
$2MnO_4^- + 5SO_2 + 2H_2O \rightarrow 2Mn^{2+} + 5SO_4^{2-} + 4H^+$
Reacción global:
$2KMnO_4 + 5SO_2 + 2H_2O \rightarrow 2MnSO_4 + K_2SO_4 + 2H_2SO_4$
Masa molar $SO_2 = 32+2\cdot16=64$ g/mol SO_2

$$0{,}00737\,\cancel{L}\cdot\frac{0{,}008\,\cancel{mol\,KMnO_4}}{1\,\cancel{L}}\cdot\frac{5\,\cancel{mol\,SO_2}}{2\,\cancel{mol\,KMnO_4}}\cdot\frac{64\,g\,SO_2}{1\,\cancel{mol\,SO_2}}=9{,}43\cdot10^{-3}\,g\,SO_2$$

b) Para el diagrama de Lewis de SO_2 usamos las configuraciones electrónicas: para S es $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4$, con 6 electrones de valencia y y para O es $1s^2 2s^2 2p^4$ con 6 electrones de valencia.
Podemos calcular el número de enlaces a representar asumiendo que los 3 átomos consiguen el octeto y no se trata de una excepción:
(nº átomos)·8 = (nº de átomos de cada tipo)·(e- de valencia de cada tipo)+(nº enlaces)·2
3·8=1·6+2·6+N·2 → N=3 enlaces
El número de electrones solitarios es (nº de átomos de cada tipo)·(e- de valencia de cada tipo)-(nº enlaces)·2=1·6+2·6-3·2=12, luego hay 12 pares de electrones solitarios.
Colocando el azufre como átomo central vemos que tiene que tener dos enlaces con un oxígeno y un enlace coordinado con el otro, pero puede ser a la inversa y hay varias estructuras de resonancia.
https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Resonance_structures_of_sulfur_dioxide.svg

El enlace coordinado implica que existen cargas formales, y la estructura de Lewis más estable es la que tiene la menor carga formal. En este cao el azufre puede completar con 10 electrones y la estructura tiene dos dobles enlaces



Según la teoría RPECV el azufre tiene 3 grupos de electrones, pero solo dos enlazantes, por lo que la geometría será angular con un ángulo cercano a 120º
La molécula es polar ya que los enlaces S-O son polares y la geomería no cancela los momentos dipolares.

c) $\dfrac{0{,}16\cdot10^{-3}\,\cancel{g\,SO_2}}{L}\cdot\dfrac{1\,mol\,SO_2}{46\,\cancel{g\,SO_2}}=3{,}478\cdot10^{-6}\,M$

	SO_2 +	H_2O ⇄	HSO_3^- +	H^+
Inic	c_0	exceso	0	0
Equ	c_0-x	exceso	x	x

$$1{,}3\cdot10^{-2}=\frac{[HSO_3^-][H^+]}{[SO_2]}=\frac{x^2}{3{,}478\cdot10^{-6}-x}$$

$$x^2+1{,}3\cdot10^{-2}x-4{,}5214\cdot10^{-8}=0$$

$$x=\frac{-1{,}3\cdot10^{-2}\pm\sqrt{(1{,}3\cdot10^{-2})^2-4\cdot1\cdot(-4{,}5214\cdot10^{-8})}}{2}$$

$$x=\frac{-1{,}3\cdot10^{-2}\pm1{,}3006954\cdot10^{-2}}{2}=\begin{matrix}\cancel{negativo}\\3{,}477\cdot10^{-6}\,M\end{matrix}$$

$$pH=-\log_{10}([H^+])=-\log_{10}(3{,}477\cdot10^{-6})=5{,}46$$

d) Ciencias para el Mundo Contemporáneo era una materia común de 1º Bachillerato LOE que

desapareció en LOMCE.
https://www.fiquipedia.es/home/materias/bachillerato/cienciasparaelmundocontemporaneo-1bachillerato/curriculocienciasparaelmundocontemporaneo-1bachillerato/
Dado que se pregunta en un examen de 2018 parece que en Cataluña sigue existiendo, como se puede ver en este documento que indica "Última actualización 06/08/2025" en el que se indica Continua vigente el Decreto 142/2008, de ordenación de las enseñanzas de bachillerato, con la obligatoriedad de cursar una materia común de la opción propia de cada modalidad, tanto en el primer curso como en el segundo, para ajustarse a los requerimientos normativos.
https://gencat.cat/ensenyament/eac/pdf/BATXLOE_3000_ES.pdf
https://dibaaps.diba.cat/vnis/temp/CIDO_dogc_2008_07_20080729_08190087.pdf
Ciències per al món contemporani.

Una propuesta de 5 preguntas para debate sobre la relación entre actividad humana, calentamiento global y cambio climático, junto el objetivo de aprendizaje que pretende alcanzar cada una:

1. **Existencia** del cambio climático. Evidencias científicas y argumentos negacionistas.
Objetivos de aprendizaje:
- Conocer y analizar las pruebas científicas que confirman el cambio climático (aumento de temperaturas, acidificación de océanos, retroceso de glaciares, información obtenida por satélites) y contrastarlas con los argumentos negacionistas habituales ("el clima siempre ha cambiado", "los todos los científicos están de acuerdo").
- Desarrollar pensamiento crítico para distinguir entre información basada en consenso científico (como los informes del IPCC) y desinformación o intereses económicos.
- Reflexionar sobre el impacto de la desinformación en la percepción de la población y en las políticas ambientales.

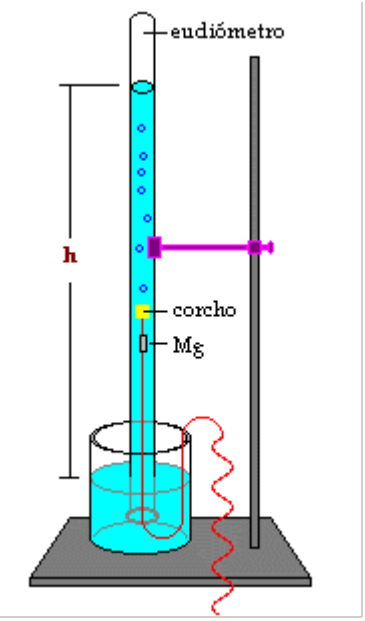
2. **Origen** del calentamiento global actual: la actividad humana o causas naturales.
Objetivo de aprendizaje: distinguir entre causas naturales (variaciones solares, ciclos orbitales, vulcanismo) y antrópicas (emisiones de CO_2, deforestación) del cambio climático, analizando evidencias científicas como registros paleoclimáticos y datos atmosféricos desde la revolución industrial hasta la actualidad.

3. **Impacto** del cambio climático en los ecosistemas y las comunidades humanas.
Objetivo de aprendizaje: evaluar los efectos socioambientales del cambio climático (sequías, fenómenos meteorológicos más extremos, subida del nivel del mar, pérdida de biodiversidad) y reflexionar sobre la desigualdad en su impacto y los refugiados climáticos.

4. **Sostenibilidad**: soluciones tecnológicas y políticas para combatir el cambio climático sin renunciar al desarrollo económico.
Objetivo de aprendizaje: analizar la viabilidad de desarrollo sostenible mediante soluciones como energías renovables, economía circular o acuerdos internacionales.

5. **Responsabilidad** individual y colectiva tenemos frente al cambio climático
Objetivo de aprendizaje: promover la conciencia crítica sobre el papel y la eficacia de acciones individuales y colectivas (empresas, gobiernos, regulaciones) en la lucha contra el cambio climático.

B6. El dibujo representa un eudiómetro, aparato que permite medir el volumen formado de un gas. Este instrumento, o en su defecto una probeta o una bureta invertida, puede utilizarse para realizar una práctica clásica de estequiometria en la que se estudia la formación de un gas. Supongamos que deseamos hacer el estudio estequiométrico de la reacción de una disolución de ácido clorhídrico con magnesio. Para ello se vierten en un audímetro 50 cm^3 de disolución de ácido clorhídrico 0,5 M y se añade agua hasta llenarlo, posteriormente se introducen 0,0125 g de cinta de magnesio atada a un corcho con un hilo metálico (la función del corcho es mantener el Mg dentro del eudiómetro) y se gira el eudiómetro colocándolo en un vaso de precipitados con agua tal como se muestra en la figura. Realizada la experiencia se mide el volumen el gas producido y recogido en la parte superior del eudiómetro. En este caso resultan ser 12 cm^3. (1,25 ptos)



a) Determinar el rendimiento de la reacción sabiendo que la temperatura a la que se realizó la experiencia es 20 ºC, la altura h que se muestra en la figura tiene un valor de 35 cm, la presión atmosférica 1020 mb y la presión de vapor de agua a PV 20 ºC es 23,393 hPa. (0,5 ptos)
b) Indicar razonadamente cuál de los siguientes elementos es el adecuado para utilizar en esta experiencia como hilo metálico: Cu o Ni (0,5 ptos)
c) Tomando en consideración el currículo indique en que curso de ESO o Bachillerato considera adecuado realizar una experiencia como la descrita en este ejercicio. Si la realiza en Química de 2º de Bachillerato indique con que elementos del currículo estaría relacionada. (0,25 ptos)
Datos: 1N/m^2 = 10^{-5} bar = 9,8692·10^{-6} atm = 7,5006·10^{-3} Torr; R=0,082 l·atm/K mol; Eº Cu^{2+}/Cu=0,34 V, Eº Ni^{2+}/Ni=-0,23 V, E° Mg^{2+}/Mg=-2,37 V; Masas atómicas: H:1,008; Cl:35,45; Mg:24,305; Considerar la densidad de la disolución de HCl, ρ, igual a la del agua.

Enunciado debería indicar 1020 mbar
Tomamos densidad de algua 1000 kg/m^3, g=9,81 m/s^2

a) La reacción ajustada es Mg (s) + 2HCl (aq) → $MgCl_2$ (aq) + H_2 (g)

$$0{,}050\,\cancel{L}\cdot\frac{0{,}5\,mol\,HCl}{1\,\cancel{L}}=2{,}5\cdot10^{-2}\,mol\,HCl$$

$$0{,}0125\,\cancel{g\,Mg}\cdot\frac{1\,mol\,Mg}{24{,}305\,\cancel{g\,Mg}}=5{,}14\cdot10^{-4}\,mol\,Mg$$

La proporción estequiométrica HCl/Mg=2, la real HCl/Mg=2,5·10^{-2}/5,14·10^{-4}=48,6
El HCl está en exceso y el limitante es Mg
Necesitamos calcular los moles de H_2 en los 12 cm^3: el volumen está asociado a la presión del H_2 liberado, a la presión de vapor del agua y a la presión atmosférica que empuja la columna de agua hacia arriba.
En el punto de la superficie del líquido dentro del eudiómetro la presión es la atmosférica menos la presión de la columna de 35 cm de agua.
P=102000 - 1000·9,81·0,35=98566,5 Pa

Esa presión es la de la mezcla de gases, hidrógeno y vapor de agua.
La presión del hidrógeno es $98566,5-23,393\cdot10^{2}=96227,2$ Pa
$96227,2\cdot9,8692\cdot10^{-6}=0,949685$ atm
$n=PV/RT=0,949685\cdot0,012/(0,082\cdot(273+20))=4,743\cdot10^{-4}$ mol H_2
El número de moles de H_2 obtenido con un rendimiento del 100% sería el mismo que el de Mg

$$\eta=\frac{4,743\cdot10^{-4}}{5,14\cdot10^{-4}}=0,923=92,3\%$$

b) El potencial de reducción estándar del hidrógeno es 0 V, y para una disolución 0,5 M será algo distinto utilizando Nernst
El hidrógeno se reduce y oxida el magnesio, por lo el metal no debe oxidarse. El cobre tiene mayor potencial de reducción que el hidrógeno y no será oxidado por el HCl, pero níquel tiene un potencial de reducción negativo y podría ser oxidado por el HCl.
c) El examen es de 2018, momento en el que estaba implantada LOMCE. Se menciona currículo LOMLOE vigente en 2025.
Se podría hacer en ESO a nivel cualitativo y en Quimica de 2º Bachillerato.
Se indica en negrita lo añadido en el currículo de Madrid respecto del estatatal
https://www.fiquipedia.es/home/materias/eso/fisicayquimica-4eso/curriculo-fisica-y-quimica-4-eso-lomloe/

C. El cambio.

- Ecuaciones químicas: ajuste de reacciones químicas y realización de predicciones cualitativas y cuantitativas basadas en la estequiometría, relacionándolas con procesos fisicoquímicos de la industria, el medioambiente y la sociedad.
  - **Ajuste de ecuaciones químicas.**
  - **Cálculos estequiométricos. Rendimiento de una reacción.**
  - **Reacciones químicas de especial interés.**
- Descripción cualitativa de reacciones químicas de interés: reacciones de combustión, neutralización y procesos electroquímicos sencillos, valorando las implicaciones que tienen en la tecnología, la sociedad o el medioambiente.
  - **Tipos de reacciones químicas.**

https://www.fiquipedia.es/home/materias/bachillerato/quimica-2bachillerato/curriculo-quimica-2-bachillerato-lomloe/

5. Reacciones **de reducción y oxidación** (redox).

- Estado de oxidación. Especies que se reducen u oxidan en una reacción a partir de la variación de su número de oxidación.
  - **Par redox. Oxidantes y reductores.**
- Método del ion-electrón para ajustar ecuaciones químicas de oxidación-reducción. Cálculos estequiométricos y volumetrías redox.

enrique@fiquipedia.es Revisado 7 agosto 2015
CC BY

PROCEDIMIENTO SELECTIVO DE INGRESO Y ACCESO A LOS CUERPOS DE ENSEÑANZA SECUNDARIA.
ESPECIALIDAD FÍSICA Y QUÍMICA
PRUEBA PRÁCTICA
SORIA 2015

5.
a) Se trata de que se elabore un guión bien estructurado y completo de una práctica para realizar en el laboratorio con sus alumnos. El objetivo debe ser la determinación experimental de la constante de Planck.
Debe plantear dicho guión de modo que tenga en cuenta que los datos que supuestamente va a obtener de forma experimental, son los valores de "Potencial de frenado" para diferentes longitudes de onda. (Ver tabla)

Longitud de onda (nm)	Voltaje de frenado V_Φ (V)
500,0	0,60
428,6	1,00
375,0	1,40
333,3	1,80
300,0	2,20

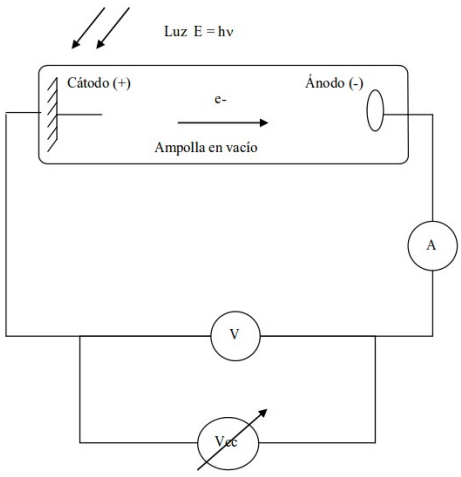
b) Una vez elaborado el guión de la práctica, proceda con el tratamiento de lo datos que se dan a continuación para llegar a la citada constante.
>>Aquí se supone que el enunciado incluiría como datos:
Valor absoluto de la carga del electrón = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C
Velocidad de la luz en el vacío = $3{,}0 \cdot 10^{8}$ m/s

a) Como se indica "guión bien estructurado y completo" la respuesta a dar debería incluir los puntos a incluir en ese guión a entregar a los alumnos. Unos puntos básicos serían: objetivo, fundamentos, materiales y procedimiento, e indicar que los alumnos asociado a la práctica deben entregar un Informe de Práctica, que es una versión simplificada de un Informe Científico, y que constará de los siguientes apartados típicos:
1. Título de la práctica y miembros del grupo de laboratorio que la han realizado.
2. Introducción / Resumen / Objetivos: se describe de manera general la práctica y qué finalidad se persigue al realizar la experiencia
3. Materiales utilizados: descripción detallada indicando todos ellos y sus características
4. Metodología / Procedimiento: descripción detallada de los pasos seguidos en la experimentación.
5. Resultados: se indican las medidas realizadas, cálculos realizados y resultados, que en algún caso pueden darse en forma de tabla o gráfica.
6. Conclusiones: qué podemos deducir del análisis de los resultados obtenidos
7. Bibliografía: se indica si se ha consultado en libros (incluido el libro de texto de clase) o en internet, dando la referencia.

Se pueden encontrar en la red referencias de guiones, por ejemplo

- Determinación fotoeléctrica de la constante de Planck, Dina Tobia – Martín E. Saleta, Universidad de Buenos Aires - Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - Departamento de Física
- DETERMINACIÓN DE LA CONSTANTE DE PLANCK, Laboratorio de Física, CC Físicas, UCM, Curso 2008/2009

Práctica realizable con simulador:



- Física con ordenador, Curso Interactivo de Física en Internet, Ángel Franco García http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/cuantica/fotoelectrico/fotoelectrico.htm

Se citan adicionalmente:

- Ejemplo de ejercicio con potenciales de frenado en función de longitud de onda, PAU 2014 Junio Castilla León Ejercicio B5
- Otro ejemplo de determinación experimental de la constante de Planck en laboratorio, sin uso de potencial de frenado. Olimpiada 2012 Prueba experimental. Constante de Planck y comportamiento de un LED

b) Utilizando la ecuación del efecto fotoeléctrico cualitativamente
Energía incidente = Trabajo extracción + Energía cinética máxima
La energía cinética máxima está asociada al potencial de frenado: el potencial de frenado hace que para la carga del electrón se almacene en energía potencial la energía cinética y se frene desde la velocidad máxima hasta cero, haciendo que ningún electrón llegue al ánodo.
Poniéndolo en forma de ecuación:
Energía incidente = $hf = hc/\lambda$
Trabajo de extracción = W_0
Energía cinética máxima = $\frac{1}{2} mv_{máx}^2 = |e|\cdot|\Delta V|$

$$h \cdot \frac{c}{\lambda} = W_0 + |e||\Delta V|$$

Como nuestra variable independiente es la longitud de onda y la dependiente es ΔV, lo escribimos buscando la expresión de una recta y=m·x + n

$$|\Delta V| = \frac{hc}{|e|} \cdot \frac{1}{\lambda} - \frac{W_0}{|e|}$$

Donde y = ΔV, m = hc/e , x = 1/λ y n = W_0/e
Calculamos los valores (utilizamos 4 cifras significativas en λ y en 1/λ como en datos de enunciado, y 3 en potencial frenado y en cálculos finales) y realizamos el ajuste (se puede hacer con una calculadora científica típica)

λ (m)	V frenado (V)	1/λ
5,000E-007	0,60	2,000E+006
4,286E-007	1,00	2,333E+006
3,750E-007	1,40	2,667E+006
3,333E-007	1,80	3,000E+006
3,000E-007	2,20	3,333E+006

http://www.wolframalpha.com/input/?i=linear+fit+{+{2.000e6%2C0.60}%2C+{2.333e6%2C1.00}%2C+{2.667e6%2C1.40}%2C+{3.000e6%2C1.80}%2C+{3.333e6%2C2.2}}}
Vemos que se ajusta muy bien a una recta, donde tomamos tres cifras significativas
$m=1{,}20012\cdot10^{-6} \approx 1{,}20\cdot10^{-6}$
$n=-1{,}80024 \approx -1{,}80$
Sustituyendo con las expresiones anteriores y datos enunciado (asumimos con dos cifras significativas)
$m=hc/e \rightarrow h = m\cdot e/c = 1{,}20\cdot10^{-6}\cdot1{,}6\cdot10^{-19}/3{,}0\cdot10^{8} \approx 6{,}4\cdot10^{-34}$ J·s
(razonablemente cercano al valor real de $6{,}626\cdot10^{-34}$ J·s)
Aunque no se pide, calculamos $W_0=n\cdot e=1{,}8\cdot1{,}6\cdot10^{-16}\approx 2{,}9\cdot10^{-19}$ J o directamente 1,8 eV
Se trata de un trabajo de extracción muy bajo, se podría asociar a un metal de la parte inferior izquierda de la tabla, pero parece un dato inventado; mirando en http://www.ptable.com/#Property/Ionization y sabiendo que el trabajo de extracción coincide con la primera energía de ionización, la más baja es para cesio de 375,7 kJ/mol, que suponen $6{,}24\cdot10^{-19}$ J por átomo.

enrique@fiquipedia.es Revisado 7 agosto 2015

Input interpretation:

fit	data	$\{\{2.\times10^6, 0.6\}, \{2.333\times10^6, 1.\}, \{2.667\times10^6, 1.4\}, \{3.\times10^6, 1.8\}, \{3.333\times10^6, 2.2\}\}$
	model	linear function

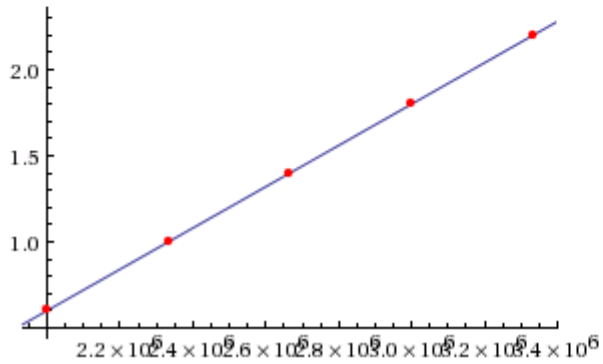
Least-squares best fit:

$$1.20012\times10^{-6}\,x - 1.80024$$

Fit diagnostics:

AIC	BIC	R^2	adjusted R^2
−61.131	−62.3027	1.	1.

Plot of the least-squares fit:



Enable interactivity

3. Solución de una situación real de enseñanza

Supuesto práctico

Se encuentra usted impartiendo clase de Física y Química en 4º curso de ESO a un grupo de 20 alumnos y alumnas y se dispone a impartir la Unidad Didáctica: Fuerzas en los fluidos, uno de cuyos contenidos es el "Principio de Arquímedes". La programación de su departamento didáctico establece que una de las prácticas de laboratorio sea "Comprobación del Principio de Arquímedes". En relación con la situación que se le plantea, conteste.

a) Decida si realizaría la práctica antes o después de impartir el contenido de la clase. Debe argumentar didácticamente su decisión.

b) Organización del alumnado a la hora de acudir al laboratorio (posible desdoblamiento del grupo en función de la normativa vigente, ayuda por parte de otros miembros del departamento, etc). Indique claramente todas las acciones que sería necesario adoptar en este sentido.

c) Elabore el guión que entregaría a los alumnos y alumnas. Este guión debe contener como mínimo: Objetivos de la práctica, material necesario, esquema del montaje experimental y tabla de recogida de datos.

d) Indique, en función de la decisión adoptada en el apartado a) cómo evaluaría esta actividad.

Esta resolución de un "supuesto práctico" es la primera que realizo y es muy general, se ponen referencias y enlaces; comentarios y sugerencias sobre qué ampliar o cambiar son bienvenidos.

El enunciado y la resolución hay que ponerlos en contexto:

- Se cita normativa pero la situación legal de las leyes educativas hace que sea muy variable, y es necesaria "arqueología legislativa", que además varía en cada comunidad.
- A nivel estatal en el año de este examen de oposición, 2006, se había aprobado la LOE, pero no se había implantado todavía, ya que según calendario de implantación se implantó en 2008-2009 para 4º ESO, por lo que en su momento esto habría que responderlo con LOGSE https://www.boe.es/buscar/act.php?id=BOE-A-2006-12687#a8
- En el año en el que se realiza la primera resolución de este ejercicio, 2016, está aprobada la LOMCE, y según calendario de implantación se implantará en 2016-2017 para 4º ESO https://www.boe.es/buscar/act.php?id=BOE-A-2013-12886#dfquinta
- En el año en el que se realiza la primera resolución de este ejercicio, 2016, sigue vigente el Real Decreto-Ley 14/2012 que supone modificar las ratios , condicionado a la tasa de reposición, https://www.boe.es/buscar/act.php?id=BOE-A-2012-5337#a2 que permite aumentar un 20% las ratios fijadas en LOE que son de 30 alumnos para secundaria https://www.boe.es/buscar/act.php?id=BOE-A-2006-7899#a157 , lo que supone clases con 36 alumnos, lejos de los 20 indicados.

a) Se pueden comentar varias cosas inicialmente:

-Quizá la respuesta ya esté indicada en la programación/por el departamento, y habría que seguirla.

-El nombre de la práctica contiene la palabra "comprobación", no deducción u obtención, luego parece más adecuado tras haber impartido los contenidos, para comprobar experimentalmente el principio visto de forma teórica.

Como se pide argumentar didácticamente, se podría plantear diferenciar de manera general entre dos enfoques generales de teorías de aprendizaje, aunque a nivel pedagógico se puede extender la respuesta mucho más:

-Realizarlo antes se puede asociar a un enfoque constructivista, el alumno construye su conocimiento, podría orientársele a que obtenga el enunciado del Principio de Arquímedes.

-Realizarlo después se puede asociar a un enfoque conductista, el alumno recibe el Principio de Arquímedes como algo ya elaborado, que debe asumir como cierto y debe aprender tal y como se le enseña, y en la práctica se limita a comprobarlo experimentalmente.
A nivel realista, el momento de antes o después viene condicionado por la disponibilidad de tiempo, de desdobles y en qué momento se realicen. Por limitaciones de tiempo los laboratorios suelen realizarse habiendo realizándose antes una mínima introducción teórica, ya que un enfoque constructivista puede requerir más tiempo, idealmente varias sesiones de prácticas para el mismo concepto.
b) La organización del alumnado en el laboratorio depende de varios elementos:

- Disponibilidad de profesorado para desdobles

  Los desdobles suponen más recursos y con los recortes se han reducido mucho. Al menos en la Comunidad de Madrid no hay normativa que obligue a desdobles, aunque sí la hay en otras, y en este caso habría que citar la de Murcia al ser la comunidad del examen
  http://www.borm.es/borm/documento?obj=anu&id=547257 Artículo 14.- Desdobles en educación secundaria obligatoria y bachillerato.
  4. Para prácticas de laboratorio de Ciencias naturales, Biología y Geología y Física y Química se asignarán desdobles a los grupos con un número de alumnos igual o superior a 25, o 24 si se escolarizan alumnos con necesidades educativas especiales, de acuerdo con los siguientes criterios:
  - 1.º y 2.º de ESO: Un periodo lectivo quincenal para Ciencias naturales.
  - 3.º y 4.º de ESO: Un periodo lectivo quincenal para Biología y Geología y otro período quincenal para Física y Química.
- Disponibilidad de laboratorios

  La normativa no garantiza que un centro con ESO tenga laboratorio de física y química, solamente de "Ciencias experimentales"
  https://www.boe.es/buscar/act.php?id=BOE-A-2010-4132#a14
  c) Al menos un laboratorio de Ciencias Experimentales por cada 12 unidades o fracción.
  La normativa sí lo garantiza en caso de que se imparta bachillerato que imparta la modalidad de ciencias
  https://www.boe.es/buscar/act.php?id=BOE-A-2010-4132#a15
  Tres laboratorios diferenciados de Física, Química y Ciencias.
- Normativa de seguridad

  http://www.boe.es/buscar/act.php?id=BOE-A-2010-4132#preambulo
  5 metros cuadrados *por persona en los espacios diferentes a las aulas como laboratorios, talleres, gimnasios, salas de dibujo, etc.*
  http://www.boe.es/boe/dias/2006/03/28/pdfs/C00001-00952.pdf#page=856
  Tabla 2.1. Densidades de ocupación.
  Locales diferentes de aulas, como laboratorios, talleres, gimnasios, salas de dibujo, etc. ***5 [m²/persona]***
- Disponibilidad de material en el laboratorio

  Aparte del espacio en el laboratorio (número de puestos y espacio) la cantidad de material disponible puede condicionar la agrupación de alumnos.

Un comentario general organizativo que combina disonbilidad de laboratorio y de profesorado, es cómo organizar los desdobles si son necesarios (no es posible que vayan los 20 alumnos al tiempo al mismo laboratorio). Puede que haya dos laboratorios, pero para hacerlo al tiempo son necesarios dos profesores. Si solamente hay un laboratorio disponible, irá una mitad y la otra mitad se quedará en el aula de referencia haciendo otro tipo de actividades, a la semana siguiente se intercambian los grupos.
c) Sobre ideas generales de guión de laboratorio, ver Aragón 2015-5, no se repiten aquí de nuevo

También se pueden ver ideas en http://www.fiquipedia.es/home/recursos/practicas-experimentos-laboratorio/practicas-de-laboratorio-de-elaboracion-propia#TOC-Planteamiento, donde con el tiempo puede que haya también un guión completo asociado al principio de Arquímedes, aunque no lo hay en el momento de la primera elaboración de este documento.
El guión propuesto debe incluir los apartados que indica el enunciado, con dos comentarios:
-Los objetivos de la práctica tienen que estar relacionados con el currículo vigente.
-Se cita que se entrega el guión a los alumnos y se cita "tabla de recogida de datos", lo que sugiere que se les entrega impreso a los alumnos y anotan los datos en esa tabla, pero otro planteamiento es que el guión no se entrega, sino que "*los alumnos vayan al laboratorio simplemente con bolígrafo y papel, y "el guión" esté escrito en la pizarra o se les deja en funda de plástico para reutilizarla, que no se la queden, se les explica, y ellos se limitan a tomar datos y anotaciones.*"
El guión debe ser realista en cuanto al tiempo disponible, para que se puede realizar en una sesión, y en cuanto a la disponibilidad de material (dinamómetros, prismas/sólidos a sumergir)
Referencias:

- 01131.24 Experimentos para laboratorios de física. MECÁNICA. Trabajos de laboratorio. Mod. S.C.D. 89, PHYWE ESPAÑA, S.A. MR 22.1.1. Fuerzas de empuje. Principio de Arquímedes
- http://chopo.pntic.mec.es/jmillan/laboratorio_4.pdf#page=7 Práctica 5 "Principio de Arquímedes", Jesús Millán Crespo
- http://cafpe10.ugr.es/cafpe_new/teaching/labo_fisica_general/texto/arquimedes.html
- Guión "Comprobación del Principio de Arquímedes" IES Padre Moret http://irubidefyq.blogspot.com.es/2013/06/profundizacion-en-fisica-y-quimica-4-eso.html

d) Además de responder distinguiendo entre las dos opciones del apartado a (se hace antes o después de impartir el contenido en clase), es importante distinguir entre evaluación y calificación.
-Detallar la evaluación implica aclarar qué tipo de cosas se evalúan y qué es lo que se evalúa en ellas: si se valora que el alumno trabaje ciertas cuestiones previas antes de ir al laboratorio, el trabajo en el laboratorio, la limpieza y orden, trabajo en grupo, el informe (que contenga ciertos apartados, el rigor científico, …), una posible exposición oral en clase,...
-Detallar la calificación implica aclarar cómo se asigna calificación numérica a las evaluaciones y cómo se manejan y combinan.
Lo habitual es que el departamento fije ambas: qué cosas se valoran en el laboratorio y qué peso numérico porcentual tiene cada una de ellas en la nota de laboratorio (por ejemplo informe 50% y trabajo en laboratorio 50%) y a su vez qué peso numérico porcentual tiene el laboratorio en la nota numérica final de la materia (por ejemplo 20% laboratorio y 80% pruebas escritas y trabajo en el aula).
En general en caso de que se optara por realizar el laboratorio antes de impartir los contenidos, habría que valorar más el informe ya que en él estará reflejado cómo el alumno ha elaborado los conceptos a partir de la experimentación. En caso de que se optara por realizar el laboratorio después de impartir los contenidos, habría que valorar que el trabajo en el laboratorio es acorde al guión marcado donde ha utilizado los concocimientos previos.

enrique@fiquipedia.es Revisado 15 junio 2025
CC BY SA

Castilla-La Mancha 1996
Ejercicio Nº2
b) Se pretende en una práctica dirigida a los alumnos de Bachillerato, valorar ácido sulfúrico con una disolución de hidróxido de bario. En el laboratorio se dispone de todo el material necesario para realizar valoraciones y experiencias de electrólisis, pero no de indicadores ácido-base convencionales. Explique cómo montaría la práctica y determinaría la concentración del ácido.

Criterios de evaluación y calificación de este ejercicio:
Se valorarán las explicaciones detalladas de cada uno de los apartados
Calificación:
Apartado a): Máximo 3 puntos, valorándose con 0,75 puntos cada subapartado. Apartado b): Máximo 1 punto. Apartado c): Máximo 1 punto.
Los apartados b) y c) se puntuarán siempre que se haya dado respuesta al apartado a).

Cataluña 2000
C3. En una classe de pràctiques preparatòria de les PAAU al laboratori del centre, una professora pretén valorar una dissolució acuosa d'àcid sulfúric amb una dissolució acuosa d'hidròxid de bari de concentració coneguda. Lamentablement, en el laboratori (que està ben equipat i disposa de tota mena de material elèctric, de vidre i de material apte per fer experiències d'electrolisi) s'han acabt els indicadors àcid-base convencionals. Com s'ho podria fer la professora per resoldre la situació, fer la valoració i evitar que els alumnes (que aquella tarda han anat expressament a l'institut per a la sessió de pràctiques) marxin sense haver vist una manera de fer-la?

C3. En una clase de prácticas preparatoria de las PAAU en el laboratorio del centro, una profesora pretende valorar una disolución acuosa de ácido sulfúrico con una disolución acuosa de hidróxido de bario de concentración conocida. Lamentablemente, en el laboratorio (que está bien equipado y dispone de todo tipo de material eléctrico, de vidrio y de material apto para realizar experiencias de electrolisis) se han terminado los indicadores ácido-base convencionales. ¿Cómo podría hacerlo la profesora para resolver la situación, hacer la valoración y evitar que los alumnos (que esa tarde han ido expresamente al instituto para la sesión de prácticas) se marchen sin haber visto una manera de hacerla?

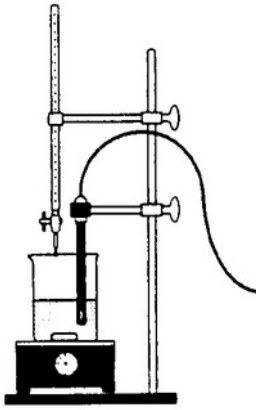
En Castilla-La Mancha se indica valorar ácido sulfúrico por lo que se asume que es el que tiene concentración desconocida, siendo conocida la de hidróxido de bario: en Cataluña se indica explícitamente

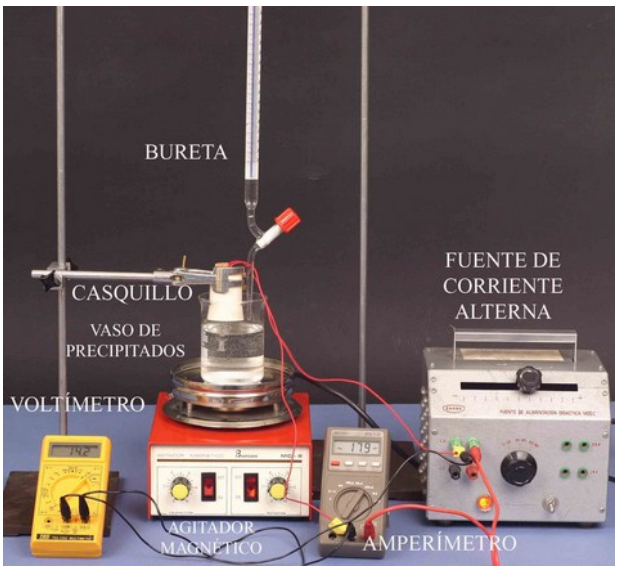
Sabiendo que la sal formada en la valoración, $BaSO_4$, es insoluble en agua se puede plantear una valoración sencilla sin indicador, observando la aparición del precipitado blanco ($BaSO_4$): cerca del punto de equivalencia ya no se disolverá, permanece la turbidez constante (esto indica que se ha alcanzado el punto de equivalencia) y se detiene la valoración.
$H_2SO_4 + Ba(OH)_2 \rightarrow BaSO_4 + 2H_2O$
https://pubchem.ncbi.nlm.nih.gov/compound/24414#section=Solubility
Sin embargo enunciado indica "se dispone de todo el material necesario para … experiencias de electrólisis", por lo que se plantea una valoración conductimétrica.

Conductivity Titration of a $Ba(OH)_2$ solution with H_2SO_4

enrique@fiquipedia.es Revisado 15 junio 2025

https://www.dlt.ncssm.edu/core/Chapter6-Stoichiometry/Chapter6-Labs/BaSO4_Conduct_Tit_web_version.doc
VALORACIÓN CONDUCTIMÉTRICA
http://www.heurema.com/PQ2.htm





Material:
- Conductímetro (que dará lecturas por ejemplo en µS/cm)
- Bureta
- Embudo
- Vaso de precipitado (mejor que matraz Erlenmeyer para usar el conductímetro)
- Pipeta y pipeteador de cremallera / pera
- Agitador magnético (mejor que varilla agitadora)
- Disolución $Ba(OH)_2$ de concentración conocida (valorante), por ejemplo 0,1 M
- Disolución H_2SO_4 de concentración desconocida (analito)

(Es esencial usar agua destilada por la influencia de iones en la conductividad, e intentar mantener la temperatura constante por la influencia de la temperatura en la conductividad)
Procedimiento:
- Medir un volumen exacto de H_2SO_4 (por ejemplo, 10 mL) con la pipeta y colocarlo en el vaso de precipitado.
- Medir la conductividad inicial del H_2SO_4, que será alta por ser ácido fuerte y haber H^+.
- Llenar la bureta con $Ba(OH)_2$ de concentración conocida usando el embudo
- Valorar el H_2SO_4 con $Ba(OH)_2$, agitando durante la valoración, y midiendo la conductividad durante la valoración:
– Inicialmente la conductividad disminuye: la concentración de H^+ disminuye al añadir OH^- y formarse agua, y la concentración de Ba2+ disminuye al añadir SO_4^{2-} y formarse $BaSO_4$ insoluble que precipita.
– En el punto de equivalencia la conductividad es mínima: solo hay agua y $BaSO_4$ precipitado.
– Superado el punto de equivalencia la conductividad vuelve a crecer: se aportar OH^- y Ba^{2+}.
- Calcular la concentración de H_2SO_4 teniendo en cuenta el volumen gastado de $Ba(OH)_2$ gastado cuando se alcanza el mínimo de conductividad.

Química

1. c) Diseñar una experiencia de laboratorio para alumnos de segundo curso de bachillerato LOGSE que permita calcular la pureza en carbonato de calcio de una muestra de mármol, indicando: material necesario para la práctica, reactivos, procedimiento, cálculos posibles, …
(1 punto)

c) Se puede plantear de varias maneras, siendo la idea general calcular la pureza apoyándose en una reacción de neutralización del ion carbonato CO_3^{2-} (base conjugada de ácido carbónico) con un ácido, que dependerá de la muestra de carbonato disponible (se asume son piedras de mármol, no polvo) y del ácido disponible.
Si se asume como ácido HCl, que es un reactivo que se asume disponible en laboratorios de instituto $CaCO_3(s) + 2HCl(aq) \rightarrow CaCl_2(aq) + H_2O(l) + CO_2(g)$
La cantidad de $CaCO_3$ en la muestra puede calcular a partir de esta reacción midiendo el consumo de HCl o midiendo la cantidad de $CaCO_3$ consumida o de CO_2 liberado.
Se plantea de manera general material, reactivos, procedimiento y cálculos, sino que se enlazan algunos ejemplos
Material:
Balanza de precisión, mortero, vasos de precipitados, matraz Erlenmeyer, matraz aforado, pipetas, bureta, soporte universal, pinzas para bureta, varilla agitadora, vidrio de reloj, frasco lavador con agua destilada.
Reactivos: muestra de mármol en trozos, ácido clorhídrico, hidróxido de sodio sólido, agua destilada, indicador ácido-base (por ejemplo fenolftaleína).
- Valoración por retroceso (midiendo volúmenes): se añade HCl de concentración conocida en exceso a la muestra de mármol. Una vez que todo el $CaCO_3$ ha reaccionado, se valora el exceso de HCl con una disolución de NaOH de concentración conocida.
Procedimiento

1. Preparar la muestra triturando mármol con el mortero para pulverizar en polvo fino para que reaccione todo. Pesar una cantidad conocida de mármol pulverizado en un vaso de precipitados (o erlenmeyer). Se puede tapar con un vidrio de reloj para minimizar salpicaduras.
2. Reacción con un volumen conocido de HCl de concentración conocida hasta reacción completa (no hay burbujas asociadas a que se siga produciendo CO_2)
3. Toma de alícuota (volumen parcial concreto) de disolución con HCl y $CaCl_2$
4. Valoración del exceso de ácido con NaOH. Se traspasa la alícuota a un Erlenmeyer como analito y se usa una disolución de NaOH de concentración conocida como valorante, añadiendo un indicador un midiendo el volumen de NaOH consumido hasta el punto de equivalencia.

Cálculos posibles:

- Moles totales de HCl añadidos a partir de concentración y volumen inicial de HCl añadido.
- Moles de NaOH gastados: a partir de la concentración y el volumen de NaOH gastado en la valoración del exceso.
- Moles de HCl en exceso: a partir de los moles de NaOH gastados (1 mol de HCl cada mol NaOH), ajustando si se tomó una alícuota.
- Moles de HCl que reaccionaron con el $CaCO_3$: restando moles de HCl en exceso de los moles totales de HCl añadidos.
- Moles de $CaCO_3$ en la muestra: a partir de los moles de HCl que reaccionaron, usando la

estequiometría de la reacción principal (1 mol $CaCO_3$ cada 2 mol HCl).
- Masa de $CaCO_3$ puro: a partir de los moles de $CaCO_3$ y su masa molar.
- Porcentaje de pureza: (Masa de $CaCO_3$ puro/Masa inicial de muestra).

Referencias con ejemplos, a veces usan otros ácidos
https://amyd.quimica.unam.mx/pluginfile.php/16401/mod_resource/content/0/2%20Determinaci%C3%B3n%20de%20carbonato%20de%20calcio.pdf
https://es.scribd.com/document/475559135/Practica-de-laboratorio-No-7-Determinacion-de-piedra-caliza-y-reacciones-redox-1-pdf
En vez de valorar el analito original se añade un exceso conocido de reactivo estándar a la disolución y luego se valora el exceso. A partir de la digetión de la muestra con un exceso de HNO_3, éste ácido sobrante se titula con NaOH para estimar el contenido de carbonato de calcio de la muestra.

-Gravimetría (midiendo masas): el CO_2 es gas y se desprende. Se puede pesar el sistema de reactivos + recipiente) antes y después y asociar al CO_2 liberado la diferencia de masa (mucho más sencillo que capturar y medir/pesar el CO_2 liberado).
No es recomendable pesar la muestra al inicio como una pidera (sin haberla triturado) y al final sin que se consuma todo y calcular el $CaCO_3$ que ha reaccionado, ya que el mármol es heterogéneo y las impurezas no están distribuidas por igual en la superficie.
Procedimiento

1. Preparar la muestra triturando mármol con el mortero para pulverizar en polvo fino para que reaccione todo. Pesar una cantidad conocida de mármol pulverizado en un vaso de precipitados (o erlenmeyer). Se puede tapar con un vidrio de reloj para minimizar salpicaduras.
2. Pesado inicial: pesar el vaso/erlenmeyer con la muestra de mármol y vidrio de reloj limpio.
3. Reacción con un volumen conocido de HCl de concentración conocida hasta reacción completa (no hay burbujas asociadas a que se siga produciendo CO_2).
4. Pesado final: pesar el vaso/erlenmeyer con los productos de la reacción y el vidrio de reloj.

Cálculos Posibles:
- Masa de CO_2 desprendido: diferencia entre el peso inicial del sistema (vaso + mármol + vidrio de reloj) y el peso final del sistema (vaso + residuos + vidrio de reloj).
- Moles de CO_2 desprendido: a partir de la masa de CO_2 y su masa molar.
- Moles de $CaCO_3$ en la muestra: a partir de los moles de CO_2 desprendido, usando la estequiometría de la reacción principal (1 mol $CaCO_3$ cada mol CO_2).
- Masa de $CaCO_3$ puro: a partir de los moles de $CaCO_3$ y su masa molar.
- Porcentaje de pureza: (Masa de $CaCO_3$ puro/Masa inicial de muestra).

Otra opción similar más compleja más asocida a nivel universitario es gravimetría (midiendo masa de precipitado insoluble a partir de Ca^2: cuando el $CaCO_3$ ha reaccionado con HCl y se ha producido $CaCl_2$ (aq), se añade un agente precipitante (como oxalato de amonio, $(NH_4)_2C_2O_4$) para precipitar el ion Ca^{2+} como oxalato de calcio (CaC_2O_4) (muy poco soluble, Kps =$2{,}3 \cdot 10^{-9}$)
Este precipitado de CaC_2O_4 se filtra, se lava, se seca (o se calcina para transformarlo en CaO) y se pesa. A partir de la masa del precipitado final (CaC_2O_4 o CaO), se calcula la masa de $CaCO_3$ original.
Referencia con ejemplo:
Universidad de Cartagena, Facultad de Ciencias Farmacéuticas fecha 30/04/2024. Determinación de Carbonato de calcio por precipitación gravimétrica
https://www.academia.edu/118317812/Determinaci%C3%B3n_de_Carbonato_de_calcio_por_precipitaci%C3%B3n_gravim%C3%A9trica

enrique@fiquipedia.es Revisado 15 junio 2025

Castilla-La Mancha 1996

Ejercicio Nº2

c) Se desea preparar una disolución reguladora de ácido cianhídrico – cianuro, para lo cual se dispone de los reactivos habituales en el laboratorio. Indique todos los modos posibles de preparación de dicha disolución reguladora.

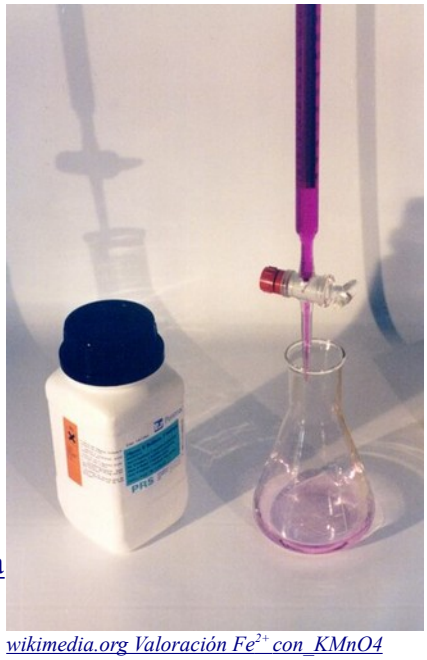
Criterios de evaluación y calificación de este ejercicio:
Se valorarán las explicaciones detalladas de cada uno de los apartados
Calificación:
Apartado a): Máximo 3 puntos, valorándose con 0,75 puntos cada subapartado. Apartado b): Máximo 1 punto. Apartado c): Máximo 1 punto.
Los apartados b) y c) se puntuarán siempre que se haya dado respuesta al apartado a).

c) Ver 1996 Andalucía-Q3c, 1994 Andalucía-3a
Se indica "cianuro" que no especifica la sal: se asume es KCN, podría ser NaCN.
No se indica qué volumen preparar, se asume 1 L.
Se indican "todos los modos posibles de preparación": se describen varios, sin concretar cantidades, que dependerán del pH objetivo de la disolución reguladora, haciendo cálculos con la ecuación de Henderson-Hasselbalch
Modo 1: mezcla directa de KCN y HCN
El KCN es un sólido: se pesaría en un vidrio de reloj y se pasaría a un vaso de precipitado con una pequeña cantidad de agua destilada para disolverlo, lavando el vidrio con un frasco lavador. Luego se pasaría con un embudo a un matraz aforado de 1 L.
Se utilizaría pipeta para tomar la cantidad calculada de la disolución de HCN de partida (según la concentración disponible en el laboratorio), utilizando una pera de succión / propipeta para pipetear. Una vez añadidos ambos se aforaría con el frasco lavador y opcionalmente con cuentagotas en la parte final.
Modo 2: neutralización parcial de HCN con base fuerte KOH
Se parte de HCN y se añade la cantidad calculada de KOH para que neutralice parcialmente.
Modo 3: hidrólisis parcial KCN con ácido fuerte HCl
Se parte de KCN y se añade la cantidad calculada de HCl para que neutralice parcialmente el CN^-.
La opción 3 evita uso directo de HCN que es un líquido tóxico y peligroso, poco adecuado en laboratorio educativo.
https://echa.europa.eu/information-on-chemicals/cl-inventory-database/-/discli/details/131393

Química
1. El etilbenceno por tratamiento con permanganato potásico, en disolución sulfúrica, se transforma en ácido benzoico y dióxido de carbono.
b) Establece el diseño de una práctica de valoración, para alumnos de segundo curso de bachillerato LOGSE, en la que se utilice el permanganato potásico como oxidante, indicando todo cuanto sea preciso para su realización.
Datos: Masas atómicas Mn=54,94 , O=16,00 , K=39,10

b) Las valoraciones redox con permanganato se llaman permanganometrías o perrmananimetría
https://es.wikipedia.org/wiki/Permanganometr%C3%ADa
Aunque enunciado cita etilbenceno no se indica que se deba realizar en esa sustancia. Se incluyen algunas referencias e imágenes donde se menciona H_2O_2, Fe^{2+}, oxalato de calcio

Valoración redox (permanganimetría) Se valora H_2O_2
https://fisquiweb.es/Laboratorio/ValoracionRedox/realizacion.htm
Como valorante se utiliza el permanganato de potasio 0,02 M. En el matraz se pone el agua oxigenada a valorar (puede diluirse) acidulada con ácido sulfúrico 2,0 M.
Por tanto, mientras exista peróxido de hidrógeno en el matraz la disolución permanecerá incolora. Cuando todo el peróxido de hidrogeno reaccione, la adicción de la próxima gota de permanganato hará que la disolución adquiera un tono rosado (debido al permanganato que no reacciona), que nos indicará el fin de la valoración.


wikimedia.org Valoración Fe^{2+} con_KMnO4

PRÁCTICA Nº1: VOLUMETRÍA REDOX, PERMANGANIMETRÍA. Se valora H_2O_2
https://www.edu.xunta.gal/centros/ieschanmonte/aulavirtual/pluginfile.php/82647/mod_resource/content/1/Volumetr%C3%ADa%20Redox.pdf
Utilizando la pipeta (debidamente enrasada) medimos 10 ml de H_2O_2 y los vertimos en el erlenmeyer, añadiendo agua destilada hasta alcanzar un volumen de 100 ml. Medimos con la probeta 10 ml de H_2SO_4 (1:5) y lo añadimos a la disolución para acidificarla.
Enrasamos la bureta a cero con el permanganato y vamos vertiéndolo poco a poco sobre la disolución de H_2O_2 hasta que adquiera un tono rosáceo, momento en el que cerramos la bureta y anotamos la medida utilizada. Con los datos disponibles podemos calcular la molaridad del H_2O_2.

Experiment 4 - Volumetric Analysis: Potassium Permanganate Titration (se valora oxalato de calcio)
https://chemcollective.org/chem/ubc/exp04/index.php
Why does it turn pink?
Titration of $KMnO_4$ (purple) into the oxalate solution (colourless), produces colourless Mn^{2+} until the end point. At the end point, the oxalate solution will be exhausted and the purple solution colour will be permanent.

Chapter 8.09: Quantitative Analysis Using Titration
https://chem.libretexts.org/Courses/Howard_University/General_Chemistry

%3A_An_Atoms_First_Approach/Unit_3%3A_Stoichiometry/Chapter_8%3A_Aqueous_Solutions/Chapter_8.09%3A__Quantitative_Analysis_Using_Titration

Determination of Calcium In Milk. Biology Notes Online
https://biologynotesonline.com/determination-of-calcium-in-milk/

INTERNATIONAL STANDARD ISO 12081:1998(E) Milk — Determination of calcium content — Titrimetric method
https://cdn.standards.iteh.ai/samples/20877/bb6fe369f0024991b3c6787c5a780b02/ISO-12081-1998.pdf

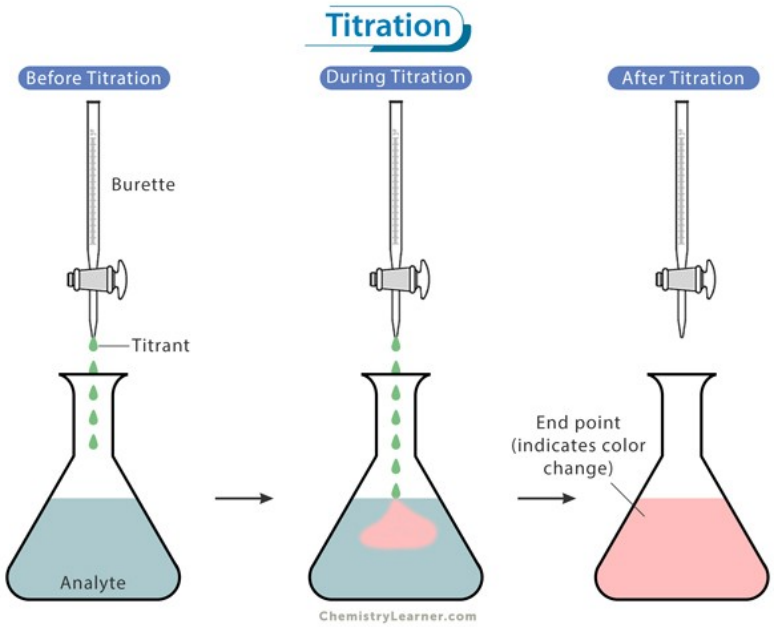
Principle

The protein substances in a test portion are precipitated by trichloroacetic acid, then filtered. The calcium in the filtrate is precipitated as calcium oxalate and is separated by centrifuging. The washed and dissolved precipitate is titrated with potassium permanganate.

8.2.3 Titration

Add 2 ml of the sulfuric acid (4.8) and 5 ml of water to the calcium oxalate deposit (8.2.2). Place the tube in the boiling water bath to dissolve the calcium oxalate deposit completely. Titrate the dissolved calcium oxalate with the potassium permanganate solution (4.9) until a pink colour persists. Take care that during the titration the temperature of the solution stays above 60 °C.

Record the volume, in millilitres, of potassium permanganate solution used, to the nearest 0,01 ml



https://www.chemistrylearner.com/titration

Física
3) Diseña alguna actividad de carácter experimental o planifica una pequeña investigación, según el método científico, sobre
a) Medida de magnitudes vectoriales y descomposición
b) Conservación del momento lineal
c) Rozamiento

Criterios para la evaluación y calificación de este problema:

El apartado 3 tiene una puntuación máxima de 0,4 puntos y en él hay que responder sólo a una de las cuestiones. De resolverse más de una sólo se calificará la primera de ellas.

3) Comentamos el diseño de alguna actividad experimental / pequeña investigación con el método científico para los tres casos, aunque en el examen se indicaba que se hiciera solamente para uno de los tres.
Actividad experimental:
Sobre ideas generales de guión de laboratorio, ver Aragón 2015-5 y Murcia 2006 cupuesto práctico, no se repiten aquí de nuevo
También se pueden ver ideas en http://www.fiquipedia.es/home/recursos/practicas-experimentos-laboratorio/practicas-de-laboratorio-de-elaboracion-propia#TOC-Planteamiento, donde con el tiempo puede que haya también un guión completo asociado a los tres temas indicados, aunque no lo hay en el momento de la primera elaboración de este documento.
a) Medida de magnitudes vectoriales y descomposición

- 01131.24 Experimentos para laboratorios de física. MECÁNICA. Trabajos de laboratorio. Mod. S.C.D. 89, PHYWE ESPAÑA, S.A. 01131.54 Experimentos para laboratorios de física. MECÁNICA. Trabajos de laboratorio. Guía del Profesor. PHYWE ESPAÑA, S.A., Orto Sánchez, Agosto 1987
  MR 7.1 Fuerzas en la misma dirección
  MR 7.2 Composición de fuerzas: paralelogramo de fuerzas
  MR 7.3 Descomposición de una fuerza en fuerzas perpendiculares.

b) Conservación del momento lineal

01131.24 Experimentos para laboratorios de física. MECÁNICA. Trabajos de laboratorio. Mod. S.C.D. 89, PHYWE ESPAÑA, S.A. 01131.54 Experimentos para laboratorios de física. MECÁNICA. Trabajos de laboratorio. Guía del Profesor. PHYWE ESPAÑA, S.A., Orto Sánchez, Agosto 1987
11.1 Conservación de la cantidad de movimiento
11.3 Choque elástico

c) Rozamiento

01131.24 Experimentos para laboratorios de física. MECÁNICA. Trabajos de laboratorio. Mod. S.C.D. 89, PHYWE ESPAÑA, S.A. 01131.54 Experimentos para laboratorios de física. MECÁNICA. Trabajos de laboratorio. Guía del Profesor. PHYWE ESPAÑA, S.A., Orto Sánchez, Agosto 1987
M 10.1 Medida de coeficientes de deslizamiento y de rodadura
M 10.2 Pérdida de energía mecáncia por rozamiento
Prácticas de laboratorio 1º BACHILLERATO, Departamento de Física y Química IES “Rey Fernando VI”
http://chopo.pntic.mec.es/jmillan/laboratorio_1.pdf

3. Determinación del coeficiente de rozamiento con plano inclinado
http://champagnatsalamanca.maristascompostela.org/trabajo_06/index_archivos/fisica_quimica_1bachillerato.htm
Departamento de Ciencias - Prácticas de laboratorio, Colegio Marista Champagnat—Salamanca. Práctica 1 Rozamiento (incluye vídeo)

Pequeña investigación con método científico

Se trataría de plantear hipótesis en ciertas situaciones y luego validarlas. En el caso a de medidas y descomposición no es muy asociable a este caso, pero sí en b y c.

b) Se puede utilizar una cuna de Newton y plantear qué ocurrirá según el número de bolas que choquen, y luego validarlo.

c) Se pueden utilizar distintos materiales (pegar en un taco de madera lijas de distinta granularidad), distintos pesos para modificar la normal, plantear que ocurrirá con las modificaciones y luego validarlo.

A7. La velocitat de propagació d'una ona en una corda depèn de la tensió d'aquesta: $v=(T/\mu)^{½}$.
Descriu com comprovaries aquesta afirmació experimentalment, tot emprant el material convencional d'un centre de secundària.

La velocidad de propagación de una onda en una cuerda depende de la tensión de esta: $v=(T/\mu)^{½}$.
Describe cómo comprobarías esta afirmación experimentalmente, utilizando el material convencional de un centro de secundaria.

Referencias:
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/ondas/transversal/transversal.html
(Se deduce la expresión que se aporta en el enunciado)

Ejemplos de prácticas de laboratorio asociadas
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica_/ondas/movimiento/estacionarias/estacionarias_lab.html
http://www.heurema.com/PF8.htm
http://www.heurema.com/PF8S.htm
http://www.cienciaenaccion.org/es/2015/experimento-167/estudio-experimental-de-las-ondas-estacionarias-transve.html
http://fisicas.ucm.es/data/cont/media/www/pag-36931//prac26-1314.pdf
http://www.santarosa.edu/~lwillia2/41/41Lab4_String.pdf
http://www.clemson.edu/ces/phoenix/labs/224/standwave/
http://demoweb.physics.ucla.edu/content/experiment-2-standing-waves
http://physics.nyu.edu/~physlab/GenPhysI_PhysII/Oscillations%20of%20a%20string%2001-26-2010.pdf

Algunos montajes están documentados por fabricantes de material de laboratorio, con el objetivo de comprar su material.
http://www.ibdciencia.com/blog/estudio-de-las-ondas/velocidad-de-propagacion-de-una-onda-estacionaria
https://www.pasco.com/file_downloads/product_manuals/String-Vibrator-Manual-WA-9857.pdf

La afirmación “material convencional de un centro de secundaria” es algo difícil de concretar de manera general, porque lo que tiene cada centro es muy variable. Los centros de secundaria suelen tener una dotación inicial en su creación, ya que la normativa obliga a que haya laboratorios de ciencias experimentales / física / química según el caso:
Real Decreto 132/2010
ESO, Artículo 14.c https://www.boe.es/buscar/act.php?id=BOE-A-2010-4132#a14.
Bachillerato, Artículo 15.3.b https://www.boe.es/buscar/act.php?id=BOE-A-2010-4132#a15

Se asume aquí que se tiene material que se puede comprar para el nivel de secundaria.
Una comprobación experimental de una ley idealmente consistiría en montar un experimento en el que controlando parámetros (variables controladas), se pueda fijar el valor de un parámetro (variable independiente) y se realicen medidas (variable dependiente), y mediante cálculos y gráficas se haga una validación de la relación entre variable dependiente e independiente, variables y parámetros que están en la expresión matemática de la ley.
Un planteamiento para la expresión $v=(T/\mu)^{½}$:
La masa por unidad de longitud μ sería una variable controlada: se utilizaría un tipo concreto de cuerda, y se mediría su valor.

La tensión T sería la variable independiente: haciendo que una cuerda horizontal pase por una polea en uno de sus extremos y de ella se pueda colgar una masa cuyo valor se puede elegir.
La velocidad v sería la variable dependiente: se haría un montaje que permitiera medirla, pero es una medida indirecta. Un ejemplo de montaje sería forzar una onda estacionaria, colocando un oscilador en el extremo opuesto al extremo donde está la masa con la tensión. Se controla la frecuencia del oscilador, y se puede medir la longitud de onda (asociada a una medida de distancia entre nodos), con lo que se puede determinar la velocidad de propagación v= λf (no se cita aquí periodo ya que usar de nuevo la letra T puede generar confusión; solamente se usa T como tensión)
Con varios valores de tensión se realizaría una representación $v = \frac{1}{\mu^{1/2}} T^{1/2}$ que debería mostrar una recta de pendiente conocida.
Se incluyen varias figuras: montaje y medida de la longitud de onda. El osciloscopio está asociado a la medida de la frecuencia del oscilador, la fuente de alimentación asociada al oscilador.

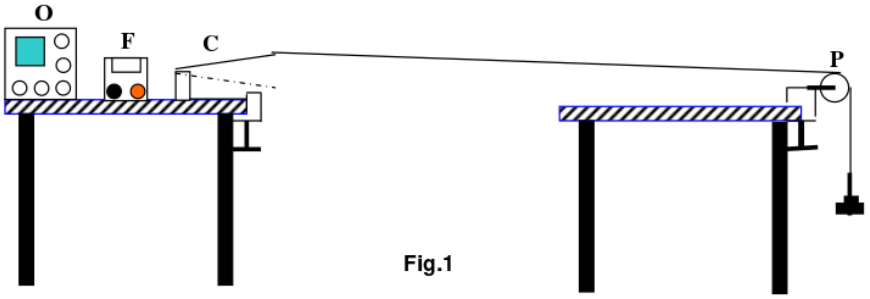


Fig.1

Como la medida de la velocidad es indirecta, para un valor de tensión fijado se pueden hacer varias medidas de f y λ, representando λ frente a 1/f (el periodo), que será una recta cuya pendiente es la velocidad, y así obtener medidas más precisas de velocidad, comprobando al mismo tiempo que no varía mientras no varíe la tensión para una cuerda dada.

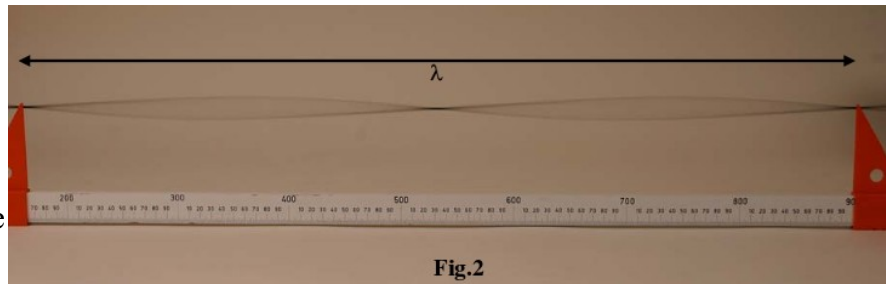
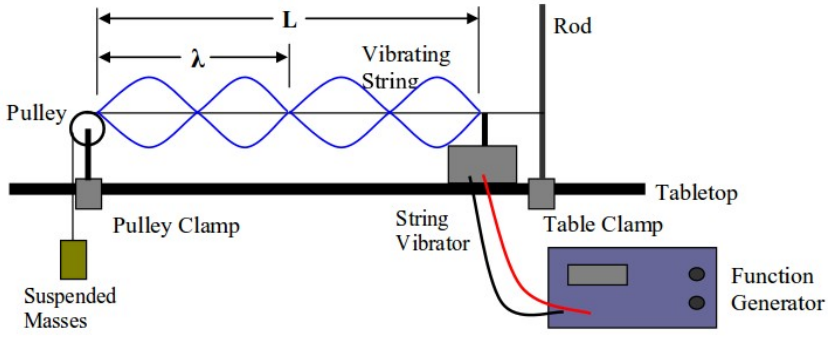


Fig.2

Heurema, Ondas estacionarias transversales, propagándose por una cuerda, Jaime Solá de los Santos, José Luis Hernández Pérez y Ricardo Fernández Cruz

Para validar completamente la ley, habría que comprobar la dependencia de la masa por unidad de longitud de la cuerda; se podría repetir el experimento cambiando a cuerda y comprobando la influencia de μ.



Physics 41 Lab Lynda Williams, Santarosa.edu

Nota: El oscilador se llama "cronovibrador", y aparte de comprarlo comercialmente, se puede construir uno casero, lo que implica usar un osciloscopio para medir el periodo de oscilación, o bien un generador de funciones.
http://www.heurema.com/PF14.htm
http://scienceblogs.com/bushwells/2007/10/18/diy-lab-gear-vibrating-string/
http://www.ibdciencia.com/accesorios-de-mecanica-para-laboratorio/234-cronovibrador.html
https://www.pasco.com/prodCatalog/WA/WA-9857_string-vibrator/

B7. Les ampolles de PVC no poden emprar-se per a contenir begudes gaseoses perquè el PVC és porós als gasos.
Dissenya una experiència amb el material habitual d'un centre de secundària que permeti comprovar aquesta afirmació.

Las botellas de PVC no pueden emplearse para contener bebidas gaseosas porque el PVC es poroso a los gases.
Diseña una experiencia con el material habitual de un centro de secundaria que permita comprobar esta afirmación.

Enunciado usa poroso pero debería usar permeable, que son cosas distintas. El PVC de los envases no es poroso pero sí ligeramente permeable
https://es.wikipedia.org/wiki/Porosidad
https://es.wikipedia.org/wiki/Permeabilidad

Material:

- Dos botellas de plástico, una de PVC y otra de PET, aproximadamente del mismo tamaño.
El PET (con símbolo ♺1) es habitual en botellas de bebidas gaseosas.
El PVC (con símbolo ♺3) se puede encontrar es algunos envases de productos de limpieza, algunos jarabes, botellas de aceites sintéticos y algunas garrafas.
https://www.amazon.es/Garrafa-descarga-acondicionado-pl%C3%A1stico-27x21x13/dp/B0D5DMNNQ4/
- Bebida gaseosa: agua con gas o una bebida carbonatada. (como enunciado indica bebidas gaseosas no se busca otra alternativa como podría ser hidrógenocarbonato de sodio y vinagre)
- Dos globos (los globos habituales son permeables pero permiten el escape lento y muestran fugas de gas en horas/días, pero no forma inmediata).
- Cinta adhesiva.
- Opcionalmente rotulador (para etiquetar) y cinta métrica (para medir cambios).

Procedimiento:

- Preparación de las botellas:
  Llenar ambas botellas con la misma cantidad de bebida gaseoso.
  Colocar un globo en la boca de cada botella y asegúralo bien con cinta adhesiva para que no haya fugas.
- Observación inicial:
  Los globos deben estar desinflados al inicio.
  Anotar el estado inicial (se puede medir el diámetro de los globos si se quieren datos cuantitativos).
- Dejar reposar:
  Dejar las botellas en reposo durante 24-48 horas en un lugar a temperatura ambiente.
- Observación y resultados esperados
  Observar si alguno de los globos se ha inflado.
  En la botella de PET (no porosa), el CO_2 queda atrapado y el globo se inflará.
  Si el PVC es poroso al CO_2, el gas escapará de la botella y no inflará el globo (o estará menos inflado).

Otro planteamiento es usar dos botellas cerradas, sin globos, llenarlas ambas de bebida gaseosa y dejar reposar durante 24-28 horas, comprobando luego la pérdida de efervescencia.

C7. Un dels primers conceptes que s'ensenya als alumns de secundària en matèria científica és que en la combustió d'un hidrocarbur se obté com a productes diòxid de carboni i aigua.
Descriviu un procés experimental que permeti posar de manifest que en la combustió del butà s'obté diòxid de carboni i aigua. Cal cenyir-se a l'ús del material i productes que hom pot trobar de manera habitual en un laboratori de secundària.

Uno de los primeros conceptos que se enseña a los alumnos de secundaria en materia científica es que en la combustión de un hidrocarburo se obtiene como productos dióxido de carbono y agua.
Describa un proceso experimental que permita poner de manifiesto que en la combustión del butano se obtiene dióxido de carbono y agua. Hay que ceñirse al uso del material y productos que se pueden encontrar de forma habitual en un laboratorio de secundaria.

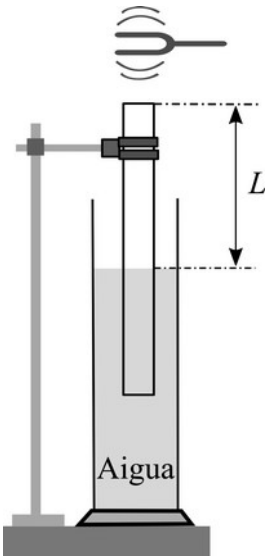
Material:
- Mechero Bunsen o vela (fuente de combustión de butano).
- Tubo de ensayo o recipiente resistente al calor.
- Espátula o pinzas para sostener material.
- Disolución saturada de hidróxido de calcio, “agua de cal”
- Sulfato de cobre(II) anhidro
- Vidrios de reloj, uno de ellos enfriado con hielo, ó papel de filtro.
- Tubo de goma o vidrio para dirigir gases (opcional).

Procedimiento:
1. Detección de agua
Opción 1. Colocar un vidrio de reloj enfriado con hielo sobre la llama del mechero de butano o vela y observar que se forman gotas de agua en la superficie fría debido a la condensación del vapor de agua producido en la combustión.
Reacción: $C_4H_{10}+13/2\ O_2 \rightarrow 4CO_2 + 5H_2O$
Para confirmar que el producto es agua y no otro líquido, se coloca una pequña cantidad de sulfato de cobre(II) anhidro. blanco, en otro vidrio de reloj y se añaden unas gotas del líquido condensado. Al ser agua se hidratará y formará sulfato de cobre(II) pentahidratado, azul.
Reacción: $CuSO_4$ (blanco) + $5H_2O \rightarrow CuSO_4 \cdot 5H_2O$ (azul)
Opción 2: colocar una pequña cantidad de sulfato de cobre(II) anhidro. blanco, en un papel de filtro y colocarlo en la trayectoria de los gases de combusión, a una distancia suficiente para que no se queme. El vapor de agua lo hidratará y formará sulfato de cobre(II) pentahidratado, azul.
2. Detección de dióxido de carbono
Introducir un tubo de ensayo invertido sobre la llama para recoger los gases de la combustión (o usar un tubo de goma para dirigir los gases a otro recipiente).
Añadir agua de cal al tubo que contiene los gases y observar cómo el agua de cal se enturbia (forma un precipitado blanco de carbonato de calcio, $CaCO_3$, lo que confirma la presencia de CO_2.
Reacción: $CO_2(g)+Ca(OH)_2(aq)\rightarrow CaCO_3(s)\downarrow+H_2O(l)$
https://es.wikipedia.org/wiki/Agua_de_cal#Qu%C3%ADmica

enrique@fiquipedia.es Revisado 11 mayo 2025
CC BY SA

PROBLEMA X8 (Se desconoce el número). Dissenyeu una experiència que permiti mesurar la velocitat del so en l'aire.

Diseñe una experiencia que permita medir la velocidad del sonido en el aire.



Se comentan varias opciones

1. Método del tubo resonante.

Es algo que ha aparecido en PAU de varias comunidades, ver por ejemplo 2023-extraordinaria-Cataluña P3, se adjunta diagrama

Materiales:

- Tubo de cristal largo (por ejemplo 50 m).
- Elemento generador de todos (diapasón, o un teléfono móvil con app generadora de tonos)
- Agua y recipiente (para insertar el tubo a una altura variable).
- Soporte, barra soporte, nueces y pinza para sujer el tubo a una altura variable.

Procedimiento:

- Llenar el recipiente con agua y colcar el tubo verticalmente sobre el recipiente parcialmente sumergido.
- Generar un tono de frecuencia conocida (por ejemplo es habitual en diapasones 440 Hz).
- Acercar el generador de frecuencia a la boca no sumergida del tubo y varían cuánto está sumergido el tubo (variar su posición o variar el nivel de agua) hasta escuchar resonancia (sonido más fuerte).
- Medir la longitud L del aire dentro del tubo en resonancia (desde la boca hasta el agua).
- La velocidad del sonido se calcula para el prmer armónico con: $v=4fL$

2. Método del eco

Materiales:

- Elementos para generar una fuente de sonido corto (por ejemplo dos bloques de madera)
- Una superficie grande reflectante (por ejemplo una pared de hormigón).
- Cinta métrica para medir la distancia a la pared.
- Cronómetro (puede ser el del móvil).

Procedimiento:

- Colcarse a cierta distancia de la pared y medirla (por ejemplo 50 m).
- Hacer un sonido fuerte (golpeando dos bloques) y medir el tiempo t hasta escuchar el eco.
- La velocidad del sonido es: $v=2d/t$

Una manera alternativa es grabar el sonido generado y el eco, y medir el tiempo editando el sonido en un programa de edición de audio, por ejemplo Audacity.

3. Método del retardo entre dos micrófonos

Materiales:

- Elementos para generar una fuente de sonido corto (por ejemplo dos bloques de madera)
- Dos teléfonos móviles con app de grabación
- Cinta métrica para medir distancias

Procedimiento:

- Se colocan los dos móviles separados por una distancia conocida Δx (por ejemplo 2 m).
- Se genera un sonido corto en ambos dispositivos y se graba con ambos móviles.
- Se usa un programa de audio (por ejemplo Audacity) para medir el retraso de tiempo Δt entre las dos grabaciones.
- La velocidad del sonido es $v=\Delta x/\Delta t$.

PRÁCTICA DE FÍSICA
OBJETIVO: (nivel BUP)
Estudio experimental del rozamiento: Medida del coeficiente de rozamiento por los métodos del plano inclinado y tribómetro.
A.- Medida del coeficiente de rozamiento mediante el plano inclinado
Imagine que tiene que explicar experimentalmente ante un grupo de alumnos la medida del coeficiente de rozamiento de un bloque de madera (p. ejemplo) sobre una superficie plana de madera mediante el método del plano inclinado, para ello desarrolle los siguientes apartados:
1.- Material necesario.
2.- Montaje. Haga un esquema del mismo.
3.- Desarrollo de la parte experimental. Exprésela de forma muy concisa, haciendo hincapié en las causas de error que se pueden cometer.
4.- Breve explicación teórica del fundamento de la práctica.
B.- Medida del coeficiente de rozamiento mediante el tribómetro.
Idéntico plenteamiento que en la práctica anterior, desarrollando los siguientes apartados.
1.- Material necesario
2.- Montaje: haga un esquema del mismo.
3.- Desarrollo de la parte experimental. (Suponga en este caso que no es posible conocer el peso del cuerpo (taco de madera) del que queremos obtener el coeficiente de rozamiento).
4.- Explicación teórica del fundamento de la práctica.

Contexto para leer este enunciado de 1990 en 2025: "BUP" quiere decir "Bachillerato Unificado Polivalente", un nivel educativo en la Ley General de Educación previa a la LOGSE, que tenía 3 cursos y que corresponden por edad a 3º ESO, 4º ESO y 1º de Bachillerato actuales.

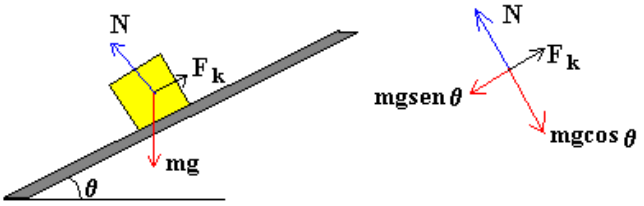
A. MÉTODO DEL PLANO INCLINADO

1. Material necesario

- Superficie plana para realizar el plano inclinado, en este caso de madera.
- Bloque de madera (objeto de estudio).
- Elementos para inclinar la superficie (trípode, varilla, nuez).
- Instrumentos para medir el ángulo que forma el plano inclinado con la horizontal: transportador de ángulos o regla / cinta métrica para medir catetos y/o hipotenusa del triángulo rectángulo que forma el plano inclinado y obtener el ángulo por trigonometría.
- Cronómetro / sistema cronométrico digital, opcionalmente para medir el coeficiente de rozamiento dinámico.
- Regla o cinta métrica.

2. Montaje

Se coloca la superficie plana apoyada y se inclina sujetando la parte superior con los elementos disponibles, variando la inclinación para conseguir el ángulo crítico en el que el bloque empieza a moverse. El bloque está apoyado en la superficie, y la fuerza de rozamiento se opone a que baje



http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/dinamica/rozamiento/dinamico/dinamico.htm

En el punto de contacto entre la superficie plana y la superficie horizontal puede haber una articulación (ver imagen en enlace de práctica adjunta en la que hay dos tablas unidas con una bisagra), lo que permite variar mejor la inclinación.
https://gitlab.com/fiquipedia/drive.fiquipedia/-/raw/main/content/home/recursos/practicas-experimentos-laboratorio/practicas-de-laboratorio-de-elaboracion-propia/PracticaLaboratorioDin%C3%A1micaBalanzaPeso.pdf

3. Desarrollo de la parte experimental

Se coloca el bloque sobre la tabla horizontal y se incrementa lentamente el ángulo hasta que el bloque empiece a deslizar (coeficiente de rozamiento estático, μ_e).
Se mide el ángulo crítico: directamente con el transportador o indirectamente midiendo catetos y/o hipotenusa del triángulo rectángulo que forma el plano inclinado y obtener el ángulo por trigonometría.
Para medir el rozamiento cinético (μ_k), se inclina el plano por encima del ángulo crítico y se mide el tiempo que tarda el bloque en recorrer una distancia fija.
En cuanto a fuentes de error experimentales, hay que tener en cuenta que las superficies no sean uniformes (suciedad, imperfecciones en las superficies).

4. Fundamentos teóricos

La fuerza de rozamiento es proporcional a la normal (N): $F_{roz}=\mu N$
El montaje y el desarrollo experimental consigue igualar la componente paralela a la superficie del peso a la fuerza del rozamiento.
Aplicando la segunda ley de Newton en ejes x e y
Eje y: $N-P_y=0 \rightarrow N=m\cdot g\cdot \cos\theta$
Eje x: $P_x - F_{rozamiento}=m\cdot a \rightarrow m\cdot g\cdot \text{sen}\theta-\mu\cdot m\cdot g\cdot \cos\theta=m\cdot a$
Cuando está en reposo a punto de deslizar a=0, el coeficiente de rozamiento estático es máximo $\text{sen}\theta-\mu_e\cdot\cos\theta=0 \rightarrow \mu_e=\tan\theta_{crítico}$
Cuando el bloque está deslizando, se obtiene la aceleración con medidas de distancia y tiempo asumiendo MRUA se calcula el coeficiente de rozamiento dinámico máximo usando
$a = g\cdot\text{sen}\theta - \mu_d\cdot g\cdot\cos\theta$, usando $x= ½\cdot a\cdot t^2$ siendo x conocida.

B. MÉTODO DEL TRIBÓMETRO

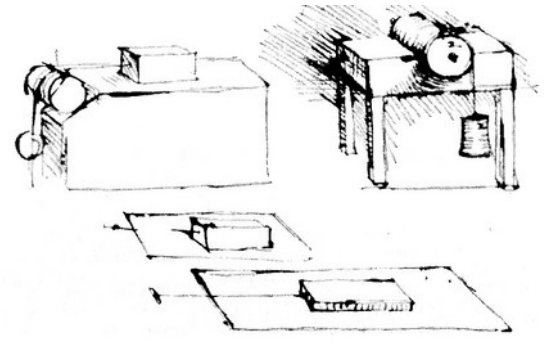
1. Material necesario

- Tribómetro https://en.wikipedia.org/wiki/Tribometer

Cualitativamente se puede considerar un tribómetro de laboratorio un dispositivo que mide el coeficiente de rozamiento ejercicio de manera controlada una fuerza que hace deslizar el objeto de estudio sobre una superficie. Se comenta en el apartado de montaje qué maneras hay de implementarlo.
- Hilo inextensible y ligero.
- Bloque de madera (masa desconocida) con algún elemento que permita enganchar un hilo.
- Superficie plana, en este caso de madera.

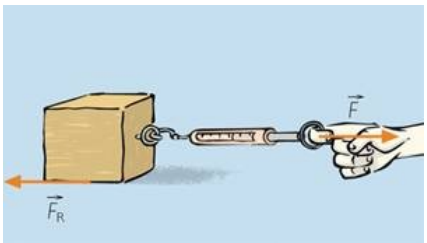
2. Montaje

Un tribómetro simple sería una masa apoyada en una superficie horizontal conectada a otra masa que cuelga vertical a través de una polea, con una masa colgando controlada (por ejemplo un portapesas). Existen dibujos de Leonardo da Vinci de dispositivos para medir el rozamiento.

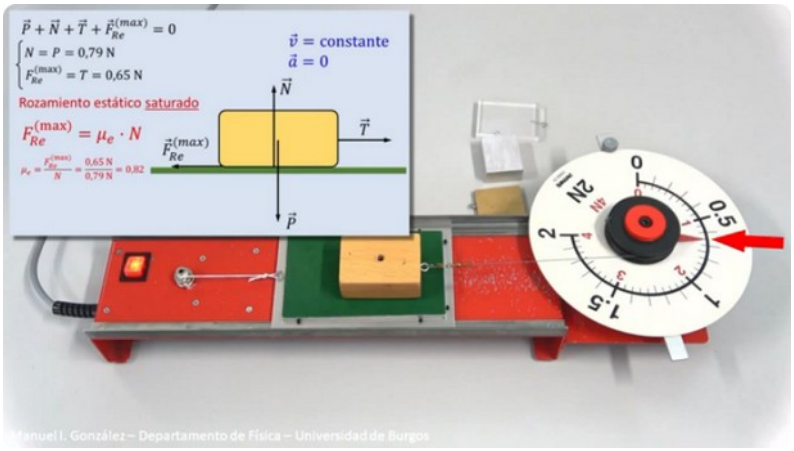


También se puede considerar un tribómetro utilizar un dinamómetro en el lugar de la masa colgante Imágenes de "Leonardo da Vinci's studies of friction". Wear. 360 (Supplement C): 51–66. doi:10.1016/j.wear.2016.04.019. Tribómetro de Coulomb (español) Museo SEK Malaga https://www.youtube.com/watch?v=dyeSc4_d1_Q y TRIBÓMETRO, Universidad de Jaén https://www4.ujaen.es/~jamaroto/M20.HTML)

Conceptualmente también se podría considerar un tribómetro el hecho de tirar horizontalmente con un dinamómetro del bloque apoyado en una superficie horizontal.
https://www.profesorenlinea.cl/fisica/Fuerza_Roce.html



También se podrían realizar un montaje alternativo combinando plano inclinado pero en el que la fuerza que se opone al rozamiento es el peso, ya que la tensión del hilo intenta mover el bloque hacia arriba.
https://gitlab.com/fiquipedia/drive.fiquipedia/-/raw/main/content/home/recursos/practicas-experimentos-laboratorio/practicas-de-laboratorio-de-elaboracion-propia/PracticaLaboratorioRozamiento-Alumno.pdf
Realmente existen dispositivos específicos de laboratorio bajo el nombre de tribómetros, en los que se pueden colocar placas de distintos tipos de superficie, tienen un interruptor para realizar fuerza creciente de manera controlada y una escala para medir la fuerza realizada.



Fuerza de rozamiento - El tribómetro. Departamento de Física - Universidad de Burgos https://www.youtube.com/watch?v=AgU3VKgh4D4 (en ese caso sí se conoce masa del bloque)

3. Desarrollo experimental

Procedimiento (sin conocer el peso del bloque tal y como se indica; aunque parezca forzado porque necesariamente se va a medir fuerza y midiendo fuerza se podría medir peso, se puede considerar

que la medida de fuerza disponible es mucho menor que la cantidad asociada al peso, como en el ejemplo de la universidad de Burgos donde la fuerza máxima son 2 N):
Realmente depende del tipo de tribómetro utilizado. Asumimos que tenemos un tribómetro con un portapesas vertical en el que sí podemos controlar la cantidad de masa colgada con distintas pesas de valores conocidos.
- Colocar el bloque sobre la superficie y conectarlo al hilo que pasa por la polea.
- Añadir pesas gradualmente hasta que el bloque inicie el movimiento (μ_e).
- Para μ_k, mover el bloque con velocidad constante y medir la fuerza necesaria (pesas).

Si tuviéramos el peso del bloque y la superficie es horizontal, tendríamos P=N y calcular $\mu_e=F/N$.
Como solo conocemos F realizada pero no el valor de N, la opción sería calcular coeficientes de rozamiento relativos, usando una superficie de material A de la que sí conozcamos el coeficiente de rozamiento μ_{eA}.
Con material A tendríamos $\mu_{eA}=F_A/N$ [1]
Con material B tendríamos $\mu_{eB}=F_B/N$ [2]
Como conocemos μ_{eA} y medimos F_A podríamos calcular N con [1] y calcular μ_{eB} sustituyendo en [2]
Globalmene es lo mismo que dividir ambas $\mu_{eA}/\mu_{eB}=F_A/F_B$ y calcular despejando $\mu_{eB}=(F_B/F_A)\mu_{eA}$
En cuanto a fuentes de error experimentales, hay que tener en cuenta la posible fricción adicional a la superficie de la polea, hilo no totalmente inextensible y con masa no despreciable.

4. Fundamentos teóricos

La fuerza de rozamiento es proporcional a la normal (N): $F_{roz}=\mu N$
Del montaje y del desarrollo experimental consigue igualar la fuerza que ejerce el tribómetro (tensión del hilo con las pesas) a la fuerza del rozamiento.
Aplicando la segunda ley de Newton en ejes x e y
Eje y: $N-P=0 \rightarrow N=m\cdot g$
Eje x: $F_{tribómetro} - F_{rozamiento}=m\cdot a$
Cuando está en reposo a punto de deslizar a=0, el coeficiente de rozamiento estático es máximo
$F_{tribómetro}=\mu_e\cdot m\cdot g \rightarrow \mu_e=F_{tribómetro}/m\cdot g$
Cuando el bloque está deslizando, se obtiene la aceleración con medidas de distancia y tiempo asumiendo MRUA se calcula el coeficiente de rozamiento dinámico máximo usando
$a = F_{tribómetro} - \mu_d\cdot m\cdot g$, usando $x= ½\cdot a\cdot t^2$ siendo x conocida.

PRÁCTICA DE FÍSICA

FÍSICA (continuación)

De los dibujos que aparecen numerados en la página siguiente responda a las cuestiones que a continuación se le proponen:

(1),(2) y (3).- ¿Cómo se llaman éstos aparatos?
¿Cuál es su fundamento?
¿Para que sirven?.

(4).- ¿Qué aparato es?
Dé toda la información sobre sus posibilidades de empleo práctico que pueda deducir de la inscripciones que figuran en él.

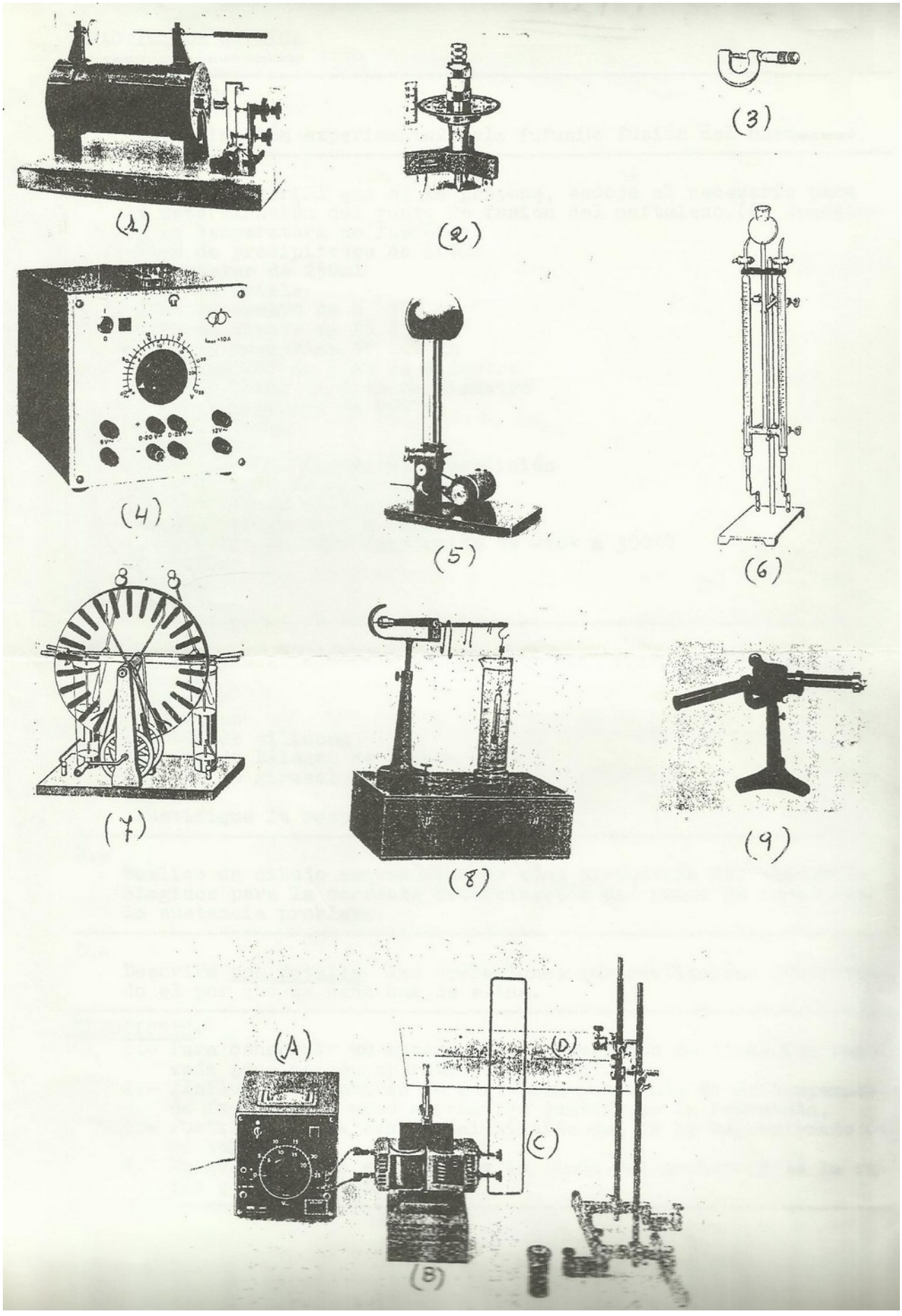
(5).- Indique el nombre del aparato.
Para qué se utiliza.
A plena carga de la esfera, habría peligro caso de tocarla con las manos ¿por qué?.

(6) y (8).- Nombre de éstos dispositivos.
Para que sirve cada uno de ellos

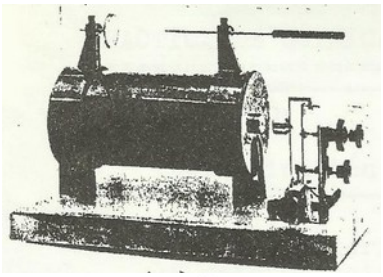
(9).- ¿Qué práctica podría realizar con el dispositivo que se le muestra?.
Brevemente describa los elementos que lo constituyen.

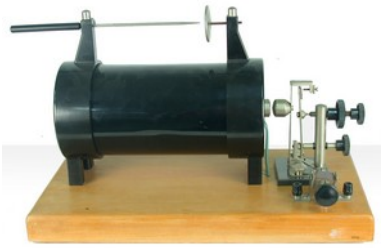
(7).- Le mostramos una pieza que ya es casi de Museo, pero que todavía se puede adquirir.
Indique su nombre, para qué sirve y como funciona.

(10).- Se trata de un montaje experimental y se desea que responda a las siguientes cuestiones:
- ¿Para qué utilizaría este dispositivo?
-¿Qué diversos pasos daría como profesor para explicar la práctica ante un grupo de alumos?.
-Describa los elementos marcados con las letras (A), (B), (C) y (D). (Aclaración: el sombreado sobre la placa D no es defecto de reproducción, representan limaduras de hierro). Fíjese que los datos sobre los elementos que se le solicitan debe darlos con el mayor rigor posible, fijándose bien en el montaje de la práctica.


(1)
(2)
(3)
(4)
(5)
(6)
(7)
(8)
(9)
(A)
(B)
(C)
(D)

(1) Nombre:
Bobina de Ruhmkorff
https://es.wikipedia.org/wiki/Bobina_de_inducci%C3%B3n



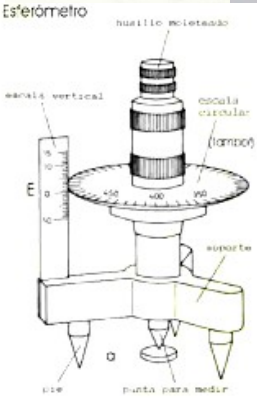


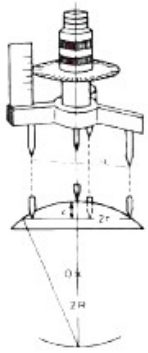
¿Cual es su fundamento?
Permite generar pulsos de alta tensión, a partir de una fuente de corriente continua de baja tensión. Para crear los cambios de flujo necesarios para inducir tensión, la corriente directa en la bobina del primario es interrumpida periódicamente a través de un contacto mecánico conocido como oscilador.
¿Para que sirve?
En el laboratorio se usa para proporcionar alta tensión en sistemas de descarga eléctrica en gases.
Imágenes adicionales:
https://colecciones.uv.es/s/mic_fichas/item/16829

(2) Nombre:
Esferómetro
https://es.wikipedia.org/wiki/Esfer%C3%B3metro

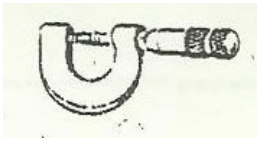
¿Cual es su fundamento?
Tiene un tornillo central con rosca fina y una escala que permite medir la variación de altura.
¿Para que sirve?
Sirve para determinar espesores de pequeños objetos y el radio de superficies esféricas, como pueden ser lentes.
Imagen de mayor calidad
https://blogs.upm.es/museoetsidi/2023/07/04/no-0405207-esferometro-de-001-mm-de-precision-ca-1970/
https://manforg.blogspot.com/2012/12/esquema-de-la-clase-de-laboratorio-de.html

Esferómetro

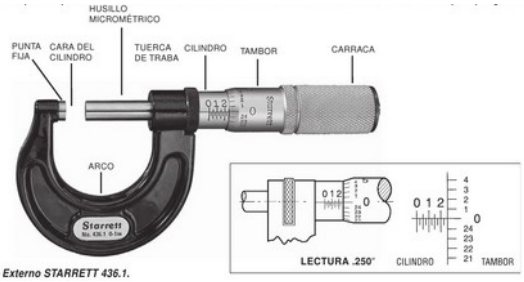




(3) Nombre:
Micrómetro
https://es.wikipedia.org/wiki/Micr%C3%B3metro_(instrumento)



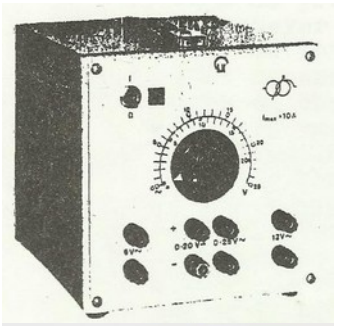
¿Cual es su fundamento?
Tiene un tornillo con rosca fina que tiene una escala y que permite medir distancia.
¿Para que sirve?
Sirve para medir el tamaño de un objeto con gran precisión, en un rango del orden de centésimas o de milésimas de milímetro.
Imágenes adicionales:



Micrómetro Externo STARRETT 436.1.

https://www.demaquinasyherramientas.com/herramientas-de-medicion/que-es-un-micrometro-y-como-funciona

(4).- ¿Qué aparato es?



Es una fuente de alimentación

Dé toda la información sobre sus posibilidades de empleo práctico que pueda deducir de la inscripciones que figuran en él.

Parte superior izquierda: botón de encendido

Parte superior derecha: indicación de corriente máxima 10 A.

Parte inferior izquierda: dos conectores que indican 6 V~: es una fuente de tensión alterna de tensión fija.

Parte inferior derecha: dos conectores que indican 12 V~: es una fuente de tensión alterna de tensión fija.

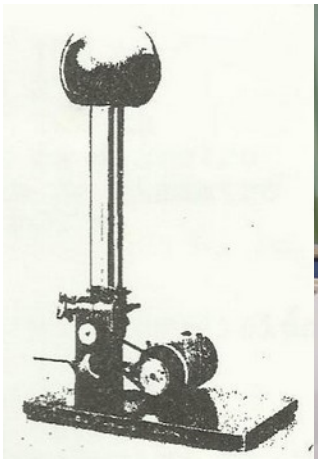
Parte inferior central: dos conectores que indican + y - y 0-20 V y otros dos que indican 0-25 V~: es una fuente de tensión continua y alterna de tensión variable que se regula con el control central.

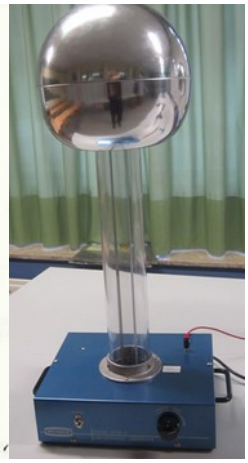
Posibilidades de empleo práctico pueden ser alimentar dispositivos con corriente alterna o continua dentro del rango posible, o generar corriente que se utilice en algún experimento, de electromagnetismo en física o de electroquímica en química. (ver figura 10)

Imágenes adicionales

https://sammlung.physik.rwth-aachen.de/index.php?id=Th-01

(5).- Indique el nombre del aparato





Generador de Van der Graaff

https://es.wikipedia.org/wiki/Generador_de_Van_de_Graaff

Para qué se utiliza.

Permite acumular grandes cargas y generar campos eléctricos intensos.

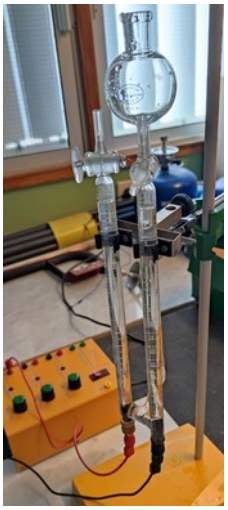
A plena carga de la esfera, habría peligro caso de tocarla con las manos ¿por qué?.

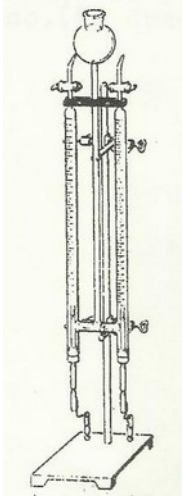
Almacena gran cantidad de carga y puede llegar a millones de voltios, por lo que al tocarlo con las manos sería peligroso por la descarga recibida.

Imagen adicional:

http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica3/electrico/conductor/conductor_1.html

(6).- Nombre





Voltámetro de Hofmann

https://es.wikipedia.org/wiki/Volt%C3%A1metro_de_Hofmann

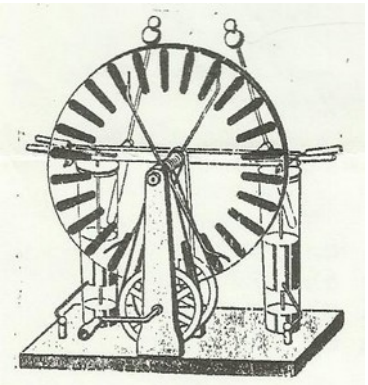
Para que sirve

Sirve para realizar la electrolisis del agua midiendo volúmenes de hidrógeno y oxígeno.

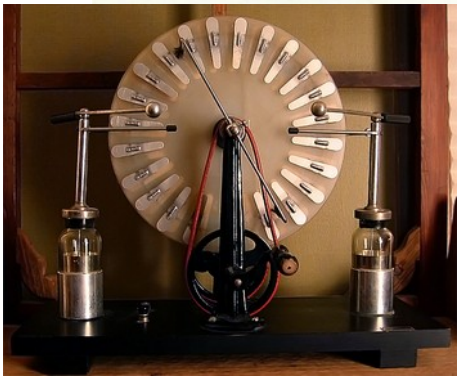
Imagen adicional

https://www.elortegui.org/ciencia/datos/2QUIESO/003ReacQuim/4Magistrales/03/03%20Voltametro%20de%20Hofmann.html

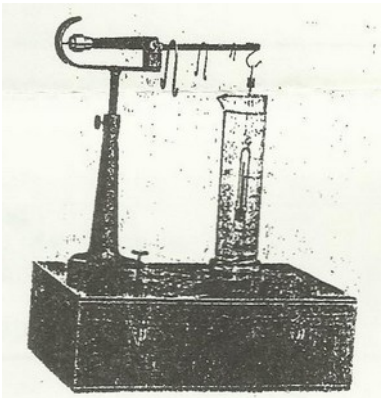
(7).- Nombre



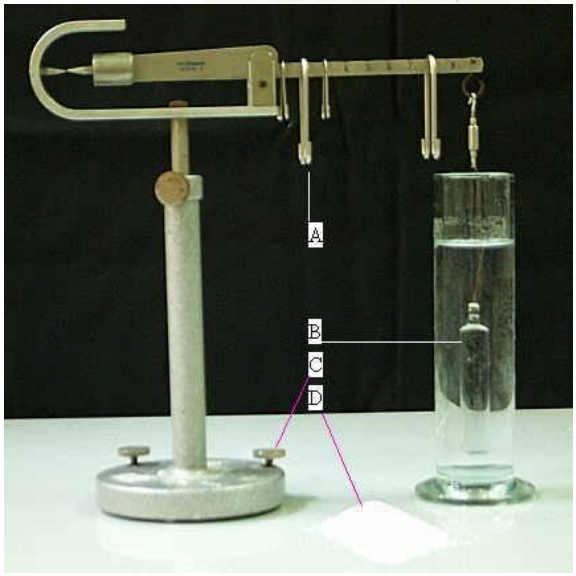
Máquina de Wimshurst
https://es.wikipedia.org/wiki/M%C3%A1quina_de_Wimshurst
Para qué sirve
Sirve para acumular grandes cargas y generar grandes campos eléctricos (es anterior al generador de Van der Graaff)
Cómo funciona.
Funciona con dos discos aislantes con sectores metálicos que giran en sentidos opuestos y separan cargas opuestas mediante inducción electrostática. Las cargas se acumulan en peines conductores y se almacenan en botellas de Leyden (condensadores), generando chispas cuando el voltaje es suficientemente alto.
Imagen adicional
https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Wimshurst.jpg



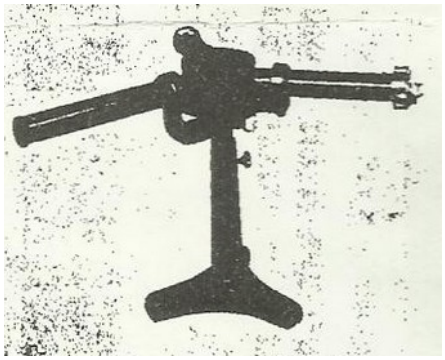
(8).- Nombre



Balanza de Mohr-Westphal
https://es.wikipedia.org/wiki/Balanza_de_Mohr-Westphal
Para que sirve
Sirve para determinar la densidad de líquidos.
Imagen adicional
https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Mohr-Westphalsche-Waage.jpg
Balanza: A: pesas, B: inmersor de cristal, C: tornillos de alineación horizontal, D: sal que se disuelve en el agua

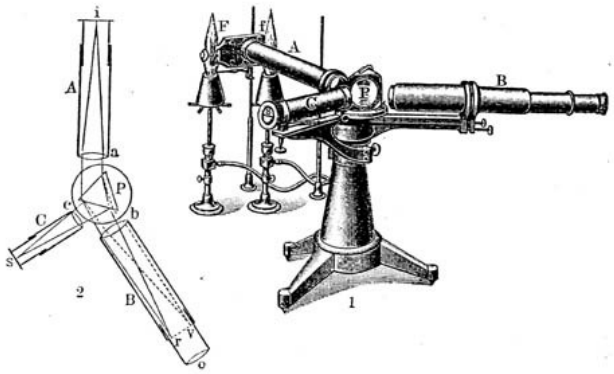


(9).- ¿Qué práctica podría realizar con el dispositivo que se le muestra?. Brevemente describa los elementos que lo constituyen.



Nombre:
Espectrómetro de prisma

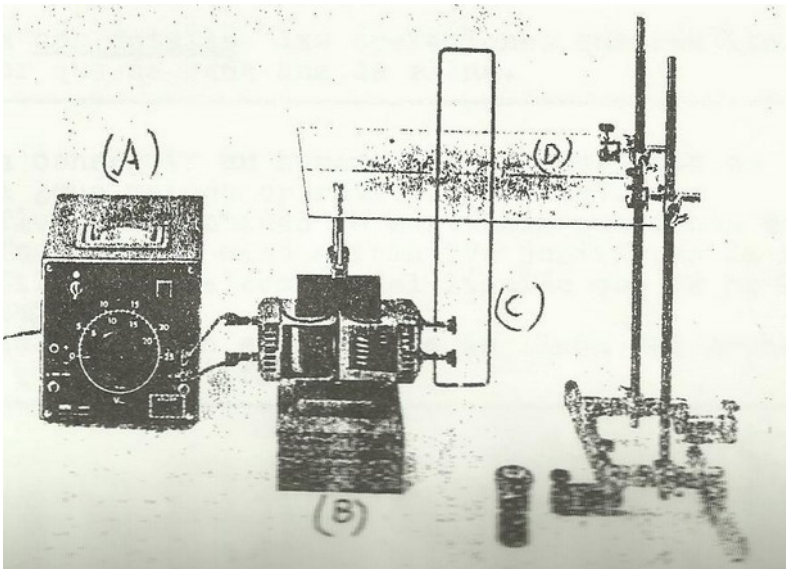
Elementos y funcionamiento:
Hay 3 tubos, que se comentan en el diagrama adjunto tomado de https://www.uv.es/~bertomeu/material/museo/GUIA8.html
El tubo "B" contiene la lente de observación y el tubo "A" está destinado al paso de la luz que se pretende analizar. El tubo "C" contiene una imagen fotográfica de una escala, hecha sobre una lámina de vidrio, de manera que la posición de cada raya espectral puede determinarse sobre esta escala. La imagen procedente del tubo "A" se refracta sobre el prisma "P" mientras que la imagen de la escala se refleja sobre una las caras del prisma, de modo que se pueden observar ambas imágenes a través del ocular situado en "B".



Posible práctica:
Práctica 7. Dispersión de la luz mediante un prisma
https://w3.ual.es/~mjgarcia/prisma.pdf
1. OBJETIVOS
- Aprender el manejo del espectrómetro.
- Determinar del índice de refracción de un prisma y de un líquido problema.
- Realizar la curva de calibrado de un prisma.
2. MATERIAL
- Espectrómetro.
- Accesorios (prisma, montura ...).
- Portalámparas y fuente de alimentación.
- Lámparas de Na y He
4. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL
Menciona Apéndice 2. Puesta a punto y uso del Espectrómetro
https://w3.ual.es/~mjgarcia/espectrometro.pdf

Imagen adicional
https://colecciones.uv.es/s/mic_fichas/item/16699

(10).- ¿Para qué utilizaría este dispositivo?



Para visualizar las líneas de campo magnético generadas por una corrientes rectilíneas paralelas.

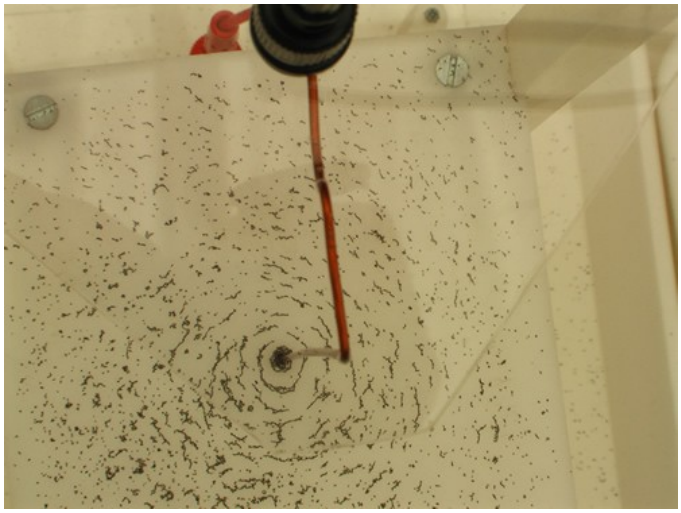
-¿Qué diversos pasos daría como profesor para explicar la práctica ante un grupo de alumos?

Introducción teórica: explicar conceptos básicos de magnetismo y la expresión del campo magnético generado por una corriente rectilínea.
Descripción del montaje: explicar que las limaduras de hierro se alinean con las líneas de campo magnético, realizando inicialmente una demostración con un imán y un papel, y luego razonar el uso de corriente alterna / continua y el transformador, razonando cómo circulará la corriente por los conductores (C) el montaje.
Análisis: comprobar si lo que ocurre con las limaduras concuerda con la teoría vista sobre el campo.

-Describa los elementos marcados con las letras (A), (B), (C) y (D).

(A) Fuente de alimentación (similar a elemento 4)
(B) Transformador formado por dos bobinas unidadas con un núcleo de hierro.
(C) Conductores rectilíneos
(D) Placa aislante (plástico transparente) sobre la que que se colocan limaduras de hierro.

Imagen adicional
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica3/magnetico/linea/linea.html



PRÁCTICA DE QUÍMICA
I.- OBJETIVO:
Determinación experimental del punto de fusión del naftaleno
A.- Entre el material que se le propone, escoja el necesario para la determinación del punto de fusión del naftaleno. (Se desconoce su temperatura de fusión).
-Vaso de precipitados de 500 mL
-Erlenmeyer de 250 mL
-Tubo de Thiele
-Tubo de ensayo de 5 100 mm
-Tubo de ensayo de 25 250 mm
-Tubo de ensayo de 10 100 mm
-Tubo capilar de 1 mm de diametro
-Varilla hueca de 5 mm de diametro
-Probeta graduada de 200 mm
-Mechero Bunsen
-Termostato
-Reloj electrónico de alta precisión
-Hilo de cobre e hilo de nylon
-Termómetro de -10 a 300 ºC
-Termometro de -10 a 100 ºC
-Termómetro de cero desplazado de -10 a 300 ºC
-Soportes
-Pinzas
-Rejilla
B.- Qué sustancias considera necesarias para realizar la practica:
-Benceno
-Alcanfor
-Naftaleno
-Aceite de silicona
-Aceite de Bálsamo de Canada
-Aceite de girasol
-Agua
Justifigue la respuesta.
C.- Realice un dibujo esquemático de cómo dispondría los elementos elegidos para la correcta determinación del punto de fusion de la sustancia problema.
D.- Describa con detalle las operaciones que realizaría, justificando el por qué de cada una de ellas.
CUESTIONES:
1.- Para congeguir un aumento de la precisión de la medida realizada ¿qué método operativo seguiría?.
2.- ¿Influye la cantidad de sustancia que funde en la temperatura de fusión?. En caso afirmativo justifique la respuesta.
3.- Justifique la elección del líquido que se ha seleccionado como baño.
4.- En qué posición se situaría la llama del mechero y dé la razón que lo justifique.

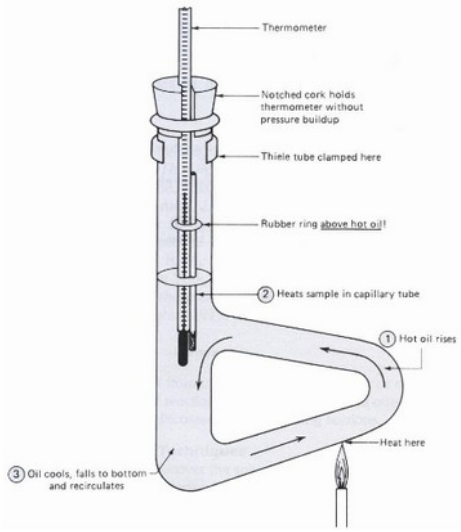
A. Material necesario
- Tubo de Thiele
- Tubos capilares de 1 mm de diámetro (para contener la muestra de naftaleno).
- Termómetro de -10 a 300 °C
- Mechero Bunsen (fuente de calentamiento controlable).
- Soporte y pinzas (para sujetar el termómetro y el tubo capilar).
- Varilla hueca de 5 mm de diámetro (para introducir la muestra en el capilar).
- Hilo de cobre (opcional, para mejorar la conducción de calor en el baño).

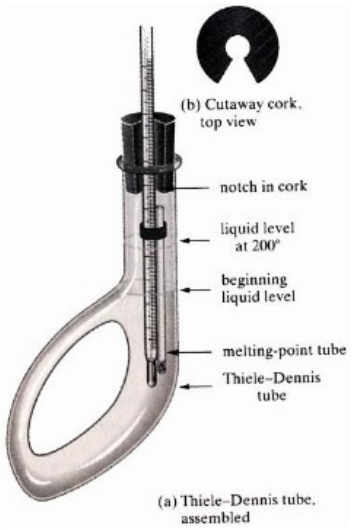
Justificación:
- El Tubo de Thiele permite un calentamiento uniforme por convección del líquido del baño, evitando sobrecalentamientos locales.
- Los tubos capilares son estándar para determinaciones de punto de fusión, ya que permiten una pequeña cantidad de muestra y una rápida transferencia de calor.
- El termómetro de hasta 300 ºC cubre el mayor rango posible: el naftaleno funde alrededor de 80 °C, pero se indica que se desconoce su temperatura de fusión.

B. Sustancias necesarias
- Naftaleno
- Aceite de silicona o agua (como líquido del baño en el Tubo de Thiele).

Justificación:
- Naftaleno como sustancia cuyo punto de fusión se va a determinar.
- Aceite de silicona (la elección se comenta en la cuestión 3)

C. Dibujo esquemático del montaje





Determinación de puntos de fusión. Operaciones Básicas de Laboratorio – Química Inorgánica Profesor: Rafael Aguado Bernal. Universidad de Burgos https://riubu.ubu.es/bitstream/handle/10259.3/66/24.3_Determinaci%F3n_de_Puntos_de_Fusi%F3n.pdf?sequence=8 , Determinación del Punto de Fusión con el tubo de Thiele, Javier Alpizar https://www.youtube.com/watch?v=1F_VPz392Xg

D.- Procedimiento

1. Preparar la muestra de nafataleno

   Triturar el naftaleno hasta obtener un polvo fino.

   Llenar el tubo capilar unos 5 a 10 mm verificando que se compacta en la parte final: se puede golpear suavemente contra una superficie.

   Se fija el capilar al termómetro con una goma, asegurando que la muestra quede a la altura del

bulbo del termómetro.

2. Montaje

Se llena el Tubo de Thiele con el aceite de silicona (hasta cubrir el brazo lateral).

Se sumerge el termómetro con el capilar en el baño, dejando la goma de sujeción por encima del baño cuando se introduce en frio y por encima de la altura del baño cuando la temperatura aumente.

3. Calentamiento:

Se calienta suavemente el brazo lateral del Tubo de Thiele con el mechero (llama pequeña).

Se observa la muestra y se registra la temperatura cuando empieza a fundir (primera gota líquida) y cuando se completa la fusión (último cristal sólido).

Justificación:

Una muestra pequeña y bien triturada, junto al bulbo, asegura una medición más precisa.

El calentamiento lento y el uso de tubo de Thiele garantiza uniformidad en la temperatura.

CUESTIONES:

1.- Para congeguir un aumento de la precisión de la medida realizada:

- Se usaría un termómetro bien calibrado y con mayor sensibilidad (divisiones menores)
- Se repetiría varias veces la medida y se promediaría.
- Calentar muy lentamente cerca del punto de fusión

2. Sobre si influye la cantidad de sustancia que funde en la temperatura de fusión, se puede comentar:

A nivel teórico la temperatura de fusión es una propiedad intensiva que depende de la sustancia, no de la cantidad.

A nivel experimental en este caso, se toma una cantidad pequeña en el capilar porque si se tomase una muestra grande podría retrasar la tranferencia de calor y mostrar un intervalo de fusión (desde eque empiea a fundir hasta que se completa la fusión) más amplio.

3. Justificación de la elección del líquido seleccionado como baño.

Se elige aceite de silicona ya que permite un rango mayor de temperaturas y tiene mayor estabilidad térmica que el agua, que solo sería adecuada si el punto de fusión está por debajo de 100 °C (como en este caso, pero se indica que se descoce el valor de punto de fusión)

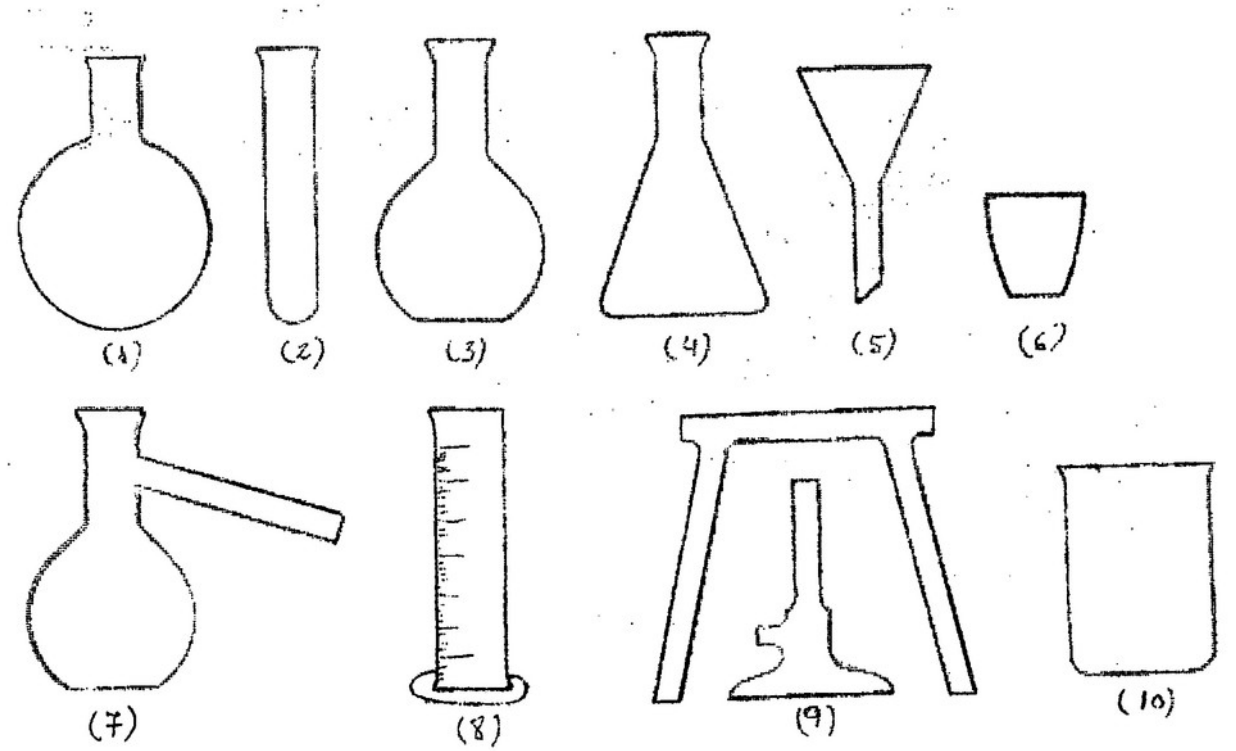
Se descartan otros líquidos como benceno (tóxico) o aceite de girasol (poco estable a altas temperaturas).

4.- La posición de llama del mechero es en el brazo lateral del Tubo de Thiele, ya que el calentamiento lateral genera corrientes de convección que hacen que la temperatura en el baño sea más homogénea.

enrique@fiquipedia.es Revisado 8 mayo 2025
CC BY SA

PRÁCTICA DE QUÍMICA

Del esquema de los utensilios de laboratorio que se muestran indique nombre y usos más corrientes a los que se destinan:



1. Matraz de fondo redondo o balón de destilación.

Al ser redondo no es estable y necesita un soporte para almacenarlo. En su uso se utilizan pinzas de bureta. Sirve para contener la mezcla liquida que se va a separar por medio de sus puntos de ebullición en una destilación. La forma esférica permite una distribución uniforme del calor.

2. Tubo de ensayo.

Sirve para contener líquidos o sólidos a los que se realizan distintos experimentos.

3. Matraz de fondo plano.

Al ser plano es estable. Sirve para contener sustancias para su mezcla o reacción y conservación durante cierto tiempo.

4. Matraz Erlenmeyer.

Sirve para contener disoluciones para calentar o valoraciones. Su forma cónica facilita agitar manualmente y evita salpicaduras.

5. Embudo cónico.

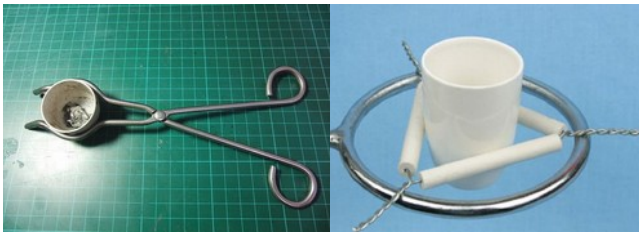
Sirve para transferir líquidos a recipientes de boca estrecha y para filtrar colando en ellos papel de filtro.

6. Crisol

Es un recipiente de cerámica en forma de taza sin asa que sirve para calentamiento a temperaturas muy altas. Se suele usar junto a pinzas de crisol o triángulos de laboratorio.

https://materialesdelaboratoriohoy.us/porcelana/triangulo-de-laboratorio/

https://materialesdelaboratoriohoy.us/porcelana/pinza-de-crisol-uso/



7. Matraz de destilación
Es similar a un matraz de fondo redondo pero con salida lateral para acoplar el refrigerador. Se usa para montajes de destilación.
8. Probeta
Es un tubo graduados con base. Sirve para medir volúmenes de líquido con mayor precisión que los vasos de precipitado, pero no con tanta como las pipetas o matraces aforados.
9. Trípode y mechero Bunsen
El trípode sirve de soporte rejillas, triángulos de laboratorio, aros soporte … para realizar el calentamiento con el mechero Bunsen.
El mechero Bunsen sirve para calentar con una llama ajustable.
10. Vaso de precipitados
Es un vaso que suele tener una graduación orientativa con poca precisión que sirve para guardar, combinar y calentar disoluciones en un laboratorios.

Realice el esquema de una instalación para una destilación por arrastre de vapor

El arraste de vapor se usa para separar compuestos orgánicos insolubles en agua (como aceites esenciales).
- A: En un recipiente inicial (por ejemplo matraz Erlenmeyer) se calienta agua, usando por ejemplo un trípode, rejilla y mechero Bunsen, también puede ser con una placa calefactora.
- B: Con un tubo se conecta el matraz A con otro matraz C para que llegue el vapor de agua.
- C: En un matraz (puede ser Erlenmeyer o matraz de destilación) se coloca la muestra (ej.: plantas para extraer aceites) que recibe el vapor de A y a su vez está conectado a un tubo refrigerante/condensador D (puede ser recto o de serpentín).
- D: El condensador, que tiene una entrada y salida de agua, enfría los vapores de agua + compuesto insoluble en agua y vierte en un recipiente E.
- E: Recipiente en el que se recoge, puede ser otro matraz Erlenmeyer que puede ir precedido de un embudo de decantación.
Ejemplos de montajes:
https://organica1.org/1311/1311pdf10.pdf

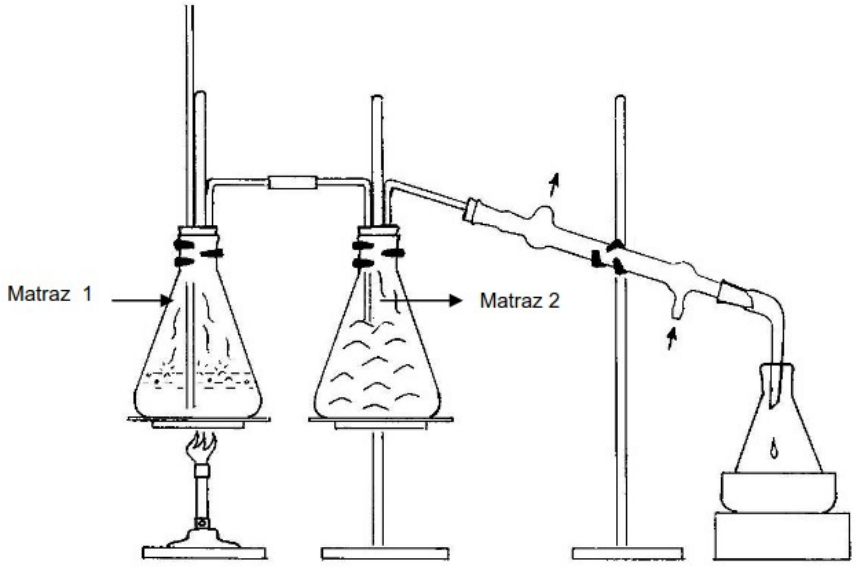
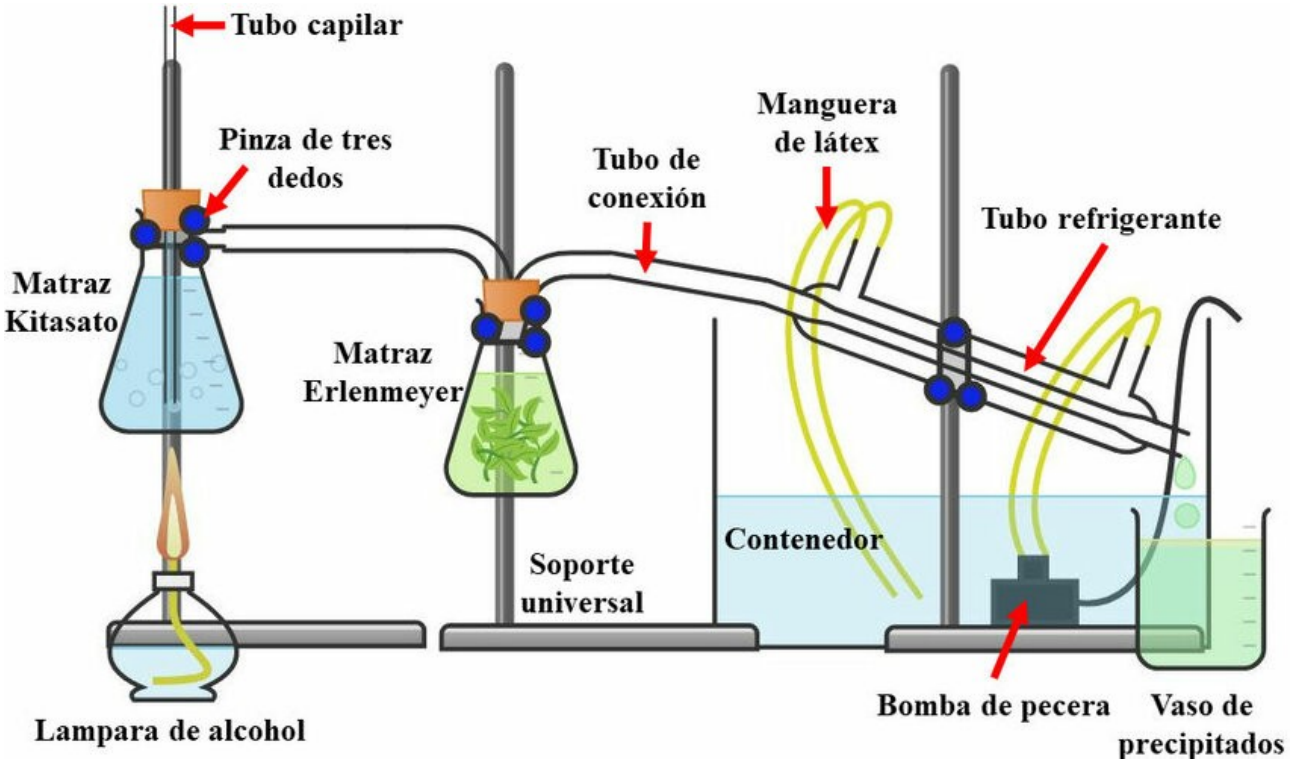


Figura 1. Destilación por arrastre con vapor

Hernández, Eduardo & Barocio, Erick. (2023). Estudio de la actividad ´optica de sustancias orgánicas. Revista Mexicana de Física E. 20. https://doi.org/10.31349/RevMexFis.20.010209



https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Steam_distilation.jpg