

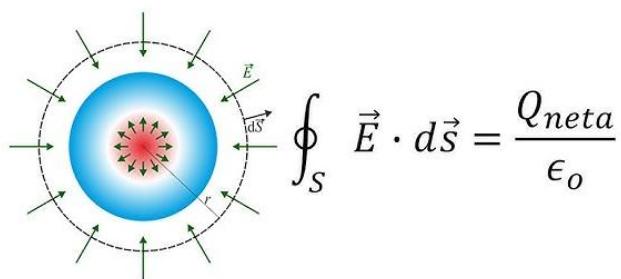
LEY DE GAUSS en el CAMPO ELÉCTRICO

La **ley de Gauss** nos dice que el flujo para el campo eléctrico a través de una superficie cerrada es igual a la carga neta encerrada en su interior dividida por la permitividad del medio.

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q_{enc}/\epsilon_0$$

La **permittividad** en el vacío es una constante: $8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2$

Se nos pueden presentar 2 casos en los que se tenga que calcular este flujo o la intensidad de campo.



- 1- Tenemos una esfera maciza de densidad uniforme, cargada eléctricamente de manera uniforme, o sea, coja la zona que se coja en cualquier punto siempre hay la misma cantidad de carga.

Estos son:

- Calcular el campo eléctrico en todos los puntos del espacio dentro de la esfera maciza ($r < R$) o fuera de la esfera maciza ($r > R$).

- **Distancia inferior al radio de la esfera:**

$$E \cdot S (\text{esfera}) = Q_{int}/\epsilon ; E \cdot 4\pi r^2 = Q_{int}/\epsilon$$

$$Q_{int} = \rho \cdot V (\text{esfera}) = \rho \cdot 4/3 \cdot \pi \cdot r^3$$

Despejamos E y sustituimos:

$$E = \rho \cdot r / 3 \cdot \epsilon$$

- **Distancia superior al radio de la esfera:**

$$E \cdot S (\text{esfera}) = Q_{\text{int}} / \epsilon ; E \cdot 4\pi \cdot r^2$$

Ahora cogemos el volumen de toda la esfera, por lo que:

$$Q_{\text{int}} = \rho \cdot V (\text{esfera}) = \rho \cdot 4/3 \cdot \pi \cdot R^3$$

Y si despejamos y sustituimos:

$$E = \rho \cdot R^3 / 3 \cdot r^2 \cdot \epsilon$$

IMPORTANTE: En el primer caso el campo eléctrico aumenta con la distancia, pero cuanto más lejos se esté de la carga, menor será el campo eléctrico.

- 2- Esfera maciza donde no hay distribución de carga uniforme sino que a mayor distancia, más densidad de carga.

Estos son:

- Calcular el campo eléctrico en todos los puntos del espacio dentro de la esfera maciza ($r < R$) o fuera de la esfera maciza ($r > R$).

- **Distancia inferior al radio de la esfera:**

$$E \cdot S (\text{esfera}) = Q_{\text{int}} / \epsilon ; E \cdot 4\pi \cdot r^2 = Q_{\text{int}} / \epsilon$$

$$Q_{\text{int}} = \rho \cdot V (\text{esfera}) = \rho \cdot 4/3 \cdot \pi \cdot r^3$$

$$\text{Como es no uniforme: } Q_{\text{int}} = \int_0^r \rho \cdot dV = \int_0^r A \cdot r \cdot dV = \int_0^r A \cdot r \cdot 4\pi \cdot r^2 \cdot dr = A \cdot 4\pi \int_0^r r^3 \cdot dr = A \cdot 4\pi \cdot r^4$$

Con lo que quedará, después de sustituir la carga interior:

$$E = A \cdot r^2 / 4 \cdot \epsilon$$

El campo eléctrico aumenta con el radio ya que la densidad es cada vez más grande y esto se ve reflejado en el campo eléctrico.

- **Distancia superior al radio de la esfera:**

$$E \cdot S (\text{esfera}) = Q_{\text{int}}/\epsilon ; E \cdot 4\pi \cdot r^2 = Q_{\text{int}}/\epsilon$$

El tope de r es el límite de la esfera, o sea R :

$$E = A \cdot R^4 / r^2 \cdot \epsilon \cdot 4$$

- 3- Esfera conductora, cuando toda la carga se pone en la superficie de la esfera.

La distribución de carga es más simple, en el interior de la esfera, como toda la carga está en la superficie, el campo es 0: **$E = 0$**

En el caso de estar fuera de la esfera, $r > R$:

$$E = Q_{\text{int}} / 4\pi \cdot r^2 \cdot \epsilon_0 = \sigma \cdot R^2 / 3 \cdot r^2 \cdot \epsilon_0$$

- 4- Esfera hueca cargada. En este caso tenemos distribución volumétrica de carga uniforme entre los dos radios. (se trata de un anillo)

- a) $r < R_A$ el campo es 0. **$E = 0$** porque en el interior no hay carga.
- b) Si nos encontramos entre los dos radios (R_A y R_B), como la superficie es una esfera:

$$E \cdot S (\text{esfera}) = Q_{\text{int}}/\epsilon ; E \cdot 4\pi \cdot r^2 = Q_{\text{int}}/\epsilon [\dots]$$

$$E = \rho(r^3 - R^3) / 3 \cdot r^2 \cdot \epsilon$$

- c) Si nos encontramos fuera del radio mayor, $r > R_B$, el campo eléctrico está en el exterior de la esfera:

$$E \cdot S (\text{esfera}) = Q_{\text{int}}/\epsilon ; E \cdot 4\pi r^2 = Q_{\text{int}}/\epsilon [\dots]$$

$$E = \rho(R_B^3 - R_A^3)/3 \cdot r^2 \cdot \epsilon$$